

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Пасічник Роман Мирославович

УДК 519.876.5

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СИСТЕМ З ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ ТА
МЕТОДИ ЇХ ІДЕНТИФІКАЦІЇ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Львів – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Тернопільському національному економічному університеті
Міністерства освіти і науки України, м. Тернопіль

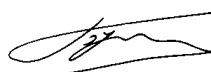
- Науковий консультант:** доктор технічних наук, професор
Дивак Микола Петрович,
Тернопільський національний економічний університет,
декан факультету комп'ютерних інформаційних технологій
- Офіційні опоненти:** доктор технічних наук, професор
Степашко Володимир Семенович,
Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем НАН та МОН України, м. Київ,
завідувач відділу інформаційних технологій індуктивного моделювання
- член-кореспондент НАПН України,
доктор технічних наук, професор
Квєтний Роман Наумович,
Вінницький національний технічний університет,
завідувач кафедри автоматичної та інформаційно-вимірювальної техніки
- доктор фізико-математичних наук, професор
Костробій Петро Петрович,
Національний університет "Львівська політехніка",
завідувач кафедри прикладної математики

Захист відбудеться 29 грудня 2016 року о 15.00 год. годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.05 у Національному університеті «Львівська політехніка» за адресою: 79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12, ауд.226.

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічній бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розіслано «28» листопада 2016 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради,
доктор технічних наук, професор



Р. А. Бунь

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. В сучасному інформаційному суспільстві математичне моделювання, як засіб отримання точних знань, проникає у всі сфери людської діяльності, вимагаючи побудови нових достатньо точних моделей. Проте на теперішній час воно є радше мистецтвом, яке визначається досвідом дослідника, ніж наукою. Підвищення ефективності процесу побудови математичних моделей вимагає систематизації окремих модельних розробок із напрацюванням загальних методологічних підходів до моделювання узагальнених класів задач.

На сьогоднішній день процеси в фізико-технічних об'єктах досліджені набагато повніше, ніж в їх біотехнологічних, медичних та Веб-інформаційних аналогах, яких об'єднує спорідненість із процесами, що характерні для функціонування живих організмів. Однією з найважливіших властивостей живих систем є здатність до росту, причому внаслідок високого рівня самоорганізації цих систем, який забезпечує їх автономність та здатність концентрувати ресурси на головному напрямку, на перебіг росту визначальний вплив має лише один або декілька основних факторів. Такі системи отримали назву систем із лімітуючими факторами. Тому поряд із класичними моделями необмеженого росту Мальтуса та обмеженого росту Фергюльста розглядаються моделі з лімітуючими факторами конкурентної взаємодії організмів Лотки-Вольтерри та Колмогорова із їх узагальненнями в роботах R.H.MacArthur, M.E.Gilpin, M.Shaffer, А.Д. Базикіна, Г.Ю. Різниченко, а також моделі росту Моно, що аналізуються у роботах М.Д. Ієрусалимського, Дж. Робінсона, А. Б. Рубіна, Дж. Марі, Д.С. Дворецького, В.В. Алексеєва, В.С. Івлева, Н.Рашевського. Моделі Моно дозволяють відображати мінливість впливу лімітуючого фактора в залежності від його концентрації, чого важко досягти в класичній моделі Лотки-Вольтерри.

Точна прив'язка моделей до особливостей досліджуваного об'єкта здійснюється на основі методів параметричної ідентифікації. Нелінійний характер моделей систем з лімітуючими факторами призводить до наявності численних локальних мінімумів функціоналу якості цієї ідентифікації. Універсальним методом мінімізації такого роду функціоналів є метод напрямного конуса, що відноситься до класу методів випадкового пошуку і запропонований у роботах Л.А.Растрігіна та розвинутий у роботах П.Г.Стахіва, М.П.Дивака, Ю.Я.Козака. Універсальність згаданого методу породжує певні складності в налаштуванні його параметрів, а також їх значну обчислювальну складність.

Останнім часом вдалося побудувати ряд моделей систем із лімітуючими факторами, що значно розширюють сферу їхнього застосування. У ролі методів ідентифікації використовувався підхід, який полягає у побудові початкового наближення параметрів моделі на основі спеціальних співвідношень та наступному уточненні його градієнтним методом. Складність застосування методів викликає необхідність розроблення відповідних програмних засобів для їх реалізації.

Існуючі методи ідентифікації моделей систем з лімітуючими факторами повністю орієнтовані на специфіку конкретних прикладних галузей, що призводить до невиправданих затрат зусиль для досягнення точності моделей. Особливістю побудованих математичних моделей зазначеного класу та методів їх ідентифікації також є розрізненість та частковість. Зокрема, наявні різні моделі одного процесу (моделі для різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань) та кілька методів ідентифікації параметрів моделі (методи ідентифікації короткотривалого та довготривалого підвищення відвідуваності Веб-сайту), що утруднює поширення моделей систем з лімітуючими факторами на нові предметні галузі з одночасним забезпеченням необхідної точності прогнозування. Це породжує науково-прикладну проблему, пов'язану з потребами спрощення процесу моделювання систем із лімітуючими факторами з одночасним забезпеченням необхідної точності та розробки для цих цілей інженерного інструментарію.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Науково-дослідна робота за темою дисертації проводилася у відповідності з тематичним планом науково-дослідних робіт, що фінансуються за рахунок коштів державного бюджету Міністерством освіти і науки України, зокрема в рамках теми «Моделювання динаміки управлінських, маркетингових, виробничих, фінансових та екологічних процесів в організаційних системах» (державний реєстраційний номер 0106U012531) – запропоновано модель системи із внутрішнім лімітуючим фактором. При дослідженнях згідно плану науково-дослідних робіт, які виконуються здобувачами наукового ступеня у межах робочого часу, зокрема в рамках теми «Оптимізація структури зовнішніх зв'язків економічного об'єкту та адаптація його функціонування до змін економічного середовища» (державний реєстраційний номер 0103U003581), – розроблено математичну модель системи із зовнішнім лімітуючим фактором. При виконанні науково-дослідних робіт на тему «Теорія побудови та методи реалізації в реальному часі міждисциплінарних математичних моделей зміни стану складних об'єктів» (номер державної реєстрації 0114U000569) дисертантом розроблено єдиний метод ідентифікації моделей систем, як із внутрішніми, так із зовнішніми лімітуючими факторами. При виконанні науково-дослідних робіт на тему «Розробка архітектури бази знань та методів пошуку нових знань для інтелектуалізованих систем в економіці» (номер державної реєстрації 0102U002563) дисертантом розроблено математичну модель характеристик результатів навчання у системах автоматизованого навчання. При виконанні науково-дослідних робіт на тему «Математичні моделі процесів навантаження та релаксації в складних системах» (державний реєстраційний номер 0113U000848) дисертантом запропоновано метод ідентифікації параметрів моделі динаміки добової глікемії хворого на цукровий діабет. При виконанні науково-дослідних робіт на тему «Макромоделювання складних систем та процесів в умовах структурної невизначеності на основі неточних даних» (державний реєстраційний номер 0111U010356) дисертантом удосконалено модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань. Під час виконання науково-дослідних робіт згідно

міжнародного проекту «Розробка Веб-онтологій як засобів обміну даними та підтримки прийняття рішень для покращення економічної співпраці між Україною та США» дисертантом запропоновано метод ідентифікації узагальнених моделей систем із лімітуючими факторами для випадків відсутності спостережень динаміки активного середовища або субстрату. Під час виконання науково-дослідних робіт згідно міжнародного проекту «Розробка інтелектуальної прецизійної системи керування тепловими об'єктами» дисертантом удосконалено метод ідентифікації моделі хіміко-технологічного процесу броварного бродіння в частині зниження трудомісткості процедури ідентифікації, уникнувши її багатоетапності, та підвищення точності математичної моделі.

Мета і задачі дослідження. Метою дослідження є підвищення точності прогнозування поведінки систем з лімітуючими факторами у спосіб розроблення узагальнених моделей цих систем, методів та інженерного інструментарію їх ідентифікації.

Для досягнення поставленої мети в дисертації вирішуються такі задачі:

1) аналіз існуючих підходів до побудови моделей систем із лімітуючими факторами та методів їх ідентифікації;

2) розроблення нових узагальнених моделей систем з лімітуючими факторами;

3) розроблення загальних методів ідентифікації систем із відокремленими лімітуючими факторами при відсутності даних їх спостережень;

4) розроблення та використання нового алгоритмічного забезпечення для формування архітектури програмного середовища підтримки моделей систем з лімітуючими факторами;

5) застосування розроблених моделей та методів для дослідження процесів у хіміко-технологічних системах, біологічних системах (процесів реабілітації хворих на серцево-судинні захворювання, глікемії хворих на цукровий діабет), засвоєння знань в начальних системах, прогнозування відвідуваностей Веб-сайтів.

Об'єкт дослідження: процес прогнозування поведінки систем з лімітуючими факторами на основі даних із вимірювальних систем.

Предмет дослідження: математичні моделі систем із лімітуючими факторами та методи їх ідентифікації.

Методи дослідження. Дослідження, виконані під час роботи над дисертацією, ґрунтуються на методах системного аналізу, оптимізації, розв'язання жорстких систем диференціальних рівнянь, а також теорії динамічних систем. Використання методів оптимізації та числових методів дало можливість сформулювати методи ідентифікації моделей систем із лімітуючими факторами, а також методи прогнозування активного середовища цих систем на основі ідентифікованих моделей.

Наукова новизна одержаних результатів. Наукова новизна полягає у розвитку методів прогнозування поведінки систем із лімітуючими факторами завдяки розробленню універсальних методів ідентифікації їх моделей,

розроблення нового класу математичних моделей із розширеною сферою застосування у прикладних дослідженнях. Отримано такі нові наукові результати:

вперше:

– запропоновано та обґрунтовано узагальнену модель системи із відокремленими лімітуючими факторами, яка відрізняється від існуючих врахуванням впливу підпорядкованих процесів на забезпеченість системи, впливу відокремлених лімітуючих факторів на підпорядковані процеси, зміни базових рівнів активності системи, ефектом її інгібування продуктом системи, що у сукупності дало можливість сформулювати ядро математичних моделей розширеного класу систем з лімітуючими факторами;

– запропоновано та обґрунтовано узагальнену модель системи із зовнішнім лімітуючим навантаженням, яка на відміну від існуючих містить векторне рівняння динаміки активності системи, враховує нелінійність реакції системи на прикладене навантаження та лінійний характер стабілізатора активності системи, що дало можливість сформулювати ядро математичних моделей з різнотипними навантаженнями на систему із лімітуючими факторами;

– розроблено узагальнений метод ідентифікації моделей систем із лімітуючим фактором, який відрізняється процедурою виділення базового рівня та вибору оптимальних значень лімітуючого параметра, різницевиими співвідношеннями для налаштування початкових значень інших параметрів моделі, процедурою уточнення початкових значень параметрів моделі на основі градієнтного методу, що у сукупності забезпечує створення інженерного інструментарію для ідентифікації адекватних математичних моделей систем з лімітуючими факторами з різною природою процесів у них;

– розроблено метод ідентифікації моделей систем із лімітуючою забезпеченістю для випадків відсутності спостережень динаміки активності або забезпеченості системи, який відрізняється процедурою формування різницевих співвідношень для налаштування початкових значень параметрів моделі, що забезпечує побудову адекватних моделей широкого класу систем із лімітуючими факторами;

– розроблено метод ідентифікації моделей систем із множиною відокремлених лімітуючих факторів для випадків відсутності спостережень динаміки активного середовища та субстрату, який відрізняється процедурами побудови двовимірної нерівномірної сітки для початкових наближень лімітуючого параметра та його уточнення на базовій множині пошуку, що дозволило ідентифікувати модель добової динаміки глікемії хворого на цукровий діабет;

набули подальшого розвитку:

– модель хіміко-технологічного процесу броварного бродіння із застосуванням методу ідентифікації моделей із лімітуючим забезпеченням, що дало можливість спростити процедуру ідентифікації, уникнувши її багатоетапності, та підвищити точність математичної моделі;

– модель динаміки відвідуваності Веб-сайтів із застосуванням єдиного методу ідентифікації моделей із лімітуючими факторами, що забезпечило створення спрощеного інструментарію для служб підтримки Веб-сайтів як для короткотермінового, так і для довготермінового прогнозування динаміки відвідуваності;

удосконалено:

– математичну модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань введенням виразу для відображення нелінійної реакції організму на прикладені фізичні навантаження, а також застосуванням перемикача гальмування збурень характеристик системи при знятті фізичних навантажень, що дало можливість адекватно відобразити в єдиній моделі як неінтенсивні, так і субмаксимальні навантаження і тим самим спростити інструментарій прогнозування визначення допустимих навантажень та підвищити його точність;

– математичну модель характеристик результатів навчання, яка відрізняється врахуванням динаміки успішності та новизни навчального матеріалу, що дало можливість адекватно поетапно прогнозувати успішність освоєння матеріалу в системі автоматизованого навчання.

Практичне значення одержаних результатів полягає у тому, що на основі побудованих узагальнених моделей систем із лімітуючими факторами та підходів до їх ідентифікації, розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, яке дозволяє ідентифікувати ці моделі для широкого класу систем.

На основі запропонованої узагальненої моделі системи із зовнішніми лімітуючими навантаженнями та методу її ідентифікації побудовано єдину модель процесів реабілітації після лікування хвороб серцево-судинної системи. На основі запропонованої узагальненої моделі із лімітуючою забезпеченістю та узагальненого методу її ідентифікації побудовано методи ідентифікації моделей процесів бродіння у хіміко-технологічних системах, ідентифікації моделі добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет, поетапної ідентифікації моделей відвідуваності Веб-сайтів.

Практичне значення роботи підтверджується застосуванням розроблених моделей та методів їх ідентифікації при створенні програмного середовища моделювання систем з лімітуючими факторами, яке практично впроваджено в КЗ ТОР «Тернопільська університетська лікарня» для моделювання добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет, ДВНЗ «Тернопільський державний медичний університет ім. І. Я. Горбачевського» для моделювання реакції пацієнтів на фізичні навантаження після серцево-судинних захворювань, ТОВ «Яваре» для моделювання динаміки відвідуваності Веб-сайтів, ТзОВ «Агрокомпанія «Дружба» для моделювання динаміки родючості ґрунтів, Тернопільському національному економічному університеті для моделювання динаміки успішності в системах автоматизованого навчання.

