

Національний університет “Львівська політехніка”

Міністерства освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова

праця на правах рукопису

Гурський Володимир Миколайович

УДК 621.01

ДИСЕРТАЦІЯ

**СИНТЕЗ НЕЛІНІЙНИХ
ПОЛІЧАСТОТНИХ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН
З РЕЗОНАНСНИМИ РЕЖИМАМИ РОБОТИ**

05.02.02 – машинознавство

Галузь знань 13 – механічна інженерія

131 – Прикладна механіка

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ В. М. Гурський

Науковий консультант

Кузьо Ігор Володимирович,
доктор технічних наук, професор,
Заслужений діяч науки і техніки України

Львів – 2018

АНОТАЦІЯ

Гурський В. М. Синтез нелінійних полічастотних вібраційних машин з резонансними режимами роботи. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.02.02 – машинознавство (131 – Прикладна механіка). – Національний університет “Львівська політехніка”, Львів, 2018.

У *першому* розділі окреслено внесок вчених у розвиток науки та практики застосування вібраційних машин. Узагальнено технологічні процеси та відповідні їм доцільні режими роботи вібраційних машин. Встановлено, що машини із полічастотними коливаннями є найбільш технологічно ефективними в енергоємних процесах виробництва. Наведено принципіві кінематичні, динамічні та енергетичні параметри, що використовують для оцінки віброударних процесів. Наведено особливості використання основних типів приводів вібраційних машин. Обґрунтовано використання імпульсного електромагнітного віброзбуджувача для реалізації машин із полічастотними коливаннями та резонансними режимами роботи, що достатнім чином реалізують енергоефективні принципи.

Узагальнено за рівняннями Лагранжа-Максвелла системи нелінійних диференціальних рівнянь, що описують коливальні процеси в системі електромагнітний привод – коливальна система дво- та тримасових вібраційних машин з одно- та двотактною схемами живлення. Проаналізовано енергетичні перетворення та динаміку нелінійного привода.

Визначено засоби реалізації вібраційних машин із полічастотними коливаннями, зокрема двочастотними та віброударними режимами. Рациональним рішенням для реалізації двочастотних резонансних режимів є використання тримасових систем з кратними власними частотами на основі імпульсного електромагнітного збурення. Однак, наявні дослідження не містять кінцевих аналітичних формул для реалізації двочастотних систем, а також

невирішеним є завдання синтезу параметрів систем із визначеним складом кратних гармонік.

Ефективним способом реалізації резонансних віброударних систем є застосування кусково-лінійних пружних характеристик. Проте, для таких суттєво-нелінійних систем характерна недосконалість аналітичних методів розрахунку та синтезу, що ускладнює шляхи їх практичної реалізації. Наявні методи розрахунку не дозволяють закласти принципи підвищення ефективності функціонування (за рахунок досягнення раціональних співвідношень пружно-інерційних і силових параметрів), що неможливо без використання принципів узагальненого оптимізаційного підходу, що дозволяють безпосередньо на стадії аналізу та синтезу враховувати певний комплекс вимог технологічного характеру у вигляді кінематичних і динамічних обмежень.

У *другому* розділі визначено набір показників, що доцільно використовувати для оцінювання ефективності реалізації (синтезу) та функціонування вібраційних резонансних машин: 1) частотно-масовий показник – для уточненого вибору оптимальних конструктивних параметрів багатоваріантних конструкцій робочих органів вібраційних технологічних машин, попередньо розрахованих значень їхніх власних частот коливань та інерційних параметрів засобами САЕ аналізу МСЕ; 2) коефіцієнт асиметрії пришвидшення робочої маси – для встановлення наявності віброударного режиму роботи та його відповідність до технологічного призначення машини (застосовується як обмеження в оптимізаційних задачах); 3) ширина резонансної зони – це фактор стійкості резонансної машини до зміни технологічних умов (застосовується як обмеження в оптимізаційних задачах); 4) ККД вібраційної системи – для оцінки ефективності функціонування ЕМВ та вибору коливальними масами номінального повітряного проміжку між якорем та осердям; 5) відношення максимуму пришвидшення робочої маси до споживаної потужності – ключовий енергетичний показник ефективності функціонування (застосовується як цільова функція оптимізаційних задач); 6) коефіцієнт передачі потужності – відношення максимуму потужності

інерційних сил до споживаної потужності вібраційної системи (застосовується як цільова функція оптимізаційних задач).

На підставі уточнених і запроваджених показників сформовано узагальнену оптимізаційну задачу та можливість проведення багатокритеріального аналізу та синтезу відповідних резонансних вібраційних машин.

Визначено розрахункові формули для забезпечення кратних двочастотних резонансних режимів тримасових лінійних систем. Реалізовано раціональний варіант формул для синтезу двочастотних резонансних вібраційних машин. Здійснено порівняльний комплексний динамічний аналіз синтезованих машин з вивченням впливу ряду факторів (зсуву фаз, оптимальних умов збурення) на гармонійний склад двочастотного режиму. Синтезовано формули для реалізації двочастотних резонансних систем для модернізації одночастотних двомасових резонансних систем. Проведено динамічний аналіз на предмет впливу інерційних характеристик доданої парціальної системи на енергетичні та динамічні особливості машини. За результатами запропоновано модернізувати у двочастотний базовий 100 Гц вібраційний стіл для ущільнення бетонних сумішей та формування виробів за умови забезпечення заданого відношення кратних гармонік пришвидшення.

Третій розділ присвячено реалізації аналітико-числового методу та проведення на його основі завдань оптимізаційного синтезу та динамічного аналізу віброударних резонансних систем. Для виконання синтезу коефіцієнтів жорсткості асиметричних кусково-лінійних пружних характеристик запроваджено два коефіцієнти Θ і Λ , що входять у значення власних частот коливань (за напрямками роботи коефіцієнтів жорсткості c_1 і c_2). Такий підхід суттєво спрощує процедуру оптимізаційного синтезу та прискорює можливість отримати результат на відміну від синтезу безпосередньо за коефіцієнтами жорсткості, які мають суттєво вищі значення. Аналітично встановлено, що для реалізації резонансних віброударних систем із визначеним значенням резонансного налагодження оптимальні значення коефіцієнтів $\Theta = 0,75$ і $\Lambda = 2$

забезпечують максимальне значення пришвидшення робочої маси. Обґрунтовано вищим значенням ключового енергетичного показника ζ_a використання однократної схеми вмикання електромагнітів віброударної системи з навантаженням у вигляді моделі сухого тертя відносно гармонійних машин із двотактною схемою живлення. Для пружних характеристик зі збільшенням попереднього натягу оцінено вплив на амплітудні значення гармонік пришвидшення робочої маси, зокрема встановлено, що суттєвого впливу зазнає перша гармоніка. Розглянуто вплив номінального значення зусилля збурення на значення коефіцієнта асиметрії пришвидшення, який залишається сталим для беззазорних пружних характеристик та лінійного зростає для систем із зазором. Також встановлено, що системи без зазору в пружних характеристиках володіють АЧХ типовою для лінійних систем, а системи із зазором мають вид нелінійних АЧХ за типом систем із м'якою характеристикою. Для обох типів пружних характеристик наявна кратна субгармоніка порядку $\frac{1}{2}$.

Розроблено аналітико-числовий метод та програмний алгоритм синтезу пружно-інерційних і силових параметрів віброударних систем, згідно якого аналітична складова методу визначена використаннями формул з врахуванням коефіцієнтів Θ і Λ . Системи нелінійних диференціальних рівнянь подано у параметричній формі відповідно до синтезованих параметрів. Надалі формується оптимізаційна задача за цільовим енергетичним показником з врахуванням відповідних обмежень, поданих у параметричній залежності. Розв'язування систем нелінійних диференціальних рівнянь, що є "жорсткими" (через наявність імпульсних умов в рівняннях електромагнітної та механічної складових) здійснюється числовими методами Radau, BDF, Adams. Розв'язування оптимізаційної задачі здійснюється двоетапно. На першому етапі здійснюється вибір раціональних значень початкових наближень дискретним числовим перебором та вибором оптимальних значень. На другому етапі числовим методом спряжених градієнтів відбувається безпосередній розв'язок

оптимізаційної задачі з врахуванням додаткових обмежень. Особливість розрахункового методу полягає у багатокроковому параметричному розв'язуванні систем нелінійних диференціальних рівнянь і оптимізаційної задачі комплексно. Розв'язано ряд задач для різних оптимізаційних критеріїв як для класичних віброударних систем $\Theta = 1$, так і для синтезованих за новим принципом $\Theta \neq 1$.

Синтезовано нові віброударні системи із кінематичними обмеженнями за основним резонансом та за субгармонійним принципом. Ефективність функціонування синтезованих систем оцінена показниками на частоті як для основного режиму, так і для роботи на субгармоніці.

Розглянуто питання динамічної стійкості синтезованих віброударних систем, зведених до рівнянь типу Хілла та Мать'є з використанням програмного продукту Maple та спеціалізованих функцій для аналізу стійкості за діаграмою Айста-Стретта. Для аналізу вимушених коливань параметричних рівнянь з розкладом пружної характеристики в ряд Фур'є із визначеним числом гармонік використано методи Бубнова-Гальоркіна та Левентберга-Марквардта. Здійснено порівняння та кореляційний аналіз розв'язків за методами Бубнова-Гальоркіна та Рунге-Кутти з адаптивним кроком. Залежно від числа гармонік, за якими шукався розв'язок нелінійного рівняння, наведено значення коефіцієнтів кореляції Пірсона для усіх кінематичних параметрів для обґрунтованого вибору числа гармонік у розкладі пружної характеристики та числа гармонік у шуканому розв'язку. За результатами встановлено, що доцільно приймати у функції розкладу пружної характеристики число гармонік 2, а число гармонік у шуканому розв'язку – 3.

Реалізовано завдання синтезу коефіцієнтів жорсткості тримасових віброударних систем. Передусім встановлено, що такий режим наявний на коливальних масах, що зазнають силового збурення та між якими реалізовано кусково-лінійну пружну характеристику. Задача спрямована на усунення таких недоліків лінійних тримасових систем, як залежність ефективності функціонування від інерційності реактивної маси та здатності функціонувати за

імпульсного одноктного збурення. Під час аналізу використано додаткове обмеження на відносне переміщення коливальних мас в системі електромагнітного привода, за яким оцінювалося ефективність підбору параметрів. Встановлено, що зі збільшенням інерційності реактивної маси синтезовані віброударні системи практично не втрачають ефективності, на відміну від лінійних. Здійснено порівняльний аналіз віброударних систем, синтезованих за розробленим методом із накладеними кінематичними обмеженнями. Встановлено вищу в 1,5 *рази* ефективність тримасових конструкцій над двомасовими.

Проведено багатокритеріальний аналіз резонансних систем із встановленим набором показників за імпульсного та гармонійного збурень. Здійснено оцінку за технологічним, енергетичним принципом та комплексно. Встановлено енергетичні переваги за показниками максимум пришвидшення / споживана потужність (більш як у 2 *рази*) та коефіцієнтом передачі потужності віброударної системи з оптимальною пружною характеристикою за імпульсного збурення. Використання імпульсного збурення є цілком виправданим із конструктивних міркувань. Використання двотактного привода для таких систем не дає суттєвих переваг. На противагу їй двотактна схема вмикання є принциповою для реалізації тримасових високоефективних систем. Зокрема, віброударна система з оптимальною пружною характеристикою за імпульсного збурення рівноцінна за енергетичним показником до тримасової високоефективної, а за двотактного дещо переважає її.

Четвертий розділ присвячено практичним питанням проектування, конструктивної реалізації та забезпечення працездатності досліджуваних машин. Запропоновано схему реалізації асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики на базі однієї плоскої пружини з двома, симетрично розташованими під пружиною абсолютно жорсткими чи податливими циліндричними упорами. Методом скінченних елементів (МСЕ) отримано розрахункові формули для визначення власних частот коливань, а також місць розташування проміжних упорів для забезпечення заданого відношення власних

частот. Здійснено силовий аналіз плоскої пружини під час забезпечення віброударних режимів, побудовано епюри пружно-деформованих станів, визначено реакції між циліндричною опорою та плоскою пружиною. теорією Герца розглянуто контактну задачу. Розглянуто прикладну оцінки напружено-деформованого стану з врахуванням контактної задачі між плоскою пружиною та циліндричною опорою, визначено контактні напруження за використання абсолютно жорстких металевих пружних стержнів. Встановлено вплив податливості проміжних упор на значення власної частоти коливань. Розглянуто динаміку напруженого стану та визначено орієнтовне значення коефіцієнта запасу міцності та довговічність пружини за умовами реалізації віброударного режиму. Проведено аналогічні розрахунки напружених станів плоскої пружини за допомогою модуля Simulation програми SolidWorks. Збіжність результатів знаходиться в межах 94%.

Розглянуто доцільність та сутність впровадження частотно-масового показника для отримання максимальної динамічної жорсткості за мінімальної маси різного роду стержневих систем. Ефективність використання частотно-масового критерію апробовано під час проектування та вибору оптимальних конструктивних параметрів робочих органів вібраційних технологічних машин. Його використання зумовлено забезпеченням високої динамічної жорсткості та 3-4 кратного запасу за значенням першої власної частоти коливань як системи з розподіленими параметрами. Розв'язок та аналіз оптимізаційних рішень здійснюється постановкою відповідних оптимізаційних задач в прикладних програмах частотного аналізу на базі МСЕ. Особливо корисно використовувати цей питомий показник для уточненого вибору конструктивних параметрів за багатоваріантних рішень, що представлено для робочих органів 100 Гц вібростола та довгомірного вібраційного конвеєра.

У *п'ятому* розділі прикладними дослідженнями встановлено переваги синтезованих двочастотних і віброударних машин технологічного призначення над відповідними одночастотними системами. Розроблено уніфіковані конструкції вібраційних модулів із змінними налагодженнями режимів –

одночастотних і віброударних, наведено їхні технічні характеристики. Наведено експериментальну модель з можливістю реалізації як традиційних одночастотних ($\Theta = 1$ і $\Lambda = 1$) і віброударних режимів ($\Theta = 1$ і $\Lambda \neq 1$), так і синтезованої ($\Theta = 0,8$ і $\Lambda = 2,2$) за новим розрахунковим методом. Остання конструкція характеризується підвищеною ефективністю функціонування та переважає за енергетичним показником одночастотні у 2 *рази*, віброударні класичні у 3 *рази*. Наведено експериментальні віброграми пришвидшення робочого органа та здійснено їхній спектральний аналіз для оцінки величини амплітудно-частотних гармонік.

Практику застосування розробленого резонансного вібраційного модуля апробовано та отримано нові покращені результати підвищеної зносостійкості під час технології наплавлення зносостійких шарів на металеві листи.

Проведені наукові дослідження сприяють розв'язанню актуальних задач — підвищення ефективності функціонування, реалізації та забезпечення працездатності резонансних вібраційних машин з полічастотними коливаннями. Зокрема, розроблено аналітико-числового методу оптимізаційного синтезу та багатокритеріального аналізу пружно-силових та інерційних параметрів резонансних вібраційних машин технологічного призначення з визначеним набором кінематичних і динамічних обмежень.

Ключові слова: резонанс, віброудар, електромагнітний привод, полічастотні коливання, синтез, оптимізація, аналіз.

ANNOTATION

Gursky V. M. Synthesis of the nonlinear poly-frequency vibratory machines with resonance modes. – On rights of a manuscript. Dissertation submitted for the degree of Doctor of technical sciences; field of research: 05.02.02 – engineering science. – Lviv Polytechnic National University of Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2018.

The purpose of the presented research consists in development of the complete

concept of optimization synthesis and multi-criteria analysis of the resonant two-mass and three-mass vibratory systems, in substantiation of the use of appropriate elastic characteristics, schemes and parameters of electromagnetic disturbance. The substantiation of the expediency of using the implemented poly-frequency pulsed vibratory systems is made using the comparative analysis according to the established criteria.

The classification of schemes of power supply of electromagnetic vibrators, the scopes of usage and technical characteristics of industrial vibrators are presented in Chapter I. The differential equations of the basic power and energy characteristics of the electromagnetic circuit of vibration exciters are given for different connection diagrams. The features of using the pulsed (single-cycle) power supply schemes in vibratory machines are defined. The structural schemes of the poly-frequency systems (linear two-frequency and nonlinear vibro-impact), as well as the means of implementation of the relevant modes, structural and dynamic features, are considered. The criteria of integrated (technological and power) operational efficiency assessment of a wide class of vibratory systems of technological purpose are defined in order to carry out the further optimization synthesis and comparative dynamic analysis.

Chapter II is devoted to the problems of synthesis of the two-frequency resonant operation modes of the three-mass vibratory machines. In particular, the formulas for determination of the multiple two-frequency resonant mode are defined by calculation of elastic parameters. The problems of determination of the equations of skeletal (constructional) curves of vibro-impact systems based on the asymmetric piecewise linear elastic characteristics in two-mass systems are considered. The use of a single flat spring for the implementation of asymmetric elastic characteristics with rigid and compliant intermediate supports is substantiated by force and frequency analysis. The strength and durability analysis of the flat spring is carried out taking into account the operation conditions of the rod vibro-impact system.

The defining approaches for carrying out the dynamic analysis of nonlinear models of the resonant vibratory machines are presented in Chapter III. For this

purpose, the corresponding algorithms are developed on the basis of the integral numerical methods of analysis of the systems of nonlinear differential equations of the second order. The problems of synthesis of the two-frequency resonant systems are considered, the assessment of their operation and implementation of the modes with the corresponding harmonic composition of the working mass acceleration are carried out. The problem of synthesis and dynamic analysis of the two-frequency resonant systems is solved by means of modernization of harmonic machines.

Chapter IV deals with the combined problems of optimization synthesis and dynamic analysis of vibro-impact resonant systems with electromagnetic drive. The fundamental time and amplitude-frequency dependences of systems with different types of piecewise-linear elastic characteristics are constructed, the assessment criteria are defined and the multi-criteria analysis of the synthesized systems is carried out. It is necessary to mention that the presented non-linear models have been solved using the numerical methods of “Radau”, “BDF”, “Adams”, “AdamsBDF” (for “nonslack” differential equations and their systems) taking into account the availability of the impulse conditions in electromagnetic and mechanical circuits of the vibro-impact systems. The comparative analysis of the optimal vibro-impact systems obtained as a result of modernization of harmonic machines is carried out. The vibro-impact multi-mode systems operating at the major and at the subharmonic resonance are synthesized. The additional energy and technological advantages of operation of the vibro-impact system, which implements the super-resonance oscillations, are detected. The mathematical formulation of the vibro-impact system by the equations of Hill and Mathieu type is presented. The analysis of dynamic stability of the solution for the major harmonic is carried out using the Mathieu's chart. In addition, the comparative analysis of the obtained solutions is considered by the method of Bubnov-Galerkin taking into account the number of harmonics determined on the basis of the Pearson's convergence criterion. This allows to select the desired number of harmonics, which is taken in the found solutions. The parametric synthesis of the three-mass vibro-impact systems with additional restrictions on the inertness of the reactive mass and with kinematic constraints is carried out. Their advantages over

two-mass vibro-impact systems by the energy criterion are defined. In general, a generalization of the resonant systems in terms of the multi-criteria analysis and parametric synthesis is carried out. The corresponding quantitative indexes of the comparative efficiency are obtained.

Chapter V is formed on the basis of the optimization problems, which deal with the purpose to ensure high dynamic stiffness (stability) and to reduce the weight of structural elements of vibratory machines. For this purpose, the frequency-mass criterion is additionally introduced. It is expedient to use the proposed frequency-mass criterion in order to perform the refined selection of the optimal parameters of complicated engineering structures (working elements of machines, rod systems with discrete and distributed parameters, frames, etc.), which should be previously designed and analyzed using the applied CAE-systems of the corresponding software (SolidWorks, Inventor, Ansys, etc.). The applied investigations and developments on the subject of the studied vibratory systems are presented. The 3D-models of vibro-impact systems and two-frequency machines are designed. Their mathematical modeling and evaluation of the operation efficiency are carried out. The results of experimental investigations of the vibro-impact two-mass module with pulsed electromagnetic drive are presented. The basic scientific accomplishments and indexes of operation efficiency of the vibration systems being evaluated are elucidated in generalizations. The features and expediency of use of the energy and technological parameters when performing the comparative analysis of harmonic and vibro-impact machines are defined.

Keywords: resonance, vibro-impact, electromagnetic drive, poly-frequency oscillations, synthesis, optimization, analysis.

СПИСОК ОСНОВНИХ ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Монографія:

1. Гурський В. М. Багатокритеріальний аналіз і синтез нелінійних резонансних вібраційних машин : монографія / В. М. Гурський. — Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2017. — 308 с.

Статті у наукових фахових виданнях України:

2. Гурський В. М. Обґрунтування переваг електромеханічної системи вібраційної синфазної машини з електромагнітним приводом на основі аналізу амплітудно-частотних характеристик / В. М. Гурський, О. С. Ланець, О. В. Гаврильченко, Я. В. Шпак // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні”. — 2008. — № 613. — С. 100–106. *(реалізовано програму побудови амплітудно-частотних характеристик електромеханічної системи)*.
3. Гаврильченко О. В. Дослідження динаміки нелінійної електромеханічної коливальної системи вібраційної синфазної машини з електромагнітним приводом / О. В. Гаврильченко, В. М. Гурський, О. С. Ланець, Я. В. Шпак // Вібрації в техніці та технологіях. — 2008. — № 3 (52). — С. 5–10. *(розроблено методуку динамічного аналізу нелінійних моделей синфазних машин із використанням методів аналізу новими чисельними методами)*.
4. Гурський В. М. Розробка вібраційного живильника-змішувача з електромагнітним приводом / В. М. Гурський, Я. В. Шпак // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. — 2009. — Вип. 43. — С. 7–16. *(проведено проектування конструкції нового пристрою з обґрунтуванням основних конструктивних параметрів)*.
5. Гурський В. М. Забезпечення двочастотних резонансних режимів роботи вібраційного стола для ущільнення бетоносумішей / В. М. Гурський, І. В. Кузьо, О. В. Ланець // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”. — 2010. — № 678. — С. 44–50. *(запропоновано конструкцію вібростолу з двочастотним режимом роботи)*.
6. Гурський В. М. Синтез власних частот та режимів роботи тримасових вібраційних машин / В. М. Гурський, Я. В. Шпак // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. — 2010. — Вип. 44. — С. 9–16. *(визначено власні частоти в системі із рівними значеннями коефіцієнтів жорсткості)*.
7. Гурський В. М. Динаміка резонансного двочастотного вібраційного стола з електромагнітним приводом / В. М. Гурський, О. С. Ланець // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. — 2010. — Вип. 76. — С. 49–54. *(розроблено динамічну модель двочастотного вібростолу)*.
8. Гурський В. М. Оптимізація масово-частотних характеристик робочого органа вібраційного стола / В. М. Гурський, Є. М. Махоркін // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні”. — 2011. — № 702. — С. 53–59. *(реалізовано задачу оптимізації конструктивних параметрів із врахуванням обмежень на власні частоти коливань)*.
9. Гурський В. М. Встановлення раціональних пружних параметрів двочастотних резонансних вібраційних систем / В. М. Гурський, Я. В. Шпак // Вісник Національного

університету “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”. — 2011. — № 701. — С. 15–21. (*розв’язком задачі про забезпечення кратних власних частот коливань отримано розрахункові формули для коефіцієнтів жорсткості*).

10. Кузьо І. В. Реалізація двочастотних коливань вібраційних систем з однократним електромагнітним приводом / І. В. Кузьо, В. М. Гурський, О. В. Ланець // Теорія і практика будівництва. — 2011. — Вип. 7. — С. 18–21. (*обґрунтовано застосування імпульсного електромагнітного збурення для реалізації двочастотних коливань у тримасових системах*).

11. Гурський В. М. Вплив нелінійності зусилля електромагнітного приводу на динаміку вібраційних машин / В. М. Гурський, О. С. Ланець, Я. В. Шпак, В. І. Лозинський // Вібрації в техніці та технологіях. — 2011. — № 1 (61). — С. 25–31. (*запропоновано методика чисельного аналізу силових і енергетичних характеристик резонансних вібраційних машин з електромагнітним приводом за їх частотними залежностями*).

12. Гурський В. М. Аналіз електромеханічних характеристик резонансних вібраційних систем / В. М. Гурський, Я. В. Шпак // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. — 2011. — Вип. 45. — С. 192–198. (*здійснено спектральний аналіз часових залежностей основних силових, енергетичних і кінематичних параметрів*).

13. Ланець О. С. Особливості застосування САД/САЕ програм для проектування та аналізу автоматизованого обладнання / О. С. Ланець, В. М. Гурський, Я. В. Шпак // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні”. — 2012. — № 746. — С. 6–13. (*реалізовано 3D-моделі обладнання та здійснено його оптимізаційний розрахунок*).

14. Гурський В. М. Моделювання пуску вібраційних систем підвищеної ефективності з реактивними електромагнітними приводами / В. М. Гурський, О. С. Ланець, Я. В. Шпак // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Електроенергетичні та електромеханічні системи”. — 2012. — № 736. — С. 30–35. (*реалізовано програму чисельного розрахунку системи нелінійних диференціальних рівнянь засобами Maple*).

15. Гурський В. М. Аналіз енергетичних перетворень у вібраційних системах з електромагнітним приводом / В. М. Гурський, О. С. Ланець // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. — 2012. — Вип. 46. — С. 20–27. (*виконано моделювання енергетичних перетворень в середовищі MathCAD*).

16. Гурський В. М. Розрахунок оптимальних дискретно-континуальних стрижневих систем / В. М. Гурський, Я. В. Шпак, В. І. Лозинський // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні”. — 2012. — № 729. — С. 43–47.

(запропоновано задачу реалізації дискретно-континуальних стержневих систем на основі задачі оптимізації за масово-частотними характеристиками).

17. Кузьо І. В. Реалізація нелінійних полічастотних резонансних вібраційних машин з використанням одноктактних електромагнітів / І. В. Кузьо, В. М. Гурський, О. С. Ланець // Вібрації в техніці та технологіях. — 2012. — № 1 (65). — С. 10–14.

(запропоновано ідею реалізації нелінійних систем на базі двох циліндричних пружин стиску).

18. Гурський В. М. Частотно-силовий аналіз пружної стрижневої системи з асиметричною характеристикою / В. М. Гурський, О. С. Ланець // Вібрації в техніці та технологіях. — 2013. — № 2 (70). — С. 10–15. *(виконано розрахунок власних частот коливань та напружено-деформованого стану в аналітичному виді з використанням методу скінченних елементів).*

19. Гурський В. Використання асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики в реалізації двочастотних резонансних вібраційних систем / В. Гурський, О. Ланець, Я. Шпак // Машинознавство. — 2013. — № 5–6 (191–192). — С. 26–29. *(встановлено вплив попереднього натягу пружин на амплітудні значення кратних гармонік).*

20. Кузьо І. В. Оптимізаційний синтез полічастотних вібраційних систем з імпульсним електромагнітним приводом / І. В. Кузьо, О. С. Ланець, В. М. Гурський // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. — 2013. — Вип. 47. — С. 3–12. *(запроваджено можливість оптимізації пружних параметрів для реалізації полічастотних систем).*

21. Гурський В. М. Багатокритеріальний аналіз резонансних віброударних систем з імпульсним електромагнітним приводом / В. М. Гурський // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. — 2014. — Вип. 48. — С. 74–86.

22. Гурський В. М. Числовий параметричний синтез міжрезонансної віброударної системи / В. М. Гурський, О. С. Ланець // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”. — 2014. — № 788. — С. 13–20. *(запропоновано чисельний алгоритм пошуку коефіцієнтів жорсткості тримасових віброударних систем).*

23. Кузьо І. В. Вибір критеріїв оптимізації та пружно-силових параметрів віброударних резонансних машин / І. В. Кузьо, В. М. Гурський, Я. В. Шпак // Вібрації в техніці та технологіях. — 2015. — № 3 (79). — С. 28–37. *(запропоновано обмеження для задачі оптимального синтезу).*

24. Гурський В. М. Раціональний синтез двочастотних резонансних вібраційних машин / В. М. Гурський, І. В. Кузьо // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. — 2015. — Вип. 49. — С. 8–17. *(виконано розрахунок коефіцієнтів жорсткості відповідно до задачі про власні частоти коливань).*

25. Гурський В. М. Порівняльний аналіз віброударних резонансних систем дво- та тримасової структури з лінійним тертям / В. М. Гурський // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. — 2016. — Вип. 50. — С. 25–32.

26. Гурський В. М. Оптимізація довгомірних конструкцій за статичною міцністю та частотними характеристиками / В. М. Гурський, І. В. Кузьо, А. І. Медвідь // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. — 2017. — Вип. 51. — С. 33–40. (виконано оптимізацію геометричних розмірів для тонкостінного профілю).

Статті у наукових фахових виданнях України, які включені до наукометричних баз даних:

27. Кузьо І. В. Обґрунтування технологічної ефективності двочастотних резонансних вібраційних машин з імпульсним електромагнітним збуренням / І. В. Кузьо, О. С. Ланець, В. М. Гурський // Науковий вісник Національного гірничого університету. — 2013. — № 3. — С. 71–77. (запропоновано сумою діючих значень кратних гармонік пришвидшень обґрунтувати застосування імпульсного електромагнітного збурення для реалізації полічастотних резонансних машин), (Scopus).

28. Gursky V. Strength and durability analysis of a flat spring at vibro-impact loadings / V. Gursky, I. Kuzio // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. — 2016. — Vol. 5, № 7 (83). — P. 4–10. (реалізовано методика оцінки міцності та довговічності плоскої пружини з схемою реалізації віброударних режимів за рахунок двох проміжних циліндричних опор), (Scopus).

29. Гурський В. Порівняльна оцінка ефективності функціонування імпульсних резонансних вібраційних машин / В. Гурський, О. Ланець, Я. Шпак // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. — 2015. — Вип. 85. — С. 51–58. (реалізовано методика порівняльного аналізу ефективності функціонування віброударних систем за комплексним енергетичним і технологічним показниками), (Index Copernicus, UlrichsWeb, ResearchBible).

30. Гурський В. М. Реалізація суперрезонансних коливань у віброударних машинах з імпульсним приводом / В. М. Гурський, Я. В. Шпак, І. В. Кузьо // Вібрації в техніці і технологіях. — 2016. — № 3 (83). — С. 21–28. (виконано розрахунки та проведено моделювання машини), (Index Copernicus).

31. Гурський В. М. Методика проектного розрахунку віброударних модулів з інерційним приводом / В. М. Гурський, І. В. Кузьо, Я. В. Шпак // Вібрації в техніці та технологіях. — 2017. — № 3 (86). — С. 20–27. (розроблено 3D-моделі віброударних модулів, виконано перевірку міцності несучої траверси), (Index Copernicus).

Публікації у матеріалах міжнародних наукових конференцій:

32. Гурський В. Особливості моделювання електромеханічних коливальних систем вібраційних машин з декількома електромагнітними віброзбуджувачами / В. Гурський, Я. Шпак, Ю. Шоловій. — Львів : КІНПАТРІ ЛТД, 2008.

33. Гаврильченко О., Гурський В., Шпак Я. Розрахунок строку служби пружних елементів вібраційних машин з електромагнітними віброзбуджувачами / О. Гаврильченко, В. Гурський, Я. Шпак // Дев'ятий міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові : Праці. – Львів : КІНПАТРИ ЛТД. – 2009. – С. 313–315.
34. Гурський В. Синтез конструктивних параметрів робочого органа високочастотного вібраційного стола / В. Гурський, Ю. Шоловій // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Праці конференції. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2010. – С. 104-105.
35. Гурський В. Розробка двочастотного вібраційного стола для ущільнення будівельних сумішей / Володимир Гурський, Ярослав Шпак // Інженерна механіка та транспорт: Матеріали I Міжнародної конференції молодих вчених ЕМТ-2010. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2010. – С. 15–16.
36. Гурський В. Використання частотно-масового критерію при оптимізації вібраційних систем / Володимир Гурський, Ярослав Шпак, Олексій Ланець // 10-й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові : Праці. – Львів : КІНПАТРИ ЛТД. – 2011. – С. 382–384.
37. Гурський В. Моделювання амплітудно-частотних характеристик вібраційних систем з електромагнітним приводом / Володимир Гурський, Олена Ланець // Інженерна механіка та транспорт : Матеріали II Міжнародної конференції молодих вчених ЕМТ-2011. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2011. – С. 26–27.
38. Кузьо І. В. Створення полірезонансних вібраційних машин з імпульсним приводом / І. В. Кузьо, О. С. Ланець, В. М. Гурський // Міжнар. наук.-техн. конф. “Енергоощадні машини та технології” : Тези доповідей. – Київ: МП Леся. – 2013. – С. 114–115.
39. Gursky V. Optimal synthesis of the impulsive resonant two-mass vibro-impact systems [Електронний ресурс] / Volodymyr Gursky, Sergiy Murashev, Rostyslav Gogol // Інженерна механіка та транспорт: Матеріали III Міжнародної конференції молодих вчених ЕМТ-2013. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2013. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM). – С. 54–55.
40. Гурський В. Оптимальний синтез умов збурення двочастотних резонансних вібраційних машин / В. Гурський, Я. Шпак // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Тези доповідей. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2014. – С. 77–78.
41. Гурський В. Модернізація одночастотних резонансних вібраційних машин з електромагнітним приводом / В. Гурський, О. Ланець, Я. Шпак // 12-ий Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові : Праці конференції. – Львів : КІНПАТРИ ЛТД. – 2015. – С. 204.
42. Гурський В. М. Багатокритеріальний аналіз резонансних вібраційних машин / В. М. Гурський, О. С. Ланець // “Вібрації в техніці та технологіях” : тези доп. XIV

Міжнародної наук.-техн. конф., 21-25 вересня 2015 р., м. Дніпропетровськ; М-во освіти і науки України, Нац. гірн. ун-т. – Дніпропетровськ : НГУ, 2015. – С. 24–25.

43. Кузьо І. В. Синтез резонансних віброударних машин за технологічними та динамічними обмеженнями / І. В. Кузьо, В. М. Гурський // II Міжнар. наук.-техн. конф. “Енергоощадні машини та технології” : Тези доповідей. – Київ : МП Леся. – 2015. – С. 122.

44. Gursky V. Numerical solution of parametric optimization of the resonant vibro-impact system with technological limitations / Volodymyr Gursky // Mechanical Engineering, Materials Science, Transport: proceedings of the 4th International Academic Conference of Young Scientists, 26-28 November 2015, Lviv, Lviv Polytechnic National University. – pp. 312–313.

45. Гурський В. М. Оптимізація конструктивних параметрів робочого органа вібраційного конвеєра з обмеженням на частотні характеристики / В. М. Гурський, Я. В. Шпак // Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні. ІТММ’2017 : тези доповідей Дев’ятої міжнародної науково-практичної конференції (Дніпро, 28 – 30 березня 2017 р.). – С. 13.

46. Гурський В. Аналіз та синтез резонансних віброударних систем з обмеженнями на кінематичні та динамічні параметри // Тринадцятий міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові : Матеріали симпозиуму. – Львів : КІНПАТРИ ЛТД. – 2017. – С. 158–160.

47. Гурський В. М. Синтез та експериментальні дослідження резонансних вібраційних систем / В. М. Гурський, І. В. Кузьо // тези доповідей XVI Міжнародної науково-технічної конференції “Вібрації в техніці та технологіях” (Вінниця 26–27 жовтня 2017 р.). – С. 124–126.

48. Гурський В. М. Системний аналіз і синтез резонансних вібраційних систем / В. М. Гурський, І. В. Кузьо // Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні. ІТММ’2018 : тези доповідей Десятої міжнародної науково-практичної конференції (Дніпро, 27 – 29 березня 2018 р.). – С. 14.

Патенти України:

49. Патент на корисну модель 42468 Україна, МПК(2009) G05D 19/00. Мультичастотна система керування одноктного електромагнітного віброзбудника / О. В. Гаврильченко, І. М. Мельничук, С. А. Таянов, В. М. Гурський, В. С. Шенбор. (Україна). – № u 2009 00132; Заявл. 08.01.2009; Опубл. 10.07.2009, Бюл. № 31. – 6 с. (*виконано аналіз існуючих патентних рішень та вибрано аналог*).

50. Патент на винахід 87946 Україна, МПК(2006) B65G 27/08. Вібраційний живильник-змішувач сипких компонентів з електромагнітним приводом / О. В. Гаврильченко, В. М. Гурський, О. С. Ланець, Я. В. Шпак; заявник і патентовласник Нац. ун-т “Львівська політехніка” – № а 2008 10207; заявл. 08.08.2008; опубл. 25.08.2009, Бюл. № 16. (*запропоновано ідею реалізації пристрою з використанням циліндричних стержнів*).

51. Патент на корисну модель 57615 Україна, МПК(2011.01) B65G 27/00. Двочастотний резонансний вібраційний стіл / В. М. Гурський, О. В. Гаврильченко, Я. В. Шпак, О. С. Ланець (Україна). – № u 2010 08640; Заявл. 12.07.2010; Опубл. 10.03.2011, Бюл. № 5. – 6 с. *(запропоновано ідею незалежного збурення системи, керованого за напругою та зсувом фаз).*

52. Патент на корисну модель 75229 Україна, МПК(2012.01) B65G 27/00. Двочастотна резонансна вібраційна система / І.В. Кузьо, В.М. Гурський, О.С. Ланець, Я.В. Шпак (Україна). – № u 2012 05680; Заявл. 10.05.2012; Опубл. 26.11.2012, Бюл. № 22. – 4 с. *(запропоновано конструктивну схему реалізації кусково-лінійної пружної характеристики).*

53. Пат. на корисну модель 110923 U Україна, МПК B06B 1/14, F16F 13/00. Резонансний вібраційний модуль / В.М. Гурський, І.В. Кузьо, В.М. Боровець (Україна); Нац. ун-т “Львівська політехніка”. – № u 2016 04103; заявл. 14.04.2016; опубл. 25.10.2016, Бюл. № 20. – 5 с. *(розроблено 3D-модель та обґрунтовано конструктивне рішення пристрою).*

Статті у наукових періодичних виданнях інших держав, які включені до міжнародних наукометричних баз:

54. Gursky V. Modernization of high-frequency vibratory table with an electromagnetic drive: theoretical principle and modeling / V. Gursky, O. Lanets // *Mathematical Models in Engineering*. — 2015. — Vol. 1, No. 2. — P. 34–42. *(реалізовано на розрахунковому рівні та обґрунтовано моделюванням можливість реалізації двочастотних коливань внаслідок модернізації гармонійного резонансного вібростола).*

55. Gursky V. M. Synthesis of stiffness parameters of vibro-impact resonance machines with technological limitations / V. M. Gursky, I. V. Kuzio // *International Journal of Mechanical Engineering and Automation*. — 2016. — Vol. 3, No. 3. — P. 81–89. *(запроваджено програмну реалізацію оптимізаційного синтезу віброударних резонансних режимів із врахуванням комплексу кінематичних і динамічних обмежень).*

56. Gursky V. Strength analysis of flat spring of the resonant vibro-impact module / V. Gursky, I. Kuzio // *Mechanics, Materials Sciences & Engineering Journal*. — 2016. — Vol. 5. — P. 34–48. *(виконано перевірку міцності плоскої пружини за умовами реалізації віброударного режиму).*

Стаття, що додатково відображає результати дослідження:

57. Gursky V. Nonlinear analysis in synthesis of the resonant vibro-impact systems / V. Gursky, I. Kuzio // *Ukrainian Journal of Mechanical Engineering and Materials Science*. — 2015. — Vol. 1, No. 2. — P. 1–9. *(реалізовано комплексну методику динамічного аналізу на параметричну стійкість віброударних систем за рівнянням Мать'є).*

ЗМІСТ

Перелік умовних позначень та скорочень	23
 ВСТУП	 29
 РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ТЕХНОЛОГІЧНИХ, КОНСТРУКТИВНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ, МЕТОДІВ АНАЛІЗУ ТА СИНТЕЗУ ПОЛІЧАСТОТНИХ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН	 38
1.1. Аналіз напрямків досліджень вібраційних машин. Технологічні показники функціонування вібраційних систем	 38
1.2. Приводи для реалізації полічастотних коливань у резонансних режимах роботи	 48
1.3. Класифікаційні ознаки резонансних вібраційних машин з електромагнітним приводом	 51
1.4. Формування статичних і динамічних моделей електромагнітних вібраційних систем	 55
1.5. Енергетичні перетворення та втрати в нелінійних електромагнітних системах вібраційних машин	 68
1.6. Засоби реалізації полічастотних вібраційних машин	83
1.6.1. Реалізація двочастотних резонансних вібраційних машин з лінійними пружними характеристиками	 85
1.6.2. Реалізація віброударних резонансних машин з асиметричними кусково-лінійними пружними характеристиками	 92
1.7. Врахування технологічного навантаження	103
1.8. Недостатність у синтезі вібраційних машин з полічастотними коливаннями	 106
1.9. Висновки до розділу 1. Формулювання мети і постановка завдань дослідження	 107

РОЗДІЛ 2. УЗАГАЛЬНЕНА ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН. СИНТЕЗ, ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ І РОЗРОБЛЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ДВОЧАСТОТНИХ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН	111
2.1. Постановка завдань багатокритеріального аналізу та оптимізаційного синтезу вібраційних систем	111
2.1.1. Постановка оптимізаційних задач. Вибір критеріїв оцінювання	111
2.1.2. Забезпечення динамічної жорсткості робочих органів вібраційних технологічних машин. Обґрунтування використання частотно-масового показника	113
2.1.3. Критерії оцінювання ефективності функціонування вібраційних машин	116
2.2. Синтез двочастотних резонансних вібраційних машин	126
2.2.1. Узагальнений синтез тримасових вібраційних систем	126
2.2.2. Модернізація одночастотних резонансних машин	132
2.3. Реалізація і динамічний аналіз двочастотних вібраційних систем із незалежним електромагнітним збуренням	134
2.3.1. Реалізація двочастотних резонансних режимів	134
2.3.2. Динамічний аналіз систем за одночастотного збурення	138
2.3.3. Вплив зсуву фаз на гармонійний склад пришвидшення робочої маси	142
2.3.4. Синтез оптимальних параметрів збурення	143
2.4. Розроблення резонансного двочастотного вібраційного стола для ущільнення бетоносумішей	146
2.5. Синтез двочастотних резонансних вібраційних машин за заданими кінематичними характеристиками	153
2.6. Висновки розділу 2	162

РОЗДІЛ 3. СИНТЕЗ І ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ РЕЗОНАНСНИХ ВІБРОУДАРНИХ МАШИН	164
3.1. Динаміка віброударних машин з кусково-лінійними пружними характеристиками	164
3.1.1. Вільні коливання віброударних систем	164
3.1.2. Оптимізаційний синтез віброударних систем	170
3.1.3. Обґрунтування застосування імпульсного (однотактного) привода у технологічних віброударних системах	175
3.1.4. Порівняльний аналіз синтезованих віброударних систем із асиметричними пружними характеристиками	181
3.2. Формування числового методу розрахунку та оптимізації віброударних систем із визначеними обмеженнями	186
3.3. Синтез пружно-силових параметрів віброударних систем за технологічними характеристиками	189
3.4. Синтез основних та супергармонійних режимів віброударних систем	198
3.5. Динамічна стійкість віброударних систем	208
3.6. Параметричний синтез та аналіз тримасової віброударної системи	219
3.6.1. Синтез з обмеженням на інерційність реактивної маси	219
3.6.2. Оптимізаційний синтез резонансних тримасових віброударних систем за технологічними характеристиками	230
3.6.3. Порівняльна оцінка дво- та тримасових віброударних систем	232
3.7. Порівняльний багатокритеріальний аналіз резонансних вібраційних систем	234
3.8. Висновки до розділу 3.....	241
 РОЗДІЛ 4. КОНСТРУКТИВНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ РЕЗОНАНСНИХ ВІБРОУДАРНИХ І ДВОЧАСТОТНИХ СИСТЕМ	244
4.1. Практика реалізації резонансних віброударних систем	244
4.1.1. Використання результатів оптимізаційного синтезу під час реалізації	244

віброударних машин	
4.1.2. Забезпечення власних частот коливань віброударної системи	247
4.1.3. Силовий аналіз плоскої пружини у віброударному режимі	254
4.1.4. Динаміка напружено-деформованого стану плоскої пружини у віброударному режимі	263
4.1.5. Врахування жорсткості проміжних опор	265
4.1.6. Розрахунок коефіцієнта запасу міцності та довговічності за умовами роботи віброударної системи	269
4.2. Оптимальні дискретно-континуальні стержневі системи	273
4.2.1. Безумовна оптимізація стержневих систем на основі частотно- масового показника	274
4.2.2. Умовна оптимізація стержневих систем. Розрахунок оптимальних стержневих дискретно-континуальних систем	277
4.3. Оптимізація масово-частотних характеристик робочих органів вібраційних машин	282
4.3.1. Оптимізація конструктивних параметрів робочого органа за допомогою прикладного модуля CosmosWorks програми SolidWorks	285
4.3.2. Оптимізація конструктивних параметрів робочих органів вібромашин за питомим частото-масовим показником	292
4.3.3. Оптимізація конструктивних параметрів пружних елементів вібромашин за значенням власних частот коливань	298
4.4. Висновки до розділу 4	303
РОЗДІЛ 5. ПРИКЛАДНІ РОЗРОБКИ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМ	306
5.1. Розроблення уніфікованих модулів резонансних вібраційних машин	306
5.2. Експериментальні дослідження двомасового вібраційного модуля з імпульсним електромагнітним збуренням	320
5.2.1. Реалізація одночастотних систем	325
5.2.2. Реалізація віброударних систем	326

5.2.3. Порівняльний аналіз експериментальних взірців перспективних резонансних систем	331
5.2.4. Нові можливості практичного використання реалізованих резонансних систем	334
5.2.5. Формування методики проектування резонансних віброударних машин	336
5.3. Висновки до розділу 5	339
ВИСНОВКИ	340
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	344
ДОДАТКИ	365
Додаток А. Акти впровадження результатів наукових досліджень	366
Додаток Б. Аналіз енергетичних перетворень у резонансних вібраційних системах	374
Додаток В. 1. Розрахунок методом Ньютона амплітудних значень параметрів вібраційної системи з електромагнітним приводом	377
Додаток В. 2. Побудова АЧХ нелінійної та лінійної коливальної системи вібраційної машини	379
Додаток Д. 1. Визначення власних частот коливань двочастотних систем (варіант 1)	382
Додаток Д. 2. Визначення власних частот коливань двочастотних систем (варіант 2)	383
Додаток Е. Аналіз ефективності реалізації двочастотних резонансних машин	384
Додаток Ж. Вплив зсуву фаз на характеристики двочастотного резонансного режиму	386
Додаток З. Встановлення мінімального квадратичного відхилення зсуву фаз для реалізації заданих значень пришвидшень	388

Додаток К. Визначення коефіцієнтів жорсткості двочастотних резонансних систем та побудова АЧХ	389
Додаток Л. Динаміка процесу вібраційного ущільнення на двочастотному резонансному вібростолі	390
Додаток М. 1. Дослідження впливу інерційності парціальної маси на динамічні характеристики двочастотного резонансного вібраційного стола ..	392
Додаток М. 2. Динамічні характеристики двочастотного резонансного вібраційного стола	395
Додаток М. 3. Динамічні характеристики 100 Гц резонансного вібраційного стола	398
Додаток Н. 1. Оптимізаційний синтез пружних параметрів віброударних систем за одним параметром	400
Додаток Н. 2. Оптимізаційний синтез пружних параметрів віброударних систем за двома параметрами	402
Додаток П. 1. Порівняльний аналіз гармонійних і віброударних резонансних систем з імпульсним (однотактним) збуренням за наявності сил сухого тертя	404
Додаток П. 2. Порівняльний аналіз гармонійних і віброударних резонансних систем з гармонійним (двотактним) збуренням за наявності сил сухого тертя	407
Додаток Р. Вплив попереднього натягу у пружній характеристиці на амплітудні значення гармонік пришвидшення	410
Додаток С. 1. Вплив номінального зусилля збурення віброударних систем на коефіцієнт асиметрії пришвидшення	412
Додаток С. 2. Побудова АЧХ віброударних систем	414
Додаток С. 3. Аналіз кінематичних і силових параметрів віброударних систем	416
Додаток С. 4. Аналіз АЧХ віброударних систем	418
Додаток Т. 1. Синтез пружно-силових параметрів віброударних систем	420

Додаток Т. 2. Динамічний аналіз синтезованої віброударної системи з двотактним ЕМВ	425
Додаток У. 1. Оптимізаційний синтез параметрів і режимів роботи віброударних систем із обмеженнями	428
Додаток У. 2. Динамічний аналіз синтезованих віброударних систем за оптимізаційними методиками з обмеженнями	433
Додаток Ф. 1. Параметрична стійкість віброударних систем за Мать'є	437
Додаток Ф. 2. Визначення кінематичних характеристик віброударних систем за методом Бубнова-Гальоркіна	441
Додаток Ф. 3. Побудова АФЧХ віброударних систем методом Бубнова-Гальоркіна	444
Додаток Х. 1. Синтез параметрів тримасових гармонійних систем із обмеженням на інерційність	446
Додаток Х. 2. Синтез параметрів тримасових віброударних систем із обмеженням на інерційність	450
Додаток Х. 3. Синтез параметрів тримасових віброударних систем із обмеженнями на кінематичні та динамічні характеристики	454
Додаток Х. 4. Синтез двомасових віброударних систем із обмеженнями на кінематичні та динамічні характеристики	458
Додаток Ц. 1. Силовий аналіз плоскої пружини віброударної резонансної системи	461
Додаток Ц. 2. Розрахунок напруженого стану контактної задачі плоска пружина-циліндричний упор	465
Додаток Ц. 3. Динаміка напруженого стану плоскої пружини та розрахунок коефіцієнта запасу міцності	466
Додаток Ш. Оптимізація конструктивних параметрів робочого органа вібраційного конвеєра	470
Додаток Щ. Чисельне інтегрування експериментальних даних пришвидшень коливальних мас віброударної системи	474

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

Символ	Опис	Розмірність
$\Phi(t)$	магнітний потік	[Вб]
$u(t)$ та U_0	миттєве та номінальне значення напруги	[В]
n	число одночасно працюючих електромагнітів (паралельно ввімкнених)	[-]
w	кількість витків котушки електромагніту змінного струму	[-]
ω та ω_0	колова частота вимушених та власних коливань	[рад/с]
ω_0^*	колова частота власних коливань конструкції як системи з розподіленими параметрами	[рад/с]
Ω_0	колова частота власних коливань віброударної системи	[рад/с]
z	резонансне налагодження	[-]
$\delta(t)$ та δ_0	миттєве та номінальне (початкове) значення повітряного проміжку між якорем та осердям електромагніту	[м]
r	активний опір обмотки	[Ом]
r_{np}	приведений (з врахуванням втрат на магнітний гістерезис та вихрові струми) опір електромагніту	[Ом]
$r^{<+>}$ та $r^{<->}$	опір діода в прямому та протилежному напрямках	[Ом]
S	площа поверхні полюсів електромагніту	[м ²]
$i(t)$ та I	миттєве та номінальне значення сили струму	[А]
$\Psi(t)$	потокозчеплення	[Вб]
$L(t)$	індуктивність котушки	[Гн]
$G(t)$	магнітна провідність повітряного проміжку	[Гн]
$B(t)$	магнітна індукція в зазорі	[Тл]
$\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$	магнітна проникливість повітря	[Гн/м]
$k=\mu_0 S w^2$	конструктивний параметр електромагніта	[Гн·м]
$f(t)$ та F_0	миттєве та номінальне значення збудовального (тягового) зусилля	[Н]
$p(t)$ та P	миттєва та споживана потужність вібраційної системи	[Вт]
t	час	[с]
T	період коливань,	[с]
ζ	параметр загасання	[-]

φ	кут зсуву фаз	[рад]
γ	коефіцієнт внутрішнього непружного опору матеріалу (за гіпотезою Сорокіна)	[-]
A	амплітуда вільних коливань	[м]
m_i	i -а коливальна маса	[кг]
m_p, m_{np} та $m_{зав}$	відповідно маси робочого органа, приведена системи та завантаження	[кг]
c	коефіцієнт жорсткості пружного елемента	[Н/м]
b	коефіцієнт в'язкого тертя	[Н·с/м]
n_ω	відношення власних частот коливань (вищої до нижчої)	[-]
L_n, b_n та h_n	відповідно довжина, ширина та товщина плоскої пружини	[м]
Θ, Λ	коефіцієнти синтезу віброударних систем	[-]
$k_{\omega 0/M}$	частотно-масовий показник	[(рад/с)/кг]
k_a	коефіцієнт асиметрії пришвидшення робочої маси	[-]
ζ_a	енергетичний критерій ефективності функціонування вібраційної системи	[(м/с ²)/Вт]
ζ_{P^*}	коефіцієнт використання потужності робочою масою	[-]
η	ККД вібраційної системи	[-]
Δf	ширина резонансної зони	[Гц]
$a_{p \max}$	максимальне значення пришвидшення робочої маси	[м/с ²]
a і d	коефіцієнти активного і реактивного опору середовища	[-]
k_{np}	коефіцієнт приведення маси середовища	[-]
Γ	перевантаження робочої маси	[-]
$\sigma_{екв}$	еквівалентне напруження за Мізесом	[МПа]
$\sigma_{екв}^k$	еквівалентне контактне напруження	[МПа]
Δ	зазор в пружній характеристиці,	[м]
ЕМВ	електромагнітний вібробуджувач	
АЧХ	амплітудно-частотна характеристика	
АФЧХ	амплітудно-фазочастотна характеристика	
МСЕ	метод скінченних елементів	
ВАХ	вольт-амперна характеристика	

ВСТУП

Актуальність теми. Сьогодні прогресивні розробки в галузях машинобудування базуються на нових матеріалах та технологіях, що супроводжуються підвищеними вимогами до ефективності функціонування і енергоємності машин та обладнання. Забезпечення високої якості поверхонь деталей машин і виробів, нанесення покриттів та модифікація внутрішніх поверхневих шарів частково досягаються застосуванням вібраційних технологій та машин. Значну частку серед вібраційних машин займають одночастотні системи, що мають низьку ефективність у процесах над середовищами складної фізико-механічної структури.

Раціональним чинником, що забезпечує кращі технологічні показники, є застосування полічастотних коливань, зокрема, реалізованих нелінійними віброударними системами. Засобом ефективного впровадження віброударних систем є використання конструктивних нелінійностей у пружних зв'язках, що породжує широкий спектр режимів роботи, можливість існування яких визначається силовими характеристиками приводу. Це підтверджують роботи В. П. Надутого, І. І. Назаренка, М. А. Ткачука, В. М. Шатохіна та інших вчених. Особливої уваги заслуговують енергоефективні з погляду роботи машини резонансні режими роботи, що є вагомим чинником під час вибору типу та параметрів приводу. Зокрема, для реалізації резонансних систем доцільно використовувати електромагніти змінного струму, що дозволяють забезпечити простоту пуску безпосередньо на встановлених резонансних частотах. Однак, використання електромагнітного приводу обмежується малогабаритними машинами з одночастотними режимами, а для віброударних машин його практично не використовують. Це вказує на низьку ефективність функціонування віброударних систем, що викликано відсутністю узагальненого методологічного підходу до параметричного синтезу різного класу полічастотних вібраційних машин та недосконалістю наявних методів їхнього розрахунку, які неповною мірою враховують виконання резонансних умов на можливих режимах роботи.

Відомо, що підвищення ефективності функціонування полічастотних систем можливе за зменшення енергетичних затрат на приведення в рух коливальних мас і доповнюється вимогами забезпечення простоти конструктивної їх реалізації з можливістю регулювання режимів роботи. Розроблення згаданих систем повинно узгоджуватися з комплексом технологічних, динамічних і експлуатаційних вимог, урахування яких на розрахунковому етапі вимагає використання системного підходу, визначальними завданнями якого є синтез і аналіз. Отже, *відсутність узагальненого методологічного підходу, що охоплює питання синтезу параметрів полічастотних вібраційних машин, спрямованого на забезпечення резонансних режимів роботи та підвищення енергетичної ефективності їх функціонування, є актуальною науково-прикладною проблемою*. Застосування узагальненого методологічного підходу передбачає: формування критеріїв ефективності функціонування, побудову аналітичних залежностей та обчислювальних алгоритмів у питанні синтезу, динамічного аналізу з обґрунтуванням пружно-інерційних, силових параметрів різного класу та призначення вібраційних машин і є науковим завданням, котре потребує вирішення.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація виконана на кафедрі механіки та автоматизації машинобудування Національного університету “Львівська політехніка” відповідно до наукового напрямку “Динаміка, міцність та надійність механічних систем, автоматизація виробництв і технічна діагностика обладнання” та в межах таких держбюджетних науково-дослідних робіт: “Розробка резонансних вібраційних машин для енергоощадної переробки сипких матеріалів і штучних виробів” (2010–2011 рр., № держреєстрації 0110U007099), “Теоретико-прикладні основи модернізації енергоємного технологічного обладнання” (2012–2013 рр., № держреєстрації 0112U001208) та “Створення імпульсного полічастотного вібраційного технологічного обладнання” (2015–2016 рр., № держреєстрації 0115U000433) згідно з пріоритетним тематичним напрямом

організації-виконавця “Створення новітніх технологій, технічних систем та матеріалів у промисловості та транспорті, діагностика машин, конструкцій і споруд”. Тема дисертаційної роботи відповідає “Державній цільовій науково-технічній програмі розвитку машинобудування на 2012–2017 рр.”, що спрямована на впровадження ресурсозберігаючих технологій, створення нових зразків сучасних машин і обладнання, модернізацію існуючих моделей машинобудівної продукції.

Мета роботи полягає у забезпеченні резонансних режимів роботи та підвищенні енергетичної ефективності функціонування полічастотних вібраційних машин на основі розроблення узагальненого методологічного підходу для їхнього синтезу та багатокритеріального аналізу з урахуванням основних технологічних, динамічних і експлуатаційних характеристик.

Для досягнення поставленої в дисертаційній роботі мети потрібно розв’язати такі завдання:

1. На основі аналізу технологічних, конструктивних особливостей, методів синтезу та аналізу встановити напрямки подальших досліджень, що забезпечують підвищення ефективності функціонування різного класу та технологічного призначення полічастотних вібраційних машин.

2. Обґрунтувати показники, які можуть бути використані для синтезу та багатокритеріального аналізу, а також покладені в нові методи розрахунку полічастотних вібраційних машин (двочастотних на базі лінійних систем і віброударних нелінійних).

3. Отримати розрахункові формули для синтезу двочастотних вібраційних машин із заданим гармонійним складом пришвидшення на базі дво- та тримасових систем із лінійними пружними характеристиками; оцінити вплив синтезованих параметрів на кінематичні, енергетичні показники та технологічну стійкість двочастотних резонансних вібраційних машин.

4. Розробити розрахункові методи, що реалізують синтез дво- та тримасових віброударних систем, враховують основні технологічні і динамічні

обмеження; оцінити ефективність функціонування розрахованих машин у встановлених резонансних режимах роботи.

5. Провести багатокритеріальний аналіз синтезованих резонансних вібраційних систем за технологічними та енергетичними ознаками, обґрунтувати доцільність використання імпульсного електромагнітного збурення з метою спрощення конструкцій машин.

6. Запропонувати схему реалізації регульованих віброударних режимів роботи, розробити методику розрахунку напружено-деформованого стану та перевірки міцності пружних елементів за умовами роботи.

7. Розробити конструкції резонансних вібраційних модулів із одно- та полічастотними режимами роботи на базі електромагнітного й інерційного приводів; обґрунтувати вибір конструктивних параметрів робочих органів вібраційних технологічних машин з метою забезпечення динамічної жорсткості та мінімізації маси.

8. Розробити експериментальний зразок вібраційного модуля із забезпеченням синтезованих одночастотних і віброударних режимів роботи та оцінити ефективність їх функціонування за встановленими показниками.

Об'єкт дослідження – резонансні режими роботи полічастотних вібраційних машин.

Предмет дослідження – пружно-інерційні та силові параметри, частотні характеристики, показники ефективності функціонування полічастотних вібраційних машин.

Гіпотеза полягає в існуванні раціональних співвідношень пружно-інерційних і силових параметрів полічастотних вібраційних машин, що здатні виявити їхні якісно нові властивості та забезпечити підвищення ефективності функціонування у резонансних режимах роботи.

Методи дослідження. Для отримання математичних моделей дво- та тримасових вібраційних машин з електромагнітним приводом використано фундаментальні положення теорії коливань і стійкості руху, зокрема для систем

нелінійних диференціальних рівнянь метод Лагранжа–Максвела. Під час розв’язування систем нелінійних диференціальних рівнянь використані чисельні методи RADAU, BDF, AdamsBDF. Розроблені алгоритми синтезу використовують програми перебору параметрів за умовами для вибору раціональних значень початкових наближень, які закладаються на етапі оптимізації методом спряжених градієнтів.

Дослідження вібраційних машин супроводжено розробленням їхніх 3D-моделей та конструкторської документації. Метод скінченних елементів (МСЕ) використано для розрахунку: напружено-деформованого стану та перевірки міцності плоскої пружини за умовами реалізації віброударного режиму; власних частот коливань плоских пружин, парціальних модулів, робочих органів, а також синтезу конструктивних параметрів під час проектування вібраційних машин.

Експериментальні дослідження виконано із використанням двоканального IRIS-USB осцилографа з двома акселерометрами, електронного частотоміра ЧЗ-32, звукового генератора ЗГ-34, амперметра з границею виміру 5А та лабораторного автотрансформатора з напругою до 250В. Оброблення результатів здійснено за допомогою методів математичної статистики. Оцінку ефективності функціонування за результатами експериментальних досліджень проведено на основі встановлених показників.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у тому, що **вперше**:

- 1) розроблено та науково обґрунтовано узагальнений методологічний підхід щодо синтезу різного класу полічастотних вібраційних машин, що розширює наші уявлення про властивості та можливості підвищення енергетичної ефективності їхнього функціонування у резонансних режимах роботи;
- 2) запропоновано показники, які використано для оцінки ефективності функціонування різного класу та технологічних можливостей вібраційних машин, що враховують основні технологічні, динамічні, енергетичні

характеристики, а також є необхідними для їхнього синтезу і багатокритеріального аналізу;

3) отримано аналітичні залежності для розрахунку двочастотних резонансних машин з імпульсним електромагнітним збуренням, за якими виявлено закономірності впливу пружно-інерційних параметрів і умов збурення на основні кінематичні та силові характеристики;

4) встановлено закономірності руху двомасових віброударних систем, які полягають у можливості їх функціонування за основним резонансом чи з використанням субгармоніки, та базуються на отриманих нових співвідношеннях для розрахунку коефіцієнтів жорсткості асиметричних кусково-лінійних пружних характеристик;

5) встановлено закономірності руху тримасових віброударних систем на основі отриманих нових співвідношень для розрахунку коефіцієнтів жорсткості лінійних і асиметричних кусково-лінійних пружних характеристик, що забезпечують існування віброударного режиму між масами, які зазнають силового збурення та використовують кусково-лінійну пружну характеристику.

Практичне значення отриманих результатів.

1. Розроблені методи розрахунку двочастотних резонансних вібраційних машин із електромагнітним приводом, що використовуються для тримасових систем із визначеними значеннями коливальних мас та для модернізації базових двомасових машин.

2. Розроблені методи розрахунку дво- та тримасових віброударних машин різного технологічного призначення, що ґрунтуються на узагальненому методологічному підході щодо синтезу пружно-інерційних і силових параметрів із урахуванням кінематичних та динамічних обмежень.

3. Розроблені методики: проектного та перевіркового розрахунків міцності пакету плоских пружин парціального модуля за умовами реалізації двочастотного резонансного режиму, що є конструктивним засобом для модернізації типових одночастотних резонансних машин; визначення напружено-деформованого стану та перевірки міцності плоскої пружини з

двома проміжними циліндричними опорами за умовами реалізації віброударних режимів роботи; уточненого вибору проектних конструктивних параметрів робочих органів вібраційних технологічних машин на базі частотно-масового показника для забезпечення необхідних динамічної жорсткості та маси.

4. Розроблено нові конструкції двочастотних машин і резонансних модулів для реалізації на їхній основі вібраційних технологічних машин з електромагнітним і інерційним приводами із одночастотними і віброударними режимами роботи, що захищені патентами України.

5. Розроблено експериментальний зразок резонансного вібраційного модуля з частотами коливань 50 Гц, 100 Гц, 50 Гц/100 Гц, який використано для наплавлення зносостійких шарів із порошкових дротів на кафедрі зварювального виробництва, діагностики та відновлення металоконструкцій Національного університету “Львівська політехніка”.

