

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Олійник Ірина Степанівна

*і. олійник*

УДК 519.876.5

**Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем  
методами оптимального планування насичених експериментів**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

**Автореферат**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Львів – 2018

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Тернопільському національному економічному університеті Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор  
**Дивак Микола Петрович**,  
Тернопільський національний економічний  
університет, декан факультету комп'ютерних  
інформаційних технологій.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор  
**Костробій Петро Петрович**,  
Національний університет «Львівська політехніка»,  
завідувач кафедри прикладної математики

доктор технічних наук, професор  
**Гребенік Ігор Валерійович**,  
Харківський національний університет  
радіоелектроніки,  
завідувач кафедри системотехніки

Захист відбудеться 02 липня 2018 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.05 у Національному університеті «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12, 226 ауд. головного корпусу).

Із дисертацією можна ознайомитися в науково-технічній бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розіслано «29» 05 2018 р.

Учений секретар  
спеціалізованої вченої ради,  
доктор технічних наук, професор



Р. А. Бунь

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Математичне моделювання є одним із основних інструментів при дослідженні існуючих та проектуванні нових систем. Серед широкого класу систем виділяють статичні (безінерційні), в яких ігнорують перехідні процеси або в силу їхніх фізичних особливостей, або в силу низької частоти дискретизації, коли до уваги приймаються усталені режими роботи системи. Прикладом таких систем є малі гідроелектростанції, спрощений математичний опис яких є необхідним для визначення можливостей станції щодо кількості генерованої електроенергії. Іншим прикладом спрощеного опису є актуальна задача екологічного моніторингу довкілля, зокрема, представлення залежності між концентраціями шкідливих викидів в атмосферу автотранспортом та чинниками впливу на забруднення, наприклад, інтенсивністю транспортних потоків. Часто єдиним способом побудови математичного опису таких задач є використання результатів експерименту з певними похибками вимірювань, межі яких переважно є відомими. Для встановлення зв'язків між вхідними та вихідними змінними за результатами експерименту будують спрощене представлення статичної системи у вигляді математичної моделі. Такий процес називають ідентифікацією. На практиці розрізняють структурну та параметричну ідентифікацію моделі.

Для моделювання статичних систем розроблено достатню кількість методів параметричної та структурної ідентифікації їх моделей із використанням експериментальних даних. Вагомий внесок у розвиток цих методів внесли українські та зарубіжні вчені Бакан Г.М., Воцинін О.П., Грановський В.А., Дивак М.П., Кунцевич В.М., Красовський М.М., Куржанський А.Б., Личак М.М., Пшеничний Б.М., Шарий С.П., Шокін Ю.І., Черноусько Ф.Л., Milanese M., Norton J.P., Pronzanto L., Schwepper F.S., Vicino E. та ін.

Основною обчислювальною задачею параметричної ідентифікації моделі статичної системи на основі аналізу інтервальних даних є обчислення розв'язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР), а основною проблемою – складність форми представлення області розв'язку ІСЛАР (у вигляді многогранної області), і як результат – складність оперування моделлю. Зокрема, пов'язану з тим, що в загальному випадку для обчислення меж інтервальної оцінки вихідної характеристики статичної системи для одного набору вхідних змінних необхідно розв'язати дві задачі лінійного програмування. Тому для практичних застосувань використовують методи наближення області розв'язків ІСЛАР – результату параметричної ідентифікації статичної системи. На сьогоднішній день відомими є такі методи наближення області розв'язків ІСЛАР: інтервальні, еліпсоїдні та з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР. Останнім часом для розв'язування прикладних задач моделювання використовують метод з виділенням «насиченого» блоку, коли оцінки області параметрів отримують шляхом вибору найбільш «інформативних» інтервальних рівнянь із ІСЛАР, кількість яких дорівнює кількості невідомих параметрів. Зазначену процедуру реалізують із застосуванням методів оптимального планування насичених експериментів. Такий спосіб оцінювання області розв'язків ІСЛАР має ряд переваг у порівнянні з іншими. Зокрема, відзначається високою точністю наближення області параметрів моделі та можливістю переходу до

еліпсоїдних оцінок області із використанням аналітичних виразів. Проте відомі методи характеризуються високою обчислювальною складністю, тому не набули широкого застосування у прикладних дослідженнях.

За цих умов актуальною є науково-прикладна задача зниження обчислювальної складності методів параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем (ІМСС) з гарантованими прогностичними властивостями за рахунок створення нових методів еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Тема дисертації відповідає науковому напрямку кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету. Дисертація виконана в межах науково-дослідних робіт: «Математичне та програмне забезпечення для класифікації тканин хірургічної рани в процесі операції на органах шиї» (державний реєстраційний номер 0117U000410), у якій автором розроблено методи параметричної ідентифікації ІМСС для задач класифікації тканин хірургічної рани в процесі операції на органах шиї; «Теорія побудови та методи реалізації в реальному часі міждисциплінарних математичних моделей зміни стану складних об'єктів» (державний реєстраційний номер 0114U000569), у якій уперше запропоновано метод параметричної ідентифікації ІМСС, побудований на редукції ІСЛАР, у якому використано еліпсоїдну оцінку множини значень параметрів; «Математичне та програмне забезпечення для контролю забруднення атмосфери автотранспортом» (державний реєстраційний номер 0116U005507), у якій автором побудовано модель добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту в залежності від інтенсивності транспортних потоків, відносної вологості та температури повітря; «Математичне та програмне забезпечення складних систем в умовах структурної та параметричної невизначеностей» (державний реєстраційний номер 0117U000145), у якій автором розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту; «Макромодельовання складних систем та процесів в умовах структурної невизначеності на основі неточних даних» (державний реєстраційний номер 0111U010356), у якій автором удосконалено метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем; «Методи та засоби математичного моделювання складних систем на основі теоретико-множинного та інтервального підходів» (державний реєстраційний номер 0106U012529), у якій автором удосконалено систему комп'ютерного моделювання статичних систем, програмна частина якої відрізняється від існуючих структурною та алгоритмічною організацією.

Усі вищезгадані роботи виконувалися за безпосередньої участі автора, котрий був виконавцем.

**Мета та завдання дослідження.** Метою дисертаційного дослідження є зниження обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації ІМСС за рахунок створення та застосування нового методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів з простішими обчислювальними схемами оптимального насиченого планування експерименту, зорієнтованими

на оптимізацію прогностичних властивостей ІМСС.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі необхідно було вирішити такі основні *завдання*:

- провести аналіз методів ідентифікації параметрів ІМСС і визначити основну складність розв'язування цієї задачі;
- розробити метод еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС, який би забезпечив зниження обчислювальної складності у порівнянні з відомими методами;
- чисельно дослідити збіжність розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС;
- удосконалити процедуру редукації ІСЛАР у методі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем;
- провести порівняльний аналіз складності застосування розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС та методів випадкового пошуку;
- розробити інструментальні засоби у вигляді прикладної програмної системи для моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних;
- провести апробацію розробленого методу із використанням створених інструментальних засобів на задачах моделювання в енергетиці та екології.

*Об'єкт дослідження* – процес ідентифікації параметрів ІМСС.

*Предмет дослідження* – методи ідентифікації параметрів ІМСС на основі оптимального планування насичених експериментів.

