

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Львівська політехніка»

Мазур Тетяна Андріївна

УДК621.3.001.57

**ХВИЛЬОВІ ПРОЦЕСИ В ОБМОТКАХ ТРАНСФОРМАТОРІВ
ПІД ЧАС ДІЇ НА НИХ ІМПУЛЬСНИХ ПЕРЕНАПРУГ**

05.14.02 – Електричні станції, мережі і системи

**Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук**

Львів 2017

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному університеті «Львівська політехніка»
Міністерства освіти і науки України

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Сегеда Михайло Станкович,
Національний університет «Львівська політехніка»,
завідувач кафедри електричних станцій

Офіційні опоненти: - доктор технічних наук, професор
Лежнюк Петро Дем'янович,
Вінницький національний технічний університет,
завідувач кафедри електричних станцій та систем;

- доктор технічних наук, старший науковий співробітник
Тугай Юрій Іванович,
Інституту електродинаміки НАН України,
завідувач відділу оптимізації систем електропостачання.

Захист відбудеться “28”квітня2017 р. о 14годині 00 хв на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.02 в Національному університеті «Львівська політехніка» за адресою: 79013, м.Львів, вул. С.Бандери, 12, ауд. 114 головного корпусу.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» за адресою: 79013, м. Львів, вул. Професорська, 1.

Автореферат розісланий “27”березня 2017 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради



В.І. Коруд

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Силові трансформатори є одним з найбільш важливих елементів електроенергетичної системи. Аварійний вихід з ладу трансформаторів порушує нормальне функціонування електроенергетичної системи в цілому.

Для вибору ізоляції обмоток трансформатора та схем захисту трансформаторів від перенапруг необхідно знати максимальні значення напруги відносно землі окремих частин обмоток трансформаторів, а також значення напруги між витками обмотки і обмотками під час імпульсних перенапруг з урахуванням усіх параметрів заступної схеми. Для отримання таких результатів використовується математичне моделювання, оскільки для високовольтних трансформаторів виготовлення таких моделей натуральної величини є дорогим і недоцільним.

Протікання хвильових процесів в обмотках трансформаторів залежить від часу, геометричних розмірів обмотки, питомого опору матеріалу обмотки, діелектричних постійних ізоляції, магнітної проникності сталі та форми імпульсу на початку обмотки.

Проблемі досліджень електромагнітних процесів з врахуванням розподіленості параметрів в електроенергетичних системах (ЕЕС) присвячено велику кількість публікацій як вітчизняних, так і закордонних наукових шкіл, зокрема Сиротинський Л.І., Лоханін Ф.К., Базуткін В.В., Бьюлей Л.В., Геллер Б., Веверка А.

Однак, на сьогоднішній день ще не в повній мірі вивчені аспекти, які стосуються досліджень електромагнітних процесів з урахуванням розподіленості параметрів в ЕЕС, тому ця проблема є актуальна і важлива щодо підвищення ефективності та надійності функціонування ЕЕС.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами та темами. Тематика роботи пов'язана з таким науково-дослідним напрямком кафедри "Електричні станції" Національного університету "Львівська політехніка": математичне моделювання електромагнітних процесів з врахуванням розподіленості параметрів в ЕЕС. Результати викладені в дисертації, отримані в межах досліджень за угодами з ВАТ «Львівобленерго» (науково-дослідна робота ДР № 0105U004846 (тема № 7184 "Дослідження внутрішніх перенапруг в електричних мережах 6-10 кВ ВАТ «Львівобленерго» та захист від перенапруг") та з ВАТ «Закарпаттяобленерго» (науково-дослідна робота ДР № 0107U010252 (тема № 0173 "Дослідження усталених режимів в електричних мережах ВАТ «Закарпаттяобленерго» та регулювання напруги на них").

Мета та задачі дослідження. Метою дисертації є розроблення математичних моделей для дослідження електромагнітних процесів з урахуванням розподіленості параметрів у високовольтних трансформаторах та аналіз хвильових процесів під час імпульсних перенапруг в електричних мережах для оцінки запасу електричної міцності ізоляції трансформаторів.

Досягнення поставленої мети вимагало розв'язання таких завдань:

- охарактеризувати хвильові процеси в обмотках трансформатора під час імпульсних перенапруг в електричних мережах (ЕМ);
- розроблення математичних моделей та методів розрахунку хвильових процесів в обмотках високовольтних трансформаторів без урахування взаємоіндукції між витками;

- розроблення математичних моделей та методів розрахунку хвильових процесів в обмотках високовольтних трансформаторів з урахування взаємоіндукції між витками;
- розроблення математичної моделі двообмоткового трансформатора;
- розрахунок хвильових процесів в обмотках високовольтних трансформаторів під час імпульсних перенапруг в ЕМ для оцінки електричної міцності ізоляції трансформаторів;
- математичне моделювання вільних коливань в обмотках трансформаторів за різних форм імпульсу напруги в ЕМ;
- розробка математичних моделей для дослідження хвильових процесів у високовольтних трансформаторах з використанням перетворень Лапласа.

Об'єкт дослідження хвильові процеси у високовольтних трансформатора під час імпульсних перенапруг в ЕМ.

Предметом дослідження дисертаційної роботи є хвильові процеси у високовольтних трансформаторах для оцінки електричної міцності ізоляції трансформаторів.

Методами досліджень дисертаційної роботи є аналітичні методи для розв'язання інтегрально - диференціальних рівнянь, які описують хвильові процеси в трансформаторах, перетворення Лапласа.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Вдосконалено математичну модель високовольтних трансформаторів у частині врахування струмів впливу між витками, що дозволило досліджувати хвильові процеси в обмотках трансформаторів під час імпульсних перенапруг в електричних мережах.

2. Розроблено математичну модель високовольтного трансформатора, яка враховує розподіленість параметрів, що дозволяє здійснювати розрахунок розподілу напруги вздовж обмотки трансформаторів та їх тривалість під час імпульсних перенапруг в електричних мережах.

3. Вперше використано метод розділення змінних для розв'язання інтегрально-диференціальних рівнянь, які описують хвильові процеси в обмотках трансформаторів, що дозволяє досліджувати процеси в обмотках як з частотою, що відповідає всій обмотці, так і з власною частотою.

Практична цінність отриманих результатів:

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що застосування розроблених програмних засобів, які дозволяють відтворити хвильові процеси в силових трансформаторах, надає адекватно відтворити вільні коливання напруги в обмотках трансформаторів під час дії на них імпульсних перенапруг різних форм хвилі, надає змогу оцінювати запаси електричної міцності ізоляції силових трансформаторів, необхідні для забезпечення їх достатньої експлуатаційної надійності.

На підставі цих моделей створено комплекс цифрових моделей, що використовуються у навчальному процесі Національного університету «Львівська політехніка».

Впровадження. Результати роботи використані для розроблення моделей, які використовуються в навчальному процесі Національного університету «Львівська

політехніка» та використані під час дослідження внутрішніх перенапруг в електричних мережах ПАТ «Закарпаттяобленерго».

Особистий внесок здобувача. Наукові положення, які є в дисертації, отримані здобувачем самостійно. В наукових працях, опублікованих у співавторстві безпосередньо дисертанту належить: [1] – визначення усередненої потужності енергообміну електромагнітного осцилографа; [2] – аналіз електромагнітних процесів та обчислення параметрів заступної схеми; [3], [6] – розв’язання задач, які ілюструють теоретичні матеріали; [4] – аналіз хвильових процесів в трансформаторах; [5] – розв’язання рівнянь часткових похідних методом розділення змінних; [7] – формування математичної моделі для дослідження хвильових процесів в обмотках трансформатора з врахуванням взаємодії між витками; [8], [9] – аналіз різних форм імпульсів напруги під час моделювання вільних коливань в обмотках трансформатора; [10] – дослідження перенапруг в обмотках трансформатора за дії на них імпульсних перенапруг; [11], [12] – розв’язання інтегрально-диференціальних рівнянь методом розділення змінних; [13], [14] – запропоновано заступну схему для дослідження хвильових процесів у високовольтних двообмоткових трансформаторах; [15] – здійснено аналіз внутрішніх перенапруг в високовольтних трансформаторах, запропоновано заступну схему трансформатора і обчислення параметрів, виконано аналітичний розрахунок вільних коливань напруги в обмотках трансформатора.

Апробація результатів дисертації. Основні результати роботи оприлюднені на - VI Konferencja naukowo-techniczna. "Sieci elektroenergetyczne w przemyśle I energetyce" – SIECI 2008,

- 12 International Workshop "Computational Problems of Electrical Engineering" - CPEE'2011,

- VII Konferencja naukowo-techniczna. "Sieci elektroenergetyczne w przemyśle I energetyce" – SIECI 2012

- 3 Міжнародна науково-технічна конференція "Інтелектуальні енергетичні системи(ESS13)", Мукачеве 10 -14 червня 2013 р.,

- XIII Міжнародна науково-технічна конференція "Проблеми сучасної електротехніки - 2014", Київ 2 -6 червня 2014 р.,

- 4 Міжнародна науково-технічна конференція "Інтелектуальні енергетичні системи (ESS15)", Київ 9 -12 червня 2015 р.,

- 16 International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering - CPEE'2015,

- семінар «Моделі та методи комп'ютерного аналізу електричних кіл та електромеханічних систем», Національний університет Львівська політехніка, 4 червня 2015 р.