6. Впроваджено такі результати дослідження:

— конструкторську документацію та практичні рекомендації для модернізації базового резонансного вібраційного стола із частотою коливань 100 Гц на ФОП “Струк М. І.”;

— методики розрахунку власних частот коливань, напружено-деформованого стану та уточненого вибору проектних параметрів робочих органів довгомірних конвеєрів та вібраційних столів для забезпечення їх жорсткості та зменшення маси з використанням частотно-масового показника на ПрАТ “Конвеєр”;

— прикладні програми, алгоритми розрахунку, моделювання, методики синтезу і динамічного аналізу вібраційних машин і систем на кафедрі механіки та автоматизації машинобудування Інституту інженерної механіки та транспорту Національного університету “Львівська політехніка”.

Особистий внесок здобувача. Основні науково-практичні результати досліджень, наведені в дисертації отримані автором особисто. У спільних наукових роботах авторові належать: реалізація в програмах математичного аналізу методик динамічного аналізу вібраційних систем; аналітичне

забезпечення, конструктивні рішення та результати динамічного аналізу двочастотних резонансних систем, зокрема і внаслідок модернізації гармонійних машин; запровадження частотно-масового показника для проектування та вибору оптимальних конструктивних параметрів робочих органів; запровадження процедури багатокритеріального аналізу та оптимального синтезу параметрів і режимів роботи вібраційних систем; методики проектних розрахунків, конструювання та розроблення 3D-моделей, розрахунок МСЕ досліджуваних вібраційних машин; аналіз міцності пружних елементів вібраційних машин; доцільність реалізації дискретної імпульсної схеми збурення вібраційних машин; проведення експериментальних досліджень. Формування проблеми, постановка основних завдань досліджень, опрацювання змісту роботи та висновків здійснено спільно з науковим консультантом.

Апробація матеріалів дисертації. Результати дисертаційної роботи безпосередньо доповідались на: Міжнародних науково-технічних конференціях “Вібрації в техніці та технологіях” (IX-а – Вінниця, 2009 р.; X-а – Львів, 2011 р.; XI-а – Полтава, 2012 р.; XII-а – Харків, 2013 р.; XIII-а – Львів, 2014 р.; XIV-а – Дніпропетровськ, 2015 р.; XV-а – Полтава, 2016 р.; XVI-а – Вінниця, 2017 р.); Міжнародних симпозиумах українських інженерів-механіків у Львові (9-ий – 2009 р.; 10-ий – 2011 р.; 11-ий – 2013 р.; 12-ий – 2015 р.; 13-ий – 2017 р.); Міжнародних науково-технічних конференціях “Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій” у Львові (I-а – 2008 р.; II-а – 2010 р.; IV-а – 2014 р.); Міжнародних конференціях молодих вчених “Інженерна механіка та транспорт” у Національному університеті “Львівська політехніка” (I-а – 2010 р.; II-а – 2011 р.; III-а – 2013 р.; IV-а – 2015 р.); Всеукраїнській науково-технічній конференції “Системи автоматизованого проектування та комп’ютерного моделювання в технології машинобудування” у м. Львів, 2013 р.; Міжнародних науково-технічних конференціях “Енергоощадні машини та технології” у м. Києві (I-а – 2013 р. та II-а – 2015 р.). Прийнято заочну участь у науково-технічних заходах:

Міжнародній науково-технічній конференції “Динаміка та міцність машин, будівель, споруд” (2009 р., Полтава); ІХ Всеукраїнській конференції молодих вчених та студентів “Наукові розробки молоді на сучасному етапі” (2010 р., Київ); ІІ Міжнародній науково-технічній конференції “Земля України – потенціал енергетичної та екологічної безпеки держави” (2011 р., Вінниця); International conference “Dynamical Systems Theory and Applications” (13-а – 2015 р.; 14-а – 2017 р., Лодзь, Польща); Дев’ятій та Десятій міжнародних науково-практичних конференціях “Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні” (2017 р. та 2018 р., Дніпро).

Публікації. У 57 наукових публікаціях повністю відображені основні результати дисертації, з них 1 одноосібна монографія [1]; 30 публікацій у наукових фахових [2–31] (з них 2 одноосібні, 5 у наукометричних [27–31], з яких 2 статті індексуються наукометричною базою SciVerse Scopus [27, 28]; 17 тез і матеріалів конференцій та симпозіумів [32–48]; 5 патентів України [49–53], 3 статті у наукових періодичних виданнях інших держав, які включені до міжнародних наукометричних баз [54–56]; 1 у виданні України, що додатково відображає результати дослідження [57].

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота викладена на 365 стор. і складається із вступу, 5 розділів, висновків, додатків, списку використаних джерел із 350 найменувань на 21 стор. Загальний обсяг дисертації становить 475 стор.; з них 169 рисунків по тексту (17 рисунків на окремих стор.), 39 таблиць по тексту (7 таблиць на окремих стор.), 22 додатки на 110 стор.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ТЕХНОЛОГІЧНИХ, КОНСТРУКТИВНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ, МЕТОДІВ АНАЛІЗУ ТА СИНТЕЗУ ПОЛІЧАСТОТНИХ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН

1.1. Аналіз напрямків досліджень вібраційних машин. Технологічні показники функціонування вібраційних систем

Вібраційними є дискретні та континуальні механічні системи, що здійснюють коливальні рухи з корисною метою. Тому, вібраційними машинами¹ є згадані системи технологічного призначення, коливальний рух робочого органа яких здійснює технологічну дію над оброблюваним середовищем. Наукова популярність “вібраційної” тематики обумовлена тим, що вона базується на фундаментальних науках – теорія коливань, теорія пружності, математична фізика, електротехніка, динаміка машин, має надзвичайне прикладне застосування у вирішенні різноманітних задач практично в усіх галузях народного господарства та промисловості, де застосовуються вібротехнології. Розвитком напрямків технологічного використання вібраційних систем, питаннями їхньої енергоефективності, покращенням динамічних і технологічних якостей машин і процесів займаються наукові школи динаміки та міцності машин, машинознавства, гірничих машин, обробки матеріалів, машин для виробництва будівельних матеріалів і конструкцій, машин і засобів механізації сільськогосподарського виробництва та інші.

Визначних здобутків у розробленні та дослідженні широкого класу вібраційних технологічних машин і засобів вібраційного оброблення досягли А. П. Бабічев [58, 59], І. І. Биховський [60, 61], І. І. Блехман [62, 63], П. С. Берник [64], Л. А. Вайсберг [65], В. Д. Варсанов'єв [66], І. Х. Гончаревич [67–70], Б. В. Гусєв [71], П. М. Заїка [72], В. О. Кононенко [73], Ю. Р. Копилов [74], Е. Е. Лавендел [75], В. О. Повідайло [76, 77], Г. Я. Пановко [78], В. М. Потураєв [79–81], А. Д. Рудін, В. Й. Сівко [82], Р. І. Сілін [83], А. О. Співаковський [84], А. П. Субач [85], М. В. Хвінгія [86–89] та ін.

¹ ГОСТ 24346-80: Вибрация. Термины и определения.

Безпосередньо задачами за напрямком віброударних та полічастотних машин і систем займалися та продовжують дослідження видатні учені: П. М. Алабужев [90, 91], В. К. Асташев, В. І. Бабіцький [92–96], В. А. Баженов [97], О. Є. Божко [98–104], О. О. Борщевський [105, 106], А. Ф. Булат [107], Я. А. Віба [108], М. В. Закржевський [109], А. Є. Кобринський [110], В. Л. Крупенін [111], Б. І. Крюков [112, 113], Е. Е. Лавендел [75, 114], Е. А. Логвиненко [115], В. С. Ловейкін [116, 117], О. Г. Маслов [118–120], В. П. Надутий [121, 122], І. І. Назаренко [123–129], М. П. Нестеренко [130], В. А. Остапенко [131, 132], В. М. Потураєв [79–81], К. М. Рагульскіс [133], В. Л. Рагульскене [134], М. П. Ряшенцев [91, 135], М. А. Ткачук [136–142], В. П. Франчук [79, 143], Р. Д. Іскович-Лотоцький [144–147], О. Ф. Іткін [148–150], Ю. В. Човнюк [151, 152], С. Л. Цифанський [153–155], Г. А. Шевченко [107, 156, 157] та ін. Безпосередньо ними закладено визначальні принципи та завдання синтезу віброударних систем, що уособлюють ідентифікацію технологічних і механічних параметрів, виходячи з принципів теорії нелінійних коливань, нелінійного програмування, варіаційного числення, динамічного аналізу.

Особливий внесок до розвитку методів динамічного аналізу зробили видатні учені механіки та математики. Основам та удосконаленню обчислювальних і аналітичних методів у нелінійних динамічних системах присвячено наукові праці А. А. Аліфова [158], В. А. Баженова [97, 159], М. М. Боголюбова та Ю. О. Митропольського [160], М. В. Василенка [161], В. Л. Вейца [162], І. І. Вульфсона [163], О. Ф. Дащенко [159], М. І. Казакевича [164], В. М. Карабана [165], М. З. Коловського [166], В. О. Кононенка [73], Д. Р. Меркіна [167], В. А. Остапенка [132], Я. Г. Пановка [168], К. Ф. Фролова [68, 158] та знайшли продовження у працях П. Я. Пукача [169], Б. І. Сокола, З. А. Стоцька, В. Б. Струтинського [170], В. М. Шатохіна [171], М. П. Ярошевича [172, 173] та ін.

Потрібно зауважити, що задачі аналізу коливальних процесів у вібраційних машинах зводяться до задач в галузі електромеханічних систем. Тут вартими уваги є наукові праці Л. Й. Глухівського [174], О. Г. Леонтєва [175],

Г. І. Мельнікова [176], Д. Ю. Скубова та К. Ш. Ходжаєва [177], Л. П. Смольнікова [178], В. Й. Чабана [179], що уособлюють методи та прикладні дослідження систем із аналогічними за структурою нелінійними (релейними) характеристиками.

Безумовно, методики проектування динамічних систем базуються безпосередньо на задачах динаміки, синтезу, оптимізації параметрів та розрахунку міцності деталей машин і механізмів, визначені діяльністю таких вчених: І. А. Біргер [180], Ю. С. Воробйов [181], С. С. Гутиря [182, 183], А. П. Зінковський, В. П. Когаєв [184, 185], С. М. Кожевніков [186], М. С. Комаров [187], В. С. Кравчук [188], І. В. Кузьо [189], Б. І. Кіндрацький [190, 191], В. О. Малащенко [192], Я. Т. Кіницький [193], П. Л. Носко [194, 195], С. Д. Пономарьов [196], Г. С. Писаренко [197–199], Ю. М. Работнов [186], І. І. Сидоренко [200–202], С. П. Тимошенко [203], В. Т. Трощенко [204], В. П. Шпачук [205, 206], А. П. Філіппов [207], S. S. Manson [208], Moon Seong-In [209], J. E. Shigley [210] та багато інших.

У закордонних публікаціях тематика контролю та аналізу нелінійних вібраційних машин і систем поширена у дослідженнях авторів: Z. Despotovic [211–213], H. Bayiroğlu [214], Jee-Hou Ho [215, 216], J. Michalczyk [217–220], E. Pavlovskaja [221], R. Samraio [222], I. Sokolov [95]. Аналіз динамічної стійкості, хаосу, біфуркацій, що базується на складних аналітичних методах, займає особливе місце під час розгляду нелінійних віброударних систем. Ці питання представлено в дослідженнях наступних авторів: J. Awrejcewicz [223], G. Luo [224–229], P. Olejnik [230], V. Ostasevicius [231], S. Peter [232], K. Stevanović-Hedrih [233], Van-Du Nguyen [215, 234], D. J. Wagg [235, 236], J. Wang [237], Wei-Chan Xie [238], V. Yevstignejev [239] та багатьох інших дослідників, зокрема [240, 241].

Запропоновані в дисертаційній роботі дослідження спрямовано на подальший розвиток наукових результатів школи резонансних вібраційних машин з електромагнітним приводом Національного університету “Львівська політехніка” і НДЛ-40, що представлена науковими роботами та розробками

І. С. Афтаназіва [242], О. С. Ланця [243–245], В. О. Повідайла [74, 75], В. А. Щигеля [246].

Визначальними напрямками досліджень вібраційних машин і процесів на теренах України (табл. 1.1) є питання динамічного аналізу нелінійних систем “привід-машина-середовище”, з наступною оцінкою та визначенням раціональних технологічних режимів роботи машин, оброблення та фізико-механічного перетворення в середовищах.

Спираючись на досягнення (табл. 1.2) в сфері вібраційних технологій, очевидно, що віброударні та полічастотні системи є найбільш ефективними технологічними засобами, що повинні бути синтезовані відповідно до заданих умов роботи. Звичайно, наявні рекомендації ще не мають остаточного твердження, так як спектр оброблювальних матеріалів і сфер використання вібраційних технологій постійно поповнюється новими зразками. Таким чином можна стверджувати, що використання полічастотних коливань, зокрема на базі як лінійних, так і нелінійних (віброударних) систем у резонансних режимах роботи виправдовує енергоефективні принципи сумісного раціонального використання явищ, процесів і функціонування механічних систем.

Технологічні переваги використання полічастотних коливань обумовлені сумарним вкладом гармонік, що реалізуються системою. При цьому, залежно від природи середовища, його фізико-механічних характеристик, виду оброблення і конструктивних особливостей робочих органів ступінь використання гармонік є різним. Технологічні режими, а саме набір частот та відповідно амплітудні значення гармонік (за амплітудою коливань, швидкістю або пришвидшенням) можуть бути визначені за різних критеріїв – найменших енергозатрат, часу оброблення, найвищої якості тощо.

Таблиця 1.1 – Основні напрямки досліджень вібраційних технологій в межах України

Наукова школа	Відомі представники	Клас машин	Основні напрямки досліджень
Вінниця	Берник П.С., Паламарчук І.П.	гармонійні	Машини та процеси переробних, харових виробництв, біотехнологій, машинобудування
	Іскович-Лотоцький Р.Д., Севостьянов І.В., Обертюх Р.Р. Козлов Л. Г.	віброударні	Процеси та обладнання формування, пресування, зневоднення
Дніпро	Потураєв В.М., Франчук В.П., Надутий В.П., Дирда В.І., Булат А.Ф., Шевченко Г.А., Червоненко А.Г.	віброударні, полічастотні	Динаміка та розроблення великогабаритних вібраційних конвеєрів, грохотів, млинів, дробарок гірничої справи. Механіка середовищ під час видобування та переробки. Механіка гуми, гумово-металевих виробів
Київ	Назаренко І.І., Сівко В.Й., Яковенко В.Б., Ловейкін В.С.	віброударні	Теорія, розроблення машин для будівельної індустрії
	Струтинський В.Б.	гармонійні, віброударні	Вібраційні машини та процеси в машинобудуванні
	Луговський О.Ф.	високочастотні	Високочастотні (ультразвукові) кавітаційні процеси
Кропивницький	Філімоніхін Г.Б.	нелінійні	Динаміка вібраційних систем, балансування, синхронізація

таблиця 1.1 – Основні напрямки досліджень вібраційних технологій в межах України (продовження)

Наукова школа	Відомі представники	Клас машин	Основні напрямки досліджень
Львів	Повідайло В.О., Афтаназів І.С.	низькочастотні резонансні, гармонійні	Резонансні машини для поверхневого оброблення, транспортери бункерні живильники для поштучної видачі
	Ланець О.С. Кузьо І.В.		Міжрезонансні машини (з електромагнітним приводом) підвищеної ефективності функціонування
Луцьк	Ярошевич М.П.	нелінійні автономні	Динаміка розбігу вібраційних технологічних машин з інерційним приводом, синхронізація
Полтава	Сердюк Л.І., Нестеренко М.П.	віброударні, гармонійні	Вібраційні машини та процеси будівельної індустрії
	Дудніков А.А.		Вібраційні машини та процеси поверхневого зміцнення деталей с/г машин
Харків	Заїка П.М., Тіщенко Л.М.	гармонійні	Динаміка зернових під час транспортування та сепарування
	Ткачук М.А.	віброударні	Теорія та динаміка вібраційних систем з врахуванням змінних параметрів технологічного завантаження, напружено-деформований стан та динамічна жорсткість робочих органів
	Шатохін В.М.	нелінійні	Динаміка вібраційних машин нелінійного типу, автономні системи
Хмель- ницький	Сілін Р.І., Гордєєв А.І.	гармонійні	Нові вібраційні технології та машини в машинобудуванні та переробці

Таблиця 1.2 – Режими роботи вібраційних машин

Технологічний процес	Режим роботи	Орієнтовні технологічні показники		
		Частота коливань, [Гц]	Параметр режиму, Г	Примітка
Грохочення [60, 61, 65, 66, 68, 72, 79, 107, 157, 247–250]	віброударний	12 – 50	>1	
Дроблення [79, 143, 251, 252]	ударно-вібраційний	25 – 50	>100	
Сепарування [248]	полічастотний	25 – 100	>1	
Змішування [118, 119, 125, 253]	полічастотний	25 – 50	>10	
Транспортування [61, 67, 68, 76, 80, 81, 84, 88, 89, 106, 113, 211, 212, 217, 220, 243, 244, 253–262]	гармонійний	25 – 50	>1 або <1	
Ущільнення [60, 61, 71, 82, 105, 106, 114–120, 123–126, 129, 130, 148, 149, 151, 173, 225, 226, 247, 263–266]	віброударний	25 – 150	2,5	$k_a = 3 - 6$
Механічне оброблення (поверхнєве оброблення), зняття залишкових напружень [58, 59, 64, 77, 78, 85, 114, 172, 233, 242, 267, 268]	гармонійний	25 – 50	1 – 10	
Механічне оброблення (різання) [221, 233, 269, 270]	ударно-вібраційний	50 – 30000	>>100	сила удару
Забивання свай [271], вібраційне буріння ² [272]	ударно-вібраційний	5 – 25	>1	сила та тривалість удару
Вибивання ливарних форм [136–140, 145, 273, 274]	віброударний	10 – 25	>1	
Високочастотні (ультразвукові) процеси [83, 221, 275]	гармонійний, полічастотний	>20 000	–	

Примітка: вказано додаткові визначальні для процесу показники

² <http://www.vulcanhammer.info/vibro/index.php>

Для оцінки технологічних можливостей резонансних полічастотних і зокрема віброударних систем застосовують як традиційні, так і спеціальні показники.

1. Параметр режиму (коефіцієнт перевантаження) Γ – відношення максимуму пришвидшення робочої маси до пришвидшення земного тяжіння (рис. 1.1, а):

$$\Gamma = a_{p\max} / g. \quad (1.1)$$

Цей показник є традиційним і найбільш часто вживаним для оцінки динамічних можливостей коливальних систем. Для одночастотних систем його значення потрібне більшими, ніж для полічастотних. Зокрема, використання віброударних систем вимагає реалізації перевантажень на робочому органі перевантажень із значенням $\Gamma = 2 - 2,5$, а для гармонійних режимів $\Gamma = 4 - 5$ [125]. Тому, реалізація полічастотних систем у певній мірі визначена деякою енергоощадністю. Менші амплітудні значення технологічних показників компенсуються їхнім гармонійним складом.

2. Гармонійний склад коливань робочого органа – це набір гармонік (частот ω_j) та амплітудних значень переміщення X_j , швидкості V_j або ж пришвидшення A_j на відповідних гармоніках із відповідними зсувами фаз φ_j у відповідних законах руху (рис. 1.1, б):

$$\begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{Bmatrix} = \sum_j \begin{Bmatrix} X_j \\ V_j \\ A_j \end{Bmatrix} \sin(\omega_j t + \varphi_j). \quad (1.2)$$

Залежно від технологічних вимог синтезуються коливання за однією з кінематичних характеристик. Синтез полічастотних коливань із визначеним складом гармонік (2–4) є однією із задач, що потребують вивчення. Більш простими, що можуть бути представлені в аналітичному виді є завдання синтезу двочастотних резонансних режимів роботи лінійних систем. Для віброударних систем така задача є складнішою, оскільки вимагає кінцевого аналітичного представлення.

3. Коефіцієнт асиметрії пришвидшення робочої маси k_a – відношення його максимуму $a_{p\max}$ до мінімального значення $a_{p\min}$ за модулем [123, 124]:

$$k_a = a_{p\max} / |a_{p\min}|. \quad (1.3)$$

Запропонований показник найчастіше використовують для характеристики процесу вібраційного ущільнення, вибивання ливарних форм тощо.

4. Сила удару – закон зміни $F_{y\delta}(t)$ або максимальне значення сили в момент удару $F_{y\delta\max}$ (контакту робочого органа з оброблюваною ділянкою деталі), що визначається за пришвидшенням ударної (робочої) маси m_p :

$$F_{y\delta}(t) = m_p \ddot{x}(t). \quad (1.4)$$

Відповідно до сили за тривалістю удару визначають імпульс ударної сили.

5. Енергія удару $E_{y\delta}(t)$ – визначається як кінетична енергія робочого тіла до моменту удару:

$$E_{y\delta}(t) = m_p \dot{x}(t)^2 / 2. \quad (1.5)$$

6. Час (тривалість) удару $t_{y\delta}$ – момент часу, за якого здійснюється контактна взаємодія між робочим тілом та ударником (обмежувачем руху).

7. Коефіцієнт відновлення R швидкості після удару (для двомасової резонансної системи) [138, 229]:

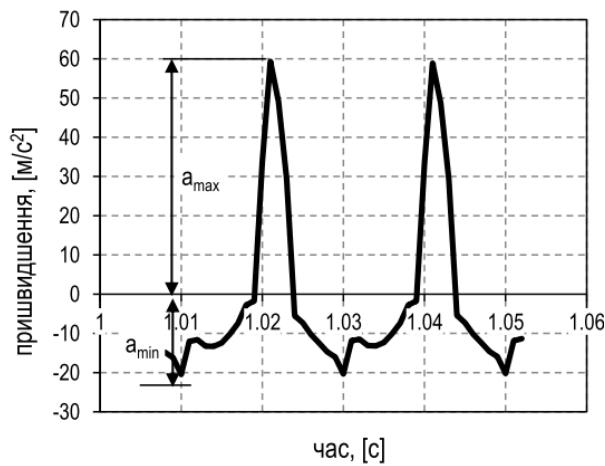
$$R = (\dot{x}_{2+} - \dot{x}_{1+}) / (\dot{x}_{1-} - \dot{x}_{2-}), \quad (1.6)$$

де \dot{x}_{i+} і \dot{x}_{i-} ($i=1,2$) – швидкості в моменти часу до і після удару коливальних мас m_i відповідно.

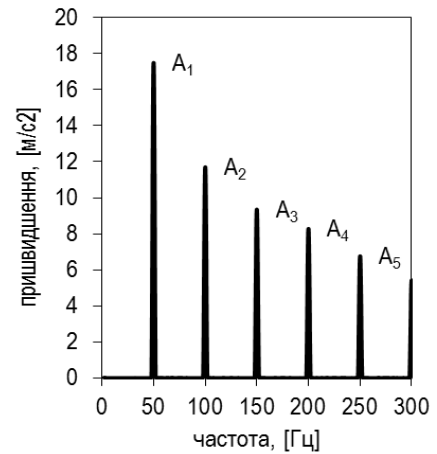
8. Ширина резонансної зони Δf – визначальна характеристика резонансних систем, що сукупно із крутизною³ АЧХ визначає технологічну стійкість машин (рис. 1.1, в):

$$\Delta f = (\omega_0 - \omega) / 2\pi. \quad (1.7)$$

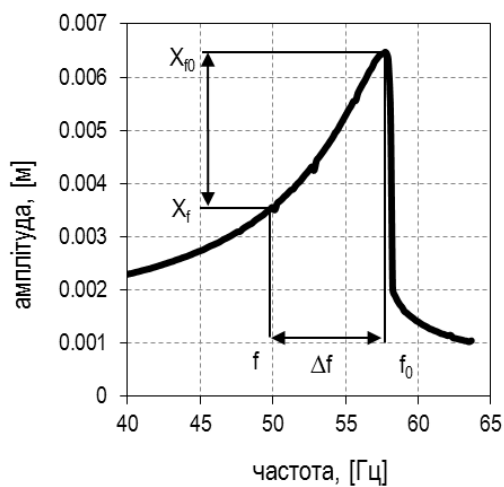
³($X_{f0} - X_f$) / ($f_0 - f$) – відношення значень приросту амплітуди коливань до приросту частоти



а



б



в

Рисунок 1.1 – Визначальні характеристики віброударного режиму:

- а – миттєві значення пришвидшення робочої маси;
- б – гармонійний склад пришвидшення робочої маси;
- в – АЧХ

Зважаючи на суттєву складність моделей для опису технологічних процесів, сучасні потреби виробництва спонукають розглядати їх у комплексному оцінюванні, сумісно з основними технічними показниками машини. Такий підхід в аналізі останнім вважається найбільш достовірним при дослідженні технологічних систем. Уміння розпізнати роботу машини та описати її технологічну сторону, правильно вибрати метод аналізу є запорукою якісної оцінки реального процесу, виявлення закономірностей його протікання та реалізації раціональних режимів роботи машин. Початковим етапом в дослідженні, як правило, є обґрунтування структури та параметрів машин, характеристик приводу щодо ефективного функціонування як з точки зору процесу, так і зі сторони роботи машини.

З розвитком теоретичних напрямків, методів і засобів аналізу відповідно покращуються і удосконалюються задачі про вібраційні системи. Тому, розроблення нових вібраційних машин напряму залежить від появи методів аналізу та розрахунку, удосконалення обчислювальних алгоритмів, що дають змогу встановити закономірності проходження динамічних процесів та здійснити якісний їхній аналіз. Тому, реалізація цілісних методик синтезу параметрів машин і режимів роботи варто базувати на прогресивних оптимізаційних моделях із обмеженнями, що дадуть можливість врахувати комплекс вимог механічного і технологічного характеру. Результатом цих задач може стати новий розрахунковий метод, спрямовані на підвищення ефективності реалізації полічастотних вібраційних систем із резонансними режимами роботи.

1.2. Приводи для реалізації полічастотних коливань у резонансних режимах роботи

Для збурення вібрацій в технологічних цілях найбільшого поширення мають 4 типи приводів: інерційний (дебалансний), електромагнітний, гідравлічний, пневматичний відповідно до тих переваг, що їм притаманні (табл. 1.3, табл. 1.4). Під час вибору типу приводу для реалізації полічастотних резонансних режимів потрібно приймати до уваги також такі положення:

- 1) простота реалізації коливань у різних частотних областях;
- 2) наявність полігармонійного збурення, як чинника реалізації відповідних коливань у механічній системі.

Звертаючи увагу на доволі високу технологічну ефективність використання полічастотних коливань у технологічних процесах промислові розробки в цьому напрямку зведені переважно до машин віброударного (нерезонансного) типу з використанням інерційних типів приводів. Це обумовлено простотою їхньої реалізації та налагодження, а також малою матеріаломісткістю. Наявність додаткових гармонік в системі також залежить від здатності привода генерувати режими у відповідних частотних областях. Це суттєво ускладнює конструкції,

надійність та довговічність полігармонійних інерційних віброзбуджувачів, закладаючи необхідність кінематичної синхронізації руху окремих дебалансів. Натомість, застосування явища динамічної синхронізації окремих віброзбуджувачів під час реалізації віброударних режимів не знайшло широкого поширення через необхідність забезпечувати стійкість рухів дебалансів. Незважаючи на суттєві енергетичні переваги та промислове домінування інерційного приводу по відношенню до інших типів приводів вібраційних машин, варто зазначити, що для реалізації прямолінійних коливань та полічастотного (імпульсного) збурення механічних систем потрібно суттєво ускладнювати існуючі конструктивні рішення. Це суперечить принципам високої надійності, довговічності та низької вартості приводів.

Особливої уваги заслуговує гідравлічний привід, що має найкращі силові, функціональні та регульовальні характеристики, а також дає змогу за використання мехатронних систем реалізовувати імпульсні силові залежності [146, 147, 269, 276, 277]. Завдяки цьому успішно використовується у віброударних системах із простотою реалізації напрямлених коливань та формування закону зміни зусилля збурення різноманітного характеру. Однак, цей привід має обмежений частотний діапазон роботи та високу вартість.

Реалізація полічастотних коливань за віброударних режимів на базі резонансних систем теж зведена до одиничних взірців, що обумовлено складністю налагодження та забезпечення стійкості резонансних систем. Також поява нових взірців певною мірою залежить від можливості використання сучасних систем керування та контролю режимів. Це в сукупності спричинює суттєві витрати на промислове освоєння згаданих машин.

Втім, розроблення простих конструктивних рішень, що дали б змогу якісно реалізовувати регульовані полічастотні режими роботи (в певних межах), причому такі, що опираються на прогресивні й інженерно спрямовані розрахункові методи, в комплексі сприятимуть розробленню резонансних вібраційних машин з підвищеною ефективністю реалізації згаданих режимів роботи.

Таблиця 1.3 – Порівняння типів приводу вібраційних машин

№ з/п	Тип приводу	Клас вібраційних машин і систем	Переваги	Недоліки
1.	Інерційний (дебалансний)	1. Середньо- та великогабаритні вібраційні технологічні машини (грохоти, дробарки, столи) 2. Машини з коловими і складними (просторовими) рухами робочих органів (поверхневого оброблення)	1. Високі питомі зусилля на одиницю маси конструкції приводу 2. Невисока вартість приводу та засобів керування	1. Обмежений ресурс роботи (для підшипників). 2. Обмежений частотний діапазон коливань (до 100 Гц). 3. Складність реалізації напрямлених коливань 4. Підвищена потужність для виходу в зарезонансний режим
2.	Електромагнітний	1. Мало- та середньогабаритні вібраційні технологічні машини (конвеєри, живильники, дозатори, бункерні живильники) 2. Машини з напрямленими коливаннями робочих органів	1. Практично необмежений ресурс 2. Простота керування режимом за постійної частоти 3. Практично відсутні проблеми пуску технологічних машин	1. Невисокі питомі зусилля на одиницю маси конструкції 2. Висока вартість засобів керування частотою 3. Практично застосовуються лише в резонансних системах
3.	Гідравлічний	1. Великогабаритні та силові вібраційні та інші технологічні машини (преси)	1. Широкий спектр режимів 2. Високі питомі зусилля на одиницю маси конструкції приводу	1. Висока вартість. 2. Низька надійність. 3. Високі енергозатрати.
4.	Пневматичний	1. Мало- та середньогабаритні вібраційні технологічні машини (конвеєри, живильники, дозатори, бункерні живильники)	1. Практично необмежений ресурс. 2. Практично відсутні проблеми пуску технологічних машин 3. Ефективність реалізації коливань з високими частотами	1. Низький ККД. 2. Невисока потужність.

Таблиця 1.4 – Визначальні характеристики приводів вібраційних машин

Характеристика	Тип приводу			
	Інерційний (дебалансний)	Електромагнітний	Гідравлічний	Пневматичний
Питомий показник $F / m_{зб}$	добре	незадовільно	відмінно	задовільно
Керованість	за частотою	незадовільно	добре	незадовільно
	за амплітудою	задовільно	задовільно	незадовільно
Надійність	задовільно	відмінно	незадовільно	відмінно
Вартість	добре	задовільно	незадовільно	відмінно

Примітка. *Керованість*: до уваги доцільно приймати можливість оперативно без зупинки незалежно змінювати амплітуду та частоту вимушених коливань

1.3. Класифікаційні ознаки резонансних вібраційних машин

В загальному випадку для розрахунку вібраційних машин потрібно знати закон зміни тягового зусилля $f(t)$ ЕМВ, який визначається частотою коливань та способом живлення. За частотою коливань ЕМВ поділяють на [61, 67, 76, 88, 98, 186, 244, 278]:

— одноазорні реактивні одноктні (100Гц) — за умови одночасного живлення електромагнітів безпосередньо від мережі (притягування осердя електромагніту якоря здійснюється двічі за період сили струму за додатних та від'ємних значень) (рис. 1.2, а);

— одноазорні імпульсні одноктні (50Гц) — на електромагніти одночасно подають випрямлений струм (рис. 1.2, б); для реалізації 25Гц і 100Гц живлення здійснюють через подільники частоти;

— двозазорні двоктні (50Гц) — на електромагніти по чергово подається випрямлений струм (із зсувом фаз 180°) (рис. 1.2, в-г).

У вібраторах двоктної дії також застосовують Н-подібне осердя з двома якорями, розташованих симетрично відносно обох робочих поверхонь осердя (рис. 1.2, г). Часто використовують симетричну схему з одним спільним якорем

із дзеркально розташованими Ш- чи U-подібними осердями (рис. 1.2, в). Такий варіант поширений за використання нормалізованих осердь електромагнітів.

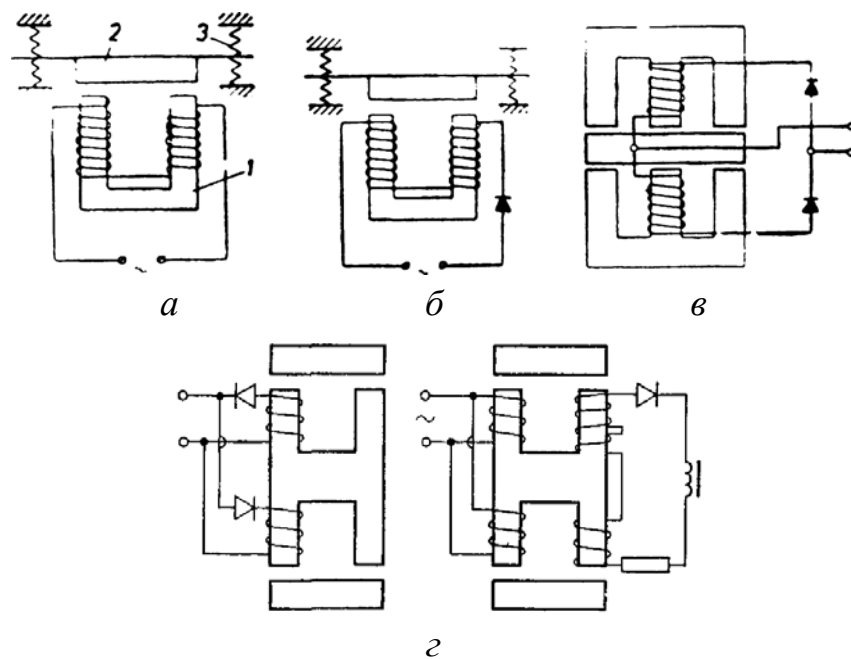


Рисунок 1.2 – Типові схеми електромагнітних вібраторів:

a – реактивна; *б* – імпульсна; *в, г* – двотактні

Однотактні вібратори можна живити змінним струмом (реактивні) та імпульсним (випрямленим) струмом. Реактивні вібратори з живленням безпосередньо з мережі знаходять поширення завдяки появі новітніх засобів керування частотою живлення. Для досягнення заданого амплітудного значення тягового зусилля часто використовують *n*-паралельно ввімкнених однотипних вібробуджувачів.

В теоретичному плані ЕМВ як системи приводів вивчені на достатньому рівні. Великої уваги заслуговує аналіз промислових розробок в цьому напрямку. Зокрема, на практиці поширені однотактні ЕМВ (рис. 1.3) типу С918А, С920А і С921А, розроблені інститутом ВНДІБуддормаш для вібраційних живильників типу ЖЕВ1 та двотактні – для живильників і грохотів ЖЕВ2 з частотами коливань 25Гц, 50Гц і 100Гц. Електромагнітні вібратори И-85, С918А, С920А і С921А виконані на базі двомасових коливальних систем. Обидві маси —

активна і реактивна зв'язані між собою вбудованими у загальну конструкцію пружними елементами. Промислові вібратори випускаються двох виконань: однокітні — з одним робочим зазором і двокітні — з двома зазорами.

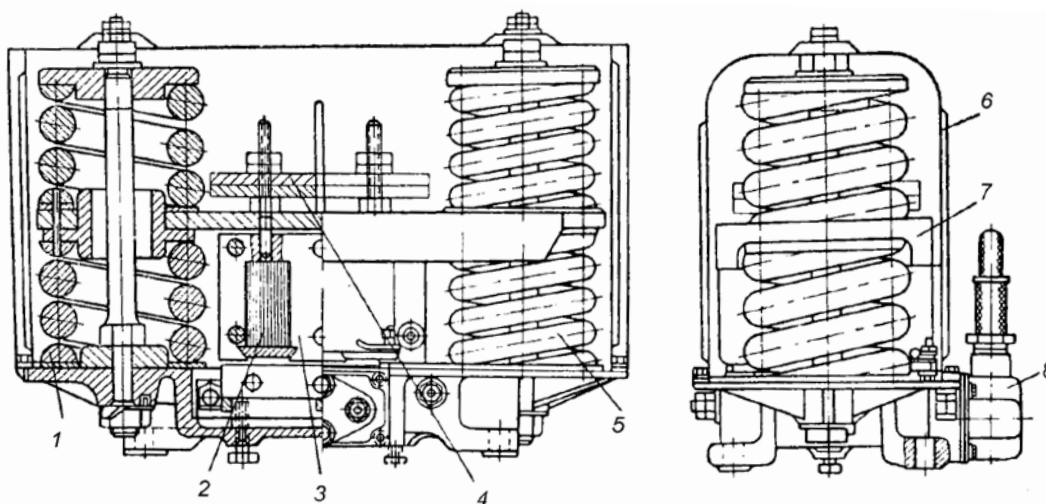


Рисунок 1.3 – Типова конструкція електромагнітних вібраторів моделей С917 – С921 з циліндричними пружинами (“Вібромашина”, Грузія):

1 – основа, 2 – котушка, 3 – осердя, 4 – налагоджувальні вантажі, 5 – пружина, 6 – кожух, 7 – якір, 8 – клемна коробка з кабелем

Серед відомих фірм-виробників електромагнітних приводів для вібраційних технологічних машин, зокрема конвеєрів, грохотів, живильників, столів, інтенсифікаторів витікання матеріалів з бункерів тощо є “Applied Vibration Limited” (Великобританія), “REO-USA”, Inc. “Impulse[®]” (США), “AVITEQ Vibrationstechnik” (Німеччина), “JVI” (США), “Uras Techno Co., Ltd” (Японія), ЗАТ “Горные машины” (РФ), “Вібромашина” (Грузія) [86–89], “Vibra Maschinenfabrik Schultheis GmbH&Co” (Німеччина), “FMC Technologies Inc.” (США) та ін. Закордонні віброзбуджувачі “Aviteq”⁴ (рис. 1.3) мають більш широкий частотний спектр роботи та новішу систему керування, тому працюють на різних фіксованих частотах 25Гц, 33Гц, 50Гц та 100Гц за частоти мережі живлення 50Гц. За наявності відповідних частотних перетворювачів обидва типи віброзбуджувачів можна використовувати у будь-

⁴ <http://www.aviteq.com>

якій частотній області, компенсуючи при цьому конструктивні неточності та вплив завантаженого середовища на динаміку машини. Завдяки їм полегшується налагодження системи, а також реалізуються авторезонансні системи (контролем зсуву фаз між переміщенням та силою), ефективні з точки зору технологічної стійкості.

Широке застосування знаходять однокітні вібратори з частотою коливань 50 Гц, у яких живлення вібратора двокітної дії здійснюється змінним струмом із додатковим збудженням від постійного струму (з підмагнічуванням) (рис. 1.4). Регулювання сили імпульсів тягового зусилля проводиться зміною сили струму (напруги) в загальному ланцюзі (в однокітній схемі) і постійного струму (в двокітній схемі). Завод “Вібростина” випускав серійно електровібраційні машини 50-ти найменувань і типорозмірів, що знаходять все більш широке застосування в гірничій та будівельній промисловості. Основна продукція заводу — електровібраційні живильники ЖЕВ 1 і ЖЕВ 2 виготовлялися згідно ГОСТ 11217-66 “Питатели вибрационные с электромагнитным приводом”.

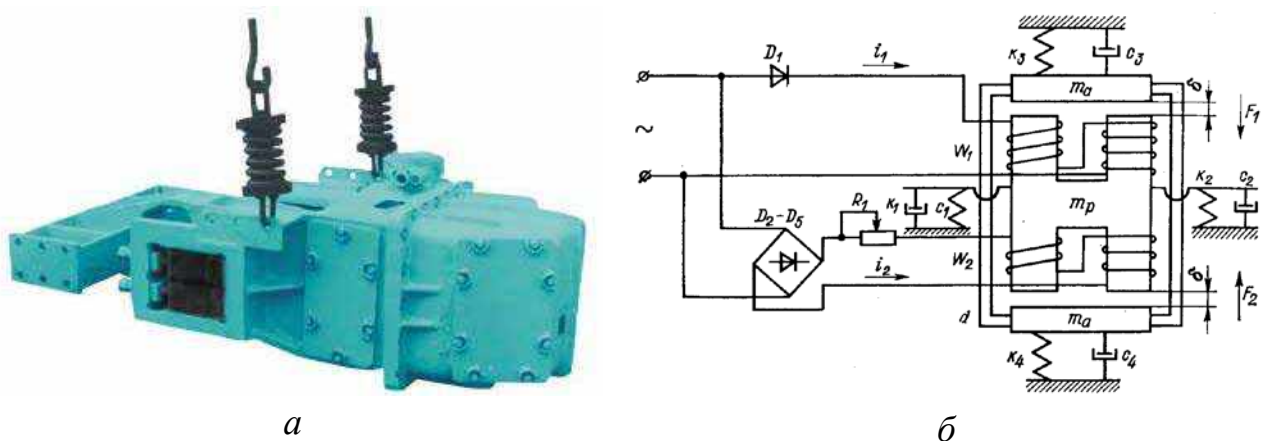


Рисунок 1.4 – ЕМВ двокітної дії з підмагнічуванням:

а – загальний вигляд; *б* – електрична схема

Подальші інженерні розробки спрямовані на створення різноманітних конструктивних варіацій та удосконалення наявних електромагнітних приводів, зокрема регульованих за частотою коливань, використання неметалевих

матеріалів для пружних елементів, а також пристосування в багаторежимних віброударних (суб- і супергармонійних) системах, ефективних в гірничих та будівельних виробництвах.

У віброударних та ударних системах часто застосовують тягові електромагніти змінного струму та імпульсні схеми живлення з огляду на простоту реалізації. Існують методики розрахунку оптимальних конструктивних параметрів електромагнітів різних типів та призначень. Основні статичні та динамічні характеристики електромагнітних систем формуються на узагальнених рівняннях, що можуть бути доповнені динамічними моделями механічних систем, збурювачами руху яких вони виступають. В дослідженнях, в основному, застосовують спрощені моделі для можливості отримання аналітичних розв'язків та подальшого аналізу й синтезу.

1.4. Формування статичних і динамічних моделей електромагнітних вібраційних систем

Струм у витках котушки змінної індуктивності $L(t)$ електромагнітного контуру (рис. 1.5) можна визначити із закону повного струму [88, 98–103, 113, 177, 279–281]:

$$w \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t) + r \cdot i(t) = u(t), \quad (1.8)$$

або ж

$$\frac{d}{dt} \Psi(t) + r \cdot i(t) = u(t), \quad (1.9)$$

де $u(t) = U_0 \sin(\omega t)$ – закони зміни напруги живлення;

$\Psi(t) = L(t) \cdot i(t)$ – потокозчеплення;

$L(t) = G(t) \cdot w^2$ – індуктивність котушки;

$G(t) = \mu_0 \cdot S / 2\delta(t)$ – магнітна провідність повітряного проміжку;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала;

r – активний опір обмотки;

δ_0 – номінальне (початкове) значення повітряного проміжку;

S – площа поверхні полюсів електромагніту;

w – кількість витків котушки ЕМВ;

$\Phi(t)$ – магнітний потік, що створюється в електромагнітній системі внаслідок проходження струму через w витків

$$\Phi(t) = G(t) \cdot w \cdot i(t) = \frac{\mu_0 \cdot S \cdot w \cdot i(t)}{2\delta(t)}.$$

Магнітна індукція пропорційна до магнітного потоку:

$$B(t) = \frac{\Phi(t)}{S} = \frac{\mu_0 \cdot w \cdot i(t)}{2\delta(t)}. \quad (1.10)$$

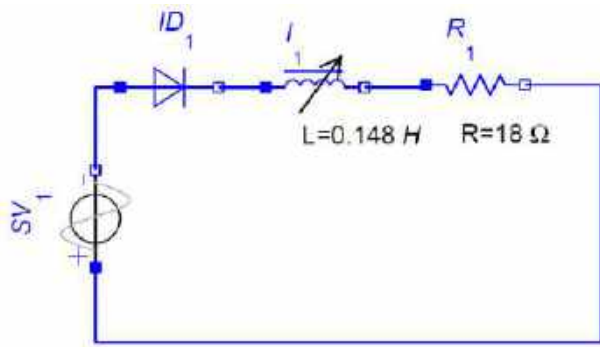


Рисунок 1.5 – Типова схема електромагнітного контуру з випрямленим струмом (імпульсним збудженням)

З врахуванням зміни повітряного проміжку $\delta(t)$ в процесі роботи механічної системи, перший доданок рівнянь (1.8) і (1.9) набуде вигляду:

$$w \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t) = \frac{k \left(\delta(t) \frac{d}{dt} i(t) - i(t) \frac{d}{dt} \delta(t) \right)}{2\delta(t)^2},$$

де $k = \mu_0 S w^2$ – параметр електромагніта.

Оскільки сила струму $i(t)$ також залежить від проміжку $\delta(t)$, то електрична складова є нелінійною системою, дійсні параметри якої визначаються законом руху збудених мас.

Рівняння електричного кола для n паралельно ввімкнених ЕМВ має вигляд:

$$n \cdot \left[\frac{d}{dt} (L(t) \cdot i(t)) + r_n \cdot i(t) \right] = u(t), \quad (1.11)$$

де $L(t) = 1 / \sum_{j=1}^n \frac{1}{L_j(t)}$ – індуктивність n -ЕМВ;

$L_j(t) = G(t) \cdot w_j^2$ – індуктивність j -го електромагніту;

$r_n = 1 / \sum_{j=1}^n \frac{1}{r_j}$ – активний опір n -ЕМВ;

r_j – активний опір однієї обмотки.

Для схеми з двома ЕМВ ($n = 2$), що має місце для електромагнітів з U-подібним осердям складові рівняння (1.11) набудуть вигляду:

$$L(t) = 1 / \sum_{j=1}^2 \frac{1}{L_j(t)} = \frac{G(t) \cdot w^2}{2}; \quad r_n = 1 / \sum_{j=1}^2 \frac{1}{r_j} = \frac{r}{2}.$$

Саме рівняння стану електромагнітної складової одного ЕМВ запишеться

$$\frac{k}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{i(t)}{\delta(t)} \right) + r \cdot i(t) = u(t). \quad (1.12)$$

Закон зміни повітряного проміжку, з врахуванням відносного переміщення коливальних мас в силовому збуренні $y^*(t)$:

$$\delta(t) = \delta_0 - y^*(t), \quad (1.13)$$

що дає можливість з (1.12) отримати нелінійне диференціальне рівняння першого порядку

$$\frac{k \left[(\delta_0 - y^*(t)) \frac{d}{dt} i(t) + i(t) \frac{d}{dt} y^*(t) \right]}{2(\delta_0 - y^*(t))^2} + r \cdot i(t) = u(t), \quad (1.14)$$

яке набуде остаточного вигляду:

$$\frac{k}{2(\delta_0 - y^*(t))} \cdot \frac{d}{dt} i(t) + \left[r + \frac{k \cdot \frac{d}{dt} y^*(t)}{2(\delta_0 - y^*(t))^2} \right] \cdot i(t) = u(t). \quad (1.15)$$

Другий доданок, що у дужках описує змінну складову активного опору котушки, викликану рухом коливальних мас, що зазнають силового збурення.

Отримане рівняння не може бути розв'язане, оскільки його розв'язок визначається законом відносного руху коливальних мас, який в свою чергу залежить від параметрів механічної системи. До рівняння (1.15) потрібно долучити систему диференціальних рівнянь руху механічної складової системи. Фактично зазначене рівняння встановлює динамічні характеристики силових параметрів ЕМВ, їхні часові залежності та враховує безпосередньо АЧХ коливальних мас, часову зміну повітряного проміжку під час роботи механічної системи, її вплив на силові параметри ЕМВ в цілому.

Якщо відносного переміщення мас в силовому збуренні не враховувати (або ж воно не є вартим уваги, напр. для синфазних вібростем [243, 244]) $y^*(t) \rightarrow 0$, то рівняння (1.15) набуде простого вигляду:

$$\frac{k}{2\delta_0} \cdot \frac{d}{dt} i(t) + r \cdot i(t) = u(t). \quad (1.16)$$

Розв'язок останнього з врахуванням нульових початкових умов $i(0) = 0$ та при законі зміни напруги живлення $u(t) = U_0 \sin(\omega t)$ має наступний вигляд:

$$i(t) = \frac{2e^{-\frac{2r\delta_0 t}{k}} k U_0 \delta_0 \omega}{(2r\delta_0)^2 + (\omega k)^2} + \frac{2U_0 \delta_0}{(2r\delta_0)^2 + (\omega k)^2} (2r\delta_0 \sin(\omega t) - \omega k \cos(\omega t)). \quad (1.17)$$

Перший доданок описує вільні коливання, а другий – усталені виду:

$$i(t) = \frac{2U_0 \delta_0}{\sqrt{(2r\delta_0)^2 + (\omega k)^2}} \sin(\omega t + \varphi - \pi/2), \quad (1.18)$$

або ж

$$i(t) = \frac{U_0}{\sqrt{r^2 + (\omega L(t))^2}} \sin(\omega t + \varphi - \pi/2), \quad (1.19)$$

де $\varphi = \arctg\left(\frac{r}{\omega L}\right)$ – зсув фаз між напругою та силою струму.

Закон зміни $f(t)$ тягового зусилля n -паралельно ввімкнених однотипних ЕМВ наближено визначають за формулою Максвелла [88, 98–103, 113, 177, 279–281]:

$$f(t) = \frac{n \cdot \Phi(t)^2}{\mu_0 S}, \quad (1.20)$$

після перетворень набуває вигляду

$$f(t) = \frac{n \cdot k}{4} \left(\frac{i(t)}{\delta(t)} \right)^2. \quad (1.21)$$

З врахуванням залежності для сили струму (1.19) усталені коливання тягового зусилля для реактивної схеми живлення (вмикання напруги з мережі) згідно формули Максвелла (1.20) для номінального повітряного проміжку δ_0 буде мати наступний вигляд

$$f(t) = \frac{n \cdot k U_0^2}{2((2r\delta_0)^2 + (\omega k)^2)} (1 - \sin(2\omega t + 2\varphi - \pi/2)). \quad (1.22)$$

Змінне тягове зусилля ЕМВ формується в повітряному проміжку δ_0 між якорем та осердям ЕМВ внаслідок зміни магнітної енергії:

$$f(t) = \frac{\partial W(t)}{\partial \delta_0} = \frac{1}{2} L(t) \cdot i(t)^2 = \frac{k \cdot i(t)}{2\delta_0} \left(\frac{\partial i(t)}{\partial \delta_0} - \frac{i(t)}{2\delta_0} \right). \quad (1.23)$$

Враховавши $i(t, \delta_0)$, після диференціювання $\frac{\partial i(t, \delta_0)}{\partial \delta_0}$ отримаємо вираз для тягового зусилля ЕМВ:

$$f(t) = \frac{n \cdot k U_0^2 ((\omega k)^2 - (2r\delta_0)^2)}{2((2r\delta_0)^2 + (\omega k)^2)^2} (1 - \sin(2\omega t + 2\varphi - \pi/2)). \quad (1.24)$$

Саме через закон зміни повітряного проміжку $\delta(t)$ здійснюється параметричний зв'язок між магнітною та механічною коливальними системами. Динамічні характеристики ЕМВ після врахування зміни повітряного проміжку матимуть вигляд:

$$\tilde{i}(t) = \frac{2U_0(\delta_0 - \Delta y(t))}{\sqrt{(2r(\delta_0 - \Delta y(t)))^2 + (\omega k)^2}} \sin(\omega t + \varphi(t) - \pi/2), \quad (1.25)$$

$$\tilde{f}(t) = \frac{n \cdot k}{4} \left(\frac{i(t)}{\delta(t)} \right)^2 = \frac{n \cdot k U_0^2}{2((2r\delta(t))^2 + (\omega k)^2)} (1 - \sin(2\omega t + 2\tilde{\varphi}(t) - \pi/2)). \quad (1.26)$$

або ж відповідно до (1.22):

$$\tilde{f}(t) = \frac{n \cdot k U_0^2 ((\omega k)^2 - (2r\delta(t))^2)}{2((2r\delta(t))^2 + (\omega k)^2)^2} (1 - \sin(2\omega t + 2\tilde{\varphi}(t) - \pi/2)), \quad (1.27)$$

де $\tilde{\varphi}(t) = \arctg\left(\frac{2r(\delta_0 - y^*(t))}{\omega k}\right)$.

Для формування імпульсних схем електромагнітів закони зміни сили струму під виразами для тягового зусилля набувають виду:

$$i(t) = \begin{cases} i(t), & \text{якщо } i(t) > 0, \\ 0, & i(t) \leq 0. \end{cases} \quad (1.28)$$

Випрямлений (пульсуючий) струм, що подається на котушки ЕМВ, можна подати у вигляді ряду Фур'є з коефіцієнтами, що описують амплітудні значення постійної, основної та кратної 2 гармонік струму:

$$i(t)^* = I_0 \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \cos(\omega t) + \frac{2}{3\pi} \cos(2\omega t) \right), \quad (1.29)$$

де $I_0 = \frac{2U_0\delta_0}{\sqrt{(2r\delta_0)^2 + (\omega k)^2}}$.

Останній вираз можна використовувати у формулі (1.21) для часової залежності імпульсного тягового зусилля уже без імпульсної умови для сили струму. Тоді, результуюче тягове зусилля ЕМВ буде мати ширший частотний спектр по відношенню до сили струму [282, 283]:

$$f(t) = \Xi \left(\begin{array}{l} \lambda_0 - \lambda_1 \cos(\omega t) + \lambda_2 \cos(2\omega t) - \dots \rightarrow \\ \rightarrow \dots \lambda_3 \cos(3\omega t) + \lambda_4 \cos(4\omega t) \end{array} \right), \quad (1.30)$$

де $\Xi = \frac{k \cdot n}{4} \left(\frac{I_0}{\delta_0} \right)^2$, $\lambda_0 = 0,062$, $\lambda_1 = 0,106$, $\lambda_2 = 0,065$, $\lambda_3 = 0,027$, $\lambda_4 = 0,006$ – гармонійні коефіцієнти імпульсного тягового зусилля однофазних електромагнітів.

Для чисельного аналізу амплітудних значень гармонік тягового зусилля ЕМВ (табл. 1.5) вибрано наступні характеристики: $U_0 = 220\text{В}$; $\omega = 314\text{рад/с}$; $r_{np} = 10\text{Ом}$; $\delta_0 = 3\text{мм}$; $S = 2,784 \cdot 10^{-3}\text{м}^2$; $w = 800$; $n = 5$.

Таблиця 1.5 – Амплітудні значення гармонік тягового зусилля

Гармоніка	0	ω	2ω	3ω	4ω
Коефіцієнт гармоніки	$\Xi \cdot \lambda_0$	$\Xi \cdot \lambda_1$	$\Xi \cdot \lambda_2$	$\Xi \cdot \lambda_3$	$\Xi \cdot \lambda_4$
Амплітудне значення сили, [Н]	269,8	461,3	282,9	117,5	26,1
Співвідношення з основною гармонікою ω , [%]	58,6	100	61,2	25	5,3

Наявність у схемі керованого тиристора дозволяє змінювати характеристику випрямленої сили струму та відповідним чином впливати на форму імпульсу тягового зусилля, а тому і на співвідношення між силовими гармоніками.

Практично в реальних резонансних системах використовується базова гармоніка ω . Ефективне використання кратних гармонік 2ω та 3ω можливе лише у багатомасових системах та більш складних за динамічними характеристиками віброударних, у яких проявляються кратні суб- та суперрезонанси. Вивченню цього питання – ефективного застосування однофазних схем буде приділено важливу увагу в представлених дослідженнях.

В імпульсних схемах живлення електромагнітний привід перебуває в перехідних режимах, тому для точного опису схеми з випрямленим струмом

потрібно застосовувати реальну ВАХ випрямляча. У випадку використання ідеалізованої ВАХ, опір випрямляча можна представити наступним чином [284]:

$$r_d = \begin{cases} r^{<+>}, & \text{якщо } i(t) \geq 0, \\ r^{<->}, & \text{якщо } i(t) < 0, \end{cases} \quad (1.31)$$

де $r^{<+>}$ і $r^{<->}$ – опір діода в прямому і зворотному напрямках ($r^{<->} \gg r^{<+>}$).

Умову (1.31) можна записати через спеціалізовану імпульсну функцію Хевісайда у вигляді:

$$r_d = r^{<+>} + [1 - \Phi(i(t))] \cdot r^{<->}. \quad (1.32)$$

Таким чином рівняння електромагнітного контуру (1.16) з випрямлячем остаточно набуде вигляду:

$$\frac{k}{2(\delta_0 - y^*(t))} \cdot \frac{d}{dt} i(t) + \left[r + r_d + \frac{k \cdot \frac{d}{dt} y^*(t)}{2(\delta_0 - y^*(t))^2} \right] \cdot i(t) = u(t). \quad (1.33)$$

Для двотактної схеми збурення рівняння (1.33) розглядається для окремих котушок, ввімкнених за однотоктними схемами в протифазі:

$$\left. \begin{aligned} \frac{k}{2(\delta_0 - y^*(t))} \cdot \frac{d}{dt} i_1(t) + \left[r + r^{<+>} + [1 - \Phi(i_1(t))] \cdot r^{<->} + \frac{k \cdot \frac{d}{dt} y^*(t)}{2(\delta_0 - y^*(t))^2} \right] \cdot i_1(t) &= u(t), \\ \frac{k}{2(\delta_0 + y^*(t))} \cdot \frac{d}{dt} i_2(t) + \left[r + r^{<+>} + [1 - \Phi(-i_2(t))] \cdot r^{<->} + \frac{k \cdot \frac{d}{dt} (-y^*(t))}{2(\delta_0 + y^*(t))^2} \right] \cdot i_2(t) &= u(t). \end{aligned} \right\} \quad (1.34)$$

Тягові зусилля однотоктних ЕМВ із відповідним зсувом фаз між ними можна записати так:

$$\left. \begin{aligned} f_1(t) &= \frac{k \cdot n}{4} \left(\frac{i_1(t)}{\delta_0 - y^*(t)} \right)^2, \\ f_2(t) &= \frac{k \cdot n}{4} \left(\frac{i_2(t)}{\delta_0 + y^*(t)} \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (1.35)$$

Для моделювання силового збурення механічної системи результуючі значення сили струму та тягового зусилля ЕМВ потрібно записувати наступним чином:

$$\left. \begin{aligned} i(t) &= i_1(t) + i_2(t), \\ f(t) &= f_1(t) - f_2(t). \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

Наявність кратних гармонік у одноктних ЕМВ створює передумови щодо їхнього прямого використання під час реалізації полічастотних коливань у резонансних режимах роботи. При цьому потрібно враховувати властивість власних форм коливань, коли кожна гармоніка здатна по-різному сприймати величину відповідної гармоніки зусилля збурення. Це спричинює необхідність більш ґрунтовного динамічного аналізу та синтезу режимів відповідно до забезпечення технологічних вимог.

Дво- та тримасова вібраційні системи (рис. 1.6) представлено коливальними масами відповідно m_1 , m_2 , m_3 , з'єднаних пружними ланками із жорсткостями c_1 , c_2 за напрямком руху коливань мас. Для силового збурення механічної системи використовується одноктний ЕМВ, що в загальному випадку складається з n паралельно ввімкнених осердь із котушками та якорів, розташованих на суміжних коливальних масах із номінальним повітряним проміжком δ_0 . На основу вібраційна система встановлюється віброізоляторами із коефіцієнтом жорсткості c_{i3} .

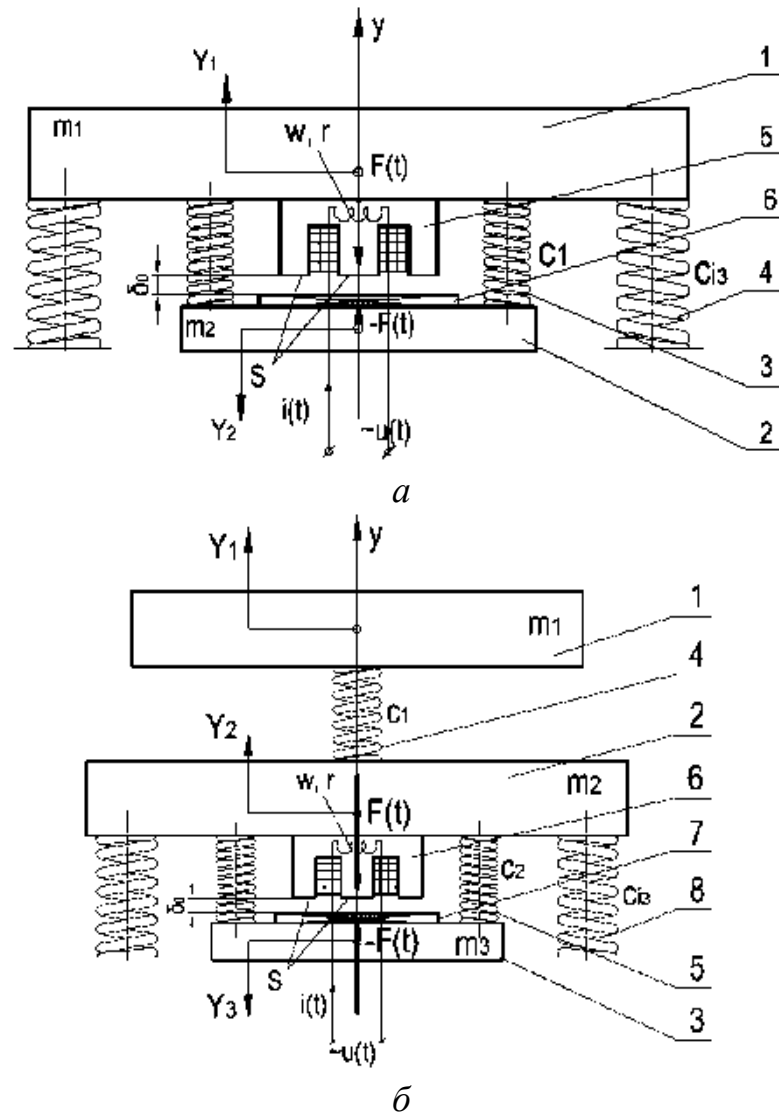


Рисунок 1.6 – Узагальнені структурні схеми дво- (а) та тримасової (б) вібраційної системи (опис поз. для схеми б): 1, 2, 3 – коливальні маси; 4, 5 – пружні зв'язки; 6, 7 – осердя та яркір ЕМВ; 8 – віброізолятори

У загальному випадку рівняння руху коливальної системи можна отримати на основі загальних теорем динаміки, рівнянь Лагранжа II-роду, принципу Д'Аламбера тощо. Рівняння Лагранжа II-роду:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L^*}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L^*}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = Q_j(t), \quad (1.37)$$

де $L^* = T - \Pi$ – функція Лагранжа;

T та Π – кінетична та потенціальна енергії;

D – функція розсіювання енергії (функція Релея);

q_j – узагальнені координати;

$Q_j(t)$ – узагальнена зовнішня сила за відповідною узагальненою координатою q_j .

Для механічних систем вирази для відповідних енергій мають вигляд, враховуючи кількість узагальнених координат n^* :

$$T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n^*} m_j \dot{q}_j^2, \quad \Pi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n^*-1} c_j (q_j - q_{j+1})^2, \quad D_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n^*-1} b_j (\dot{q}_j - \dot{q}_{j+1})^2, \quad (1.38)$$

де m_j , c_j та b_j – відповідно коефіцієнти інерційності, жорсткості та в'язкості.

Для електромагнітних систем вирази для магнітної енергії та внутрішнього розсіювання мають вигляд:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n^*} L_j i_j^2, \quad D_e = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n^*} r_j i_j^2, \quad (1.39)$$

де L_j , r_j та i_j – відповідно індуктивність, активний опір та струм в обмотці.

У якості узагальненої зовнішньої сили для електромагнітних систем приймають закон зміни напруги живлення $u(t)$.