На основі проведених досліджень здобувачем розроблено методичне та програмне забезпечення, яке використано у навчальному процесі на кафедрі комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету

при викладанні дисципліни „Аналіз проектних вимог”, а також на кафедрі економічної кібернетики та інформатики цього ж університету при викладанні дисциплін “Моделювання в управлінні соціально-економічними системами” і “Технологія проектування та адміністрування баз даних та сховищ даних”.

Особистий внесок здобувача. Усі наукові результати, викладені у дисертаційній роботі, отримані автором особисто. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, автору належать такі результати: метод ідентифікації параметрів моделі динаміки добової глікемії хворого на цукровий діабет [2]; метод ідентифікації математичних моделей динаміки відвідуваності Веб-сайтів на основі єдиного методу ідентифікації моделей із лімітуючими факторами [3]; єдина математична модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань [4]; єдина модель динаміки відвідуваності Веб-сайтів на основі системи диференціальних рівнянь Моно [5]; моделювання динаміки вуглеводів у крові за допомогою системи диференціальних рівнянь Моно [6]; використання характеристики втомлюваності у представленнях перемикачів механізмів реакції системи на зовнішнє навантаження [7]; побудова початкових значень для ідентифікації компонентів моделі добової динаміки глікемії [8]; параболічна залежність для представлення динаміки глюкози, яка поступила в кров [9]; представлення перемикачів при дії субмаксимальних навантажень у правій частині векторного диференціального рівняння [10]; загальна структура системи диференціальних рівнянь для моделювання характеристик серцево-судинної системи [11]; формальне представлення поєднання впливів парасимпатичної та симпатичної автономних нервових систем на серцево-судинну систему [12]; алгоритм генерації множини задач для перевірки навичок алгоритмізації [13]; спосіб формалізації оцінки вмінь та навичок розв’язання алгоритмічних задач [14]; математична модель характеристик результатів навчання [15]; структури семантичних класів для генерації тестових завдань [16]; структури множин для формалізації проблемних навчальних ситуацій [17]; оцінка області стабільності явної схеми розв’язання системи диференціальних рівнянь Моно [18]; структура адитивно-мультиплікативної моделі складності тверджень тесту [19]; модель оптимізації часових витрат на досягнення потрібного рівня успішності [20]; метод ідентифікації моделі хіміко-технологічного процесу броварного бродіння, який ґрунтується на єдиному методі ідентифікації моделей із лімітуючим субстратом [21]; співвідношення оцінки впливу концентрацій додаткового обсягу інгібуючого продукту [22]; представлення похибок ідентифікації нечітких параметрів моделі хіміко-технологічного процесу броварного бродіння [23]; алгоритм уточнення нечітких траєкторій споживання субстрату для процесу броварного бродіння [24]; метод апроксимації температурного поля в об’єкті, який піддається температурному впливу [25]; математична модель процесу завантаження термokerованого об’єкту [26], узагальнена модель систем із лімітуючим фактором [27], параболічна модель поступлення глюкози в кров [28], представлення динаміки субстрату в хіміко-технологічній системі за допомогою нечіткого процесу із трикутною функцією належності [29], оцінка обсягу надходження глюкози в кров за допомогою калькулятора калорійності

[30], перемикачі між режимами навантаження та відновлення нормального стану серцево-судинної системи [31], поєднання моделей газової динаміки дихальної системи із динамікою току крові в серцево-судинної системи [32], модель складності завдань [33], структура семантичних класів для генерації тестових завдань [34], метод еволюційних послідовностей для формування структури системи концептів в онтологіях [35], структура системи електронних навчальних курсів [37], представлення структури проблемних онтологій у базах даних [38], співвідношення для побудови початкових значень параметрів моделі біотехнологічного процесу бродіння [39], модель управління термодермованим об'єктом [40], структура модулів ідентифікації та прогнозування моделі динаміки глікемії [41], модель динаміки природного інсуліну [42], співвідношення для генерації основи тестового завдання [43], структура семантичного класу “метод” для генерації тестових завдань [44], система базових класів для формування онтологій предметних областей [45], матриця представлення складних тестових завдань [46], використання запізнюючого аргументу в моделюванні впливу природного інсуліну на динаміку глікемії [47], модель надходження глюкози в кров [48].

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертації доповідалися та обговорювалися на міжнародних та всеукраїнських конференціях, семінарах та симпозіумах: Літній школі-семінарі “Індуктивне моделювання: теорія і застосування” Міжнародного науково-навчального центру інформаційних технологій і систем НАН та МОН України (Київ – Жукин, 2015); IX, XII, XIII Міжнародних науково-технічних конференціях “Досвід розробки й застосування САПР в мікроелектроніці” CADSM’2007, CADSM’2013, CADSM’2015 (Lviv-Polyana, 2007, 2013, 2015); IV міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні управляючі системи та технології” ІУСТ-2015 (Одеса, 2015); IX, X, XI, XII Міжнародних науково-технічних конференціях “Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та комп’ютерної інженерії” TCSET’2008, TCSET’2010, TCSET’2012, TCSET’2014 (Lviv-Slavsko, 2008, 2010, 2012, 2012); 3th, 4th, 5th, 6th, 7th IEEE International Conferences “Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems” IDAACS’2005 (Sofia, Bulgaria, 2005), IDAACS’2007 (Dortmund, Germany, 2007), IDAACS’2009 (Rende, Cosenza, Italy, 2009), IDAACS’2011 (Prague, Czech Republic, 2011), IDAACS’2013 (Berlin, Germany, 2013); II міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія» (Харків, 2011); міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія” (ІТКІ–2010) (Вінниця, 2010); XIII всеукраїнській науково-практичній конференції “Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики” (Львів, 2006); науково-методичних семінарах кафедри комп’ютерних наук Тернопільського національного економічного університету (2006- 2015).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи висвітлено в 48 друкованих працях, у тому числі 6 статей в періодичних наукових виданнях, зареєстрованих у міжнародних наукометричних базах, 20 статей у фахових

наукових виданнях України, 22 – у матеріалах конференцій, причому 18 із них зареєстровано у наукометричній базі SCOPUS.

Структура дисертації. Дисертація складається зі вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Робота містить 306 сторінок, у тому числі основного тексту - 255 сторінок, 20 таблиць, 143 рисунки, 255 найменувань використаних джерел.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** наведено загальну характеристику роботи, обґрунтовано актуальність теми, визначено об'єкт та предмет дослідження, сформульовано мету і задачі дослідження, розкрито наукову та практичну цінність отриманих результатів, а також подані відомості про апробацію дисертаційної роботи.

У **першому розділі** подано загальний огляд проблематики моделювання систем із лімітуючими факторами, зокрема типи моделей систем із лімітуючими факторами, підходи до побудови методів їх ідентифікації, засоби формування програмних продуктів для числового моделювання. Встановлено фрагментацію підходів до побудови моделей систем з лімітуючими факторами, яка утруднює їх стандартизацію, що призводить до значних затрат часу на розроблення програмних комплексів прогнозування перебігу процесів у згаданих системах. Це дало змогу сформулювати основну проблему, розв'язанню якої присвячене дане дослідження, обумовлену відсутністю узагальнених моделей систем із лімітуючими факторами та методів їх ідентифікації для розв'язування прикладних задач з розширеною сферою застосування у прикладних дослідженнях.

Аналіз літературних джерел та практика досліджень систем із лімітуючими факторами дозволяє вважати лімітуючими окремих фактор або невелику їх множину, коли вони визначають поведінку та функціонування системи, виключаючи вплив інших факторів. Таке виключення може бути абсолютним або неповним, коли інші фактори виключаються в основному, хоча їх незначний вплив може відчуватися. Численні дослідження в екологічній та біологічній галузях присвячені ситуаціям, коли в процесі функціонування системи один лімітуючий фактор замінюється іншим. Однак значний практичний інтерес представляють процеси, в яких лімітуючий фактор не міняється. Однією із найпростіших моделей системи із лімітуючим фактором є класична модель хижак-жертва Лотки-Вольтерри, в якій чисельність жертв є лімітуючим фактором. У цій моделі інтенсивність взаємодії хижаків $X(t)$ та жертв $S(t)$ пропорційна добутку $X(t)S(t)$ їхньої чисельності. В такій моделі мала кількість хижаків може компенсуватися ростом чисельності жертв, що не відповідає дійсності. В ході досліджень взаємодії мікроорганізмів із субстратом у біотехнологічних реакторах Жак Моно виявив, що інтенсивність згаданої взаємодії представляється дробово-раціональною функцією, значення якої знижуються із ростом концентрації субстрату. Підставивши представлення інтенсивності взаємодії, встановлене Моно, в модель хижак-жертва і виключивши можливість росту числа жертв, отримуємо модель процесів у періодичному біотехнологічному реакторі

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X(t) = \left(p_1 \frac{S(t)}{p_4 + S(t)} - p_2 \right) X(t), \\ \frac{d}{dt} S(t) = -p_3 \frac{S(t)}{p_4 + S(t)} X(t), \end{cases} \quad (1)$$

$$X(0) = X_0, \quad S(0) = S_0,$$

де $X(t)$ – концентрація мікроорганізмів, $S(t)$ – концентрація субстрату, поживного середовища мікроорганізмів, яке підтримує перебіг процесу та є його лімітуючим фактором, $p_1 - p_4$ – параметри моделі. Лімітуючий фактор впливає на відносну інтенсивність взаємодії активного середовища та субстрату: при максимальних його концентраціях інтенсивність взаємодії близька до максимальної, а при низьких концентраціях – до нульової.

Максимальна інтенсивність взаємодії не може бути збільшена нарощенням концентрації субстрату. При разовому внесенні певної концентрації субстрату та активного середовища в систему, внаслідок взаємодії із субстратом концентрація активного середовища зростає до максимального значення, а потім, внаслідок вичерпання субстрату та смертності серед елементів активного середовища, вона редукується до нуля. Концентрація субстрату внаслідок взаємодії з активним середовищем монотонно спадає до нуля.

Подібна динаміка взаємодії активних та підтримуючих середовищ властива значній кількості практично важливих автономних систем, які представляють об'єкти, що не є біологічними. Для цих систем характерне вбудоване управління більшістю процесів та параметрів. Це дозволяє єдиному найважливішому лімітуючому фактору визначати функціонування всієї системи. До таких систем можна віднести ендокринну систему пацієнта хворого на цукровий діабет, систему забезпечення відвідуваності Веб-сайту, систему автоматизованого навчання. Інший тип впливу лімітуючого фактора виникає при його дії в ролі зовнішнього збуджувача на автономну систему. Сюди можна віднести реакцію серцево-судинної системи пацієнта під час реабілітації після захворювань згаданої системи на значне фізичне навантаження. При попередніх дослідженнях цих систем не аналізувався вплив лімітуючих факторів, що завадило побудові їх узагальнених моделей.

Для врахування особливостей конкретних об'єктів моделювання після встановлення загальної структури моделі необхідно здійснити її параметричну ідентифікацію. За відсутності різких коливань досліджуваних характеристик для ідентифікації їх моделей достатнім є застосування середньоквадратичного критерію якості. Його мінімізація додатково ускладнюється нелінійністю моделі, що призводить до численних локальних екстремумів функціоналу якості ідентифікації. З метою виявлення глобального екстремуму можна використати універсальний метод напрямного конуса Растрігіна, що відноситься до класу методів випадкового пошуку. Однак перебір локальних екстремумів за допомогою цього підходу призводить до значних обчислювальних затрат. Менш затратні модифіковані градієнтні метод оптимізації здатні виявляти лише локальні екстремуми.

Розрізненість існуючих підходів до моделювання систем із лімітуючими факторами та побудови методів їх ідентифікації ускладнюють вибір прототипів для досліджень згаданих систем в нових предметних областях, що породжує згадану проблему дослідження. Для вирішення цієї проблеми необхідно розв'язати кілька науково-технічних задач. Перша полягає у побудові загальних моделей систем із лімітуючими факторами. Наступна полягає у побудові методу ідентифікації моделі систем із лімітуючими факторами. Це викликає необхідність створення програмного середовища моделювання згаданих систем. Стандартизація побудови математичних моделей підвищує можливості повторного використання згенерованого програмного коду. Для зниження трудомісткості практичного використання загальних моделей та методів необхідно побудувати систему моделей для окремих прикладних предметних областей.

У **другому розділі** запропоновано та обгрунтовано модель процесів із відокремленими лімітуючими факторами, представлено дослідження впливу параметрів моделей процесів з лімітуючим фактором на системні змінні, розроблено метод ідентифікації моделі процесів з лімітуючим фактором за спостереженнями змінних активності та забезпеченості системи.

Аналіз систем із лімітуючими факторами різної природи дозволив узагальнити модель біотехнологічного реактора для їх моделювання. У результаті такого узагальнення концентрацію мікроорганізмів у реакторі розглядаємо як характеристику активності процесу утворення мікроорганізмів у системі, а концентрацію субстрату – як забезпеченість згаданого процесу. Для підкреслення особливості взаємодії характеристик активності та забезпеченості процесів у системі з лімітуючим фактором у розгляд введено функції Моно першого

$$M_1(m, S(t)) = \frac{S(t)}{m + S(t)}, \quad (2)$$

та другого роду

$$M_2(m, P(t), S(t)) = \frac{S(t)}{m + P(t)}. \quad (3)$$

Функція Моно другого роду використовується для моделювання явища інгібування (ослаблення) активності процесів у системі в залежності від інтенсивності утвореного продукту $P(t)$. Параметр m отримав назву лімітуючого параметра. Він визначає тривалість періоду підвищеної активності системи, а його нульове значення перетворює функцію Моно першого роду в одиницю, тим самим зводячи відповідну компоненту диференціального рівняння до лінійної.