Публікації. Матеріали дисертаційної роботи опубліковані у 15 друкованих роботах, в тому числі 5 статей у наукових фахових виданнях України, з них 2 статті опубліковано в наукових журналах, що включені до міжнародної наукометричної бази даних Scopus і 1 монографія, рекомендована вченою радою Національного університету «Львівська політехніка», 8 – у матеріалах та тезах доповідей на науково-технічних конференціях, одна з них у міжнародній наукометричній базі даних Scopus,

та 2 підручники з грифом Міністерства освіти та науки України, а також у 2-х науково-дослідних роботах, які мають номери державної реєстрації та обліку.

Обсяг і структура дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел зі 102 найменувань та 3 додатків. Загальний обсяг роботи 176 сторінок. Основний текст викладено на 133 сторінках друкованого тексту, містить 34 рисунки, 6 таблиць. Обсяг ілюстрацій, таблиць та додатків становить 60 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність, наукову новизну та практичну цінність роботи, сформульовано її мету та завдання, які необхідно розв'язати для досягнення поставленої мети.

У **першому розділі** розглянуто класифікацію перенапруг, характеристики перенапруг у силових трансформаторах та методи їх визначення.

Для вивчення процесів перенапруг в трансформаторах необхідно знати, як з часом змінюється напруга на затискачах трансформатора. З цієї точки зору можна розглядати три види хвиль перенапруг: аперіодичні, періодичні та змішані.

Характеристики перенапруг є предметом ретельного вивчення насамперед тому, що вони визначають запаси електричної міцності ізоляції, необхідні для досягнення достатньої надійності електричної мережі. Обмеження техніко-економічного характеру не дозволяють вибрати ізоляцію, здатну вистояти в усіх без винятку випадках впливу перенапруг. Навпаки, найвищі техніко-економічні показники електроустаткування досягаються за наявності деякого ризику його відмови під час найбільших перенапруг, що виникають досить рідко.

Однак під час реалізації нового підходу, названого техніко-економічною координацією ізоляції, з'ясувалося, що розуміння фізики розвитку перенапруг і уміння розраховувати їхні параметри за заданих умов у мережі ще недостатньо для того, щоб вибрати ізоляцію за заданим терміном служби. Головною перешкодою на цьому шляху виявилася мінливість параметрів мережі й умов, під час яких можуть розвиватися перенапруги. Практично будь-який вид перенапруги може змінювати свої параметри в широких межах за рахунок випадкової варіації структури мережі, потужності джерел живлення, характеру навантаження і багатьох інших випадкових факторів, включаючи такі, як погодні умови, що впливають на інтенсивність корони на проводах повітряної лінії, чи стан земної поверхні, що визначають умови протікання в землі струмів нульової послідовності. Передбачити з задовільною точністю, яким чином уся сукупність цих випадкових факторів буде впливати на статистичний розподіл основних кількісних характеристик перенапруг, є неможливим.

Надійність ізоляції трансформаторів під час імпульсних перенапруг в електричних мережах має визначальне значення і залежить від правильної її координації. Ізоляція високовольтних трансформаторів повинна забезпечувати їх безаварійну роботу як під час довготривалої дії напруги, так і під час короткотривалих зовнішніх і внутрішніх перенапруг. Для правильного вибору ізоляційних проміжків необхідно на стадії проектування співставити діючу і допустиму напругу на різних

ізоляційних проміжках. Розроблення математичних моделей для дослідження хвильових процесів в трансформаторах з врахуванням цих факторів є актуальним.

У математичному моделюванні електромагнітних процесів у ЕЕС можна загалом виділити два основні підходи відповідно до процедур для вибору зразкової структури й обчислення координат моделі: моделювання методом "білої скриньки" і моделювання методом "чорної скриньки".

Моделювання методом "білої скриньки" подібне до методів, які уможливають повне вивчення внутрішньої поведінки динамічної системи, для вибору обладнання та обчислення його координат. Такі моделі отримують на підставі основних законів електротехніки з урахуванням розподіленості параметрів, вони не залежать від експериментальних даних і їхні координати відповідають реальним елементам ЕЕС.

Альтернативний підхід – це моделювання методом "чорної скриньки". Цей підхід асоціюється з методами, за якими структуру і координати моделі обчислюють тільки на початку і в кінці (дані входу та виходу) елементів ЕЕС. Структуру і реалізацію вибирають з широкої бази моделей. Параметри заступної схеми не мають ніякого фізичного змісту чи стосунку до яких-небудь фізичних законів, за структурою є суто математичними рівняннями, які відповідають зразковому обладнанню із досліджуваними координатами. В цьому випадку немає ніяких знань про фізичну систему, чи її характеристики.

Компромісом між цими двома методологіями може слугувати модель "сірої скриньки". Ця методологія об'єднує обидва підходи, що дає змогу визначити структуру та координати режимів.

З розвитком моделювання електромагнітних процесів у ЕЕС у підходах "білої скриньки" почали використовувати еквівалентні параметри, наприклад, опори, власні та взаємні індуктивності, ємності та провідності для формування математичної моделі.

Цей підхід моделювання широко застосовується для вивчення процесів, що відбуваються у конкретних елементах ЕЕС, і може використовуватись для деталізованого представлення. Основна мета такої моделі - обчислення внутрішніх перенапруг, щоб гарантувати, що ізоляція зможе витримати усі перенапруги, які виникають під час експлуатації, та забезпечити оптимальний запас ізоляції.

У **другому розділі** розглянуті математичні моделі обмотки трансформатора без та з врахуванням взаємоіндукції між витками, та математичну модель для дослідження хвильових процесів в двообмоткових трансформаторах.

Математичне моделювання хвильових процесів в ЕЕС на сьогодні є актуальною проблемою. Використання рівнянь математичної фізики для дослідження високочастотних процесів у лініях електропередавання та трансформаторах дає можливість адекватно відтворити реальні умови експлуатації цих елементів електроенергетичних систем.

Застосування складних математичних моделей, які найповніше описують електромагнітні процеси в елементах електричних мереж з врахуванням розподіленості параметрів, вимагає розроблення відповідних методів розв'язання рівнянь математичної фізики з врахуванням їх нелінійності.

Рівняння, яке містить тільки одну невідому функцію $u(x, t)$, тобто

$$\begin{aligned}
& -L_0 C_{M0} \partial^4 u_n / (\partial x^2 \partial t^2) - r_0 C_{M0} \partial^3 u_n / (\partial x^2 \partial t) + L_0 C_0 \partial^2 u_n / \partial t^2 - \\
& - \partial^2 u_n / \partial x^2 + (r_0 C_0 + L_0 g_0) \partial u_n / \partial t + r_0 g_0 u_n = 0.
\end{aligned} \quad (1)$$

чи

$$\begin{aligned}
& -L_0 C_{M0} \partial^4 i_n / (\partial x^2 \partial t^2) - r_0 C_{M0} \partial^3 i_n / (\partial x^2 \partial t) + L_0 C_0 \partial^2 i_n / \partial t^2 - \\
& - \partial^2 i_n / \partial x^2 + (r_0 C_0 + L_0 g_0) \partial i_n / \partial t + r_0 g_0 i_n = 0.
\end{aligned} \quad (2)$$

Для розв'язання рівняння (1) використаємо метод розділення змінних. Уведемо позначення $a = L_0 C_{M0}$, $b = r_0 C_{M0}$, $c = L_0 C_0$, $h = r_0 C_0 + L_0 g_0$, $s = r_0 g_0$. Тоді

$$\begin{aligned}
& -a \partial^4 u_n / (\partial x^2 \partial t^2) - b \partial^3 u_n / (\partial x^2 \partial t) + c \partial^2 u_n / \partial t^2 - \partial^2 u_n / \partial x^2 + \\
& + h \partial u_n / \partial t + s u_n = 0.
\end{aligned} \quad (3)$$

початкові та граничні умови

$$\begin{aligned}
& u(x, t) \Big|_{t=0} = u_0(x) = E_\delta, \quad x \in (0, l); \\
& \partial u(x, t) / \partial t \Big|_{t=0} = u_1(x) = 0; \\
& u(x, t) \Big|_{x=0} = f_0(t) = e_{imn}(t) = E(e^{-at} - e^{-bt}), \quad t > 0; \quad (4) \\
& u(x, t) \Big|_{x=l} = f_1(t) = 0.
\end{aligned}$$