Коливальні процеси в електромеханічній системі описуються системою звичайних нелінійних диференціальних рівнянь, які формуються на основі наступної системи рівнянь Лагранжа-Максвелла [161, 212, 213, 285, 286]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L^*(t)}{\partial i_k(t)} \right) + \frac{\partial D_e(t)}{\partial i_k(t)} &= u_k(t), \quad k = 1 \dots n, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L^*(t)}{\partial \dot{y}_j(t)} \right) - \frac{\partial L^*(t)}{\partial y_j(t)} + \frac{\partial D_m(t)}{\partial \dot{y}_j(t)} &= Q_j(t), \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \right\} \quad (1.40)$$

де $L^*(t) = T(\dot{y}_j(t)) - \Pi(y_j(t)) + W(y_j(t), i_k(t))$ – функція Лагранжа;

$T(\dot{y}_j(t))$, $\Pi(y_j(t))$ та $W(y_j(t), i_k(t))$ – відповідно кінетична, потенціальна та магнітна енергії вібраційної системи;

$D_e(t)$ та $D_m(t)$ – дисипативні функції електромагнітної та механічної системи;

$Q_j(t)$ – узагальнені зовнішні сили (тягове зусилля електромагніту, що діє на j -ту коливальну масу).

Вирази для кінетичної, потенціальної та магнітної енергій, а також дисипативні функції розсіювання енергії (потужності втрат) механічного та електричного контурів тримасової електровібраційної системи (рис. 1.6, б) записані у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} T(t) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 m_j \cdot \dot{y}_j(t)^2, \\ \Pi(t) &= \frac{1}{2} [c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t))^2 + c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t))^2 + c_{i3} \cdot y_2(t)^2] \\ W(t) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n^*} L_k(t) \cdot i_k(t)^2, \end{aligned} \right\} \quad (1.41)$$

$$\left. \begin{aligned} D_m(t) &= \frac{1}{2} [b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t))^2 + b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t))^2 + b_{i3} \cdot \dot{y}_2(t)^2] \\ D_e(t) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n^*} r_k(t) \cdot i_k(t)^2, \end{aligned} \right\} \quad (1.42)$$

де $L_k(t)$ – індуктивність k -го електромагніту;

w_k – кількість витків k -ої котушки.

Функція Лагранжа $L^*(t)$ для тримасової вібраційної системи запишеться як:

$$L^*(t) = \frac{1}{2} \left[m_1 \dot{y}_1(t)^2 + m_2 \dot{y}_2(t)^2 + m_3 \dot{y}_3(t)^2 - c_1 (y_1(t) - y_2(t))^2 - \right. \\ \left. c_2 (y_2(t) - y_3(t))^2 - c_{i3} y_2(t)^2 + n \cdot L_k(t) \cdot i_k(t)^2 \right]. \quad (1.43)$$

Узагальнена математична модель електромеханічної тримасової вібраційної системи, отримана з системи рівнянь Лагранжа-Максвелла (1.40) на основі функції Лагранжа $L^*(t)$ (1.43), набуде вигляду:

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{k}{2(\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t)))} \cdot i(t) + \left[\frac{r + r^{<+>} + [1 - \Phi(i(t))] \cdot r^{<->} +}{2(\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t)))^2} \right] \cdot i(t) = u(t); \\
& m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) = 0; \\
& m_2 \ddot{y}_2(t) - c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) - b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) + c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t)) + \\
& + b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) + c_{is} \cdot y_2(t) + b_{is} \cdot \dot{y}_2(t) = f(t); \\
& m_3 \ddot{y}_3(t) - c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t)) - b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) = -f(t); \\
& f(t) = \frac{n \cdot k}{4} \left[\frac{i(t)}{\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t))} \right]^2.
\end{aligned} \right\} (1.44)$$

Якщо кількість ЕМВ у двотактній схемі (1.45) $n_1 \neq n_2$, то реалізуємо систему із несиметричним збуренням. Такий підхід може бути доцільним при реалізації несиметричних коливань та за віброударних режимів. У системах (1.44) та (1.45) рівняння електромагнітного кола у відповідних схемах живлення записано для одного електромагніту. Сумарне значення сили струму в системі визначається з врахуванням їх загального числа n_1 та n_2 . В механічній частині враховується дійсна к-сть електромагнітів. Модель двомасової вібраційної системи із двотактною схемою вмикання ЕМВ набуде вигляду:

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{k}{2[\delta_0 - (y_1(t) - y_2(t))]} \cdot i_1(t) + \left[\frac{r + r^{<+>} + [1 - \Phi(i_1(t))] \cdot r^{<->} +}{2[\delta_0 - (y_1(t) - y_2(t))]^2} \right] \cdot i_1(t) = u(t); \\
& \frac{k}{2[\delta_0 + (y_1(t) - y_2(t))]} \cdot i_2(t) + \left[\frac{r + r^{<+>} + [1 - \Phi(-i_2(t))] \cdot r^{<->} +}{2[\delta_0 + (y_1(t) - y_2(t))]^2} \right] \cdot i_2(t) = u(t); \\
& m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) + c_{is} \cdot y_1(t) + b_{is} \cdot \dot{y}_1(t) = f(t); \\
& m_2 \ddot{y}_2(t) - c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) - b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) = -f(t); \\
& f(t) = f_1(t) - f_2(t); \\
& f_1(t) = \frac{n_1 \cdot k}{4} \left[\frac{i_1(t)}{\delta_0 - (y_1(t) - y_2(t))} \right]^2; \quad f_2(t) = \frac{n_2 \cdot k}{4} \left[\frac{i_2(t)}{\delta_0 + (y_1(t) - y_2(t))} \right]^2.
\end{aligned} \right\} (1.45)$$

Тягове зусилля ЕМВ $f(t)$, що формується в змінному повітряному проміжку залежить від закону зміни цього проміжку в процесі роботи механічної системи $\delta(t)$ і сили струму $i(t)$ в обмотці котушки.

1.5. Енергетичні перетворення та втрати в електромагнітних системах вібраційних машин

Енергетичним питанням при функціонуванні технологічних машин завжди приділялося багато уваги. Зниження енергоспоживання у виробничих системах можливе з технологічної і механічної точки зору, оскільки удосконалюються як самі технологічні процеси, так і обладнання для їх здійснення. Що стосується роботи вібраційного обладнання, то вирішення цієї задачі часто обумовлюється реалізацією та комплексним використанням резонансних явищ у технологічних середовищах і механічних системах. В останніх раціональне використання резонансних режимів роботи дозволяє суттєво понизити енергетичні показники без порушення основних технологічних параметрів. Ефективне використання резонансних режимів роботи властиве системам на базі електромагнітного приводу змінного струму, якому характерні нетривалі перехідні процеси, висока надійність та довговічність в роботі. Ці переваги найбільш відчутні під час пуску та вибігу механічної системи.

Вібраційні системи є симбіозом механічної, як виконавчого технологічного засобу та електричної (електромагнітної), як рушійного пристрою систем. Дослідження в цій області не є новими. Про це свідчать численні наукові праці. Енергетичні перетворення в результуючій системі визначаються, в основному, режимами роботи, параметрами та характером впливу однієї системи на іншу. Тому, дослідження енергетичних показників роботи вібраційних систем потребує взаємного комплексного аналізу їхніх підсистем. Основний акцент полягає в отриманні величини енергоспоживання, перевірці балансу та закону збереження енергії. При цьому, поєднання новітніх енергоощадних принципів розрахунку із розробкою електромагнітних приводів з високими питомими

показниками тягового зусилля дозволить на новий рівень підняти існуючі вібраційні машини.

В усталеному русі (з моменту часу τ) енергія, отримана з електричної мережі за період коливань механічної системи перетворюється в механічну роботу (яка рівна за модулем зміні в повітряному проміжку магнітної енергії) та витрачається на подолання електричних втрат (перетворюється в теплову енергію, а саме на нагрівання обмотки котушки ЕМВ):

$$\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} e(t)dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} [u(t) \cdot i(t)]dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} [f(t)\delta(t)]dt + \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} 2D_e(t)dt, \quad (1.46)$$

притому, що

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} [f(t)\delta(t)]dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} W(t)dt. \quad (1.47)$$

З іншого міркування, енергія зовнішнього джерела витрачається на подолання сумарних втрат в електромеханічній системі та на виконання роботи над середовищем (остання не бралася до уваги):

$$\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} e(t)dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} [u(t)i(t)]dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} 2[D_e(t) + D_m(t)]dt, \quad (1.48)$$

а енергія механічних втрат компенсується роботою тягової сили на змінному повітряному проміжку:

$$\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} 2D_m(t)dt = - \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} \left[f(t) \frac{d}{dt} \delta(t) \right] dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} \left[f(t) \frac{d}{dt} (y_2(t) - y_3(t)) \right] dt. \quad (1.49)$$

Представлений варіант оцінки балансу енергетичного перетворення в системі електромагніт-механічна система не повною мірою окреслює проблематику цього привода. Проблема ефективного функціонування електромагніта змінного струму пов'язана із складністю оцінки величини втрат. В котушці зі стальним осердям в ланцюзі змінного струму існує два види втрат:

втрати в мідній котушці та втрати в сталюму осерді (магнітопроводі). Втрати потужності в мідній обмотці визначаються через активний опір:

$$p_m(t) = i(t)^2 r.$$

Згадані втрати перетворюються в тепло та нагрівають обмотку:

$$Q_m(t) = i(t)^2 r \cdot t.$$

Втрати в сталюму магнітопроводі p_c , викликані змінним магнітним потоком, складають втрати на магнітний гістерезис p_2 і на вихрові струми p_6 :

$$p_c(t) = p_2(t) + p_6(t).$$

Втрати на магнітний гістерезис пов'язані з перемагнічуванням осердя: за кожної зміни напрямку магнітного потоку витрачається додаткова енергія на ліквідацію залишкового намагнічування, викликаного знаком попереднього магнітного потоку. Урахування цієї складової вимагає побудови експериментальної кривої намагнічування осердя та відтворення відповідно апроксимованої залежності під час моделювання [91, 177, 178, 212, 279, 281, 287–290]. Отримана статичним методом (за постійної сили струму) експериментальна петля магнітного гістерезису адекватно може бути врахована у вигляді окремих рівнянь сили струму для додатної та від'ємної гілок кривої намагнічування [88].

Втрати на вихрові струми викликані тим, що змінний магнітний потік, який проходить через осердя, перетинає витки котушки і осердя. За кожної зміни величини потоку $\Phi(t)$ в осерді наводяться електрорушійні сили, що створюють численні контури вихрових струмів $i_e(t)$, які змінюють своє значення відповідно до швидкості зміни потоку $\frac{d}{dt}\Phi(t)$. Втрати потужності на вихрові струми також визначають за емпіричною формулою (розмірність – [Вт/кг]). Сумарні питомі втрати потужності на гістерезис та вихрові струми для різноманітних марок сталей, що визначені експериментально, наведені в спеціальних довідниках.

На підставі сказаного вище, опір електромагніту змінного струму можна подати узагальненою формулою:

$$r_e = r + r_m,$$

де r та r_m – відповідно активний опір котушки та магнітний опір магнітопроводу.

Активний опір котушки визначається відомою формулою:

$$r = \rho_n \frac{l_\delta}{S_\delta},$$

де ρ_n – питомий опір матеріалу дроту;

l_δ та S_δ – довжина дроту та площа його поперечного перерізу.

Активний опір намотаної котушки може бути визначений за наступною формулою:

$$r = \rho_n \frac{l_c w^2}{k_3 S_\kappa},$$

де l_c – середня довжина витка;

k_3 – коефіцієнт заповнення котушки;

S_κ – площа вікна котушки.

Опір магнітопроводу записано наступним чином [91]:

$$r_m = r_o + r_n,$$

де r_o та r_n – магнітний опір осердя та повітря.

Перший доданок враховує втрати на перемагнічування, другий на вихрові струми. Опір осердя r_o можна наближено визначити за формулою:

$$r_o = \frac{l_c \cdot H}{\Phi},$$

де $H = B / \mu_0 \mu$ – напруженість магнітного поля, μ – відносна магнітна проникливість середовища (для повітря $\mu = 1,00000038$).

Враховуючи залежність (1.2) за з якою $\Phi = BS$, а також те, що крива намагнічування представляється функцією $B = f(H)$, можна у формулі для

опору залізного осердя врахувати криву його намагнічування з апроксимацією реальних даних. Відповідно для електромагнітного контуру закладаємо дійсну характеристику $B = f(H)$ у вигляді петлі гістерезису.

Якщо в коло котушки зі сталевим осердем ввімкнути ватметр, то він вимірює сумарні втрати:

$$\Sigma P = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [p_m(t) + p_c(t)]^2 dt}.$$

Приведене значення повного активного опору котушки з осердем r_{np} , що визначає сумарні втрати за відповідної величини струму I : $r_{np} = \Sigma P / I^2$.

Таким чином, врахування сумарних втрат в електромагнітному контурі можна здійснювати за величиною приведенного активного опору котушки з осердем.

Для оцінки функціонування електромагнітного привода із заданими конструктивними параметрами можна використати значення магнітної індукції в повітряному проміжку під час роботи. Рациональне значення величини індукції повинно знаходитися в межах, що визначає ступінь намагнічування осердя ЕМВ та його здатність ефективно забезпечити відповідні силові показники. За кривою намагнічування заліза допустиме значення магнітної індукції знаходиться в межах $B = (1-1,4)$ Тл. При проектуванні малогабаритних вібраційних пристроїв автори [88] рекомендують закладати величину магнітної індукції $B = 0,6$ Тл, а в методиках [76, 77] пропонують дотримуватися величини $B = (0,6-1)$ Тл залежно від потужності електромагніту.

Існує ряд досліджень щодо чисельного аналізу за МСЕ відповідних магнітних втрат. Причому, розроблено прикладні програми аналізу для визначення основних показників функціонування електромагнітних та магнітних систем (ElectroMagneticWorks, MagNet та ін.).

В умовах повного завантаження вібраційної машини діюче значення споживаної потужності одного окремого (промислового) електромагніту не повинно перевищувати його паспортної величини $[P]$:

$$\text{— для } n\text{-однотактних ЕМВ: } \sqrt{\frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} e(t)^2 dt} / n < [P];$$

$$\text{— для } n\text{-двотактних ЕМВ } \sqrt{\frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} e(t)^2 dt} / (2n) < [P].$$

Для запобігання виходу з ладу ЕМВ потрібно скористатися умовою $I < [I]$, де допустиме значення сили струму $[I]$ визначається перерізом дроту котушки, його матеріалом та умовами роботи електромагніта [76]. Проектний розрахунок ЕМВ здійснюється за прийнятими методиками [291].

Для аналізу механізму перетворення електромеханічної енергії під час усталеного руху розглядається лінійна вібраційна система, розрахована за відповідним енергоощадним принципом [243, 244]. Для реалізації коливань робочого органа із частотою ω використано реактивну схему вмикання. Закон зміни напруги живлення прийнято у вигляді $u(t) = 220 \cdot \sin(\omega t / 2)$.

Вихідні параметри механічної коливальної системи: $m_1 = 20$ кг, $m_2 = 60$ кг, $m_3 = 3,5$ кг, $\omega = 314$ рад/с, $z = 0,96$, $\gamma = 0,025$. Розрахункові параметри:

– параметр ефективності вібраційної системи

$$\kappa = \frac{\left[(z^2 - 1) \cdot m_1 m_2 + z^2 (m_2^2 + m_1 m_3 + m_2 m_3) - m_2^2 - m_2 m_3 \right]}{(z^2 - 1) \cdot (m_2 + m_3) \cdot (m_1 + m_2 + m_3)} = 0,79$$

– парціальні резонансні налагодження⁵

$$z_1 = z / \sqrt{\frac{\kappa \cdot m_3 + (\kappa - 1) \cdot m_2}{(\kappa - 1) \cdot (m_1 + m_2) + \kappa \cdot m_3}} = 1,147; \quad z_2 = z / \sqrt{\kappa} = 1,08$$

– пружні параметри вібраційної системи

$$c_1 = m_1 (\omega / z_1)^2 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; \quad c_2 = m_3 (\omega / z_2)^2 = 2,957 \cdot 10^5 \text{ Н/м};$$

$$c_{i3} = (m_1 + m_2 + m_3) (2\pi 5)^2 = 8,241 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$$

⁵ Для систем з динамічними гасниками коливань $z_1 = z_2 = z$.

– коефіцієнти в'язкого тертя в пружних елементах

$$b_1 = \gamma c_1 / \omega = 119,395 \text{ кг/с}; \quad b_2 = \gamma c_2 / \omega = 23,543 \text{ кг/с}; \quad b_{i3} = \gamma c_{i3} / \omega = 0,796 \text{ кг/с}.$$

Характеристики для електромагніту вибрано такими: $\delta_0 = 0,003 \text{ м}$, $w = 1320$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, $r_{np} = 20 \text{ Ом}$, кількість електромагнітних контурів, ввімкнених паралельно $n = 1$.

Чисельним моделюванням системи нелінійних диференціальних рівнянь отримано набір часових залежностей (рис. 1.7) електромеханічних параметрів (Додаток Б). Період коливань мас та тягового зусилля ЕМВ становить $T = 0,02 \text{ с}$, а період коливань параметрів електромагнітного контуру – сили струму та напруги живлення $T = 0,04 \text{ с}$ відповідно до реактивної схеми вмикання ЕМВ.

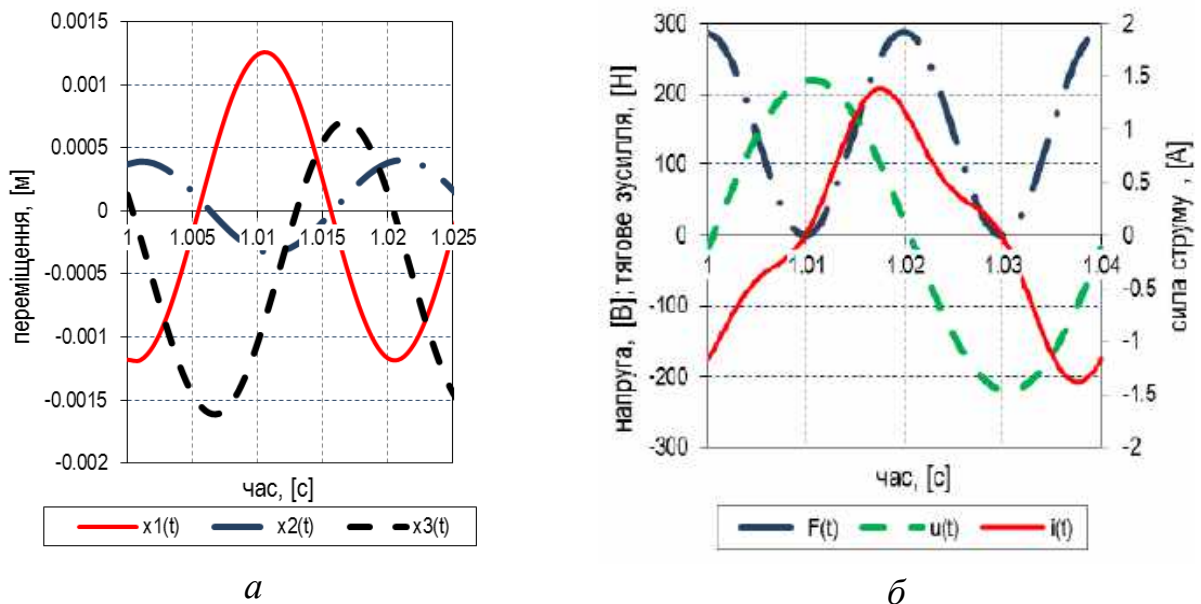


Рисунок 1.7 – Усталені коливання електромеханічних параметрів:
a – переміщень мас; *б* – напруги, сили струму та тягового зусилля ЕМВ

Енергія зовнішнього джерела витрачається на подолання сумарних втрат в електромеханічній системі:

$$\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} [u(t) \cdot i(t)] dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} 2(D_e(t) + D_m(t)) dt = 0,646 \text{ Дж},$$

а енергія механічних втрат компенсується роботою тягової сили на змінному повітряному проміжку [104, 292]:

$$\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} 2D_m(t)dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} \left[f(t) \frac{d}{dt} (y_2(t) - y_3(t)) \right] dt = 0,369 \text{ Дж}.$$

Механічна робота рівна за модулем зміні в повітряному проміжку магнітної енергії ЕМВ (рис. 1.8, рис. 1.9):

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} [f(t)\delta(t)]dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} W(t)dt = 0,394 \text{ Дж}.$$

ККД вібраційної системи відповідно до [282]:

$$\eta_2 = \frac{- \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} \left[f(t) \frac{d}{dt} \delta(t) \right] dt}{\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} e(t)dt} = 0,572.$$

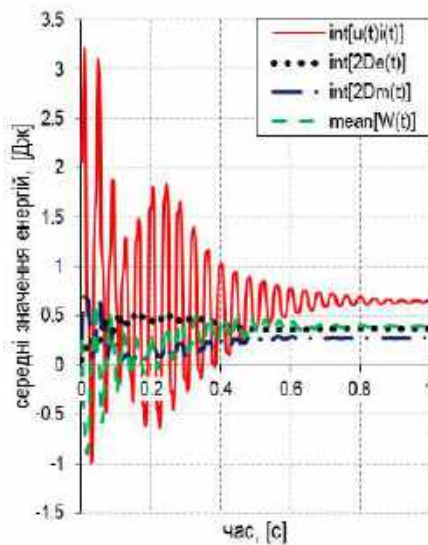


Рисунок 1.8 – Зміна середніх (за період) значень енергій: зовнішнього джерела – $\text{int}[u(t)i(t)]$, магнітної – $\text{mean}[W(t)]$, механічних – $\text{int}[2D_m(t)]$ та електромагнітних втрат – $\text{int}[2D_e(t)]$

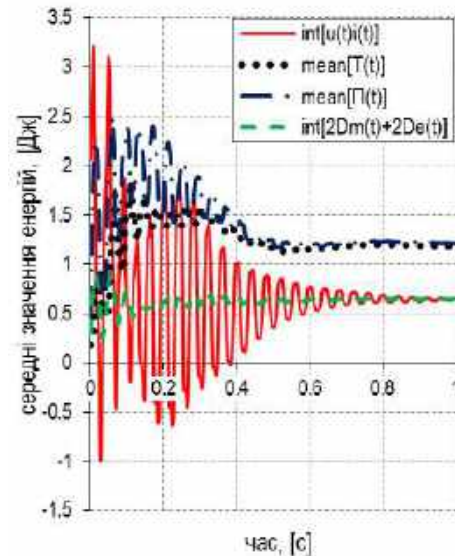


Рисунок 1.9 – Зміна середніх (за період) значень енергій вібраційної системи: кінетичної – $\text{mean}[T(t)]$, потенціальної – $\text{mean}[Pi(t)]$, сумарних втрат – $\text{int}[2(D_m + D_e)]$, зовнішнього джерела – $\text{int}[u(t)i(t)]$

В усталеному русі спостерігається рівність середніх значень кінетичної та потенціальної енергій, що відображає перехід кінетичної енергії в потенціальну $T(t) \approx -\Pi(t)$ (рис. 1.10, а). Тому, внутрішнє енергетичне перетворення між кінетичною та потенціальною енергією, що коливаються з частотою 2ω і не є складовою енергетичного балансу у вібраційній системі. Коливання магнітної енергії $W(t)$, яка є складовою енергетичного балансу, відбувається з частотою коливань механічної системи ω і співпадає за частотою з коливаннями енергій від зовнішньої мережі та дисипації (рис. 1.10, б).

В результаті аналізу розподілу енергій під час роботи системи встановлено, що кінетична та потенціальна складові повної енергії системи не визначають рівня її енергоспоживання. Визначальними є дисипативні процеси в механічному та електромагнітному (електричному) контурі.

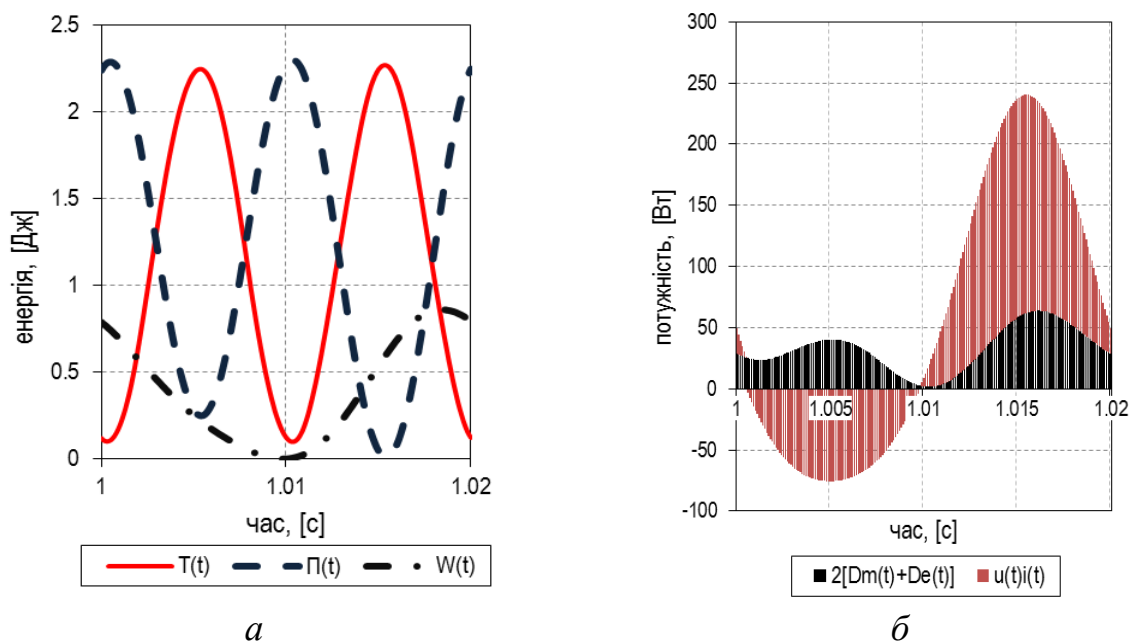


Рисунок 1.10 – Миттєві значення кінетичної, потенціальної, магнітної енергій (а) та потужностей споживання і втрат (б) у вібраційній системі під час усталеного руху

Для досліджуваної системи встановлено, що сумарна величина енергоспоживання між електричною та механічною складовими розподілена як 43% та 57% для компенсації втрат у них. Причому, рівень дисипації в системі

явно залежить від реальних моделей внутрішнього та зовнішнього тертя, які властиві реалізованій конструкції та процесу обробки середовища.

Кінематичні параметри вібраційних машин повною мірою залежать від умов роботи приводу. В цьому сенсі більшість задач про динаміку вібраційних машин розглядаються на основі системи диференціальних рівнянь руху механічної системи сумісно з рівняннями роботи приводу, що підтверджують праці:

- у [62, 63, 72, 73, 158, 171–173] розглянуто автономні системи рівнянь для машин з інерційним приводом і властивим їм ефектом Зоммерфельда;
- описуються їх параметричні коливання [89, 109, 112, 113, 166, 176, 187, 286];
- визначено методи математичного аналізу, придатні для розв'язування гібридних електромеханічних моделей із слабкою нелінійністю [63, 132, 160, 167, 169, 286];
- представлено динамічний аналіз механічних систем з електромагнітним чи динамічно спрямованим збуренням [88, 95, 133, 177, 178, 284, 293];
- у [294] розглянуто аналіз АЧХ механічних систем із степеневою нелінійністю та типовим електромагнітним збуренням.

Однак, поєднання динаміки вібромашини з умовами роботи приводу часто приносить математичні складності, пов'язані з точністю та збіжністю отриманих розв'язків. В багатьох випадках робота приводу та його врахування в рівняннях руху механічної системи абстрагується та зводиться до більш простих, лінеаризованих, а іноді ідеалізованих джерел збурення. Тому, питання ідеалізації джерела збурення повинно бути аргументованим чи обґрунтованим за рахунок порівняльного аналізу реального та ідеального приводів.

Оцінка впливу нелінійності зусилля електромагнітного приводу, що формується у змінному повітряному проміжку між осердям з котушкою і якорем на АЧХ здійснюватиметься на прикладі вібраційних машин, розрахованих на високоефективний режим роботи [243, 244], коли обидві

пружні ланки є резонансними та формують відносно невелику, наперед задану міжрезонансну область $f_{02} - f_{01} = (5 - 10)$ Гц.

Вирішення задачі базується на тримасовій схемі вібраційного стола з електромагнітним приводом. За вихідними значеннями маси робочого органа $m_2 = 60$ кг, частоти збурення $\omega = 314$ рад/с та резонансного налагодження $z = 0,95$ розраховується решта параметрів механічної складової системи, приймаючи значення частки жорсткості (параметра ефективності, що формує міжрезонансну область) $\kappa = 0,75$: $m_1 = 40$ кг, $m_3 = 3,465$ кг, $c_1 = 2,422 \cdot 10^6$ Н/м, $c_2 = 2,83 \cdot 10^5$ Н/м, $c_{i3} = 2 \cdot 10^4$ Н/м. Значення власних частот коливань такої системи наступні: $f_{0i3} = 2,2$ Гц, $f_{01} = 44,46$ Гц, $f_{02} = 52,63$ Гц, $\Delta f = f_{02} - f = 2,63$ Гц, $f_{02} - f_{01} = 8,2$ Гц.

Система диференціальних рівнянь руху електромеханічної коливальної системи у сукупності з електричною містить механічну складову, яка описується трьома звичайними диференціальними рівняннями другого роду з внутрішнім тертям (за гіпотезою Є. С. Сорокіна [124, 161, 199, 295]) із нелінійним електромагнітним збуренням (1.44). Систему диференціальних рівнянь записано за амплітудними значеннями в комплексній формі:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{d^2}{dt^2} (X_1 e^{i\omega t}) + c_1 (1 + i\varphi) \cdot (X_1 - X_2) e^{i\omega t} &= 0; \\ m_2 \frac{d^2}{dt^2} (X_2 e^{i\omega t}) - c_1 (1 + i\varphi) \cdot (X_1 - X_2) e^{i\omega t} + c_2 (1 + i\varphi) \cdot (X_2 - X_3) e^{i\omega t} + \\ + c_{i3} (1 + i\varphi) \cdot X_2 e^{i\omega t} &= k \left[\frac{I}{2(\delta_0 - (X_2 - X_3) e^{i\omega t})} \right]^2; \\ m_3 \frac{d^2}{dt^2} (X_3 e^{i\omega t}) - c_2 (1 + i\varphi) \cdot (X_2 - X_3) e^{i\omega t} &= -k \left[\frac{I}{2(\delta_0 - (X_2 - X_3) e^{i\omega t})} \right]^2; \\ k \cdot \frac{d}{dt} \left[\frac{I e^{i\omega t}}{2(\delta_0 - (X_2 - X_3) e^{i\omega t})} \right] + r \cdot I e^{i\omega t} &= U_0 e^{i\omega t}. \end{aligned} \right\} \quad (1.50)$$

Розв'язування систем нелінійних рівнянь в класичному підході здійснюється ітераційними методами, наприклад за методом Ньютона, що дозволяє досягнути задану точність розрахунку та перевірити збіжність розв'язків за прийнятих наближень, обґрунтувати вибір прийнятих наближень, оскільки від цього суттєво залежить вид АЧХ. Така форма запису після диференціювання дає можливість переходу до векторної форми системи нелінійних рівнянь із пошуком вектору невідомих – амплітудних значень коливань мас та сили струму:

$$f(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} m_1(-\omega^2 X_1) + c_1(1+i\gamma)(X_1 - X_2) \\ m_2(-\omega^2 X_2) - c_2(1+i\gamma)(X_1 - X_2) + c_2(1+i\gamma)(X_2 - X_3) + \\ + c_{i3}(1+i\gamma)X_2 - \frac{k}{e^{i\omega t}} \cdot \left(\frac{X_4}{2(\delta_0 - (X_2 - X_3)e^{i\omega t})} \right)^2 \\ m_3(-\omega^2 X_3) - c_2(1+i\gamma)(X_2 - X_3) + \\ + \frac{k}{e^{i\omega t}} \cdot \left(\frac{X_4}{2(\delta_0 - (X_2 - X_3)e^{i\omega t})} \right)^2 \\ X_4 \left(\frac{k\delta i\omega}{2(\delta_0 - (X_2 - X_3)e^{i\omega t})^2} + r \right) - U_0 \end{bmatrix} = 0. \quad (1.51)$$

де прийняті такі позначення: $i = \sqrt{-1}$; $\mathbf{X} = [X_1, X_2, X_3, X_4]^T \equiv [X1, X2, X3, I]^T$.

Для розв'язування представленої системи нелінійних рівнянь ітераційна формула методу Ньютона (для K -ої ітерації) має вигляд:

$$\mathbf{X}^{(K+1)} = \mathbf{X}^{(K)} - J(\mathbf{X}^{(K)})^{-1} \cdot f(\mathbf{X}^{(K)}),$$

де $J(\mathbf{X}^{(K)})$ — матриця Якобі вектору (1.51).

Розв'язок системи рівнянь $f(\mathbf{X})=0$ має задовольняти заданій точності $\varepsilon = |\mathbf{X}^{(K+1)} - \mathbf{X}^{(K)}| = 10^{-5}$, яку за прийнятих наближень амплітуди коливань мас $X_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $X_2 = 1 \cdot 10^{-3}$ м, $X_3 = 1 \cdot 10^{-3}$ м, сила струму $I = 1$ А досягнуто на 5-ій ітерації (табл. 1.6, Додаток В.1).

Збіжність розв'язків підтверджується результатом згідно виразу:

$$q = |J(\mathbf{X})^{-1}|^2 \cdot |J(\mathbf{X})| \cdot |f(\mathbf{X})| / 2 = 0 < 1.$$

Таблиця 1.6 – Розв'язки системи нелінійних рівнянь (1.51) за методом Ньютона

K	$\mathbf{X}^{(K+1)T}$	ε
0	$[2,914 \times 10^{-4}; 1,834 \times 10^{-4}; 3,922 \times 10^{-4}; 3,841]$	3,613
1	$[7,436 \times 10^{-4}; 4,68 \times 10^{-4}; 1,001 \times 10^{-3}; 4,712]$	1,329
2	$[8,129 \times 10^{-4}; 5,116 \times 10^{-4}; 1,094 \times 10^{-3}; 4,664]$	0,629
3	$[7,896 \times 10^{-4}; 4,97 \times 10^{-4}; 1,063 \times 10^{-3}; 4,603]$	0,08
4	$[7,897 \times 10^{-4}; 4,971 \times 10^{-4}; 1,063 \times 10^{-3}; 4,603]$	0,001
5	$[7,897 \times 10^{-4}; 4,971 \times 10^{-4}; 1,063 \times 10^{-3}; 4,603]$	≈ 0

За попередньо прийнятих наближень, вирішення системи нелінійних рівнянь також здійснено обчислювальним методом Левенберга-Марквардта ("Levenberg-Marquardt") [296, 297] у програмі MathCAD, що дало змогу побудувати АЧХ електромеханічної системи. Для моделювання вибрано такі параметри ЕМВ: $\delta_0 = 0,005 \text{ м}$; $S = 2,784 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$; $U_0 = 120 \text{ В}$; $r = 10 \text{ Ом}$; $w = 520$; $\gamma = 0,04$. Отримано амплітудні значення параметрів електромеханічної системи за частоти збурення $\omega = 314 \text{ рад/с}$, що повністю відповідають результатам з табл. 1.5 (Додаток В.2):

$$\mathbf{X} = [X_1, X_2, X_3, I]^T = [7,897 \times 10^{-4}; 4,971 \times 10^{-4}; 1,063 \times 10^{-3}; 4,603]^T.$$

Варто відмітити, що якщо в обчислювальному алгоритмі підставити $x_2(t) - x_3(t) = 0$ (тобто розрахунок проводити за номінальним значенням повітряного проміжку δ_0), отримано аналогічний результат, як і для лінійної моделі. Врахування нелінійного, відносно переміщення коливальних мас та сили струму, зусилля збурення ЕМВ проявляється затягуванням резонансної зони (за аналогією до систем із м'якою пружною характеристикою нелінійності) та відповідно більшим (на 0,528 Гц) значенням другої власної частоти коливальних, порівняно із лінійною моделлю (рис. 1.11). Такий характер

нелінійності має позитивне значення в практичному сенсі, так як підвищується стійкість механічної системи до зміни маси завантаження, оскільки система має більший запас резонансної зони. Однак, відомо, що в нелінійній моделі зрив амплітуд коливань мас у зарезонансний режим є більш істотним, аніж у лінійній.

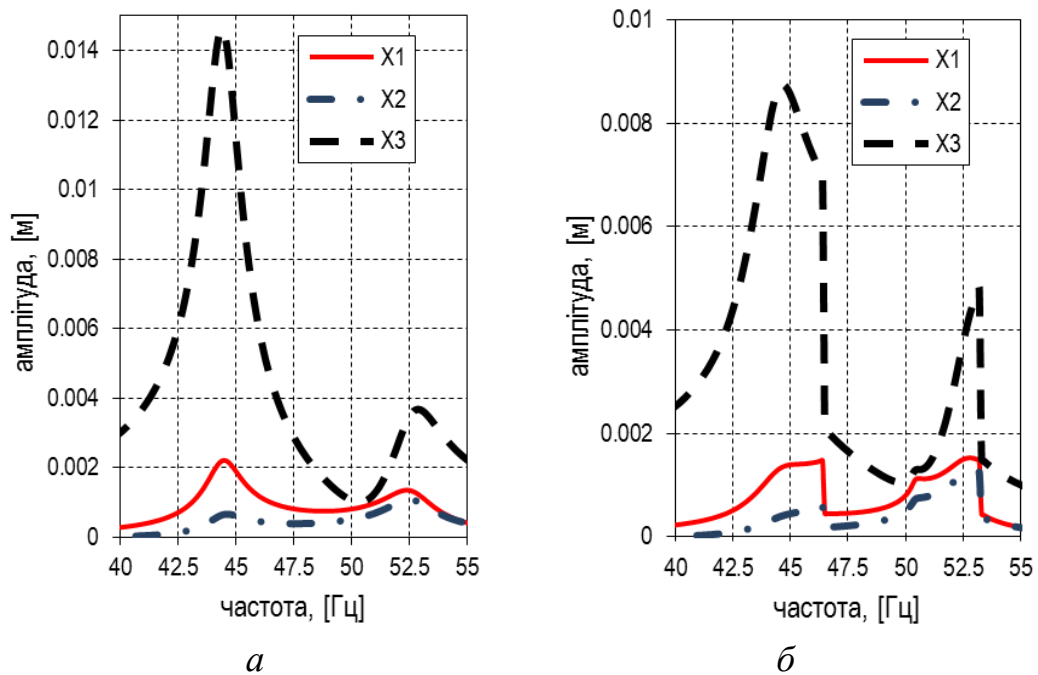


Рисунок 1.11 – АЧХ коливальних мас вібраційної системи за лінійною (а) та нелінійною (б) моделлю

Критерієм динамічної рівноцінності порівнюваних нелінійної електромеханічної та лінійної механічної систем є рівність кількостей руху, що визначається як $K = \omega \cdot \sum_{i=1}^3 (m_i \cdot X_i) = 20,77 \text{ кг} \cdot (\text{м/с})$. Характерною особливістю досліджуваної моделі є можливість отримання частотних характеристик роботи приводу (рис. 1.12). Для сили струму резонансний пік співпадає з резонансною частотою механічної складової системи. Номінальне значення зусилля збурення ЕМВ, яке складає $F_0 = 161,73 \text{ Н}$. Амплітудне значення гармонійного зусилля збурення для досягнення рівнозначних динамічних характеристик коливальних мас у лінійній моделі становить $F_0 = 190,6 \text{ Н}$ (табл. 1.7).

Таблиця 1.7 – Порівняльна характеристика моделей вібраційних систем

Параметри електромеханічної системи	Тип моделі	
	нелінійна	лінійна
Кількість руху K , [кг·(м/с)]	20,77	20,77
Номінальне зусилля збурення F_0 , [Н]	161,73	190,6
Напруга живлення U_0 , [В]	120	—
Сила струму в обмотці I , [А]	4,61	—
Друга власна частота f_{02} , [Гц]	53,16	52,63
Робоча ширина резонансної зони $\Delta f = f_{02} - f$, [Гц]	3,16	2,63
Відносний кут зсуву фаз коливань $\Delta\varphi$, [град] між масами:		
– m_1 та m_2	185,93	185,92
– m_2 та m_3	-62,54	-63,58
– m_1 та m_3	123,39	122,34
Амплітуди коливань мас на частоті 50 Гц, [мм]:		
– m_1	0,79	0,8
– m_2	0,5	0,51
– m_3	1,07	1,06
Початкова фаза коливань φ_0 , [град]:		
– зусилля збурення	0	0
– сили струму	-90,04	—
Магнітна індукція B , [Тл]	0,3	—

За результатами табл. 1.7 для нелінійної системи відтворено часові залежності усталених коливань кінематичних параметрів (рис. 1.13). Порівняльний аналіз нелінійної та лінійної моделей вібраційних машин з електромагнітним приводом дозволяє стверджувати про позитивний вплив нелінійності тягового зусилля електромагнітного приводу на динаміку механічної коливальної системи. Він визначається затягуванням резонансної зони, що безумовно сприяє підвищенню технологічної стійкості вібраційних машин. Це обумовлює появу спеціалізованих ЕМВ [87] із керованими параметрами електромагнітного контуру.

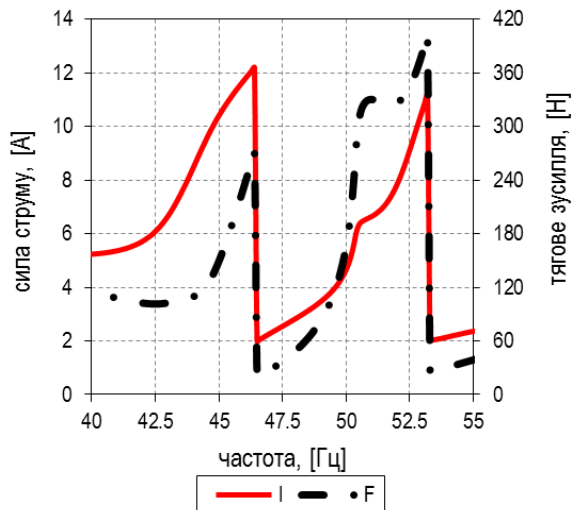


Рисунок 1.12 – Частотна залежність сили струму та тягового зусилля ЕМВ

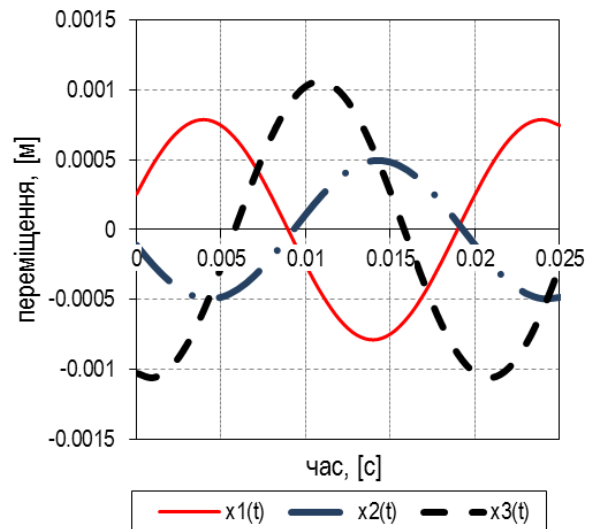


Рисунок 1.13 – Миттєві переміщення коливальних мас (за даними АФЧХ)

Дослідження показують збіжність лінійних та нелінійних моделей за амплітудним значенням зусилля збурення в межах 15%, тим самим обґрунтовується можливість використання ідеалізованого джерела збурення в розрахунку лінійних тримасових вібраційних машин, хоча про неприпустимість такого підходу для нелінійних механічних систем говориться у роботі [113]. На основі методів Ньютона та Левенберга-Марквардта обґрунтовано вибрані наближення в розрахунку нелінійної системи, побудовано її АЧХ, проведено розрахунок амплітудних значень параметрів електромеханічної системи з достатньо високою точністю.

1.6. Засоби реалізації полічастотних вібраційних машин

У вібраційних машинах набуло широкого використання традиційних фізичних [154, 160, 166, 196, 200, 201, 223, 295, 298–300] та конструктивних [79, 90, 93, 99, 110, 115, 121, 123, 131, 134, 147, 149, 171, 235, 264, 301, 302] нелінійностей. Це породжує реалізацію та дослідження якісних властивостей нелінійних систем спеціальними методами теорії нелінійних коливань – наявність кратних суб- і суперрезонансів, зміна характеру АФЧХ, проблеми

стійкості, біфуркацій та хаосу і т.д. відповідно до [62, 63, 92, 94, 96, 132, 137, 138, 140, 141, 152, 153, 160, 161, 163, 167, 169, 171, 176, 178, 180, 216, 223–229, 232, 236, 238, 239, 254, 266, 303–307]. В окремих випадках реалізація віброударних режимів силових машин можлива за рахунок можливостей та спеціального виконання приводів – гідравлічного [144–146, 249, 269] та кінематичного (кулачкового) [117]. Такі системи визначені певними недоліками, зокрема складністю виконання, низькою надійністю та довговічністю через значні зусилля на силові елементи.

Фізичні нелінійності, що визначаються властивостями матеріалів, найчастіше описуються різного виду степеневими функціями, мають широке математичне обґрунтування відомими методами їх аналізу. Однак ефективність практичної реалізації такого виду нелінійностей за малих коливань є низькою, а реалізувати певного виду задану математичну нелінійність на практиці вкрай рідко вдається. Тому, основні напрямки ефективного впровадження нелінійних властивостей базуються на конструктивних нелінійностях у пружних зв'язках. Втім, не варто нехтувати можливостями звичайних лінійних систем, для яких особливо цінним є можливість їхнього аналітичного трактування на основі принципу суперпозиції розв'язків за комбінованих збурень, що можуть бути добуті за рахунок різноманітних засобів розв'язку (матричного аналізу, комплексних амплітуд, перетворення Лапласа тощо) [61, 161, 168, 244, 295, 308–310].

Реалізація полічастотних (двочастотних і віброударних) режимів (рис. 1.14) забезпечується можливостями приводу (полічастотним збуренням) та (або) динамічними властивостями механічної складової (нелінійними характеристиками пружних зв'язків). На базі лінійних систем доцільно реалізовувати двочастотні коливання, а віброударні є наслідком реалізації більш складних за динамічними властивостями нелінійних систем. Серед останніх практичного змісту набули кусково-лінійні та кусково-нелінійні системи, що

складають основу віброударних машин. Практичного сенсу набувають нелінійні явища теорії нелінійних коливань, зокрема хаосу, біфуркацій, атракторів⁶, тощо.



Рисунок 1.14 – Структурні способи реалізації полічастотних машин

1.6.1. Реалізація двочастотних резонансних вібраційних машин з лінійними пружними характеристиками

Традиційно для одночастотного режиму роботи машин використовуються пружні ланки з лінійною характеристикою, тому розглядувані двомасові вібраційні системи традиційно мають один робочий резонанс (одну робочу другу власну частоту). Теоретичний аналіз силових характеристик електромагнітного контуру за одноконтурної схеми збурення вказує на багаточастотний спектр періодичного тягового зусилля (1.30). Однак, в реальності системою використовується перша (основна) гармонійна складова

⁶ <http://www.kroosh.com/technology>

тягового зусилля приводу, під яку власне адаптована друга (перша власна частота віброізоляційна) власна частоту коливань лінійної механічної системи. Інші кратні гармоніки не мають можливості якісно вплинути на робочий процес, оскільки не знаходяться на резонансних механічних частотах.

Реалізація двочастотних коливань у вібраційних машинах дозволяє суттєво інтенсифікувати технологічні процеси розділення, сепарації, подрібнення, ущільнення (пресування, трамбування тощо) різноманітних матеріалів, особливо тонких та дрібнодисперсних [69, 106, 120, 148, 247, 250, 256, 257, 311–314]. За вертикально спрямованих коливань форми з сумішшю під час віброущільнення відрив суміші від піддону можливий в той час періоду її руху, коли інерційні сили діють вгору. Суміш притискається до піддону у випадку дії інерційних сил вниз. Ця обставина визначає перспективи інтенсифікації процесів за рахунок цільового використання асиметричних коливань, за яких пришвидшення у від'ємній області виконують меншими, а пришвидшення у додатній області більшими [105]. Відповідного типу асиметричні коливання можуть бути отримані у випадку бігармонійного закону руху робочої маси за відповідними частотними, фазовими та амплітудними співвідношеннями між першою та другою гармонік у лінійних системах, а також у нелінійних віброударних системах. Побудову машин доцільно здійснювати реалізацією такого виду коливань на резонансних режимах роботи.

Для реалізації бігармонійних (двочастотних) коливань у резонансних режимах та раціонального використання реалізованого полічастотного спектру імпульсного збудувального зусилля, пропонується використати тримасову механічну систему, основні власні частоти якої [65, 106, 189, 243, 244, 258–262, 292] адаптовані під відповідні кратні гармоніки тягового зусилля (1.20).

Отже, реалізація резонансних коливань можлива на значеннях двох основних власних частот коливань, сформованими пружними ланками високої

жорсткості⁷, що з'єднують коливальні маси. Для цього, оперуючи інерційно-жорсткістними параметрами тримасових систем необхідно забезпечити потрібні значення власних частот ω_{01} і ω_{02} . Відомо, що збурення з електромагнітним приводом найчастіше здійснюється у трьох фіксованих частотних режимах – низькочастотний (до 25Гц), середньої частоти (50Гц) і високочастотний (100Гц і вище), обумовлених простотою схем живлення для їх реалізації. Наявність простих схем живлення та двох власних частот коливань приводить до таких можливих двочастотних режимів роботи вібраційних машин з електромагнітним приводом із кратністю частот 2 (табл. 1.8), раціональні значення амплітуди яких визначаються технологічно, наприклад, для ефективного забезпечення ущільнення бетоноsumішей [125].

Таблиця 1.8 – Режими роботи двочастотних вібраційних систем

частоти коливань, [Гц]		раціональні амплітуди коливань, [мм] (перевантаження)	
нижча f_1	вища f_2	Y_{11}	Y_{12}
25	50	0,6 (1,5g)	0,4 (4g)
50	100	0,15 (1,5g)	0,1 (4g)

Двочастотні коливання робочої маси можна записати у вигляді:

$$y(t) = \sum_{i=1}^2 (Y_{i1} \cdot \sin(\omega_i t + \varphi_i)),$$

де φ_i – початкові фази складових, які визначаються із умови отримання максимуму верхнього складового миттєвого пришвидшення в часовій області (рис. 1.15), яке складає $54,23 \text{ м/с}^2$. Для відношення частот $\omega_2 / \omega_1 = 2$ та амплітуд $Y_{11} / Y_{12} = 0,15$ початкові фази становлять $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi / 2$.

⁷ значення першої за порядком власної частоти коливань визначене жорсткістю віброізоляторів: $\omega_{0iz} = \sqrt{c_{iz} / M} \ll \langle \omega_{01} \wedge \omega_{02} \rangle$, де M – маса вібраційної системи.

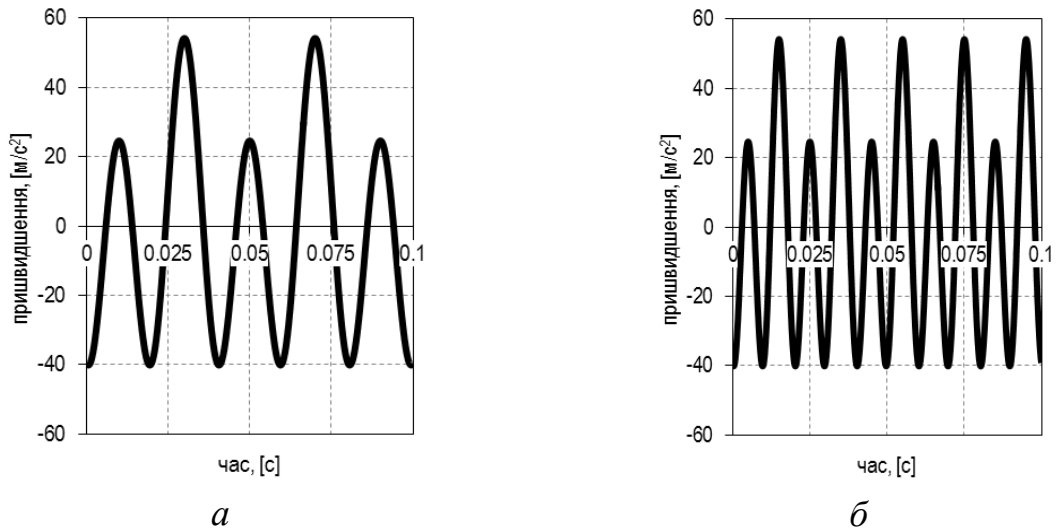


Рисунок 1.15 – Миттєві значення пришвидшення робочого органа за раціональних двочастотних режимів: *а* – 25/50 Гц; *б* – 50/100 Гц

Ідея реалізації бігармонійних режимів [106] на базі тримасової коливальної системи з імпульсним електромагнітним збуренням системи та з використанням двох основних гармонік імпульсного однокітного збурення на механічних резонансах системи (рис. 1.16) не підкріплена аналітичним супроводом. Пропонується надалі здійснити власне параметричний синтез тримасової системи з точки зору якісної реалізації двочастотних коливань визначеного гармонійного складу у резонансних режимах. Згадана схема розкриває тенденції залучення її у більш широкому варіанті збурення, зокрема незалежному. Це розкриває перспективи до реалізації вібромашин із змінним керованим режимом роботи.

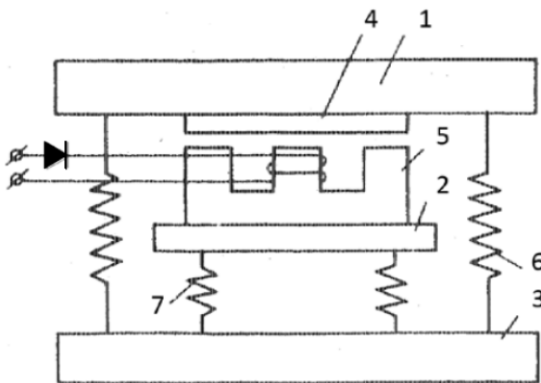


Рисунок 1.16 – Схема тримасової вібраційної системи з імпульсним збуренням

Науковою школою Хвінгії М.В. [86–89] запропоновано ряд підходів до реалізації промислових зразків нелінійних вібраційних машин з електромагнітним приводом. Зокрема, на основі імпульсних систем (з випрямлячем) окреслено особливості виникнення субгармонійних коливань у двомасовій коливальній системі за рахунок відповідного набору параметрів вібробуджувача, механічної системи та умов збурення. При цьому вважається, що пружна характеристика є наближеною до лінійної. Умова виникнення субгармонійних коливань має вигляд:

$$1 + 14\alpha\beta \geq e^{\frac{\gamma}{4}},$$

де $\alpha = \frac{2r\delta_0}{k\omega}$, $\beta = \frac{U_0^2}{km\delta_0\omega^4}$ – зведені коефіцієнти системи;

γ – показник внутрішнього непружного опору у матеріалі пружної системи.

Також запроваджено клас багаторежимних машин на базі спеціалізованих електромагнітних приводів. Двочастотність машини полягає у незалежному використанні (25 Гц або 50 Гц) резонансних режимів у тримасовій коливальній системі (рис. 1.17). Для забезпечення силового збурення реалізовано унікальну конструкцію електромагніта [88] з відповідним співвідношенням жорсткостей пружних ланок $c_2/c_1 = 3$. Власні частоти коливань системи визначаються за співвідношеннями:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{01} &= \sqrt{c_1/M} \\ \omega_{02} &= \sqrt{c_1 + c_2/M} = 2\sqrt{c_1/M} \end{aligned} \right\}.$$

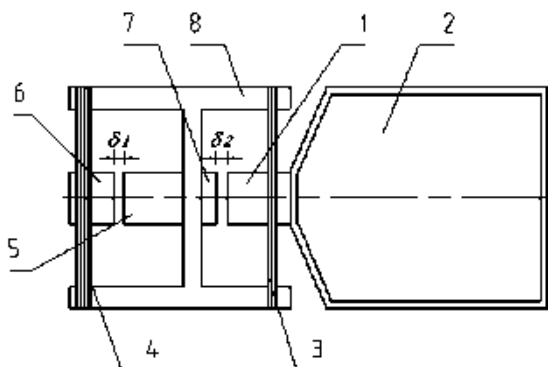


Рисунок 1.17 – Схема дворежимної вібраційної системи на основі електромагнітного привода

Перемикання на вищу частоту (50 Гц) забезпечується дворезимним електромагнітним приводом, а саме вмиканням додаткового електромагніта постійного струму, внаслідок чого забезпечується жорстке зчеплення якоря 6 з осердям 5 ($\delta_1 = 0$) та підвищується сумарна жорсткість системи $c_1 + c_2$.

Відповідних несиметричних режимів роботи досягнуто на базі двомасової резонансної схеми вібраційного конвеєра (рис. 1.18, а) з несиметричним збуренням від електромагнітного привода [315] (з котушками змінного 5 та постійного 6 струму, а також із фазорегулятором 12 на рис. 1.18, б). Асиметричність реалізовано також в механічній частині системи (рис. 1.18, а) використанням пружин 10 та 11 різної жорсткості. Така система має високий ступінь наближення до класу віброударних машин. В цілому, запропонований механізм незалежного, регульованого за фазою, електромагнітного збурення розкриває додаткові перспективи у тримасовій системі.

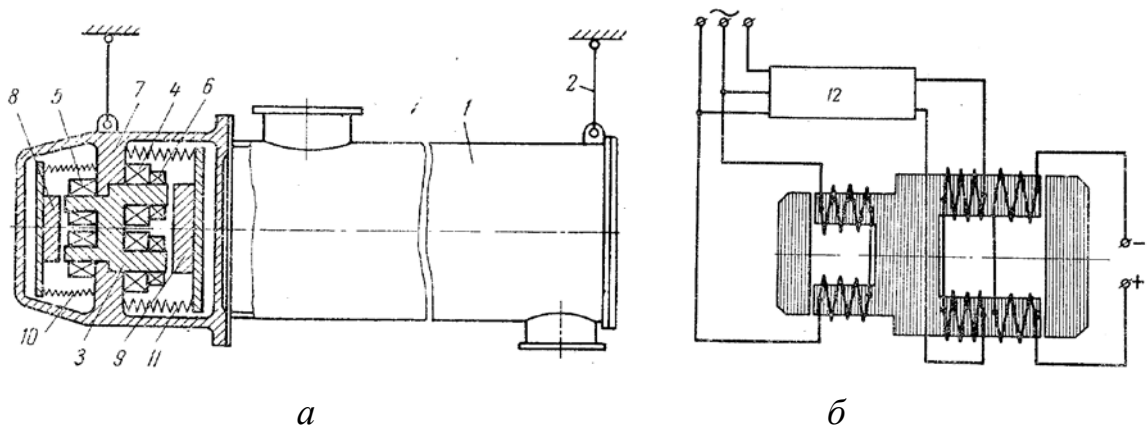


Рисунок 1.18 – Структурна схема вібраційного конвеєра (а) та електромагнітного привода (б) з несиметричними (двочастотними) коливаннями

Апробованим є варіант виконання бігармонійного резонансного транспортера [255] на базі тримасової системи з незалежним електромагнітним приводом (рис. 1.19) для збурення основної 50 Гц і кратної їй 100 Гц високочастотної гармонік із регулюванням зсуву фаз між ними. Однак, аналітичного забезпечення для синтезу пружних параметрів коливальної системи не проведено, що спонукає до виконання такої задачі з оцінкою впливу

умов збурення та інерційних параметрів системи на гармонійний склад коливань робочої маси. Для розширення функціональних можливостей доцільно дослідити вплив умов незалежного, керованого за фазою та номінальним значенням напруги (тягового зусилля) збурення на резонансні гармоніки двочастотного режиму роботи.

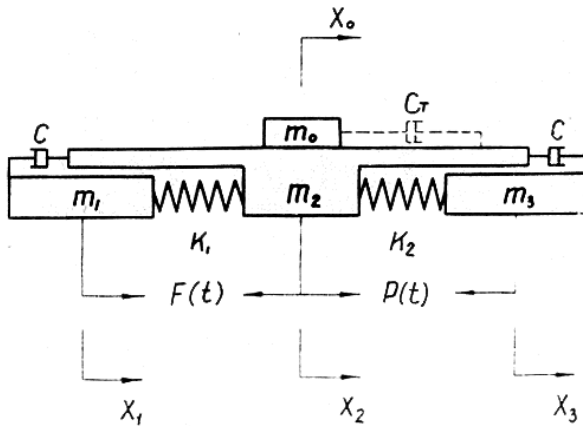


Рисунок 1.19 – Структурна схема бігармонійного вібраційного конвеєра з незалежним електромагнітним приводом

Широке застосування у енергоємних виробництвах мають бігармонійні зарезонансні одномасові вібраційні машини з інерційним приводом. Реалізація двочастотних збурень може бути здійснена примусовою кінематичною синхронізацією (рис. 1.20, а) віброзбуджувачів зубчастою [69] чи пасовою передачами [115, 120, 311]. Для прикладу, закон двочастотного силового збурення представленого кінематично синхронізованого інерційного віброзбуджувача можна записати у вигляді:

$$f(t) = 2F_1 \sin(\omega_1 t) + 4F_2 \sin(\omega_2 t + \pi/2).$$

На даний час тенденція розвитку вібраційних машин з інерційним приводом полягає у використанні явища динамічної самосинхронізації роботи віброзбуджувачів, що представлено в публікаціях [62, 172, 173, 311]. Перевагами таких систем є понижене енергоспоживання, покращені динамічні характеристики машин під час пуску. Схеми та дослідження бігармонійних систем з динамічно синхронізованими інерційними віброзбуджувачами представлено в публікаціях Ярошевича М. П., Блехмана І. І.

Двочастотні режими з використанням спеціальних конструкцій дебалансних вібраторів із кульковим балансиrom (рис. 1.20, б) реалізовано та досліджуються Філімоніхінім Г. Б. та Яцуном В. В., зокрема у [250, 312, 313]. Перспективність запропонованої конструкції полягає у простоті виконання та реалізації двочастотного режиму з використанням явища Зоммерфельда на нижній частоті. Їхнім недоліком є практично неможливість оперативно впливати на зсув фаз та незалежно змінювати амплітудні характеристики.

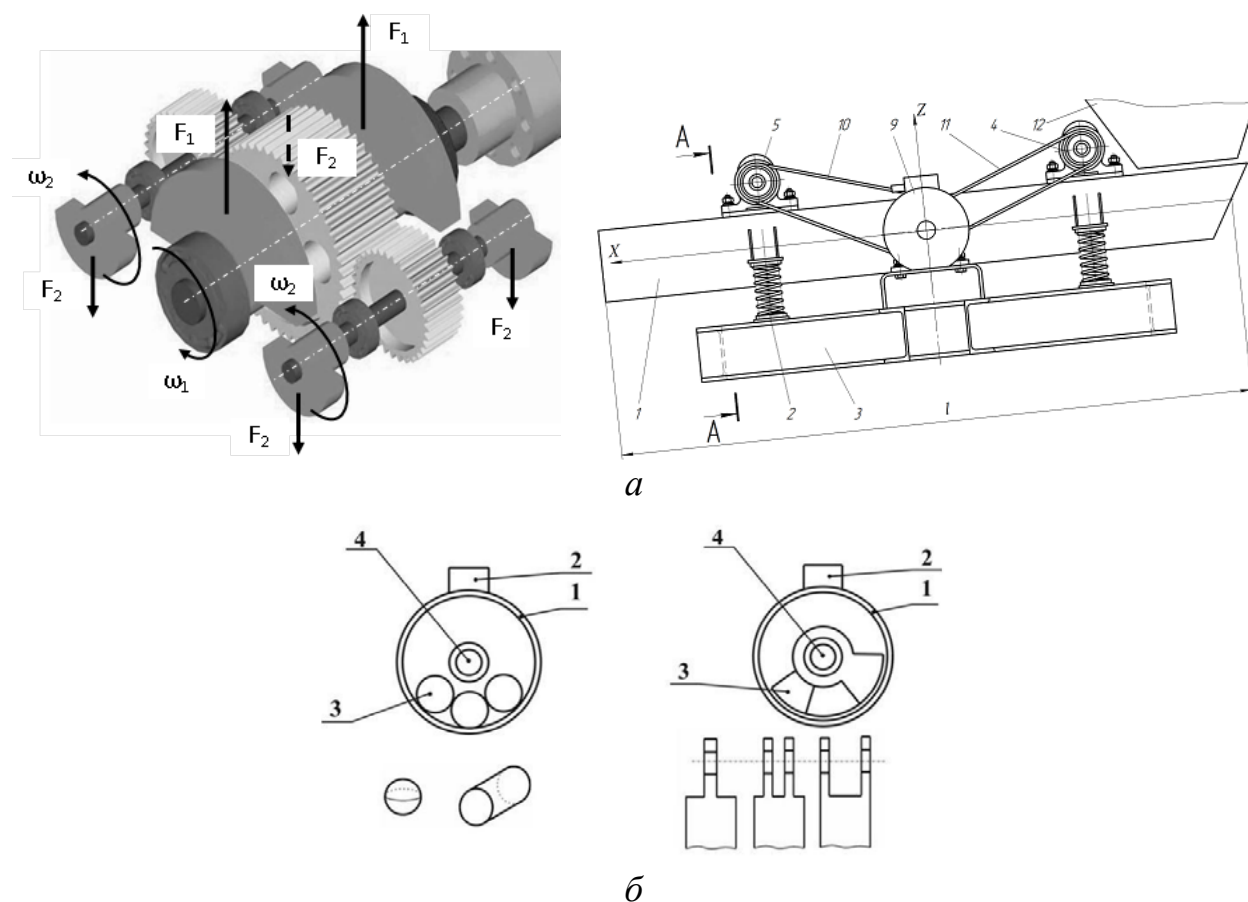


Рисунок 1.20 – Двочастотні синхронізовані інерційні вібробуджувачі:
а – кінематично; б – динамічно

1.6.2. Реалізація віброударних резонансних машин з асиметричними кусково-лінійними пружними характеристиками

Віброударні машини домінують в енергоємних технологічних процесах та під час оброблення матеріалів зі складними фізико-механічними характеристиками. Їхні робочі органи здійснюють більш складні за гармонійним

складом коливання, що можуть бути представлені у вигляді суми кратних гармонік. Перша частота визначається частотою збурення та вищим значенням амплітуди, а решта – високочастотні, характеризуються поступовим зменшенням амплітудних значень. Серед наявного спектру гармонік до уваги приймають перших 4-5 гармонік.