**Методи дослідження.** Методи дослідження базуються на методах загальної теорії систем, методах теоретико-множинного підходу та аналізу інтервальних даних, які є визначальними для досягнення мети дисертаційної роботи. При розробці методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС із використанням обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експериментів було застосовано методи аналізу інтервальних даних. Для дослідження збіжності та обчислювальної складності методу та алгоритму ідентифікації параметрів використано комп'ютерне моделювання. Розв'язування ІСЛАР здійснювали методами математичного програмування. Для проектування програмної системи використано об'єктно-орієнтований підхід, а для її реалізації – мову C# та .NET технологію.

**Наукова новизна одержаних результатів.** У межах дисертаційної роботи *вперше*:

- розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту, що забезпечило зниження обчислювальної складності у порівнянні із відомими методами оцінювання;
- розроблено метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем, який, на відміну від існуючих, ґрунтується на ітераційній обчислювальній процедурі оптимізації прогностичних властивостей інтервальних моделей, що забезпечило меншу обчислювальну складність його реалізації у порівнянні з відомими методами;

**удосконалено:**

- метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, побудований на редукції інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь, у якому використано розроблений метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів, що у сукупності забезпечило зниження обчислювальної складності;

**набула подальшого розвитку:**

- система комп'ютерного моделювання статичних систем, що відрізняється структурною та алгоритмічною організацією програмної частини, за рахунок використання модулів ідентифікації параметрів моделей з гарантованими прогностичними властивостями, що розширило функціональні можливості зазначеної системи.

**Практичне значення одержаних результатів** полягає у тому, що на основі розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС із використанням обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експериментів створено програмну підсистему, придатну для комп'ютерного моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних. Програмне забезпечення реалізовано мовою програмування C#, із застосуванням .NET технології. Систему комп'ютерного моделювання використано для оцінювання потенційних можливостей використання наявних гідроресурсів малою гідроелектростанцією «Топольки» у м. Бучач, для збільшення кількості генерованої електроенергії та для моніторингу добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту в залежності від інтенсивності транспортних потоків, відносної вологості та температури повітря на прикладі м. Тернопіль, а також при виконанні низки науково-дослідних робіт. На підставі проведених у дисертаційній роботі досліджень розроблено методичне забезпечення, яке використовують у навчальному процесі Тернопільського національного економічного університету при викладанні дисциплін «Моделювання та аналіз програмного забезпечення», «Архітектура та проектування програмного забезпечення» та «Інтервальні обчислення». Акти використання результатів дисертаційного дослідження подано в додатках до дисертації.

**Особистий внесок здобувача.** Усі результати, викладені в дисертаційній роботі, отримано автором самостійно. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, автором: [1] – розроблено метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС з ітераційною обчислювальною схемою оптимального планування експерименту; [2] – проведено порівняльний аналіз обчислювальної складності методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС, порівняно з іншими методами; [3] – проведено удосконалення методу параметричної ідентифікації із застосуванням процедури оцінювання множини параметрів ІМСС на основі обчислювальних схем оптимального планування експерименту; [5] – розроблено програмну систему для реалізації методу параметричної ідентифікації ІМСС; [6] – побудовано інтервальну модель прогнозування кількості електроенергії, генерованої малою гідроелектростанцією на основі методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС з ітераційною обчислювальною схемою оптимального планування експерименту; [7] – описано

вибір «насиченого» блоку ІСЛАР у задачі параметричної ідентифікації ІМСС; [8] – розглянуто процедуру редукції ІСЛАР для удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІМСС; [9] – на основі методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС з ітераційною обчислювальною схемою оптимального планування експерименту побудовано макромодель прогнозування кількості електроенергії, генерованої малою гідроелектростанцією, залежно від вхідних чинників: реактивної потужності, напору та рівня води на гідропості; [10] – розглянуто метод параметричної ідентифікації ІМСС з удосконаленою процедурою редукції ІСЛАР та його застосування для моделювання роботи малої гідроелектростанції; [12] – здійснено перевірку ефективності методу  $I_G$ -оптимального послідовного планування експерименту для різних законів розподілу похибки в даних; [13] – розглянуто можливості оптимізації обчислювальної процедури реалізації методу послідовного  $I_G$ -оптимального планування експерименту.

**Апробація результатів дисертації.** Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на таких конференціях та наукових семінарах: 13-й міжнародній конференції “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science” (TCSET’2016), Львів-Славське – 2016 р.; 14-й міжнародній конференції “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” (CADSM’2017), Львів – Поляна – 2017 р.; 15-й – 17-й міжнародних конференціях “Computational Problems of Electrical Engineering” (CPEE’2014, CPEE’2015, CPEE’2016), Vratna Dolina, Slovak Republic – 2014 р., Lviv, Ukraine – 2015 р., Sandomierz, Poland – 2016 р.; 8-й міжнародній літній школі-семінарі для молодих науковців «Індуктивне моделювання: теорія і застосування», с. Жукін, Київська обл. – 2015 р.; 3-й – 5-й всеукраїнських школах-семінарах молодих вчених і студентів “Advanced Computer Information Technology” (ACIT’2013 – ACIT’2015), Тернопіль, 2013 – 2015 рр.); 9-й Всеукраїнській науковій Інтернет-конференції «Місце та роль міждисциплінарних зв’язків при проведенні наукових досліджень», Тернопіль, 2012 р.; міжнародній науково-технічній конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій», Тернопіль, ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2012 р.; проблемно-наукових міжгалузевих конференціях «Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання та управління» (ПНМК-2008, ПНМК-2009), Бучач – 2008 р., 2009 р.; наукових семінарах кафедри комп’ютерних наук Тернопільського національного економічного університету (2009-2017 рр.).

**Публікації.** За результатами дисертаційного дослідження опубліковано 17 наукових праць із загальним обсягом 60 сторінок, зокрема 5 статей у наукових фахових виданнях України [1-5], одне з яких входить до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus [2], 12 публікацій у матеріалах конференцій [6-17], 4 з яких входять до міжнародної наукометричної бази Scopus [7-10].

**Структура та обсяг роботи.** Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 125 найменувань та двох додатків. Загальний обсяг роботи складає 175 сторінок друкарського тексту, з них 125 сторінок основного тексту. Робота містить 43 рисунки та 12 таблиць.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** зазначено актуальність теми дисертації, обґрунтовано мету та основні завдання дослідження. Описано зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Сформульовано наукову новизну отриманих результатів дисертаційного дослідження. Зазначено дані про особистий внесок автора, апробацію результатів роботи та публікації.

У **першому розділі** наведено постановку задачі параметричної ідентифікації ІМСС. Модель статичної системи розглядають у вигляді лінійного за параметрами рівняння:

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \beta_1 \varphi_1(\vec{x}) + \dots + \beta_m \varphi_m(\vec{x}),$$

де  $\varphi_1(\vec{x}), \dots, \varphi_m(\vec{x})$  – відомі базисні функції;  $\beta_1, \dots, \beta_m$  – невідомі оцінки параметрів;  $m$  – кількість неведомих параметрів моделі.

Дані для ідентифікації представляють у вигляді матриці  $X$  значень вхідних змінних та вектора  $\vec{Y}$  значень вихідної змінної:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11}, \dots, x_{1m} \\ \vdots \\ x_{N1}, \dots, x_{Nm} \end{pmatrix}; \quad \vec{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}.$$

Приймаючи до уваги припущення, що  $y_i^- \leq y_{oi} \leq y_i^+$ , ( $i=1, \dots, N$ ), формують ІСЛАР:

$$y_i^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_i) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_i) \leq y_i^+, \quad (i=1, \dots, N). \quad (1)$$

У матричному вигляді ІСЛАР (1) набуває вигляду:

$$\vec{Y}^- \leq F \cdot \vec{b} \leq \vec{Y}^+, \quad (2)$$

де  $\vec{Y}^- = \{y_i^-, i=1, \dots, N\}$ ,  $\vec{Y}^+ = \{y_i^+, i=1, \dots, N\}$  – вектори, складені із верхніх та нижніх меж інтервалів  $[y_i^-, y_i^+]$  відповідно;  $F$  – відома матриця значень базисних функцій.