Загальна схема взаємодії компонентів аналізованих систем подана на **рисунок**

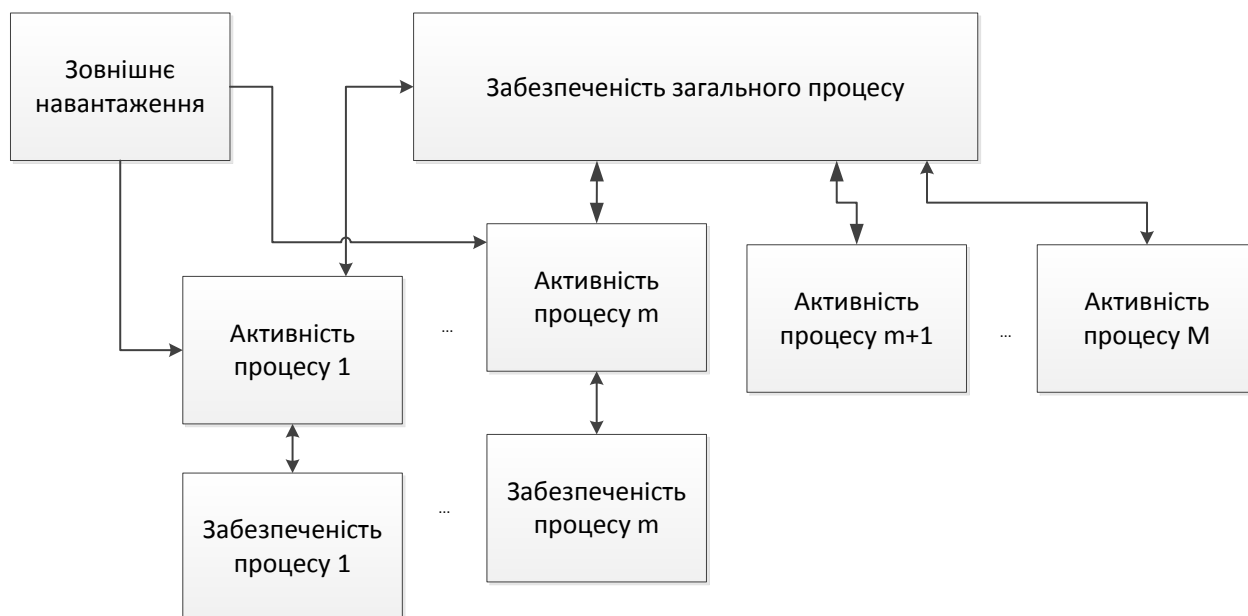


Рис. 1. Загальна структура систем із лімітуючими факторами

У системах із зовнішнім навантаженням останнє впливає лише на показники активності системи і служить для них лімітуючим фактором. Нелінійні ефекти, які при цьому виникають, описуються за допомогою функції Моно першого роду. Відповідні моделі розглядаються в розд. 4.

В інших системах лімітуючими факторами служать компоненти системи, тому вони отримали назву внутрішніх лімітуючих факторів. В основному їх взаємодія має характер, подібний до взаємодії компонентів системи (1) із деякими узагальненнями. В окремих випадках на загальну забезпеченість системи впливають активності деяких підпорядкованих процесів. Частина із останніх зазнає впливів своїх локальних забезпеченостей, що не взаємодіють між собою і тому отримали назву відокремлених лімітуючих факторів. Прикладом такої складної системи є модель динаміки глікемії хворих на цукровий діабет, яка містить сукупність різних підпорядкованих процесів, що взаємодіють із загальною забезпеченістю системи та можуть обмежуватися власними забезпеченостями.

Розглянемо узагальнену математичну модель систем із внутрішніми лімітуючими факторами, яка містить M підпорядкованих процесів, що впливають на динаміку її загальної забезпеченості $S(t)$. Взаємодія процесів із загальною забезпеченістю представляється за допомогою функції Моно, частковим випадком якої є лінійна функція. Нехай $t_{m a}^i$ – момент часу досягнення змінною активності i -го підпорядкованого процесу свого максимального значення, f_i – частка фінального рівня змінної активності i -го процесу відносно свого максимального рівня $X_{i, \max}$, \vec{C}_j^i – вектор аргументів функції управління j -м параметром i -го процесу. При цих допущеннях згадана узагальнена модель набуває вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S(t) = \sum_{i=1}^M p_{2i-1} M_1(p_{2i}, S(t)) X_i, \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X_i(t) = (p_1^i M_2(p_5^i, S_i^X(t), P_i(t)) - p_2^i) X_i, \quad (t < t_{\max}^i) \vee (X_i(t) > X_{i,f}), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S_i^X(t) = -p_3^i M_1(p_4^i, S_i^X(t)) X_i(t), \quad i = \overline{1, m}, \quad (t < t_{\max}^i) \vee (X_i(t) > X_{i,f}), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X_i(t) = 0, \quad (t > t_{\max}^i) \wedge (X_i(t) < X_{i,f}), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S_i(t) = 0, \quad (t > t_{\max}^i) \wedge (X_i(t) < X_{i,f}), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} P_i(t) = -p_6^i \frac{d}{dt} S_i(t), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (9)$$

$$X_i(0) = X_{i,0}, \quad S(0) = S_0, \quad S_i^X(0) = S_{i,0}^X, \quad X_{i,f} = f_i X_{i,\max}, \quad X(t_{\max}^i) = X_{i,\max}, \quad (10)$$

$$p_j^i = H_6[\vec{C}_j^i, T(t)]. \quad (11)$$

В моделі відображено ефект стабілізації змінних стану (рівняння (5) – (8)), коли активність підпорядкованого процесу стає нижчою певного критичного рівня $X_{i,f}$ після досягнення цією змінною свого максимального значення. Також у рівнянні (9) представлено динаміку продукту $P(t)$ системи із врахуванням ефекту інгібування активності i -го процесу (функція Моно другого роду в рівнянні (5)), а також передбачено можливість управління параметрами підпорядкованих процесів (рівняння (11)). При побудові загального методу ідентифікації цієї моделі необхідно врахувати великий рівень невизначеності, який може бути в ній присутній у випадку спостереження лише за концентрацією загальної забезпеченості. Такий метод достатньо важко побудувати безпосередньо, тому розглянемо декілька допоміжних задач, які дозволять підготувати побудову методу ідентифікації моделі з загальною забезпеченістю.

На першому етапі доцільно дослідити найпростішу модель (1) із сімейства запропонованих, яка містить ключові особливості складніших варіантів. За допомогою аналітичних співвідношень, які підтверджено експериментально, встановлено вплив зміни параметрів моделі на динаміку її змінних, який представлено в табл. 1. Серед усіх змін параметрів ключову роль відіграє лімітуючий параметр p_4 , який визначає область активності змінної активного середовища таким чином, що її неможливо виправити зміною інших параметрів. Ця властивість послужила основою для методу ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором за спостереженнями змінних активності та забезпеченості системи.

Оскільки змінним моделі не властиві різкі випадкові коливання, для оцінки якості ідентифікації вибрано середньоквадратичний критерій:

$$Q_1(\vec{p}) = \sum_{j=1}^N \left\{ (\tilde{S}(t_j, \vec{p}) - S_j^e)^2 + (\tilde{X}(t_j, \vec{p}) - X_j^e)^2 \right\}. \quad (12)$$

При кожному наборі значень \vec{p} параметрів моделі для побудови значень змінних забезпеченості $\tilde{S}(t_j, \vec{p})$ та активності $\tilde{X}(t_j, \vec{p})$ системи необхідно розв'язати систему нелінійних диференціальних рівнянь (1), S_j^e, X_j^e – спостережені значення змінних системи в момент часу t_j .

Таблиця 1

Вплив змін параметрів моделі (1) на динаміку її змінних

Характер зміни параметрів	Зміна активності системи	Зміна забезпеченості процесів системи
Ріст X_0	Швидше досягнення максимального значення	Швидше вичерпання субстрату
Ріст S_0	Ріст максимального значення та терміну його досягнення	Швидше вичерпання субстрату
Ріст p_1	Ріст максимального значення	Швидше вичерпання субстрату
Ріст p_2	Зменшення рівня максимального значення, прискорення його досягнення	Сповільнення споживання субстрату
Ріст p_3	Зменшення максимального значення	Прискорення споживання субстрату
Ріст p_4	Швидше досягнення максимального рівня та звуження області максимальних значень.	Сповільнене споживання субстрату

Ідея методу ідентифікації полягає у виведенні співвідношень для наближеного встановлення параметрів моделі за відомими значеннями лімітуючого параметра p_4 . Ці співвідношення отримано за допомогою різницевої апроксимації диференціальних рівнянь системи (1) для деяких спостережених значень змінних системи. Оскільки перше рівняння системи містить, окрім лімітуючого, ще два параметри, для їх встановлення використовуються два співвідношення та три спостереження. Останні дозволяють наблизити значення похідної активності системи. В результаті отримуємо систему двох лінійних рівнянь для встановлення двох параметрів першого диференціального рівняння системи (1)

$$A\vec{P}^2 = \vec{b}, \quad (13)$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{S_{J-1/2}}{p_4 + S_{J-1/2}} & -1 \\ \frac{S_{J+1/2}}{p_4 + S_{J+1/2}} & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{P}^2 = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} D_{X,J-1/2} \\ D_{X,J+1/2} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$D_{X,J-1/2} = (X_J^e - X_{J-1}^e)/(t_J^e - t_{J-1}^e), \quad S_{J-1/2} = \frac{S_J^e + S_{J-1}^e}{2}, \quad (15)$$

та одне співвідношення для параметру другого диференціального рівняння

$$p_3 \approx -\frac{p_4 + S_J}{S_J X_J} D_{S,J}, \quad D_{S,J} = (S_{J+1}^e - S_{J-1}^e)/(t_{J+1}^e - t_{J-1}^e), \quad (16)$$

де X_j^e, S_j^e – спостережені значення змінних активного середовища та субстрату, J – індекс спостереження, якому відповідає максимальне значення змінної активного середовища. Різницеві співвідношення будуються навколо спостереження з індексом J , оскільки вони найінформативніші. Таким чином початкові значення параметрів моделі тепер можуть бути встановлені на основі значення лімітуючого параметра. Тому замість повного переліку \vec{p} параметрів у представленні (12) можна використовувати значення лімітуючого параметра p_4 .

Складність побудови початкового значення лімітуючого параметра p_4 моделі полягає в тому, що він може мінятися в достатньо широкому діапазоні. Однак як неважко бачити, похідна від функцій Моно (2) – (3) по лімітуючому параметру m від’ємна і спадна за абсолютною величиною

$$\frac{d}{dm} M_1(m, S(t)) = -\frac{S(t)}{(m + S(t))^2}, \quad \frac{d}{dm} M_2(m, P(t), S(t)) = -\frac{S(t)}{(m + P(t))^2}. \quad (17)$$

Це свідчить про зменшення впливу лімітуючого параметру при зростанні його і про доцільність застосування різних кроків при побудові сітки для підбору найкращих значень лімітуючого параметра, щоб із зростанням значень останнього крок зміни значень на сітці зростав. В ролі простого подання такого зростання використано відрізок геометричної прогресії виду

$$W_4(k_{\min}, k_{\max}) = \left\{ P_{4,j} \right\}_{j=k_{\min}}^{k_{\max}} = \left\{ \frac{B}{2} \cdot B^j \cdot S_0 \right\}_{j=k_{\min}}^{k_{\max}}. \quad (18)$$

Значення параметру B вибирається експериментально, з метою забезпечення достатнього зміщення максимуму активності процесу при переміщенні значень лімітуючого параметра по вузлах сітки (18). Побудову нерівномірної сітки розпочинаємо із точки, що асоціюється із половиною початкової концентрації субстрату

$$W_4(k_{\min}^0, k_{\max}^0) = \left\{ P_{4,k_0}^0 \right\}, \quad k_{\min}^0 = k_{\max}^0 = k_0 = -1. \quad (19)$$

В подальшому здійснюємо поповнення нерівномірної сітки на основі зменшення та збільшення значення лімітуючих параметрів при умові, що мінімальне значення на розширеній сітці отримує відносно зменшення більш ніж на величину δ_Q , значення якої встановлюється експериментально. Тобто при виконанні наступної умови

$$\frac{\min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_0)} Q_1(p_4) - \min_{p_4 \in W_4(k_{\min} - 1, k_0)} Q_1(p_4)}{\min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_0)} Q_1(p_4)} > \delta_Q \Rightarrow k_{\min} = k_{\min} - 1, \quad (20)$$

нижня межа порядків елементів геометричної прогресії, які формують сітку, зменшується на одиницю, а при виконанні умови

$$\frac{\min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_{\max})} Q_1(p_4) - \min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_{\max} + 1)} Q_1(p_4)}{\min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_0)} Q_1(p_4)} > \delta_Q \Rightarrow k_{\max} = k_{\max} + 1. \quad (21)$$

верхня межа порядків елементів геометричної прогресії збільшується на одиницю.

Після завершення процесу поповнення нерівномірної сітки, мінімальне значення функціоналу якості на ній вказує на базове значення лімітуючого параметра $P_{4,base}$

$$P_{4,base} = \arg \min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_{\max})} \{Q_1(p_4)\}. \quad (22)$$

Вибране значення лімітуючого параметра визначає базову точку і крок для побудови множини точок з метою точнішого вибору початкових значень параметрів моделі. Ця множина задається за допомогою рівномірної сітки виду

$$P_{4,k_{base},l} \in W_{4,k_{base}} \equiv \left\{ B^{-k_{base}} l S_0 \right\}_{l=1}^{\lfloor B/3 \rfloor B}, \quad (23)$$

перше значення якої менше ніж значення базової точки (для базової точки $l = \lfloor B/2 \rfloor$), а останнє значення наближається до точки нерівномірної сітки, наступної після базової (для точки наступної після базової $l = \lfloor B/2 \rfloor B$). Кожне значення із сітки $W_{4,k_{base}}$ присвоюється параметру p_4 , за допомогою якого на основі встановлених різницевих співвідношень (13) – (16) будуються наближені оцінки інших параметрів моделі. Надалі їх уточнюємо а допомогою модифікованого градієнтного методу Левенберга-Марквардта на основі критерію (12). Серед цих початкових значень параметрів моделі вибирається те, що забезпечує мінімум найменшої з максимальних відносних похибок на точках ідентифікації моделі

$$\min_l \delta_2^{k_{base},l} = \max_j \left\{ \frac{|\tilde{X}(t_j, \vec{p}^{k_{base},l}) - X_j^e|}{\max_j |\tilde{X}(t_j, \vec{p}^{k_{base},l})|}, \frac{|\tilde{S}(t_j, \vec{p}^{k_{base},l}) - S_j^e|}{\max_j |\tilde{S}(t_j, \vec{p}^{k_{base},l})|} \right\}. \quad (24)$$

Для контролю здатності запропонованого методу встановлювати глобальну точку мінімуму функціоналу якості ідентифікації досліджено його точність на розв'язанні модельних задач, які виключають вплив похибки моделі. На рис. 2 наведено обчислені значення функціоналу якості на вузлах нерівномірної сітки та представлено відповідну поведінку змінної активного середовища. Спостережені значення цієї змінної позначено зірочками.

Після вибору базового значення лімітуючого параметра, дослідженням варіантів початкових значень лімітуючого параметра на рівномірній сітці вдалося знизити максимальну відносну похибку до рівня 0.0005%, що вказує на здатність методу відновлювати значення параметрів моделі.