Узгодженість умов

$$\begin{aligned}
& u_0(x) \Big|_{t=0} = u(x, t) \Big|_{t=0} = f_0(t) \Big|_{t=0}; \quad (5) \\
& u_0(x) \Big|_{x=l} = u(x, t) \Big|_{t=0} = f_1(t) \Big|_{t=0}; \\
& f_0(0) = u_0(0), \quad f_1(0) = u_1(l),
\end{aligned}$$

$$df_0(t) / dt \Big|_{t=0} = u_0(0) \Big|_{t=0}, \quad df_1(t) / dt \Big|_{t=0} = u_1(t).$$

Шукаємо функції $A(t)$ і $B(t)$ такі, щоб заміна

$$u(x, t) = V(x, t) + A(t) + xB(t), \quad (6)$$

дала для $V(x, t)$ однорідні умови (5), тобто

$$V(x, t) \Big|_{x=0} = 0; \quad V(x, t) \Big|_{x=l} = 0. \quad (7)$$

Відповідно до (6), $u(x, t) \Big|_{x=0} = V(x, t) \Big|_{x=0} + A(t) = f_0(t)$ та

$u(x, t) \Big|_{x=l} = V(x, t) \Big|_{x=l} + A(t) + lB(t) = f_1(t)$, звідки $A(t) = f_0(t) = e_{imn}(t)$ та

$$B(t) = \frac{1}{l} (f_1(t) - f_0(t)) = -\frac{1}{l} f_0(t) = -\frac{1}{l} e_{imn}(t).$$

Замість початкових умов (4) виникають умови

$$\begin{aligned}
& u(x, t) \Big|_{t=0} = V(x, t) \Big|_{t=0} + A(t) \Big|_{t=0} + xB(t) \Big|_{t=0} \equiv u_0(x); \\
& \partial u(x, t) / \partial t \Big|_{t=0} = \partial V(x, t) / \partial t \Big|_{t=0} + dA(t) / dt \Big|_{t=0} + x dB(t) / dt \Big|_{t=0} \equiv u_1(x). \quad (8)
\end{aligned}$$

звідси

$$\begin{aligned}
& V(x, t) \Big|_{t=0} = u_0(x) - A(t) \Big|_{t=0} - xB(t) \Big|_{t=0} = -A(t) \Big|_{t=0} - xB(t) \Big|_{t=0} \equiv V_0(x); \\
& \partial V(x, t) / \partial t \Big|_{t=0} = u_1(x) - dA(t) / dt \Big|_{t=0} - x dB(t) / dt \Big|_{t=0} = \\
& = -dA(t) / dt \Big|_{t=0} - x dB(t) / dt \Big|_{t=0} \equiv V_1(x).
\end{aligned} \quad (9)$$

Рівняння для змінної $V(x, t)$ одержуємо підставляючи (9) в (6), тобто

$$-a\partial^4 V(x,t)/(\partial x^2 \partial t^2) - b\partial^3 V(x,t)/(\partial x^2 \partial t) + c(\partial^2 V(x,t)/\partial t^2 + d^2 A(t)/dt^2 + xd^2 B(t)/dt^2) - \partial^2 V(x,t)/\partial x^2 + h(\partial V(x,t)/\partial t + dA(t)/dt + xdB(t)/dt) + s(V(x,t) + A(t) + xB(t)) = 0$$

чи

$$-a\partial^4 V(x,t)/(\partial x^2 \partial t^2) - b\partial^3 V(x,t)/(\partial x^2 \partial t) + c\partial^2 V(x,t)/\partial t^2 - \partial^2 V(x,t)/\partial x^2 + h\partial V(x,t)/\partial t + sV(x,t) = F(x,t), \quad (10)$$

де

$$F(x,t) = -cd^2 A(t)/dt^2 - cxd^2 B(t)/dt^2 - hdA(t)/dt - hxdB(t)/dt - sA(t) - sxB(t) \quad - \text{відома частина рівняння.}$$

Враховуючи (7), шукаємо розв'язок $V(x,t)$ у вигляді

$$V(x,t) = \sum_{k=1}^{100} C_k(t) \sin(\pi kx/l), \quad 0 < x < l. \quad (11)$$

Похідна від (11)

$$\partial V(x,t)/\partial t = \sum_{k=1}^{100} dC_k(t)/dt \sin(\pi kx/l). \quad (12)$$

за $t=0$ отримуємо

$$V(x,t)|_{t=0} = V_0(x) = \sum_{k=1}^{100} C_k(t)|_{t=0} \sin(\pi kx/l); \quad (13)$$

$$\partial V(x,t)/\partial t|_{t=0} = V_1(x) = \sum_{k=1}^{100} dC_k(t)/dt|_{t=0} \sin(\pi kx/l).$$

Розкладемо початкові умови в ряди Фур'є

$$V_0(x) = \sum_{k=1}^{100} \alpha_k \sin(\pi kx/l); \quad (14)$$

$$V_1(x) = \sum_{k=1}^{100} \beta_k \sin(\pi kx/l).$$

З рівнянь (14) знаходимо

$$\alpha_k = 1/l \int_{x=0}^l V_0(x) \sin(\pi kx/l) dx; \quad (15)$$

$$\beta_k = 1/l \int_{x=0}^l V_1(x) \sin(\pi kx/l) dx.$$

Тоді з (13) отримуємо

$$C_k(t)|_{t=0} = \alpha_k \text{ і } dC_k(t)/dt|_{t=0} = \beta_k. \quad (16)$$

Диференційні рівняння для $C_k(t)$ знаходимо розклавши $F(x,t)$ в ряд Фур'є,

тобто

$$F(x,t) = \sum_{k=1}^{100} \gamma_k(t) \sin(\pi kx/l). \quad (17)$$

Використовуючи (11) перетворимо ліву частину (10) таким чином

$$\begin{aligned}
& -a\partial^4 V(x,t)/(\partial x^2 \partial t^2) + c\partial^2 V(x,t)/\partial t^2 = \sum_{k=1}^{100} (a(\pi k/l)^2 + c)d^2 C_k(t)/dt^2 \sin(\pi kx/l); \\
& -b\partial^3 V(x,t)/(\partial x^2 \partial t) + h\partial V(x,t)/\partial t = \sum_{k=1}^{100} (b(\pi k/l)^2 + h)dC_k(t)/dt \sin(\pi kx/l); \quad (18) \\
& -\partial^2 V(x,t)/\partial x^2 + sV(x,t) = \sum_{k=1}^{100} ((\pi k/l)^2 + s)C_k(t) \sin(\pi kx/l).
\end{aligned}$$

Згідно (10) і (17) уводимо позначення

$$a_1 = (\pi k/l)^2 + c; \quad b_1 = (\pi k/l)^2 + h; \quad c_1 = (\pi k/l)^2 + s, \quad (19)$$

отримуємо рівняння

$$a_1 d^2 C_k(t)/dt^2 + b_1 dC_k(t)/dt + c_1 C_k(t) = \gamma_k(t), \quad k = \overline{1, 100}. \quad (20)$$

Розглянемо рівняння (20), як однорідне зі сталими коефіцієнтами

$$a_1 d^2 e(t)/dt^2 + b_1 de(t)/dt + c_1 e(t) = 0. \quad (21)$$

Знаходимо характеристичне рівняння для (21)

$$a_1 \lambda^2 + b_1 \lambda + c_1 = 0. \quad (22)$$

З врахуванням (20) за $k \rightarrow \infty$ характеристичне рівняння (22) наближається до рівняння $\lambda^2 + \lambda + 1 = 0$, яке має комплексні корені.

Розглянемо випадок коли характеристичне рівняння має комплексні корені $\lambda_{1,2} = \delta + j\theta$.

Тоді однорідне рівняння (21) має фундаментальну систему розв'язання $e_1(t) = e^{\delta t} \cos(\theta t)$ і $e_2(t) = e^{\delta t} \sin(\theta t)$.