Далі у першому розділі проаналізовано методи ідентифікації параметрів ІМСС, визначено їх переваги та недоліки. Визначено, що основною обчислювальною задачею параметричної ідентифікації ІМСС є обчислення розв'язків ІСЛАР, а основною проблемою є складність форми представлення області розв'язку ІСЛАР (у вигляді многогранної області), і як результат – складність оперування моделлю. Тому для практичних застосувань використовують методи наближення області розв'язків ІСЛАР – результату параметричної ідентифікації статичної системи: інтервальні, еліпсоїдні та з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР.

Якщо кількість неведомих параметрів моделі статичної системи співпадає з кількістю експериментальних інтервальних даних ( $N=m$ ), то такий випадок називають насиченим експериментом, а квадратну матрицю  $F_m$  – «насиченим» блоком. Область оцінювання розв'язків ІСЛАР у вигляді «насиченого» блоку має вигляд паралелотопа – геометричної фігури з  $2^m$  вершинами і  $m$ -попарно паралельними гранями. Недоліками методу з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР є обчислювальна складність першого кроку формування «насиченого»



блоку із розв'язування оптимізаційної задачі з нелінійною функцією мети, яка навіть для задач невеликої розмірності ІСЛАР буде містити велику кількість локальних мінімумів:

$$\left( \prod_{i=1}^m (y_i^+ - y_i^-)^2 \right) \cdot \det(F_m \cdot F_m^T)^{-1} \xrightarrow{F_m} \min, \quad (3)$$

де  $F_m = \{ \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i), i = 1, \dots, m \}$ ,  $\vec{x}_i, i = 1, \dots, N$  – стовпчик матриці  $X$ .

Водночас цей метод має ряд переваг у порівнянні з іншими методами локалізації розв'язків ІСЛАР. Зокрема, можливість побудови оптимальної еліпсоїдної оцінки цієї області та відповідно функціонального коридору інтервальних моделей з аналітично заданими неперервними та не кусковими межами. Враховуючи вищезазначене, актуальною є задача удосконалення методів параметричної ідентифікації ІМСС на основі створення нових методів локалізації із виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР, з простішими обчислювальними схемами, націленими на оптимізацію прогностичних властивостей ІМСС.

У заключній частині цього розділу сформульовано основні задачі дисертаційного дослідження.

У **другому розділі** створено новий метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС за обчислювальною схемою  $I_G$ -оптимального насиченого планування експерименту [1, 2, 7, 11-14].

Важливою оцінкою прогностичних властивостей інтервальної моделі є максимальна на області вхідних змінних  $\vec{x} \in \mathcal{X}$  похибка прогнозування, відповідно:

$$\Delta_{y(\vec{x})} = 2 \cdot \sum_{j=1}^m |\alpha_j(\vec{x}) \cdot \Delta_j|, \quad \vec{x} \in \mathcal{X}; \quad \vec{\alpha}^T(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot F_m^{-1}, \quad (4)$$

де  $\alpha_j(\vec{x})$  –  $j$ -та компонента вектора  $\vec{\alpha}(\vec{x})$ , яка у загальному випадку залежить від вибору точки на області експерименту;  $\Delta_j = 0,5 \cdot (y_j^+ - y_j^-)$  – інтервальні похибки у точках  $\vec{x}_j$  спостережень.

Умова вибору «насиченого» блоку із мінімізації максимальної похибки прогнозування на області значень вхідних змінних  $\vec{x} \in X$ , які визначають стрічки матриці  $X$ , формально має таке представлення:

$$\max_{\vec{x} \in X} \left\{ 2 \cdot \sum_{j=1}^m |\alpha_j(\vec{x}) \cdot \Delta_j| \right\} \xrightarrow{F_m} \min, \quad \vec{\alpha}^T(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot F_m^{-1}. \quad (5)$$

Позначимо як  $\Delta_{\max}(F_m)$  – максимальне значення похибки прогнозування на області вхідних змінних  $\vec{x} \in X$  для обраного «насиченого» блоку.

На першому кроці методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС обираємо з ІСЛАР довільним чином «насичений» блок, обчислюємо його область розв'язків  $\Omega_m$ . У результаті отримуємо коридор прогнозування інтервальними моделями у вигляді:

$$[\hat{y}(\vec{x})] \Big|_{\vec{b} \in \Omega_m} = [\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\vec{y}(\vec{x})} \Big|_{\vec{b} \in \Omega_m}; \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b} + \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\vec{y}(\vec{x})} \Big|_{\vec{b} \in \Omega_m}] , \quad (6)$$

де  $\Delta_{\vec{y}(\vec{x})}$  визначено виразом (4).

По аналогії з процедурою послідовного  $I_G$ -оптимального планування, спираючись на вираз (5), серед  $\vec{x}_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) стрічок матриці  $X$  значень вхідних змінних, для яких складена ІСЛАР, обираємо вектор-стрічку  $\vec{x}^{\max}$ , для якої значення похибки прогнозування максимальне, тобто:

$$\vec{x}^{\max} = \arg \max_{\vec{x}_i=1, \dots, N} \left\{ 2 \cdot \sum_{j=1}^m |\alpha_j(\vec{x}_i) \cdot \Delta_j|, \vec{x}_i, i=1, \dots, N \right\}, \quad \vec{\alpha}^T(\vec{x}_i) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot F_m^{-1}. \quad (7)$$

Отриманий з (7) вектор є вектором значень вхідних змінних, що визначає певне інтервальне рівняння в ІСЛАР. Згідно з процедурою послідовного  $I_G$ -оптимального планування, саме у цій точці необхідно проводити чергове вимірювання. Якщо б вектор  $\vec{x}^{\max}$  співпадав з вектором значень вхідних змінних, для якого побудовано одне з інтервальних рівнянь «насиченого» блоку ІСЛАР, то він би задавав вектор-стрічку з мінімальним значенням похибки прогнозування. У поточному «насиченому» блоці одне з інтервальних рівнянь замінюємо на інтервальне рівняння ІСЛАР з вектором значень вхідних змінних  $\vec{x}^{\max}$ , яке визначаємо за формулою (7). Таким чином, по аналогії з процедурою послідовного  $I_G$ -оптимального планування, «імітується» процедура додаткового вимірювання у точці  $\vec{x}^{\max}$  з максимальною похибкою прогнозування із застосуванням інтервальної моделі, отримуючи вимірювання з мінімальною інтервальною похибкою. Проте, на відміну від процедури  $I_G$ -оптимального послідовного планування експерименту, зазначену точку обираємо на дискретній множині вектор-стрічок  $\vec{x}_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) матриці  $X$ . Нижню і верхню межі для отриманого інтервалу позначаємо відповідно:  $\hat{y}_{\min}^-$ ,  $\hat{y}_{\min}^+$ .