Ефективним засобом реалізації віброударних систем є використання кусково-лінійних пружних характеристик, які пропонують класифікувати наступним чином [152]: зазорні та беззазорні, симетричні та асиметричні, з попереднім натягом та без нього. Кращих динамічних характеристик досягають за складних асиметричних залежностей. Для конструктивної реалізації різноманітних кусково-лінійних асиметричних пружних характеристик, що можуть бути описані відповідними функціями з умовами застосовують основні та додаткові пружні елементи. Для забезпечення резонансного режиму безпосередньо застосовують металеві плоскі, виті та прорізні пружини, у якості додаткових обмежувачів ходу – неметалеві (гумові) елементи. Зокрема, рішення [316] реалізує нерезонансні гармонійні та віброударні режими роботи. Для забезпечення регульованих гармонійних та віброударних режимів роботи потрібно застосовувати набір додаткових пружних обмежувачів та систему керування приводом віброзбуджувача (рис. 1.21, а). Це значно збільшує трудоемкість операцій та вартість системи. У рішенні [317] для забезпечення регульованих гармонійних та віброударних режимів роботи потрібно застосовувати набір додаткових пружних обмежувачів, засоби фіксації і розфіксації робочої маси та систему керування приводом віброзбуджувача (рис. 1.21, б). У результаті зростає трудоемкість операцій та складність конструкції. Відомий пристрій [318], де для забезпечення регульованих віброударних режимів роботи застосовується набір додаткових пружних елементів-обмежувачів, встановлених на обертовому диску (рис. 1.21, в). Для реалізації регульованих гармонійних режимів роботи потрібно змінювати пружний елемент, що жорстко зв'язує робочу та реактивну масу. Це суттєво збільшує трудоемкість операцій для досягнення відносно базового конструктивного

виконання регульованих гармонійних і віброударних режимів. Відоме рішення [319], де реалізація віброударних режимів здійснюється на двох плоских пружинах, встановлених внахлест (рис. 1.21, г). Однак реалізація регульованих гармонійних режимів і віброударних режимів роботи неможлива без використання додаткових наборів плоских пружин. Це однозначно збільшує трудомісткість операцій у випадку переналагодження системи для забезпечення регульованих резонансних гармонійних і віброударних режимів роботи, що є загальною проблемою відомих технічних рішень.

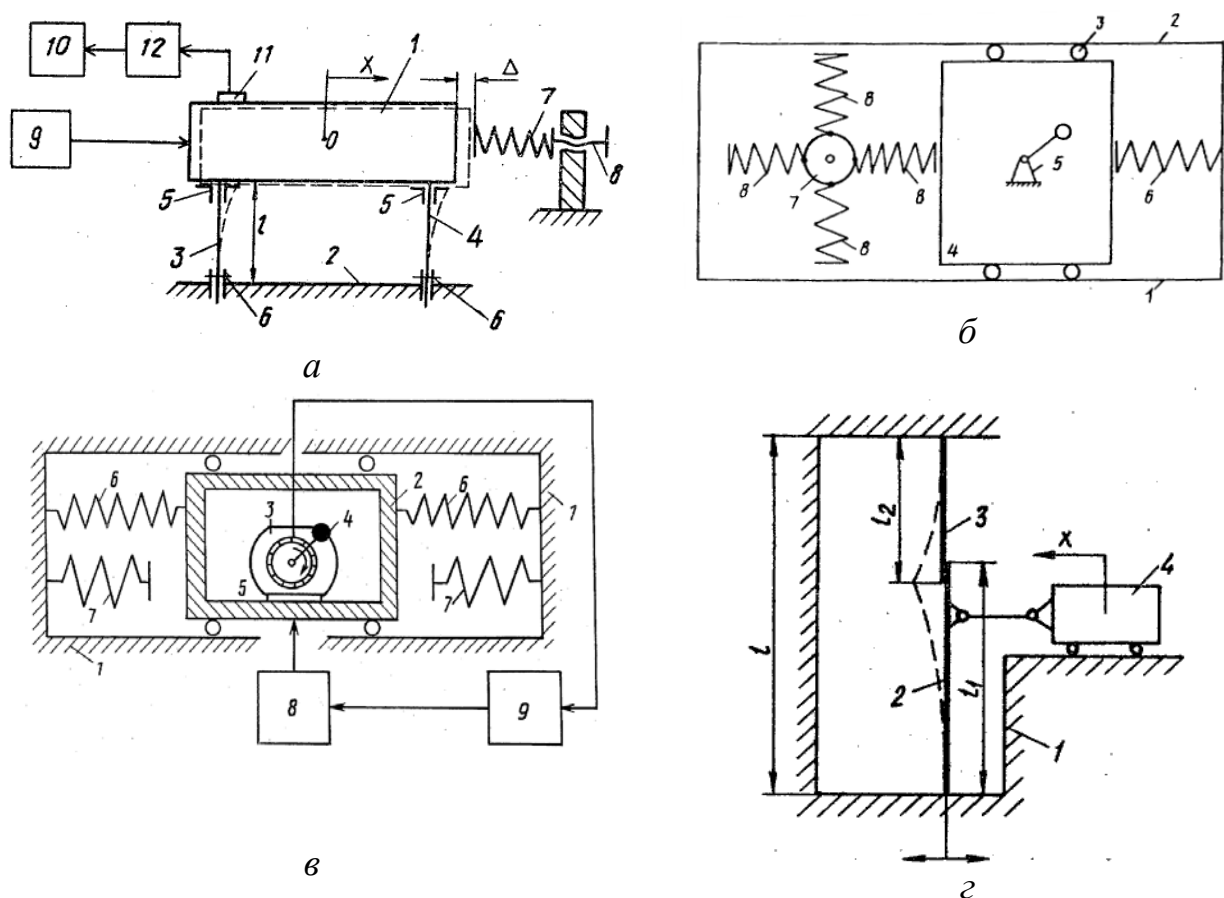


Рисунок 1.21 – Конструктивні рішення щодо реалізації віброударних систем з використанням: а-в – обмежувачів ходу; г – двох плоских пружин

Основною ідеєю, спрямованою на усунення цього недоліку, може бути використання одного пружного елемента та схеми, здатної реалізувати різноманітні пружні характеристики відносно його базового виконання за мінімальних конструктивних змін в системі. Завдання усунення, вказаних у

свідоцтвах недоліків є визначальним. Так, з точки зору спрощення конструкцій, варіант реалізації різноманітних ламаних характеристик з використанням одного пружного елемента (ресори) з обмежувачами коливань, що встановлюються у визначених місцях системи є доцільним. Зокрема, більшою мірою застосовують асиметричні пружні характеристики з двома ділянками пружності (рис. 1.22, а), аніж трьома (рис. 1.22, б), що вирізняються простотою практичної реалізації та подальшого налагодження:

$$R[x^*(t)] = \begin{cases} c_1 \cdot x^*(t), & x^*(t) + \Delta \geq 0; \\ c_2 \cdot x^*(t) + (c_2 - c_1) \cdot \Delta, & x^*(t) + \Delta < 0. \end{cases} \quad (1.52)$$

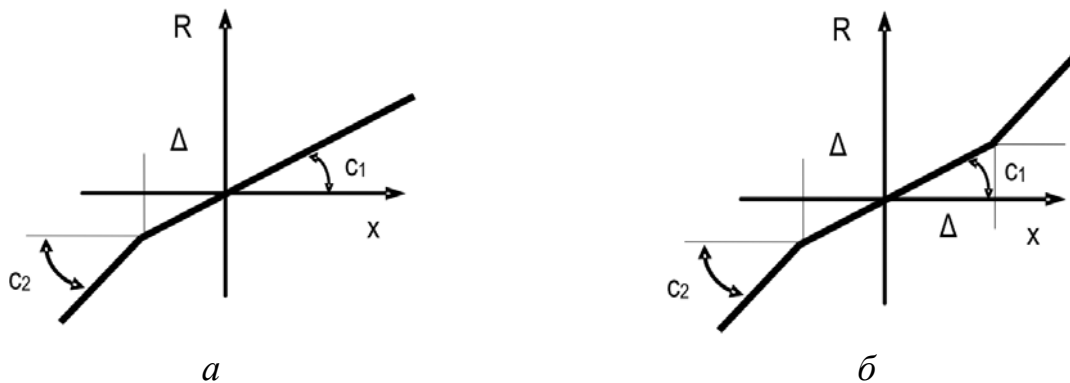


Рисунок 1.22 – Типові кусково-лінійні пружні характеристики віброударних систем із зазором Δ : *a* – асиметрична; *б* – симетрична

Пружну характеристику (1.52) можна представити еквівалентною суперпозицією (рис. 1.23), якщо її реалізовано на незалежних пружних елементах:

$$R[x^*(t)] = R_1[x^*(t)] + R_2[x^*(t)],$$

де $R_1[x^*(t)]$ – лінійна пружна характеристика виду $R_1[x^*(t)] = c_1 \cdot x^*(t)$;

$R_2[x^*(t)]$ – характеристика типу “одностороння реакція пружного елемента з зазором”, що визначається так:

$$R_2[x^*(t)] = \begin{cases} c_2 \cdot (x^*(t) + \Delta), & x^*(t) + \Delta < 0; \\ 0, & \text{інше,} \end{cases}$$

тут $c_2^* = 3 \cdot c_1$.

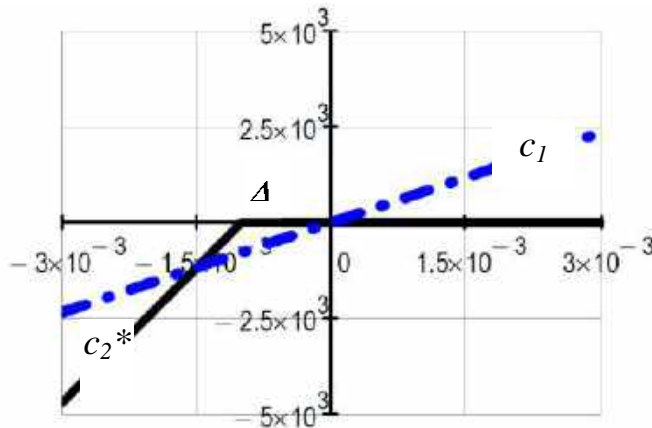


Рисунок 1.23 – Еквівалентна суперпозиція асиметричної пружної характеристики з зазором

У випадку, коли $\Delta = 0$, пружну характеристику (1.52) може бути представлено у спрощеному вигляді записом [79] через функцію Хевісайда:

$$R[x^*(t)] = c_1 [1 + (K_0^2 - 1) \Phi[-x^*(t)]] \cdot x^*(t),$$

де $K_0^2 = \frac{c_1 + c_2}{c_1}$ – коефіцієнт нелінійності.

Для опису симетричної пружної характеристики з трьома ділянками її зміни (рис. 1.22, б) використовується умова [152]:

$$R[x^*(t)] = \begin{cases} c_1 \cdot x^*(t), & |x^*(t)| \leq \Delta; \\ c_2 \cdot x^*(t) + (c_1 - c_2) \cdot \Delta \cdot \text{sign}[x^*(t)], & |x^*(t)| > \Delta. \end{cases} \quad (1.53)$$

Використання конструктивних нелінійностей якісно впливає на значення власної частоти коливань та відповідно і на характер АЧХ системи. Для симетричної (рис. 1.24, а) пружної характеристики виду (1.52) за використання гармонійного збурення, відомі [63] вирази для власних частот коливань, рівняння скелетної кривої (рис. 1.24, б) та вид АЧХ (рис. 1.24, в). На резонансній частоті – ділянці A' - A'' АЧХ відбувається зрив коливань, що визначається різким зменшенням амплітуди коливань. На відміну від лінійної, представлена система володіє вищою технологічною стійкістю, що є першочерговою задачею впровадження конструктивних нелінійностей для резонансних систем.

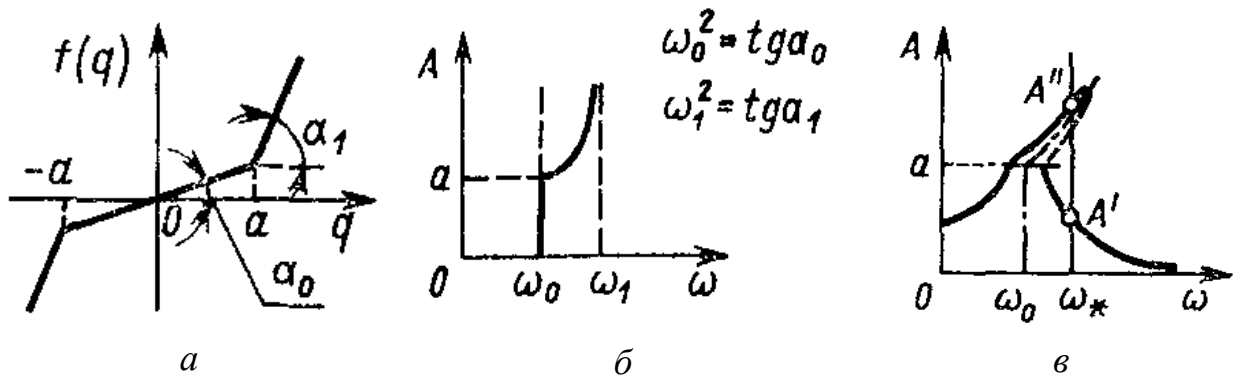


Рисунок 1.24 – Залежності: *a* – відновлювальної сили від переміщення; *б* – частоти вільних коливань від амплітуди; *в* – АЧХ віброударної системи

Безпосередньо промисловими розробками віброударних машин з електромагнітним приводом на базі представлених пружних залежностей займаються під керівництвом Назаренка І. І. Запропоновано ряд конструкцій машин, в т.ч. за дво- (рис. 1.25) [320] та тримасовою схемами (рис. 1.26) [264], розроблено конкретні промислові зразки великогабаритних машин [128] з імпульсним та гармонійним збуренням.

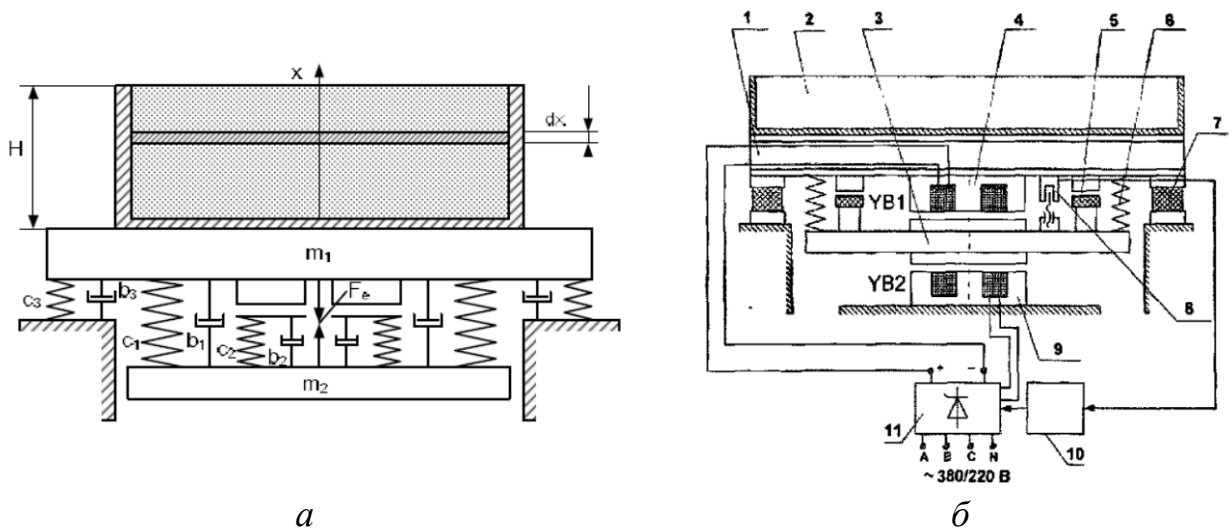


Рисунок 1.25 – Схеми двомасових віброударних машин з одно- (*a*) та двотактним (*б*) електромагнітним приводом (для ущільнення бетоносумішей)

Модель вібраційного ущільнення аналізується на рівні механічної складової з врахуванням хвильових процесів у оброблюваному середовищі.

Дослідження “гібридних” динамічних моделей вібраційних машин здійснюється представленням параметричної залежності зміни коефіцієнта жорсткості та приведенням моделі до рівняння Матьє-Хілла [129]. Далі встановлюються умови виникнення та аналіз стійкості суб- і супергармонійних режимів роботи, явища біфуркацій та хаосу згідно відомих публікацій: [96, 167, 216, 224–227, 229, 232, 238, 239, 303, 304, 306, 307, 321–324]. Відповідно до розвинутої теорії нелінійних віброударних систем науковою школою [125] запроваджено найбільш інформативну та цілісну розрахункову методику проектного розрахунку віброударних майданчиків, виходячи з фізико-механічних характеристик ущільнюваної суміші.

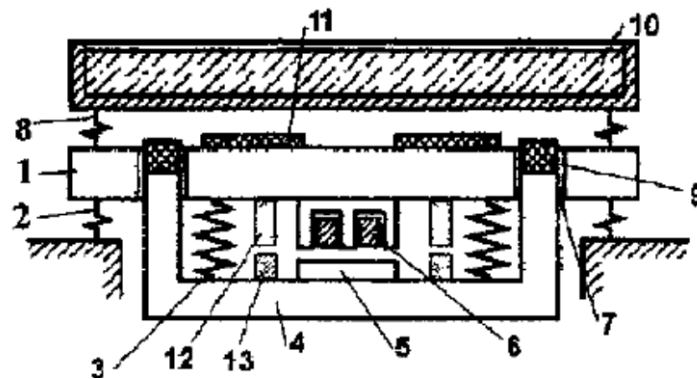


Рисунок 1.26 – Схема тримасової віброударної машини з електромагнітним приводом (для ущільнення бетоноsumішей)

Тенденції використання електромагнітних систем у попередньо розглянутих віброударних режимах окреслено в [127]. Зокрема відзначається доцільність застосування незалежних електромагнітних приводів, що позбавлені закладених у конструкцію пружних зв'язків між осердям та якорем.

Більш складними є пружні характеристики типу натяг і зазор, а також комбіновані на їхній основі. Рівняння скелетної лінії для системи із симетричною пружною характеристикою із зазором (рис. 1.27), що визначає вид АЧХ системи має вигляд [299]:

$$\omega_e(X) = \frac{c}{M} \left[1 - \frac{2e}{\pi X} \left(\frac{X}{e} \arcsin\left(\frac{e}{X}\right) + \sqrt{1 - \left(\frac{e}{X}\right)^2} \right) \right].$$

Для практичних розрахунків користуються рівнянням АЧХ:

$$\omega(X) = \frac{\omega_e(X)^2 - 2\delta_e(X)^2 \pm \sqrt{(\omega_e(X)^2 - 2\delta_e(X)^2)^2 - (1 - \lambda(X)^2)\omega_e(X)^4}}{1 - \lambda(X)^2},$$

$\delta_e(X)$ – декремент загасання лінеаризованої системи (еквівалентної за енергією, що розсіюється за один цикл коливань)

$$\delta_e(X) = \frac{\mu c}{2M} \left[1 - \frac{2e}{\pi X} \left(\frac{X}{e} \arcsin\left(\frac{e}{X}\right) + \sqrt{1 - \left(\frac{e}{X}\right)^2} \right) \right];$$

$$\lambda(X) = \frac{mr}{MX} \text{ – коефіцієнт;}$$

μ – коефіцієнт внутрішніх гістерезисних втрат в матеріалі обмежників;

e – ширина зазору між обмежником та упором на коливальній масі.

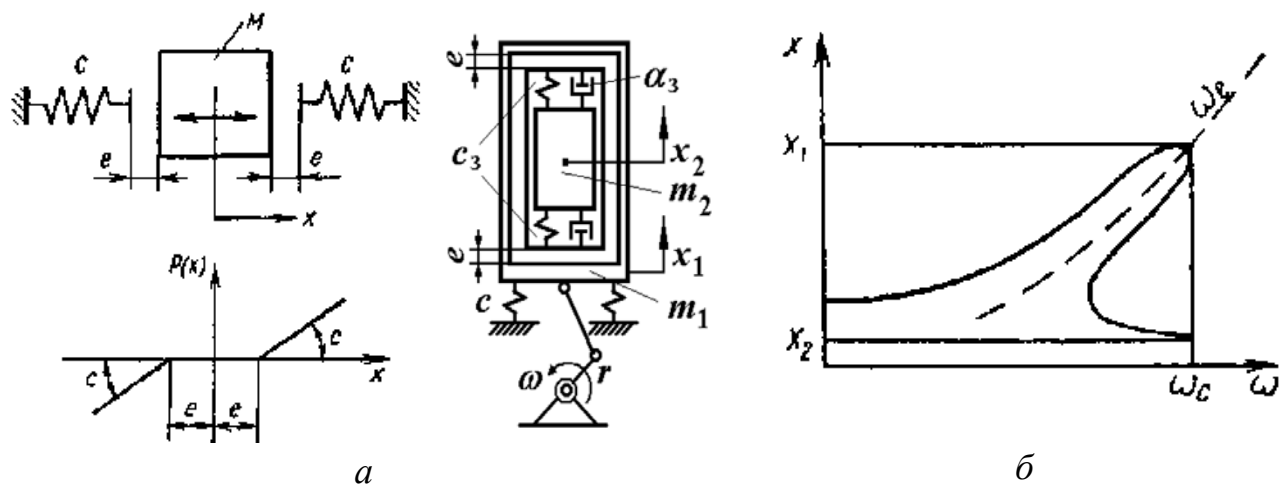


Рисунок 1.27 – Схеми систем з кусково-лінійною пружною характеристикою типу “зазор” (а) та їхня АЧХ (б)

Для реалізації резонансного вібраційного грохота⁸ (рис. 1.28) використано асиметричну пружну характеристику виду (1.52) та кінематичний привід у

⁸ http://www.rusnauka.com/15_NNM_2014/Tecnic/3_169761.doc.htm

вигляді кривошипного механізму з пружним шатуном. Реалізація складної триланкової асиметричної пружної характеристики здійснена на базі гумових елементів [115]. Вони широко використовуються як елементи фізичної та конструктивної нелінійності, а також як лінійні пружні ланки різноманітних вібраційних систем. Розрахунок згаданих конструктивних елементів представлено в багатьох наукових працях прикладного характеру. Використання гумових деталей у якості пружних обмежувачів руху потребує визначених розрахунків з точки зору забезпечення їхньої працездатності, зокрема з врахуванням теплових навантажень [80, 298, 299].

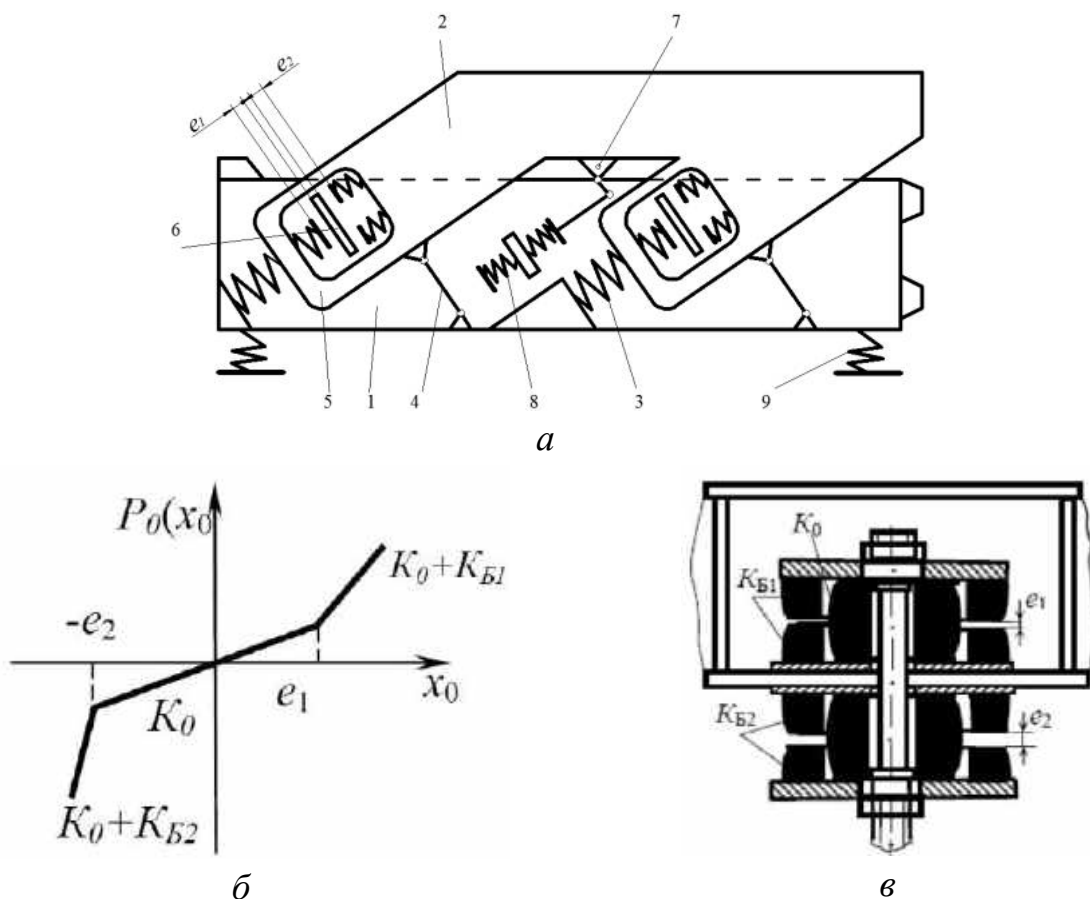


Рисунок 1.28 – Схема резонансного віброударного грохота (а), асиметрична кусково-лінійна характеристика (б) та її практична реалізація (в)

У роботі [95] досліджено на базі двотактної схеми двомасову вібраційну систему з двотактним електромагнітним приводом (рис. 1.29) та з асиметричною пружною характеристикою попереднього виду. Побудовано

АЧХ системи (рис. 1.30) за якими видно, що така пружна характеристика забезпечує вищу технологічну стійкість системи за менших резонансних амплітуд коливань. Це пояснюється подвійним нахилом вправо резонансної кривої, що зумовлено двосторонньою зміною пружної характеристики.

На практиці застосування конструктивних нелінійностей у резонансних коливальних системах створює проблеми, пов'язані з відповідністю пружно-інерційних і силових параметрів, за яких можлива реалізація потрібних за характеристиками віброударних режимів [97, 137, 139–141, 266].

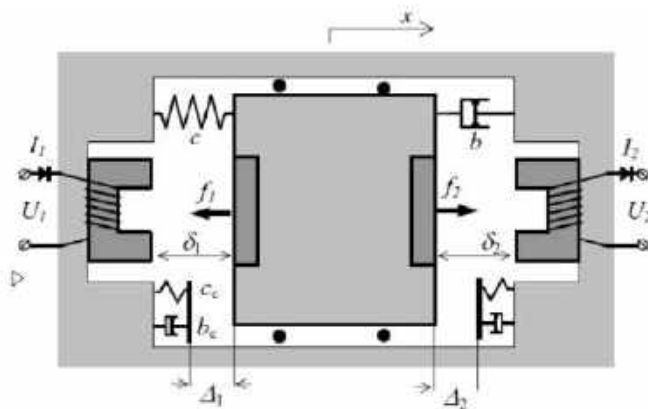
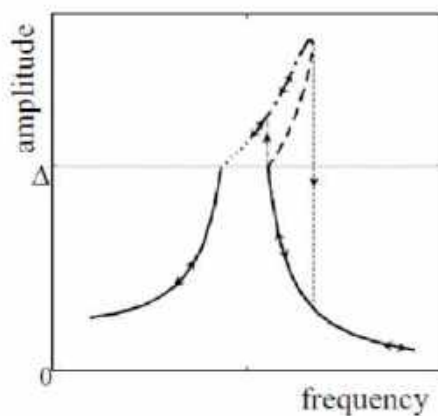
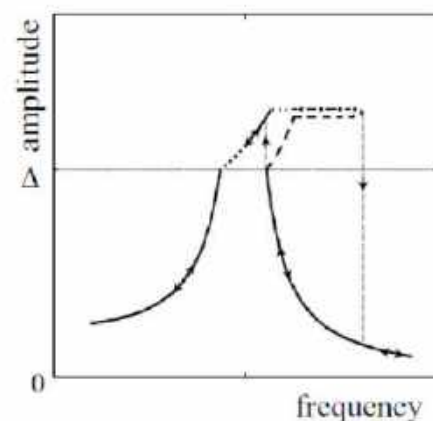


Рисунок 1.29 – Схема вібраційної системи з асиметричною трьохланцюговою кусково-лінійною пружною характеристикою



a



б

Рисунок 1.30 – АЧХ віброударної системи з одним (*a*) та двома (*б*) зазорами

Згадані конструктивно-нелінійні системи наближено розв'язуються методами теорії нелінійних коливань:

- прямої та гармонійної лінеаризації [90, 176, 178, 295];

- малого параметра (асимптотичними методами) [62, 63, 65, 72, 73, 79, 131, 132, 160, 215, 305];
- гармонічного балансу [166, 174, 175];
- припасовування [168];
- нормальних коливань;
- графоаналітично та іншими методами [169, 325].

Причому, такі групи методів постійно вдосконалюються, комбінуються та доповнюються чисельними методами інтегро-диференціальних рівнянь [171], що дозволяє їх поширювати на різного роду багатомасові дискретні механічні системи (рис. 1.31).

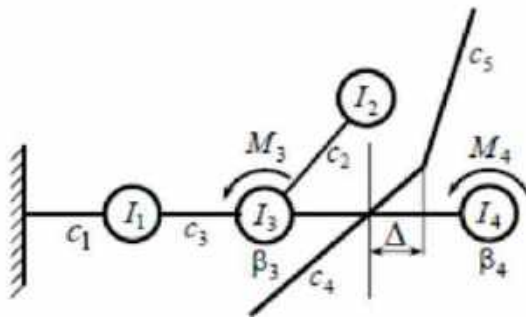


Рисунок 1.31 – Багатомасова дискретна механічна модель з нелінійною муфтою у приводі

У працях [151, 152] прийнято називати асиметричні кусково-лінійні пружні за кількістю лінійних ділянок на білінійні (1.52) та триланцюгової структури (1.53). Дослідження коливальних систем на рівні механічної складової здійснюється методами прямої лінеаризації Я. Г. Пановка. У статті [155] апробований підхід представлення асиметричних пружних характеристик апроксимацією поліномами Чебишева, що має високу точність відносно методу прямої лінеаризації. Якщо ж механічна модель доповнюється нелінійним рівнянням електроприводу, то відповідно можливість отримання наближеного аналітичного розв'язку суттєво знижується. Обмеженість відомих аналітичних методів для розгляду суттєво-нелінійних резонансних електромеханічних систем можна пояснити рядом параметричних особливостей самих моделей, в першу чергу – це неможливістю знехтувати у розв'язках рівнянь членів із

додатками, що містять інформацію про тертя та наявність багатьох узагальнених координат для опису всіх визначальних параметрів. При цьому перевагу отримують нові прогресивні обчислювальні методи [170, 174, 179, 297, 326] (Адамса, Радау, Розенброка, Рунге-Кутти), що реалізовані у вигляді вбудованих функцій в прикладні програмні засоби математичного аналізу (MathCAD [296, 297], Matlab, Maple, Mathematica, Fortran).

Зважаючи на складні динамічні властивості, що є наслідком використання кусково-лінійних пружних характеристик, корисним із практичної точки зору є удосконалення методів їхнього синтезу. Такі методи повинні враховувати технологічні та динамічні особливості майбутньої віброударної системи, реалізованої із принципу найвищої ефективності функціонування. Цінність таких методів повинна в тому, що бажані режими роботи закладаються наперед із врахуванням основних властивостей нелінійних систем – багаторежимність з погляду багаточастотності, висока стійкість АЧХ і т.д.

1.7. Врахування технологічного навантаження

Зважаючи на широке промислове використання вібраційних засобів не існує ідеальної універсальної моделі врахування специфіки технологічного процесу. Тому, врахування технологічного процесу в моделі вібраційної системи потрібно першочергово базувати на конкретній моделі, що описує сам процес оброблення. Зважаючи на принципову математичну та фізичну відмінності процесів оброблення та функціонування вібросистеми, пов'язати риторичне питання динамічного стану “машина-процес” не завжди вдається досконало. Втім, наразі апробовано ряд прикладних досліджень, що доволі якісно описують згаданий стан, зокрема в процесах поверхневого оброблення [58, 59, 74, 78, 85, 267, 268]; формування виробів із бетоносумішей [82, 116, 118, 120, 123, 126]; транспортування та грохочення [68, 84, 107, 157]. Відштовхуючись від умов завантаження вібраційної машини розрізняють системи стаціонарного, нестаціонарного і стохастичного завантаження (маса оброблюваного середовища практично незмінна). З цього міркування прийнято

для першого випадку найбільш типові моделі врахування завантаженого середовища у вигляді частки від загальної маси завантаження $m_{зав}$, що долучається в процесі обробки до маси робочого органа у вигляді коефіцієнта приведення (приєднання) k_{np} , який може прийматися постійним за значенням або змінним. Так у ряді джерел [58, 66, 76, 80, 114, 125, 244] рекомендують використовувати значення $k_{np} = 0,2 - 0,4$ (для віброударних $k_{np} = 0,6 - 0,8$) залежно від фізико-механічних властивостей та структури середовища.

Більш досконало враховується процес вібраційного ущільнення вібраційними машинами на основі хвильової теорії, де рекомендують континуальну модель середовища приводити до дискретної моделі вібраційної машини постійними інерційно-дисипативними коефіцієнтами (вплив середовища здійснюється на масу робочого органа та коефіцієнт в'язкого тертя). Запропоновані коефіцієнти “ a ” і “ d ” активного та реактивного опору вибираються залежно від висоти шару середовища, жорсткості оброблюваної суміші та частоти оброблення [125, 126]:

$$k_{np} = a; b = d \cdot \omega \cdot m_{зав}. \quad (1.54)$$

Дослідження хвильових процесів у дискретних бурових механічних системах із використанням ударних способів ліквідації прихоплень має місце у дослідженнях Харченка Є. В. [327], Левчук К. Г. [328] та ін.

Зміну в часі приведеної маси та коефіцієнта в'язкого тертя (який визначає рівень енергії, що розсіюється у суміші) за висотою шару оброблюваної суміші також запропоновано у вигляді [116]:

$$m_{np}(t) = E_c \cdot S_c \cdot \int_0^h \left(\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} / \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} \right) dz, \quad (1.55)$$

$$b(t) = E_c \cdot S_c \cdot \gamma_c \cdot \int_0^h \left(\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} / \frac{\partial u(z,t)}{\partial t} \right) dz,$$

де $u(z,t)$ – переміщення точки шару суміші, який є функцією вертикальної (z) та часової (t) координат;

γ_c – коефіцієнт внутрішнього опору суміші;

E_c – модуль пружності сипкої суміші (позначення решти змінних та залежність для функції $u(z, t)$ у [116].

Згадані коефіцієнти можуть бути усереднені за період коливань системи та приведені до постійних значень. Окрім цього існує інша методика врахування технологічного завантаження розрахунком приведених маси та коефіцієнта жорсткості стаціонарно завантаженого середовища [143].

Для машин з нестационарним завантаженням (конвеєри, грохоти) запропоновано емпіричну залежність для коефіцієнта приведення від параметра режиму (перевантаження) [79]:

$$k_{np} = 0,73 / \Gamma - 0,18, \quad (1.56)$$

де параметр режиму Γ вибирається залежно від призначення машини та виду матеріалу, що обробляється.

Для адекватної оцінки впливу виду та параметрів коливань робочого органа на середовища варто опиратися моделями напружено-деформованого стану середовищ, що уособлюють різноманітні пружно-пластичні, пластичні, з попереднім зміцненням та інші закони, описані на рівні діаграм напруження-деформація [295]. Втім, існують більш складні моделі процесів оброблення, що можуть носити випадковий характер та ті, які доволі важко вписуються в моделі функціонування вібраційних машин. Для підтвердження останнього варто звернути увагу на феноменологічні моделі механіки суцільних середовищ. Наразі не існує механізму їхнього сумісного представлення з механічними моделями руху систем. Окрім того для адекватної оцінки технологічної сторони потрібно звести модель оброблення до відомих науці моделей середовищ, доповнюючи їх адекватними параметрами виходячи з результатів натурних лабораторних випробувань і досліджень. Як правило самі результати мають численні обмеження та області застосування відповідно до ймовірнісних та фізичних показників. Тому, в цій роботі увага не зосереджується на оцінці

технологічних можливостей. Комплекс технологічних вимог опосередковано може бути заданий у вигляді кінематичних (амплітуда коливань) і динамічних обмежень (набір потрібних частот коливань), а також енергетичних показників.

1.8. Недостатність у синтезі вібраційних машин з полічастотними коливаннями

Зважаючи на широкий спектр досліджень віброударних систем, за суттю переважають завдання динамічного аналізу. Динамічний аналіз є науковим “фундаментом” для подальшого синтезу відповідного класу машин визначеного технологічного призначення.

У працях за напрямком синтезу віброударних машин визначено наступні види задач синтезу:

[108] – наукові основи синтезу віброударних машин і механізмів;

[75] – синтез вібромашин та ідентифікація параметрів завантаження за результатами оброблення;

[124] – коефіцієнта жорсткості обмежника коливань за умови забезпечення стійкості періодичного руху;

[329] – законів збурення за умовами роботи (кінематичними характеристиками) віброударної системи;

[330] – оптимізаційний синтез та багатокритеріальний аналіз віброударної системи за критеріями ефективності.

Втім, зважаючи на представлені дослідження недосконало представлено оптимізаційний синтез пружно-інерційних і силових параметрів машин визначеної структури, що уможливорює реалізацію основних і субрезонансних режимів відповідно до технологічних показників і забезпечення найвищої ефективності функціонування. Для цього доцільно назначити відповідний показник ефективності роботи машини, а завдання синтезу вирішувати виходячи із динамічного аналізу функціонування вібраційної системи. Такий підхід дозволить цілісно та оперативно оцінювати результати запровадженого синтезу.

Невирішеним також є завдання синтезу полічастотного спектру гармонік за їх амплітудними значеннями відповідно до технологічного призначення машини. Таким чином, наявність невирішеного кола завдань у синтезі машин спонукає до подальшого розвитку цього напрямку дослідження.

1.9. Висновки до розділу 1. Формулювання мети і постановка завдань дослідження

Серед резонансних систем чільне місце належить вібраційним машинам з електромагнітним приводом, що здатні ефективно реалізовувати в першу чергу гармонійні коливання для малих та середніх за габаритами технологічних пристроїв. Відомі недоліки електромагнітних приводів, зокрема низький ККД і силові характеристики на одиницю масу, залежність тягового зусилля від величини зазору, складність керування робочою частотою суттєво обмежують їхнє застосування у віброударних системах.

Відомо, що ефективним засобом впровадження віброударних машин є використання різноманітних кусково-лінійних залежностей пружних характеристик. Наявність багатопараметричності у таких системах породжує проблеми їх оптимального синтезу з використанням багатокритеріального підходу, де необхідним є врахування комплексу вимог технологічного, динамічного та кінематичного характеру.

Першочерговим науково-практичним завданням, вирішення якого зумовить використання електромагнітного приводу для реалізації резонансних віброударних систем є підвищення ефективності функціонування, що неможливо без удосконалення наявних розрахункових методів синтезу. Тому, мета наукових досліджень – це формування цілісної концепції оптимізаційного синтезу та багатокритеріального аналізу резонансних дво- та тримасових вібраційних систем, обґрунтування використання відповідних пружних характеристик, схем і параметрів електромагнітного збурення для виявлення можливостей підвищення ефективності функціонування та забезпечення полічастотних режимів роботи з врахуванням вимог технологічного характеру.

Усе це в сукупності спрямовано на удосконалення наявних методів розрахунку нелінійних резонансних вібраційних машин.

Основною ідеєю дисертаційної роботи є виявлення можливостей підвищення ефективності функціонування дво- та тримасових вібраційних машин із полічастотними коливаннями у резонансних режимах роботи. Для цього потрібно обґрунтувати новий узагальнений підхід, що передбачає формування показників ефективності функціонування та обмежень, що можуть бути застосовані як універсальний апарат для виконання багатокритеріального аналізу і оптимізаційного синтезу з акцентом на ключовий показник енергетичної ефективності з врахуванням визначальних кінематичних (технологічних) і динамічних характеристик. Передбачається, що реалізацію резонансних полічастотних коливань (з кратними резонансними частотами) достатньо забезпечувати імпульсним приводом на базі електромагнітів змінного струму, узгодженням параметрів збурення та коливальної системи. Ефективність реалізованих імпульсних вібр машин буде доведено порівняльною оцінкою енергетичних показників функціонування машин резонансного типу.

Гіпотезою вважається підхід, за яким підвищення ефективності функціонування криється у властивостях нелінійних резонансних систем і у раціональних співвідношеннях пружно-силових та інерційних параметрів.

Прийняті в дослідженнях припущення стосуються:

— електромагнітного привода, зокрема враховано на основі ідеалізованої ВАХ роботу одно- та двотактного електромагнітного привода. Приведений опір електромагнітного контуру враховує втрати на тепло, електромагнітний гістерезис та вихрові струми Фуко;

— процесу оброблення, що вилучений з розгляду, оскільки останній спрямований на безпосередню оцінку функціонування вібраційної системи та якості реалізації закладеного наперед технологічного режиму з відповідними кінематичними характеристиками. Запропоновані моделі, без сумніву, можуть

бути доповнені відомими моделями, що описують конкретні технологічні процеси оброблення.

В результаті виконання *наукового завдання* – подальшого розвитку наукових основ синтезу нелінійних резонансних вібраційних машин та удосконалення наявних методів їхнього розрахунку *пропонується*:

- спростити розрахунок віброударних машин та систем із забезпеченням резонансних режимів їх роботи;
- підвищити ефективність функціонування та удосконалити реалізацію резонансних віброударних режимів дво- та тримасових систем з конструктивними нелінійностями і додатково накладеними обмеженнями різного роду (енергетичними, кінематичними, технологічними, динамічними);
- забезпечити для тримасових лінійних систем резонансні двочастотні режими параметрами системи за імпульсного електромагнітного збурення;
- спростити схему реалізації регульованих режимів роботи та забезпечити працездатність віброударних резонансних систем.

В основу реалізації поставленої мети покладено виконання наступних *задач*:

1. вибір критеріїв та формування обмежень, що використовуються для порівняльного аналізу та оптимізаційного синтезу ефективності роботи вібраційних машин із резонансними режимами роботи. Формування задач оптимізаційного параметричного синтезу для реалізації резонансних двочастотних і віброударних режимів у дво- та тримасових коливальних системах (зокрема із врахуванням кінематичних, технологічних і динамічних обмежень). Узагальнений синтез двочастотних резонансних вібраційних систем. Розроблення структурно-параметричних засобів модернізації одночастотних резонансних вібраційних машин у клас двочастотних систем;

2. закладення можливостей підвищення ефективності функціонування резонансних віброударних систем із наступним синтезом оптимальних асиметричних кусково-лінійних пружних характеристик;

3. проведення комплексного динамічного багатокритеріального аналізу синтезованих резонансних систем з вивченням їхньої технологічної та

енергетичної ефективності. Обґрунтування використання імпульсних схем збудження нелінійних віброударних і двочастотних резонансних машин;

4. підвищення (забезпечення) динамічної жорсткості та мінімізації масових характеристик конструктивних параметрів робочих органів вібраційних систем.

5. обґрунтування конструктивних рішень для реалізації та забезпечення працездатності віброударних резонансних систем внаслідок аналізу динамічного напружено-деформованого стану;

6. розроблення установки та проведення експериментальних досліджень на предмет оцінки ефективності реалізації та функціонування за встановленими критеріями традиційних і синтезованих відповідно до нового принципу резонансних вібраційних систем.

РОЗДІЛ 2

УЗАГАЛЬНЕНА ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН. СИНТЕЗ, ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ І РОЗРОБЛЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ДВОЧАСТОТНИХ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН

2.1. Постановка завдань багатокритеріального аналізу та оптимізаційного синтезу вібраційних систем

2.1.1. Постановка оптимізаційних задач. Вибір оптимізаційних критеріїв

В сучасних умовах необхідним завданням є модернізація як окремих технологічних машин та комплексів, так і галузей в цілому. Для машинобудування розроблення різноманітних прикладних методик розрахунку оптимальних, з точки зору комплексу фізико-механічних властивостей (міцність, маса, жорсткість, надійність тощо) дискретно-континуальних вібраційних систем є важливою науковою задачею, використання якої сприяє удосконаленню галузі та технічних систем в цілому. Завдання синтезу та критеріальної оптимізації [108, 182, 190, 191, 193, 194, 205, 222, 331] є визначальними, причому можуть базуватися безпосередньо на принципових задачах динамічного аналізу. Їхня сумісна постановка дозволяє розробляти цілісні методики, результатом яких є можливість реалізовувати більш досконалі технологічні машини та системи в цілому, адже наділені новими властивостями.

За своєю технічною суттю вібраційні системи є електромеханічними пристроями, здатними виконувати роботу над різноманітними середовищами та об'єктами. Тому, питання оптимізації їхньої роботи не завжди має сенс, оскільки досягти оптимального варіанту за усіма структурними компонентами системи є практично неможливим. Передусім це пов'язано із складністю поєднання математичних моделей машин та фізичних явищ, що уособлюють собою ці системи. Так, енергоощадні одночастотні резонансні вібраційні системи, розраховані під певні технологічні параметри не завжди здатні

забезпечити оптимальні показники обробки над середовищами, що відрізняються фізико-механічними властивостями. В таких випадках постає питання синтезу пружно-інерційних параметрів щодо раціонального використання вібраційної системи на тому чи іншому технологічному процесі. В кінцевому випадку приходится робити вибір між ефективними з точки зору функціонування конструкціями або ж за режимами роботи.

Оптимізаційні задачі вібраційних систем, як правило, базуються на попередньому параметричному синтезі (ідентифікації параметрів) та наступному динамічному аналізі з використанням існуючих часових та амплітудно-частотних характеристик. Під час останнього корегують безпосередньо параметри системи та характеристики збурення (приводу) зважаючи на обмеження в напруженнях у пружних елементах, потужності приводу, стійкості режиму та ін.

У більшості випадків для оцінки ефективності запропонованого рішення на різних стадіях проектування та моделювання (структура–модель–параметри–конструкція) використовують різноманітні критерії якості. В більшій мірі користуються кількісними показниками, що базуються на математичних виразах чи моделях. Основними кількісними показниками в синтезі та оптимізації вібраційних систем можуть виступати наступні показники:

- технологічні, що визначають ефективність чи продуктивність процесу;
- техніко-економічні, що визначають технічну досконалість та якість конструкції (потужність, маса, довговічність тощо);
- багатокритеріальні, які в комплексі дозволяють оцінити вібраційну систему.

Наявність декількох цільових функцій під час оптимізації конструкцій вібраційних систем приводить до їх несумісності, різних наборів результатів і значень синтезуючих параметрів. У таких випадках необхідно вводити пріоритет щодо використання тієї чи іншої цільової функції та формувати

варіанти за Парето. Виключені функції можна використати для подальшого уточненого аналізу, або ж як додаткові обмеження.

Обмеження під час оптимізації можна класифікувати так:

- конструктивні – параметри, встановлені структурно-параметричним синтезом та компоновкою системи (габаритні розміри, форма, конструктивні параметри робочих органів, пружних елементів та ін.);

- технологічні (кінематичні, динамічні) – параметри, визначені технологічним призначенням та умовами роботи системи (сюди відносять параметри режиму – амплітуду, швидкість, пришвидшення та частоти коливань, час оброблення, зусилля корисного опору та ін.);

- механічні – параметри, якими визначається механічна складова вібраційної системи (характеристики міцності, жорсткості, інерційності, стійкості, надійності, власні частоти коливань);

- енергетичні – силові характеристики роботи приводу, а саме потужність, сила струму, температура та ін.

Обмеження, які є функціями кінематичних параметрів, подають у вигляді граничних значень, рівнянь та нерівностей, за якими проводять оцінку вибраного критерію якості. З інженерної точки зору оптимізаційні задачі варто вирішувати аналітично, оскільки в прикладних модулях програм не можна оперувати якісними та кількісними критеріями і показниками, обґрунтованими користувачем. За аналітичного формулювання оптимізаційної задачі отримані результати носять узагальнений характер і дають змогу оперувати кінцевими аналітичними залежностями та формулами, корисних для проектування оптимальних конструкцій.

2.1.2. Забезпечення динамічної жорсткості робочих органів вібраційних технологічних машин. Обґрунтування використання частотно-масового показника

Одним із найважливіших показників якості конструкцій при складному динамічному навантаженні (в т.ч. і за реалізації віброударних режимів роботи)

вважається достатньо висока динамічна жорсткість системи [77, 81, 89, 136, 140, 181, 205, 244, 273, 274], яка передусім досягається її структурою та значеннями набору конструктивних параметрів DV_j . Ступінь жорсткості визначається деформаційними характеристиками елементів конструкцій, власними частотами та відповідно формами коливань, коли є висока ймовірність втрати динамічної стійкості, що настає в результаті близькості чи накладання (резонансу) однієї з власних частот коливань елементів конструкції з робочими частотами (гармоніками) системи [244, 273, 274, 332]. Ці питання достатньо підняті у згаданих наукових працях.

Найчастіше виконання відповідального вузла машини (робочого органа) за вихідною його структурною схемою є недостатнім з точки зору задовільних значень міцності та динамічної стійкості (жорсткості), для чого на практиці поширено використання додаткових підкріплюючих елементів – бандажів, ребер, укріплювальних пластин тощо. Однак їх використання суттєво ускладнює розрахунок таких конструкцій та практично унеможлиблює їх аналітичне представлення. Тому, для задовільної динамічної жорсткості запропоновано у [76, 244] емпіричну формулу, що встановлює потрібне значення власної частоти коливань робочого органа (транспортера) по відношенню до частоти збурення системи:

$$f_0^* = (3 - 4)f . \quad (2.1)$$

Проте, під час проектування робочих елементів віброударних систем, що визначаються наявністю кратних гармонік 2-го, 3-го та 4-го порядку варто обґрунтовувати використання цієї формули з точки зору можливості проявлення резонансних явищ в елементах конструкції. Багато спеціалізованих САД програм (типу Ansys, Cosmos) інтегрують в свої оболонки розрахункові модулі на основі МСЕ, які дозволяють в комплексі вирішувати статико-динамічні задачі та на їх основі проводити різноманітні оптимізаційні розрахунки [333], за результатами яких вносяться раціональні зміни в конструкції механічних систем. Так, у модулі Cosmos програми SolidWorks можна на базі попередньо

розв'язаних задачах статички, втрати стійкості, частотному, термічному аналізах здійснювати та вирішувати комплекс оптимізаційних розрахунків, прийнявши відповідні обмеження (з відповідних задач аналізу) та призначивши з меню задачу екстремуму для відповідної цільової функції (напр. в алгоритми CosmosWorks закладено екстремальні масу, об'єм, власну частоту коливань, стійкість конструкції). Використання комп'ютерних засобів аналізу конструкцій дозволяє під час проектування уже на початковій стадії оцінювати якість запропонованого рішення. Втім, досить часто виникають труднощі щодо вибору оптимального варіанту, найбільш придатного до умов експлуатації. В такому випадку вибір ґрунтується на додатково введеному критерії якості, що дозволяє вибрати найоптимальніший варіант системи з широкого набору його конструктивних варіантів за різних результатів комп'ютерного аналізу. Вибраний таким чином варіант конструкції вважається остаточним та є її структурно-параметричним еталоном.

Основна перевага підкріплень – це підвищення жорсткості не нарощуванням маси та зміною структури системи, а її збереженням (в кращому випадку зменшенням). Тому, для якісної оцінки та оптимізаційного синтезу за частотного та динамічного аналізу запропоновано використовувати частотно-масовий показник та цільову функцію виду:

$$k_{\omega_0/M}(DV_j) = \frac{\omega_0^*}{M} \rightarrow \max, \left[\frac{\text{рад/с}}{\text{кг}} \right], \quad (2.2)$$

або

$$k_{\omega_0/J}(DV_j) = \frac{\omega_0^*}{J} \rightarrow \max, \left[\frac{\text{рад/с}}{\text{кг} \cdot \text{м}^2} \right], \quad (2.3)$$

За глобальним максимумом даного показника можуть вибиратися оптимальні значення із ряду варійованих конструктивних параметрів DV_j , за яких забезпечено (підвищено) жорсткість конструкції системи в цілому за відповідних масових характеристик, або ж за відповідним значенням масово-інерційних характеристик системи отримано структуру максимальної жорсткості. Варто зазначити, що запроваджений показник придатний для

аналізу жорсткості машинобудівних конструкцій широкого класу – рами, опорні та несівні вузли та елементи, робочі органи технологічних машин різного призначення.

2.1.3. Критерії оцінювання ефективності функціонування вібраційних машин

Для оцінки ефективності реалізації технологічних режимів існують різноманітні підходи. Більшість дослідників схиляється до оцінки якості виконання механічною системою відповідної технологічної операції, що в кінцевому випадку гарантує отримання виробу з відповідними показниками. Для цього акцент в дослідженні поставлено на моделі процесу оброблення, в аналізі зміни основних фізико-механічних властивостей середовища. Для розв'язування такої задачі параметрами машини користуються опосередковано, або ж оперують суто її кінематичними та силовими параметрами. За такого підходу втрачається технічна сторона задачі, а інформація про ефективність реалізації системи опускається. Ключові енергетичні параметри роботи машини адекватно можуть бути отримані тільки на основі аналізу реальних електродинамічних процесів, що відбуваються в системі машина-привід. Безумовно, врахування основних технічних та технологічних чинників у процесі розрахунку та створення вібраційних машин є актуальним питанням. Якість технологічних систем повинна бути адекватно обґрунтована ефективністю функціонування з точки зору її реалізації. В ідеальному випадку – це отримати систему із високими енергетичними та технологічними показниками. В цьому сенсі вирішення задачі можливе на основі багатокритеріального аналізу. У ряді випадків можливий альтернативний варіант вибору системи, а передумовою подальшого вибору тоді стає економічна оцінка можливих варіантів (як правило за собівартістю виготовлення, довговічністю, надійністю тощо).

Проблеми технологічного аналізу якості роботи вібраційних машин не є досконало вирішеними. Складність опису процесів оброблення приводить до

опосередкованого врахування впливу технологічної маси на роботу машини. Тому, ряд робіт побудовано на приведенні маси середовища до робочої маси машини за коефіцієнтом приведення, а процес оброблення досить часто представляють типовою моделлю зовнішнього тертя. Тут маса та тертя є визначальними показниками впливу середовища на роботу машини, особливо в резонансних системах.

Адекватне врахування середовища та процесів у ньому має на меті реалізацію машини з цілеспрямованим механізмом передачі енергії технологічній системі. Вдалим підходом до оцінки якості віброударних систем є врахування зміни фізико-механічних властивостей середовищ в умовах вібраційного впливу введенням моделі середовища в дисипативні та пружно-інерційні параметри механічної системи [118, 120, 123, 124, 126, 130, 143, 148–150, 251]. Надалі система може трактуватися як модель зі змінними коефіцієнтами [141], зокрема як параметрична, якщо акцент поставлено на періодичній зміні пружної характеристики (параметра пружності).

Основними параметрами для оцінки роботи віброударної машини виступають: характеристики пришвидшення робочої маси – максимальне його значення та асиметрія [124, 125], енергія [121, 129, 233, 334], сила [137, 221, 270, 335] та тривалість удару. Однак, комплексному аналізу віброударних систем, за якого будуть враховані основні технологічні фактори (враховуючи максимальне значення та асиметрію пришвидшення робочої маси), стійкість системи до завантаження (за шириною резонансної зони), енергетичні показники якості роботи машини (питомі значення потужності до максимальної величини пришвидшення, ККД системи) приділено недостатньо уваги. Тому, доцільно здійснити порівняльний аналіз технологічних, силових та енергетичних параметрів порівнюваних вібросистем на предмет їхнього використання в технологічних процесах, встановити відносні часткові та узагальнений критерії якості віброударних систем для порівняльного аналізу відносно базової (лінійної) моделі системи. З точки зору економічної оцінки реалізації машини (зокрема собівартості), то задачу можна доповнити

економічними показниками. Останні мають сенс бути застосованими для уточненого вибору, у випадку отримання систем із рівнозначними технічними чи технологічними показниками.

У [243, 244] представлено безрозмірний питомий показник для оцінки одночастотних вібраційних систем за ефективністю функціонування (з врахуванням маси і динамічних параметрів):

$$\zeta_P = \frac{\omega^3 \sum_i m_i X_i^2}{P} \rightarrow \max, \quad (2.4)$$

де $P = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt}$ – споживана потужність потужність вібраційної системи;

m_i – i -а коливальна маса;

X_i – амплітуда коливань i -ої маси;

ω – колова частота коливань системи.

Вказаний показник можна трактувати як коефіцієнт динамічності системи за потужністю (питомою потужністю інерційних сил, що діють на коливальну систему).

За структурою механічної системи вібраційні машини можуть мати різне число коливальних мас. Технологічною, як правило виступає одна з них. З точки зору технологічної доцільності системи для оцінки можна скористатися максимальним значенням пришвидшення лише робочої маси $a_{p \max}$, а тому відповідний показник якості має вигляд:

$$\zeta_a = \frac{a_{p \max}}{P} \rightarrow \max, \left[\frac{\text{м/с}^2}{\text{Вт}} \right]. \quad (2.5)$$

Очевидно, згадані показники у разі застосування узагальнених електромеханічних моделей є функціями напруги живлення. Для адекватної оцінки вібраційних систем при проведенні порівняльного аналізу систем варто зводити їх до одного значення технологічного параметра – максимуму пришвидшення робочої маси $a_{p \max}$. Таким чином, ефективність роботи системи

буде визначатися діючим значенням споживаної потужності, потрібної для досягнення заданого пришвидшення (перевантаження).

Для систем ударного типу в роботі [293] запропоновано екстремальну задачу мінімізації функціоналу за заданих значень споживаної потужності та енергії удару:

$$E = a_1 |f - \bar{f}| + a_2 |E_y - \bar{E}_y| + a_3 |P - \bar{P}| \rightarrow \min ,$$

де дійсні $(f, E_y, \text{ та } P)$ і задані $(\bar{f}, \bar{E}_y, \text{ та } \bar{P})$ в обмеженнях значення частоти ударів, енергії удару та споживаної потужності; a_1, a_2, a_3 – деякі позитивно визначені числа, що забезпечують наближення дійсних параметрів до заданих. Значення частоти ударів f повинно забезпечувати перетворення усієї споживаної потужності в ударну.

Однак, шукані значення енергії удару можуть бути невідомими, а частота ударів може бути нерегульованим параметром (зокрема для систем з електромагнітним приводом, в яких ефективна передача енергії визначена резонансним режимом роботи). Для більшості технологічних систем визначено кінематичні та динамічні параметри, тому вибір функціональної залежності можна виконати на базі показника (2.5). Для приведення показника (2.5) до виду (2.4) потрібно уточнити чисельник до розмірності потужності. Для цього можна використати добуток маси робочого органа інерційністю m_p , швидкості $v_p(t)$ та пришвидшення $a_p(t)$ руху робочої маси. Таким чином чисельник $p_p(t) = m_p a_p(t) v_p(t)$ представляє собою миттєве значення потужності інерційних сил, що може бути передана робочою масою середовищу за період коливань. Вважаючи, що ефективне використання потужності здійснюється за максимального значення p_{\max} , критерій ефективної передачі потужності робочою масою вібраційної системи має вигляд:

$$\zeta_{P^*} = \frac{P_{p \max}}{P} \rightarrow \max . \quad (2.6)$$

Узагальнювальним для оцінювання якості системи з точки зору величини внутрішніх (дисипативних) втрат вважається коефіцієнт корисної дії. Зважаючи на те, чи досліджувана модель враховує технологічне призначення машини, чи ні, то варто розрізнити відповідно ККД технологічної системи η_1 та вібраційної машини η_2 :

$$\eta_1 = \frac{\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} p_k(t) dt}{\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} (u(t)i(t)) dt}, \quad (2.7)$$

де p_k – корисна (технологічна) потужність,

$$\eta_2 = \frac{-\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} \left(f(t) \frac{d}{dt} \delta(t) \right) dt}{\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} (u(t)i(t)) dt}, \quad (2.8)$$

або ж середнє значення ККД η_e вібраційна машина–технологічна система

$$\eta_e = 0,5(\eta_1 + \eta_2). \quad (2.9)$$

Вибір варіанту системи під час порівняльного аналізу можна здійснити за комплексним показником якості [182, 190, 191, 331], що враховуватиме основні технологічні та технічні показники роботи системи:

$$\zeta_e = \sum_i k_i \zeta_i \rightarrow \max, \quad (2.10)$$

де k_i – частка важливості окремого показника ζ_i відносно базової моделі, причому $\sum_i k_i = 1$.

Часткові безрозмірні критерії тотожні відповідним показникам якості по відношенню до показників базової моделі, зокрема:

– показник $\zeta_1 \equiv k_a$ визначає наявність асиметричного полічастотного (віброударного) режиму за значенням коефіцієнта асиметрії пришвидшення робочої маси. Відповідно для одночастотних вібраційних машин значення показника складає $k_a \cong 1$.

— показник $\zeta_2 \equiv \eta$ тотожний ККД, визначає технічну досконалість електромеханічної коливальної системи. Цей критерій є більшим для машин резонансного типу та значно меншим для машин із зарезонансним (одномасових дебалансних) режимом роботи;

— показник $\zeta_3 \equiv \Delta f$ – це ширина резонансної зони, віднесена до робочої частоти коливань, що оцінює технологічну стійкість вібраційної системи. Цей показник є значно меншим для машин із резонансним режимом роботи, на відміну від за резонансних вібромашин із дебалансним приводом, що визначаються найвищою технологічною стійкістю;

— показник $\zeta_4 \equiv \zeta_a$ визначає енергетичну ефективність досягнення ключового технологічного показника. Цей показник пов'язаний із попередніми, за його зменшення збільшується критерій ζ_2 та зменшується ζ_3 , зокрема у разі наближення системи до резонансного режиму.

Якщо ж оцінку здійснювати за критерієм реалізації потужності робочою масою (2.6) замість показника (2.5), то частковий показник ζ_3 потрібно привести до безрозмірного виду за допомогою відношення $\zeta_3 = \Delta f / f$.

Вибір вагових коефіцієнтів здійснюється інтуїтивно або ж за відповідно визначених способів: [183, 336, 337]. В загальному, можна варіювати ваговими коефіцієнтами залежно від суті аналізу, що здійснюється. Узагальнюючи представлені критерії можна стверджувати, що їх можна поділити на дві групи – це технологічні (ζ_1, ζ_3) та технічні (ζ_2, ζ_4). За узагальненим показником можна здійснювати порівняльну відносну оцінку роботи машин різного типу (лінійних і нелінійних, резонансних і нерезонансних, з електромагнітним та інерційним приводом), визначаючи їхні технічні, технологічні та енергетичні особливості.