Згідно методу варіації довільних сталих шукаємо розв'язок рівняння (20) у вигляді

$$C_k(t) = B_1(t)e_1(t) + B_2(t)e_2(t). \quad (23)$$

Функції B_1 і B_2 шукаємо з системи

$$\begin{aligned}
dB_1(t)/dte_1(t) + dB_2(t)/dte_2(t) &= 0; \\
dB_1(t)/dte_1(t)/dt + dB_2(t)/dte_2(t)/dt &= 1/a_1 \gamma_k(t).
\end{aligned} \quad (24)$$

Ввівши позначення

$$\Delta = \begin{vmatrix} e_1(t) & e_2(t) \\ de_1(t)/dt & de_2(t)/dt \end{vmatrix}$$

то, знаходимо

$$\begin{aligned}
dB_1(t)/dt &= -1/(a_1 \Delta) \gamma_k(t) e_2(t); \\
dB_2(t)/dt &= 1/(a_1 \Delta) \gamma_k(t) e_1(t).
\end{aligned} \quad (25)$$

Для знаходження початкових умов $B_1(t)|_{t=0}$ і $B_2(t)|_{t=0}$ диференціюємо (23) і використавши перше рівняння з (24) отримаємо

$$\begin{aligned}
dC_k(t)/dt &= dB_1(t)/dte_1(t) + dB_2(t)/dte_2(t) + B_1(t)de_1(t)/dt + \\
& + B_2(t)de_2(t)/dt = B_1(t)de_1(t)/dt + B_2(t)de_2(t)/dt.
\end{aligned} \quad (26)$$

З рівняння (26) і рівняння (23) за $t=0$ отримуємо систему рівнянь

$$\begin{aligned}
C_k(t)|_{t=0} &= B_1(t)|_{t=0} e_1(t)|_{t=0} + B_2(t)|_{t=0} e_2(t)|_{t=0}; \\
dC_k(t)/dt|_{t=0} &= B_1(t)|_{t=0} de_1(t)/dt|_{t=0} + B_2(t)|_{t=0} de_2(t)/dt|_{t=0}.
\end{aligned} \quad (27)$$

Враховуючи (17) знаходимо з (27) $B_1(t)|_{t=0}$ і $B_2(t)|_{t=0}$ і згідно (25) знаходимо

$$B_1(t) = \int_0^t dB_1(t)/dt + B_1(t)|_{t=0}; \quad (28)$$

$$B_2(t) = \int_0^t dB_2(t)/dt + B_2(t)|_{t=0}.$$

Згідно (23) знаходимо $C_k(t)$, і згідно (22) $V(x,t)$ і за (27) знаходимо $u(x,t)$, тобто розв'язок рівняння (3).

Розподіл напруги вздовж первинної обмотки високовольтного трансформатора для різного часу показано на рис. 1. Зі зміною часу амплітуда напруги зростає. На рис. 2 показано розподіл імпульсу напруги вздовж обмотки трансформатора у тривимірному просторі.

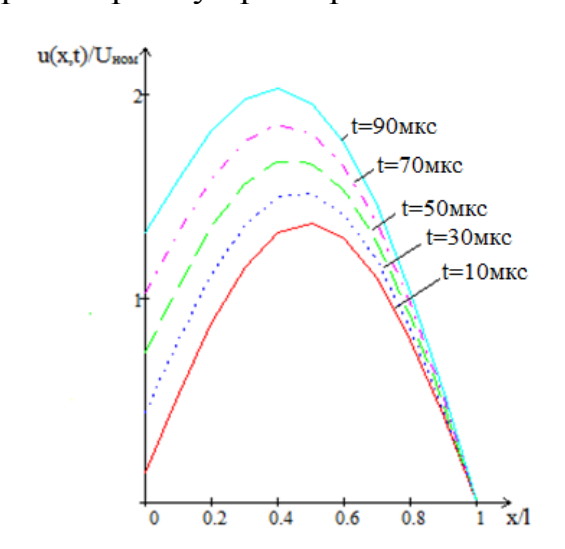


Рис. 1. Розподіл напруги вздовж первинної обвитки високовольтного трансформатора для різного часу

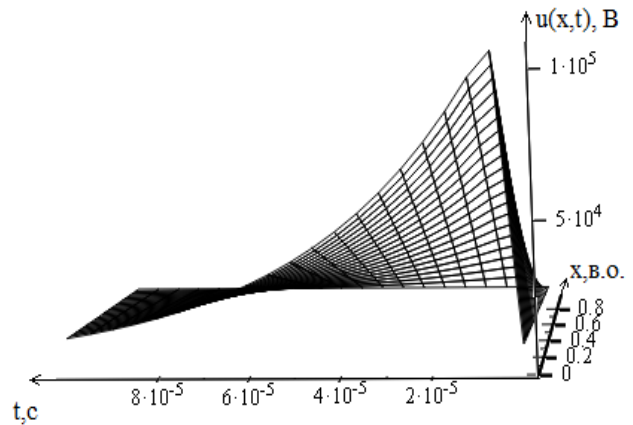


Рис. 2. Розподіл імпульсу напруги вздовж обвитки трансформатора в тривимірному просторі

Рівняння в часткових похідних, які описують хвильові процеси в обмотках трансформаторів з врахуванням взаємоіндукції між витками для невідомих $i(x,t)$, $u(x,t)$, $0 < x < l$, $t > 0$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = g_0 u(x,t) + C_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - C_{M_0} \frac{\partial^3 u(x,t)}{\partial x^2 \partial t}; \quad (29)$$

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = r_0 i(x,t) + \int_0^l M(x,s) \frac{\partial i(s,t)}{\partial t} ds, \quad (30)$$

з початковими умовами

$$i|_{t=0} = \partial i(x,t)/\partial t|_{t=0} = 0, \quad (31)$$

і граничними умовами

$$L_n \partial i(0,t)/\partial t - u(0,t) = f(t); \quad (32)$$

$$L_k \partial i(l,t)/\partial t = u(l,t). \quad (33)$$

На рис. 3 наведена заступна схема двообмоткового трансформатора на одиницю довжини.

Диференційні рівняння зміни струму, які протікає через обмотки трансформатора

$$\begin{aligned}
 -\partial i_1 / \partial x &= g_{01} u_1 + C_{01} \partial u_1 / \partial t - C_{M01} \partial^3 u_1 / (\partial x^2 \partial t) + C_{012} \partial (u_1 - u_2) / \partial t; \\
 -\partial i_2 / \partial x &= g_{02} u_2 + C_{02} \partial u_2 / \partial t - C_{M02} \partial^3 u_2 / (\partial x^2 \partial t) + C_{012} \partial (u_2 - u_1) / \partial t.
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

Спад напруги на одиницю довжини витка обмоток

$$\begin{aligned}
 -\partial u_1 / \partial x &= r_{01} i_1 + \int_0^l M(x, s) \partial i_1(s, t) / \partial t dx; \\
 -\partial u_2 / \partial x &= r_{02} i_2 + \int_0^l M(x, s) \partial i_2(s, t) / \partial t dx.
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

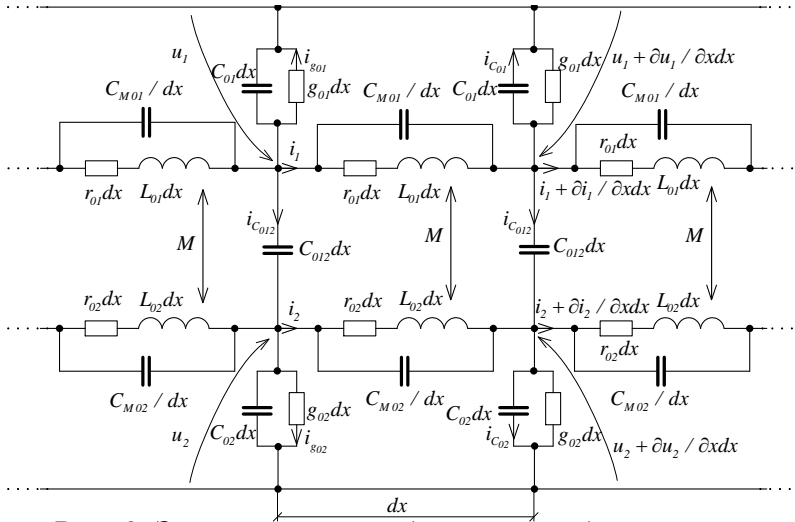


Рис. 3. Заступна схема обмоток двообмоткового трансформатора на одиницю довжини вздовж її осі

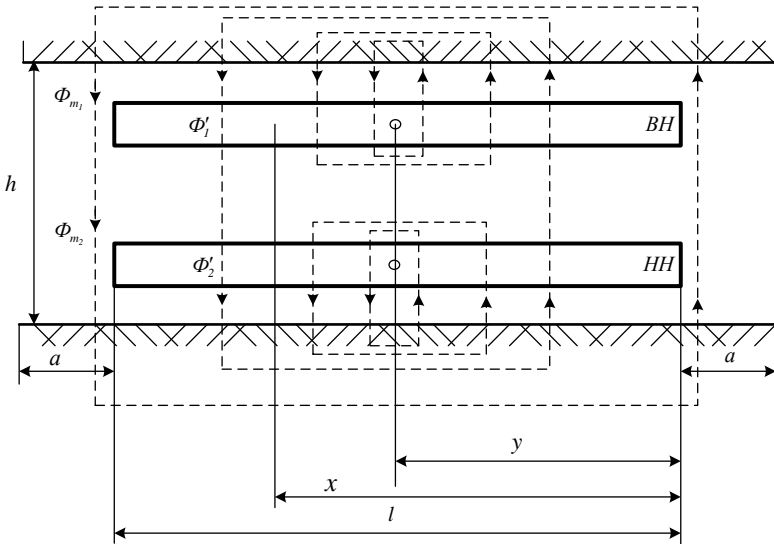


Рис. 4. Потокозчеплення між обмотками двообмоткового трансформатора

Для того, щоб відтворити еквівалентну магнітну провідність ярма (рис. 4.), магнітопровід з обох кінців обмоток подовжують на відстань a .