Зазначену процедуру проводимо для кожного інтервального рівняння «насиченого» блоку. Зокрема, у випадку заміни  $p$ -го інтервального рівняння, де  $p=1, \dots, m$  – індекс, що в даному випадку означає номер «насиченого» блоку:

$$\begin{cases} y_1^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_1) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_1) \leq y_1^+ \\ \vdots \\ \hat{y}_{\min}^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}^{\max}) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}^{\max}) \leq \hat{y}_{\min}^+ \\ \vdots \\ y_m^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_m) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_m) \leq y_m^+ \end{cases} \quad (8)$$

Далі для кожного з  $m$  «насичених» блоків отримуємо  $m$  значень максимальних похибок для відповідних інтервальних моделей:

$$\Delta_{\max}(F_m(p)) = \max_{x_i, i=1, \dots, N} \left\{ 2 \cdot \sum_{j=1}^m |\alpha_{jp}(\vec{x}_i) \cdot \Delta_j| \right\}, \quad \vec{\alpha}_p^T(\vec{x}_i) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot F_m^{-1}(p), \quad (9)$$

де  $F_m(p)$  – матриця значень базових функцій для  $p$ -го блоку,  $\alpha_{jp}(\bar{x}_i)$  –  $i$ -та компонента вектора  $\bar{\alpha}$ , обчислена для  $p$ -го «насиченого» блоку.

З  $m$  «насичених» блоків обираємо той, який забезпечує найменше значення послідовності (9), тобто:

$$F_m^{opt} = \arg \min_{p=1, \dots, m} \{ \Delta_{\max}(F_m(p)), p = 1, \dots, m \}. \quad (10)$$

Застосовуючи процедуру (7), отримуємо  $\bar{x}^{\max}$  – вектор-стрічку, для якої досягається максимальна похибка прогнозу інтервальною моделлю, оцінки множини значень параметрів якої обчислено із обраного у вищеописаний спосіб «насиченого» блоку.

Ітерації необхідно продовжувати до тих пір, поки не буде отримано такий «насичений» блок, заміна інтервальних рівнянь якого не призведе до зменшення максимальної похибки прогнозування інтервальними моделями.

Алгоритм реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС:

Крок 1. Довільний вибір «насиченого» блоку із ІСЛАР.

Крок 2. Визначення вектора-стрічки  $\bar{x}^{\max}$  матриці  $X$  із (7).

Крок 3. Формування набору «насичених» блоків (8) заміною кожного із  $m$  інтервальних рівнянь поточного «насиченого» блоку на інтервальне рівняння ІСЛАР з вектором значень вхідних змінних  $\bar{x}^{\max}$  та обчислення максимальних похибок прогнозування (4) для інтервальних моделей, оцінки областей значень параметрів яких обчислено для кожного «насиченого» блоку з набору (8).

Крок 4. Вибір оптимального «насиченого» блоку із набору (8) за виразом (10). Якщо значення максимальної похибки для знайденого оптимального «насиченого» блоку більше від визначеного на попередній ітерації, то – кінець процедури, а оптимальним вважати «насичений» блок, знайдений за виразом (10) на попередній ітерації. Інакше – перехід на крок 2.

За допомогою запропонованого методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС здійснюємо напрямлений, а не повний, перебір «насичених» блоків, складених із загальної ІСЛАР (2) із  $N$  інтервальних рівнянь.

Отже, результатом наведеної вище обчислювальної процедури є «насичений» блок, який у матричному вигляді має таке представлення:

$$\bar{Y}^- \leq F_m \cdot \bar{b} \leq \bar{Y}^+. \quad (11)$$

Тепер, користуючись відомою теоремою із праці М. П. Дивака, О. П. Вошиніна, отримаємо гарантовану оптимальну (мінімальних розмірів) еліпсоїдну оцінку області розв'язків ІСЛАР у вигляді:

$$Q_m = \left\{ \bar{b} \in R^m \mid (\bar{b} - \bar{\bar{b}})^T \cdot F_m^T \cdot E^{-2} \cdot F_m \cdot (\bar{b} - \bar{\bar{b}}) = m \right\}, \quad (12)$$

де  $\bar{\bar{b}} = F_m^{-1} \cdot 0,5 \cdot ((y_1^+ + y_1^-), \dots, (y_m^+ + y_m^-))^T$  – вектор, який задає центр еліпсоїда;

$E = \text{diag} \left\{ 0,5 \cdot (y_1^+ - y_1^-, \dots, y_i^+ - y_i^-, \dots, y_m^+ - y_m^-) \right\}$  – діагональна матриця інтервальних похибок для вибраних базових рівнянь.

У підрозділі 2.3 проведено дослідження збіжності методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС із застосуванням обчислювальних

експериментів. У процесі досліджень встановлено, що незалежно від вибору початкових умов, обчислювальна процедура збігається до одного розв'язку, якщо він є єдиним.

За результатами, отриманими у розділі 2, запропоновано та обґрунтовано новий метод  $I_G$ -оптимального насиченого планування експериментів, у якому використано вищеописані ітераційні обчислювальні процедури оптимізації прогностичних властивостей інтервальних моделей. Таке поєднання забезпечило зниження обчислювальної складності процедур насиченого планування експериментів, з результатами, представленими в інтервальному вигляді.

У **третьому розділі** удосконалено метод параметричної ідентифікації ІМСС та внесено зміни в обчислювальну схему редукції ІСЛАР, які забезпечують отримання коректних розв'язків, або дають можливість встановити їх відсутність (у випадку несумісності ІСЛАР) [3, 4, 8, 15, 17].

У процесі розв'язування задачі параметричної ідентифікації ІМСС з умовою формування початкової множини оцінок параметрів із використанням методу оцінювання множини значень цих параметрів за обчислювальною схемою  $I_G$ -оптимального насиченого планування експерименту враховують інтервальні рівняння ІСЛАР, що не увійшли в «насичений» блок. Тобто здійснюють локалізацію розв'язків ІСЛАР у спосіб редукції її інтервальних рівнянь. Процедуру редукції на множинному рівні записують у вигляді:

$$\Omega_m(k) \supseteq \Omega_m(k-1) \cap \tilde{\Omega}(k), \quad (13)$$

де  $\Omega_m(k-1)$ ,  $\Omega_m(k)$  – множинні (локалізаційні) оцінки параметрів інтервальних моделей (результати редукції загальної ІСЛАР на  $(k-1)$ -му та  $k$ -му кроках, відповідно);  $\tilde{\Omega}(k)$  – множинні оцінки параметрів інтервальних моделей, отримані з  $k$ -го інтервального рівняння загальної ІСЛАР, яке не належить «насиченому» блоку.

Для реалізації процедури (11) в існуючому методі редукції уведено скалярні функції:

$$L_s(k) = y_{k+1}^- - \bar{\varphi}^T(\bar{x}_{k+1}) \cdot \bar{b}_s(k), \quad L'_s(k) = \bar{\varphi}^T(\bar{x}_{k+1}) \cdot \bar{b}_s(k) - y_{k+1}^+, \quad (14)$$

що відображають взаємне розміщення вершин області розв'язків у вигляді паралелографа  $\Omega_m(k-1)$  та області розв'язків  $\tilde{\Omega}(k)$  – одного інтервального

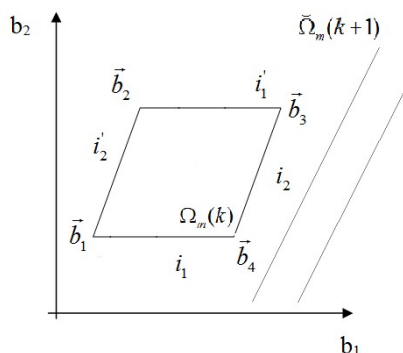


Рисунок 1 – Ілюстрація несумісності ІСЛАР

рівняння, для якого здійснюємо редукцію. У формулі (14)  $\bar{x}_{k+1}$  – вектор значень вхідних змінних  $(k+1)$ -го інтервального рівняння в ІСЛАР, яке не увійшло до вибраного «насиченого» блоку;  $y_{k+1}^-$ ,  $y_{k+1}^+$  – нижня та верхня межі інтервалу для значень вихідної змінної в  $k+1$  інтервальному рівнянні ІСЛАР;  $s=1, \dots, 2^m$  – номер (індекс) вершини паралелографа.