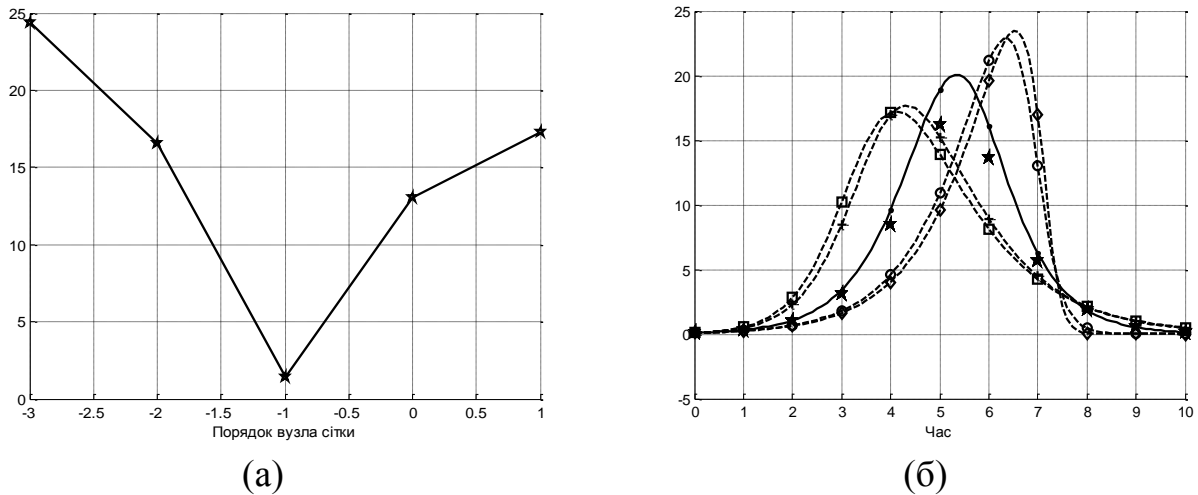


Рис. 2. Вибір базового значення лімітуючого параметру: (а) значення функціоналу якості на вузлах нерівномірної сітки; (б) динаміка змінної активного середовища, що відповідає значенням лімітуючого параметра

У **третьому розділі** розроблено методи ідентифікації моделі процесів з лімітуючим фактором за спостереженнями лише субстрату або змінної активного середовища, моделі із відокремленими лімітуючими факторами за спостереженнями загальної забезпеченості процесів системи. Розглянуто особливості багатоетапного методу ідентифікації, який зустрічається у задачах, що враховують вплив людського фактора.

При розв'язанні реальних задач виникають ускладнення, пов'язані з тим, що значення не всіх змінних можуть бути виміряні. В цьому випадку можна будувати розв'язки задач при деякій додатковій інформації щодо змінної, значення якої не вимірюються. У цій роботі запропоновано методи ідентифікації моделей систем з лімітуючими факторами при відсутності спостережень змінних активності або забезпеченості процесів системи. Важливо відзначити, що структура попереднього методу повністю зберігається, так що можна говорити про окремі відгалуження раніше запропонованого підходу із врахуванням того, що у функціонал якості ідентифікації включаються лише ті змінні, значення яких спостерігаються. У табл. 2 наведено основні підходи до усунення невизначеностей у спостереженнях змінних.

При збереженні структури загального методу ідентифікації необхідно оцінювати значення величин, які не можуть бути спостережені. У випадку відсутності спостережень субстрату невизначеність вдається усунути за допомогою лише однієї емпірично встановленої сталої f_s , яка визначає частку залишку забезпеченості системи в точці досягнення максимуму активності відносно початкового значення забезпеченості. У випадку відсутності спостережень активності невизначеність вдається усунути за допомогою сталої f_s , оцінки X_j^* максимального значення змінної активності системи, а також частки f_x сусідніх значень активності від її максимального значення.

Методи усунення невизначеності в ідентифікації реальних задач

Перелік спостережених значень	Перелік змінних моделі	Засоби усунення невизначеності
Забезпеченість системи S_j^e	$S(t), X(t)$	Емпіричні оцінки констант X_j^*, f_s, f_x
Активність системи X_j^e	$S(t), X(t)$	Емпірична оцінка константи f_s
Загальна забезпеченість системи S_j^e	$S(t),$ $\{S_i^x(t), X_i(t)\}_{i=1}^m,$ $\{X_i(t)\}_{i=m+1}^M$	Система допоміжних експериментів із підключенням впливу одного підпорядкованого процесу на кожному кроці

Набагато складніша ситуація при усуненні невизначеності в задачах із підпорядкованими процесами та відокремленими лімітуючими факторами. При організації допоміжних експериментів із підключенням єдиного процесу на кожному наступному кроці, отримуємо спостереження загальної забезпеченості при відсутності спостережень за підпорядкованими активністю та субстратом. Значення підпорядкованої активності вдається перерахувати за допомогою двовимірних сіток підбору значень загального та часткового лімітуючих параметрів.

Розглянемо основні особливості запропонованих відгалужень. При відсутності спостережень змінної активності на основі попередніх спостережень можна встановити приблизне значення величин X_j^*, f_x, f_s . Отримані величини не потребують надто точного визначення, оскільки вони використовуються лише для побудови початкових значень, які в подальшому будуть уточнятися.

На основі спостережень за змінною $S(t)$ та заданої частки f_s побудовано оцінку часу t^* досягнення максимального значення змінною активності $X(t)$. З цією метою встановлено номер J моменту спостереження максимального значення змінної активності

$$J = \arg \min_j (|S_j^e - f_s S_0|). \quad (25)$$

На основі встановленого номера та заданого параметра X_j^* визначаємо максимальне спостережене значення X^* змінної активності, час t^* його досягнення та концентрацію забезпеченості S^* , яке ці значення супроводжує

$$t^* = t_J^e, \quad (26)$$

$$X^* = X_J^*, \quad (27)$$

$$S^* = S_J^e. \quad (28)$$

Для побудови оцінок похідних змінної активності будемо наближені значення змінної активності в точках, сусідніх із точкою максимуму

$$X_{J+1}^* = X_{J-1}^* = f_x X_J^*. \quad (29)$$

На основі різницевих апроксимацій будуюмо оцінки похідних функції активності системи в точках, що прилягають до точки досягнення максимуму зліва та справа. В подальшому використовуються співвідношення раніше описаного методу ідентифікації.

У випадку спостереження змінної активності її максимальне значення та точка, в якій воно досягається, відомі. Відомий також номер J точки спостереження максимального значення. Будуюмо наближене значення похідної забезпеченості через нормоване значення похідних змінної активності. В точці, що передує точці максимуму похідна змінної активності додатна, а в наступній точці – від’ємна. В той же час змінна забезпеченості лише монотонно спадає. Тому для змінної активності розглядаємо різницю похідних зліва та справа від точки максимуму, що еквівалентне сумі їх абсолютних величин. Нормування здійснимо за рахунок відношення початкового рівня забезпеченості S_0 до максимального рівня змінної активності системи. В результаті отримуємо співвідношення для оцінки значення похідної забезпеченості в точці досягнення максимуму змінної активності

$$D_{S,J}^* = -\frac{S_0}{X_J^e} (2X_J^e - X_{J+1}^e - X_{J-1}^e) / (t_{J+1}^e - t_{J-1}^e). \quad (30)$$

Концентрацію забезпеченості в точці максимуму змінної активності системи наближуємо за допомогою емпіричного співвідношення

$$S_J^* = S_0 f_S, \quad (31)$$

де f_S – постійна, що визначається для певного класу задач емпірично. На основі побудованих співвідношень сформуємо оцінки значень забезпеченості в точках, сусідніх з точкою t_J , які необхідні для побудови початкових наближень параметрів p_1, p_2 :

$$S_{J-1/2}^* = S_J^* - D_{S,J}^* \frac{t_J - t_{J-1}}{2}. \quad (32)$$

Наскільки точно необхідно задавати оцінки початкового значення неспостережуваної забезпеченості або максимального значення неспостережуваної змінної активності системи? Аналіз результатів числових експериментів свідчить про те, що використання лише спостережень значень змінної активності не дає змогу відновити точного початкового значення неспостережуваної забезпеченості, однак спостережувані значення змінної активності наближаються достатньо точно (похибка складає 0.4%). При спостереженні лише змінної забезпеченості використання різних початкових оцінок максимального значення змінної активності після оптимізації параметрів дозволяє достатньо точно відновити динаміку змінної активності (максимальна похибка 0.0015%).

Розглянуті методи ідентифікації є базою для побудови методу ідентифікації моделі систем із відокремленими лімітуючими факторами. Незважаючи на те, що запропонована модель (4)-(11) охоплює всі системи із внутрішніми лімітуючими факторами, які аналізуються у цій роботі, у випадку відокремлених

лімітуючих факторів практичне значення має спрощена модель, у якій не враховується вплив продуктів підпорядкованих процесів, можливість управління останніми, а також трансформації базового рівня активності підпорядкованих процесів.

Допустимо, що організовано експеримент, коли спостережено значення загальної забезпеченості системи під впливом змінної активності єдиного підпорядкованого процесу із лімітуючим фактором. Тоді згадана модель набуває вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S(t) = p_1 M_1(p_2, S(t)) X_1(t), \end{array} \right. \quad (33)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X_1(t) = (p_1^1 M_1(p_4^1, S_1^X(t)) - p_2^1) X_1(t), \end{array} \right. \quad (34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S_1^X(t) = -p_3^1 M_1(p_4^1, S_1^X(t)) X_1(t), \end{array} \right. \quad (35)$$

$$X_1(0) = X_{1,0}, \quad S(0) = S_0, \quad S_1^X(0) = S_{1,0}^X, \quad X_{1,f} = f_1 X_{1,\max}, \quad X(t_{\max}^1) = X_{1,\max}. \quad (36)$$

На основі різницевого представлення із рівняння (33) отримуємо попередню оцінку параметра p_1

$$p_{1,0} = \frac{S(h_t) - S_0}{h_t X_{1,0} M_1(p_2, S_0)}. \quad (37)$$

Вважаючи значення лімітуючого фактора $S(t)$ відомим, з рівняння (33) отримуємо

$$X_1(t) = \frac{1}{p_{1,0}} \frac{d}{dt} S(t) \left(1 + \frac{p_2}{S(t)} \right). \quad (38)$$

Це співвідношення дозволяє оцінювати значення змінної активності першого підпорядкованого процесу за допомогою спостережених значень загальної забезпеченості системи. На основі згаданого співвідношення за допомогою методу ідентифікації моделі за спостереженими значеннями активності, будемо початкові наближення коефіцієнтів диференціальних рівнянь (34) та (35).

Оскільки ідентифікація здійснюється на основі спостереження значень забезпеченості системи, використано критерій

$$Q_2(\vec{p}) = \sum_{j=1}^N (\tilde{S}(t_j, \vec{p}) - S_j^e)^2 \quad (39)$$

Однак у цьому підході присутні два лімітуючих параметри, значення яких має бути встановлене в ході процедури ідентифікації. Початкові значення параметрів моделі встановлюємо на основі вибору значень лімітуючих параметрів p_2 та p_4^1 , а також різницевих співвідношень для побудови таких початкових значень. Тому критерій ідентифікації можна представити як деяку функцію від значень лімітуючих параметрів:

$$Q_3(p_2, p_4^1) = Q_2(\vec{p}(p_2, p_4^1)). \quad (40)$$

Для вибору їх базових значень будемо структуру двовимірної нерівномірної сітки на основі геометричних прогресій, аналогічно до попередньо описаного випадку

$$W_4^2(k_{\min}, k_{\max}) = \left\{ \left(\frac{B}{2} \cdot B^k \cdot S_0, \frac{B}{2} \cdot B^{k_1} \cdot S_0 \right) \right\}_{k, k_1 = k_{\min}}^{k_{\max}}. \quad (41)$$

Здійснюється поповнення сітки для менших та більших значень лімітуючих параметрів, якщо це призводить до суттєвого зменшення значень функціоналу якості ідентифікації. Після завершення процесу поповнення двовимірної нерівномірної сітки вибираємо базову точку подальшого пошуку за критерієм мінімуму функціоналу якості

$$P_{4, k_{base}, k_{1, base}} = \arg \min_{(p_2, p_4) \in W_4(k_{\min}, k_{\max})} Q_3(p_2, p_4). \quad (42)$$

На основі базової точки будемо базову множину пошуку, на якій вибираємо найкращу точку за критерієм мінімізації максимальної відносної похибки ідентифікації після уточнення параметрів моделі модифікованим градієнтним методом. Якщо хоча б одна координата точки мінімуму попадає на межу множини пошуку, то базова точка переміщується в неї. Процес завершується, коли значення базової точки стабілізується.

У **четвертому розділі** побудовано узагальнену модель систем із зовнішнім навантаженням, яке виконує роль лімітуючого фактора. Навантаження $S(t)$, як правило наростає, а потім миттєво припиняється. Тривалість процесу стабілізації активності системи до початкового рівня та його динаміка – важливі характеристики здатності системи відновлюватися після великих навантажень. Якщо реакція системи характеризується векторною змінною активності $\vec{X}(t)$, отримуємо задачу Коші для диференціального рівняння:

$$\frac{d\vec{X}(t)}{dt} = \bar{p}_1 \frac{d}{dt} [B(S(t))] M_1(\bar{p}_3, B(S(t))) - \bar{p}_2 (1 - M_1(\bar{p}_3, B(S(t)))) \vec{X}(t), \quad (43)$$

$$\vec{X}(t_0) = \vec{X}_0. \quad (44)$$

Експериментально встановлено, що похідна інтенсивності реакції системи $\frac{d\vec{X}(t)}{dt}$ пропорційна похідній функції навантаження $\frac{dS(t)}{dt}$, однак ця відповідність не повна. Множник у вигляді функції Моно біля похідної функції навантаження забезпечує стабілізацію реакції системи: слабке реагування на зміни невеликих навантажень $S(t)$ та максимальне врахування згаданих змін для великих навантажень. Щоб забезпечити диференційовність представлення зовнішнього навантаження та зменшити похибки чисельного диференціювання, за допомогою кусково-ермітової інтерполяції $B(S(t))$ здійснюється наближення експериментальних значень навантаження в класі функцій з неперервною похідною.

Реакція системи на зняття навантаження враховується у другому доданку $-p_2 X(t)$ правої частини рівняння (43). Плавність підключення такого зменшення забезпечує множник $(1 - M_1(\bar{p}_3, B(S(t))))$. При великих

навантаження він практично рівний нулю, а при зменшенні навантаження швидко прямує до одиниці. Цей множник зменшує вплив великих значень $X(t)$ на початковій стадії зняття навантаження та повністю враховує вплив зменшених значень $X(t)$. Це дозволяє використовувати вищу інтенсивність p_2 процесу зняття збудження, що краще узгоджується з результатами експериментів.