На цьому етапі запроваджено багатокритеріальну оцінку ефективності функціонування вібраційних систем (машин) різноманітного технологічного призначення, що враховує в комплексі визначальні технологічні (кінематичні) та технічні показники роботи (функціонування). Формування узагальненого показника здійснюється відповідним чином (варіюванням вагових коефіцієнтів

та вибором представлених часткових критеріїв), що має сенс під час вибору відповідного виконання машини, а також для оцінки технічних і технологічних їх якостей в цілому під час порівняльного аналізу. Окрім того можна здійснювати незалежну оцінку якості машин як за технологічним принципом, так і енергетичним (з точки зору функціонування). Також запропоновані критерії можуть сумісно вживатися з існуючими, відомими в практиці проектування (створення), а також доповнюватися у разі потреби іншими критеріями чи обмеженнями, що більш актуально під час оптимізаційного синтезу машин. Власне останній є важливою процедурою під час розроблення (створення) машин вібраційного типу, що базується на класичних підходах задач оптимального проектування.

З погляду на необхідність та важливість таких задач варто визначити основні їхні особливості під час розгляду вібраційних систем нелінійного типу. Найперше і найбільш принциповим при цьому є неможливість отримання цільової функції у явному (аналітичному) вигляді, а присутнє лише її символічне представлення, що визначається конкретним числовим розв'язком динамічної задачі. Наступне – розв'язок оптимізаційної задачі варто базувати на обчислювальних алгоритмах із сумісним використанням багатокрокових методів розв'язку систем нелінійних диференціальних з наступним пошуком оптимальних рішень в єдиному розрахунковому алгоритмі. Цьому питанню буде приділена основна увага з точки зору побудови резонансних вібраційних систем із заданими технологічними режимами та високими показниками енергетичної ефективності функціонування.

Таким чином, оптимізаційну однокритеріальну задачу багатопараметричного синтезу для класу резонансних вібраційних систем можна сформулювати наступним чином:

— цільова функція

$$\underline{\zeta_a(\forall)} \rightarrow \max \text{ або } \underline{\zeta_{P^*}(\forall)} \rightarrow \max \quad (2.11)$$

— обмеження:

1) технологічні кінематичні: (див. розділ 1, п. 1.1). Вибір технологічних і (або) кінематичних чинників обумовлюється призначенням, режимами та умовами оброблення.

2) технологічні динамічні: $\omega_{0i \min} < \omega_{0i} (\forall) < \omega_{0i \max}$. В цих обмеженнях формують динамічні особливості резонансних вібраційних систем з точки зору доступних (з точки зору збурення) чи раціональних (з точки зору оброблення) частот, зокрема пропонується реалізовувати резонансні двочастотні та віброударні режими різного порядку. Зокрема на рис. 2.1 представлено можливості використання основної ω та кратної 2ω гармонік імпульсного тягового зусилля щодо реалізації бажаних режимів та ефективного функціонування.

Для реалізації резонансних двочастотних режимів лінійних тримасових систем потрібно забезпечити положення першої ω_{01} та другої ω_{02} основних частот в дорезонансних межах відносно відповідних частот збурення (рис. 2.1, а): $z_1 = \omega / \omega_{01}$, $z_2 = 2\omega / \omega_{02}$. Як правило, для розрахунків доцільно приймати $z_1 = z_2 = 0,94 - 0,98$.

Для віброударних систем пропонується дослідження щодо роботи на основному режимі (рис. 2.1, б) та з використанням субгармоніки порядку $\omega_0 / 2$. Умови забезпечення режимів мають вигляди:

- основного $\omega_0 \geq \omega$,
- використання субгармоніки та основного резонансу $\omega_0 \geq 2\omega$.

Також сюди варто включити завдання забезпечення динамічної жорсткості конструктивних вузлів (робочих органів) та елементів вібраційних систем згідно умови (2.1) та критеріїв (2.2) чи (2.3);

3) додаткові параметри для оцінки працездатності системи та ЕМВ:

$$\max[x^*(t)] < \delta_{don}; \eta \text{ (2.8); } B \text{ (1.10); } \Delta f = (\Omega_0 - \omega) / 2\pi; n_{np} \geq [n],$$

де \forall – набір параметрів вібраційної системи, що оптимізується. Передусім синтезують пружні параметри резонансних ланок, а також силові умови

(імпульсне, гармонійне, зсув фаз за незалежного збурення) і характеристики збурення (амплітудні значення зусилля, число ЕМВ, параметри ЕМВ і т.д.);

$x^*(t)$ – відносне переміщення коливальних мас, що зазнають силового електромагнітного збурення;

$\delta_{дон}$ – допустиме значення повітряного проміжку між якорем та осердям ЕМВ;

$n_{пр}$ та $[n]$ – приведені та допустимі значення коефіцієнтів запасу міцності пружних елементів.

У випадку синтезу лінійних резонансних двочастотних систем процедуру оптимізаційного синтезу можна спростити до прямого (безпосереднього) синтезу за кінематичними і частотними характеристиками.

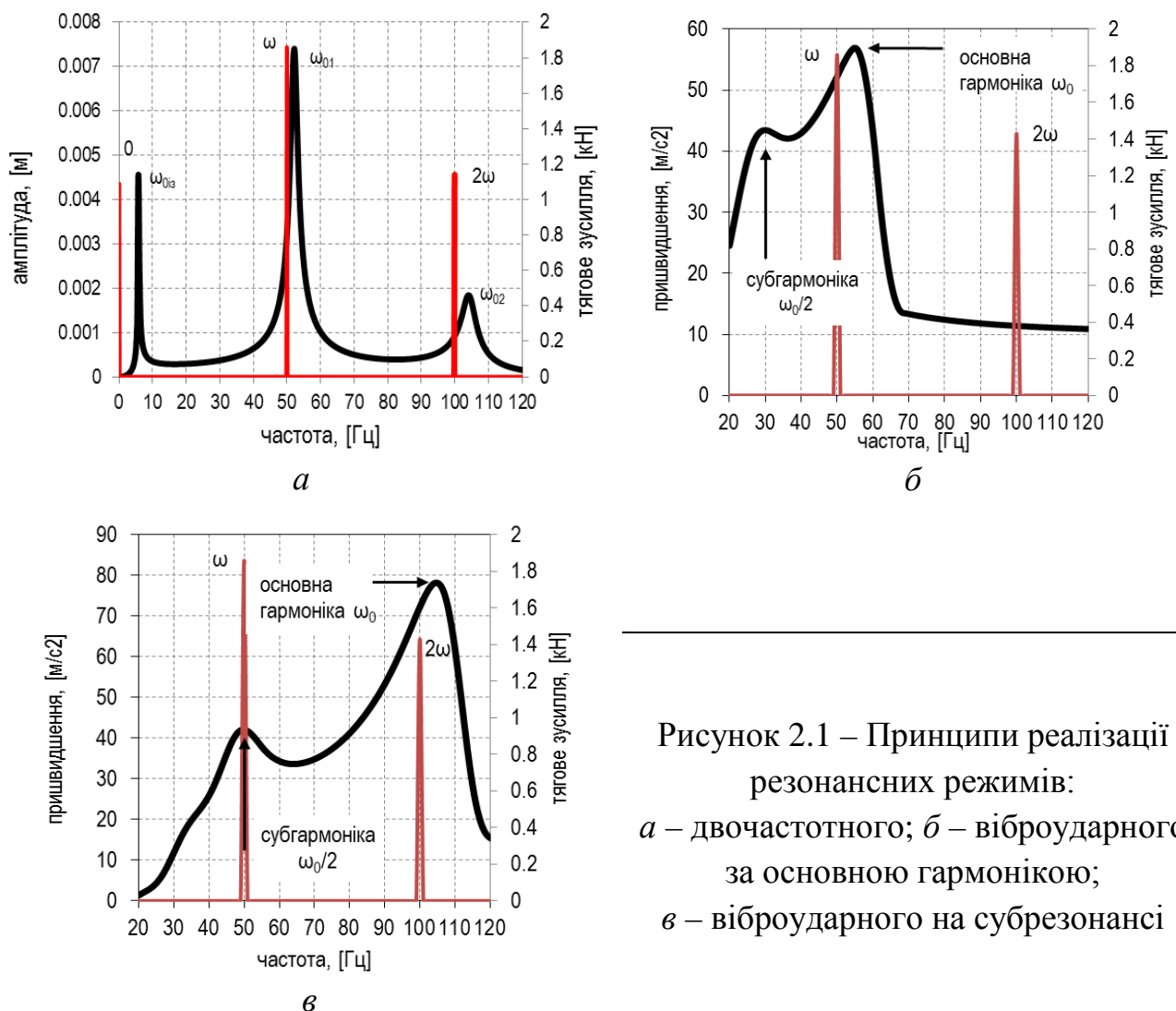


Рисунок 2.1 – Принципи реалізації резонансних режимів:
a – двочастотного; *б* – віброударного за основною гармонікою;
в – віброударного на субрезонансі

Таблиця 2.1 – Показники оцінки ефективності функціонування та реалізації резонансних вібраційних машин

№	Вид показника	Назва показника	Формула	Призначення показника	
1.	часткові	конструктивний	$k_{f_0/m}(DV_j) = \frac{f_0^*}{m} \rightarrow \max, \left[\frac{\Gamma \text{ц}}{\text{кг}} \right]$ $f_0^* = (3 - 4)f, [\Gamma \text{ц}]$	Забезпечення динамічної стійкості робочих органів вібраційних машин. Вибір оптимальних конструктивних параметрів багатоваріантних конструкцій за результатами аналізу відношення значення першої власної частоти коливань конструкції (континуальної системи) до її маси	
2.		технологічні	ширина резонансної зони	$\Delta f = f_0 - f, [\Gamma \text{ц}],$	Для оцінювання стійкості резонансного режиму (сумісно з крутизною АЧХ)
3.			відносна частота	$\zeta_1 = \Delta f / f$	
3.		коефіцієнт асиметрії пришвидшення	$\zeta_2 \equiv k_a = a_{p \max} / a_{p \min} $	Забезпечення асиметрії відповідно до технологічного призначення машини, напр. для віброуцільнення $k_a = 3-6$	
4.	цільовий	енергетичні	ККД	$\eta_1 = \frac{\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} p_k(t) dt}{\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} [u(t)i(t)] dt}$ $\eta_2 = \frac{\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} \left(f(t) \frac{d}{dt} \delta(t) \right) dt}{\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} [u(t)i(t)] dt}$ $\eta_c = 0,5(\eta_1 + \eta_2), \zeta_3 \equiv \eta$	Визначають технологічну, технічну або техніко-технологічну (усереднену) досконалість електромеханічної коливальної системи
5.				макс. пришвидшення робочої маси / споживана потужність	$\zeta_a = \frac{a_{p \max}}{P} \rightarrow \max, \left[\frac{\text{м/с}^2}{\text{Вт}} \right].$
5.		коефіцієнт передачі (перетворення) потужності робочою масою	$p_p(t) = m_p \cdot a_p(t) \cdot v_p(t),$ $[\text{Вт}] \zeta_4 \equiv \zeta_{p^*} = \frac{P_{p \max}}{P} \rightarrow \max$	Для оцінювання максимального значення потужності інерційних сил, що може бути передана від джерела збурення	
6.		узагальнений	$\zeta_e = \sum_{i=1}^4 k_i \zeta_i \rightarrow \max$	Для багатокритеріального порівняльного аналізу синтезованих систем відносно базової моделі, для якої $\zeta_e = 1$	

2.2. Синтез двочастотних резонансних вібраційних машин

2.2.1. Узагальнений синтез тримасових вібраційних систем

Використання механічних коливальних систем із силовим збуренням різного роду (електромагнітним, інерційним) вимагає окремого підходу щодо розрахунку параметрів системи: інерційних значень коливальних мас, жорсткостей пружних ланок, величини яких визначаються виходячи із типу та умов роботи приводу, забезпечуючи в кінцевому задані характеристики динамічної системи вібраційного пристрою. Пружно-інерційні параметри, які визначають амплітудно-фазочастотні характеристики (АФЧХ) та можливі режими роботи системи за різних умов силового збурення мають, як правило, різний характер. Визначальні параметри системи, виходячи із заданого чи доцільного співвідношення між ними, дозволяють окреслити технологічні можливості вібраційної машини за умови використання певних типів вібраційних приводів. Оцінку роботи таких динамічних систем зручно проводити на основі синтезу власних частот коливань, де встановлюється певний взаємозв'язок між параметрами системи та режимами руху коливальних мас за різних типів силового збурення.

Тримасові системи знайшли широке практичне використання для різного класу технологічних вібраційних машин [65, 67, 77, 84, 86–88, 91, 114, 187, 189, 243, 253, 258–262, 264, 292, 315]. Їхнє виконання з електромагнітним приводом та з розрахунком на високоефективний міжрезонансний режим роботи на основі синфазних коливань окреслено в [244]. Використанням тримасових систем можуть ефективно інтенсифікуватися технологічні процеси із реалізацією полічастотних коливань. Основна увага приділяється вивченню можливих режимів роботи на основі параметричного синтезу і власних частот коливань, встановленню потрібних динамічних характеристик.

Параметри тримасової МКС ($m_1, m_2, m_3, c_1, c_2, c_{i3}$) визначають власні частоти системи ω_{0i3} , ω_{01} і ω_{02} й амплітуди коливань мас, а вибір режиму роботи здійснюється за технологічними вимогами. Серед параметрів МКС

вихідним є інерційне значення робочого органа, виходячи із технологічних і конструктивних міркувань. Досліджувана тримасова МКС із силовим (електромагнітним) збуренням представлена активною коливальною масою m_1 , проміжною m_2 і реактивною m_3 , що з'єднані пружними ланками із жорсткостями c_1 і c_2 за напрямком коливань y . Силова дія від електромагнітного приводу передається на проміжну і реактивну маси. Рівняння руху електричної складової (привода) та її вплив на динамічні процеси з розгляду виключаються.

Матриці інерційних \mathbf{M} і жорсткісних \mathbf{C} параметрів (без врахування жорсткості віброізоляторів $c_{i3} \ll c_1, c_2$) та зовнішніх силових факторів \mathbf{P} на основі узагальненої системи диференціальних рівнянь руху тримасової МКС ланцюгової структури мають вигляд:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ -F \\ F \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Частотне рівняння тримасової коливальної системи можна звести до наступного вигляду:

$$\Delta(\omega) = \omega^4 - A\omega^2 + B, \quad (2.13)$$

де $A = \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2}{m_3}$, $B = c_1 c_2 \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 m_2 m_3}$ – зведені параметричні

коефіцієнти механічної системи в частотному рівнянні.

Основні дві власні частоти коливань визначаються з умови $\Delta(\omega) = 0$:

$$\omega_{01(02)} = \sqrt{\frac{A \mp \sqrt{A^2 - 4B}}{2}}, \quad (2.14)$$

а відношення власних частот $n_\omega = \omega_{02} / \omega_{01}$ набуде вигляду

$$n_\omega = \sqrt{\frac{2A}{A - \sqrt{A^2 - 4B}}} - 1. \quad (2.15)$$

Використовуючи формули (2.14) та (2.15) для системи рівнянь (2.12) можна реалізувати певні режими роботи тримасової механічної системи (резонансні одночастотні на першій чи другій власних частотах; резонансний двочастотний), підбираючи відповідним способом невідомі інерційні або пружні параметри. В інженерній практиці більш поширеним є встановлення жорсткостей пружних ланок за відомих масових характеристик коливальних мас. Аналіз формули (2.15), як функції жорсткостей, вказує на те, що задане співвідношення між власними частотами вібраційної системи може бути реалізоване за різних комбінацій її пружних параметрів (рис. 2.2). Причиною цього є те, що для фіксованого співвідношення власних частот різною буде початкова точка відліку на частотній осі, а відповідно різними значення самих власних частот. Важливим, з технологічної точки зору, оскільки вібраційна система має задовільно працювати при зміні маси завантаженого середовища, є питання вибору величини резонансного налагодження частот власних коливань (f_{01}, f_{02}) до вимушених (f_1, f_2). В загальному підході $z_1 = f_1 / f_{01}$ та $z_2 = f_2 / f_{02}$ (рис. 2.3).

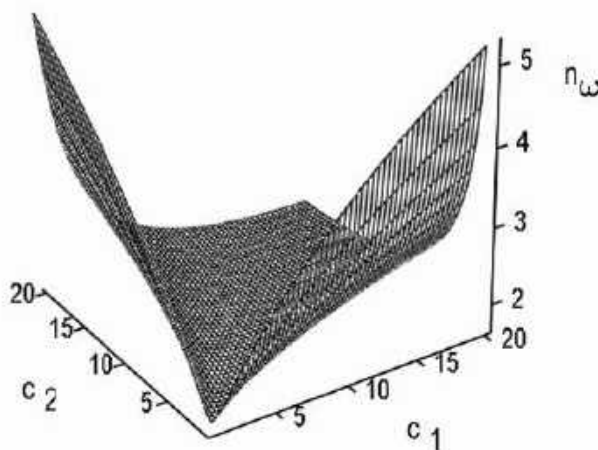


Рисунок 2.2 – Відношення власних частот за різних значень коефіцієнтів жорсткості пружних ланок

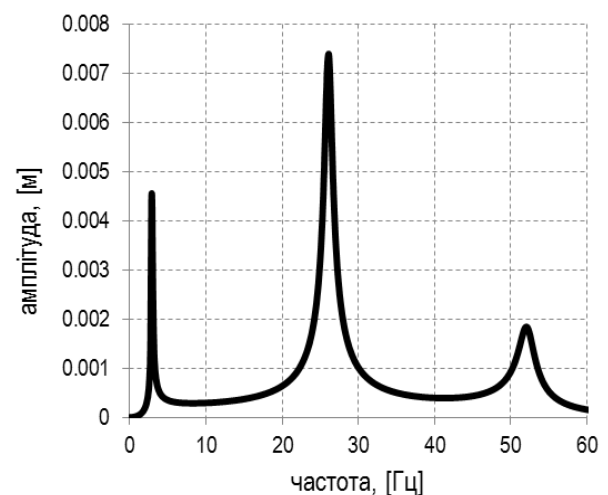


Рисунок 2.3 – АЧХ однієї із коливальних мас лінійної тримасової системи з кратними власними частотами

Зазначені власні частоти можуть по-різному сприймати технологічний опір, що може стати суттєвою перевагою двочастотних резонансних систем. Компенсація впливу змінної технологічної маси резонансними налагодженнями відбивається на значеннях жорсткостей пружних ланок. Приймаючи $z = z_1 = z_2$, для двочастотних систем із кратними 2 власними частотами та фіксуючи при цьому першу власну частоту ω_{01} , розглядають для вирішення наступну систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{01} &= \frac{\omega_1}{z} \\ n_\omega &= 2 \end{aligned} \right\}, \quad (2.16)$$

із якої визначаються значення невідомих коефіцієнтів $A = 5\omega_{01}^2$, $B = 4\omega_{01}^4$. За виразами для цих коефіцієнтів виведено формули для розрахунку жорсткостей пружних ланок, які дозволяють реалізувати двочастотні резонансні режими роботи системи за відомих її інерційних параметрів:

$$\begin{aligned} c_2 &= \frac{m_3 \left[5Mm_2 - \sqrt{Mm_2(9Mm_2 - 16m_1m_3)} \right]}{2M(m_2 + m_3)} \omega_{01}^2, \\ c_2^* &= \frac{m_3 \left[5Mm_2 + \sqrt{Mm_2(9Mm_2 - 16m_1m_3)} \right]}{2M(m_2 + m_3)} \omega_{01}^2, \\ c_1 &= 4m_1m_2m_3\omega_{01}^4 / (Mc_2), \end{aligned} \quad (2.17)$$

де $M = m_1 + m_2 + m_3$ – маса вібраційної системи.

Особливістю отриманих формул для розрахунку жорсткостей пружних ланок є те, що вони встановлюють однозначність між пружно-інерційними параметрами вібраційної системи та її власними частотами. Двозначність розв'язку за формулами (2.17) обумовлена наявністю симетричних власних форм коливань. Кратні двочастотні режими у тримасовій вібраційній системі можливі у випадку, коли виконується наступна умова

$$9Mm_2 - 16m_1m_3 \geq 0.$$

Згідно цього виразу інерційне значення реактивної коливальної маси повинно задовольняти умові

$$0 < m_3 < \frac{9m_2(m_1 + m_2)}{16m_1 - 9m_2}. \quad (2.18)$$

Зважаючи на залежність (2.18) можна припустити, що маса m_3 може впливати на гармонійний склад результуючих коливань робочого органа та слугувати засобом реалізації відповідних двочастотних коливань.

Вектори власних форм (курсивом виділено форми робочого органа), які показують розбалансування амплітуд коливань та можливі напрямки переміщень мас (рис. 2.4) відповідно становлять:

$$\mathbf{X}^{<50>, <25>} = \begin{bmatrix} -0,924 & -0,262 \\ 0,369 & -0,17 \\ -0,1 & 0,95 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}^{<50^*>, <25^*>} = \begin{bmatrix} 0,073 & 0,906 \\ -0,295 & -0,236 \\ 0,953 & -0,351 \end{bmatrix}.$$

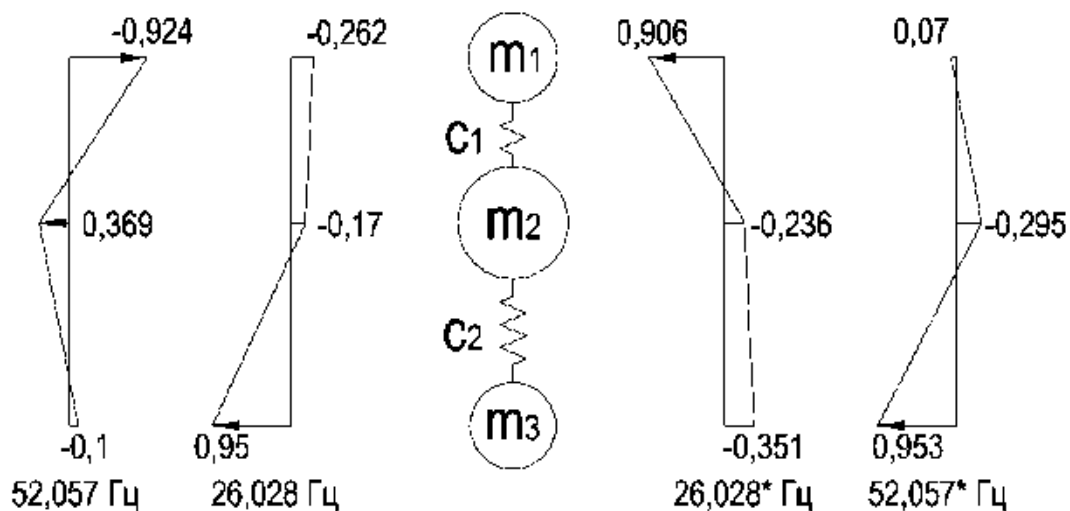


Рисунок 2.4 – Форми власних коливань за кратних частот

Ортогональність власних форм, отриманих для двох випадків набору пружних параметрів, підтверджується виразом [161, 308]:

$$m_1 \cdot \mathbf{X}_1^{<50>} \cdot \mathbf{X}_1^{<25>} + m_2 \cdot \mathbf{X}_2^{<50>} \cdot \mathbf{X}_2^{<25>} + m_3 \cdot \mathbf{X}_3^{<50>} \cdot \mathbf{X}_3^{<25>} = 0.$$

Наявність симетричних власних форм коливань приводить до можливості реалізації різного ступеня амплітуд коливань на вищих і нижчих частотах.

Встановлення ефективності використання нижчих чи вищих частот коливань в симетричній системі відповідно до варіанту розрахункових формул можна розглядом вимушених коливань двочастотної вібраційної системи.

Як окремий випадок, розглядається система із рівними за значеннями жорсткостями основних пружин $c = c_1 = c_2$ (у разі використання однотипних пружних елементів між різними коливальними масами). Тоді, підналагодження системи можливо здійснювати корекцією інерційних параметрів коливальних мас, без втручання у пружні ланки системи. Для тримасової МКС, у якої пружні ланки мають однакову жорсткість, частотне рівняння (2.13) набуде вигляду:

$$\Delta(\omega) = k_m s_m m_2^2 \omega^4 - (k_m + s_m + 2k_m s_m) c m_2 \omega^2 + c^2 \cdot (k_m + s_m + 1) = 0, \quad (2.19)$$

де $k_m = m_1 / m_2$, $s_m = m_3 / m_2$ – прийняті відношення коливальних мас.

Власні частоти коливань тримасової МКС:

$$\omega_{01(02)} = \lambda \cdot \sqrt{\frac{(k_m + s_m + 2k_m s_m) \mp \sqrt{[k_m (k_m - s_m)]^2 + (2k_m s_m)^2}}{2k_m s_m}}, \quad (2.20)$$

де $\lambda = \sqrt{c/m_2}$ – парціальна частота коливань маси m_2 .

Відношення власних частот коливань:

$$n_\omega = \sqrt{\frac{2(k_m + 2k_m s_m + s_m)}{(k_m + s_m + 2k_m s_m) - \sqrt{[k_m (k_m - s_m)]^2 + (2k_m s_m)^2}} - 1}. \quad (2.21)$$

Останній вираз не залежить від парціальної частоти коливань λ маси m_2 , а отже, і від жорсткості c пружних ланок (рис. 2.5).

Спочатку коефіцієнтами k_m і s_m згідно (2.21) забезпечується задане відношення власних частот n_ω . Для того, щоб значення власних частот фіксувалось відносно значення частоти вимушених коливань ω резонансним налагодженням z , потрібно жорсткість пружних ланок розраховувати за формулою:

$$c = \frac{(n_\omega^2 + 1) m_2 k_m s_m \left(\frac{\omega}{z}\right)^2}{k_m + 2k_m s_m + s_m}. \quad (2.22)$$

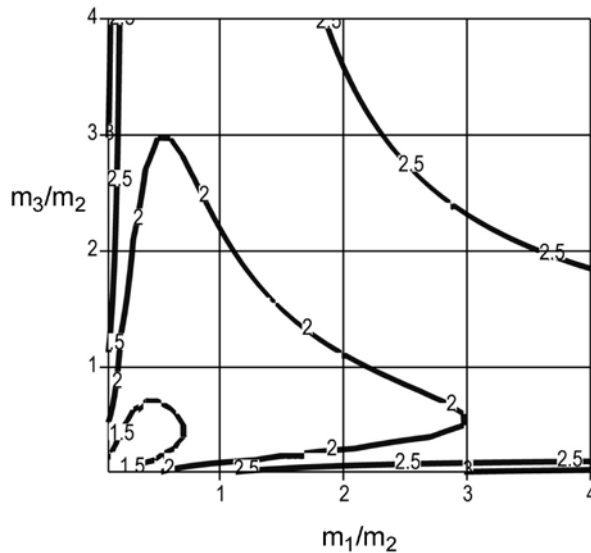


Рисунок 2.5 – Лінії рівня
функції $n_{\omega} = f(k_m, s_m)$

2.2.2. Модернізація одночастотних резонансних машин

Основну частку резонансних машин складають одночастотні двомасові системи. Тому, подальше дослідження може бути спрямовано на реалізацію двочастотних резонансних режимів роботи за рахунок їхньої модернізації, що передбачає переведення структури системи у тримасову введенням парціального модуля з відповідним розрахунком його пружно-інерційних параметрів. Відомо при цьому, що коефіцієнт жорсткості c_1 визначений традиційним чином для двомасової (напр. 100 Гц) резонансної системи:

$$c_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (2\omega_{01})^2, \quad (2.23)$$

де $\omega_{01} = \omega / z$ – частота вільних коливань в околі частоти збурення $\omega = 314$ рад/с із налагодженням до резонансу z .

Розв'язуючи рівняння (2.16) за умовою кратності власних частот коливань $n_{\omega} = 2$, отримано формулу для розрахунку коефіцієнта жорсткості c_2 парціального модуля:

$$c_2 = \frac{m_2 m_3 \left[17m_2 M - 8m_1 m_3 \mp 5m_2 \sqrt{\frac{M [9m_2 M - 16m_1 m_3]}{m_2}} \right]}{2(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)^2} \omega_{01}^2. \quad (2.24)$$

Варіації у формулі (2.24) зі знаком “ \mp ” пояснюються наявністю симетричних власних форм у тримасовій системі. Для встановлення відповідних закономірностей використані значення параметрів для побудови частотних рівнянь: $z = 1$, $m_1 = 207$ кг, $m_2 = 161$ кг, $m_3 = 25$ кг. Аналіз графічних залежностей частотних рівнянь (рис. 2.6) за розрахованих значень коефіцієнтів жорсткості вказує на те, що реалізація двочастотних резонансних режимів роботи 50/100 Гц буде забезпечена формулою (2.24) зі знаком “ $-$ ” у випадку модернізації високочастотної системи (рис. 2.6, а) (Додаток Д.1). Якщо ж модернізація здійснюється на базі двомасової резонансної машини із робочою частотою коливань 50 Гц (у формулі (2.23) відсутній множник 2), то необхідна формула для розрахунку коефіцієнта жорсткості c_2 відрізнятиметься від отриманої формули (2.24) числом “8” у знаменнику:

$$c_2 = \frac{m_2 m_3 \left[17m_2 M - 8m_1 m_3 \mp 5m_2 \sqrt{\frac{M \cdot [9m_2 M - 16m_1 m_3]}{m_2}} \right]}{8(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)^2} \omega_{01}^2. \quad (2.25)$$

Для забезпечення двочастотних резонансних режимів треба використовувати варіант формули (2.25) зі знаком “ $+$ ” (рис. 2.6, б), оскільки частотне рівняння набуває нульового значення в околі частот 50 Гц та 100 Гц (Додаток Д.2).

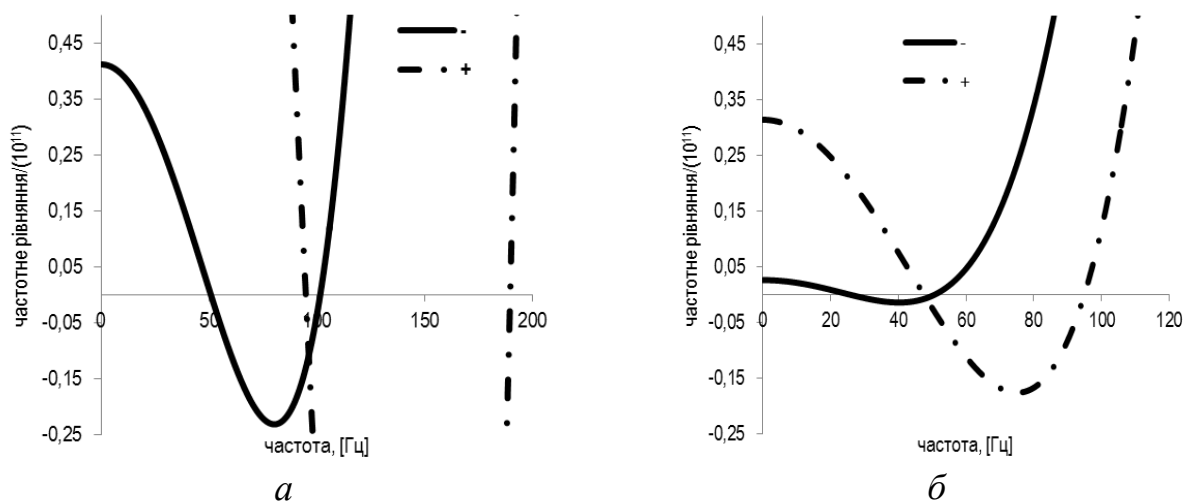


Рисунок 2.6 – Значення частотних рівнянь за розрахунку резонансних систем за вищих (а) та нижчих (б) частот збурення

2.3. Реалізація і динамічний аналіз двочастотних вібраційних систем із незалежним електромагнітним збуренням

2.3.1. Реалізація двочастотних резонансних режимів

Досягнення заданих режимів роботи двочастотних систем є засобом вибору їхніх інерційно-жорсткісних параметрів відповідно до схем збурення. Зокрема, конструктивну схему двочастотного резонансного вібраційного стола з ЕМВ (рис. 2.7, а) виконано на основі тримасової системи з врахуванням наступних положень:

- за робочий орган прийнята проміжна коливальна маса m_2 для того, щоб зміна маси завантаження не впливала на величину початкового повітряного проміжку δ_0 в електромагнітному приводі та деформацію основних резонансних пружних елементів c_1 та c_2 , і як результат на значення власних частот системи ω_{01} і ω_{02} . Оскільки жорсткість віброізоляторів $c_{iz} \ll (c_1, c_2)$, то при завантаженні деформацію сприйматимуть віброізолятори, а зміна їхньої жорсткості не впливає на значення основних власних частот коливань;
- силове збурення на обох власних частотах системи електромагнітним приводом здійснюватиметься між проміжною m_2 та реактивною m_3 коливальними масами з використанням простих схем живлення на 25/50/100Гц.

Двочастотний резонансний вібраційний стіл [51] представлено коливальними масами 1 – 3, що мають значення m_1 , m_2 , m_3 . З'єднання робочого органа 2 з реактивною масою 3 здійснюється плоскими пружинами 4 із жорсткістю c_2 у вертикальному напрямі, а з'єднання робочого органа 2 з активною масою 1 здійснюється через пружні елементи 5 жорсткістю c_1 . Встановлюється вібраційний стіл на основу через віброізолятори 6. Інерційно-жорсткісні параметри системи визначають дві робочі власні частоти коливань. Двочастотність системи проявляється не тільки її власними частотами, але і частотами збурення, які визначає електромагнітний привід у складі осердь з

котушками 7, 8 та якорів 9, 10 із періодичними тяговими зусиллями $F_1(t)$, $F_2(t)$ і частотами живлення, близькими до власних частот системи. Таким чином встановлюється резонансний двочастотний режим роботи. Форма масою m_ϕ з бетоноsumішшю 11 масою m_σ встановлюється жорстко на робочому органі 2.

Використано схему двочастотного живлення (рис. 2.7, б) осердь 12 на 50Гц і осердь 13 на 100Гц, встановлених відносно якорів 14 із початковим повітряним проміжком величиною δ_0 , на який в процесі роботи не впливає зміна маси завантаження. Для забезпечення частоти вимушених коливань 50Гц використовується діод 15, а для частоти 100Гц осердь 13 живлення здійснюється безпосередньо з мережі. За рахунок цього робочий орган здійснює періодичні двочастотні коливання, регулювання амплітуд коливань на відповідних частотах забезпечується зміною тягових зусиль ЕМВ, зокрема зміною напруги живлення $u(t)$ на окремих електромагнітах або зміною кількості ЕМВ у відповідних схемах вмикання. Встановленням відповідного зсуву фаз φ між осердям 12 і 13 ЕМВ за допомогою фазорегулятора 16 між фазами А і В досягається потрібний коефіцієнт асиметрії пришвидшення робочого органа, значення якого впливає ефективність технологічних процесів, зокрема на ущільнення багатокomпонентних сипких і дрібних кускових матеріалів.

Параметри системи визначають власні частоти системи ω_{01} і ω_{02} та амплітуди коливань мас. Вибір режиму роботи, який визначає підбір параметрів здійснюється за технологічними вимогами та геометричними розмірами та фізико-механічними властивостями бетонної суміші [118, 123, 125], що підлягає вібраційному ущільненню. Серед розрахункових параметрів вихідним є значення m_2 робочого органа, виходячи із технологічних і конструктивних міркувань. Розрахунок інших параметрів здійснюється на основі синтезу власних частот системи ω_{01} і ω_{02} , в процесі якого визначаються параметри m_1 , m_3 , c_1 , c_2 .

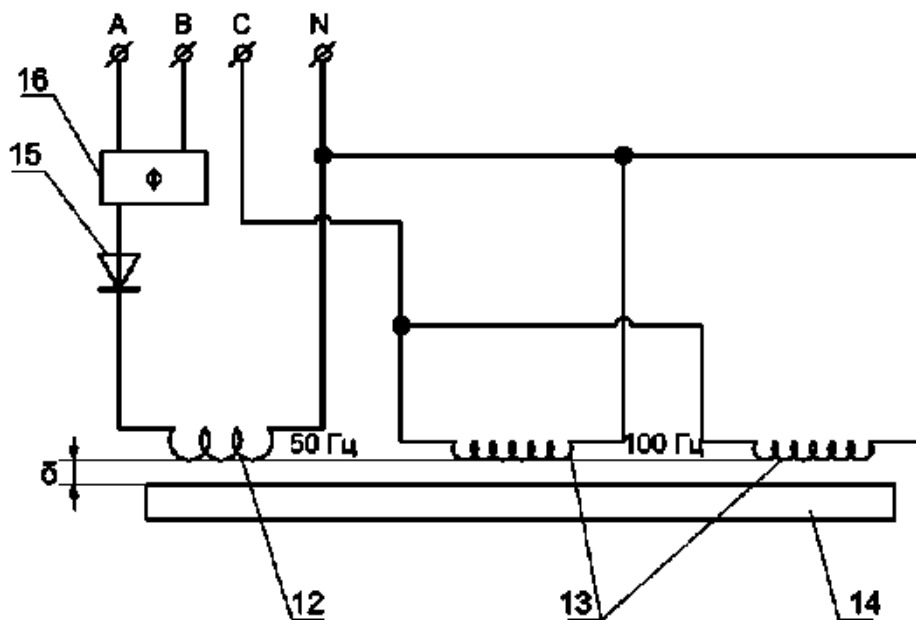
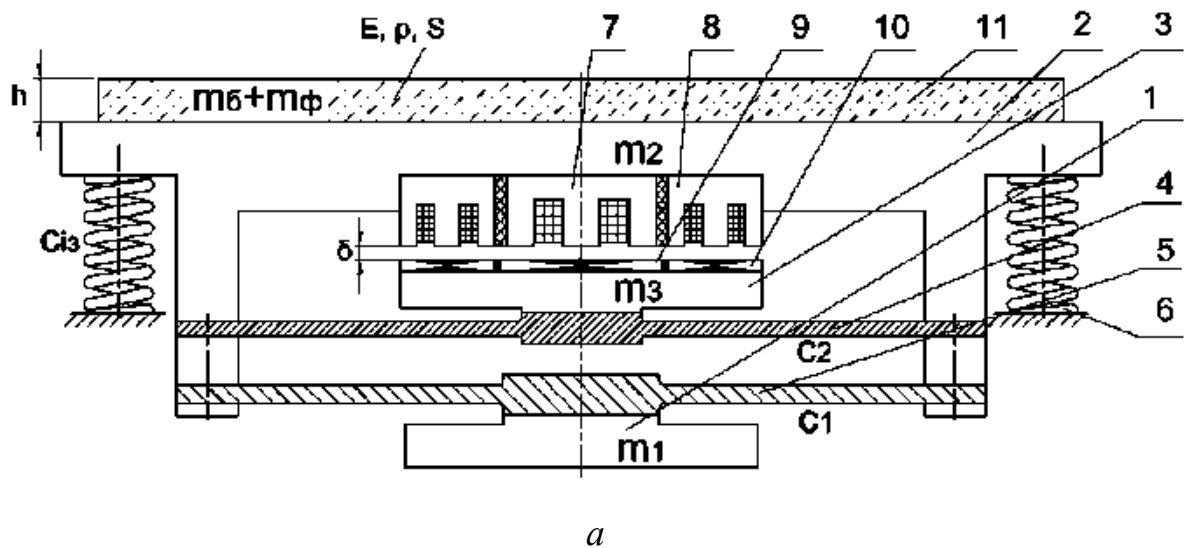


Рисунок 2.7 – Структурна (а) та принципова схеми живлення (б) двочастотного резонансного вібраційного стола з ЕМВ:

1 – робочий орган; 2 – реактивна маса; 3 – активна маса; 4, 5 – резонансні пружні елементи (плоскі пружини); 6 – віброізолятори (циліндричні виті пружини); 7, 8 та 9, 10 – осердя та якорі ЕМВ; 11 – бетоносуміш з формою; 12 – осердя ЕМВ з частотою коливань 50 Гц; 13 – осердя ЕМВ з частотою коливань 100 Гц; 14 – якорі ЕМВ; 15 – діод; 16 – фазорегулятор

Реалізувати двочастотні резонансні режими роботи вібраційної системи за відомих її масових характеристик можна за комбінації пружних параметрів (2.17), що визначено на основі синтезу кратності 2 власних частот коливань лінійної тримасової системи. За обох комбінацій пружних параметрів відповідно змінюються значення власних форм коливань на відповідних власних частотах. За вимушених коливань акцент за амплітудою відповідно ставиться на нижчій чи вищій частоті, залежно від співвідношень між власними формами (для більшого значення власної форми потрібно менше амплітудне значення тягового зусилля ЕМВ). Перевантаження на відповідних частотах може досягати однакових значень за умови $Y_{21}\omega_1^2 = Y_{22}\omega_2^2$. Так як $\omega_2 = 2\omega_1$, а відповідна умова для амплітуд набуде вигляду $Y_{21} = 4Y_{22}$.

Узагальнена модель електромеханічних тримасових вібраційних систем з незалежним електромагнітним збуренням (з імпульсною 50 Гц та реактивною 100 Гц схемами) набуде вигляду:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{k_1}{2(\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t)))} \cdot \dot{i}_1(t) + \left[r_1 + (1 - \Phi[i(t)]) \cdot r^{<->} + r^{<+>} + \frac{k_1 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t))}{2(\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t)))^2} \right] \cdot i_1(t) = u_1(t); \\ & \frac{k_2}{2(\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t)))} \cdot \dot{i}_2(t) + \left[r_2 + \frac{k_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t))}{2(\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t)))^2} \right] \cdot i_2(t) = u_2(t); \\ & m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) = 0; \\ & m_2 \ddot{y}_2(t) - c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) - b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) + c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t)) + \\ & + b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) + c_{i_3} \cdot y_2(t) + b_{i_3} \cdot \dot{y}_2(t) = f(t); \\ & m_3 \ddot{y}_3(t) - c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t)) - b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) = -f(t); \\ & f(t) = \frac{n_1 \cdot k_1}{4} \left[\frac{i_1(t)}{\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t))} \right]^2 + \frac{n_2 \cdot k_2}{4} \left[\frac{i_2(t)}{\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t))} \right]^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

де $u_1(t) = U_{01} \sin(\omega t + \varphi)$, $u_2(t) = U_{02} \sin(\omega t)$ – закони зміни напруги живлення;

φ – зсув фаз між напругами живлення електромагнітів;

n_1 та n_2 – число ЕМВ у відповідних схемах.

Забезпечивши в механічній системі кратні власні частоти коливань, які знаходяться в межах вимушених частот коливань 50 Гц і 100 Гц на базі імпульсної $u_1(t)$ та реактивної $u_2(t)$ схем живлення, підбираються амплітудні значення номінальних напруг U_{01} і U_{02} , кількість незалежних ЕМВ n_1 і n_2 , зсув фаз φ таким чином, щоб отримані амплітуди коливань робочого органа на відповідних вимушених частотах відповідали раціональним амплітудам технологічного процесу. Для аналізу прийнято, що в обох схемах задіяні однакового типу ЕМВ, а тому $k_1 = k_2$. Для збурення основної гармоніки на нижчій частоті коливань (50 Гц) приймається однокатна схема ЕМВ, що містить додаткову високочастотну (100 Гц) гармоніку. Ефективність сприйняття коливальною системою відповідної гармоніки за кратних власних частот коливань визначається значеннями власних форм коливань робочої маси.

2.3.2. Динамічний аналіз систем за одночастотного збурення

Розглядається задача оцінки якості реалізації динамічних режимів двочастотної вібраційної системи з робочими параметрами коливальних мас системи: $m_2 = 36,3$ кг, $m_1 = 13,4$ кг, $m_3 = 10,2$ кг. Двочастотний резонансний режим ($z = 0,98$) забезпечується за таких комбінацій пружних параметрів:

– *варіант I* – $c_1 = 3,936 \cdot 10^6$ Н/м, $c_2 = 8,889 \cdot 10^5$ Н/м;

– *варіант II* – $c_1 = 1,093 \cdot 10^6$ Н/м, $c_2 = 3,203 \cdot 10^6$ Н/м.

Власні частоти коливань за представлених пружних параметрів становлять 51 Гц та 102 Гц. Оцінимо якість реалізації можливих динамічних режимів робочої маси m_2 , оперуючи отриманими значеннями пружних параметрів та варіантами виконання двочастотної системи. При цьому застосовуватимемо типові схеми збурення ЕМВ. Варіант такого виконання роботи системи декларується у [106]. Для аналізу застосовано набір електромагнітних характеристик: $\omega = 314$ рад/с, $\gamma = 0,04$, $\delta_0 = 0,005$ м, $r = 18$ Ом, $w = 650$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3}$ м², $n = 3$, $U_0 = 120$ В, $r^{<+>} = 0,001$ Ом, $r^{<->} = 10^8$ Ом.

Варіант I. За результатами моделювання (рис. 2.8) для цього варіанту спостерігається двочастотність роботи машини з акцентом на гармоніку (50Гц) за імпульсної схеми та перевагою 100Гц гармоніки для реактивної схем живлення (Додаток Е).

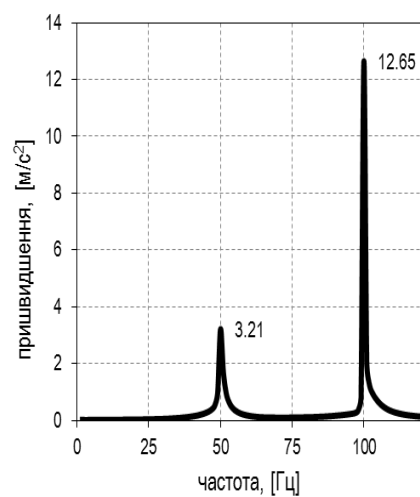
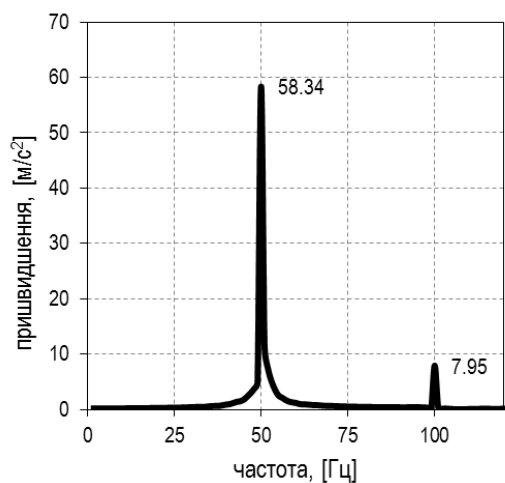
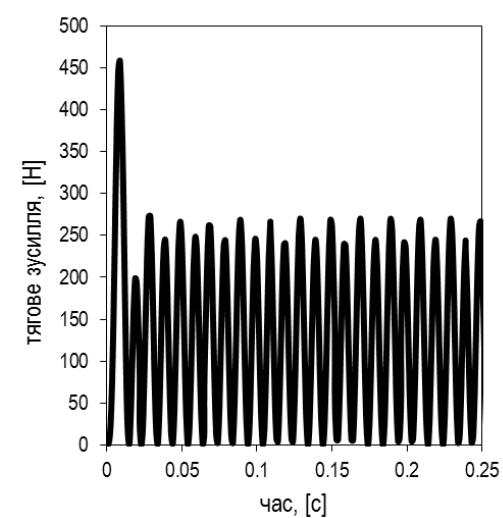
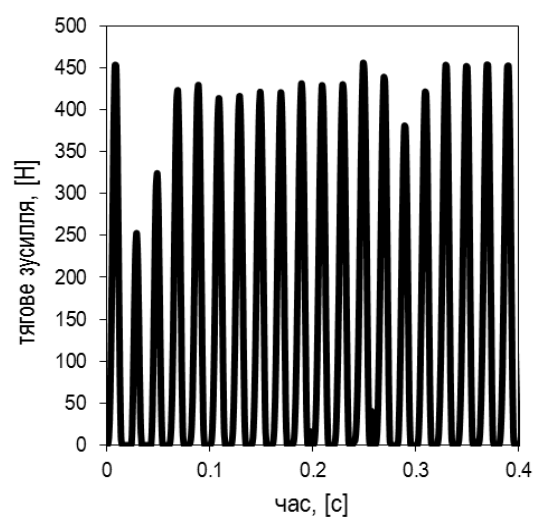
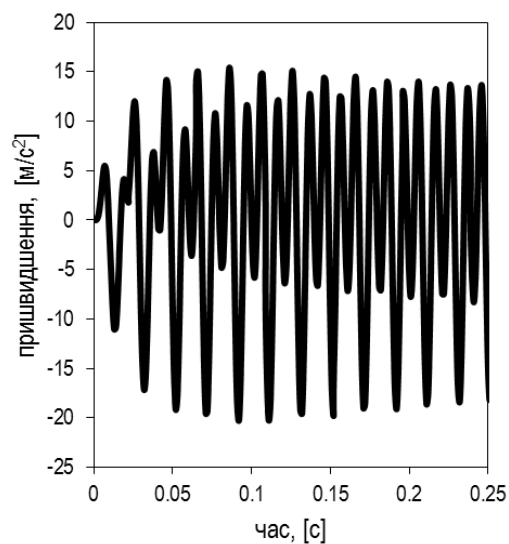
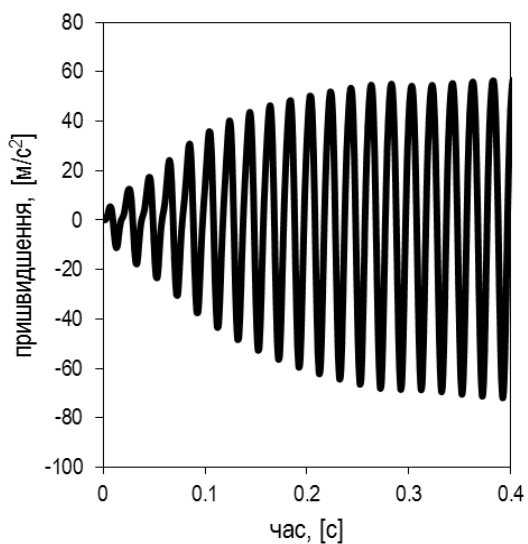
Варіант II. Для цього варіанту системи характерним (рис. 2.9) є чітко виражена робота у високочастотній області з наявністю низькочастотної гармоніки (50Гц) за імпульсного збурення. За реактивного живлення система працює у високочастотній області.

Система за *варіантом I* пружних параметрів є раціональною за визначеними критеріями ефективності функціонування за імпульсного збурення (табл. 2.2). Робочий орган генерує двочастотні коливання з невисоким вкладом високочастотної гармоніки. У разі перемикавання на реактивну схему збурення домінують високочастотні коливання. Однак ефективність їхньої реалізації є нижчою, оскільки не вибирається весь повітряний проміжок в ЕМВ. *II-ий варіант* виконання машини не є раціональним з точки зору можливості реалізації двочастотних коливань. Тому, *варіант I* комбінації пружних параметрів для ефективного використання резонансного режиму роботи найбільш придатний. Невисокі показники для значення ККД вказують на завищене значення номінального повітряного проміжку.

Таблиця 2.2 – Результати моделювання двочастотних резонансних систем

№ варіанту виконання системи	Схема живлення привода	Основні характеристики			Показник ефективності	
		$a_{p \max}$, [м/с ²]	P, [Вт]	B*, [Тл]	η , [-]	ζ_a , [(м/с ²)/Вт]
<i>I</i>	імпульсна	60,57	352,28	0,29	0,48	0,17
	реактивна	20,27	301,16	0,26	0,014	0,07
<i>II</i>	імпульсна	32,88	367,46	0,26	0,049	0,09
	реактивна	39,45	309,87	0,26	0,087	0,13

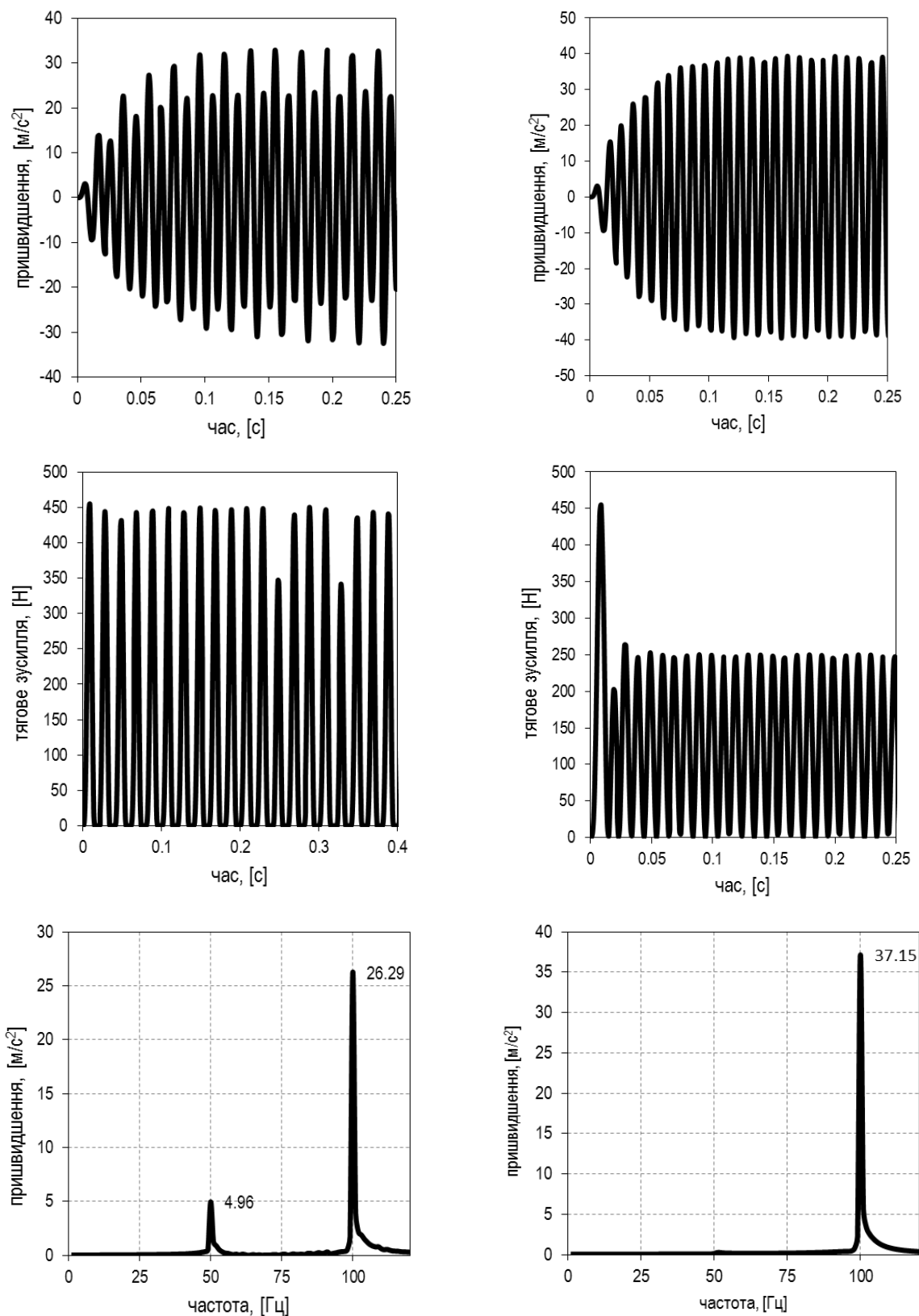
* максимальне значення



а

б

Рисунок 2.8 – Характеристики роботи двочастотної системи (варіант І) за однократної (а) та реактивної (б) схем живлення



а

б

Рисунок 2.9 – Характеристики роботи двочастотної системи (варіант II) за однофазної (а) та реактивної (б) схем живлення

2.3.3. Вплив зсуву фаз на гармонійний склад пришвидшення робочої маси

Задача аналізу – оцінка впливу параметрів незалежного збурення на амплітуду та гармонійний склад пришвидшення робочої маси. У системі (2.26) приймаються варійованими наступні параметри системи

– відношення номінальних значень напруг $k_U = U_{01}/U_{02}$

$$0 < k_U \leq 1, \quad (2.27)$$

– зсув фаз φ

$$0 \leq \varphi \leq 150^\circ, \quad (2.28)$$

– к-сть електромагнітів, ввімкнених однократно n_1 та реактивно n_2 .

Задача оптимізаційного синтезу приймає вигляду:

$$a_{2\max}(\varphi)_{k_U} \rightarrow \max. \quad (2.29)$$

В певному сенсі задача виду (2.29) розв'язана попередньо (див. табл. 2.1), де отримано максимальне значення пришвидшення робочої маси за імпульсної схеми живлення усіх ЕМВ ($\varphi = 0, n_2 = 0$). Очевидно, що зміна фази суттєво впливає на гармонійний склад пришвидшення (рис. 2.10, Додаток Ж), зокрема на амплітудні значення основної A_{21} (50Гц) та кратної їй високочастотної A_{22} (100Гц) гармонік (прийнято $n_1 = 1, n_2 = 2$, *варіант Л*). Значення зсуву фаз $\varphi \approx 30^\circ$ є оптимальним з точки зору максимуму пришвидшення робочої маси. Окрім цього зміна фази суттєво впливає на низькочастотну складову A_{21} та практично не впливає на високочастотну A_{22} .

Представлена двочастотна система з незалежним і регульованим за фазою збуренням є доцільною з точки зору реалізації резонансних режимів із різним гармонійним складом пришвидшення.

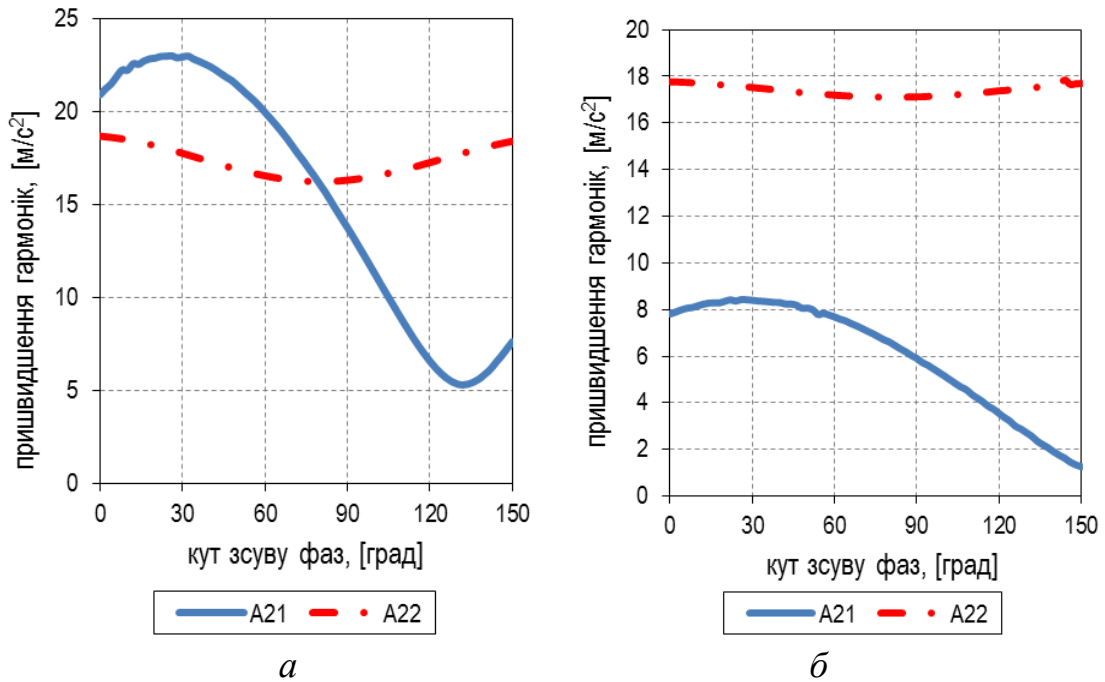


Рисунок 2.10 – Вплив зсуву фаз між імпульсною та реактивною схемами живлення на амплітудні значення першої A_{21} та другої A_{22} гармонік пришвидшення робочої маси для різних коефіцієнтів напруги:

$$a - k_U = 0,5; \quad б - k_U = 0,25$$

2.3.4. Синтез оптимальних параметрів збурення

Особливий інтерес має задача, покликана на реалізацію раціональних з точки зору технології оброблення заданого технологічного двочастотного режиму роботи та досягнення відповідних кінематичних параметрів:

$$\begin{aligned} A_{21}(n_1, n_2, k_{U1}, k_{U2}, \varphi) &\equiv A_{21}^*, \\ A_{22}(n_1, n_2, k_{U1}, k_{U2}, \varphi) &\equiv A_{22}^*, \end{aligned} \quad (2.30)$$

де A_{21}^* , A_{22}^* – технологічно задані значення нижчої та вищої гармонік пришвидшення робочої маси.

Критерієм оптимальних параметрів збурення приймемо мінімальне значення середньоквадратичного відхилення Δ_A , отриманих в процесі чисельного розв'язку дійсних значень гармонік пришвидшення робочої маси A_{21} та A_{22} від заданих A_{21}^* і A_{22}^* . При цьому, маючи гарантію, що за відомих параметрів електромагнітного привода та прийнятого числа ввімкнених однофазно n_1^* та реактивно n_2^* електромагнітів, в межах прийнятих меж

зміни параметрів оптимізації будуть досягнуті відповідні технологічні показники, задачу можна звести до меншого числа шуканих змінних в межах заданого інтервалу:

$$\Delta_A(k_{U1}, k_{U2}, \varphi) = \sqrt{\frac{1}{m} \cdot \left[\sum_{i=1}^m [A_{21}(k_{U1}, k_{U2}, \varphi) - A_{21}^*]^2 + \sum_{i=1}^m [A_{22}(k_{U1}, k_{U2}, \varphi) - A_{22}^*]^2 \right]} \rightarrow \min, \quad (2.31)$$

за групи обмежень, що відображають раціональні характеристики пришвидшення гармонік робочої маси для віброуцільнення [125] та межі зміни параметрів

$$\left. \begin{aligned} A_{21}(k_{U1}, k_{U2}, \varphi) - 14,72 &= 0, \\ A_{22}(k_{U1}, k_{U2}, \varphi) - 39,24 &= 0, \\ 0 < k_{U1} &\leq 1, \\ 0 < k_{U2} &\leq 1, \\ 0 \leq \varphi &\leq 120^\circ. \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

Для прикладу, приймаючи наступними характеристики привода $U_0 = 190\text{В}$, $n_1 = 1$, $n_2 = 3$, $\omega = 314\text{рад/с}$, $\gamma = 0,04$, $\delta_0 = 0,006\text{м}$, $r_{np} = 18\text{Ом}$, $w = 450$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3}\text{м}^2$, $r^{<+>} = 0,001\text{Ом}$, $r^{<->} = 10^8\text{Ом}$, розглянуто задачу пошуку оптимальних умов збурення для реалізації процесу віброуцільнення двочастотною вібраційною системою.

Розв'язується задача (2.31) чисельно за методом Левенберга-Марквардта в два етапи (Додаток 3). Для цього, ввівши попередньо залежність для змінних $k_{U1}(\varphi)$ та $k_{U2}(\varphi)$, за розв'язком системи (2.32) отримуємо для вектору $\varphi = [0, 10^\circ \dots 120^\circ]^T$ наближені значення $k_{U1}(\varphi)$ та $k_{U2}(\varphi)$, що забезпечують дійсні значення гармонік пришвидшення в околі накладених обмежень (рис. 2.11, а). На другому етапі вирішується оптимізаційна задача (2.31) за однією змінною $\Delta_A(\varphi) \rightarrow \min$ (рис. 2.11, б). Оптимальним (з точки зору мінімального середньоквадратичного відхилення $\Delta_{A\min} = 5,421\text{ м/с}^2$, отриманих пришвидшень

гармонік робочої маси $A_{21}(\varphi)$ та $A_{22}(\varphi)$ від потрібних технологічних значень A_{21}^* та A_{22}^* є значення фази $\varphi^* = 40^\circ$ та відповідні йому розрахункові параметри коефіцієнтів напруг $k_{U1}(\varphi)$ та $k_{U2}(\varphi)$. Особливістю досліджуваної системи є те, що для реалізації закладених двочастотних режимів роботи споживається за різних значень зсуву фаз φ відносно постійне значення споживаної потужності P (рис. 2.11, б).