У процесі реалізації існуючого методу редукції ІСЛАР можуть виникати випадки некоректних обчислень, коли ІСЛАР (2) є несумісною. Такий випадок проілюстровано на рис. 1.

Як бачимо з рис.1, для випадку  $m=2$  усі вершини  $(\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3, \vec{b}_4)$  паралелограма  $\Omega_m(k)$  (області розв'язків ІСЛАР) розміщені з одного боку гіперсмути  $\check{\Omega}(k+1)$  (області розв'язків  $k$ -го інтервального рівняння), що означає додатність значень функцій  $L_s(k) > 0 \forall s=1, \dots, 4$ , або  $L'_s(k) > 0 \forall s=1, \dots, 4$ . Тобто інтервальне рівняння з областю розв'язків у вигляді гіперсмути  $\check{\Omega}(k+1)$  є неінформативним, а ІСЛАР у цьому випадку є несумісною.

З метою урахування такого випадку, а також для зниження обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації ІМСС, який побудований на процедурі редукції (13), проведено удосконалення існуючого методу. У цьому випадку обчислювальна схема зазначеного методу набула нижче описаного вигляду.

Крок 1. Вибір із ІСЛАР (4)  $m$  базових інтервальних рівнянь («насиченого» блоку) із розв'язування оптимізаційної задачі (7) (на відміну від існуючого методу).

Крок 2. Обчислення значень скалярних функцій  $L_s(k)$  та  $L'_s(k)$  від вершин (означених індексом  $s$ ) області розв'язків ІСЛАР вибраного «насиченого» блоку.

Крок 3. Обчислення значень  $\delta_i^-(k+1)$  та  $\delta_i^+(k+1)$ , які задають зменшення розмірів області  $\Omega_m(k)$  – розв'язків редукованої ІСЛАР на  $k+1$  кроці (на відміну від існуючого методу):

$$\delta_i^-(k+1) = \begin{cases} \min_{s=1, \dots, 2^{m-1}} \{L_s(k) / |\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i|\}, \\ \text{якщо } (L_s(k) > 0, s=1, \dots, 2^{m-1}) \wedge (\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \neq 0) \wedge (\exists L_s(k) < 0, s=1, \dots, 2^m), \\ 0, \text{ якщо } L_s(k) \leq 0 \\ \text{"розв'язок ІСЛАР відсутній", якщо } (L_s(k) > 0, \forall s=1, \dots, 2^m) \end{cases} \quad (15)$$

$$\delta_i^+(k+1) = \begin{cases} \min_{s=1, \dots, 2^{m-1}} \{L'_s(k) / |\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i|\}, \\ \text{якщо } (L'_s(k) > 0, s=1, \dots, 2^{m-1}) \wedge (\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \neq 0) \wedge (\exists L'_s(k) < 0, s=1, \dots, 2^m). \\ 0, \text{ якщо } L'_s(k) \leq 0 \\ \text{"розв'язок ІСЛАР відсутній", якщо } (L'_s(k) > 0, \forall s=1, \dots, 2^m) \end{cases} \quad (16)$$

Крок 4. Обчислення меж інтервалу  $[y_i^-(k+1); y_i^+(k+1)]$  значень вихідної змінної в базових інтервальних рівняннях «насиченого» блоку на  $(k+1)$ -й ( $k=1, \dots, N-m$ ) ітерації:

$$y_i^-(k+1) = y_i^-(k) + \delta_i^-(k+1), \quad y_i^+(k+1) = y_i^+(k) - \delta_i^+(k+1), \quad i=1, \dots, m. \quad (17)$$

5. Якщо  $k \leq N-m$ , то перехід на крок 2. У протилежному випадку – завершення процедури.

Таким чином, застосування зазначеної процедури дає можливість отримати розв'язок задачі параметричної ідентифікації ІМСС у вигляді еліпсоїдної оцінки (12).

Далі, у підрозділі 3.2, досліджено обчислювальну складність методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС за схемою оптимального

насиченого планування експерименту. За показник обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації обрано кількість операцій обчислення оберненої матриці  $F_m$  «насичених» блоків на першому кроці реалізації методу. Дослідження проводили методами комп'ютерного моделювання на конкретних прикладах з одночасним порівнянням з відомими методами: повного перебору та ряду методів випадкового пошуку, а також запропонованого. Фрагмент таблиці, що ілюструє схему обчислень мінімального значення функції мети для найкращого для цієї задачі методу випадкового пошуку – за лінійною тактикою), наведено на рис. 2, а для запропонованого методу – на рис. 3.

$N_2 \backslash N_1$	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	632.92	585.63	538.85	469.54	423.87	244.88	288.97	308.99	319.36
2	118.89	106.47	95.64	81.75	73.75	48.94	33.51	29.83	28.57
3	116.14	103.23	92.2	78.36	70.56	47.04	32.94	29.65	28.09
4	117.72	104.32	92.93	78.75	70.79	47.02	32.92	29.64	28.09
5	129.43	112.82	99.14	82.63	73.61	47.69	33.01	29.66	28.09
6	138.7	119.54	104.08	85.78	75.95	48.35	33.12	29.69	28.09
7	158.65	133.64	114.25	92.16	80.66	49.67	33.36	29.76	28.09
8	205.52	164.71	135.62	104.91	89.86	52.14	33.81	29.89	28.09

Рисунок 2 – Фрагмент таблиці, що ілюструє схему обчислень мінімального значення функції мети методом випадкового пошуку з лінійною тактикою

$N_2 \backslash N_1$	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	632.92	585.63	538.85	469.54	423.87	244.88	288.97	308.99	319.36
2	118.89	106.47	95.64	81.75	73.75	48.94	33.51	29.83	28.57
3	116.14	103.23	92.2	78.36	70.56	47.04	32.94	29.65	28.09
4	117.72	104.32	92.93	78.75	70.79	47.02	32.92	29.64	28.09
5	129.43	112.82	99.14	82.63	73.61	47.69	33.01	29.66	28.09
6	138.7	119.54	104.08	85.78	75.95	48.35	33.12	29.69	28.09
7	158.65	133.64	114.25	92.16	80.66	49.67	33.36	29.76	28.09
8	205.52	164.71	135.62	104.91	89.86	52.14	33.81	29.89	28.09
9	372.63	255.5	190.52	133.78	109.51	56.75	34.6	30.12	28.09
10	456.51	292.02	209.88	142.79	115.32	57.97	34.8	30.18	28.09
11	1716.66	548.27	314.74	183.54	139.87	62.45	35.5	30.38	28.09
12	$\infty$	804.76	384.77	204.94	151.73	64.31	35.77	30.45	28.09
13		$\infty$	735.2	273.54	185.69	68.8	36.4	30.63	28.09
14			$\infty$	433.78	246.91	74.68	37.16	30.84	28.09
15				$\infty$	568.79	87.97	38.64	31.24	29.11

Рисунок 3 – Фрагмент таблиці, що ілюструє схему обчислень мінімального значення функції мети запропонованим методом

У розглянутому прикладі для однакових початкових умов, застосовуючи метод повного комбінаторного перебору для визначення набору базових інтервальних рівнянь, необхідно було здійснити процедуру обернення матриці 190 разів; для методу випадкового пошуку з лінійною тактикою – 13 разів; для методу випадкового пошуку за найкращою спробою – 23 рази; застосовуючи ж метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту, процедуру обернення матриці довелося провести лише 3 рази.