Вважаємо, що магнітний потік протікає в осерді трансформатора без урахування втрат, а всі витки мають середню довжину, позначену l_B .

Розглянемо дію струму витків, розміщених на відстані u від початку обмоток, на інші витки, які розташовані на відстані x від початку обмоток. Допустимо, що обмотки ВН і НН мають n_1 і n_2 витків відповідно на одиницю довжини.

Під дією струмів у обмотках трансформаторів утворюються магнітні потоки, які охоплюють частину витків, тобто потоки часткових зчеплень. Якщо через витки обмотки ВН, які розташовані на відстані u , протікає струм i_1 , ампер-витки $n_1 i_1$, на одиницю довжини створюють магнітний потік, який охоплює витки цієї ж обмотки на

відстані x . Водночас в обмотці НН є ампер-витки на відстані u $n_2 i_2$.

Вплив самоіндукції, яка має лінійну залежність, між різними частинами обмотки важливий під час дослідження хвильових процесів.

Ампер-витки, які розміщені на відстані y обмотки ВН, створюють магнітне поле, яке охоплює частково витки обмотки НН, що буде враховано коефіцієнтом σ .

Загальне потокозчеплення з витком на відстані x обмотки ВН від ампер-витків, які містяться на відстані y праворуч від відстані x

$$\Phi'_1 = \frac{0,4\pi l_B}{(2a+l)h^0} \int_0^x (n_1 i_1 + \sigma n_2 i_2) (a+l-x)(a+y) dy. (36)$$

Аналогічно запишемо для магнітного потоку створеного ампер-витка, який розміщений зліва від відстані x , що охоплюють витки обмотки ВН на відстані x

$$\Phi''_1 = \frac{0,4\pi l_B}{(2a+l)h^x} \int_x^l (n_1 i_1 + \sigma n_2 i_2) (a+l-y)(a+x) dy. (37)$$

Магнітний потік обмотки ВН на відстані x визначатиметься

$$\Phi_1 = \Phi'_1 + \Phi''_1. (38)$$

Для обмотки НН аналогічні формули, тобто

$$\Phi'_2 = \frac{0,4\pi l_B}{(2a+l)h^0} \int_0^x (\sigma n_1 i_1 + n_2 i_2) (a+l-x)(a+y) dy; (39)$$

$$\Phi''_2 = \frac{0,4\pi l_B}{(2a+l)h^x} \int_x^l (\sigma n_1 i_1 + n_2 i_2) (a+l-y)(a+x) dy; (40)$$

$$\Phi_2 = \Phi'_2 + \Phi''_2. (41)$$

Спад напруги через магнітні потоки визначається так

$$\partial u_1 / \partial x = \frac{n_1}{10^8} \partial \Phi_1 / \partial t; (42)$$

$$\partial u_2 / \partial x = \frac{n_2}{10^8} \partial \Phi_2 / \partial t. (43)$$

Продиференціювавши три рази рівняння (42) і (43), отримуємо такі рівняння

$$\begin{aligned} \partial^4 u_1 / \partial x^4 &= -\frac{0,4\pi n_1 l_B}{10^8 h} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} (n_1 i_1 + \sigma n_2 i_2) = -\frac{\partial^2}{\partial t \partial x} (L_1 i_1 + M i_2), \\ \partial^4 u_2 / \partial x^4 &= -\frac{0,4\pi n_2 l_B}{10^8 h} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} (n_2 i_2 + \sigma n_1 i_1) = -\frac{\partial^2}{\partial t \partial x} (L_2 i_2 + M i_1), \end{aligned} (44)$$

$$\text{де } L_1 = \frac{0,4\pi n_1^2 l_B}{10^8 h}; L_2 = \frac{0,4\pi n_2^2 l_B}{10^8 h}; M = \frac{0,4\pi n_1 n_2 \sigma l_B}{10^8 h}.$$

Таким підходом ми отримуємо, що L_1 , L_2 , M є статичними.

Три кратне диференціювання $\partial u / \partial x$ дало нам лінійні диференційні рівняння з наступними коефіцієнтами, але так як частковий потік Φ_2 , який охоплює всі витки, не залежить від x , то диференціювання за x усунуло магнітний потік з рівняння.

Струми, які протікають через обмотку визначаються за рівняннями (35). Ці рівняння диференціюємо за t і підставляємо в рівняння (44). В результаті отримуємо рівняння

$$\begin{aligned} \partial^4 u_1 / \partial x^4 &= -(L_1 (g_{01} \partial u_1 / \partial t - C_{01} \partial^2 u_1 / \partial t^2 - C_{M_{01}} \partial^4 u_1 / (\partial x^2 \partial t^2)) + \\ &+ C_{012} \partial^2 (u_1 - u_2) / \partial t^2) + M (g_{02} \partial u_2 / \partial t + C_{02} \partial^2 u_2 / \partial t^2 - C_{M_{01}} \partial^4 u_2 / (\partial x^2 \partial t^2)) + \\ &+ C_{012} \partial^2 (u_2 - u_1) / \partial t^2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial^4 u_2 / \partial x^4 = & -(L_2 (g_{01} \partial u_2 / \partial t - C_{02} \partial^2 u_2 / \partial t^2 - C_{M_{02}} \partial^4 u_2 / (\partial x^2 \partial t^2)) + \\ & + C_{012} \partial^2 (u_2 - u_1) / \partial t^2) + M (g_{01} \partial u_1 / \partial t + C_{01} \partial^2 u_1 / \partial t^2 - \\ & - C_{M_{01}} \partial^4 u_1 / (\partial x^2 \partial t^2) + C_{012} \partial^2 (u_2 - u_1) / \partial t^2). \end{aligned} \quad (45)$$

У третьому розділі розглянуто математичне моделювання вільних коливань в обмотці трансформатора за різних форм імпульсу перенапруги, а також розглянуто математичне моделювання вільних коливань в обмотці трансформатора без та з врахування взаємоіндукції між витками.

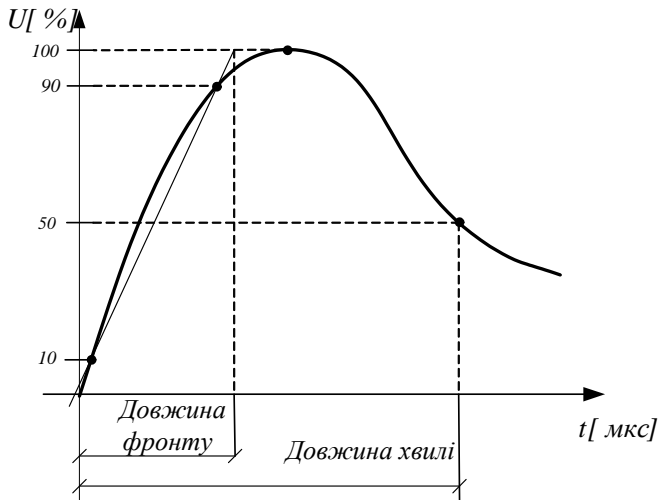


Рис. 5. Імпульсна характеристика напруги

Для дослідження хвильових процесів в трансформаторах під час зовнішніх перенапруг необхідно змодельовати форму хвилі. Емпіричне рівняння, яке характеризує форму імпульсної хвилі, має вигляд

$$e_{imn} = E(e^{-at} - e^{-bt}), \quad (46)$$

де E - максимальна величина потенціалу хвилі; a і b - параметри хвилі; t - час.

Графічне відтворення імпульсу хвилі, яка набігає на обмотки трансформатора показано на рис. 5.

Якщо форма імпульсу є простою, тоді розв'язок можна отримати без використання інтеграла Дюамеля.

Імпульс прямокутної форми з довжиною T на підставі інтеграла Дюамеля отримаємо значення напруги

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{i=1}^n b_i \sin(\alpha_i x) \cos(\omega_i t) - \sum_{i=1}^n b_i \sin(\alpha_i x) \cos(\omega_i (t - T)) = \\ &= -\sum_{i=1}^n b_i \sin(\alpha_i x) 2 \sin(t - T/2) \sin((\omega_i T)/2). \end{aligned} \quad (47)$$

Імпульс з косокутним фронтом напруги, який падає на обмотку довжиною T на підставі інтеграла Дюамеля отримаємо значення напруги

$$\begin{aligned} u(t) &= at(1 - x/l) + \sum_{i=1}^n (ab_i) / \omega_i \sin(\alpha_i x) \cos(\omega_i t) - a(t - T)(1 - x/l) + \\ &+ \sum_{i=1}^n (ab_i) / \omega_i \sin(\alpha_i x) \sin(\omega_i (t - T)). \end{aligned} \quad (48)$$

Імпульс напруги, який має експоненційну форму $F(t) = e^{-t/T}$, на підставі інтеграла Дюамеля отримаємо значення напруги

$$u(x, t) = e^{-t/T} + \sum_{i=1}^n b_i \sin(\alpha_i x) (e^{-t/T} / (1 + (\omega_i T)^2) + (\omega_i T) / (\sqrt{1 + (\omega_i T)^2})) \cos(\omega_i t + \arctg(1 / (\omega_i T))). \quad (49)$$

В четвертому розділі розглянуті математичне моделювання процесів в обмотках трансформатора з використанням перетворення Лапласа.