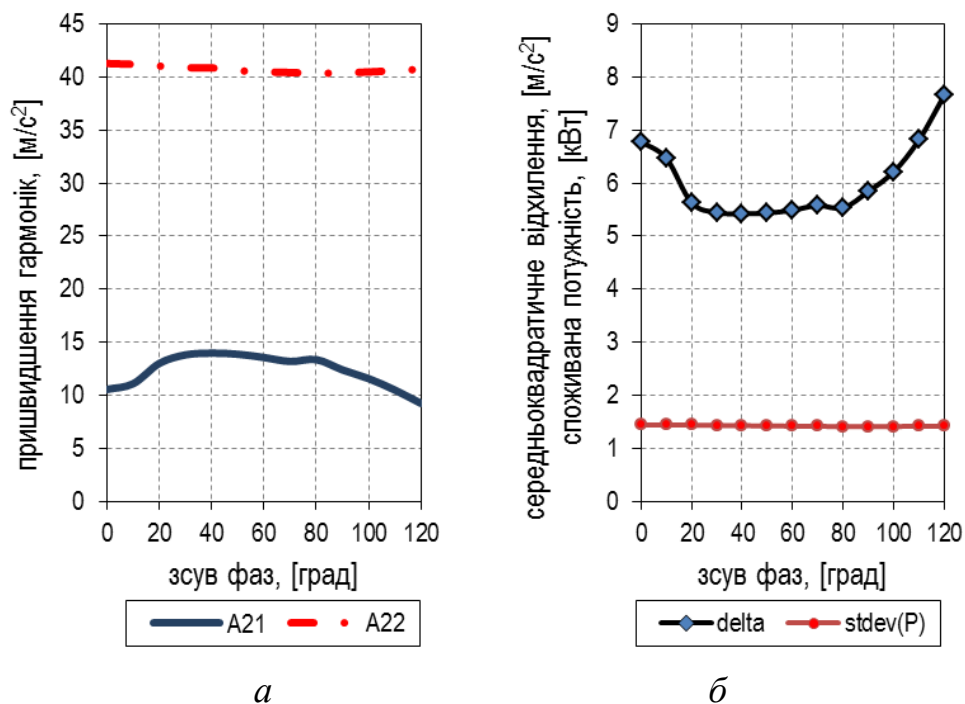


Рисунок 2.11 – Вплив зсуву фаз між імпульсною та реактивною схемами живлення на амплітудні значення першої та другої гармонік пришвидження робочої маси (а) та на середньоквадратичні відхилення пришвидження і споживаної потужності (б)

У випадку роботи без фазорегулятора значення фази може набувати значень $\varphi = \pm 120^\circ$ залежно від вибору конкретної фази для відповідної схеми збурення. Забезпечення значень технологічних параметрів за відповідної фази здійснюється безпосередньо параметрами k_{U1} та k_{U2} .

2.4. Розроблення резонансного двочастотного вібраційного стола для ущільнення бетоноsumішей

Вихідним параметром у розрахунку вібраційних столів є значення маси робочого органа, що приймається за відомими масово-геометричними характеристиками формованого виробу. Далі визначається решта інерційно-жорсткісних параметрів механічної системи, залежно від її структури та умов роботи. За допомогою програми SolidWorks проведено розробку 3D-моделі двочастотного вібраційного стола (рис. 2.12) для ущільнення будівельних сумішей із габаритами робочого органа 600x250 мм. Він виконаний за тримасовою структурою у складі активної маси 1 (m_1), робочого органа 2 (m_2), реактивної маси 3 (m_3). З'єднання робочого органа 2 з реактивною масою 3 здійснюється плоскою пружиною 4 із жорсткістю c_2 у вертикальному напрямі, а робочого органа 2 з активною масою 1 через пружину 5 жорсткістю c_1 . Встановлюється вібраційний стіл на основу через віброізолятори 6. Інерційно-жорсткісні параметри тримасової системи визначають дві основні власні частоти коливань (без врахування жорсткості віброізоляторів). Двочастотність системи проявляється не тільки її власними частотами, але і частотами збурення, які визначає електромагнітний привод у складі осердь з котушками 7, 8 та якорів 9, 10 із характеристикою за періодичними тяговими зусиллями $F_1(t)$, $F_2(t)$ і частотами живлення, близькими до власних частот системи. Форма масою m_ϕ з бетоноsumішшю масою m_σ встановлюється жорстко на робочому органі 2.

Регулювання амплітуд коливань на відповідних частотах забезпечується зміною величини тягових зусиль ЕМВ, зокрема зміною напруги живлення $u(t)$ на окремих електромагнітах або зміною їх кількості у відповідних схемах вмикання. Встановленням відповідного зсуву фаз φ між осердями ЕМВ 7 та 8, які живляться на кратних 2 та відповідають власним частотам, досягається

потрібний для ефективного здійснення процесу ущільнення коефіцієнт асиметрії пришвидшення робочого органа у вертикальному напрямі.

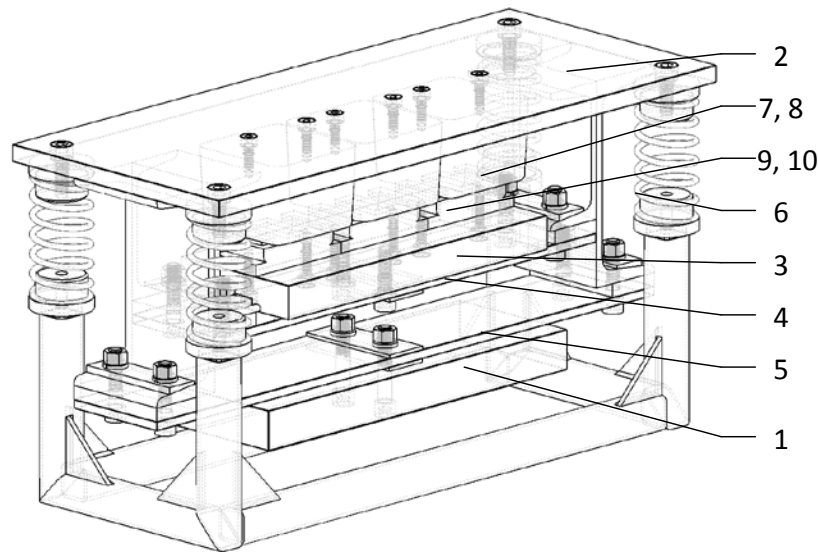


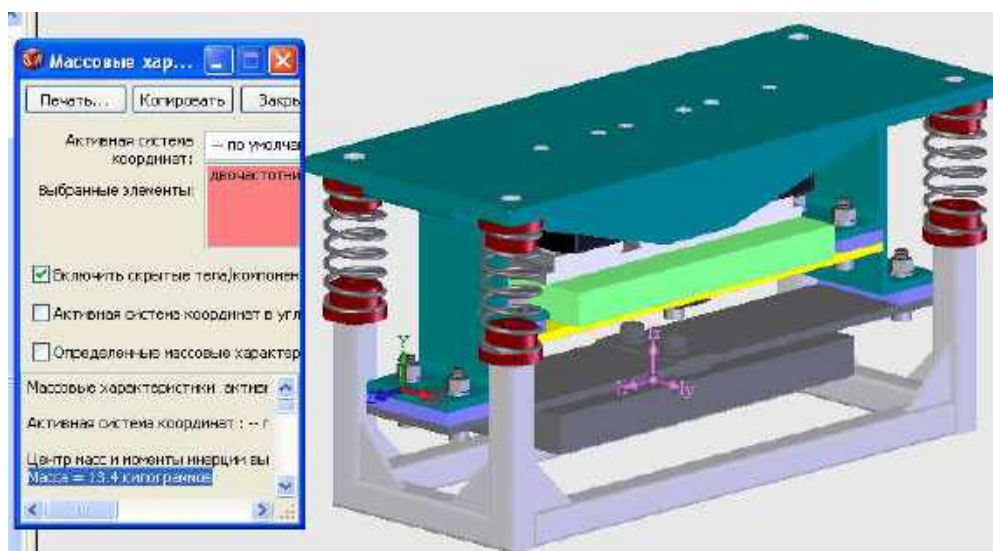
Рисунок 2.12 – Загальний вигляд вібраційного стола (без ребер жорсткості): 1 – активна маса; 2 – робочий орган; 3 – реактивна маса; 4, 5 – резонансні пружні елементи; 6 – віброізолятори; 7, 8 та 9, 10 – осердя та якорі ЕМВ

В конструкцію зварного робочого органа внесено ребра жорсткості, котрі забезпечили значення його власної частоти згинальних коливань із умови $f_0^* \geq 4f$ ($f = 100$ Гц – верхня частота вимушених коливань). Програмою встановлено реальні інерційні параметри коливальних мас тримасової структури (рис. 2.13), для можливості здійснення синтезу пружних характеристик. Знаючи інерційні характеристики тримасової системи на основі її частотного рівняння (2.2) формується алгоритм розв'язку власних частот коливань через матриці масово-жорсткісних коефіцієнтів, за невідомих жорсткостей пружних елементів c_1, c_2 у вигляді:

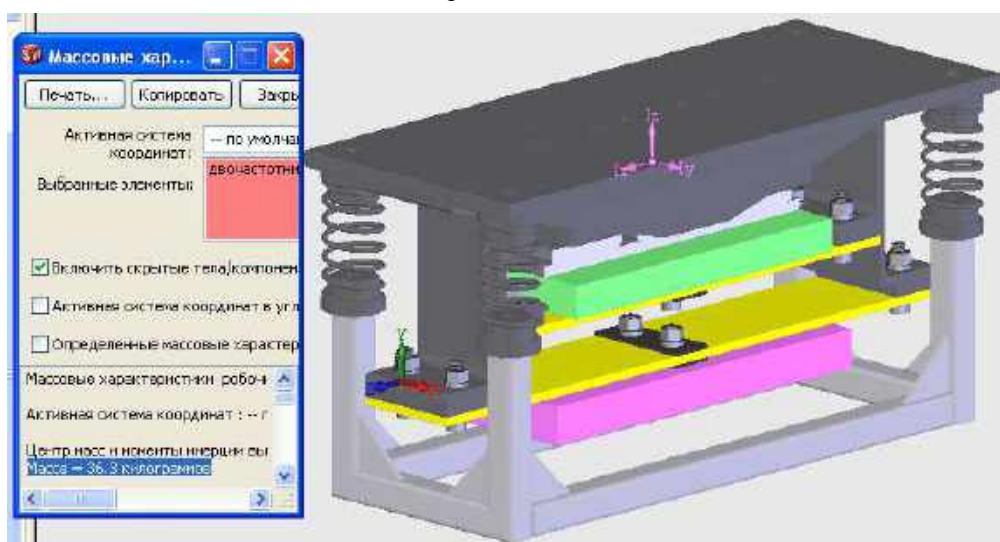
$$\omega_{0(1,2)}(c_1, c_2) = \sqrt{\text{eigenvals}(M^{-1} \cdot C)}, \quad (2.33)$$

де $\omega_{01} = 628$ рад/с (314 рад/с), $\omega_{02} = 314$ рад/с (157 рад/с) – задані значення власних частот коливань механічної системи;

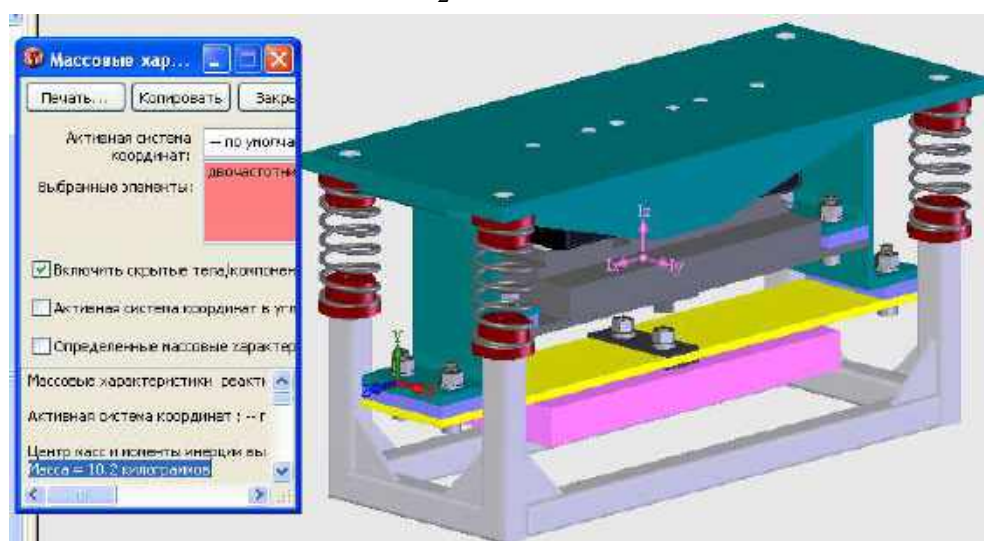
M, C – матриці масово-жорсткісних коефіцієнтів (діагональна та симетрична відповідно).



$$m_1 = 13,4 \text{ кг}$$



$$m_2 = 36,3 \text{ кг}$$



$$m_3 = 10,2 \text{ кг}$$

Рисунок 2.13 – Значения масс конструктивных модулей вибраційного стола

У розв'язку сформованого в програмі MathCad [296, 297] алгоритму використано функції *eigenvals* – для визначення власних частот коливань системи та *find*, яка за попередньо прийнятого наближення значень жорсткостей c_1 , c_2 шукає такі їхні точні значення, що задовольняють значення закладених власних частот коливань (рівність нулю частотного рівняння). Записаний (Додаток К) алгоритм може використовуватися і для реалізації одночастотних режимів на першій або другій власній частоті системи.

Для забезпечення резонансних двочастотних режимів роботи 50Гц/100Гц і 25Гц/50Гц за відомих масових характеристик системи отримано відповідно значення жорсткостей пружних елементів: $c_1 = 3,777 \cdot 10^6$ Н/м, $c_2 = 8,528 \cdot 10^5$ Н/м та $c_1 = 9,442 \cdot 10^5$ Н/м, $c_2 = 2,132 \cdot 10^5$ Н/м. В обох випадках співвідношення жорсткостей становить $c_1/c_2 = 4,43$. Аналогічного результату можна отримати скориставшись формулами (2.17).

За відомих інерційно-жорсткісних параметрів механічної системи моделюється її динаміка з врахуванням взаємозв'язку між механічною складовою системи та ущільнювальною сумішшю. Система диференціальних рівнянь руху МКС тримасової вібраційної машини з двочастотним силовим збуренням доповнюється хвильовим рівнянням з врахуванням внутрішнього комплексного тертя в суміші [124, 199, 295]. Система диференціальних рівнянь процесу вібраційного ущільнення механічною коливальною системою запишеться у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) &= 0; \\ (m_2 + k_{np} \cdot m_{зас}) \ddot{y}_2(t) - c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) + c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t)) + \\ + c_{іс} \cdot y_2(t) + R(t) - b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) + b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) + b_{іс} \cdot y_2(t) &= \\ = F_1(t) + F_2(t); \\ m_3 \ddot{y}_3(t) - c_2^* \cdot (y_2(t) - y_3(t)) - b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) &= -F_1(t) - F_2(t); \\ \rho_c \frac{\partial^2 u_c^a(y, t)}{\partial t^2} - E^* \frac{\partial^2 u_c^a(y, t)}{\partial y^2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

де $u_c^a(y, t)$ – абсолютне переміщення точок шару суміші в часі;

$R(t) = E^* S_c \cdot (\partial u_c^a(0, t) / \partial y)$ – реакція шару суміші на робочий орган;

S_c – площа перерізу суміші в горизонтальній площині;

ρ_c – насипна густина суміші масою $m_{заб}$;

c_1, c_2, c_{i3} – жорсткості резонансних плоских пружин, віброізоляторів;

$E^* = E_c(1 + i\gamma_c)$ – комплексний модуль пружності суміші;

γ_c – показник внутрішнього опору суміші, $\gamma_c = 0,4$;

$F_1(t) = F_{01} \sin(\omega_1 t)$, $F_2(t) = F_{02} \sin(\omega_2 t - \pi / 2)$ – закони збурення системи.

Зведене значення модуля пружності сипкої суміші з n -компонентів можна визначити за формулою [66]:

$$E_c = \frac{100}{\sum_{i=1}^n \frac{\varepsilon_i}{E_i}}, \quad (2.35)$$

де ε_i – % вміст кожного компонента;

E_i – модуль пружності складових суміші.

За аналогією розраховується середнє значення насипної щільності.

Рівняння коливань бетоносуміші розглядається за неоднорідних граничних та нульових початкових умов:

$$u_c^a(0, t) = y_2(t), \quad E^* S_c \frac{\partial u_c^a(h, t)}{\partial y} = 0. \quad (2.36)$$

У такому випадку результуючі абсолютні двочастотні коливання $u_c^a(y, t)$ шару h бетоносуміші отримаємо у вигляді:

$$u_c^a(y, t) = y_2(t) \cdot \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left(\cos\left(\frac{\omega_i}{|c_0|} y\right) + \sin\left(\frac{\omega_i}{|c_0|} y\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\omega_i}{|c_0|} h\right) \right), \quad (2.37)$$

де $c_0 = \sqrt{E^* / \rho_c}$ – швидкість поширення хвилі в середовищі.

Реакція шару бетоносуміші [124] у випадку двочастотних коливань буде визначатися з врахуванням (2.37):

$$R(t) = E^* S_c \cdot y_2(t) \cdot \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\omega_i}{|c_0|} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_i}{|c_0|} h \right) \right). \quad (2.38)$$

Моделювання механічної складової системи (2.34) здійснено числовим способом в програмі MathCAD (Додаток Л).

Амплітудні значення тягових зусиль ЕМВ підбираються (уточнюється їх тип та кількість) для забезпечення заданих амплітуд коливань на відповідних частотах живлення. У даному випадку для вищих частот використано два, а для нижчої один електромагніти вібраційні типу ЭМ68-08-231-00УХЛ4. АЧХ коливальних мас за можливих, кратних 2, двочастотних режимів (рис. 2.14). Амплітудні значення тягових зусиль ЕМВ для забезпечення потрібних кінематичних характеристик повинні становити $P_1 = 400$ Н та $P_2 = 150$ Н.

Вибрані параметри суміші $h = 0,1$ м, $c_0 = 51,89$ м/с, $S_c = 0,06$ м², $m_{зав} = 12$ кг, $k_{np} = 0,2$ характеризуються змінною амплітудою (рис. 2.15) періодичних коливань точок шару за висотою відповідно до (2.37). Максимальне значення нормальної динамічної сили шару суміші на робочий орган (рис. 2.16.) згідно (2.38) становить $|R_{\max}| = 1,437$ кН.

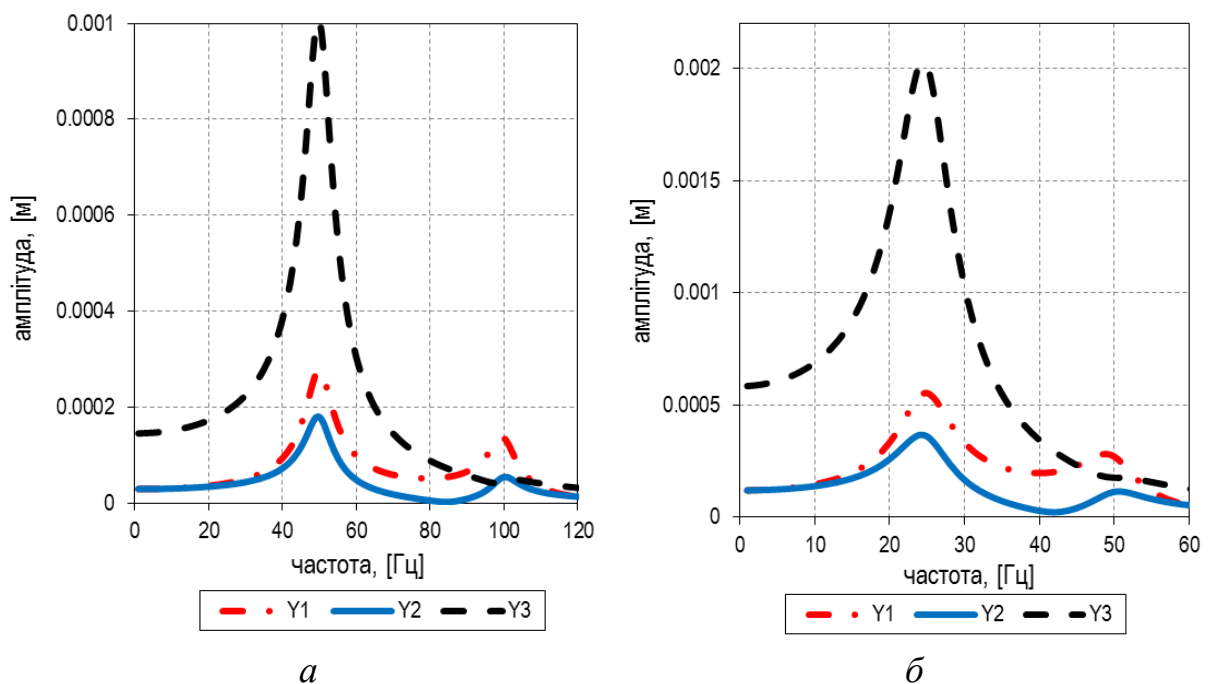


Рисунок 2.14 – АЧХ системи із власними частотами 50 Гц/100 Гц (а) та 25 Гц/50 Гц (б) (без врахування реакції середовища)

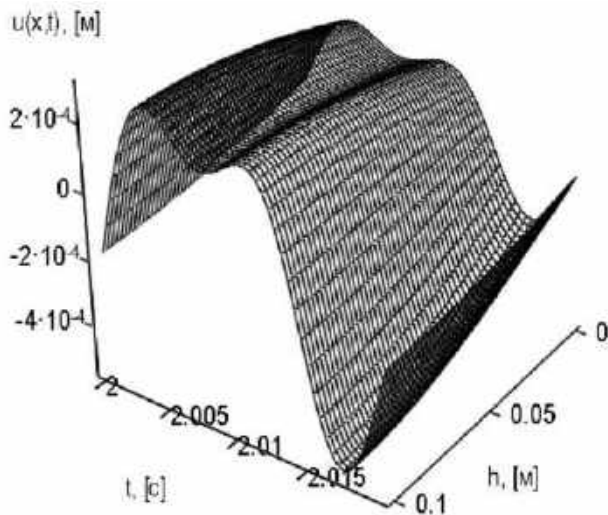


Рисунок 2.15 – Розподіл амплітуди коливань точок шару середовища в часі за його висотою

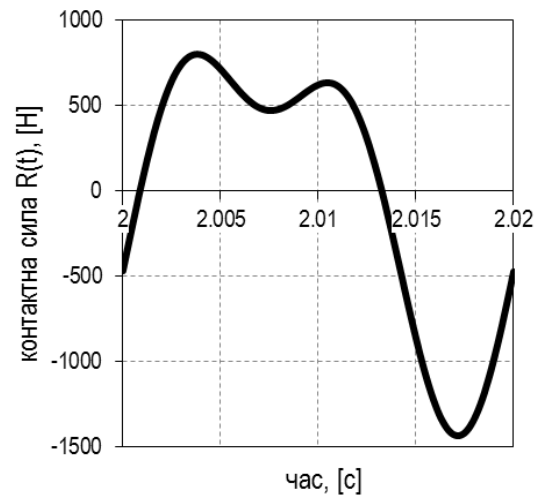
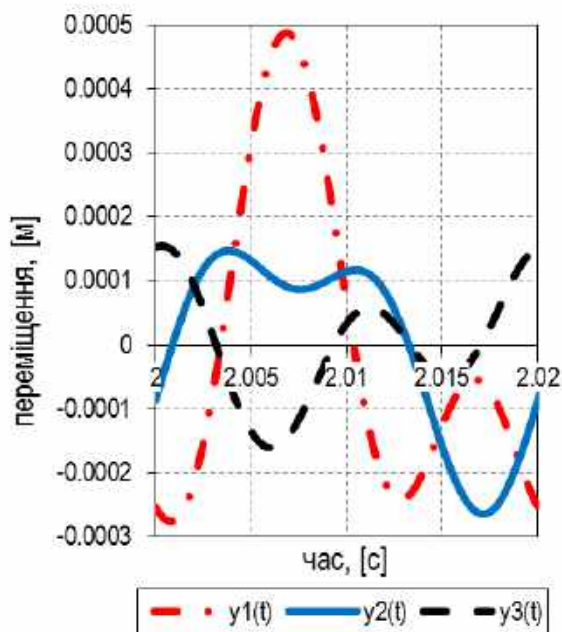
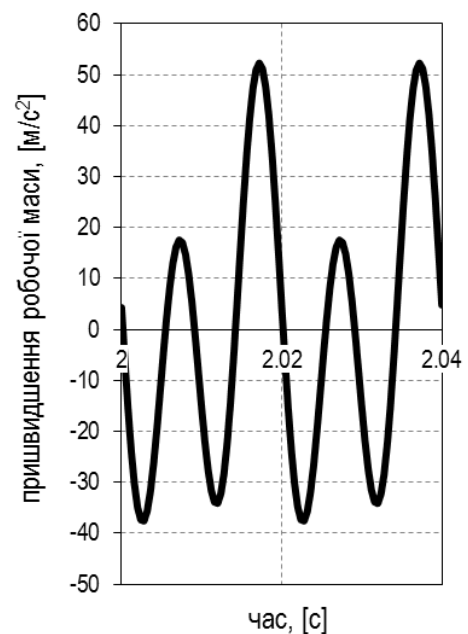


Рисунок 2.16 – Миттєві значення реакції шару бетоносуміші на робочий орган (контактної сили)

Також визначено результуючі абсолютні двочастотні коливання (50Гц/100Гц) мас в часовій області та пришвидшення робочого органа з потрібною асиметрією зміни останнього (рис. 2.17).



a



б

Рисунок 2.17 – Миттєві значення амплітуди коливальних мас (*a*) та пришвидшення (*б*) робочого органа з врахуванням реакції середовища

В даному прикладі обґрунтовано можливі двочастотні режими роботи вібраційного стола використанням синтезу власних частот та розрахунку жорсткостей пружних елементів тримасової коливальної системи за відомих її масових характеристик. Наведено динаміку механічної системи та середовища в умовах двочастотних коливань.

2.5. Синтез двочастотних резонансних вібраційних систем за заданими кінематичними характеристиками

За формулами (2.23) – (2.25) можна забезпечити двочастотний резонансний режим у тримасовій системі, долученням третьої маси визначеної інерційності до попередньо реалізованої резонансної двомасової системи. Тому, потрібно встановити закономірності реалізації двочастотних коливань, а саме вплив інерційності доданої маси m_3 на амплітудні значення кратних гармонік пришвидшення робочої m_1 маси $|A_1|_{50}$ і $|A_1|_{100}$ та на максимальне значення пришвидшення робочої маси $a_{1\max}$. Для цього застосовується узагальнена система диференціальних рівнянь руху тримасової вібромашини з врахуванням імпульсної роботи електромагніту на базі випрямної схеми з ідеалізованою ВАХ діода. Використано наступні значення параметрів: $w = 640$; $S = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$; $r = 1 \text{ Ом}$; $r^{<+>} = 0,001 \text{ Ом}$; $r^{<->} = 10^8 \text{ Ом}$; $\delta_0 = 0,0022 \text{ м}$; $n = 8$; $\omega = 314 \text{ рад/с}$; $U_0 = 220\sqrt{2} \text{ В}$; $\gamma = 0,025$.

Оперуючи зміною інерційності маси m_3 побудовано принципові залежності для характеристик пришвидшення робочої маси (Додаток М): вплив на максимальне значення пришвидшення робочої маси $a_{1\max}$ (рис. 2.18, а), на відношення гармонік $|A_1|_{50\text{Гц}} / |A_1|_{100\text{Гц}}$ пришвидшення (рис. 2.18, б). Максимальне пришвидження $a_{1\max}$ за збільшення маси m_3 зменшується. При цьому суттєвого впливу зазнає співвідношення між гармоніками, що дозволяє наперед синтезувати машину із відповідним гармонійним складом без порушення

ефективності (за максимумом пришвидшення). Енергетичні витрати практично не зростають (рис. 2.18, в) внаслідок зменшення амплітуд коливань. Приймаючи інерційні параметри $m_1 = 207\text{кг}$, $m_2 = 161\text{кг}$, а також $z = 0,94$ та $\omega = 314,15\text{рад/с}$, визначаються для реалізації високочастотного режиму параметр $c_1 = 4,046 \cdot 10^7\text{Н/м}$, а за інерційним значенням маси $m_3 = 29\text{кг}$ (згідно (2.8) критичне значення $m_3 = 286,2\text{кг}$) отримано потрібний коефіцієнт жорсткості двочастотного режиму роботи $c_2 = 3,21 \cdot 10^6\text{Н/м}$.

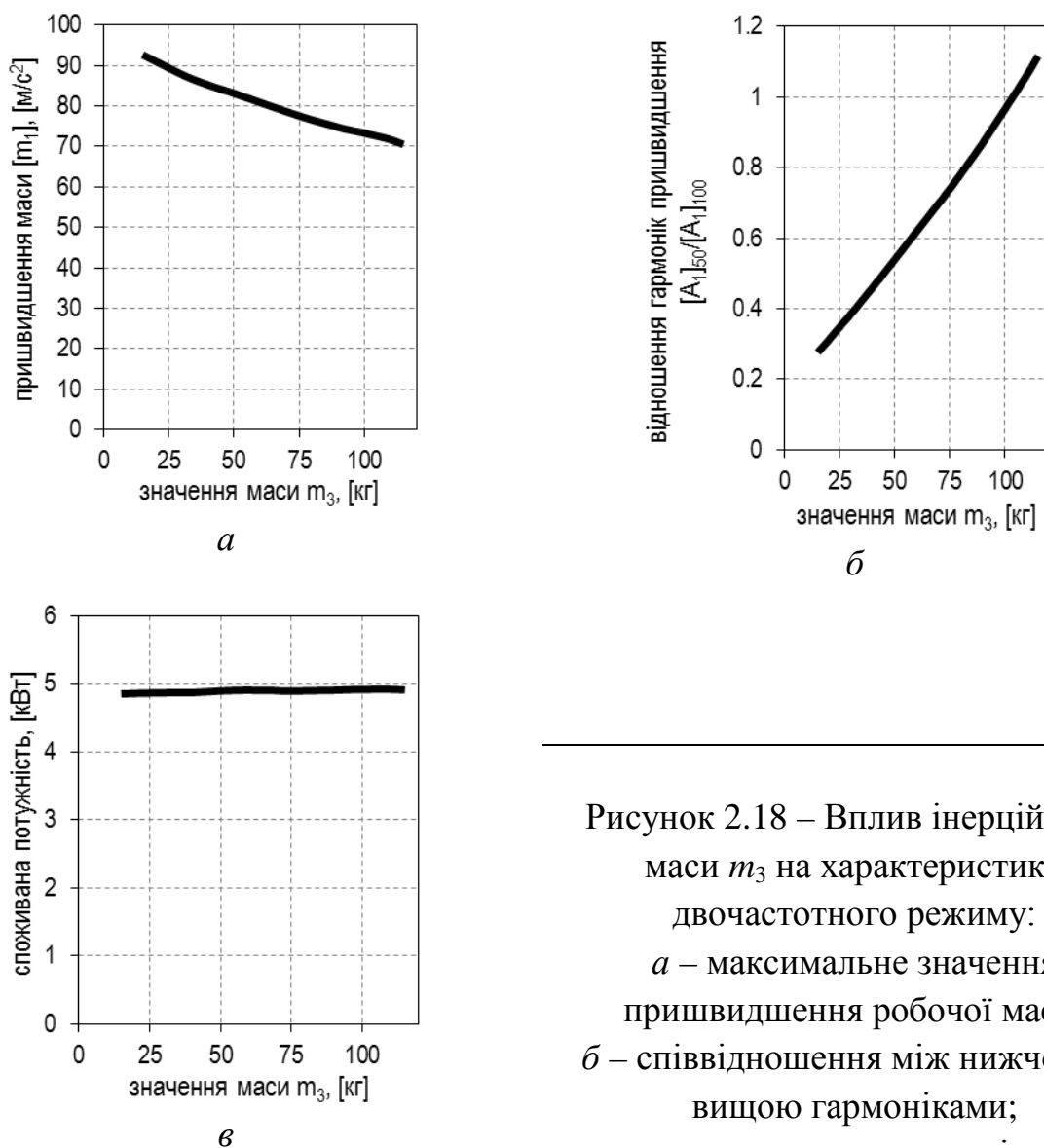


Рисунок 2.18 – Вплив інерційності маси m_3 на характеристики двочастотного режиму:
 а – максимальне значення пришвидшення робочої маси;
 б – співвідношення між нижчою та вищою гармоніками;
 в – споживану потужність

Графічні залежності основних кінематичних (рис. 2.19, а – миттєве переміщення робочої маси; рис. 2.19, б – миттєве пришвидшення) і силових (імпульсних) параметрів (рис. 2.19, в – сила струму; рис. 2.19, г – тягове зусилля) підтверджують раціональність запропонованого підходу.

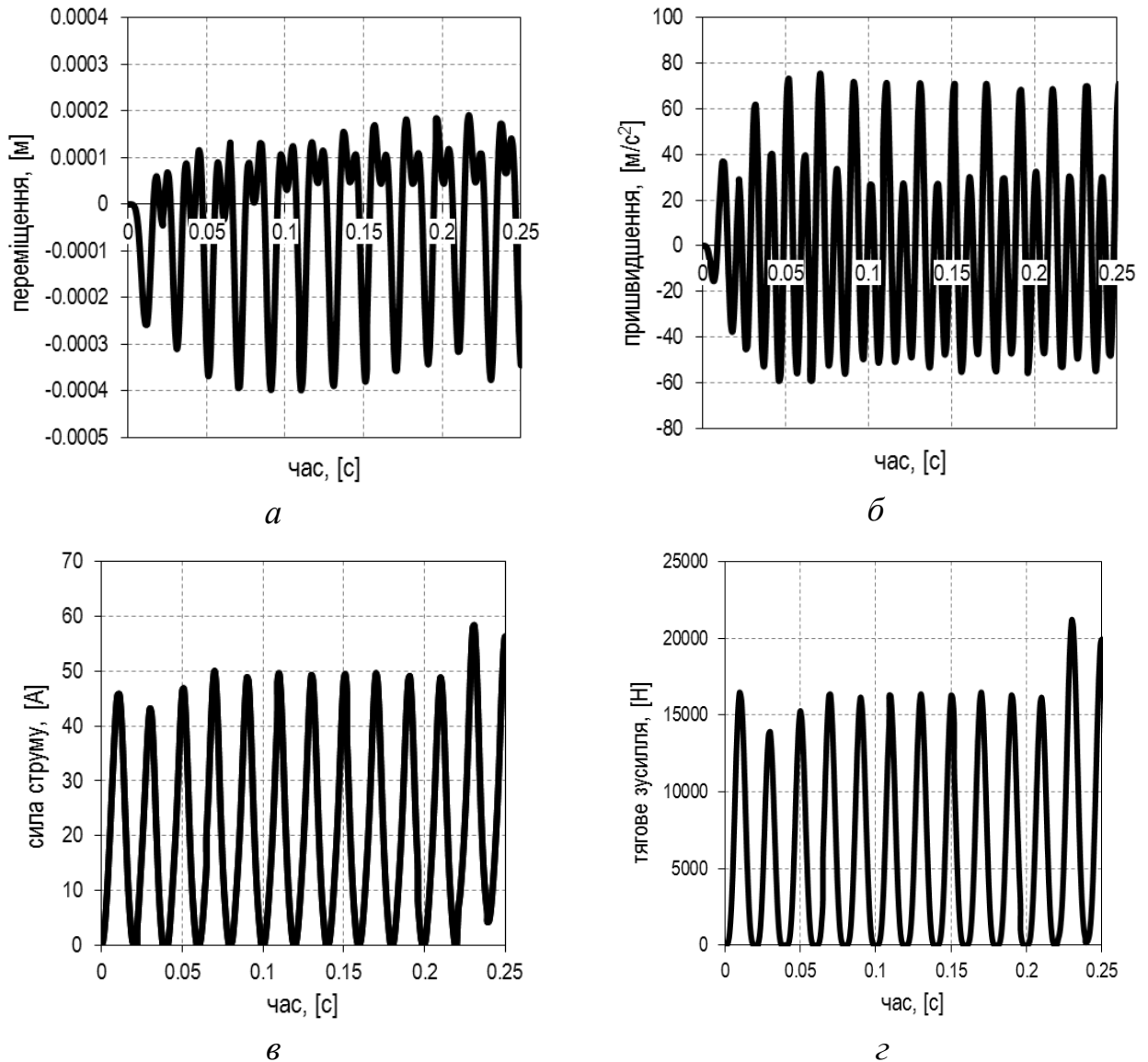


Рисунок 2.19 – Миттєві значення кінематичних і силових параметрів:

а, б – переміщення та пришвидшення робочої маси;

в, г – сила струму та тягове зусилля

Резонансна двочастотність режиму проявляється на рівні характеристик пришвидшення (рис. 2.20, а), тягового зусилля (рис. 2.20, б) та сили струму (рис. 2.20, в) за імпульсних законів їхньої зміни.

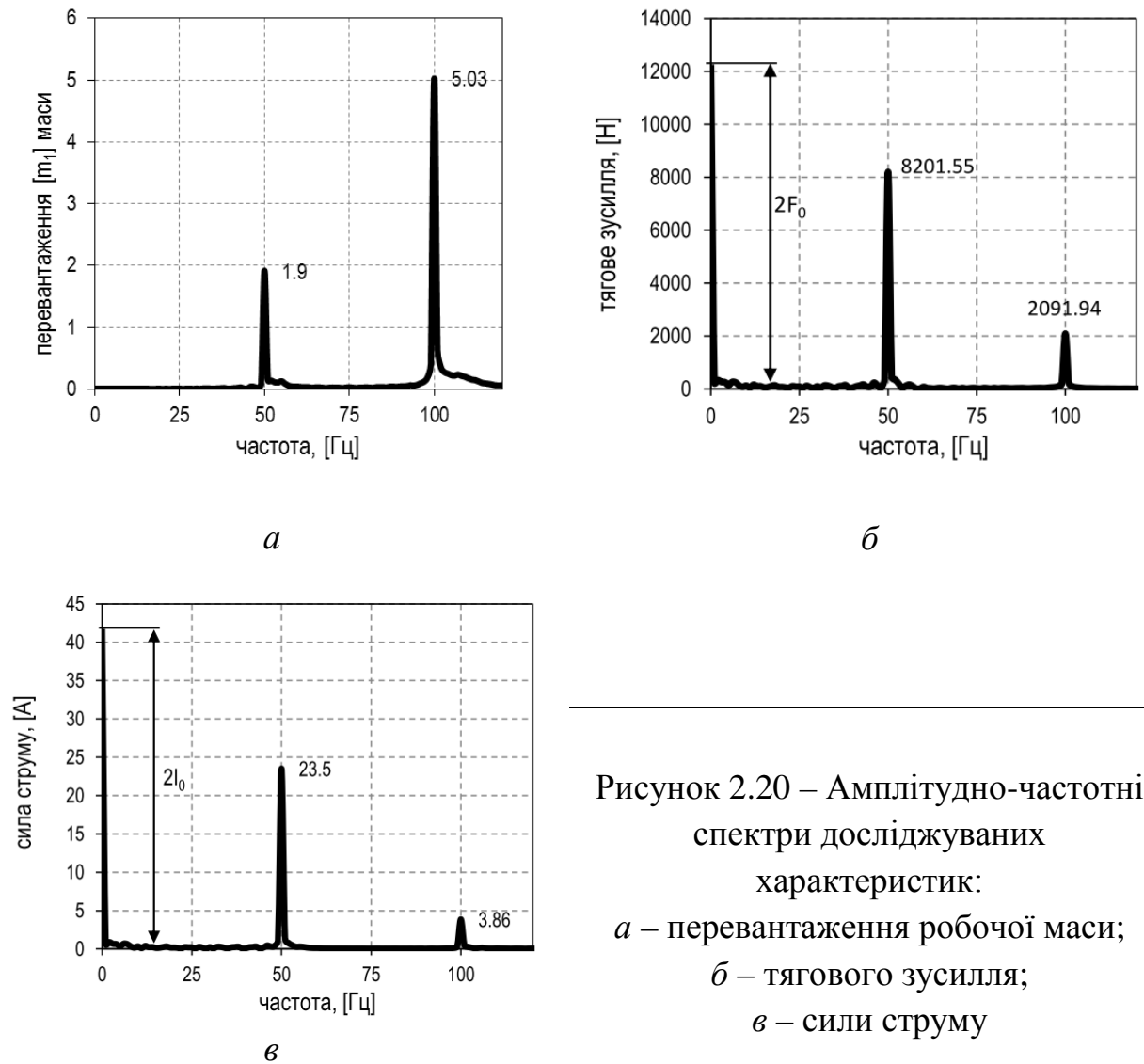


Рисунок 2.20 – Амплітудно-частотні спектри досліджуваних характеристик:
а – перевантаження робочої маси;
б – тягового зусилля;
в – сили струму

За розрахованих пружно-інерційних параметрів відношення між вищою на нижчою гармоніками складатиме $|A_1|_{50\text{Гц}} / |A_1|_{100\text{Гц}} = 0,379$. В контексті процесу віброуцільнення двочастотними системами рекомендовані значення та відношення гармонік пришвидшення у перевантаженнях мають вигляд: $1,5g / 4g = 0,375$.

В цілому запропонований підхід придатний до формування вібраційних машин тримасової структури, параметри, збурення та робоча маса яких вибрані за іншим принципом.

Конструктивним виконанням запропонований вібраційний стіл вирізняється наявністю третьої коливальної маси b (m_3), що за допомогою

пакету плоских пружин 7 із коефіцієнтом жорсткості на згин c_2 кріпиться до маси 2 (m_2) (рис. 2.21). Інші структурні параметри системи відносно її вихідної моделі, зокрема робоча маса 1 (m_1), пакет плоских пружин 3 (c_1), осердя 4 з якорями 5 електромагнітів (рис. 2.21) незмінні. Виключенням є перехід на імпульсну схему збудження за рахунок використання в електромагнітному контурі випрямного діода.

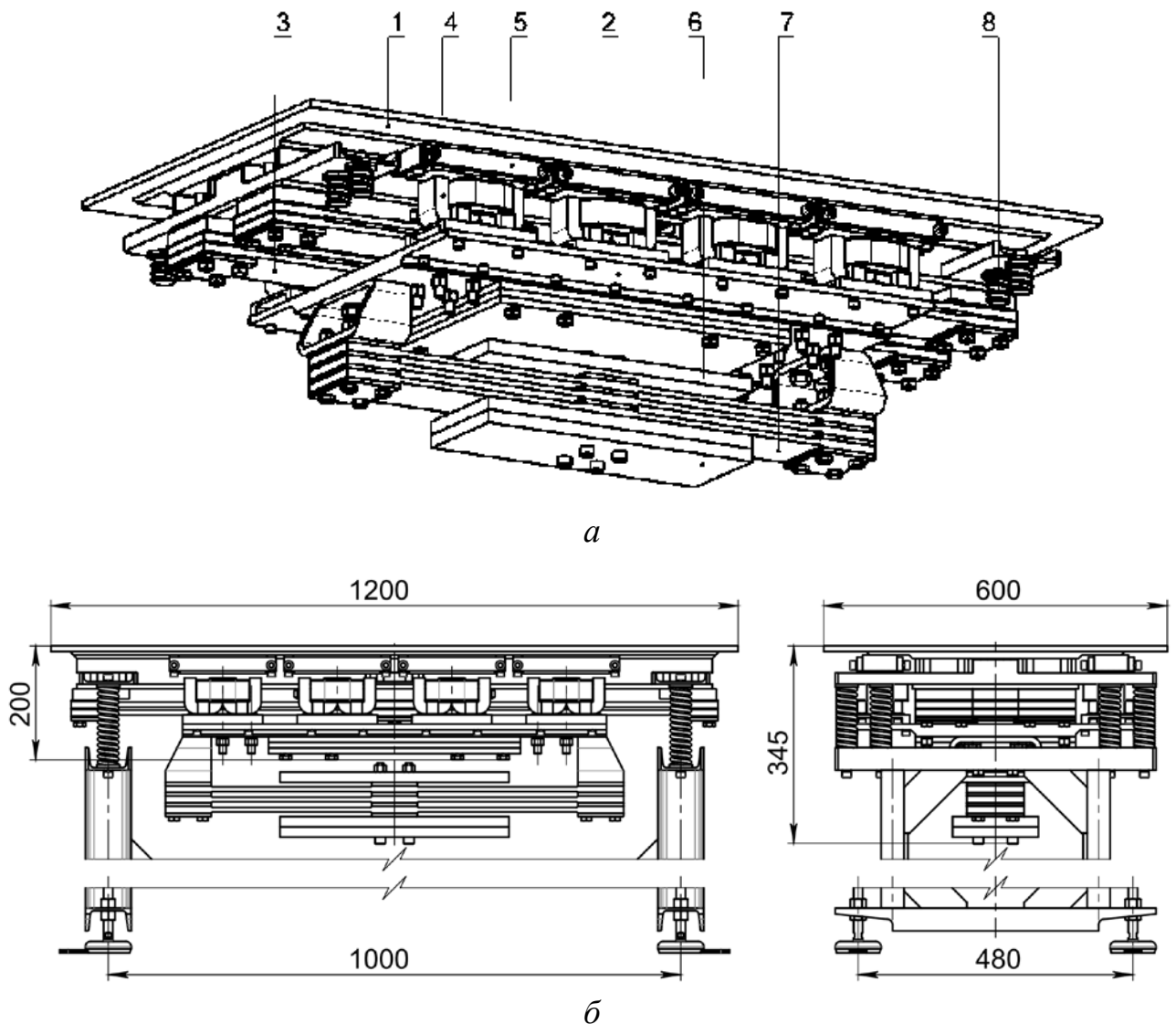


Рисунок 2.21 – Двочастотний резонансний вібростіл:
a – просторовий вигляд; *б* – габаритні розміри коливальної системи

Достовірність реалізації кратних резонансних двочастотних режимів роботи із встановленим значенням пришвидшення робочої маси на відповідних частотах підтверджує частотна характеристика (рис. 2.22), яку отримано варіюванням частоти напруги живлення електромагнітів.

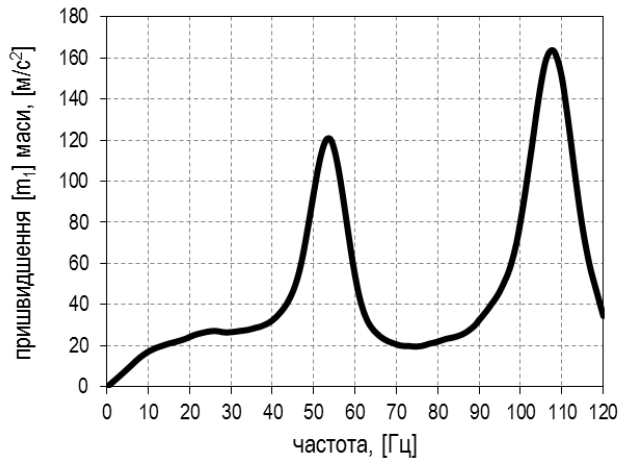


Рисунок 2.22 – Частотна характеристика пришвидшення робочої маси двочастотної резонансної машини

Важливим напрямом дослідження вібраційних систем резонансного типу є їхня технологічна стійкість, що встановлює чутливість кінематичних параметрів до технологічних змін, зокрема у вигляді впливу на механічні параметри. Приймаючи, що середовище впливає на інерційно-дисипативні властивості коливальної системи через технологічні коефіцієнти “ a ” та “ d ”, представлено їхній вплив (рис. 2.23) на зміну максимуму пришвидшення робочої маси відносно незавантаженої машини (коли $a = 0$ і $d = 0$).

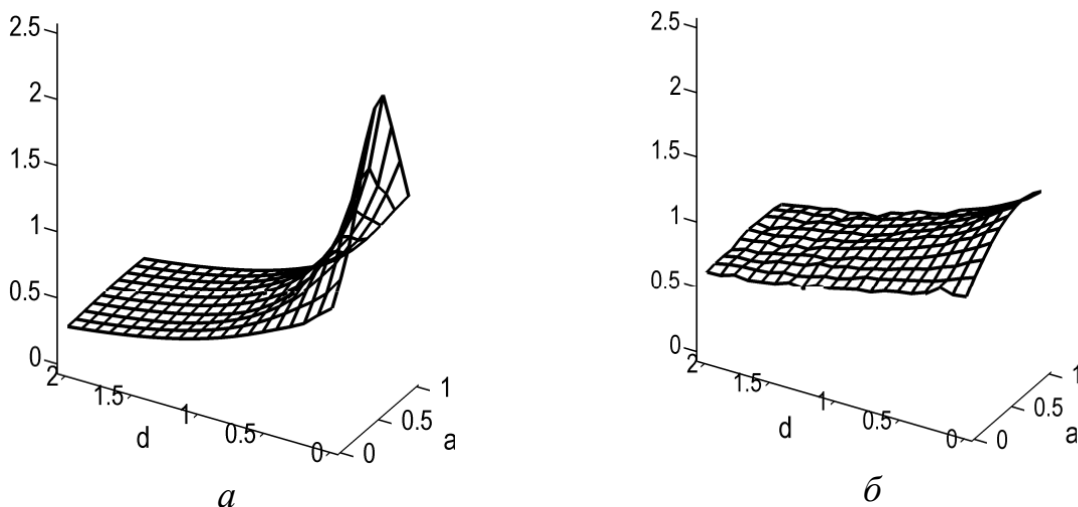


Рисунок 2.23 – Відносна зміна пришвидшення робочої маси одно- (а) та двочастотної (б) машини за змінних технологічних коефіцієнтів

Технічну характеристику вібр машин до та після модернізації (табл. 2.3) представлено за хвильових коефіцієнтів для помірно жорсткої суміші [125] $a = -0,24$, $d = 1,25$ та маси завантаження $m_{зав} = 120$ кг. Результати вказують на кращу технологічну стійкість двочастотних систем, однак останні вимагають більші значення споживаної потужності (внаслідок цього доцільно уточнити параметри електромагнітів та виконати перевірку на допустимий струм) для закладених режимів, що безумовно нівелюється їхньою технологічною ефективністю.

Таблиця 2.3 – Порівняльна технічна характеристика параметрів вібраційного стола

Параметри	<i>Конструкція</i>			
	базова		модернізована	
	<i>режим роботи</i>			
	одночастотний		двочастотний	одночастотний
	100 Гц	50 Гц	50 Гц /100 Гц	100 Гц
Макс. перевантаження робочого органа, G	7,9*–3,1	8,8*–2,9	7,7*–5,5	7,8*–5,4
Споживана потужність, [кВт]	2,0	1,1	4,8	3,4
Маса, [кг]	346		397	
Габаритні розміри (без рами), [мм]	1200x600x200		1200x600x345	

* значення для $a = 0$ і $d = 0$

Модернізація гармонійних резонансних машин забезпечується введенням парціального пружно-інерційного модуля, розрахованого з відповідними пружно-інерційними характеристиками згідно запропонованого підходу. Модуль представляє одномасову коливальну систему із пакетом плоских пружин (рис. 2.24).

Основними вимогами, що представляються до конструкції парціального модуля, зокрема до пакету плоских пружин – це забезпечення розрахункового значення власної частоти та міцності при згині.

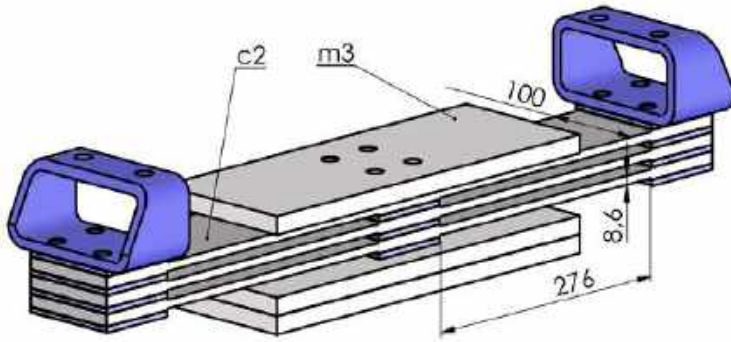


Рисунок 2.24 – Загальний вигляд парціального модуля

Власна частота коливань парціального модуля визначається наступним чином:

$$f_{03} = \frac{\sqrt{c_2 / m_3}}{2\pi} = 52,95 \text{ Гц},$$

забезпечується розрахунком товщини однієї плоскої пружини за відомої її ширини та довжини робочої ділянки відповідно до формули [244]:

$$h_n = l_p \sqrt[3]{\frac{c_2}{E \cdot b_n \cdot i_n \cdot k_3}},$$

де $l_p = 0,276 \text{ м}$ – довжина робочої ділянки пружини;

$b_n = 0,1 \text{ м}$ – ширина пружини;

$i_n = 6$ – кількість робочих ділянок усіх пружин;

$E = 2,12 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ – модуль пружності матеріалу пружин 60С2;

$k_3 = 0,85$ – коефіцієнт запасу жорсткості, що враховує недосконалість закріплення пружини.

Таким чином, з врахуванням використаних значень параметрів, розраховане значення товщини однієї плоскої пружини становить $h_n = 8,55 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Також виконано розрахунок власних частот коливань парціального модуля засобами SolidWorks Simulation. Отримано значення

першої власної частоти коливань $f_{03} = \frac{\sqrt{c_2 / m_3}}{2\pi} = 53,135 \text{ Гц}$ (рис. 2.25). Це вказує

на високу достовірність проведених проектних розрахунків, оскільки похибка в розрахунках становить 0,35%.

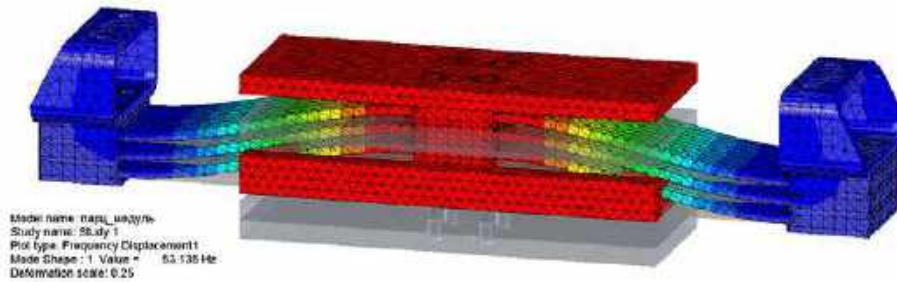


Рисунок 2.25 – Перша власна частота та форма коливань парціального модуля

Аналогічно, перевірку міцності комплекту плоских пружин можна здійснювати аналітичними та обчислювальними методами засобами САЕ на базі МСЕ. За результатами моделювання встановлюють максимальне відносне переміщення коливальних мас m_2 і m_3 : $X_{23} = \max(x_2 - x_3, x_2 + x_3)$. Отримавши значення $X_{23} = 1,8 \cdot 10^{-3}$ м результат розрахунку максимального еквівалентного напруження за Мізесом буде становити 123,3 МПа (рис. 2.26, а) у отворах для закріплення модуля з відповідним (рис. 2.26, б) розподілом напружень по довжині робочої ділянки плоскої пружини (в параметричному представленні).

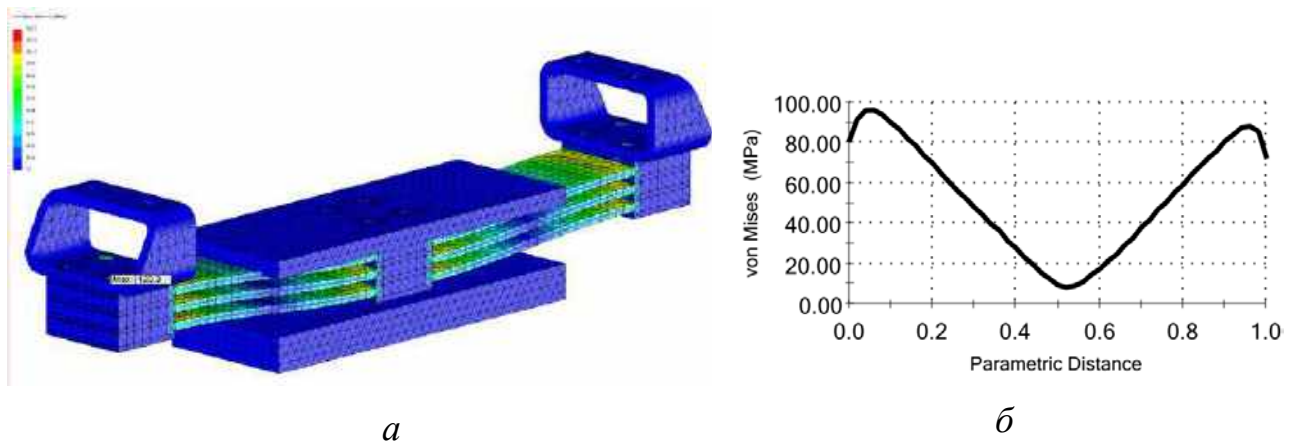


Рисунок 2.26 – Напружений стан парціального модуля (а) та розподіл напружень на робочій довжині плоскої пружини (б)

Результуюче напруження не перевищує 100 МПа та гарантує працездатність пружин. Зменшення еквівалентних напружень в пружинах забезпечується збільшенням їхньої кількості в пакеті та довжини робочої ділянки.

2.6. Висновки до розділу 2

Запроваджено багатокритеріальну оцінку ефективності функціонування вібраційних систем (машин) різноманітного технологічного призначення, що враховує в комплексі визначальні технологічні (кінематичні) та технічні показники роботи (функціонування). Формування узагальненого показника здійснюється відповідним чином (варіюванням вагових коефіцієнтів та вибором представлених часткових критеріїв), що має сенс під час вибору відповідного виконання машини, а також для оцінки технічних і технологічних їх якостей в цілому під час порівняльного аналізу. Окрім того можна здійснювати незалежну оцінку якості машин як за технологічним принципом, так і енергетичним (з точки зору функціонування). Також запропоновані критерії можуть сумісно вживатися з існуючими, відомими в практиці проектування (створення), а також доповнюватися у разі потреби іншими критеріями.

Для комплексної оцінки машин використано питомий енергетичний показник, де за основу вибрано величину максимального пришвидшення робочої маси. Саме пришвидшенням визначаються технологічні особливості основних процесів оброблення. Зокрема, прийнято до уваги враховувати асиметрію пришвидшення робочої маси, як фактору, що визначає наявність гармонік різної частоти та амплітудного значення. До аналізу долучено один з найважливіших параметрів резонансних вібраційних систем, що визначає їхню технологічну стійкість – ширина резонансної зони. Для аналізу електромагнітних моделей вібраційних технологічних систем використано механічний та технологічний коефіцієнти корисної дії. В доповнення цьому, прийнято уточнений частотно-масовий критерій для оптимізаційного синтезу елементів конструкцій не лише вібраційних машин, але й різного роду динамічно навантажених машинобудівних конструкцій на стадії їхнього проектування.

Отримано розрахункові формули для реалізації двочастотних резонансних режимів роботи на базі існуючих двомасових резонансних машин з

електромагнітним збуренням. Запропонований підхід є виправданим, оскільки модернізація здійснюється на базовій конструкції машини без зміни вихідних пружно-інерційних параметрів та з уточненням характеристик привода.

Встановлено наступні динамічні особливості машин такого типу:

— володіють двома основними власними частотами, що відповідним розрахунком пружного параметра та інерційної характеристики доданої маси стають кратними 2;

— інерційність мас впливає на значення власних форм коливань, а відповідно і на амплітудні значення гамонік, що дозволяє синтезувати машини із відповідним гармонійним складом кінематичних параметрів. Якщо ж інерційні параметри двох мас відомі, то гармонійний склад залежатиме від інерційності третьої маси;

— інерційність доданої до двомасової системи третьої коливальної маси впливає на максимум пришвидшення робочого органа та практично не впливає енергоспоживання машини, оскільки визначенням коефіцієнта жорсткості коректується двочастотний резонансний режим роботи;

— використанням імпульсного (однотактного) збурення реалізується безпосередньо двочастотний резонансний режим роботи за використання тримасової системи з відповідно визначеними масово-пружними параметрами парціального модуля;

— використанням незалежного, керованого за фазою та номінальним значенням напруги живлення збурення однотактними та реактивними ЕМВ реалізують двочастотні резонансні системи з регульованим складом гамонік, здатних функціонувати як у традиційних одночастотних, так і двочастотних режимах.

Модернізовано конструкцію одночастотного 100 Гц резонансного вібраційного стола у двочастотний 50 Гц/ 100 Гц із розширенням технологічних можливостей відповідними кінематичними характеристиками. При цьому зростає стійкість до завантаження та енергетичні характеристики привода.

РОЗДІЛ 3

СИНТЕЗ І ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ РЕЗОНАНСНИХ ВІБРОУДАРНИХ МАШИН

3.1. Динаміка віброударних машин з кусково-лінійними пружними характеристиками

Реалізація дво- та полічастотних режимів роботи вібраційних систем може бути здійснена різними шляхами. У резонансних системах з моногармонійним збуренням використовують кусково-лінійні пружні характеристики, здатні породжувати суб- та супергармонійні резонанси, досліджені відповідними методами у [63, 86, 92, 93, 96, 112, 116, 129, 156, 160, 166, 176, 215, 225, 232, 263, 303, 305–307]. В інших випадках результат забезпечується полічастотним збуренням коливальних систем [69, 88, 106, 120, 148, 150, 173, 247, 248, 250, 256, 257, 312, 313, 338, 339]. Що стосується шляхів реалізації відповідних систем за першого випадку, то особливістю варто вважати трудоємкість та складність в практичному сенсі забезпечити задану стійку нелінійну пружну характеристику, здатну витримувати потрібний нелінійний ефект в широкому діапазоні зміни параметрів системи та умов її роботи. Для двочастотних систем властиве підвищене енергоспоживання, оскільки необхідно закладати потужність на додаткове збурення на іншій (як правило кратній) частоті. Тому, реалізація полічастотних резонансних режимів роботи спрямована на підвищення технологічної ефективності двомасових вібраційних систем з електромагнітним приводом впровадженням нелінійних ефектів у коливальних системах.

3.1.1. Вільні коливання віброударних систем

Пружна характеристика без зазору. Приймається, що двомасова вібраційна система визначена масовими параметрами коливальних мас (рис. 3.1, а) m_1 і m_2 . Резонансна вібраційна система характеризується двома основними

власними частотами коливань ω_{01} і ω_{02} , реалізованих на базі пружного блоку (рис. 3.1, б) з асиметричною характеристикою пружних параметрів елементів 2 і 3, визначених за масовими характеристиками коливальних мас:

$$\begin{aligned} c_1 &= [m_1 m_2 / (m_1 + m_2)] \omega_{01}^2, \\ c_2 &= [m_1 m_2 / (m_1 + m_2)] \omega_{02}^2. \end{aligned} \quad (3.1)$$

де ω_{01} , ω_{02} – закладені значення власних частот коливань;

$m_1 = m_p + m_a$ – сумарна маса робочого органа та активної маси вібраційного модуля;

$m_2 = m_p + \frac{1}{3} m_n$ – сумарна маса реактивної частини вібраційного модуля та пружної системи.

На практиці рекомендують [89] не перевищувати відношення $m_1 / m_2 = 5 - 7$. Значення власних частот коливань двомасової резонансної вібраційної системи ω_{01} і ω_{02} приймають так, щоб зведена власна частота ω_0 знаходилася в дорезонансному околі до вимушеної частоти тягового зусилля (50 Гц або 100 Гц) в межах 2–4%. Жорсткість c_{i3} віброізоляторів не повинна впливати на роботу двочастотної резонансної вібраційної системи, а вибирається за умови задовільної віброізоляції коливальної системи.

Асиметричну пружну характеристику (рис. 3.2) можна представити у вигляді:

$$R[x^*(t)] = \begin{cases} R_{01} + c_1 \cdot x^*(t), & x^*(t) > 0; \\ -R_{02} + c_2 \cdot x^*(t), & x^*(t) \leq 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

де R_{0i} – сила попереднього натягу i -ої пружини;

$x^*(t) = (x_1(t) - x_2(t))$ – відносне зміщення коливальних мас (робочого органа та реактивної маси).