Наведена модель може бути об'єднана із загальною моделлю (4)-(11) в одній формальній структурі. Це дає підстави сподіватися, що для встановлення параметрів першої застосовний раніше описаний метод ідентифікації. Структура самого диференціального рівняння дозволяє спростити різницеві співвідношення для побудови початкових значень параметрів моделі. Використання спостережених значень реакції системи до та після зняття навантаження обнуляє одну із компонент правої частини диференціального рівняння (43) і максимально спрощує процедуру побудови різницевих співвідношень на основі цього диференціального рівняння для встановлення початкових значень параметрів

$$p_1 \approx \frac{X_1 - X_0}{L_1 - L_0} \frac{p_3 + L_{1/2}}{L_{1/2}}, \quad (45)$$

$$p_2 \approx -\frac{1}{X_{z+1/2}} \frac{X_{z+1} - X_z}{t_{z+1} - t_z}, \quad (46)$$

де t_z – момент зняття навантаження, p_3 – лімітуючий параметр. Числові експерименти показали точність ідентифікації моделі з відносною похибкою на рівні 3.5% для кусково-постійних навантажень, що підтверджує доцільність застосування раніше розробленого методу ідентифікації

У п'ятому розділі описано програмне середовище моделювання систем із лімітуючими факторами. Спільні елементи моделей та методів ідентифікації призведуть до дублювання коду їх програмної реалізації, чого можна уникнути розробивши єдине середовище моделювання. Найважливішими компонентами середовища є програмні модулі, які підтримують процеси опису та ідентифікації розроблених моделей систем із лімітуючими факторами, а також прогнозування на основі ідентифікованих моделей. Схема взаємодії основних модулів середовища наведена на рис. 3.

В ході програмної реалізації методів ідентифікації систем із лімітуючими факторами, описаних у цій роботі, сформовано певний технологічний ланцюжок від реєстрації змінних моделі до процедури прогнозування згідно ідентифікованої моделі, який представлено в верхній частині діаграми та виділено за допомогою збільшених стрілок. Функціонально подібні модулі поєднані за допомогою менших стрілок за принципом підвищення конкретизації реалізованих функцій. Модулі реалізовано таким чином, що вони допускають багатократне використання. Кратності використання цих модулів наведено в табл. 3.

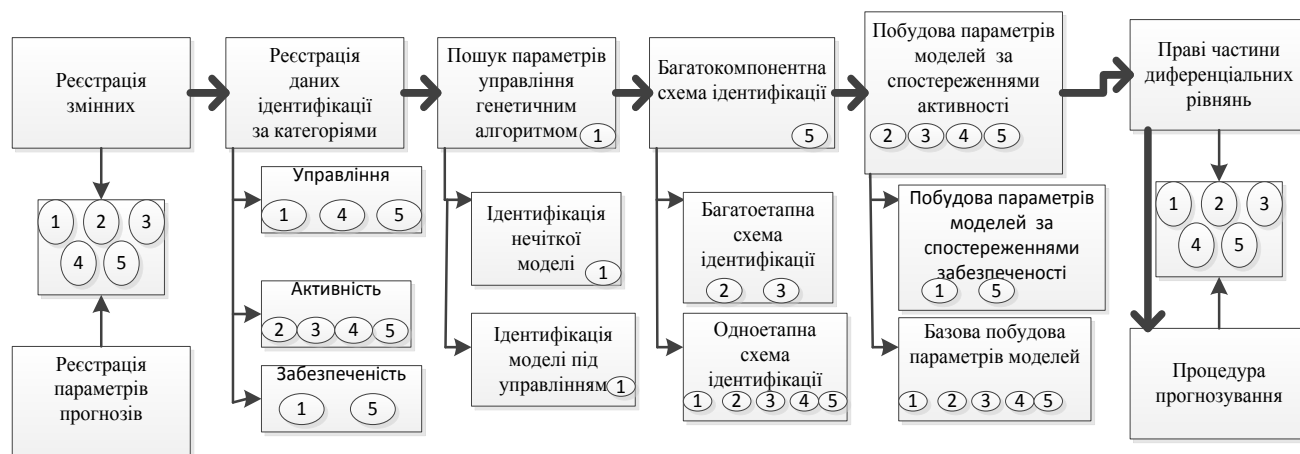


Рис. 3. Діаграма взаємодії основних модулів середовища моделювання систем із лімітуючими факторами

На діаграмі цифрами в колах позначено моделі, які реалізовано за допомогою відповідного модуля. Використано такі позначення: 1 – модель хіміко-технологічного процесу броварного бродіння, 2 – модель успішності в навчальних системах, 3 – модель відвідуваності Веб-сайту, 4 – модель процесів реабілітації після серцево-судинних захворювань, 5 – модель добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет. Діаграма представляє реалізацію розроблених методів за допомогою сукупності модулів, які роздільно реалізують загальні схеми та конкретні особливості методів ідентифікації окремих моделей.

Таблиця 3

Кратності використання основних модулів системи

N	Назва модуля	Кратність
1	Реєстрація змінних	1
2	Реєстрація даних ідентифікації	1
3	Пошук параметрів управління за допомогою генетичного алгоритму	1
4	Ідентифікація нечіткої моделі	1
5	Ідентифікації моделі, яка допускає управління	1
6	Багатокомпонентна схема ідентифікації	1
7	Багатоетапна схема ідентифікації	2
8	Одноетапна схема ідентифікації	5
9	Побудова параметрів моделі за спостереженнями активності	4
10	Побудова параметрів моделі за спостереженнями забезпеченості	2
11	Базова побудова параметрів моделі	5
12	Праві частини диференціальних рівнянь	1
13	Реєстрація параметрів прогнозів	1
14	Процедура прогнозування	1
	Середнє значення	1.93

У цьому випадку загальні схеми методів є спільними для моделей із подібними структурами, що підвищує кратність їх використання та економить зусилля на їх реалізацію. Як видно із таблиці середня кратність використання основних модулів середовища близька до двох. У ході включення в середовище нових моделей ця кратність може зростати, зокрема при повторному використанні модулів із пошуку параметрів управління процесами та застосуванням нечітких моделей.

У шостому розділі розроблені узагальнені моделі та методи їх ідентифікації застосовано для розв'язання конкретних прикладних задач, що дозволяє використовувати їх як прототипи для побудови моделей в окремих предметних областях.

Автором розроблено новий підхід до моделювання процесів реабілітації хворих на серцево-судинні захворювання. Моделюються основні характеристики серцево-судинної системи, які контролюються під час процесу реабілітації, тобто частота серцевих скорочень та верхній артеріальний тиск. Метою процесу реабілітації вважається пристосування серцево-судинної системи організму до нормального функціонування у соціальному середовищі із застосуванням дозованої фізичної активності.

Процес реабілітації розбивають на два етапи. На першому етапі, який починається на останній стадії медикаментозного періоду лікування, навіть нормальна фізична активність хворого може становити небезпеку для здоров'я та життя пацієнта. Визначальним параметром такої активності є її тривалість. При правильному дозуванні тривалості фізичних навантажень у цей період організм перестає відчувати втому під час тривалих неінтенсивних навантажень. Тоді організм тренують та контролюють рівень реабілітації за допомогою інтенсивних фізичних навантажень, не допускаючи надмірного зростання значень пульсу та тиску. Це становить зміст другого етапу реабілітації. Емпіричні планування програми реабілітації містять ризики виходу за допустимі межі навантажень конкретного організму, що викликає необхідність використання математичного моделювання при плануванні програми фізичних навантажень реабілітації окремих пацієнтів.

У пропонованому підході моделюємо лише зміни h , p пульсу H та тиску P відносно їх базових значень

$$H = H_0 + h, \quad P = P_0 + p. \quad (47)$$

Для моделювання приростів як пульсу, так і тиску використовується відповідно налаштована узагальнена модель системи із зовнішнім лімітуючим фактором. Це дозволило замінити окремі, раніше запропоновані моделі для різних періодів реабілітації, єдиною моделлю, отримавши зменшення максимальної відносної похибки на 23%. Графіки модельованих характеристик організму на типові навантаження, що застосовуються під час другого етапу реабілітації наведено на рис. 4.

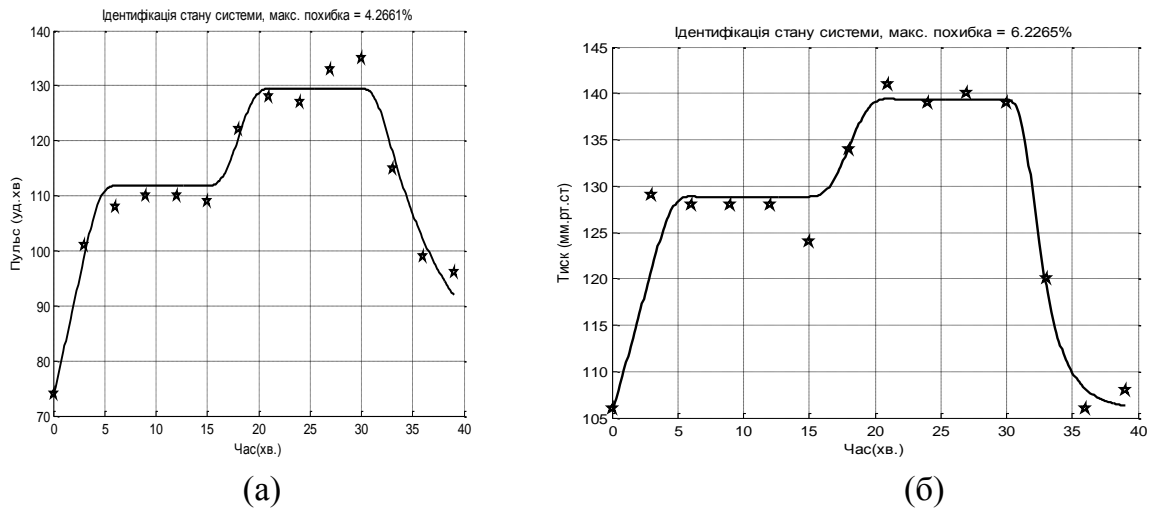


Рис. 4. Результати ідентифікації частоти серцевих скорочень (а) та тиску (б) на етапі реабілітації пацієнта після судинно-серцевого захворювання

У випадку біотехнологічних бродильних процесів лімітуючим фактором служить не зовнішня сила, а внутрішня компонента системи, а саме — концентрація у ній субстрату або кінцевого продукту. В хіміко-технологічну систему вноситься субстрат, система мікроорганізмів, а також деякі ферменти. В результаті реакції утворюються основні (цільові) та побічні продукти, причому в якості управляючого параметру виступає температура.

Автором розроблено метод ідентифікації математичної моделі термкерованих хіміко-технологічних процесів в умовах невизначеності. Ідентифікована модель використовується для синтезу управління технологічними процесами, що забезпечують мінімальні інтенсивності побічних продуктів та утримання інтенсивності основного продукту в межах заданого допустимого інтервалу. Метод ґрунтується на моделі нечітких хіміко-технологічних процесів та генетичному алгоритмі синтезу керуючого температурного режиму із врахуванням невизначеності оцінок як основного, так і побічних продуктів. Для побудови ансамблю термкерованих моделей траєкторій конкретних реалізацій хіміко-технологічного процесу використовуються моделі автономних хіміко-технологічних процесів. У цій моделі розглядається лише динаміка субстрату та змінної активного середовища при постійному температурному режимі.

В попередньо проведених дослідженнях при досягненні порівняно високої точності при розв'язанні модельних задач із високими градієнтами змінної активного середовища та субстрату, довелося застосовувати триетапну схему уточнення параметрів моделі: на першому етапі уточнювати значення коефіцієнтів p_1 та p_2 , на другому етапі уточнювати значення коефіцієнтів p_3 і p_4 , а на останньому, третьому етапі — додатково уточнювати значення всіх модельних коефіцієнтів. Такий підхід ускладнює процес ідентифікації та ставить під сумнів його ефективність при значних змінах характеристик досліджуваних хіміко-технологічних процесів.

Таким чином виникає задача створення нової процедури побудови початкових значень параметрів автономної моделі хіміко-технологічних

процесів із лімітуючим фактором. Така процедура будується на основі методу ідентифікації моделі процесів з лімітуючими компонентами за спостереженнями субстрату, описаного в розд. 3. Ефективність запропонованого підходу досліджено експериментально для моделей ізотермічних процесів бродіння при температурах 11, 12 та 16 (°C). Порівняно невеликі різниці в температурах проведення процесів спричиняють суттєві відмінності в динаміці їх змінної активного середовища (рис. 5).

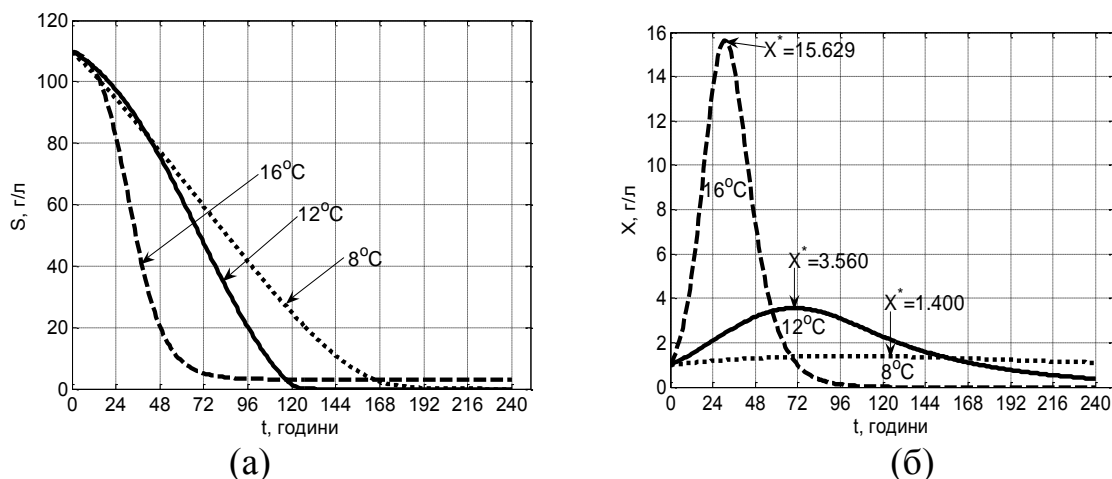


Рис. 5. Концентрації субстрату (а) та активного середовища (б) при постійних температурних режимах

Співставлення похибок триетапної схеми та пропонованого методу ідентифікації наведено в табл. 4. Порівнюючи агреговані оцінки похибок по всіх експериментах можна стверджувати, що пропонований метод дозволяє підвищити точність ідентифікації на 34%.