Як перше наближення однорідну одношарову обмотку можна представити у вигляді лінії з додаванням ємнісних зв'язків між витками.

$$u(x) = Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x}, (50)$$

де A, B - сталі інтегрування;

$$\gamma = \sqrt{C_0 / C_{M0}}. (51)$$

Сталі інтегрування A і B визначаються з граничних умов, тобто з умов на початку і в кінці обмотки. На початку обмотки ($x = 0$) напруга завжди рівна U_0 . Для кінця обмотки (нейтраль трансформатора) граничні умови будуть різними в залежності від режиму роботи нейтралі. Для заземленої нейтралі (тобто при $x = l$, де l - довжина обмотки) напруга на ній буде рівна нулю. Якщо нейтраль ізольована, повздовжній струм в кінці обмотки ($x = l$) має дорівнювати нулю ($du/dx = 0$). Використовуючи ці граничні умови, отримуємо такі закони розподілу напруги вздовж обмотки трансформатора, коли заземлена нейтраль

$$u(x) = U_0 (e^{\gamma l(1-x/l)} - e^{-\gamma l(1-x/l)}) / (e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) = U_0 (sh(\gamma x(1-x/l))) / (sh(\gamma x)) (52)$$

ізолювана нейтраль

$$u(x) = U_0 (e^{\gamma l(1-x/l)} + e^{-\gamma l(1-x/l)}) / (e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}) = U_0 (ch(\gamma x(1-x/l))) / (ch(\gamma x)). (53)$$

З формул, наведених вище, параметр

$$\gamma l = l \sqrt{C_0 / C_{M0}} = \sqrt{C_0 l / (C_{M0} / l)} = \sqrt{C_{0\delta} / C_{M0\delta}} (54)$$

визначається відношенням сумарної ємності обмотки відносно землі до сумарної повздовжньої ємності.

Розподіл напруги за імпульсу напруги в одношаровій обмотці з заземленим кінцем для різних значень γl наведено на рис. 6, з ізольованим кінцем для різних значень γl наведено на рис. 7.

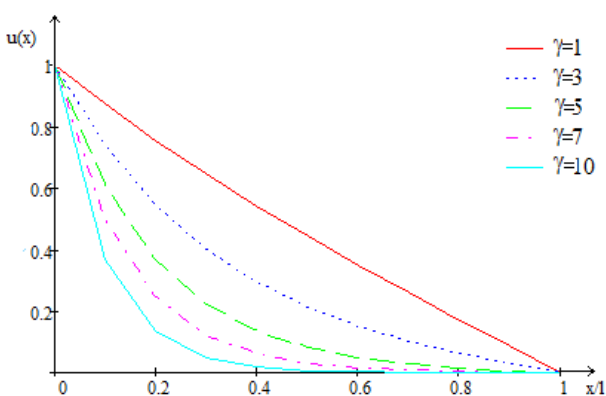


Рис. 6. Початковий розподіл напруги за імпульсу в одношаровій обмотці з заземленим кінцем та різних значеннях γl

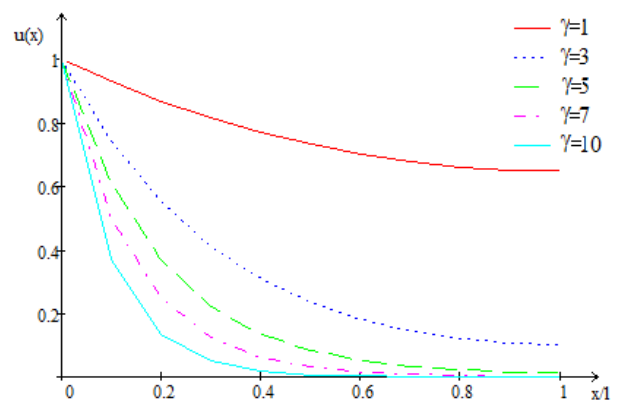


Рис. 7. Початковий розподіл напруги за імпульсу в одношаровій обмотці з ізольованим кінцем та різних значень γl

$$-L_0 C_{M0} \partial^4 u_n / (\partial x^2 \partial t^2) - r_0 C_{M0} \partial^3 u_n / (\partial x^2 \partial t) + L_0 C_0 \partial^2 u_n / \partial t^2 - \partial^2 u_n / \partial x^2 + (r_0 C_0 + L_0 g_0) \partial u_n / \partial t + r_0 g_0 u_n = 0. \quad (55)$$

Диференційне рівняння, яке описує кінцевий розподіл напруги вздовж обмотки можна отримати з рівняння (55), якщо згідно правил операційного числення $p = \partial / \partial t = 0$, в результаті чого отримуємо

$$-\partial^2 u_n / \partial x^2 + r_0 g_0 u_n = 0. \quad (56)$$

Покажемо вивід рівняння (56). Струм спливу запишемо так

$$-\partial i_n / \partial x = g_0 u_n. \quad (57)$$

Спад напруги на одиницю довжини витка обмотки

$$-\partial u / \partial x = r_0 i_n + L_0 \partial i_n / \partial t. \quad (58)$$

Зведемо рівняння (57) і (58) до однієї змінної $u(x, t)$. Для цього (57) продиференціюємо за t і помножимо на L_0

$$L_0 \partial^2 i_n / (\partial t \partial x) + L_0 g_0 \partial u_n / \partial t = 0. \quad (59)$$

Рівняння (58) продиференціюємо за x

$$\partial^2 u / \partial x^2 + r_0 \partial i_n / \partial x + L_0 \partial^2 i_n / (\partial t \partial x) = 0. \quad (60)$$

Від рівняння (59) віднімемо рівняння (60)

$$L_0 g_0 \partial u_n / \partial t - \partial^2 u_n / \partial x^2 - r_0 \partial i_n / \partial x = 0. \quad (61)$$

В рівняння (61) підставимо (57), в результаті чого отримуємо

$$-\partial^2 u_n / \partial x^2 + L_0 g_0 \partial u_n / \partial t + r_0 g_0 u_n = 0. \quad (62)$$

Після закінчення коливного процесу (за $t \rightarrow \infty$) кінцевий розподіл напруги за постійного струму ($L_0 = 0$) описується таким рівнянням

$$-\partial^2 u_n / \partial x^2 + r_0 g_0 u_n = 0, \quad (63)$$

Прийнявши нульові початкові умови, в операторному вигляді рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + L_0 C_{M0} \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = 0. \quad (64)$$

запишеться так

$$d^2 u(x, p) / dx^2 = \chi^2 u(x, p), \quad (65)$$

де $\chi^2 p = p^2 L_0 C_0 / (p^2 L_0 C_{M0} + 1)$.

За виглядом вираз (65) аналогічний рівнянню довгої лінії, а тому під час вмикання на постійну ЕРС E/p маємо для обмотки з заземленою нейтраллю: крайові умови $u(0, p) = E/p$ за $x=0$; $u(l, p) = 0$ за $x=l$, напруга в точці x обмотки

$$u(x, p) = \frac{E}{p} \frac{\text{sh}(\chi(x-l))}{\text{ch}(\chi l)}. \quad (66)$$

Відповідно у випадку обмотки з ізольованою нейтраллю крайові умови $u(0, p) = E/p$ за $x=0$; $du(x, p) / dx$ за $x=l$

напруга в точці x обмотки

$$u(x, p) = \frac{E}{p} \frac{\text{ch}(\chi(l-x))}{\text{ch}(\chi l)}. \quad (67)$$

Для початкового розподілу напруги зображення (66) та (67) необхідно помножити на p і перейти до границі за $p \rightarrow \infty$.

У випадку з заземленою нейтраллю

$$\frac{u(x, 0)}{E} = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{sh(\chi(l-x))}{sh(\chi l)} = \frac{sh(\gamma(l-x))}{sh(\gamma l)}. \quad (68)$$

У випадку ізольованої нейтралі

$$\frac{u(x, 0)}{E} = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{ch(\chi(l-x))}{ch(\chi l)} = \frac{ch(\gamma(l-x))}{ch(\gamma l)}, \quad (69)$$

де $\gamma l = \sqrt{C_0 / C_{M0}} l$.