Отже, застосування запропонованого методу забезпечило зниження обчислювальної складності у порівнянні з відомими методами оцінювання як

мінімум у 4 рази. Зокрема, порівняно з методом повного комбінаторного перебору – у 63 рази; методом випадкового пошуку з лінійною тактикою – у 4 рази; методом випадкового пошуку по найкращій спробі – у майже 8 разів.

Також, у підрозділі 3.3, методами комп'ютерного моделювання досліджено обчислювальну складність удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІМСС на основі процедури редукції ІСЛАР. Встановлено, що, в цілому, поєднання удосконаленої процедури редукції ІСЛАР та методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів забезпечує зменшення кількості результативних ітерацій редукції і, відповідно, зниження обчислювальної складності методу в цілому. На тестових прикладах показано зниження кількості ітерацій редукції від 1,8 до 5,6 разів.

У **четвертому розділі** описано розроблену програмну систему для реалізації удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІМСС, а також її апробацію для задачі параметричної ідентифікації інтервальної моделі характеристик малої гідроелектростанції та задачі моделювання взаємозв'язку між інтенсивністю транспортних потоків та забрудненням приземистого шару атмосфери діоксидом азоту [5, 6, 9, 10, 16].

Для реалізації програмного комплексу застосовано технологію .NET, мову програмування С# та використано інтегроване середовище розробки програмних продуктів Microsoft Visual Studio. Для зручності користування програмним комплексом розроблено графічний веб-інтерфейс. Архітектура програмної системи відображена в контексті рівня представлення даних. В межах такого підходу архітектура програмної системи є тришаровою. Архітектуру розробленої програмної системи представлено на рис. 4.

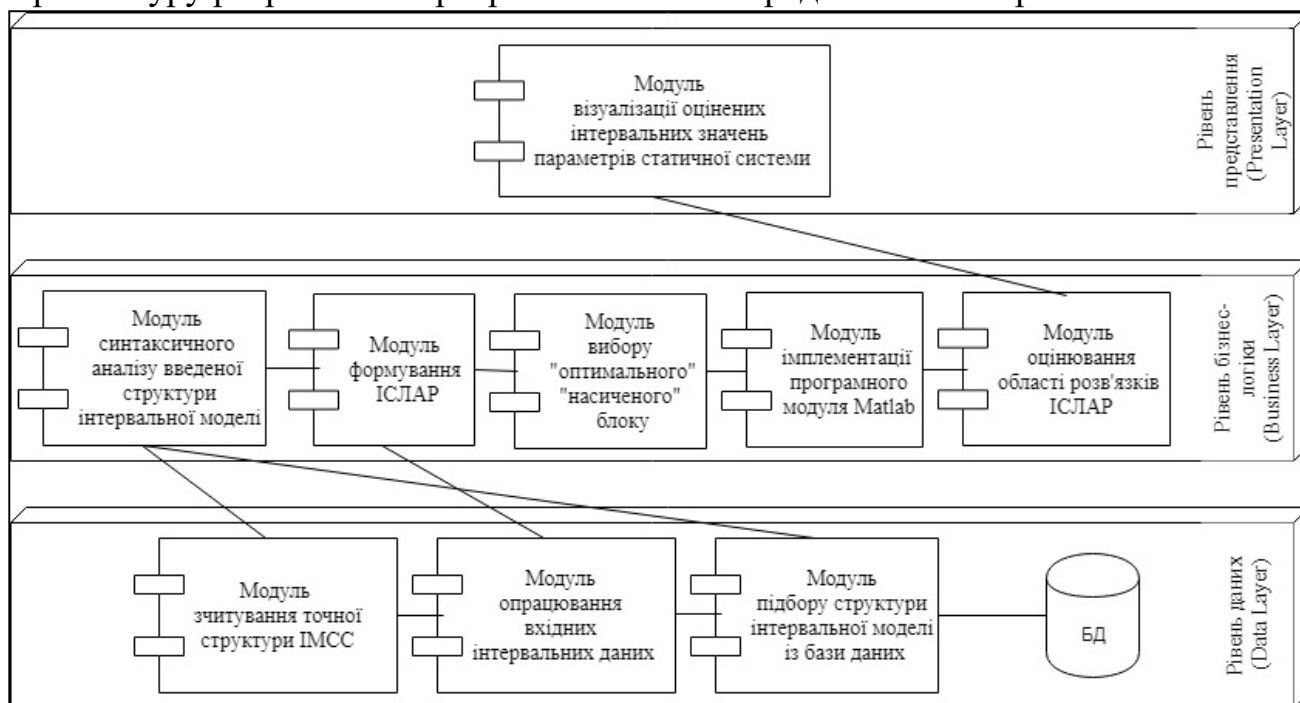


Рисунок 4 – Архітектура програмної системи комп'ютерного моделювання статичних систем на основі удосконаленого методу ідентифікації параметрів ІМСС

У підрозділі 4.2 описано застосування розробленої у дисертаційній роботі програмної системи для моделювання характеристик малої гідроелектростанції (МГЕС) [5].

Залежність між кількістю генерованої електроенергії та зовнішніми факторами впливу представлено в такому вигляді:

$$y(\vec{x}) = b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 x_3 + b_3 \cdot \sin(x_3) + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2, \quad (18)$$

де  $y(\vec{x})$  – згенерована електроенергія,  $x_1$  – реактивна потужність,  $x_2$  – різниця б'єфів на МГЕС,  $x_3$  – рівень води на гідропості.

Таблиця 1. Зведені дані про потужність та фактори впливу на її генерування у МГЕС

№	Реактивна потужність, кВт	Напір, м	Рівень води на гідропості, м	Згенерована електроенергія, кВт
I				
1	182,5	4,6	6,5	[1087,2;1211,28]
2	182,7	4,7	5,5	[1069,08;1191,092]
...	...	...	...	...
29	189,4	4,8	4,11	[1014,72;1130,528]
30	189,5	4,75	5,01	[1105,32;1231,468]

Фрагмент вихідних даних експериментальних досліджень, отриманих на МГЕС, наведено у табл. 1.

На рис. 5 наведено приклад візуалізації результатів роботи розробленої програмної системи для моделювання характеристик малої гідроелектростанції

Далі, у цьому розділі, із застосуванням розробленого методу параметричної ідентифікації розв'язано задачу

ідентифікації параметрів інтервальної моделі добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту (на прикладі міста Тернополя). Залежність концентрації шкідливої речовини від зовнішніх факторів представлено у вигляді:

$$y(\vec{x}) = b_1 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot (x_3 / x_2) + b_4 \cdot x_3^2, \quad (19)$$

де  $y(\vec{x})$  – невідома величина концентрації шкідливих викидів (діоксиду азоту),  $x_1$  – інтенсивність руху,  $x_2$  – відносна вологість повітря,  $x_3$  – температура повітря.

Фрагмент результатів вимірювань концентрації  $\text{NO}_2$ , інтенсивності руху, відносної вологості та температури повітря наведено у табл. 2.

На рис. 6 наведено графік часової залежності виміряних та прогнозованих концентрацій діоксиду азоту для часового інтервалу з 9:00 до 00:00. Коридор виміряних значень концентрації  $\text{NO}_2$  представлений пунктирною лінією, а коридор прогнозованих значень – суцільною лінією.