Таблиця 4

Максимальні відносні похибки ідентифікації триетапної схеми та пропонованого методу ідентифікації для температурних режимів 11°C – 16°C (%)

Методи ідентифікації	Види змінних	T=11°C	T=12°C	T=16°C	Середня похибка	Максимальні похибки
Триетапна схема	X	0.9	1	2.9	1.6	2.9
	S	0.8	1.3	1.8	1.3	1.8
Пропонований метод	X	1.0	0.8	1.9	1.2	1.9
	S	0.3	0.7	0.6	0.5	0.6

Сучасний стан освітньої галузі характеризується формуванням цілісного світового освітнього простору, що розбудовується на базі компетентнісного підходу, як основи конкурентоспроможності студентів на світовому ринку праці. Підвищення ефективності навчання передбачає його індивідуалізацію. У зв'язку із розвитком інформаційних технологій така індивідуалізація може бути реалізована у дистанційній формі із використанням Веб-ресурсів викладача, які кожен із студентів може освоювати індивідуально, звертаючись до викладача лише за консультаціями. Важливим елементом розвитку інструментарію систем типу IDEA може служити математична модель успішності навчання, яка

дозволить оцінювати ресурси необхідні для досягнення певного рівня успішності як по поточній темі, так і по курсу в цілому. Вона дозволить раціонально планувати робочий час студента.

Між черговими сеансами тестування студент переглядає навчальний матеріал, отримує консультації і пробує зрозуміти та усунути причини помилок у попередніх сеансах. Без такої роботи студент ризикує із незначними відхиленнями багаторазово повторювати попередньо досягнуті показники. Частота проведення сеансів залежить від характеру студента, рівня його підготовки, а також обсягу його робочого часу і регулюється ним індивідуально. Тому аргументом моделі успішності вважаємо кількість k його навчальних тестувань.

В ролі змінної активності розглядаємо успішність $X(k)$ студента, представлену за допомогою стохастичної системи. В якості забезпеченості процесу навчання розглядаємо деяку величину $S(k)$, що не підлягає вимірюванню та інтерпретується як відносний ступінь непізнаності студентом зв'язків навчального матеріалу, який він збирається вивчати. Оскільки розглядаємо відносно короткий період вивчення однієї теми курсу, то ефект забування не розглядається. Це дозволяє спростити модель системи до виду

$$\begin{cases} \frac{d}{dk} X(k) = p_1 M_1(p_2, S(k)), & X(k) < 100, \\ \frac{d}{dk} X(k) = 0, & X(k) = 100, \\ \frac{d}{dk} S(k) = -p_3 M_1(p_2, S(k)) X(k), \\ X(k_0) = X_0, & S(k_0) = 100. \end{cases} \quad (48)$$

У більшості моделей процесів з лімітуючим фактором траєкторія змінної активного середовища має куполоподібну форму. Однак у цьому випадку, внаслідок відсутності помітного зниження успішності траєкторія змінної активного середовища має σ -подібну форму, що значно спрощує процес ідентифікації. Внаслідок впливу людського фактора ідентифікацію проводимо поетапно, взявши за основу багатоетапний метод ідентифікації, коли ідентифіковані значення параметрів моделі попереднього етапу служать початковими значеннями для параметрів наступного.

Процедуру поетапної ідентифікації розпочинаємо від трьох спостережених значень успішності. Для побудови початкового прогнозу максимально спрощуємо представлення моделі (48). Зокрема покладаємо

$$p_3^0 = 0. \quad (49)$$

Вважаючи значення параметру p_2 вибраним, із першого диференціального рівняння моделі отримуємо представлення для початкового наближення значення першого параметра

$$p_1^0 = \frac{1}{M_1(p_2, S(k_0))} \frac{X_{J_1} - X_{J_1-1}}{k_{J_1} - k_{J_1-1}}, \quad (50)$$

де J_1 – номер останнього спостереженого значення успішності.

Числові експерименти підтвердили ефективність аналізованого методу ідентифікації, похибка ідентифікації не перевищувала 5%. Ідентифікована модель дозволяє виявляти приховані тенденції змін успішності в процесі навчальних тестувань і сигналізувати студентів про необхідність пошуку засобів підвищення ефективності процесу освоєння знань.

В умовах сучасного інформаційного суспільства інформаційні та комерційні можливості Веб-сайтів надзвичайно великі. Однак їх можливості реалізуються лише за умови достатньої відвідуваності. Основою формування достатньої відвідуваності Веб-сайту є його контент. Завдяки постійному оновленню контенту всесвітньої мережі необхідно вживати спеціальних заходів для рекламування наповнення Веб-сайту серед цільової аудиторії. Виділяємо базову відвідуваність тієї тематики Веб-сайту, яка забезпечує ріст його загальної відвідуваності. Всі заходи щодо підвищення відвідуваності вимагають певних затрат. Тому необхідно оцінювати ефективність такого застосування за допомогою математичних моделей.

При моделюванні відвідуваності для усунення випадкових коливань використовується згладжування експериментальних даних. При цьому залишок згладжування повинен містити мінімально пов'язані значення. Тому вибираємо такі кратності K_y , K_x згладжувань спостережених значень загальної \bar{Y}^e та базової \bar{X}^e відвідуваностей, які забезпечать мінімальну корельованість їх залишків.

Аналіз згладженої загальної відвідуваності $Y(t)$ дозволяє розбити її на інтервали відносної постійності та інтервали суттєвих приростів за пороговим формальним критерієм

$$Y'(t) > D_{\min}, \quad (51)$$

де порогове значення D_{\min} встановлюється експериментально. Моделювання застосовуємо тільки для цих часових інтервалів. Таким чином досягається суттєве зниження складності моделі.

Модель відвідуваності Веб-сайту включає співвідношення відвідуваності активної тематики. В якості останніх використано співвідношення лімітуючої забезпеченості виду (5)-(8), доповнену представленням результуючої відвідуваності всього Веб-сайту $Y'(t)$ у вигляді

$$Y(t) = Y(t_0) + q_1 (X(t) - X_0)^{q_2} e^{-q_3 t}. \quad (52)$$

Наявність зв'язку базової відвідуваності із загальною пояснюється впливом росту популярності базової тематики на покращення видимості сторінок тематики в пошукових системах. Покращення видимості спричиняє посилення відвідуваності багатьох тематик Веб-сайту, тим самим викликаючи підвищення загальної відвідуваності.

Ідентифікація аналізованої моделі відвідуваності здійснюється в 2 етапи. На першому етапі за допомогою спостереженої базової відвідуваності X ідентифікуємо параметри p_1 — p_4 базової відвідуваності, а на другому етапі —

параметри представлення (52). Для побудови значень останніх логарифмуємо співвідношення (52), отримуючи систему лінійних рівнянь

$$\ln(q_1) + q_2 \ln(X(t_i) - X_0) - q_3 = \ln(Y(t_i) - Y(t_0)), \quad i = \overline{1,3} \quad (53)$$

для встановлення початкових значень, які в подальшому уточнюємо градієнтним методом. Основна складність у використанні попередньо розробленої методики полягає у поділі підходів на заходи із короткотерміновим та довготерміновим ростом активності.

Дослідження, представлені в розд. 3, уможливають спрощення процедури ідентифікації запропонованої моделі шляхом використання методу ідентифікації багатоетапної моделі з спостережуваною змінною активного середовища, який не вимагає виокремлення процесів короткотермінового та довготермінового приростів відвідуваностей. Окремі результати ідентифікації моделей відвідуваності активних тематик наведено на рис. 6.

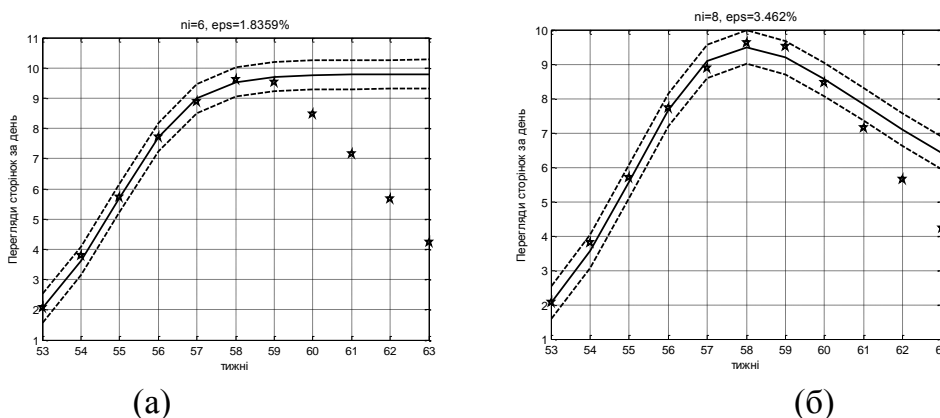


Рис. 6. Ідентифікація моделі зростання базової відвідуваності Веб-сайту API2Cart на другому (а) та третьому (б) етапах

Варто відзначити, що на четвертому етапі всі наступні значення відвідуваностей належать вибраному 5% інтервалу прогнозу. Крок прогнозу по етапах складає 1, 4, 1, 2 тижнів, що уможливлює контроль динаміки відвідуваності Веб-сайту із задовільною точністю.

На сьогоднішній день діабет є невиліковною хворобою і максимальна компенсація порушеного обміну речовин є основною метою у підтримці здоров'я пацієнта. Прогнозування концентрації глюкози в крові в залежності від раціону харчування та доз ін'єкцій штучного інсуліну засобами математичного моделювання уможливлює узгодження харчування та дозування інсуліну із характером навантаження на організм пацієнта. Рівень $G(t)$ глюкози в крові знижується під дією інсуліну, в якому виділяємо природню $I(t)$ та штучну $N(t)$ компоненти, та підвищується із поступленням $G_m(t)$ глюкози із їжі.

Спостереження за рівнями цукру в крові та обсягами спожитих вуглеводів вказують на те, що останні необхідно розділити на категорії миттєвих $S_1^j(t)$, швидких $S_2^j(t)$ та повільних $S_3^j(t)$, де j позначає момент часу t_j споживання

вуглеводів. Відповідні обсяги виробленої глюкози позначаємо як $G_{m,i}^j(t)$. Обсяг ін'єкції штучного інсуліну, здійсненої в момент часу j_1 , позначаємо як U^{j_1} , а розподіл інтенсивності його дії в часі – як $N^{j_1}(t)$. У ролі останнього вибрано функцію – аналог розподілу Фішера, параметри якої встановлюємо окремою процедурою ідентифікації на основі спеціально вимірених обсягів інсуліну. В результаті отримуємо модель добової динаміки глікемії, в якій загальною забезпеченістю виступає глюкоза $G(t)$ в крові, підпорядкованими активностями – концентрації інсуліну $I(t)$, $U^{j_1}N^{j_1}(t)$ та виробленої із вуглеводів глюкози $G_{m,i}^j(t)$, підпорядкованими забезпеченостями – концентрації спожитих вуглеводів $S_i^j(t)$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} G(t) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{n_j} p_{1,i} \Theta(t-t_j) G_{m,i}^j(t) - p_3 \frac{I(t)G(t)}{p_2 + G(t)} - p_4 \sum_{j_1=1}^{n_{j_1}} \frac{U^{j_1} \Theta(t-t_{j_1}) N^{j_1}(t) G(t)}{p_5 + G(t)}, \end{aligned} \right. \quad (54)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} I(t) = \left(\frac{G(t) - G_b}{p_2' + G(t)} - p_1' \right) I(t), \end{aligned} \right. \quad (55)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dG_{m,i}^j(t)}{dt} = \left(p_{1,i}^G \frac{S_i^j(t)}{p_{4,i}^G + S_i^j(t)} - p_{2,i}^G \right) G_{m,i}^j(t), \quad t > t_j, \end{aligned} \right. \quad (56)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dS_i^j(t)}{dt} = -p_{3,i}^G \frac{S_i^j(t)}{p_{4,i}^G + S_i^j(t)} G_{m,i}^j(t), \quad t > t_j, \end{aligned} \right. \quad (57)$$

$$G(t_0) = G_0, \quad I(t_0) = I_0, \quad G_{m,i}^j(t_j) = g_i, \quad S_i^j(t_j) = S_{i,0}^j \quad (58)$$

$$N^{j_1}(t) = (t - t_{j_1})^\alpha \left(1 + b(t - t_{j_1})^{-k} \right), \quad (59)$$

де n_j – кількість харчувань протягом доби, n_{j_1} – кількість ін'єкцій інсуліну, α, b, k – параметри функції динаміки штучного інсуліну, G_0, I_0, g_i – початкові концентрації глюкози в крові, природного інсуліну, виробленої глюкози з вуглеводів виду i , $S_{i,0}^j$ – обсяг споживання i -х вуглеводів під час j -го харчування.

Застосовано процедуру поетапної ідентифікації моделі на основі послідовності допоміжних задач та спеціально організованих експериментів. На першому етапі розглядається найпростіша конфігурація моделі. Ця конфігурація виникає в нічний час, при відсутності впливу харчування та мінімальному впливі штучного інсуліну. Значення глюкози вимірюються періодично, а значення інсуліну вимірюється в початковий момент проведення експерименту

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} G(t) = -p_3 \frac{I(t)G(t)}{p_2 + G(t)}, \end{aligned} \right. \quad (60)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} I(t) = \left(\frac{G(t) - G_b}{p_2' + G(t)} - p_1' \right) I(t), \end{aligned} \right. \quad (61)$$

$$G(t_z) = G_z, \quad I(t_z) = I_z. \quad (62)$$

Для ідентифікації цієї конфігурації використовується описаний в розд. 3 метод ідентифікації при спостереженні лише змінної забезпеченості. На другому етапі на основі спеціального експерименту встановлюємо значення інсуліну протягом часу його ефективної дії. На основі цих значень градієнтним методом ідентифікуємо значення параметрів регресійної моделі штучного інсуліну (59). На третьому етапі враховується взаємодія глюкози, що поступає з їжею, та штучного інсуліну. При звичайному харчуванні присутні різні типи вуглеводів. Однак для спрощення ідентифікації параметрів моделі організовано три спеціальних експерименти, коли в сеансі харчування споживалися тільки миттєві, або тільки швидкі, або тільки повільні вуглеводи. Спостереження проводилися від першого ранішнього харчування з ін'єкцією штучного інсуліну, що дозволяє простіше встановлювати початкові умови моделювання динаміки глікемії. Для ідентифікації отриманих конфігурацій моделі використовується розроблений метод ідентифікації моделі із відокремленими лімітуючими факторами.