Для реальних обмоток $\gamma l \approx 10$, що робить $sh(\gamma l)$ та $ch(\gamma l)$ досить великими величинами. Тому з невеликою похибкою (68) і (69) можна записати у вигляді

$$u(x, 0) / E \approx e^{-\gamma \frac{x}{l}}. \quad (70)$$

Отже, в обмотках трансформатора є початкова напруга, яка обумовлена наявністю поздовжніх ємностей. Як видно з (70), вона встановлюється миттєво (що, звичайно, є ідеалізацією, бо точний аналіз показує, що і початкова напруга встановлюється не миттєво, а на протязі досить малого часу, порядку частки мікросекунди. Цей інтервал можна не враховувати, оскільки він на декілька порядків менший за період основної гармоніки обмотки трансформатора). Нагадаємо, що в лінії без втрат під час вмикання на постійну ЕРС $u(x, t) \equiv 0$, якщо $x - vt < 0$, тобто до моменту приходу хвилі в точку x .

Перехідний процес в обмотці має дві складові – усталену та вільну складову напруги. Вільна складова згасає із-за втрат, після чого настає кінцевий розподіл напруги та струму вздовж обмотки. Його можна отримати, прийнявши нулю похідні за часом в рівнянні (64), тобто

$$(d^2 u) / (dx^2) \Big|_{t \rightarrow \infty} = 0. \quad (71)$$

Розв'язання (71) має вигляд $u = Ax + B$.

Беручи до уваги крайові умови, коли нейтраль заземлена $u = E$ за $x = 0$; $u = 0$ за $x = l$ отримаємо

$$u(x, \infty) = E(1 - x/l). \quad (72)$$

Коли нейтраль ізольована, крайові умови $u = E$ за $x = 0$; $du/dx = 0$ за $x = l$, в результаті отримаємо

$$u(x, \infty) = E. \quad (73)$$

Підставивши (72) в $-\partial u / \partial x = L_0 \partial i / \partial t$ отримаємо, що вимушена складова струму в обмотці з заземленою нейтраллю

$$i = Et / L_0 l, \quad (74)$$

тобто струм зростає пропорційно часу. Такий результат можна отримати, якщо не враховувати втрати. Для обмотки з ізольованою нейтраллю усталений струм $i = 0$.

Вільну складову напруги можна представити у вигляді суми доданків вигляду $u = U \cos \omega t \sin \alpha x$, тобто

$$u_{\text{вільн}}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\alpha_n x) + b_n \sin(\alpha_n x)) \cos(\omega_n t). \quad (75)$$

З граничних умов для обмотки з ізолюваною нейтраллю випливає

$$\left. \begin{aligned} a_n &= 0; \\ \alpha_n &= n\pi/l, \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Результуюча напруга під час вмикання на постійну ЕРС

$$u(x, t) = E(1 - x/l) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\pi x/l) \cos(\omega_n t). \quad (77)$$

Для знаходження b_n використаємо співвідношеннями (68), та (77), яке за $t = 0$ дає початковий розподіл напруги вздовж обмотки з заземленою нейтраллю, тобто

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\pi x/l) = E(\operatorname{sh}(\gamma(l-x)))/\operatorname{sh}(\gamma l) - E(1 - x/l) = f(x). \quad (78)$$

Можна зауважити, що b_n є коефіцієнтами розкладу функції $f(x)$ в ряд Фур'є, тобто

$$b_n = 2 \int_0^l f(x) \sin(n\pi x/l) dx / l. \quad (79)$$

Якщо підставити в (79) вираз $f(x)$ і взяти інтеграл, то одержуємо значення амплітуди, тобто

$$b_n = -2E\gamma^2 l^2 / (n\pi((n\pi)^2 + \gamma^2 l^2)). \quad (80)$$

В результаті отримуємо вираз напруги в будь-якій точці обмотки з заземленою нейтраллю, тобто

$$u(x, t) = E(1 - \frac{x}{l}) - \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\gamma l)^2}{(n\pi)^2 + (\gamma l)^2} \frac{\sin(n\pi x/l)}{n} \cos(\omega_n t). \quad (81)$$

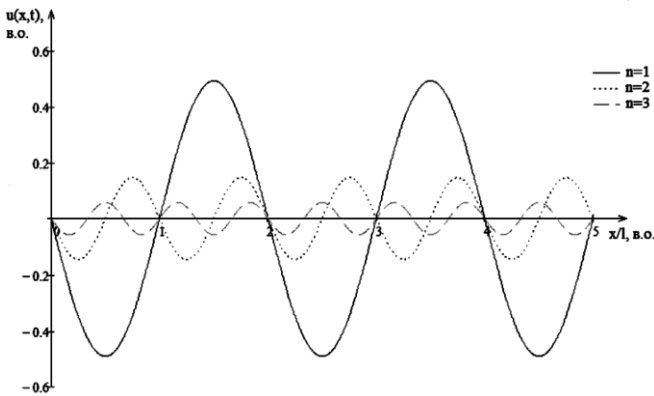


Рис. 8. Просторовий розподіл напруги перших трьох гармонік в обвитці із заземленим кінцем у момент часу $t = 0$

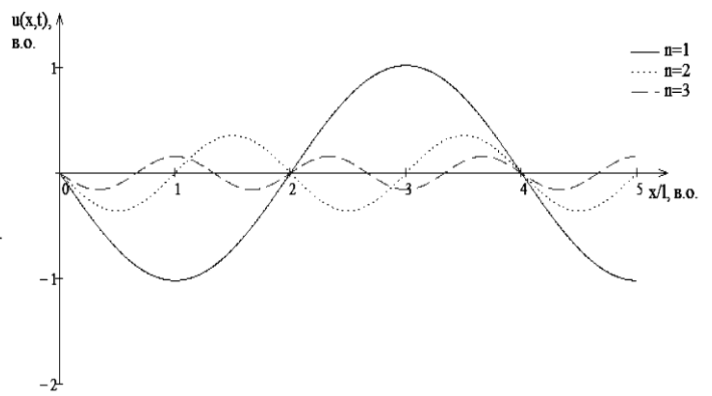


Рис. 9. Просторовий розподіл напруги перших трьох гармонік в обвитці із ізолюваним кінцем у момент часу $t = 0$

Просторовий розподіл перших трьох гармонік вільних коливань напруги в обмотках із заземленим і з ізолюваним кінцями зображено на рис. 8 і рис. 9.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі отримано нове розв'язання актуального науково-прикладного завдання підвищення надійності функціонування силових трансформаторів в електричних мережах енергосистем, що полягає в розробленні математичних моделей для дослідження електромагнітних процесів з урахуванням розподіленості параметрів у високовольтних трансформаторах та аналізі хвильових процесів під час імпульсних перенапруг в електричних мережах для оцінки запасу електричної міцності ізоляції трансформаторів.

Основні наукові і практичні результати полягають у наступному:

1. Проаналізовано характеристики перенапруг, що діють на силові трансформатори в експлуатаційних режимах електричних мереж та здійснено їх класифікацію з огляду на особливості перехідних процесів, які вони викликають в обмотках силових трансформаторів.

2. Розроблено математичну модель трансформатора, що дозволяє досліджувати вплив взаємоіндукції між витками його обмотки, а також електромагнітні параметри магнітопроводу на характер хвильових процесів, що виникають в обмотках силового трансформатора під час дії зовнішніх перенапруг.

3. Запропоновано та обґрунтовано доцільність застосування методу розділення змінних для розв'язання рівнянь математичної моделі трансформатора в часткових похідних, які описують хвильові процеси в обмотках трансформатора.

4. Для отримання початкового та кінцевого розподілу напруги вздовж обмотки трансформатора під час дії на них імпульсних перенапруг запропоновано використовувати інтегральне перетворення Лапласа.

5. На основі розробленої моделі досліджено особливості розподілу перехідних напруг вздовж обмоток трансформатора під час дії на них характерних імпульсних напруг, що можуть виникати в експлуатаційних режимах електричних мереж високої напруги.

ПУБЛІКАЦІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

1. Сегеда М. С. Математичне моделювання вільних коливань в обвитці трансформатора за різних форм імпульсу напруги / Сегеда М. С., Мазур Т. А. // Праці Інституту електродинаміки. – 2013. Спец. вип. – С. 148–154.

2. M. Sehed, Simulation of interference process of vibration charge in the electromagnetic contour /M. Sehed, T. Mazur, P. Kosobutskyu, G. Bakalo. // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, “Електроенергетичні та електромеханічні системи”. – 2007. – Вип. 596. – С. 52 – 57.

3. Сегеда М. С. Математичне моделювання вільних коливань напруги в обвитках трансформаторів з врахуванням взаємоіндукції між витками під час імпульсних перенапруг / Сегеда М. С., Черемних Є. В., Мазур Т. А. // Науковий вісник Національного гірничого університету. – 2013. – № 1. – С. 68–76.