Таблиця 2. Результати вимірювань на перехресті вулиць Руська-Замкова-Шашкевича (м. Тернопіль)

№	Час	Виміряна концентрація $\text{NO}_2$ , мг/м <sup>3</sup>		Інтенсивність руху транспорту, шт./год.	Відносна вологість повітря, %	Температура повітря, °С
		$y^-$	$y^+$			
1	9:00	0,095	0,128	755	75,499	3
2	9:20	0,099	0,134	790	76,346	3
...	...	...	...	...	...	...
45	23:40	0,045	0,061	196	78,332	2
46	0:00	0,044	0,060	172	78,143	2



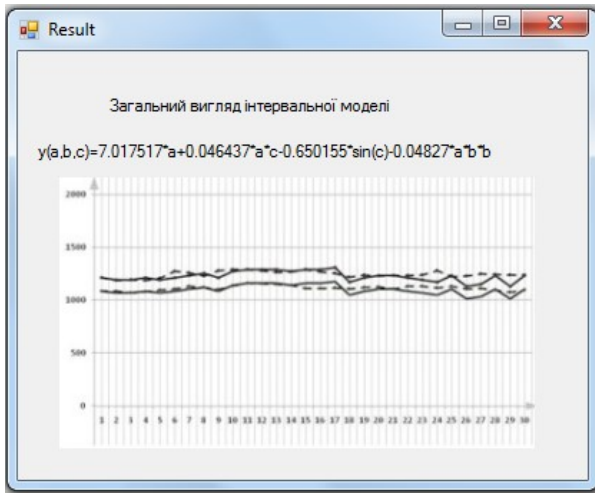


Рисунок 5 – Варіант візуалізації результатів роботи програмної системи для моделювання характеристик МГЕС

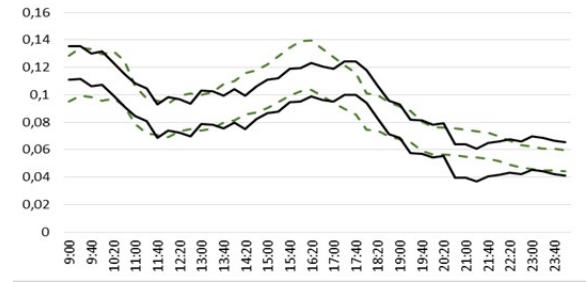


Рисунок 6 – Виміряні та прогнозовані значення концентрації шкідливої речовини (NO<sub>2</sub>)

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв’язано актуальне науково-прикладне завдання зниження обчислювальної складності методів параметричної ідентифікації ІМСС з гарантованими прогностичними властивостями за рахунок створення нових методів еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів. При цьому отримані такі наукові та практичні результати:

1. Проведено аналіз методів ідентифікації параметрів ІМСС. Встановлено, що основною обчислювальною задачею цих методів є обчислення розв’язків ІСЛАР, зокрема, складність математичного опису форми їх представлення. Запропоновано використовувати методи наближення області розв’язків ІСЛАР – як результату параметричної ідентифікації ІМСС, еліпсоїдні оцінки, які побудовано на основі виділення «насиченого» блоку ІСЛАР.

2. Вперше розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту. На тестових прикладах показано, що це забезпечило зниження обчислювальної складності у порівнянні з відомими методами оцінювання як мінімум у 4 рази. Зокрема, порівняно з методом повного комбінаторного перебору – у 63 рази; методом випадкового пошуку з лінійною тактикою – у 4 рази; методом випадкового пошуку по найкращій спробі – у майже 8 разів.

3. Вперше запропоновано та обґрунтовано метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем, який, на відміну від існуючих, ґрунтується на ітераційній обчислювальній процедурі оптимізації прогностичних властивостей інтервальних моделей. Запропонований метод забезпечив оптимізацію прогностичних властивостей інтервальних моделей при зменшенні обчислювальної складності його реалізації у порівнянні з відомими методами як мінімум у 38 разів.

4. Удосконалено метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, який побудовано на поєднанні удосконаленого методу редукції ІСЛАР та нового розробленого методу еліпсоїдного

оцінювання множини значень параметрів ІМСС. На тестових прикладах показано, що таке поєднання зменшило кількість результативних ітерацій редукції ІСЛАР мінімум у 1,8 рази.

5. Розроблено систему комп'ютерного моделювання статичних систем, що відрізняється структурною та алгоритмічною організацією програмної частини за рахунок використання модулів ідентифікації параметрів моделей з гарантованими прогностичними властивостями. Запропонована нова архітектура програмної системи, у порівнянні з відомими, має додаткові функціональні можливості. Інтеграція в запропонованій архітектурі програмних модулів, побудованих на основі розробленого методу параметричної ідентифікації ІМСС, дає можливість зменшити витрати часу на моделювання зазначеного класу систем.

6. Достовірність отриманих нових методів еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту та методу оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем, а також удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІМСС, підтверджено розробкою програмної системи для моделювання статичних систем та її застосуванням для ряду прикладів. Зокрема, створено та апробовано інтервальну модель для моделювання характеристик малої гідроелектростанції в залежності від чинників, що визначають потенційні можливості гідроресурсів та гідротехнічних споруд. Також здійснено моделювання добової зміни концентрації діоксиду азоту, залежно від інтенсивності руху транспорту, відносної вологості та температури повітря.

## **СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

1. Дивак М. П. Метод формування оптимального «насиченого блоку» у задачі локалізації розв'язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь / М. П. Дивак, І. С. Олійник // Збірник наукових праць «Індуктивне моделювання складних систем». Міжнар. наук.- навч. центр інформ. технологій та систем НАН та МОН України. – Київ, 2016. – Вип. 8. – С. 79-99.

2. Dyvak M. Estimation method for a set of solutions to interval system of linear algebraic equations with optimized “saturated block” selection procedure / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyuk // Computational Problems of Electrical Engineering. – Lviv, 2017. – V. 7, No. 1. – P. 17-24.

3. Дивак М. П. Особливості комп'ютерної реалізації методу локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» / М. П. Дивак, А. В. Пукас, І. С. Олійник // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Вінниця, 2014. – № 2. – С. 59-71.

4. Олійник І. С. Удосконалення алгоритму визначення «насиченого блоку» у задачі параметричної ідентифікації інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь / І. С. Олійник // Науковий вісник національного лісотехнічного університету України: збірник науково-технічних праць. – Львів : РВВ НЛТУ України, 2016. – Вип. 26.5. – С. 345-363.

5. Дивак М. П. Архітектура програмної системи для моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних / М. П. Дивак, І. С. Олійник // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Вінниця, 2017. – № 2(39). – С. 70-81.

6. Dyvak M. Interval model for description the small hydroelectric power station and method of its construction / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Andriy Pukas, Volodymyr Manzhula // 15th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Terchova – Vratna Dolina, Slovak Republic, 2014. – P. 38.

7. Dyvak M. Stochastic method forming the optimal “saturated block” in the localization task of solutions the interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Volodymyr Manzhula, Ruslan Shevchuk // 14th International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)”. – Polyana-Lviv, 2017. – P. 367-371.

8. Dyvak M. Reduction of interval equations for interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Natalya Kasatkina, Iryna Oliynyk // 13th International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science”. – Lviv-Slavsko, 2016. – P. 128-131.

9. Dyvak M. Macromodel of dynamics of the electric power generated by small hydroelectric power station based on interval data analysis / Mykola Dyvak, Andriy Pukas, Iryna Oliynyk // 16th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Lviv, 2015. – P. 32-35.