Результати експериментів підтверджують точність ідентифікації моделі штучного інсуліну (відносна похибка 6.9%), а також моделей глікемії при споживанні лише миттєвих вуглеводів (відносна похибка 5.3%), швидких (відносна похибка 6.3%) та повільних вуглеводів (відносна похибка 4.4%). Прогнозна модель добової динаміки глікемії при співставленні з спостереженими даними показала максимальну відносну похибку на рівні 9.2%. Результати деяких згаданих експериментів продемонстровано на рис. 7 та рис. 8. У зв'язку з обмеженим числом спостережень за концентраціями глюкози при споживанні окремих типів вуглеводів в одній процедурі ідентифікації використовувались дані двох експериментів, модельована динаміка для яких представлена суцільною та штриховою лініями.

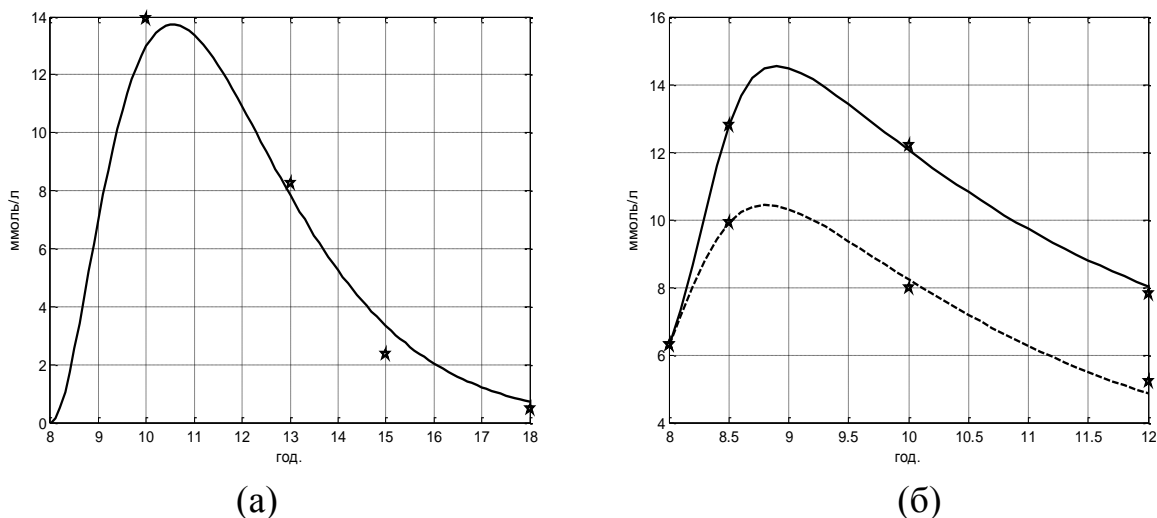


Рис. 7. Результати ідентифікації моделей штучного інсуліну (а) та миттєвих вуглеводів (б)

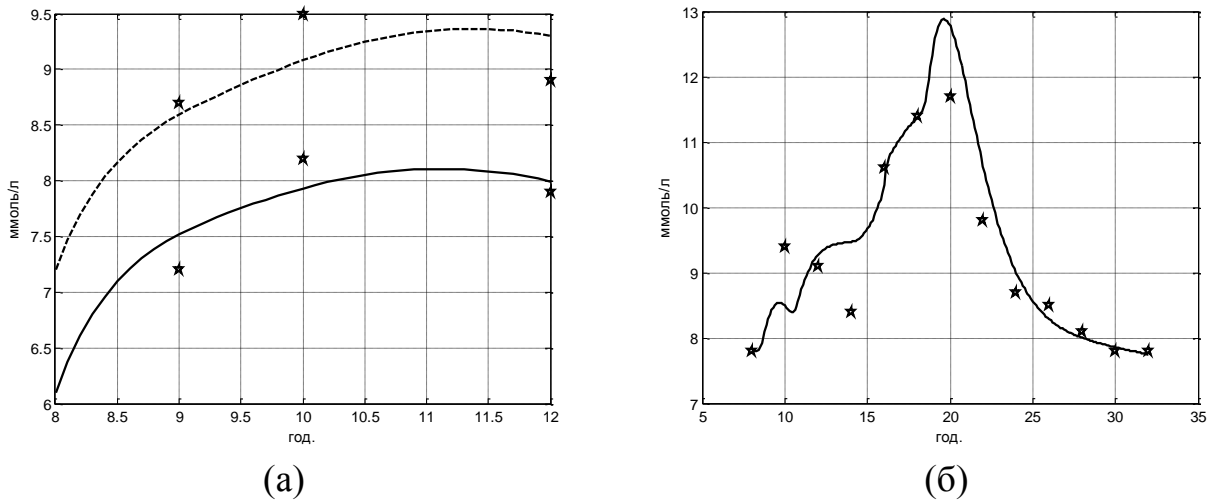


Рис. 8. Результат ідентифікації моделі повільних вуглеводів (а) та прогноз добової динаміки глікемії (б)

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено актуальну науково-прикладну проблему спрощення процесу моделювання систем із лімітуючими факторами та підвищення точності моделювання завдяки розробленню нового класу математичних моделей систем з лімітуючими факторами, нових узагальнених методів їх ідентифікації та інженерного інструментарію з розширеною сферою застосування в прикладних дослідженнях. У результаті виконання дисертаційного дослідження сформульовано такі висновки та рекомендації.

1. Проведений аналіз підходів до підвищення ефективності досліджень нових класів задач за допомогою математичних моделей показав актуальність узагальнення напрацьованих підходів при моделюванні систем із лімітуючими факторами з метою розробки узагальнених математичних моделей та методів їх ідентифікації для моделювання процесів в біосоціальних системах та зниження трудомісткості розробки інженерного інструментарію для розв'язання нових задач у цій області.

2. Запропоновано та обґрунтовано узагальнену модель системи із внутрішнім лімітуючим фактором, яка включає рівняння динаміки активного середовища, субстрату та продукту системи, враховує зміну базових рівнів змінної активного середовища, а також ефект її інгібування продуктом системи. Це уможливило формування ядра розширеного класу моделей систем з лімітуючими факторами, яке спрощує моделювання процесів у хіміко-технологічних, навчальних, Веб-інформаційних системах та системах прогнозування динаміки глікемії хворих на цукровий діабет.

3. Запропоновано та обґрунтовано узагальнену модель системи із зовнішнім лімітуючим навантаженням, яка включає рівняння динаміки змінної активного середовища системи, враховує нелінійність реакції системи на прикладене навантаження, що виступає в ролі лімітуючого фактора та інтерполюється кусково-кубічними многочленами Ерміта, а також лінійний

характер стабілізатора активного середовища системи, який вмикається після зняття навантаження. Модель уможливила уніфікацію підходів до моделювання різнотипних навантажень на організм пацієнта в процесі реабілітації після серцево-судинних захворювань.

4. Розроблено єдиний метод ідентифікації моделей систем із лімітуючим фактором, який містить процедуру виділення області та вибору оптимальних значень лімітуючого параметра, різницеві співвідношення для налаштування початкових значень інших параметрів моделі, процедуру уточнення початкових значень параметрів моделі на основі градієнтного методу, що уможливило уніфікування та спрощення підходу до ідентифікації моделей систем із лімітуючою забезпеченістю та лімітуючим зовнішнім навантаженням.

5. Розроблено архітектуру та програмні модулі середовища моделювання систем із лімітуючими факторами, в якій розроблені методи ідентифікації реалізовано сукупностями програмних модулів із поетапною деталізацією, що уможливило економію зусиль із їх програмної реалізації та забезпечило формування програмного інструментарію аналізу широкого кола прикладних задач зі збереженням відкритості середовища до подальших поповнень.

6. Із застосуванням єдиного методу ідентифікації моделей систем із лімітуючими факторами побудовано математичну модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань; розроблено математичну модель характеристик результатів навчання із поетапним прогнозом успішності освоєння матеріалу в системі автоматизованого навчання із максимальною відносною похибкою 6%; побудовано математичну модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження із відображенням в єдиній моделі як неінтенсивних, так і субмаксимальних навантажень і зниженням максимальної похибки прогнозування на 23%.

7. На основі єдиного методу ідентифікації моделей систем із лімітуючими факторами створено метод ідентифікації параметрів моделі динаміки добової глікемії хворого на цукровий діабет із максимальною відносною похибкою, яка не перевищила 9%; удосконалено метод ідентифікації моделей хіміко-технологічного процесу броварного бродіння із спрощенням процедури ідентифікації та зменшенням похибки математичної моделі на 30%; покращено метод ідентифікації математичних моделей динаміки відвідуваності Веб-сайтів із застосуванням як для короткотермінового, так і для довготермінового прогнозування динаміки відвідуваності без втрати точності прогнозування.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Pasichnyk R. Modeling of resources accumulation and operational management in biotechnology, biomedical and web information systems / R. Pasichnyk // Computational Problems of Electrical Engineering. – 2014. – V. 4, N 2. – P. 37-46. (Входить до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus)
2. Chaikivska Y. The mathematical model model of glucose dynamics in blood

- over 24-hour period / Y. Chaikivska, R. Pasichnyk, N. Pasichnyk // *Computational Problems of Electrical Engineering*. – 2015. – V. 5, N. 1. – P. 5-10. (Входить до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus)
3. Pasichnyk N. Mathematical modeling of Website quality characteristics / N. Pasichnyk, M. Dyvak, R. Pasichnyk // *Computational Problems of Electrical Engineering*. – 2013. – V. 3, N 2. – P. 91-96. (Входить до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus)
 4. Vovkodav O. The method of identification of a mathematical model for the cardiovascular system response dynamics to exercise stress / O. Vovkodav, R. Pasichnyk // *Journal of Applied Computer Science / Technical University Press*. – Lodz, Poland, 2014. – V. 22 (2). – P. 91-99. (Входить до міжнародних наукометричних баз ACM Digital Library, Index Copernicus, Inspec, та ін. (всього 24 найменувань))
 5. Пасічник Н. Р. Математична модель динаміки відвідуваності тематичних Веб-сайтів та методи її ідентифікації / Н. Пасічник, М. Дивак, Р. Пасічник // *Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць*. – Київ : Міжнар.наук.-навч.центр інформ.технологій та систем НАН та МОН України, 2013. – Вип. 5. – С. 236-246.
 6. Чайківська Ю. М. Інформаційна технологія оцінки добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах : Міжнар. наук.-техн. журн.* – Хмельницький, 2015. – Т. 3, № 52. – С. 156-161. (Входить до міжнародних наукометричних баз Index Copernicus; Google Scholar)
 7. Вовкодав О. В. Математична модель динаміки пульсу та тиску при оцінці допустимості фізичних навантажень / О. В. Вовкодав, Р. М. Пасічник // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах : Міжнар. наук.-техн. журн.* – Хмельницький, 2014. – № 2 (47). – С. 158-162. (Входить до міжнародних наукометричних баз Index Copernicus; Google Scholar)
 8. Чайківська Ю. М. Метод ідентифікації добової динаміки глюкози в крові / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник // *Інформатика та математичні методи в моделюванні : Зб. наук. праць*. – Одеса, 2015. – Т. 5, № 2. – С. 135-141.
 9. Чайківська Ю. М. Математична модель динаміки глюкози в процесі засвоєння їжі / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник // *Інформатика та математичні методи в моделюванні : Збірник наукових праць*. – Одеса, 2014. – Т.4, №3. – С. 272-277.
 10. Вовкодав О. В. Модель реакції серцево-судинної системи організму на дозоване фізичне навантаження в процесі реабілітації після неускладненого інфаркту міокарда / О. В. Вовкодав, Р. М. Пасічник, Л. В. Левицька // *Системи обробки інформації*. – Харків, 2013. – Вип. 1 (108). – С. 224-228.
 11. Вовкодав О. В. Система моделювання параметрів процесу реабілітації після гострого інфаркту міокарда / О. В. Вовкодав, Р. М. Пасічник // *Вісник Хмельницького національного університету: Технічні науки*. –

2012. – Вип. № 4 (191). – С. 102-107.
12. Вовкодав О. В. Модель впливу фізичних навантажень в інформаційних технологіях моніторингу реабілітації після інфаркту міокарда / Вовкодав О. В., Пасічник Р. М. // Системи обробки інформації, інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Харків, 2011. – Вип. 3 (93). – С. 169-172.
 13. Мельник А. М. Алгоритми генерації множини задач та їх автоматичне розв'язання в прикладному програмному середовищі / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2011. – Т. 16, № 2. – С. 157-163.
 14. Мельник А. М. Інформаційна технологія автоматичної генерації тестових завдань з керованою складністю / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник, Р. П. Шевчук // Системи обробки інформації, інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – Харків, 2011. – № 3 (93). – С. 57-61.
 15. Мельник А. М. Метод адаптивного управління структурою процесу навчання / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Вісник Хмельницького національного університету. – 2011. – № 1. – С. 132-137.
 16. Мельник А. М. Метод генерації тестових завдань на основі системи семантичних класів / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2010. – Т. 15, № 1. – С. 187-193.
 17. Мельник А. М. Метод генерації проблемних ситуацій для тестування методологічних знань / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Науковий вісник Чернівецького університету: Комп'ютерні системи та компоненти. – 2010. – Т. 1, Вип. 2. – С. 67-72.
 18. Піговський Ю. Р. Ідентифікація жорстких нелінійних моделей хіміко-технологічних систем / Ю. Р. Піговський, Р. М. Пасічник // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2010. – Т.12, №1. – С. 12-22.
 19. Мельник А. М. Модель оцінки складності тестових завдань / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Науковий вісник Чернівецького університету: Комп'ютерні системи та компоненти. – 2009. – № 479. – С. 108-113.
 20. Мельник А. М. Моделювання результативності навчання в інтелектуальних адаптивних навчальних системах / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія : міжнар. наук.-техн. журнал. – 2009. – № 3. – С. 107-116.
 21. Пасічник Р. М. Моделювання термочергованих систем Моно-Ієрусалимського з мінімальними побічними виходами в умовах невизначеності / Р. М. Пасічник, Ю. Р. Піговський // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – Вінниця, 2008. – № 1 (11). – С. 69-75.
 22. Пасічник Р. М. Ідентифікація системи Моно-Ієрусалимського з керованим зворотнім зв'язком / Р. М. Пасічник, Ю. Р. Піговський // Комп'ютинг. – 2008. – Т. 7, Вип. 1. – С. 146-152.
 23. Пасічник Р. М. Ідентифікація моделі броварного бродіння в умовах невизначеності / Р. М. Пасічник, Ю. Р. Піговський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця, 2007. – № 1. – С. 10-15.