До дійсного переміщення робочого органа можна перейти з врахуванням масових параметрів коливальних мас та їхнього відносно зміщення:

$$x_1(t) = x^*(t) \cdot m_2 / (m_1 + m_2).$$

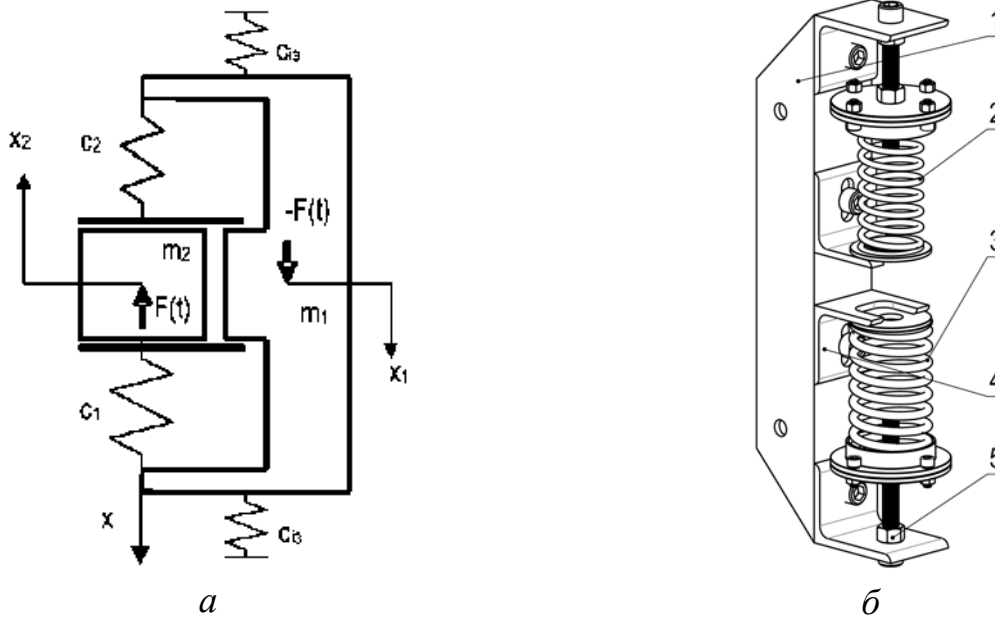


Рисунок 3.1 – Структурна схема двомасової вібраційної системи (а) та конструкція регульованого пружинного блоку (б): 1 — стійка; 2, 3 — верхня та нижня пружини; 4 — кронштейн; 5 — гайка для встановлення попереднього натягу пружин

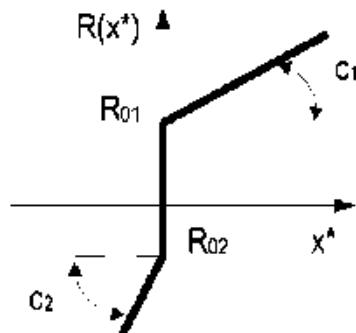


Рисунок 3.2 – Асиметрична характеристика пружинного блоку

Рівняння вільних коливань зведеної до одномасової вібраційної системи, $m_{np} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ з рухом за приведеною координатою $x^*(t) = x_1(t) - x_2(t)$ за умовою, що $R_{01} = R_{02} = R_0$ має вигляд:

$$m_{np} \ddot{x}^*(t) + R[x^*(t)] = 0, \quad (3.3)$$

Скориставшись методом поетапного інтегрування [168, 308], знайдено закон руху системи з додатного напрямку з врахуванням початкових умов: $x^*(0) = A$, $\dot{x}^*(0) = 0$:

$$x^*(t) = \frac{(A \cdot c_1 + R_0) \cos \omega_{01} t - R_0}{c_1},$$

Час руху системи t_1 на першому етапі (з положення $x = A$ в положення $x = 0$):

$$t_1 = \arccos\left(\frac{R_0}{A \cdot c_1 + R_0}\right) / \omega_{01}. \quad (3.4)$$

Швидкість руху в момент часу t_1 :

$$\dot{x}^*|_{t=t_1} = -\sqrt{\frac{A}{m_{np}}(A \cdot c_1 + 2R_0)}.$$

На другому етапі система здійснює рух в протилежному напрямі. За початок відліку приймають момент часу $t = 0$, а за відповідні початкові умови:

$$x^*(0) = 0, \quad \dot{x}^*(0) = \dot{x}^*|_{t=t_1} = -\sqrt{\frac{A}{m_{np}}(A \cdot c_1 + 2R_0)}.$$

Розв'язок рівняння (3.3) власних коливань на другому етапі:

$$x^*(t) = -\sqrt{\frac{A}{c_2}}(A \cdot c_1 + 2R_0) \sin(\omega_{02}t) + \frac{R_0}{c_2}(1 - \cos \omega_{02}t).$$

Рух на цьому етапі продовжується до моменту часу t_2 , коли $\dot{x}^*(t) = 0$:

$$t_2 = \arctg\left(\frac{\sqrt{A \cdot c_2(A \cdot c_1 + 2R_0)}}{R_0}\right) / \omega_{02}. \quad (3.5)$$

Частоту вільних коливань визначають так:

$$\begin{aligned} \omega_0(A) &= \frac{2\pi}{2(t_1 + t_2)} = \\ &= \frac{\pi\omega_{01}\omega_{02}}{\left[\omega_{01} \cdot \arctg\left(\frac{\sqrt{A \cdot c_2(A \cdot c_1 + 2R_0)}}{R_0}\right) + \omega_{02} \cdot \arccos\left(\frac{R_0}{A \cdot c_1 + R_0}\right) \right]} \end{aligned} \quad (3.6)$$

За умови $\omega_{02} = 2\omega_{01}$ та $c_2 = 4c_1$, залежність (3.6) набуде вигляду:

$$\omega_0(A) = \frac{2\pi\omega_{01}}{\arctg\left(\frac{2\sqrt{A \cdot c_1(A \cdot c_1 + 2R_0)}}{R_0}\right) + 2 \arccos\left(\frac{R_0}{A \cdot c_1 + R_0}\right)}, \quad (3.7)$$

що підтверджує нелінійність розглядуваної двомасової системи, частота вільних коливань якої визначається амплітудою коливань A (рис. 3.3) та параметрами.

Система проявляє нелінійні властивості, а частота вільних коливань є часовою функцією амплітуди відносних коливань $x^*(t)$.

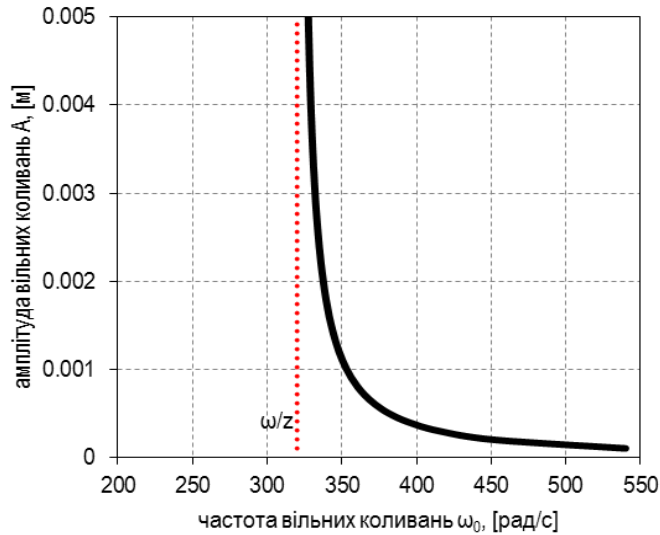


Рисунок 3.3 – Амплітудна залежність частоти вільних коливань для системи з асиметричною пружною характеристикою та з попереднім натягом пружин

Якщо $R_0 = 0$, то отримано наступну формулу:

$$\omega_0 = \frac{4}{3} \omega_{01}. \quad (3.8)$$

яка тотожна з формулою виду [63, 152, 164, 239]:

$$\omega_0 = \frac{2\omega_{01}\omega_{02}}{\omega_{01} + \omega_{02}}. \quad (3.9)$$

На відміну від системи з попереднім натягом частота вільних коливань (3.8) не є функцією амплітуди відносних коливань, а приймає постійне значення, як у лінійних системах. При цьому, визначальні характеристики віброударного режиму не порушуються [151].

Для реалізації ефективного віброударного резонансного режиму $\omega = \omega_0 / z$ в системі з асиметричною пружною характеристикою виду $c_2 / c_1 = 4$ потрібно закласти значення першої власної частоти коливань:

$$\omega_{01} = \frac{3}{4} \frac{\omega_0}{z}, \quad (3.10)$$

а для цього конструктивно забезпечити пружні параметри

$$c_1 = m_{np} \omega_{01}^2 = m_{np} \left(\frac{3 \omega_0}{4 z} \right)^2, \quad c_2 = 4c_1. \quad (3.11)$$

Приймається, що реалізована таким чином двомасова віброударна система проявляє динамічні властивості, перебуваючи у зоні резонансної частоти.

Пружна характеристика із зазором. Розглядаються вільні коливання зведеної до одномасової механічної складової вібраційної системи з рухом за приведеною координатою $x^*(t)$ з пружною характеристикою виду:

$$m_{np} \ddot{x}^*(t) + \begin{cases} c_1 \cdot x^*(t) + b_1 \cdot \dot{x}^*(t), & \text{якщо } x^*(t) + \Delta \geq 0, \\ c_2 \cdot x^*(t) + b_2 \cdot \dot{x}^*(t) + (c_2 - c_1) \cdot \Delta, & \text{якщо } x^*(t) + \Delta < 0. \end{cases} = 0. \quad (3.12)$$

Частоту вільних коливань зведеної системи можна визначити скориставшись методом поетапного інтегрування. Отримано закон руху системи з врахуванням наступних початкових умов: $x^*(0) = A$, $\dot{x}^*(0) = 0$:

$$x^*(t) = A \cos(\omega_{01} t),$$

Час руху системи t_1 на першому етапі (з положення $x^*(t) = A$ в $x^*(t) + \Delta = 0$):

$$t_1 = \left(\pi - \arccos\left(\frac{\Delta}{A}\right) \right) / \omega_{01}. \quad (3.13)$$

Швидкість руху в момент часу t_1 :

$$\dot{x}^*(t) \Big|_{t=t_1} = \frac{d}{dt} x^*(t) \Big|_{t=t_1} = -A \omega_{01} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{A}\right)^2}.$$

На другому етапі система здійснює рух в протилежному напрямі. За початок відліку приймається момент часу $t = 0$, а за відповідні початкові умови

$$x^*(0) = 0, \quad \dot{x}^*(0) = \dot{x}^* \Big|_{t=t_1} = -A \omega_{01} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{A}\right)^2}.$$

Розв'язок рівняння (3.12) власних коливань на другому етапі:

$$x^*(t) = -\sqrt{\frac{c_1}{c_2} (A^2 - \Delta^2)} \sin(\omega_{02} t) + \frac{(c_1 - c_2) \Delta}{c_2} (1 - \cos(\omega_{02} t)).$$

Рух на цьому етапі продовжується до моменту часу t_2 , коли $\dot{x}^*(t) = 0$:

$$t_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{c_1 c_2 (A^2 - \Delta^2)}}{(c_1 - c_2) \Delta} \right) / \omega_{02}. \quad (3.14)$$

Частоту вільних коливань визначають так:

$$\begin{aligned} \omega_0(\Delta, A) &= \frac{2\pi}{2(t_1 + t_2)} = \\ &= \pi \sqrt{\frac{c_1 c_2}{m_{np}}} \frac{1}{\sqrt{c_1} \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{c_1 c_2 (A^2 - \Delta^2)}}{(c_1 - c_2) \cdot \Delta} \right) + \sqrt{c_2} \cdot \left(\pi - \arccos \left(\frac{\Delta}{A} \right) \right)}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Для системи без зазору ($\Delta = 0$) формула (3.15) виродиться у

$$\omega_0 = 2 \sqrt{\frac{c_1 c_2}{m_{np}}} \frac{1}{\sqrt{c_1} + \sqrt{c_2}}, \quad (3.16)$$

яка може бути записана у вигляді, представленому як (3.9). При $c = c_1 = c_2$ отримаємо $\omega_0 = \sqrt{c/m_{np}}$.

Для системи без зазору раціональні пружні параметри визначаються такими значеннями власних частот коливань:

$$\omega_{01} = \frac{3}{4} \frac{\omega}{z}, \quad \omega_{02} = 2\omega_{01}, \quad (3.17)$$

що в кінцевому випадку приводить до раціонального відношення $c_2/c_1 = 4$.

3.1.2. Оптимізаційний синтез віброударних систем

Синтез передбачає виконання наступних задач:

- встановлення оптимальних пружних параметрів асиметричних кусково-лінійних пружних характеристик для реалізації віброударних резонансних систем;
- обґрунтування застосування одноктного електромагнітного привода у віброударних системах із технологічним навантаженням;
- аналіз впливу параметрів пружних характеристик на динаміку (гармонійний склад та АЧХ) віброударних систем.

Узагальнена модель електромеханічних двомасових віброударних систем з імпульсним збуренням має вигляд, виходячи з (1.45):

$$\left. \begin{aligned} & \frac{k}{2(\delta_0 - (y_1(t) - y_2(t)))} \cdot \dot{i}(t) + \left[r + \left[(1 - \Phi[i(t)]) \cdot r^{<->} + r^{<+>} \right] + \frac{k \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t))}{2(\delta_0 - (y_1(t) - y_2(t)))^2} \right] \cdot i(t) = u(t); \\ & m_1 \ddot{y}_1(t) + R[y_1(t), y_2(t), \dot{y}_1(t), \dot{y}_2(t), \Delta] = f(t); \\ & m_2 \ddot{y}_2(t) - R[y_1(t), y_2(t), \dot{y}_1(t), \dot{y}_2(t), \Delta] = -f(t); \\ & f(t) = \frac{k \cdot n}{4} \left[\frac{i(t)}{\delta_0 - (y_1(t) - y_2(t))} \right]^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

де $R[y_1(t), y_2(t), \dot{y}_1(t), \dot{y}_2(t), \Delta]$ – закладена кусково-лінійна пружно-дисипативна характеристика.

Аналізом руху зведеної одномасової системи за відносною узагальненою координатою $y^*(t) = y_1(t) - y_2(t)$ можна спростити попередню систему:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{k}{2(\delta_0 - y^*(t))} \cdot \dot{i}(t) + \left[r + \left[(1 - \Phi[i(t)]) \cdot r^{<->} + r^{<+>} \right] + \frac{k \cdot \dot{y}^*(t)}{2(\delta_0 - y^*(t))^2} \right] \cdot i(t) = u(t); \\ & M \cdot \ddot{y}^*(t) + R[y^*(t), \dot{y}^*(t), \Delta] = \frac{k \cdot n}{4} \left[\frac{i(t)}{\delta_0 - y^*(t)} \right]^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Систему нелінійних диференціальних рівнянь (3.19) зручно використовувати для аналізу динамічної стійкості віброударної системи з врахуванням параметрів ЕМВ.

Відповідно до (3.17) отримано раціональні значення пружних параметрів для асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики без зазору за умови забезпечення максимального значення пришвидшення робочої маси. Значення власної частоти коливань ω_0 є функцією інерційно-пружних параметрів (3.9):

$$\omega_0 = \frac{2\omega_{01}\omega_{02}}{\omega_{01} + \omega_{02}}.$$

де, відповідні власні частоти коливань за напрямками пружних параметрів:

$$\omega_{01} = \sqrt{c_1 / m_{np}}, \quad \omega_{02} = \sqrt{c_2 / m_{np}}.$$

При цьому, коефіцієнти жорсткості c_1 і c_2 можуть залишатися невідомими, що нашоує на відповідні завдання їхнього синтезу. Таку процедуру доцільно здійснювати за значеннями власних частот коливань, що можна визначити за співвідношеннями:

$$\omega_{01} = \Theta \frac{\omega}{z}, \quad \omega_{02} = \Lambda \omega_{01}, \quad (3.20)$$

де синтезуючими параметрами прийнято *частотний коефіцієнт* Θ та *відношення власних частот* Λ .

Даний підхід дозволяє спростити пошук оптимальних значень пружних параметрів та отримати розрахункові формули, на відміну від числового пошуку безпосередньо за значеннями пружних параметрів, що знаходяться в досить широких межах. Покладається знайти для системи оптимальне відношення Λ основних власних частот та відповідний частотний коефіцієнт Θ . За синтезованими коефіцієнтами будуть знайдені оптимальні пружні параметри віброударної машини.

Максимум пришвидшення робочої маси є цільовою функцією задачі оптимізації та функцією синтезованих параметрів:

$$a_{p \max}(\Theta, \Lambda) \rightarrow \max. \quad (3.21)$$

З врахуванням (3.20) формула для визначення власної частоти коливань віброударної системи набуде вигляду:

$$\omega_0(\Theta, \Lambda) = \frac{2\omega\Theta\Lambda}{z(\Lambda + 1)}, \quad (3.22)$$

за цього необхідно витримати резонансну умову $\omega_0 = \omega / z$, а тому раціональне співвідношення між синтезованими параметрами набуде вигляду

$$\frac{2\Theta\Lambda}{\Lambda + 1} = 1. \quad (3.23)$$

Відповідно, маючи співвідношення

$$\Theta = \frac{\Lambda + 1}{2\Lambda},$$

задачу синтезу можна звести до одного параметра, покладаючи в систему дифрівнянь (3.19) залежності

$$c_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{\Lambda + 1}{2\Lambda} \frac{\omega}{z} \right)^2, \quad c_2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{\Lambda + 1}{2} \frac{\omega}{z} \right)^2, \quad (3.24)$$

де Λ визначає сутність вібраційної системи: $\Lambda = 1$ – гармонійна ($c_1 = c_2$); $\Lambda = 2$ – віброударна з оптимальною пружною характеристикою, оскільки $\Theta = 0,75$.

Параметри для аналізу системи з постійним в'язким тертям вибрано наступними: $m_1 = 22$ кг, $m_2 = 11$ кг, $\omega = 314$ рад/с, $z = 1$, $\delta_0 = 0,005$ м, $r_{np} = 18$ Ом, $w = 650$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3}$ м², $n = 2$, $U_0 = 200$ В, $r^{<+>} = 0,001$ Ом, $r^{<->} = 10^8$ Ом, $b = 691,15$ Н·с/м. Оптимальне значення відношення власних частот $\langle \Lambda \rangle = 2$ встановлено за результатами (рис. 3.4, табл. 3.1) дискретної зміни параметра $\Lambda_j = 0,25j$, $j = 1..20$ (Додаток Н).

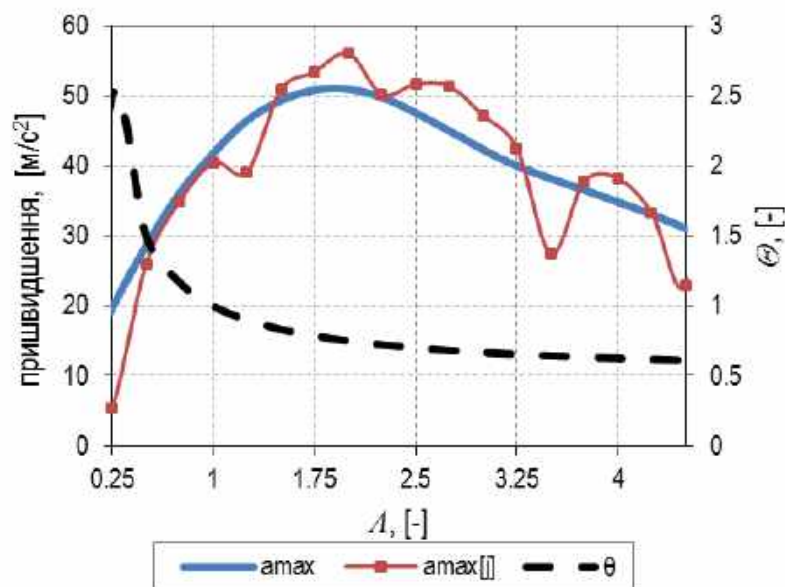


Рисунок 3.4 – Максимальні значення пришвидшення робочої маси (із синтезу з одним параметром)

Значення цільової функції встановлено за дискретної зміни обох синтезованих коефіцієнтів $\Theta_i = 0,25i$, $\Lambda_j = 0,5j$, $\langle i, j \rangle = 1..20$ (рис. 3.5) в табл. 3.2.

Таблиця 3.1 – Значення пришвидшень із синтезу за одним параметром

A_j	Θ_j	$a_{\max j}$, [м/с ²]
0,5	1,5	25,94
1	1	40,51*
1,5	0,83	50,9
2	0,75	56,07
2,5	0,7	51,74
3	0,67	47,19
3,5	0,64	27,46
4	0,63	38,17

* значення для гармонійної системи

Під час моделювання моделі зі змінним кусково-лінійним в'язким тертям використано параметри: $\gamma = 0,04$, $U_0 = 50$ В. Пікове значення пришвидшення спостерігається за таких значень коефіцієнтів $\langle \Theta \rangle = 0,75$, $\langle \Lambda \rangle = 2$. При цьому умова (3.23) виконується, а синтезована система є ефективнішою за гармонійну систему, пришвидшення для якої відповідає значенням синтезованих параметрів $\Theta = \Lambda = 1$.

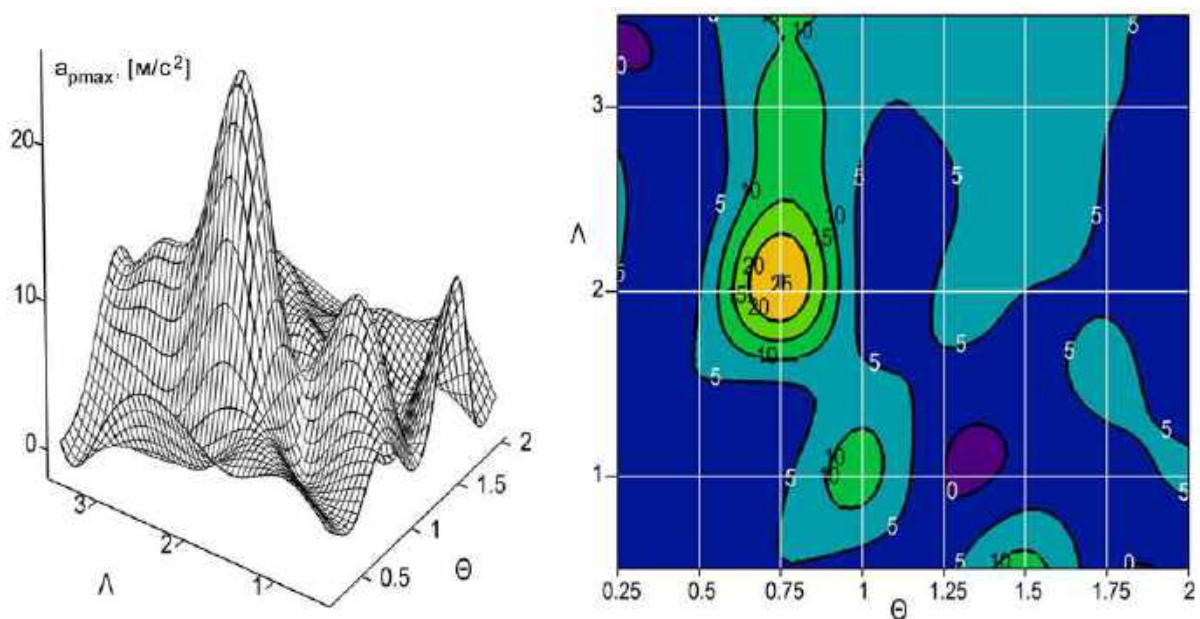


Рисунок 3.5 – Максимальні значення пришвидшення робочої маси (із синтезу за двома параметрами)

Таблиця 3.2 – Максимуми пришвидшення при синтезі за двома параметрами

$\Theta \backslash \Lambda$	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
0,25	4,51	3,23	4,71	6,05	2,73	0,48	15,85
0,5	1,86	4,84	4,88	1,45	1,75	3,79	4,69
0,75	3,74	4,75	24,9	14,9	12,32	10,74	20,63
1	11,87*	6,44	3,65	4,12	6,05	7,11	8,5
1,25	0	3,44	5,84	3,89	5,86	5,08	6,82
1,5	1,73	3,05	4,97	9,04	6,78	6,07	6,45

* значення для гармонійної системи

Таким чином, раціональними (за максимумом пришвидшення) параметрами при розробленні двомасових віброударних систем із визначеним резонансним налагодженням варто вважати такі, що визначені як на підставі частотного синтезу аналітично, з умови забезпечення білярезонансного режиму (3.11), так і оптимізаційного динамічного аналізу чисельно: $\Theta = 0,75$, $\Lambda = 2$.

3.1.3. Обґрунтування застосування імпульсного (однотактного) привода у технологічних віброударних системах

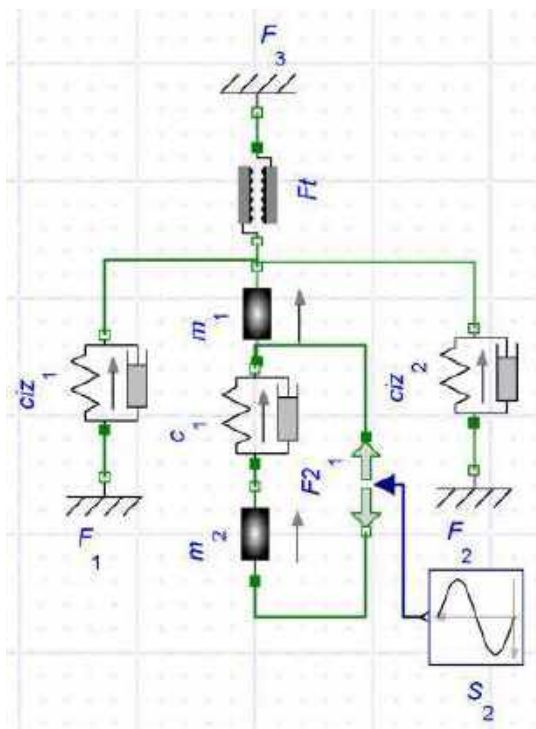
В ряді наукових праць трактується питання низької ефективності реалізації одночастотних резонансних систем на базі вібраторів з випрямленим струмом [127, 244]. Більшість експериментальних моделей реалізують на базі двотактних схем. Проте, використання однотактних вібраторів спрощує та полегшує конструктивну реалізацію машини, особливо на базі віброударної схеми. Тому, розглядається питання аналізу енергетичної оцінки та якості роботи віброударної системи з використанням імпульсного збурення.

Модель віброударної машини з імпульсним збуренням побудовано за оптимальною пружною характеристикою (2.25). До моделі виду (3.18) в рівняння робочої маси враховано доданок виду $F_t \text{sign}[\dot{y}_1(t)]$, що встановлює додаткові технологічні затрати на оброблення за сухим тертям (для прикладу процес віброрізання) (рис. 3.6).

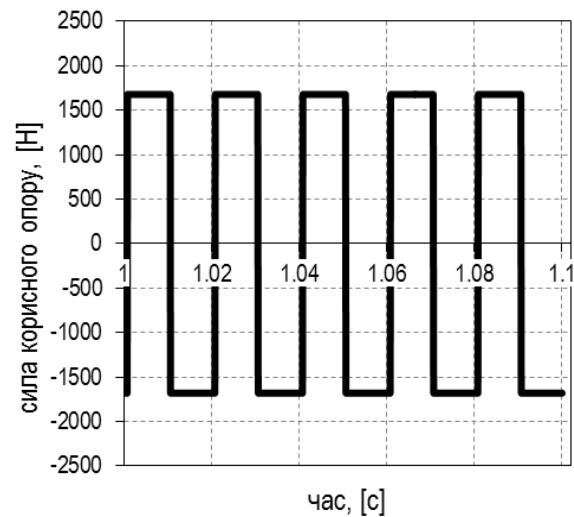
Механічну складову вібраційної системи визначено інерційними характеристиками: робоча маса $m_1 = 168$ кг, реактивна маса $m_2 = 55$ кг. Затрати потужності на техпроцес залежатимуть від роботи вібраційної системи. При цьому покладено, що мінімально необхідні затрати на оброблення (чинне значення) повинні становити деяку сталу задану величину P_k :

$$P_k = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p_k(t)^2 dt},$$

де $p_k(t) = F_t \text{sign}[\dot{y}_1(t)]\dot{y}_1(t)$ – корисна потужність; $F_t \equiv m_1 g$ – сила сухого тертя.



а



б

Рисунок 3.6 – Структурна схема (а) та часова характеристика корисного навантаження (б) вібраційної системи

Запропонований підхід дозволяє визначити кінематичні, технологічні та енергетичні показники роботи машини за різних схем збурення, пружних характеристик та здійснити їх відносне порівняння. При цьому ключовим є обґрунтування застосування імпульсного збурення у віброударних системах.

Пружні параметри визначаються за попередньо встановленими оптимальними значеннями коефіцієнтів (3.24).

Прийнято наступні електромеханічні характеристики: $\omega = 314$ рад/с, $z = 0,94$, $\gamma = 0,04$, $\delta_0 = 0,005$ м, $r_{np} = 18$ Ом, $w = 650$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3}$ м², $n = 8$, $r^{<+>} = 0,001$ Ом, $r^{<->} = 10^8$ Ом. Очевидним є те (табл. 3.3), що для виконання поставлених технологічних цілей більш ефективними за оцінюваним енергетичним критерієм є віброударні системи (Додаток П). При цьому отримано результати, де використання двотактної схеми живлення (рис. 3.7) для віброударних систем є практично рівноцінним до застосування імпульсного електромагнітного збурення (рис. 3.8). Використання одноктної схеми є, безумовно, виправданим, з точки зору спрощення конструктивної реалізації машин відповідного типу.

Таблиця 3.3 – Результати моделювання двомасових резонансних систем

Модель системи	Схема живлення	Основні характеристики						Показники оцінювання ефективності функціонування			
		$a_{p \max}$, [м/с ²]	U_0 , [В]	P_k , [Вт]	P , [Вт]	P/n , [Вт]	B , [Тл]	η_1 , [%]	η_2 , [%]	η_3 , [%]	ζ_a , [(м/с ²)/Вт]
гармонійна	I	78,77	194	250,71	2529,36	316,17	0,26	21,17	20,91	21,04	0,031
	II	72,9	198	250,16	1708,3	213,54	0,26	19,35	19,08	19,22	0,043
віброударна	I	106,01	166	257,59	1823,22	227,9	0,23	26,02	27,87	29,94	0,058
	II	107,94	196	255,46	1787,63	223,45	0,28	18,44	21,03	19,73	0,06

I – імпульсна, II – двотактна

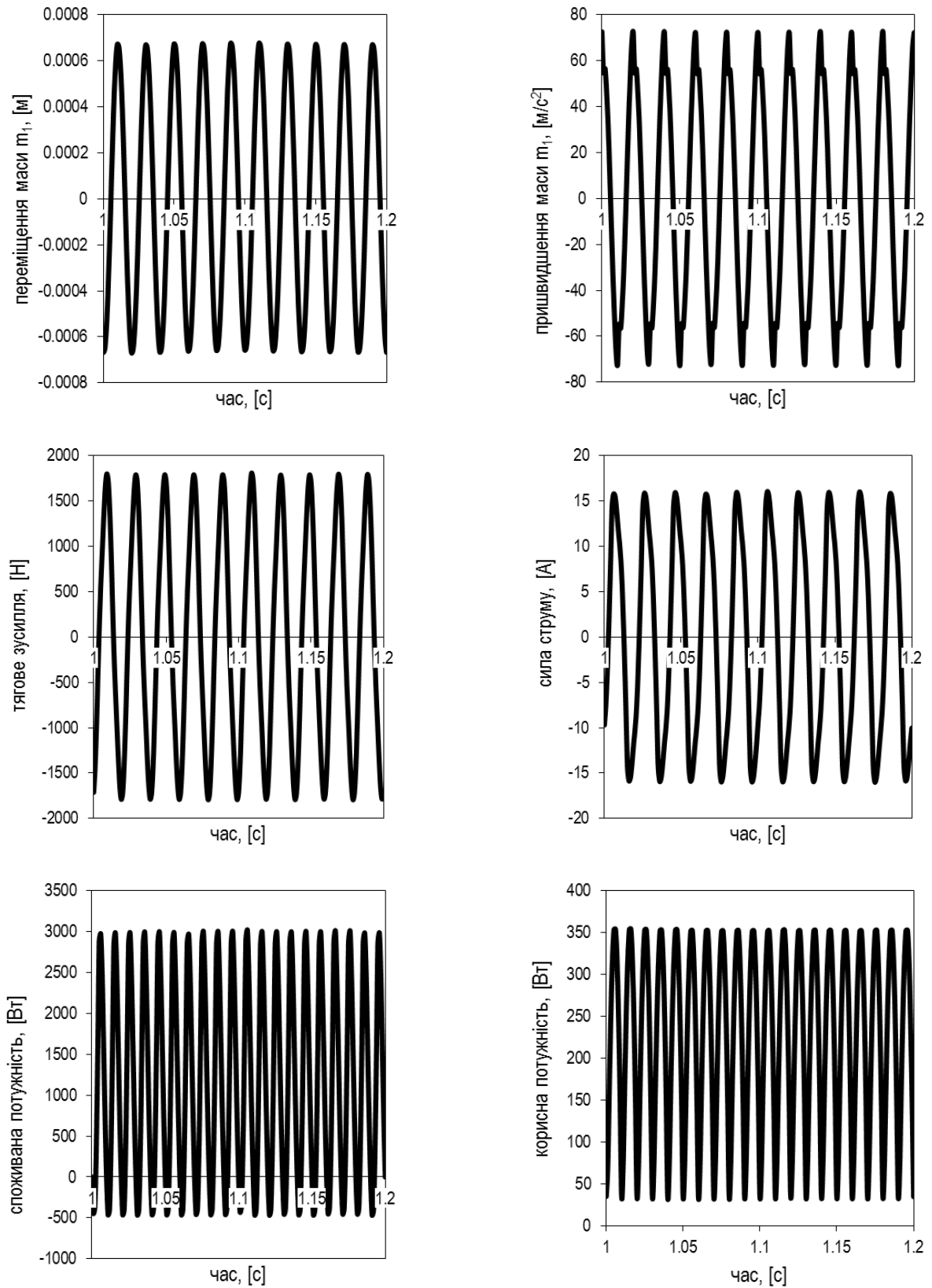


Рисунок 3.7 – Кінематичні, силові та енергетичні характеристики гармонійної системи з двотактним живленням ЕМВ

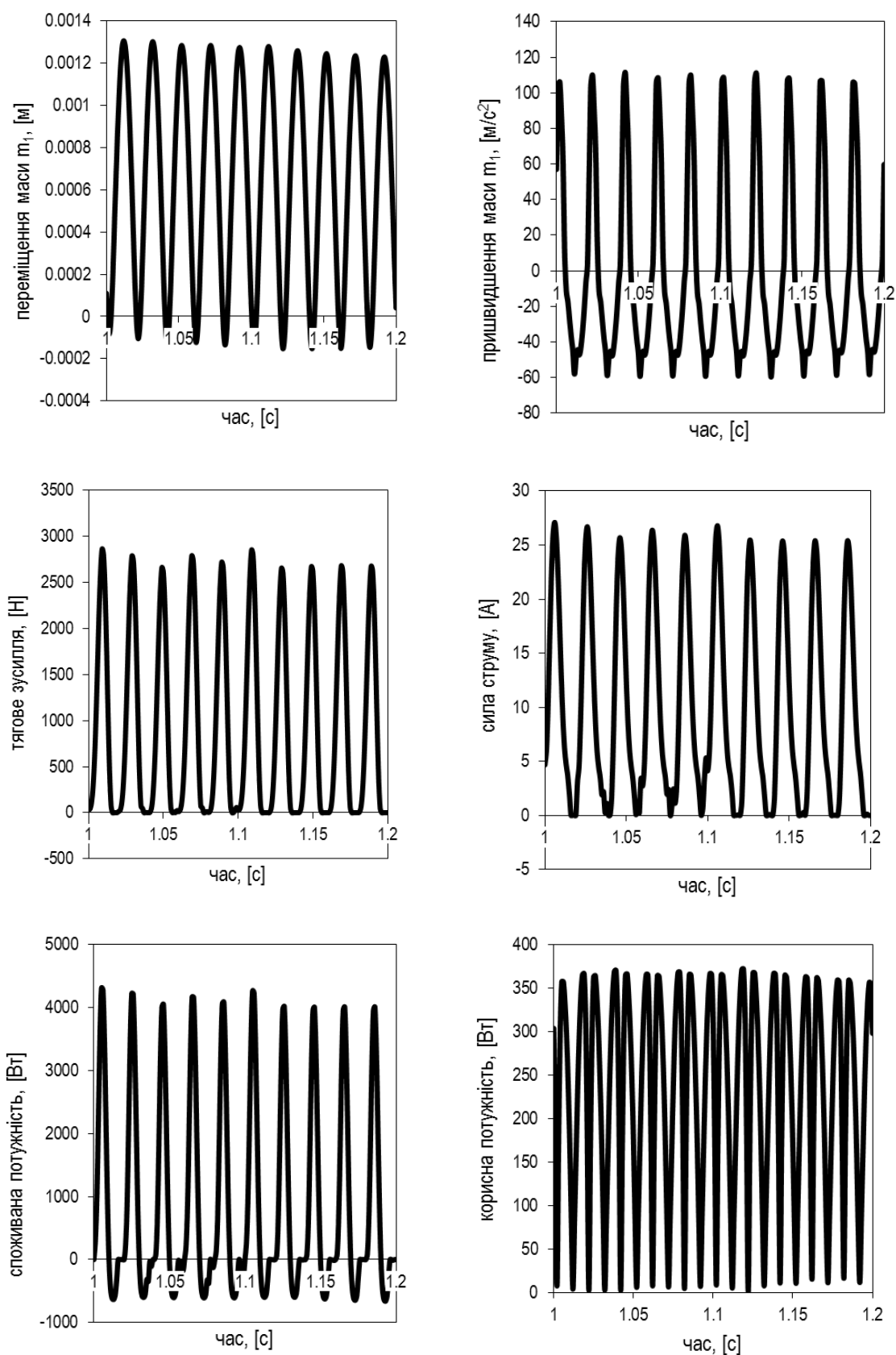


Рисунок 3.8 – Кінематичні, силові та енергетичні характеристики віброударної системи з імпульсним збуренням

Визначальна особливість порівнюваних вібраційних систем прослідковується спектрами пришвидження робочої маси (рис. 3.9), отриманих розкладом в ряд Фур'є часової характеристики.

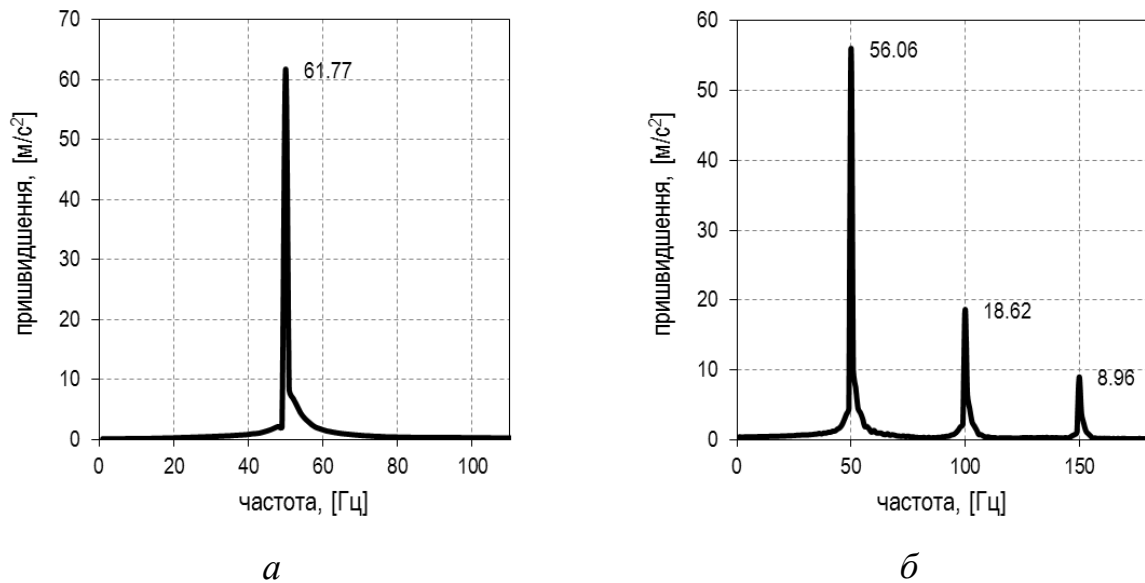


Рисунок 3.9 – Спектральний склад пришвидження робочої маси:
 а – гармонійна система за двотактною схемою збурення; б – віброударна система за імпульсною

Вплив попереднього натягу у пружній характеристиці на амплітудні значення гармонік пришвидження. За відповідного конструктивного виконання (рис. 3.1, б) пружні характеристики виконують з попереднім натягом (напруженням) пружин. Оцінимо вплив цього натягу на динаміку системи, зокрема на значення основної 50 Гц (A_{11}) та кратних високочастотних 100 Гц і 150 Гц (A_{12} і A_{13}) гармонік пришвидження робочої маси (рис. 3.10, Додаток Р). Для цього модель системи (3.10) потрібно розглядати з рівнянням пружної характеристики (2.15). Використано вихідні електромеханічні параметри попередньої задачі. Очевидним є те, що основного впливу зазнає основна гармоніка. Меншого впливу на зменшення зазнають високочастотні складові. Регулюванням величини попереднього натягу можна керувати величиною пришвидження робочої маси.

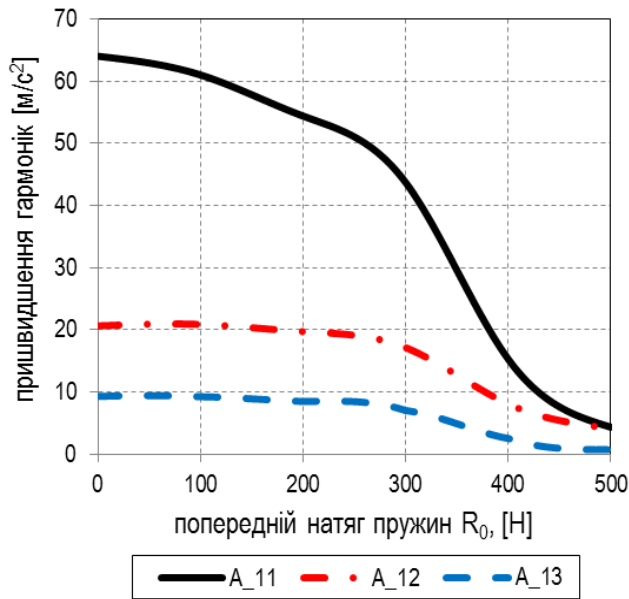


Рисунок 3.10 – Вплив попереднього натягу пружин на основну та кратні гармоніки пришвидшення робочої маси

3.1.4. Порівняльний аналіз синтезованих віброударних систем із асиметричними пружними характеристиками

Рівняння скелетної кривої (2.29) для пружної характеристики з зазором виду (2.25) вказує на нелінійність розглядуваної системи, частота вільних коливань якої визначається амплітудою коливань (величиною номінального зусилля збурення F) та зазором Δ .

На основі отриманої частотної характеристики вимушені коливання зведеної вібраційної системи можна представити у вигляді:

$$\ddot{x}(t) + \begin{cases} 2n_1 \cdot \dot{x}(t), & \text{якщо } x(t) + \Delta \geq 0 \\ 2n_2 \cdot \dot{x}(t), & \text{якщо } x(t) + \Delta < 0 \end{cases} + x(t) \cdot \Omega_0[\Delta, x(t)]^2 = f(t), \quad (3.25)$$

де $n_1 = b_1 / 2m_{np}$, $n_2 = b_2 / 2m_{np}$, $f(t) = F \sin(\omega t) / m_{np}$, а значення частоти вільних коливань визначається умовою

$$\Omega_0[\Delta, x(t)] = \begin{cases} \sqrt{c_1 / m_{np}}, & \text{якщо } x(t) \geq 0 \wedge \Delta = 0 \vee \Delta \geq x(t), \\ \sqrt{c_2 / m_{np}}, & \text{якщо } x(t) < 0 \wedge \Delta = 0, \\ \omega_0[\Delta, x(t)], & \text{інше.} \end{cases} \quad (3.26)$$

Рівняння (3.24) використовується для побудови АЧХ вібраційної системи за відносною координатою, а рівняння (3.25) визначає її скелетну криву. На рис. 3.11 подано скелетну криву віброударної системи з зазором, згідно якої

частота вільних коливань знаходиться в межах $\omega_{01} \leq \Omega_0[\Delta, x(t)] < 2\omega_{02}$. Параметри системи (Додаток С): $m_1 = 22$ кг, $m_2 = 11$ кг, $\omega = 314$ рад/с, $z = 0,96$, $\gamma = 0,04$, $\delta_0 = 0,004$ м, $r_{np} = 18$ Ом, $w = 650$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3}$ м², $n = 2$.

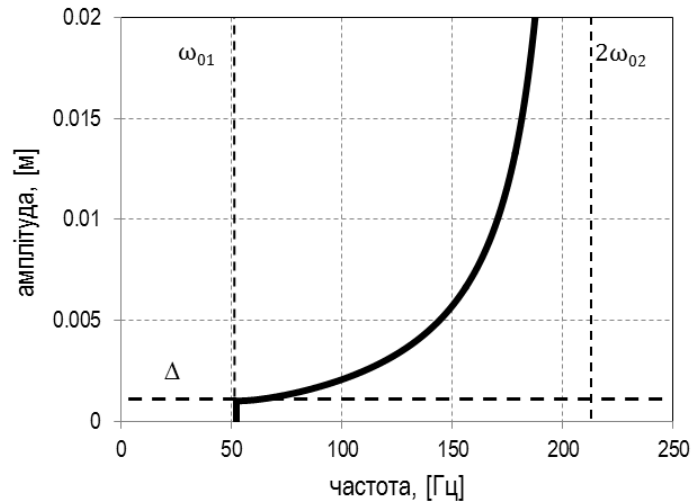


Рисунок 3.11 – Частотна характеристика амплітуди вільних коливань вібраційної системи

Встановлено залежність коефіцієнта асиметрії пришвидшення k_a від номінального значення сили збурення (рис. 3.12): система без зазору володіє сталим значенням коефіцієнта асиметрії $k_a = const$, а система із зазором дозволяє коригувати відповідний параметр за відповідних значень зазору Δ та зусилля F_0 . За рівнянням (3.24) побудовано визначальні АЧХ порівнюваних вібраційних систем (рис. 3.14), покладаючи амплітудне значення тягового зусилля $F_0 = 725$ Н. Встановлено, що синтезована віброударна система без зазору з оптимальною пружною характеристикою перебуває у закладеному дорезонансному режимі (за аналогією до лінійних систем). На відміну їй, система із зазором володіє вищою стійкістю за АЧХ та має чітко виражений нелінійний характер (рис. 3.14, б).

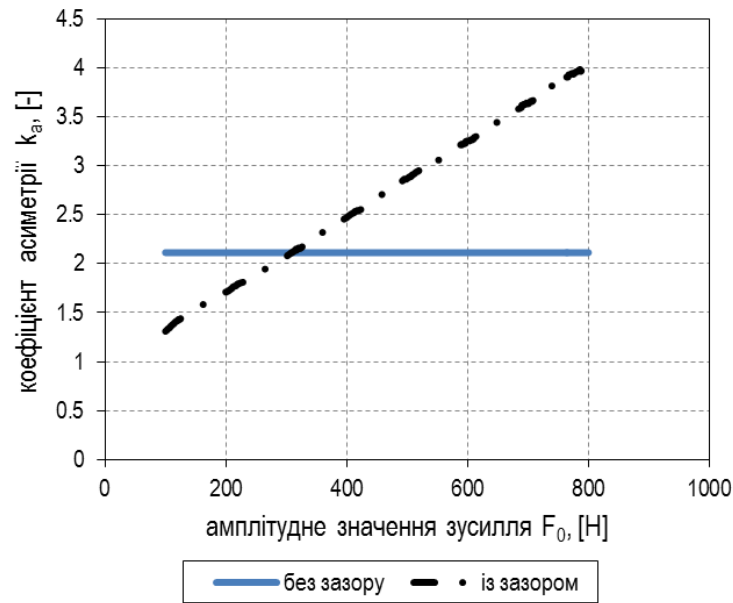


Рисунок 3.12 – Вплив амплітудного значення зусилля збурення на коефіцієнт асиметрії при швидженні робочої маси віброударних систем без зазору та з зазором ($\Delta=0,001\text{м}$)

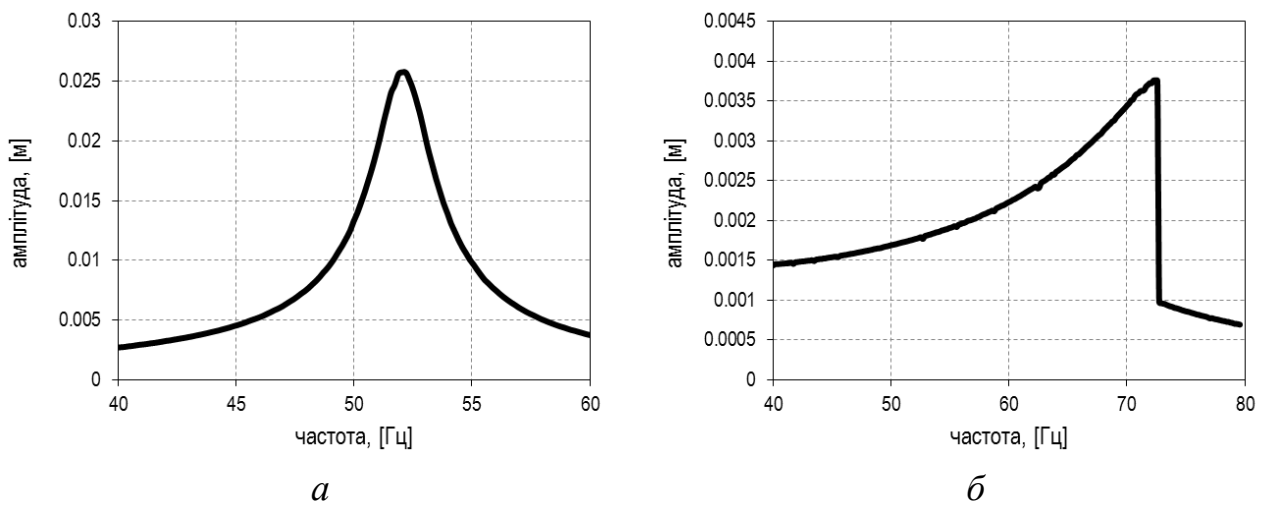


Рисунок 3.13 – АЧХ віброударних систем:
a – без зазору; *б* – із зазором

Порівняння систем та вибір варіанту реалізації віброударного режиму здійснюватиметься на основі комплексного аналізу основних кінематичних, силових та енергетичних параметрів (рис. 3.14). Порівнювані вібраційні системи еквівалентні за максимальним значенням перевантаження робочої маси $\Gamma = 10$.

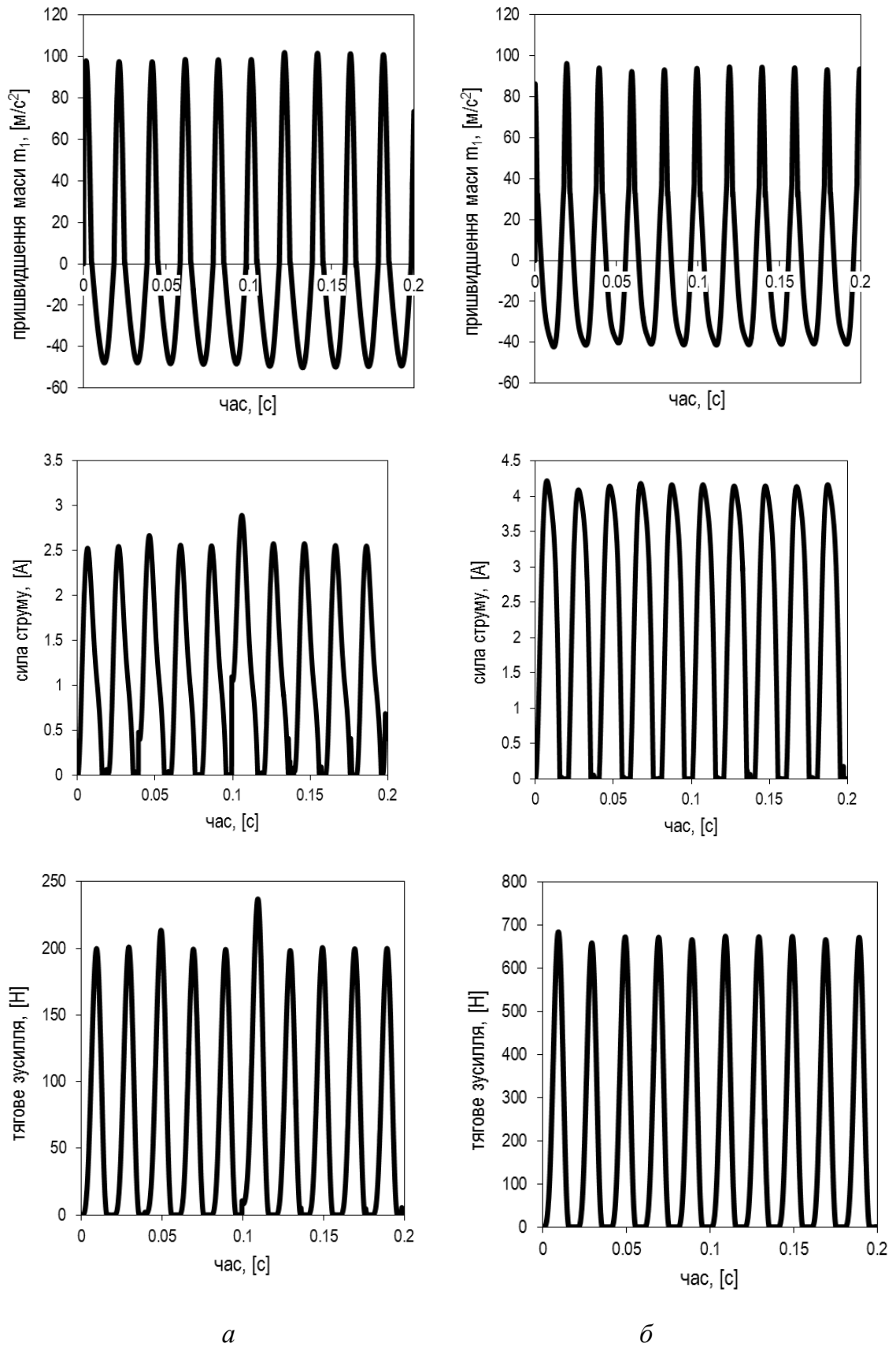


Рисунок 3.14 – Миттєві залежності пришвидження робочої маси, сили струму та імпульсного тягового зусилля віброударних систем:

a – без зазору; *б* – із зазором

Визначальним фактором, що пояснює ефективність віброударних процесів є наявність полічастотного спектру пришвидження робочої маси (рис. 3.15). У віброударних системах окрім основної гармоніки на частоті збурення 50 Гц наявні кратні їй високочастотні гармоніки.

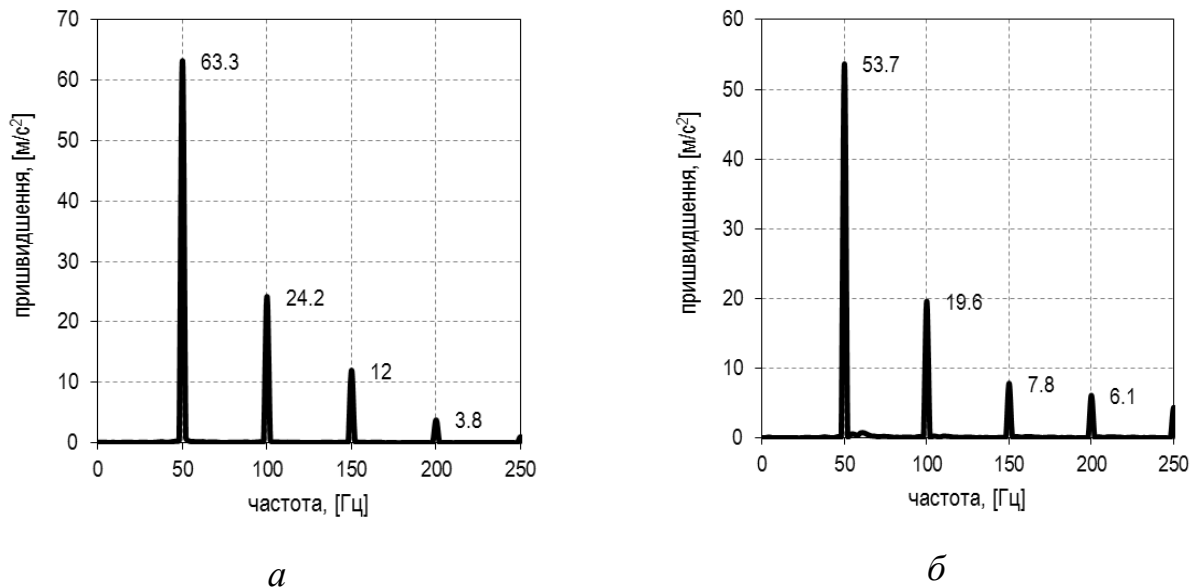


Рисунок 3.15 – Спектральні характеристики пришвидження робочої маси віброударних систем: *а* – без зазору; *б* – із зазором

Результуючі АЧХ (рис. 3.16) отримано безпосередньо чисельним інтегруванням системи дифрівнянь (3.10), за характером відповідають АЧХ, отриманих за їх аналітичним представленням (рис. 3.14). Принципова відмінність обох варіантів реалізації віброударних систем полягає саме в характері їхніх АЧХ. Для першої системи АЧХ має більш "гострий" вигляд, аналогічний лінійній пружній характеристиці. За першого варіанту отримуються вищі динамічні характеристики, для другого – вища технологічна стійкість за рахунок зростання фактичного значення власної частоти. Спільним для обох систем є наявність субгармонійного резонансу порядку $\omega_0/2$. Однак його використання тут не має практичного сенсу, оскільки відсутній збурювальний чинник на згаданій частоті. За додаткового збурення можливий сенс його використання.

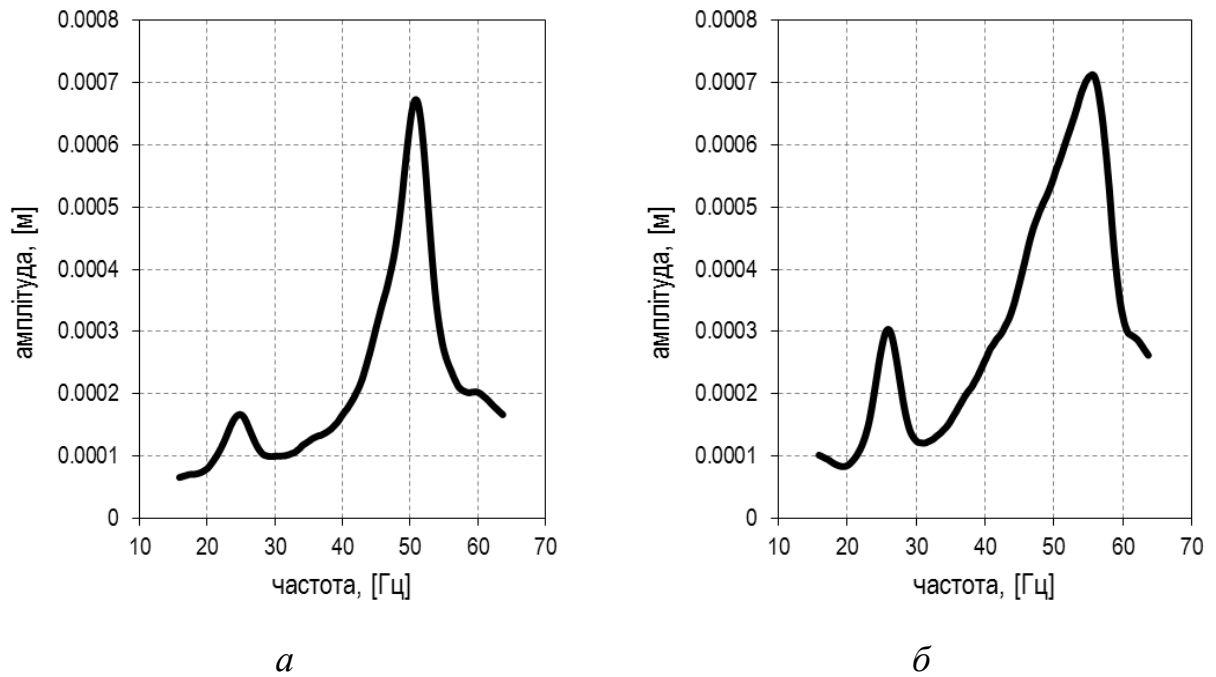


Рисунок 3.16 – АЧХ робочої маси віброударних систем:
a – без зазору [$U_0(\omega) = (\omega / 314) \cdot 80$];
б – із зазором $\Delta=0,001\text{м}$, [$U_0(\omega) = (\omega / 314) \cdot 120$]

3.2. Формування числового методу розрахунку та оптимізації віброударних систем із визначеними обмеженнями

Базуючись на запровадженій гіпотезі, що підвищення ефективності функціонування криється у раціональних співвідношеннях пружно-силових та інерційних параметрів, доцільним є сформулювати метод розрахунку та оптимізації віброударних систем із встановленими обмеженнями. Це приводить до реалізації багатопараметричного підходу, зокрема в можливостях маніпулювати обома коефіцієнтами Θ і Λ , пов'язаними з коефіцієнтами жорсткості c_1 і c_2 асиметричних кусково-лінійних пружних характеристик, а також силовими параметрами (номінальне зусилля та частота збурення). Доцільно шукані параметри закласти безпосередньо під час розв'язування систем нелінійних диференціальних рівнянь, що зумовлює їхнє функціональне представлення (рис. 3.17). За розв'язками, що є функціями відповідних параметрів формують комплекс розрахункових кінематичних, динамічних і цільових характеристик.

Подальше використання синтезованих параметрів дає підстави формувати оптимізаційну задачу з використанням запровадженого у (2.11) енергетичного критерію. Саме на цьому етапі закладено можливості підвищення ефективності функціонування дво- та тримасових вібраційних машин із полічастотними коливаннями у резонансних режимах роботи.

Для усунення проблеми пошуку глобального оптимуму у двопараметричній задачі синтезу можна на попередньому етапі використати підпрограму перебору параметрів з умовами. Отримані оптимальні параметри можна використати як початкові наближення під час другого етапу оптимізації з використанням спеціальних числових методів, зокрема градієнтних. Для якісного розв'язування багатопараметричних задач із багатьма локальними оптимумами доцільно додатково накладати додаткові обмеження, що дозволяють штучно мінімізувати кількість можливих розв'язків. Таким обмеженнями доцільно приймати фіксоване значення власної частоти коливань, або ж діапазон його перебування, а також фіксовані значення шуканих кінематичних параметрів, тощо.

Надалі, отримані параметри можна застосовувати в більш складних динамічних моделях, проводячи їхній багатокритеріальний чи уточнений аналіз. Запропонований алгоритм придатний до оптимізаційних задач як лінійних, так і нелінійних систем. Зокрема, для синтезу традиційним способом потрібно приймати значення коефіцієнтів синтезу $\Theta = 1$ і $\Lambda \neq 1$.

Запропонований підхід і алгоритм його реалізації формує цілісну концепцію оптимізаційного синтезу та багатокритеріального аналізу резонансних вібраційних систем з обґрунтуванням пружно-силових параметрів, схем і умов електромагнітного збурення з врахуванням вимог технологічного характеру. Усе це в сукупності формує удосконалений розрахунковий метод синтезу нелінійних резонансних вібраційних машин.