10. Dyvak M. Method of reduction for interval system of linear algebraic equations and its application to modeling a small hydroelectric power station / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Petro Stakhiv // 17th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Sandomierz, Poland, 2016. – P. 66-74.

11. Олійник І. С. Особливості вибору оптимального «насиченого блоку» методу локалізації розв'язків ІСЛАР / І. С. Олійник // V Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2015. – С. 30-32.

12. Пукас А. В. Перевірка ефективності методу  $I_G$ -оптимального послідовного планування експерименту для різних законів розподілу похибки в даних / А. В. Пукас, І. С. Олійник // Проблемно-наукова міжгалузева конференція «Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання» (ПНМК-2008). – Бучач, 2008. – С. 151-154.

13. Пукас А. В. Оптимізація обчислювальної процедури реалізації методу послідовного  $I_G$ -оптимального планування експерименту / А. В. Пукас, І. С. Олійник // Проблемно-наукова міжгалузева конференція «Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання» (ПНМК-2009). – Бучач, 2009. – С. 225-228.

14. Олійник І. С. Аналіз методів оптимізації синтезу послідовних планів інтервальних експериментів / І. С. Олійник // Дев'ята Всеукраїнська наукова Інтернет-конференція «Місце та роль міждисциплінарних зв'язків при проведенні наукових досліджень». – Тернопіль, 2012. – С. 60-61.

15. Олійник І. Аналіз послідовного алгоритму параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем / І. Олійник // Міжнародна науково-

технічна конференція молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій». – Тернопіль : ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2012. – С. 217-218.

16. Олійник І. С. Особливості застосування методу локалізації параметрів для ідентифікації моделі прогнозування потужності малої гідроелектростанції / І. С. Олійник // III Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2013. – С. 159.

17. Олійник І. С. Проблематика несумісності ІСЛАР при локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» та метод її виявлення / І. С. Олійник // IV Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2014. – С. 30-32.

## АНОТАЦІЇ

**Олійник І. С. Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем методами оптимального планування насичених експериментів.** – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Національний університет «Львівська політехніка», Міністерство освіти і науки України, Львів, 2018.

Дисертаційна робота присвячена розв'язуванню актуального науково-прикладного завдання зниження обчислювальної складності методів параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем з гарантованими прогностичними властивостями, за рахунок створення нових методів еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів.

Розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем, в якому, на відміну від існуючих, застосовано ітераційну обчислювальну схему оптимального планування експерименту, що забезпечило зниження обчислювальної складності у порівнянні із відомими методами. Розроблено метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем, який, на відміну від існуючих, ґрунтується на ітераційній обчислювальній процедурі оптимізації прогностичних властивостей інтервальних моделей. Удосконалено метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, який побудовано на поєднанні удосконаленого методу редукції інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь та нового розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем. На основі розроблених у дисертаційному дослідженні методів, із застосуванням створеної програмної системи побудовано інтервальну модель характеристик малої гідроелектростанції та інтервальну модель добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту, в залежності від інтенсивності транспортних потоків, відносної вологості та температури повітря.

*Ключові слова:* параметрична ідентифікація, метод еліпсоїдного оцінювання розв'язків, «насичений» блок, інтервальна система лінійних алгебричних рівнянь, інтервальна модель.

**Олейник И. С. Идентификация параметров интервальных моделей статических систем на основе методов оптимального планирования насыщенных экспериментов.** – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Национальный университет «Львівська політехніка», Министерство образования и науки Украины, Львов, 2018.

Диссертационная работа посвящена решению актуального научно-прикладного задания снижения вычислительной сложности методов параметрической идентификации интервальных моделей статических систем с гарантированными прогностическими свойствами, за счет создания новых методов эллипсоидного оценивания множества значений параметров.

Разработан метод эллипсоидного оценивания множества значений параметров интервальных моделей статических систем, в котором, в отличие от существующих, применено итерационную вычислительную схему оптимального планирования эксперимента, что обеспечило снижение вычислительной сложности по сравнению с известными методами. Разработан метод оптимального насыщенного планирования экспериментов в случае интервального представления исходных переменных моделей статических систем, который, в отличие от существующих, основывается на итерационной вычислительной процедуре оптимизации прогностических свойств интервальных моделей. Усовершенствован метод параметрической идентификации интервальных моделей статических систем, построенный на сочетании усовершенствованного метода редукции интервальной системы линейных алгебраических уравнений и нового разработанного метода эллипсоидного оценивания множества значений параметров интервальных моделей статических систем. На основе разработанных в диссертационном исследовании методов, с применением созданной программной системы построено интервальную модель характеристик малой гидроэлектростанции и интервальную модель суточного изменения концентрации вредных выбросов диоксида азота, в зависимости от интенсивности транспортных потоков, относительной влажности и температуры воздуха.

*Ключевые слова:* параметрическая идентификация, метод эллипсоидного оценки решений, «насыщенный» блок, интервальная система линейных алгебраических уравнений, интервальная модель.

**Oliylyk I. Identification of parameters of interval models of static systems based on the methods for optimal design of a saturated experiment.** – On the rights of manuscript.

Thesis for a Ph.D degree in Technical Sciences in specialty 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – Lviv Polytechnic National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2018.

Dissertation is devoted to solving the actual scientific and applied problem of reducing the computational complexity of the methods of parametric identification of interval models of static systems with guaranteed prognostic properties, by creating new methods of ellipsoid estimation of a set of parameters values.

It is analyzed and substantiated that in order to solve problems in conditions of bounded error values. It is expedient to use methods of interval analysis of data. Methods of solving the interval system of linear algebraic equations, in particular methods of interval estimation, ellipsoid estimation and allocation of the "saturated" block by interval system of linear algebraic equations are analyzed, and their defects are established. Based on the results of the analysis of the methods of estimating the area of parameters, the using of the method with localization of interval system of linear algebraic equations solutions in the form of a "saturated" block was substantiated.

The method for ellipsoid estimation of the set of parameters values of interval models of static systems is developed, in which, unlike the existing ones, iterative computational scheme of optimal design of the experiment was applied which provided decrease of computational complexity in comparison with known methods.

The method of optimal saturated design of experiments in the case of interval representation of output variables of static systems models is developed, which, unlike existing ones, is based on the iterative computational procedure of optimization of predictive properties of interval models.

The method of parametric identification of interval models of static systems is improved, which is constructed by combining the advanced ISLAE reduction method and the newly developed method of ellipsoid estimation of the set of parameters values of the interval models of static systems.

Based on the methods developed in the dissertation research, with the application of the created software system, an intermediate model of the characteristics of a small hydroelectric power station and an interval model of the daily change in the concentration of harmful emissions of nitrogen dioxide, depending on the traffic intensity, relative humidity and air temperature, were constructed.

*Keywords:* parametric identification, method of ellipsoidal estimation of solutions, "saturated" block, interval system of linear algebraic equations, interval model.

Підписано до друку 24.05.2018 р.  
Формат 60x84/16. Папір офсетний.  
Друк офсетний. Зам. № 3-231  
Умов.-друк. арк. 0,9. Обл.-вид. арк. 1,0  
Тираж 100 прим.

Віддруковано ФО-П Шлак В. Б.  
Свідоцтво про державну реєстрацію В02 № 924434 від 11.12.2006 р.  
Свідоцтво платника податку: Серія Е № 897220  
м. Тернопіль, вул. Просвіти, 6.  
тел. 8 097 299 38 99  
E-mail: tooums@ukr.net