24. Пасічник Р. М. Адаптивна модель динаміки систем мікроорганізмів в умовах невизначеності / Р. М. Пасічник, Ю. Р. Піговський // Вісник Хмельницького національного університету: Технічні науки. – Хмельницький, 2007. – Т. 1, № 2. – С. 36-40.
25. Пасічник Р. М. Алгоритм управління перехідним процесом завантаження багатозонного термоагрегату / Р. М. Пасічник, В. В. Кочан, Ю. Р. Піговський // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – Тернопіль, 2005. – Т. 10, № 3. – С. 118-126.
26. Пасічник Р. М. Вдосконалена система керування багатозонними термоагрегатами / Р. М. Пасічник, В. В. Кочан, Ю. Р. Піговський, М. Й. Дерлиця // Вісник технологічного університету Поділля: Технічні науки. – Хмельницький, 2004. – Ч. 1, Т. 1.; № 2 – С. 30-33.
27. Pasichnyk R. Concept model of resources accumulation and operational management in biotechnology, biomedical and Web information systems / R. Pasichnyk, N. Pasichnyk, A. Melnyk, I. Strubycka // The XIIIth International Conference on Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM 2015) – Lviv-Polyana, Ukraine, 2015. – P.152-155. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
28. Chaikivska Y. M. Mathematical model of glucose dynamics during food digestion process / Y. M. Chaikivska, R. M. Pasichnyk // Proceedings of the XII-th International Conference Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science, dedicated to the 170-th anniversary of Lviv Polytechnic National University (TCSET'2014). – Lviv-Slavske, 2014. – P. 753. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
29. Pigovsky Y. Adaptive model of fermentation processes under uncertainty conditions / Y. Pigovsky, R. Pasichnyk, P. Bykovyy, Su Jun // Proceedings of the IEEE 7th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS-2013). Berlin, 2013. – P. 115-119. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus.)
30. Chaikivska Y. Analysis of design methods of physical activity on the dynamics of glucose in diabetic patient / Y. Chaikivska, R. Pasichnyk, O. Kushnir // The XII-th International Conference on Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM-2013). – Lviv-Polyana, 2013. – P. 57. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
31. Vovkodav O. Mathematical model of the cardiovascular system on the measured physical exercise / O. Vovkodav, R. Pasichnyk, M. Shpintal, L. Honchar // The XII-th International Conference on Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM 2013). – Lviv-Polyana, 2013. – P. 378-379. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
32. Vovkodav O. Model of physical activity during rehabilitation after myocardial infarction / O. Vovkodav, R. Pasichnyk, M. Shpintal, L. Honchar // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science : Proceedings of the XI-th International Conference (TCSET'2012). – Lviv-

- Slavsko, 2012. – P. 231-232. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus.)
33. Melnyk A. Method of adaptive control structure learning based on model of test's complexity / A. Melnyk, R. Pasichnyk, N. Pasichnyk, I. Turchenko // Proceedings of the 6-th IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS'2011). – Prague, Czech Republic, 2011. – Vol. 2. – P. 692-695. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
 34. Melnyk A. System of semantic classes for test's generation model of physical activity during rehabilitation after myocardial infarction / A. Melnyk, R. Pasichnyk // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the International Conference (TCSET'2010). – Lviv-Slavsko, 2010. – P. 206. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
 35. Pasichnyk R. Ontology's structuring based on the evolutional sequences and the preparation method of its filling / R. Pasichnyk, A. Sachenko // Proceedings of the 5-th IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS'2009). – Rende (Cosenza), Italy, 2009. – P. 570- 573. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
 36. Pasichnyk R. Developing problem – oriented ontology for bio-technical modeling / R. Pasichnyk // Proceedings of the IXth International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET'2008). – Lviv-Slavsko, –2008. – P. 73-74. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
 37. Pasichnyk R. Modeling of cognitive processes for bio-technical systems / R. Pasichnyk, A. Melnyk // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the IXth International Conference (TCSET'2008). – Lviv-Slavsko, 2008. – P. 27-28. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
 38. Pasichnyk R. Semantic WEB-search developing by problem-oriented ontology means / R. Pasichnyk, A. Sachenko // Proceedings of the 4-th IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS'2007). – Dortmund, Germany, 2007. – P. 445-448. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
 39. Pasichnyk R. Modeling dynamics of microorganisms systems under uncertainty / R. Pasichnyk, Y. Pigovsky // Proceedings of the IX-th International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” (CADSM'2007). – Lviv-Polyana, 2007. – P. 115-119. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
 40. Pasichnyk R. Optimization approaches of multizone furnace loading process control / R. Pasichnyk, A. Vande Wouwer, Y. Pigovsky // Proceedings of IEEE 3-th International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2005). – Sofia,

2005. – Р. 370-377. (Входить до міжнародної наукометричної бази Scopus)
41. Чайківська Ю. М. Інформаційна технологія прогнозування динаміки глікемії / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник, Л. М. Тимошенко // Тези доповідей XI міжнародної науково-практичної конференції «Військова освіта і наука: сьогодення та майбутнє». – Київ, 2015. – С.83-84.
 42. Чайківська Ю. М. Прогнозна модель добової динаміки концентрації цукру в крові / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник, Л. М. Тимошенко // Матеріали IV міжнародної науково-практичної конференції "Інформаційні управляючі системи та технології" (ІУСТ-2015). – Одеса, 2015. – С.261-264.
 43. Мельник А. М. Автоматична генерація тестових завдань як засіб підвищення ефективності процесу навчання / А.М. Мельник, Р.М. Пасічник, Р.П. Шевчук // Тези доповідей II міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Харків, 2011. – С. 57-59.
 44. Мельник А. М. Система автоматичної генерації тестових завдань / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Тези доповідей міжнародної науково-практичної конференції "Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія" (ІТКІ-2010). – Вінниця : ВНТУ, 2010. – С. 408-409.
 45. Пасічник Р. М. Формалізація процесу побудови онтологій на основі базових класів / Р. М. Пасічник, А. С. Саченко, А. М. Мельник // Збірник наукових праць за матеріалами XIII всеукраїнської наукової конференції "Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики". – Львів : Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. – С. 162-163.
 46. Мельник А. М. Моделювання параметрів навчального процесу в умовах невизначеності / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Поступ в науку: зб. наук. праць за матеріалами проблемно-наукової міжгалузевої конференції "Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання" (ПНМК-2009). – Бучач : Бучацький інститут менеджменту і аудиту, 2009. – Т. 1, № 5. – С. 216-219.
 47. Чайківська Ю. М. Математична модель надходження глюкози зі споживанням вуглеводів / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник // Матеріали IV Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль : ТНЕУ, 2014. – С. 44-45.
 48. Чайківська Ю. М. Розробка схеми аналізу моделі динаміки глюкози в крові в амбулаторних умовах / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник, В. П. Матвійків // Матеріали III Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль : ТНЕУ, 2013. – С. 58-59.

АНОТАЦІЇ

Пасічник Р. М. Математичні моделі систем із лімітуючими факторами та методи їх ідентифікації. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – Математичне моделювання та обчислювальні засоби. – Національний університет «Львівська політехніка» МОН України, Львів, 2016.

Дисертація присвячена вирішенню важливої науково-прикладної проблеми – спрощення процесу моделювання систем із лімітуючими факторами з одночасним забезпеченням необхідної точності та розробки для цих цілей інженерного інструментарію. Запропоновано та обґрунтовано загальну структуру моделей систем із лімітуючими факторами. Розроблено узагальнену модель систем із множиною внутрішніх лімітуючих факторів, що враховує ефекти інгібування та зміну базових рівнів активностей процесів.

Побудовано узагальнений метод ідентифікації параметрів моделей систем із лімітуючими факторами, який включає процедури вибору початкових значень лімітуючих параметрів, побудови початкових значень параметрів моделей на основі значень лімітуючих параметрів та різницевих апроксимацій диференціальних рівнянь моделі, вибору оптимальних значень лімітуючих параметрів за критерієм мінімізації максимальної відносної похибки моделі із значеннями параметрів, уточнених за допомогою модифікованого градієнтного методу. Розроблені модифікації узагальненого методу ідентифікації на випадки спостережень значень лише факторами однієї змінної моделі. Побудовано модель системи із зовнішніми навантаженнями різних типів а також модифікацію узагальненого методу ідентифікації, що враховує її особливості.

Розроблено архітектуру та програмні модулі середовища моделювання систем із лімітуючими факторами, яке реалізує розроблений узагальнений метод ідентифікації. Удосконалено моделі та методи ідентифікації для процесів реабілітації після серцево-судинних захворювань, біотехнологічних процесів бродіння, прогнозування добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет, прогнозування відвідуваності Веб-сайтів при застосуванні рекламних акцій, розроблено модель успішності в системах автоматизованого навчання.

Ключові слова: узагальнена модель системи, лімітуючий фактор, метод ідентифікації, початкове значення параметра моделі, модифікований градієнтний метод, програмне середовище моделювання.

Пасичнык Р. М. Математические модели систем с лимитирующими факторами и методы их идентификации. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.05.02 – Математическое моделирование и вычислительные методы. – Национальный университет «Львовська політехніка» МОН Украины, Львов, 2016.

Диссертация посвящена решению важной научно-прикладной проблемы – упрощению процесса моделирования систем с лимитирующим фактором при одновременном обеспечении требуемой точности и разработке для этих целей

инженерного инструментария. Выявлена фрагментация подходов к построению моделей систем с лимитирующими факторами, что приводит к значительным затратам времени на разработку программных средств моделирования указанных систем. Предложена схема моделирования систем с лимитирующими факторами с применением специальной программной среды.

Разработана обобщенная модель систем с внутренними лимитирующими факторами, учитывающая эффекты ингибирования и изменения базовых уровней активности процессов а также влияние подчиненных процессов, лимитированных отдельными лимитирующими факторами, на основную характеристику системы. Анализ влияния изменений параметров упрощенной модели с лимитирующими факторами на динамику переменных модели позволил выделить из числа параметров основной, лимитирующий. Построен обобщенный метод идентификации параметров моделей систем с лимитирующими факторами, включающий процедуры выбора начальных значений лимитирующих параметров, построения начальных значений параметров моделей на основе значений лимитирующих параметров и разностных аппроксимаций дифференциальных уравнений модели, выбора оптимальных значений лимитирующих параметров по критерию минимизации максимальной относительной погрешности модели со значениями параметров, уточненных с помощью модифицированного градиентного метода.

Разработаны модификации предложенного обобщенного метода идентификации параметров моделей систем с лимитирующими факторами на случаи наличия наблюдений только за одной переменной модели. В случае единственного лимитирующего фактора модифицируются только разностные соотношения для построения начальных значений параметров моделей при помощи дополнительных общих оценок, которые определяют класс ненаблюдаемых переменных модели. В случае множественных лимитирующих факторов реализуется процедура поэтапной идентификации. На каждом из этапов на базе специально организованного эксперимента идентифицируются параметры модели отдельного вспомогательного процесса. Построена модель системы с внешними нагрузками различных типов а также модификация обобщенного метода идентификации, учитывающая его особенности.

Разработана архитектура и программные модули среды моделирования систем с лимитирующим фактором, которое реализует обобщенный метод идентификации и его модификации с поэтапной детализацией и кратным использованием для моделей в различных предметных областях. Усовершенствованы модели и методы идентификации для процессов реабилитации после сердечно-сосудистых заболеваний, биотехнологических процессов брожения, прогнозирования суточной динамики гликемии больных сахарным диабетом, прогнозирования посещаемости веб-сайтов при применении рекламных акций, разработана модель успешности в системах автоматизированного обучения.

Ключевые слова: обобщенная модель системы, лимитирующий фактор, метод идентификации, начальное значение параметра модели, модифицированный градиентный метод, программная среда моделирования.

Pasichnyk R. M. Mathematical models of the systems with limiting factors and methods for their identification. – On the rights of manuscript.

The thesis for the doctor of technical science degree, specialty 01.05.02 – mathematical modeling and numerical methods. – Lviv Polytechnic National University of Ministry of Science and Education of Ukraine, Lviv, 2016.

The thesis is devoted to solving an important scientific and practical problem: simplification of modeling the systems with limiting factors while ensuring the required accuracy and development of the engineering tools for this purpose. The analysis of the approaches for modeling the systems with limiting factors and their identification methods has been conducted. The general structure of the models for the systems with limiting factors has been offered and justified. This structure implies the ability to influence the overall characteristic of the system through external limiting loads, some support factors for the activity of systems' main processes, a set of limited processes.

The generalized model of the systems with a set of internal limiting factors has been developed. This model takes the effects of inhibition and changes in the processes' base activity levels into account. The generalized method for parameters' identification of the models for the systems with limiting factors has been built. It includes the procedures for selecting initial values of limiting parameters, building initial values of models' parameters based on the values of limiting parameters and difference approximations of models' differential equations, selection of optimal values for the limiting parameters based on criterion of minimizing the model's maximum relative error with parameters' values, which are specified using a modified gradient method. The modifications of generalized identification method have been developed for the cases when only variables of activity or security for the processes of the systems with individual and multiple limiting factors are observed, or when the systems are subject to the influence of the human factor. The model of a system with external loads of various types has been constructed, as well as the modification of the generalized identification method, which considers its peculiarities.

The software architecture and simulation environment modules for modeling the systems with limiting factors have been developed, which implements the introduced generalized identification method and its modifications with step-by-step detailed elaboration and multiple usage for the models in different subject areas. The models and identification methods have been improved for the rehabilitation processes after cardiovascular diseases, biotechnological fermentation processes, forecasting daily dynamics of blood for glucose diabetics, forecasting Web sites' traffic when using promotions. A model of the progress in computer-aided learning has been created.

Keywords: generalized system's model, limiting factor, identification method, initial value of the model's parameter, modified gradient method, software environment for modeling.

Підписано до друку 24.11.2016 р.
Формат 60x84/16. Папір офсетний.
Друк на дублюванні. Зам. № 7-168
Умов.-друк. арк.2.2 Обл.-вид. арк 1,7.
Тираж 100 прим.

Віддруковано ФО-П Шпак В. Б.
Свідоцтво про державну реєстрацію:
Серія В02 № 924434 від 11.12.2006 р.
Свідоцтво платника податку: Серія Е № 897220
м. Тернопіль, вул. Просвіти, 6.
тел. 8 097 299 38 99, (0352) 422-388
E-mail: tooums@ukr.net