4. Сегеда М. С. Математичне моделювання розподілу напруги вздовж обвитки трансформатора під час імпульсних перенапруг / Сегеда М. С., Черемних Є. В., Хімюк І. В., Мазур Т. А. Курулишин О. М // Техн. електродинаміка. – 2015. – № 6. – С. 8–11.
5. Seheda M. Mathematical model for investigation of wave processes in high-voltage two-winding transformers / Seheda M., Mazur T., Kurylyshyn O. // 16 International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”, September 2–5, 2015, Lviv, Ukraine. – P. 165–167.
6. Seheda M. Modeling of electromagnetic processes in transformers with considering of distributed parameters / Seheda M., Mazur T. // VI Konferencja naukowo-techniczna. “Sieci elektroenergetyczne w przemyśle i energetyce”. – SIECI 2008, Szklarska Poreba. – 2008. – P. 415–424.
7. Seheda M. Analysis of overvoltages in transformer windings with considering of distributed parameters / Seheda M., Mazur T., Chutora I. // 12 International Workshop “Computational Problems of Electrical Engineering” – CPEE’2011, Kostryna. – 2011. P 47.
8. Seheda M. Mathematical modeling of free voltage oscillations in the transformer windings during pulse overvoltages / Seheda M., Cheremnykh Y., Mazur T. // VII Konferencja naukowo-techniczna. “Sieci elektroenergetyczne w przemyśle i energetyce”. – SIECI 2012, 19–21 September, Szklarska Poreba, Poland. – 2012.
9. Сегеда М. С. Математичне моделювання вільних коливань в обвитці трансформатора за різних форм імпульсу напруги / Сегеда М. С., Мазур Т. А. // 3-тя Міжнародна науково-технічна конференція “Інтелектуальні енергетичні системи (ESS13)”, Мукачеве, 10–14 червня 2013 р.
10. Сегеда М. С. Дослідження перенапруг в обмотках трансформатора за дії на них імпульсних перенапруг / Сегеда М. С., Мазур Т. А. // XIII Міжнародна науково-технічна конференція “Проблеми сучасної електротехніки – 2014”, Київ, 2–6 червня 2014 р.
11. Сегеда М. С. Математичне моделювання розподілу напруги вздовж обмотки трансформатора під час імпульсних перенапруг / Сегеда М. С., Черемних Є. В., Хімюк І. В., Мазур Т. А., Курулишин О. М. // 4 міжнародна науково-технічна конференція “Інтелектуальні енергетичні системи (ESS15)”, Київ 9 -12 червня 2015 р.
12. Seheda M. Mathematical model for investigation of wave processes in high-voltage two-winding transformers / Seheda M., Mazur T., Kurylyshyn O. // 16 International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”, September 2–5, 2015, Lviv, Ukraine.
13. Сегеда М. С. Математичне моделювання електромагнетних процесів у трансформаторах з урахуванням розподіленості параметрів: монографія / М. С. Сегеда, Є. В. Черемних, Т. А. Мазур, О. М. Курилишин. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2016. – 148 с.
14. Кириленко О. В. Математичне моделювання в електроенергетиці: підручник / Кириленко О. В., Сегеда М. С., Буткевич О. Ф., Мазур Т. А. – Львів, 2010. – 608 с.
15. Кириленко О. В. Математичне моделювання в електроенергетиці: підручник / Кириленко О. В., Сегеда М. С., Буткевич О. Ф., Мазур Т. А. – 2-ге вид. – Львів, 2013. – 608 с.

АНОТАЦІЇ

Мазур Т.А. Хвильові процеси в обмотках трансформаторів під час дії на них імпульсних перенапруг. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.14.02 – електричні станції, мережі і системи, Національний університет «Львівська політехніка», Львів, 2017.

Дисертація присвячена розв'язанню актуального завдання – розроблено і вдосконалено методи аналізу хвильових процесів в обмотках трансформатора, їх математичних моделей та методів розв'язання рівнянь в часткових похідних з метою вибору ізоляції обмотки трансформатора та схем захисту. В роботі розроблено математичні моделі для дослідження хвильових процесів в обмотках трансформатора з врахуванням і без врахування взаємоіндукції між витками обмотки, запропоновано метод розділення змінних для розв'язання диференціальних рівнянь в часткових похідних. Розроблена математична модель для дослідження хвильових процесів в обмотках двообмоткового трансформатора. Проведено аналіз різних форм імпульсу перенапруг під час математичного моделювання вільних коливань напруги в обмотках трансформатора. Досліджено початковий, кінцевий розподіли напруги та просторовий розподіл гармонік вільних коливань напруги в обмотках трансформатора.

Ключові слова: хвильовий процес, математичне моделювання, імпульсна перенапруга, імпульс, взаємоіндукція, обмотка трансформатора, часткові похідні, початкові умови, граничні умови.

Mazur T.A. Wave processes in transformer when exposed to surge. – On the rights of manuscript.

The thesis for the degree of candidate of technical sciences, specialty 05.14.02 - Electric stations, networks and systems, Lviv Polytechnic National University, Lviv, 2017.

The thesis is devoted to solving pressing problems - developed and improved methods of analysis of wave processes in transformer windings, their mathematical models and methods for solving equations in partial derivatives in order to choose isolation transformer and circuit protection. In this paper, mathematical models for investigation of wave processes in transformer windings and considering excluding mutual between the turns of the winding, the method of separation of variables for solving differential equations in partial derivatives. The mathematical model for the study of wave processes in two windings of the transformer. The analysis of different forms over the momentum in the mathematical modeling of free voltage fluctuations in the windings of the transformer. Studied the original, ultimate stress distribution and spatial distribution of free harmonic voltage fluctuations in the windings of the transformer.

Keywords: wave process, mathematical modeling, pulse over, impulse, mutual, transformer winding, partial derivatives, initial conditions, boundary conditions.

Мазур Т.А. Волновые процессы в обмотки трансформатора при воздействии на них импульсных перенапряжений. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.14.02 - электрические станции, сети и системы, Национальный университет «Львівська політехніка», Львов, 2017.

В диссертационной работе решена научно-прикладное задание, которое заключается в разработке и улучшению методов анализа волновых процессов в обмотках трансформатора, с целью выбора изоляции обмоток трансформаторов и схем защиты, а также методов решения уравнений в частных производных. Проведен анализ различных форм импульса перенапряжений при моделировании свободных колебаний напряжения в обмотках трансформаторов. Исследованы начальные, конечные распределение напряжения и пространственное распределение гармоник свободных колебаний напряжения в обмотках трансформаторов.

Целью диссертационной работы является разработка математических моделей для исследования электромагнитных процессов с учетом распределённости параметров в высоковольтных трансформаторах и анализ волновых процессов при импульсных перенапряжениях в электрических сетях для оценки запаса электрической прочности изоляции трансформаторов.

В диссертационной работе наведено характеристики волновых процессов в обмотках трансформатора при импульсных перенапряжениях в электрической сети. Разработаны математические модели и методы расчета волновых процессов в обмотках высоковольтных трансформаторов с учетом и без учета взаимной индукции между обмотками. Разработана математическая модель двухобмоточного трансформатора. Выполнен расчет волновых процессов в обмотках высоковольтных трансформаторов при импульсных перенапряжениях в электрической сети для оценки электрической прочности изоляции трансформаторов. Разработаны математические модели для исследования волновых процессов в высоковольтных трансформаторах с использованием преобразований Лапласа.

Усовершенствована математическая модель высоковольтных трансформаторов в части учета токов утечки между обмотками, что позволило исследовать волновые процессы в обмотках трансформаторов при импульсных перенапряжениях в электрических сетях. Разработана новая математическая модель высоковольтного трансформатора, учитывающая распределённость параметров, позволяет осуществлять расчет распределения напряжения вдоль обмотки трансформаторов и их продолжительность во время импульсных перенапряжений в электрических сетях. Впервые использован метод разделения переменных для решения интегрально-дифференциальных уравнений, описывающих волновые процессы в обмотках трансформаторов, позволяет исследовать процессы в обмотках с частотой, соответствующей всей обмотке так и с собственной частотой.

Научное значение работы состоит в дальнейшем развитии методов анализа высокочастотных процессов в обмотках силовых высоковольтных, которые возбуждаются при воздействии на них импульсных перенапряжений. Разработанные модели позволяют учесть влияние характеристики изоляции обмотки и их конструкции на протекание переходного процесса.

Практическое значение полученных результатов заключается в том, что применение разработанных программных средств дает возможность осуществлять

анализ волновых процессов в обмотках силовых трансформаторов при воздействии на них импульсных перенапряжений различных форм волны. Это позволяет оценивать запасы электрической прочности изоляции и осуществить выбор средств защиты, необходимых для обеспечения достаточной эксплуатационной надежности силовых трансформаторов.

Ключевые слова: волновой процесс, математическое моделирование, импульсная перенапряжения, импульс, взаимоиндукция, обмотка трансформатора, частные производные, исходные условия, граничные условия.