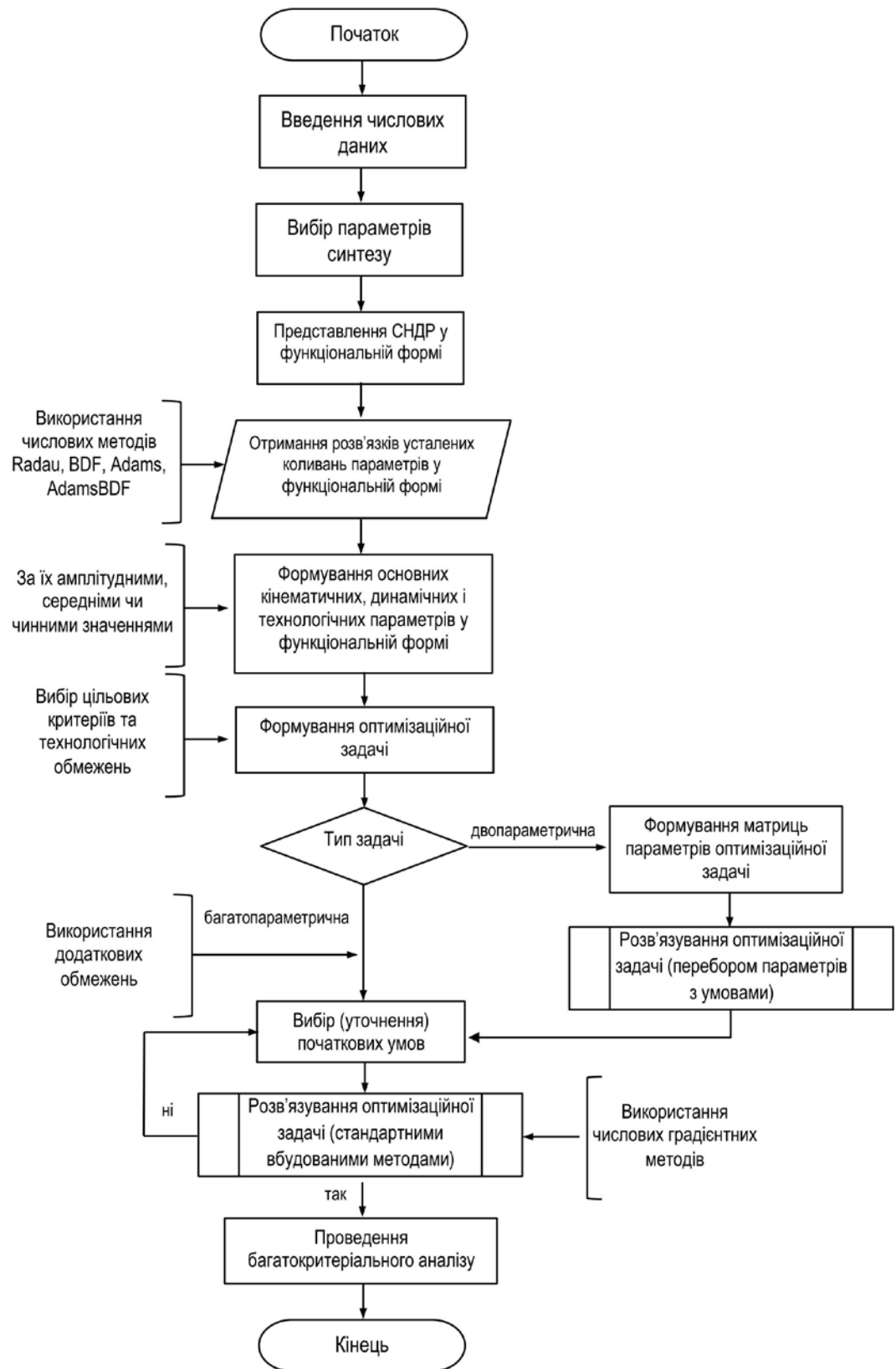


Рисунок 3.17 – Алгоритм розрахункового методу оптимізаційного синтезу вібраційних технологічних машин

3.3. Синтез пружно-силових параметрів віброударних систем за технологічними характеристиками

Основними засобами, що лежать в основі побудови віброударної машини є її структурне виконання та значення ключових пружно-інерційних параметрів. Для побудови резонансних систем у типовому виконанні використовують двомасові структури, а реалізація віброударних режимів базується на застосуванні асиметричних пружних характеристик з використанням пружних обмежувачів руху мас.

Відсутність цілісних методик оптимізаційного синтезу пружно-силових параметрів існуючих резонансних вібраційних машин є безумовно науковою проблемою, оскільки результатами таких методик можуть бути конкретні практичні рекомендації щодо можливості модернізації машин, а також отримані нові, науково обґрунтовані положення, що відображають перспективні та доцільні напрямки дослідження.

Встановлено, що віброударні системи можуть бути реалізовані впровадженням різноманітних конструктивних засобів, переслідуючи в кінцевому випадку відповідні технологічному призначенню системи кінематичні характеристики руху робочої маси. З точки зору технологічної доцільності застосування віброударних машин є обов'язковим у енергоємних виробництвах гірничої, будівельної, переробної галузей. Тому, технологічні режими роботи машин, як правило наперед визначені, що значно спрощує підхід до її реалізації. Зокрема, одним із визначальних параметрів віброударних режимів є коефіцієнт асиметрії пришвидшення робочої маси k_a , що слугує показним доцільності технологічного застосування вібраційних систем у відповідних процесах. Однак, зважаючи на те, що передумовами до їхньої реалізації можуть бути існуючі на практиці резонансні гармонійні машини, що побудовані на двомасових системах, то відповідно це потребує додаткового аналізу можливості її структурно-параметричного перетворення у клас суттєво-нелінійних систем, якими є віброударні системи в цілому. Принциповими

засобами реалізації віброударних машин є конструктивна реалізація на базі обмежувачів відносного руху коливальних мас, які приводять до появи асиметричних кусково-лінійних пружних характеристик.

Передбачається використати встановлені критерії (2.5) – (2.10) для проведення оптимізаційних задач на базі резонансної системи технологічної вібромашини з електромагнітним приводом та основне – можливість переведення традиційної гармонійної машини у віброударну із забезпеченням відповідних технологічних параметрів і характеристик віброударного режиму за мінімальних конструктивних перетворень. Тобто встановлюється передумова до застосування існуючої в структурі машини резонансної пружної ланки визначеної жорсткості. Результатом розв’язаних оптимізаційних задач будуть визначені пружно-силові параметри, закладення яких у реальні моделі вібромашини (з врахуванням динаміки привода) дасть достовірний та очікуваний результат за попередньо проведеного спрощеного аналізу.

У попередньому, наближеному підході, розглядається механічна модель коливальної системи з двома ступенями вільності з еталонною характеристикою силового електромагнітного збурення за двотактною схемою (гармонійне збурення) для визначення суті віброударного режиму та вивчення його визначальних характеристик:

$$\left. \begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1(t) + b \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + \begin{cases} c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)), \\ \text{якщо } x_1(t) - x_2(t) \geq 0 \\ c_2(\Lambda) \cdot (x_1(t) - x_2(t)), \\ \text{якщо } x_1(t) - x_2(t) < 0 \end{cases} &= F_0 \sin(\omega t); \\
 m_2 \ddot{x}_2(t) - b \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) - \begin{cases} c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)), \\ \text{якщо } x_1(t) - x_2(t) \geq 0 \\ c_2(\Lambda) \cdot (x_1(t) - x_2(t)), \\ \text{якщо } x_1(t) - x_2(t) < 0 \end{cases} &= -F_0 \sin(\omega t).
 \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

Параметри моделі: $m_1 = 168$ кг, $m_2 = 55$ кг, $\omega = 314$ рад/с, $z = 1$. Значення коефіцієнта лінійного в’язкого тертя визначено за умови, що параметр загасання (безрозмірний коефіцієнт демпфування ξ) приведеної резонансної системи

становить 20% від величини критичного загасання для даної системи [171, 295]

$b = 2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \xi \omega$, (тут $\xi = 0,2$), а синтезовані пружні параметри визначатимуться

за такими співвідношеннями:

$$c_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{\omega}{z} \right)^2, \quad c_2(\Lambda) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\Lambda \frac{\omega}{z} \right)^2. \quad (3.28)$$

У формулі для визначення параметра c_2 введено частотний коефіцієнт Λ , що визначає сутність вібраційної системи (за $\Lambda = 1$ система вироджується у лінійну, а за $\Lambda > 1$ у традиційну віброударну без зазору). Відношення пружних параметрів у кінцевому випадку визначається як $c_2 / c_1 = \Lambda^2$. Така постановка залежностей створює передумови щодо використання традиційних і наявних у структурі машини пружних зв'язків жорсткістю c_1 із наступним визначенням коефіцієнта жорсткості c_2 обмежувачів руху, що реалізують у кінцевому випадку беззазорну пружну характеристику (3.2). Сутність забезпеченої асиметричної пружної характеристики є в тому, що для неї встановлене фіксоване значення власної частоти коливань, не порушуючи при цьому цінні переваги віброударних систем [151]:

$$\omega_0 = \frac{2\Lambda}{\Lambda + 1} \frac{\omega}{z}. \quad (3.29)$$

Цільовими функціями оптимізаційних задач приймаються:

- середнє значення механічної потужності (енергетичний критерій якості функціонування системи)

$$A_f(F_0, \Lambda) = \text{mean}[f(t) \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t))] \rightarrow \min, \quad (3.30)$$

- максимум пришвидшення робочої маси (технологічний критерій якості функціонування системи)

$$a_{1\max}(F_0, \Lambda) \rightarrow \max, \quad (3.31)$$

- максимум коефіцієнта асиметрії пришвидшення робочої маси (технологічний критерій якості реалізації віброударного системи)

$$k_a(F_0, \Lambda) \rightarrow \max. \quad (3.32)$$

Встановлюються технологічні обмеження на параметри пришвидшення робочої маси у вигляді

$$\left. \begin{aligned} 3,5 < k_a(F_0, \Lambda) < 4, \\ -15 \text{ м/с}^2 < a_{1\text{min}}(F_0, \Lambda) < -10 \text{ м/с}^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

Варійованими параметрами вибираються частотний параметр Λ , що оцінює суто динамічні якості реалізації віброударного режиму механічною системою та номінальне значення зусилля збурення F_0 , за яким встановлюються енергетичні затрати зовнішнього джерела для досягнення відповідних властивостей віброударної системи в комплексі з її динамічними можливостями. Пошук відповідних режимів роботи може бути здійснений чисельним розв'язуванням системи диференціальних рівнянь (3.26). Однак, під час отримання розв'язку існує ймовірність того, що такі режими можуть бути реалізовані за різних комбінацій початкових наближень, а від так і різних комбінацій пружних параметрів. Варто зазначити, що такі наближення вибираються на підставі аналізу графічних залежностей. Для уточненого вибору параметрів задачі можна накласти додаткові обмеження, або ж задіяти відповідну цільову функцію. При цьому задача зводиться до оптимізаційної з відповідними обмеженнями (технологічними та параметричними). В загальному випадку розв'язок оптимізаційної задачі здійснюється з використанням відповідного методу [171, 182, 191, 230, 331], або ж перебором за відповідним алгоритмом, втіленого у програму. Раціональність відповідного підходу повинна аргументуватися часом, затраченим на отримання достовірного розв'язку. Однією із проблем обчислювальних методів розрахунку, вбудованих у математичні програми є залежність результату від вибору початкових наближень шуканих параметрів. Ця проблема особливо актуальна для пошуку оптимальних параметрів моделі, зокрема у програмному засобі Mathcad [296]. Тому, розробники пропонують пошук у проблемних випадках (встановлення глобального оптимуму задачі) здійснювати в ручному режимі. Проблема в тому,

що за наявності локальних оптимумів вбудований алгоритм програми “зависає” на локальному значенні оптимуму, що знаходиться найближче до вибраних початкових наближень та задовольняє накладеним обмеженням. Окрім того, для дієвості запропонованого алгоритму вибрані початкові наближення повинні задовольняти обмежувальним умовам, задіяним в алгоритмі задачі. Тому, розв’язування задачі пропонується здійснювати у два етапи.

Пропонується використати запропонований алгоритм пошуку раціональних значень початкових наближень з відповідним оптимізаційним перебором (Додаток Т) для подальшого уточнення отриманих початкових значень ($F_0 = 2,4 \text{ кН}$, $\Lambda = 3,5$) постановкою оптимізаційної задачі вбудованим обчислювальним методом (використання функції *maximize* за відповідним методом оптимізації з обмеженнями у вигляді нерівностей), то відповідно ймовірність отримати глобальний мінімум цільової функції значно зростає ($F_0 = 1,34 \text{ кН}$, $\Lambda = 5,52$). Поданий алгоритм базується на багатокроковому розв’язуванні (к-сть кроків оптимізаційної задачі визначається добутком $i \times j$) системи диференціальних рівнянь (3.27), згідно діапазону табуляції відповідних змінних параметрів F_0 та Λ .

Залежності цільових критеріїв (3.30) – (3.32) від синтезованого частотного коефіцієнта Λ (рис. 3.18), що отримано за номінального значення сили $F_0 = 2,4 \text{ кН}$ визначаються екстремальними значеннями. Реалізований алгоритм придатний для пошуку максимальних значень технологічних параметрів $\max(a_{1\max})$ (3.31) та $\max(k_a)$ (3.32) на другому етапі оптимізації заміною функції *minimize* на *maximize* з використанням відповідних цільових функцій. Для оцінки якості реалізації режими додатково застосовано критерій, що визначає питомі затрати діючого значення потужності відносно максимуму пришвидшення робочої маси ζ_a (табл. 3.4).

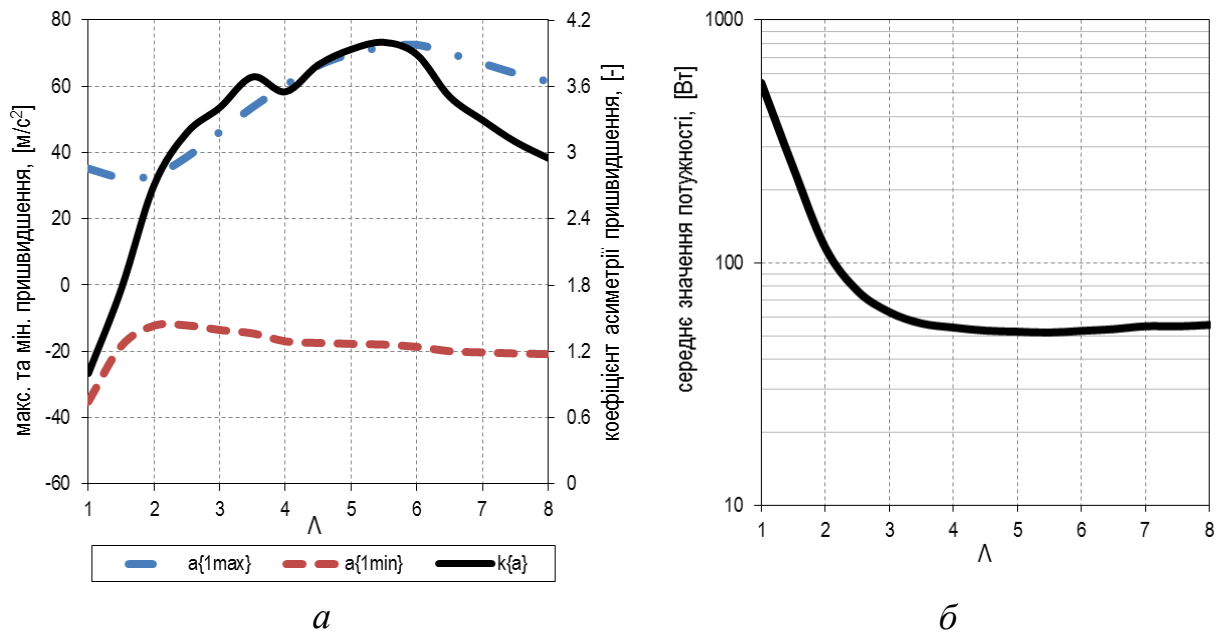


Рисунок 3.18 – Зміна від синтезованого частотного параметра:
 а – максимуму та мінімуму пришвидшення робочої маси, коефіцієнта асиметрії;
 б – середнього значення потужності механічних втрат

Таблиця 3.4 – Результати оптимізації віброударної системи з гармонійним збуренням

Мета оптимізації	A_{fd} , [Вт]		Параметри оптимізації		Обмеження		Функція мети
			F_0 , [кН]	Λ_{opt}	a_{1min} , [м/с ²]	k_a	ζ_a , [м/с ² /Вт]
A_f (min), [Вт]	15,97	63,04	1,34	5,52	-10		0,63
a_{1max} (max), [м/с ²]	60	141,87	2	5,53	-15	4	0,42
k_a (max)	4	83,8	1,54	5,52	-11,53		0,55

Із результатів очевидним є те, що оптимальним для розглядуваної системи за використаних цільових функцій є значення частотного коефіцієнта $\Lambda_{opt} = 5,5$. Часові залежності пришвидшення робочої маси за вихідних і синтезованих пружних параметрів визначаються характерним виглядом (рис. 3.19) з відповідним амплітудно-частотний спектром (рис. 3.20). Домінування 100 Гц гармоніки віброударної системи відслідковується відповідно на часовій залежності. Основним чинником доцільності віброударних режимів є його кратна багаточастотність, що гарантує якісне проходження технологічних процесів у середовищах на нанорівні.

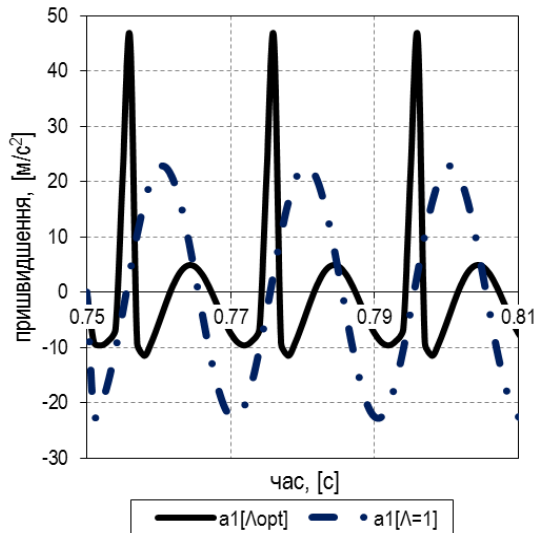


Рисунок 3.19 – Миттєві залежності пришвидшення робочої маси віброударної та гармонійної систем

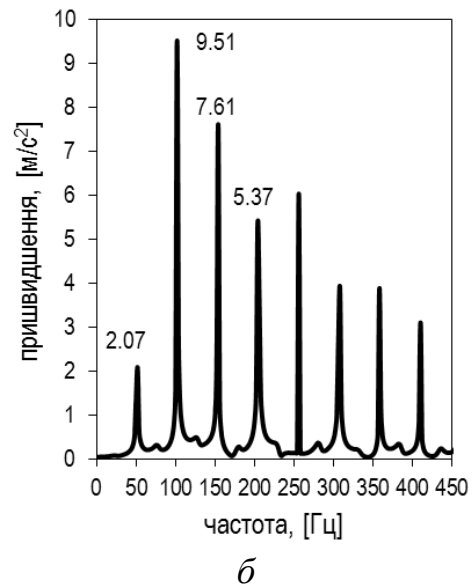
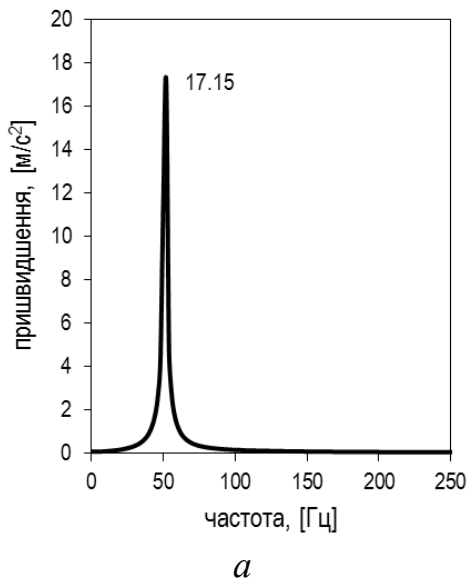


Рисунок 3.20 – Спектри пришвидшення робочої маси: *а* – гармонійна система ($\Lambda = 1$); *б* – синтезована віброударна система ($\Lambda = \Lambda_{opt}$)

Наступну перевагу синтезованої віброударної системи можна виявити за частотною характеристикою не за максимумом амплітуди (рис. 3.21, а) (АЧХ у класичному випадку), а за пришвидшенням (рис. 3.21, б).

Реалізована віброударна система наділена властивістю субгармонійного резонансу (кратністю $\frac{1}{2}$ основного). Найвні власні частоти знаходяться по обидва боки від частоти збурення, при цьому за АЧХ дана система вироджується у міжрезонансну. Варто зазначити, що тримасові системи за відповідного підбору параметрів володію підвищеною ефективністю (щодо

традиційних двомасових систем) функціонування у відносно вузькому частотному діапазоні [243]. Таку властивість спостерігаємо для віброударних систем, що мають значно ширший запас стійкості за значенням ширини резонансної зони. Зокрема, для отриманого значення Λ_{opt} отримаємо значення власної частоти коливань $f_0 = 84,57$ Гц, а ширина резонансної зони становить $\Delta f = 34,57$ Гц. Варто зазначити, що для традиційних резонансних систем значення ширини резонансної зони забезпечують за налагоджень $z = 0,94 - 0,96$, щоб отримати високу ефективність (вищі значення коефіцієнта динамічності). Тому, запропонована методика оптимізаційного синтезу технологічних віброударних машин може бути доповнена додатковими обмеженнями, а саме застосуванням виразу (3.29) для закладання відповідного значення ширини резонансної зони. У кінцевому випадку результатом оптимального синтезу технологічної вібромашини є раціональна пружна характеристика з реалізацією якої витримуються якісні технологічні показники.

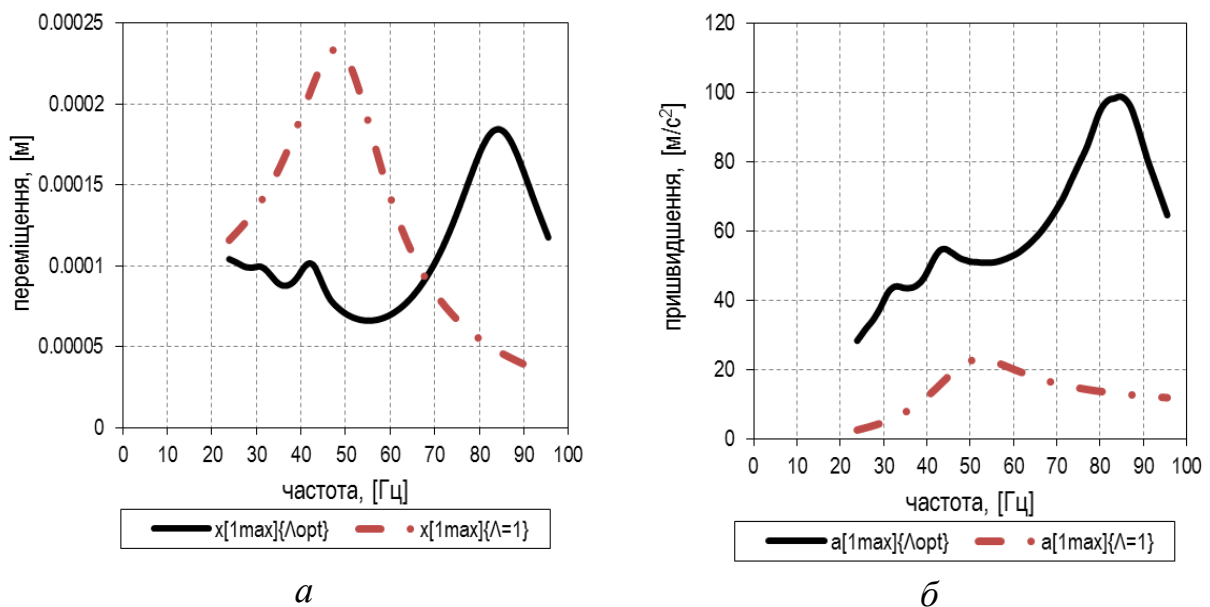


Рисунок 3.21 – Частотні характеристики кінематичних параметрів робочої маси лінійної ($\Lambda = 1$) та синтезованої ($\Lambda = \Lambda_{opt}$) віброударної системи:

a – переміщення; b – пришвидшення

Надалі використана узагальнена система нелінійних диференціальних рівнянь, що описує динамічні процеси в системі двотактний електромагнітний привід-вібраційна система, що побудована на ідеалізованій характеристиці випрямного діода. Використано такі позначення та прийнято відповідні значення параметрів електромагнітного привода: $r^{<+>} = 10^{-4} \text{ Ом}$; $r^{<->} = 10^8 \text{ Ом}$; $U_0 = 175\sqrt{2} \text{ В}$; $S = 2,784 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$; $r_{np} = 18 \text{ Ом}$; $\delta_0 = 0,001 \text{ м}$; $w = 650$; $n = 1$; $\omega = 314 \text{ рад/с}$. Результати числового моделювання методом “Radau” (рис. 3.22) у вигляді часових залежностей принципівих характеристик та в табл. 3.5.

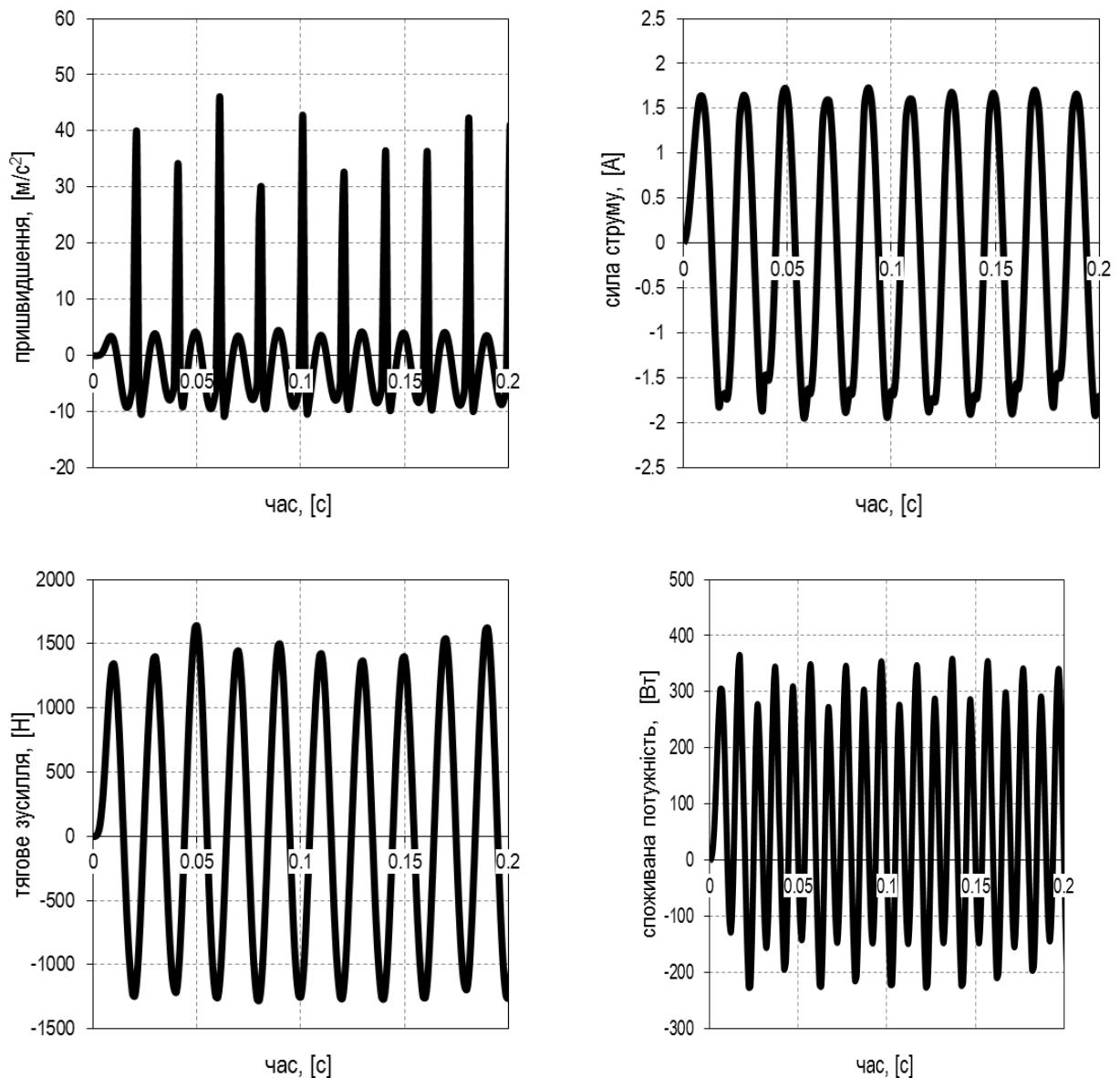


Рисунок 3.22 – Основні кінематичні, силові та енергетичні характеристики віброударної системи

Таблиця 3.5 – Результати аналізу віброударної системи з двотактним електромагнітним збуренням

Критерій оптимізації (4.12)	Діюче значення потужності, [Вт]	Параметри оптимізації		Обмеження		Показники		
		F_0 , [кН]	L	a_{1min} , [м/с ²]	k_a	η	ζ_a , [м/с ² /Вт]	
A_f	20,33	179,86	1,855	5,5	-11,7	4,1	0,27	0,27

При цьому витримуються ключові технологічні характеристики пришвидшення робочої маси згідно з встановленими обмеженнями оптимізаційної задачі (3.33). Порівнянням результатів розрахунку спрощеної (3.27) та детальної моделей можна стверджувати, що отримано прогнозовані кінематичні та енергетичні характеристики за використання оптимальних умов збурення та виду пружної характеристики.

На основі запропонованих критеріїв оптимізації віброударного режиму встановлено вплив пружно-силових синтезуючих параметрів на якість реалізації відповідного режиму механічних систем. Перенесенням синтезованих параметрів у більш достовірні моделі (з врахуванням динаміки привода) вдалося підтвердити прогнозовані кінематичні характеристики машини та встановити її енергетичні та динамічні особливості. В цілому, запропонований підхід має більш ширші можливості синтезу параметрів віброударних систем з іншими пружними характеристиками та з врахуванням різного роду обмежень (зокрема, за значенням ширини резонансної зони) під час створення машин відповідного технологічного призначення.

3.4. Синтез основних та супергармонійних режимів віброударних систем

Вважаючи, що віброударні режими є прерогативою суто механічної складової машини, синтез її пружних параметрів здійснюватиметься на підставі розгляду впливу синтезуючих коефіцієнтів на кінематичні характеристики. Для

механічної коливальної системи використано значення параметрів: $k_{np} = 0,25$;

$$f(t) = F_0 \sin(\omega t / 2)^4; F_0 = 1,2 \text{ кН}; \xi = 0,2; m_1 = 60 \text{ кг}; m_2 = 10,5 \text{ кг}; z = 0,98.$$

Невідомі пружні характеристики визначатимуться за значеннями синтезованих коефіцієнтів Θ та Λ :

$$c_1(\Theta) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\Theta \frac{\omega}{z} \right)^2,$$

$$c_2(\Lambda, \Theta) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\Lambda \Theta \frac{\omega}{z} \right)^2, \quad (3.34)$$

$$c_2^*(\Lambda, \Theta) = c_2(\Lambda, \Theta) - c_1(\Theta) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\Lambda^2 - 1) \left(\Theta \frac{\omega}{z} \right)^2.$$

Основні кінематичні характеристики суттєво залежать від коефіцієнтів синтезу (рис. 3.23).

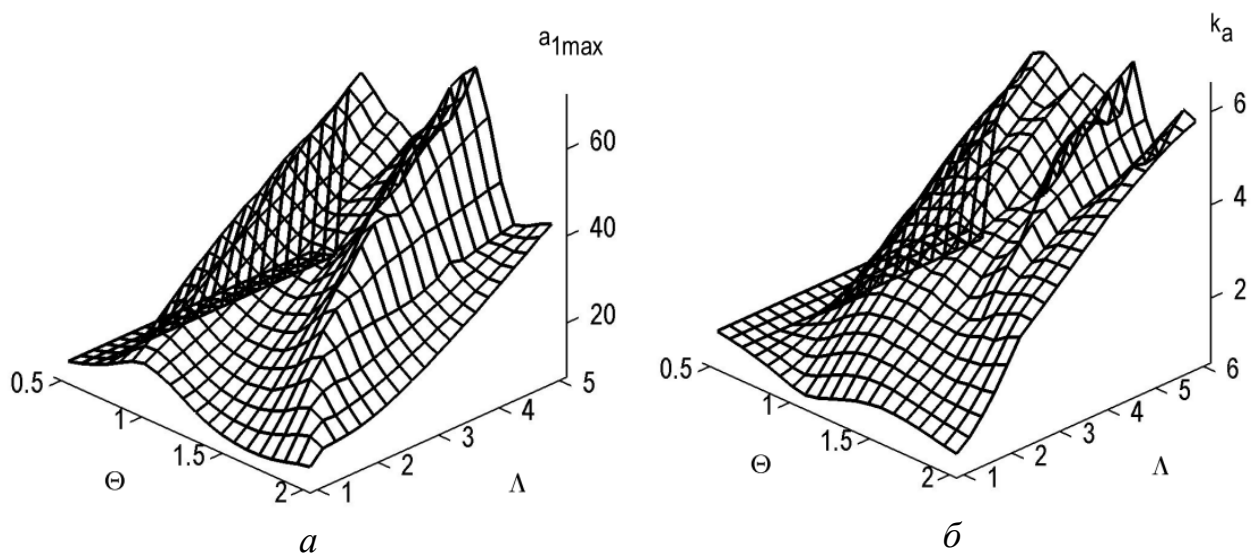


Рисунок 3.23 – Вплив коефіцієнтів синтезу відповідно на максимальне значення (а) та коефіцієнт асиметрії пришвидшення робочої маси (б)

Віброударний режим за основним резонансом. Такий режим є найбільш очікуваним та можливим. Його налаштування здійснюється безпосередньо на основній гармоніці збурення в околі основної частоти віброударної системи. Синтез здійснюється за відповідності кінематичних характеристик віброударного режиму та забезпечення заданого значення власної частоти коливальності (ширини резонансної зони) у відповідних межах:

$$\left. \begin{aligned} 10\text{м/с}^2 < |a_{1\min}(\Theta, \Lambda)| < 15\text{м/с}^2, \\ 3 < k_a(\Theta, \Lambda) < 6, \\ \omega_{0\min} < \omega_0(\Theta, \Lambda) < \omega_{0\max}. \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

Для реалізації поставленої задачі використано алгоритм вибору синтезованих коефіцієнтів (Додаток У) та розрахунку визначальних параметрів з обмеженнями. Особливість використаного алгоритму полягає у забезпеченні технологічних умов з пошуком максимального значення пришвидшення робочої маси на встановленому частотному діапазоні: $a_{1\max}(\Theta, \Lambda) \rightarrow \max$.

Вектор параметрів отриманих залежностей (рис. 3.24), що задіяні під час синтезу за основним резонансом в межах можливого перебування власної частоти коливань $50\text{Гц} < \omega_0(\Theta, \Lambda) / 2\pi < 70\text{Гц}$ має наступний вигляд:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_{1\max} \\ k_a \\ a_{1\min} \\ \Theta \\ \Lambda \\ \omega_0 / 2\pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51,93\text{м/с}^2 \\ 3,72 \\ -13,98\text{м/с}^2 \\ 0,85 \\ 4,5 \\ 69,55\text{Гц} \end{bmatrix}.$$

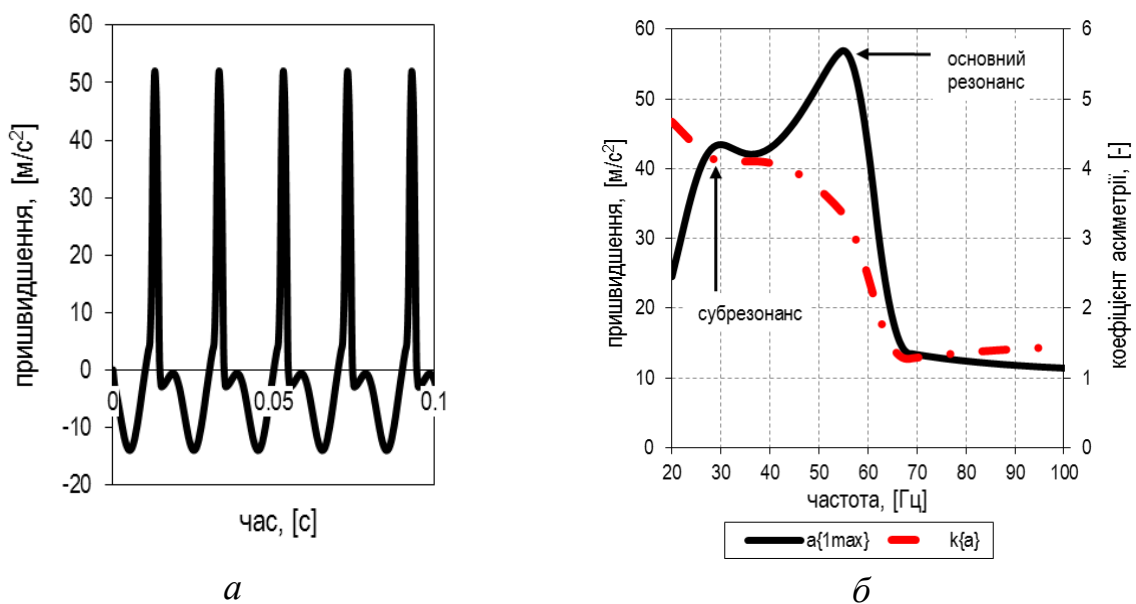


Рисунок 3.24 – Миттєві значення пришвидшення робочої маси (а) та частотна характеристика (б) визначальних параметрів віброударного режиму роботи на основній частоті

Віброударний режим на субгармоніці. Суть цього режиму в даному випадку пояснюється наступними міркуваннями. Якщо глянути на АЧХ віброударної системи, синтезованої в першому випадку (рис. 3.24, б), то система володіє субгармонійним резонансом кратністю 2. Передбачається його використання безпосередньо на гармоніці основного збурення 50 Гц, зсуваючи перерахунком усю АЧХ вправо. При цьому, механізм та параметри збурення залишаються ті ж самі. Ідея цього режиму заснована на застосуванні першої гармоніки імпульсного збурення величиною 50 Гц в околі частоти субрезонансу системи, а іншої, кратної 2 збурювальної гармоніки частотою 100 Гц в околі основної частоти вібраційної системи. Для реалізації такої схеми синтезуються нові значення коефіцієнтів, тому в програмному блоці встановлено відповідний частотний діапазон $100 \text{ Гц} < \omega_0(\Theta, \Lambda) / 2\pi < 120 \text{ Гц}$. Отриманий вектор розрахункових параметрів має вигляд:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_{1\max} \\ k_a \\ a_{1\min} \\ \Theta \\ \Lambda \\ \omega_0 / 2\pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44,8 \text{ м/с}^2 \\ 3,01 \\ -14,87 \text{ м/с}^2 \\ 1,55 \\ 3 \\ 116,25 \text{ Гц} \end{bmatrix}.$$

Побудовано відповідно до синтезованого резонансного режиму за субгармонікою часову залежність та частотну характеристику пришвидшення (рис. 3.25).

Проведену задачу синтезу доцільно будувати на оптимізаційній умові з енергетичним критерієм для забезпечення максимальної ефективної реалізації встановлених режимів:

$$\zeta_a(\Theta, \Lambda) \rightarrow \max.$$

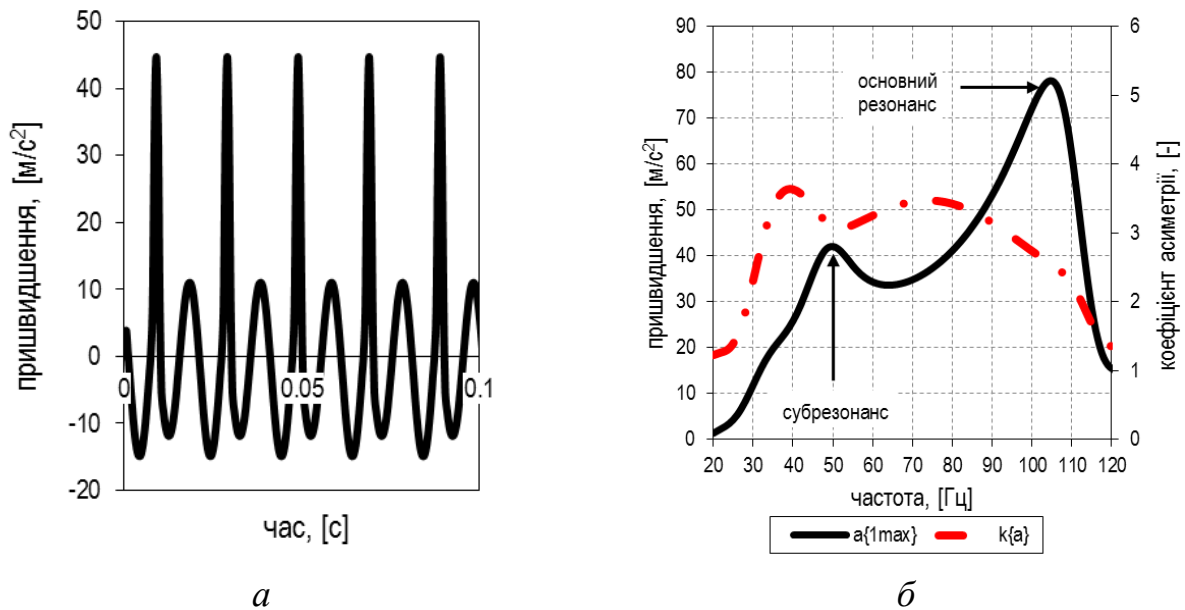


Рисунок 3.25 – Миттєві значення пришвидшення робочої маси (а) та частотна характеристика (б) визначальних параметрів віброударного режиму роботи на субгармоніці

Значення критерію за його частотними характеристиками на частоті 50 Гц (рис. 3.26) на основному режимі та на субгармоніці наступні: $\zeta_a = 0,337 \frac{\text{м/с}^2}{\text{Вт}}$ та $\zeta_a = 0,568 \frac{\text{м/с}^2}{\text{Вт}}$.

Ефективність функціонування за затратами потужності на пришвидшення є вищою в режимі на субгармоніці. Частотна характеристика пришвидшення підтверджує перенесення основної гармоніки коливальної системи у 100 Гц область (рис. 3.25, б). Закладення цього режиму може надавати системі значних переваг за стійкістю відносно зовнішнього впливу, оскільки запас за зміною частоти є доволі значним, відстань від субрезонансу до основного резонансу 50 Гц. Здатність функціонувати на субгармоніці надає системі додаткових енергетичних переваг за введеним питомим показником пришвидшення/потужність, що знаходиться в оптимальній зоні (рис. 3.26, б).

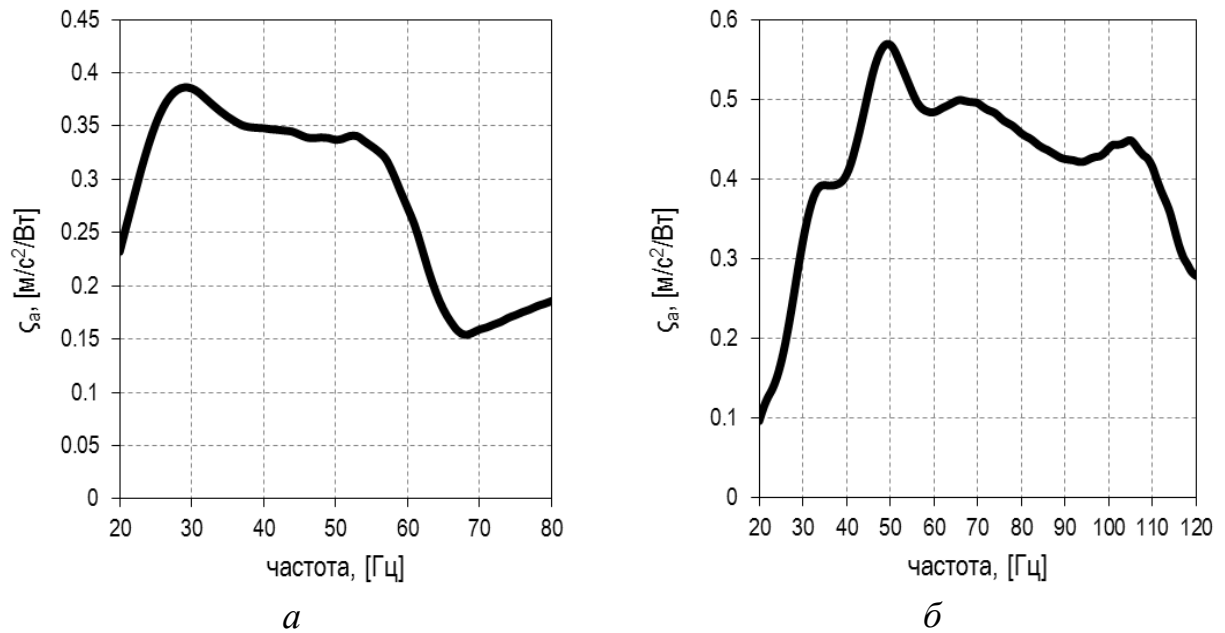


Рисунок 3.26 – Частотна характеристика енергетичного критерію:
а – основний режим; *б* – режим на субгармоніці

На другому етапі дослідження отримані частотні коефіцієнти використовуються у моделі з врахуванням відповідних параметрів привода та умов живлення. Розглядається модель електромагнітної віброударної машини з імпульсним збуренням. Використовуються наступні параметри електромагнітного привода: $w = 450$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, $r_{np} = 18 \text{ Ом}$, $r^{<+>} = 0,001 \text{ Ом}$, $r^{<->} = 10^8 \text{ Ом}$, $\delta_0 = 0,003 \text{ м}$, $n = 1$, $\omega = 314 \text{ рад/с}$. Використане номінальне значення напруги живлення $U_0 = 170\sqrt{2} \text{ В}$ забезпечує відповідні кінематичні та силові характеристики (рис. 3.27) за синтезованих режимів роботи вібросистеми, максимально наближені до результатів за спрощеної моделі.

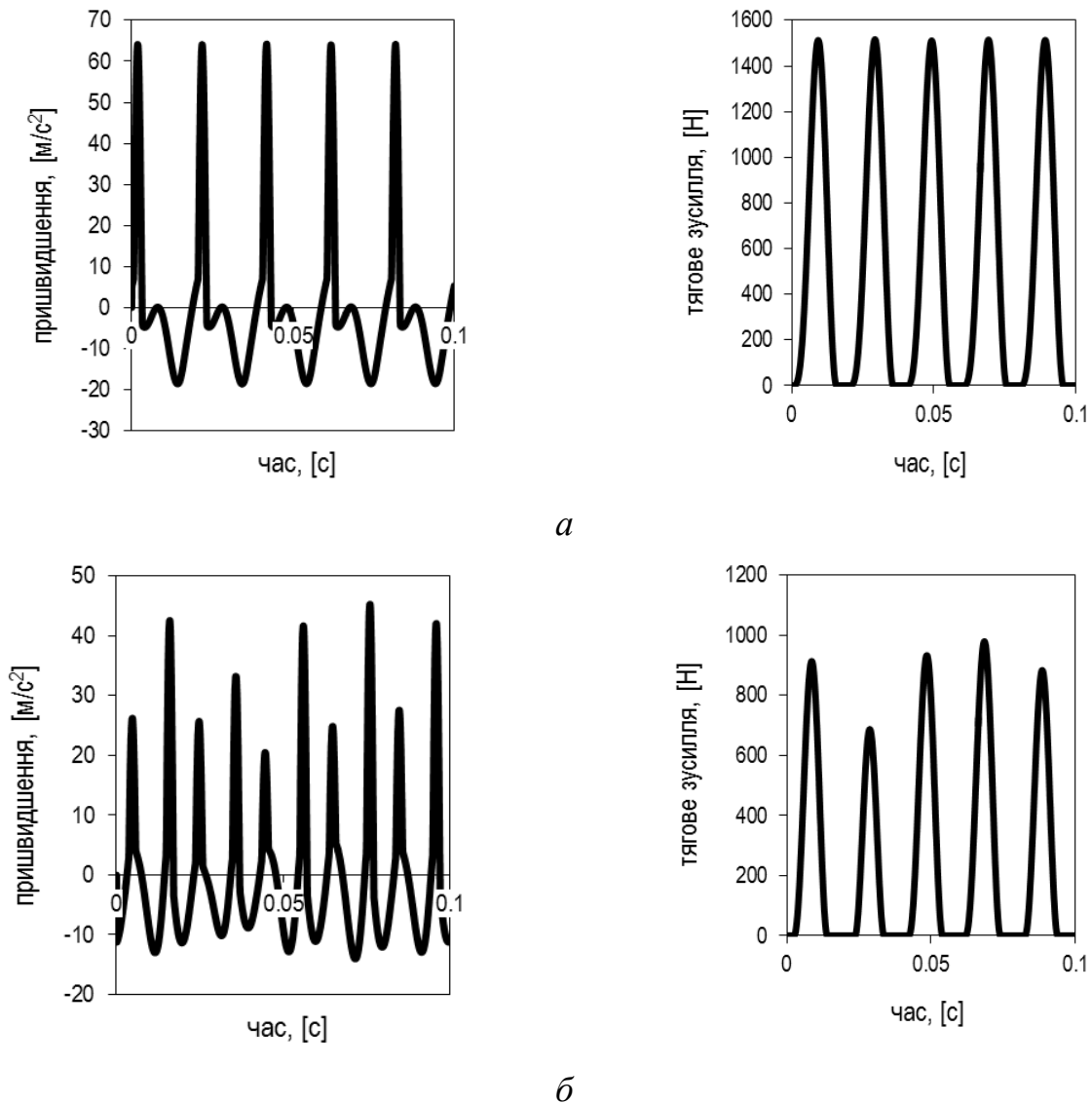


Рисунок 3.27 – Миттєві значення пришвидшення робочої маси та тягового зусилля: *а* – основний режим; *б* – режим за субгармонікою

Синтезовані машини визначаються відповідним видом і амплітудними значеннями гармонік частотного спектру пришвидшення робочої маси (рис. 3.28). Функціонування машини, синтезованої за основною гармонікою має багаточастотний спектр пришвидшення, з акцентом на основну низькочастотну (50 Гц) складову. Функціонування системи за субгармонійним принципом синтезу характеризується за аналогією акцентом за основною гармонікою, яка вже знаходиться у вищій частотній області (100 Гц). За динамічністю резонансна крива має пік на основній гармоніці, що підсилюється відповідною гармонікою імпульсного тягового зусилля електромагнітного вібробуджувача.

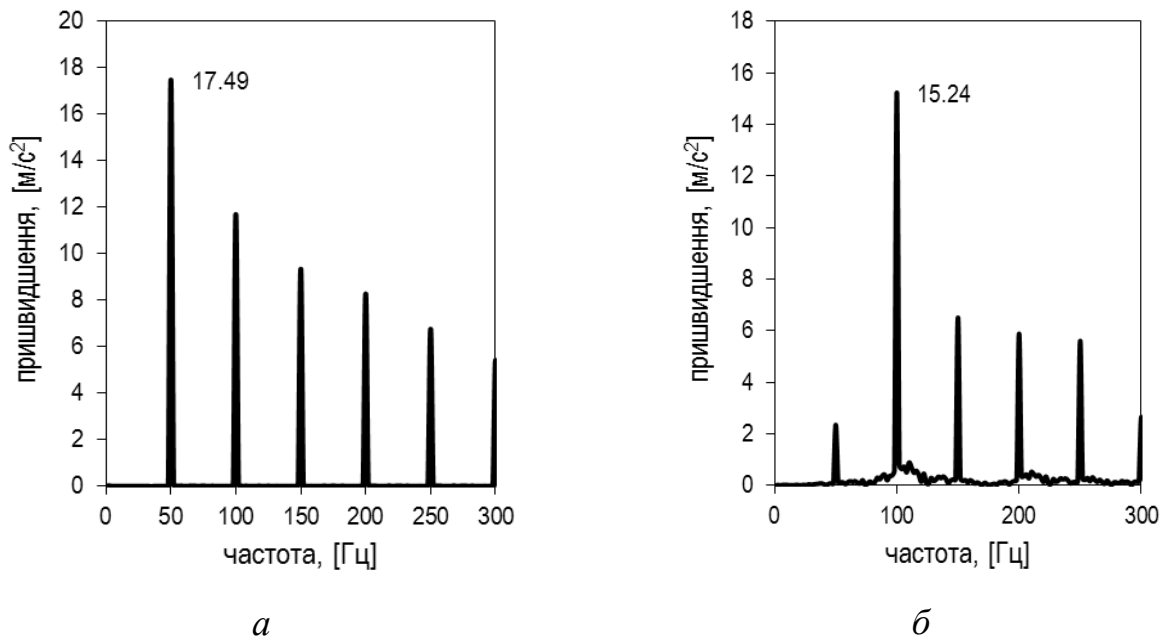


Рисунок 3.28 – Частотні спектри пришвидшення робочої маси:
а – основний режим; *б* – режим за субгармонікою

Особливість режимів прослідковується відповідно на фазових портретах (рис. 3.29). За ступенем використання встановленого номінального значення повітряного проміжку δ_0 робота системи за основним резонансом визначається інтенсивнішими коливаннями мас, за яких відносно їхнє зміщення вибирає практично весь встановлений проміжок (рис. 3.30).

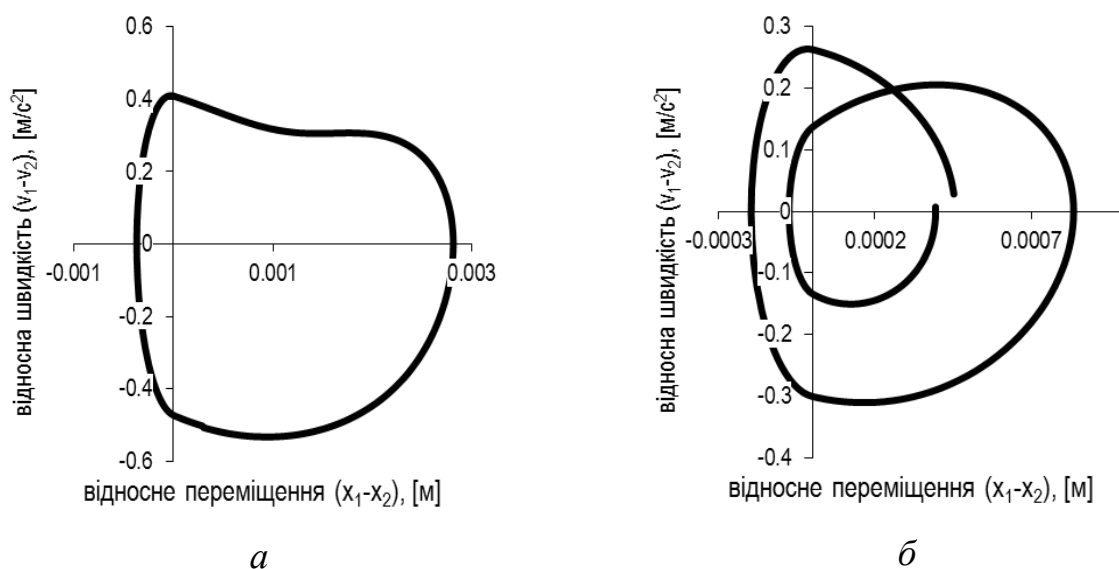


Рисунок 3.29 – Фазові портрети робочої маси:
а – основний режим; *б* – режим на субгармоніці

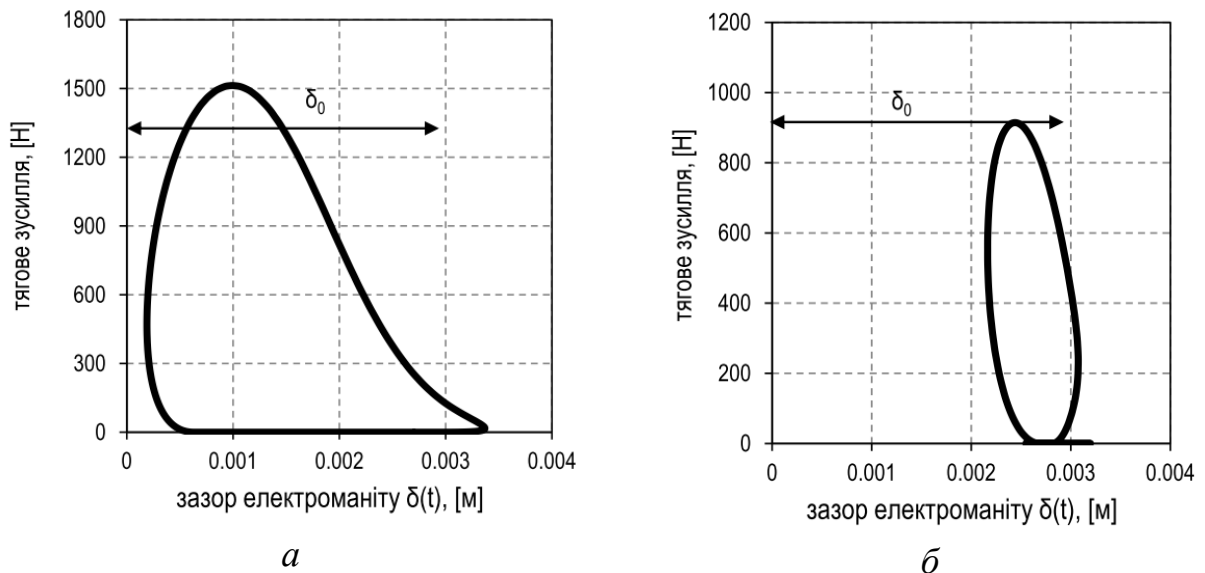


Рисунок 3.30 – Зміна тягового зусилля електромагніту за період коливань:
a – основний режим; *б* – режим на субгармоніці

Ефективність використання встановленого повітряного проміжку вища за основного резонансу, будуть вищими енергетичні показники. За режиму на субгармоніці варто зменшити номінальне значення повітряного проміжку для підвищення ККД системи та ефективності реалізації тягового зусилля електромагніту. Це дозволяє вирівняти ККД за режимами та підвищити енергетичні характеристики. Для виявлення особливостей наявних віброударних режимів варто скористатися додатковими критеріями оцінки (табл. 3.6.) За встановленого зазору $\delta_0 = 0,0015$ м в системі з супергармонійними коливаннями вибирається повністю повітряний проміжок, внаслідок чого ККД стає високим та відповідно вищим енергетичний критерій якості.

Для узагальненої оцінки систем використано багатокритеріальний підхід із врахуванням двох технологічних (коефіцієнт асиметрії k_a , ширина резонансної зони Δf) і двох енергетичних (ККД η та критерію ζ_a) характеристик.

Результати аналізу прийнятої електромагнітної моделі машини досить добре узгоджуються з результатами синтезу й аналізу механічної моделі. Зважаючи на характерні особливості систем однозначного трактування ряду параметрів немає, зокрема це стосується відхилення очікуваних значень ширини

резонансної зони. Таким чином визначальним фактором формування віброударних режимів є пружно-силові характеристики механічної системи.

Таблиця 3.6 – Результати аналізу віброударної системи з імпульсним електромагнітним збуренням

Режим роботи	Синтезовані параметри			Кінематичні параметри			Параметри оцінки якості		
	Θ	Λ	$\frac{\omega_0}{2\pi}$, [Гц]	$a_{1\min}$, [м/с ²]	$a_{1\max}$, [м/с ²]	k_a	ζ_a , [м/с ² /Вт]	η , [%]	Δf^* , [Гц]
I	0,85	4,5	69,55* 56,34**	-18,88	65,18	3,45	0,337* 0,18**	59,44	19,55* 6,34**
II	1,55	3	116,25* 105,52** 105,52**	-15,81	51,18	3,24	0,568* 0,11** (0,295)	12,91 (57,5)	66,25* 55,52**

I – резонансний основний; II – резонансний на субгармоніці

* механічна модель; ** електромеханічна модель, у дужках дані для зазору $\delta_0 = 0,0015\text{ м}$

Варто зазначити, що можливі варіанти виконання віброударних режимів створюють передумови до подальшого проведення дослідження з точки зору уточнення вимог до значень встановлених критеріїв. Так, режим роботи за основним резонансом має достатні енергетичні переваги, втім значно поступається за стійкістю, спираючись на значення ширини максимально можливої резонансної зони. Окрім цього, встановлення субгармонійного налаштування системи дозволяє створювати дворежимну машину з можливістю використання як суб- (50 Гц), так і основного (100 Гц) резонансу перемиканням схеми живлення електромагнітів із випрямленої на реактивну. Таким чином можна використовувати особливості гармонійного складу відповідного віброударного режиму та фактор стійкості за значенням ширини резонансної зони.

3.5. Динамічна стійкість віброударних систем

Віброударні системи відносяться до класу суттєво-нелінійних систем, що підлягають складному аналізу та фактично не мають аналітичних розв'язків. Їхня особливість визначається тим, що практична реалізація систем здійснюється різноманітними, в першу чергу кусково-лінійними та кусково-нелінійними пружними характеристиками, що наділяє їх особливими параметричними властивостями та проблемами динамічної стійкості [92, 109, 110, 112, 164, 180].

Основна частка досліджень віброударних систем спрямована на удосконалення аналітичних методів розв'язку основних і субгармонійних коливань параметричних рівнянь типу Матьє [307, 322] та Хілла [321, 323], дослідженню стійкості, аналізу явищ біфуркацій та хаосу [216, 224–226, 229, 239].

Представлена задача передбачає розгляд рівняння руху віброударної системи на базі асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики, з наступним зведенням цього рівняння до оцінки параметричних коливань, аналізу стійкості за вільних коливань. Розглядається можливість розв'язку вимушених коливань зведеного параметричного рівняння у вигляді асиметричних багаточастотних коливань, з наступною порівняльною оцінкою розв'язків вихідного рівняння віброударної системи з її параметричним представленням.

Розглядається диференціальне рівняння віброударної системи з лінійним в'язким тертям:

$$M \cdot \ddot{x}(t) + b \cdot \dot{x}(t) + c(t) \cdot x(t) = F(t), \quad (3.36)$$

та асиметричною пружною залежністю виду

$$c(t) = \begin{cases} c_1, & x(t) \geq 0, \\ c_2, & x(t) < 0. \end{cases} \quad (3.37)$$

Умову (3.37) можна записати наступним чином [124, 129]:

$$c(t) = \begin{cases} c_1, & 0 \leq t \leq t_1, \\ c_2, & t_1 < t \leq 2\pi/\omega, \end{cases} \quad (3.38)$$

де t_1 – момент часу, коли здійснюється перемикання пружного параметра (рис. 3.31), а $c_2 > c_1$. Час контакту на протязі якого система працює за пружним параметром c_2 визначається як $2\pi/\omega - t_1$. Приймається, що коефіцієнт c_1 визначається традиційним чином для резонансних систем як $c_1 = M(\omega/z)^2$. Коефіцієнт c_2 може набувати значень відповідних параметру синтезу Λ як $c_2 = M(\Lambda\omega/z)^2$, де $z = \omega/\omega_0$ – частка резонансного налагодження відносно частоти вільних коливань ω_0 . У такому випадку матимемо відношення коефіцієнтів пружності $c_2/c_1 = \Lambda^2$. Потрібно провести оцінку розв'язків рівняння (3.26) віброударних систем під час синтезу за параметром Λ .

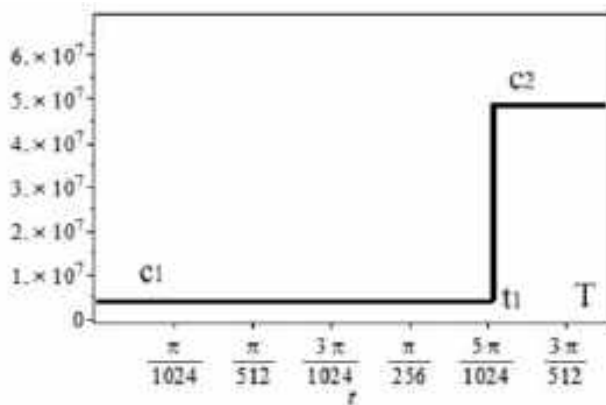


Рисунок 3.31 – Зміна коефіцієнта жорсткості впродовж періоду коливань

Момент часу t_1 перемикання пружної характеристики визначиться на основі рівності середніх за період коливань значень відповідних власних частот $\omega_{01} = \sqrt{c_1/M}$ і $\omega_{02} = \sqrt{c_2/M}$ з фіксованим значенням власної частоти коливань $\omega_0 = \frac{2\omega_{01}\omega_{02}}{\omega_{01} + \omega_{02}}$, яким визначається система з асиметричною пружною характеристикою без зазору:

$$\frac{1}{T} \left(\int_0^{t_1} \omega_{01} dt + \int_{t_1}^{\frac{2\pi}{\omega}} \omega_{02} dt \right) \equiv \omega_0, \quad (3.39)$$

$$\text{звідки } t_1 = \frac{2\pi}{\omega} \frac{\omega_{02}}{\omega_{01} + \omega_{02}}.$$

Розклавши в ряд Фур'є залежність (3.38) отримано

$$c(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m c_k \sin(k\omega t + \gamma_k), \quad (3.40)$$

де коефіцієнти ряду набувають вигляду $a_0 = 2c_2 + \frac{c_1 - c_2}{\pi} \omega t_1$, $c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$,

$$a_k = (c_1 - c_2) \sin(k\omega t_1) / \pi k, \quad b_k = 2(c_1 - c_2) \sin(k\omega t_1 / 2)^2 / \pi k, \quad \gamma_k = \pi + a \tan(a_k / b_k),$$

$$c_k = -2(c_1 - c_2) \sqrt{\sin(k\omega t_1 / 2)^2} / \pi k.$$

У розгорнутому вигляді зміна коефіцієнта жорсткості

$$c(t) = c_2 + \frac{c_1 - c_2}{T} t_1 + \frac{2(c_2 - c_1)}{\pi} \sum_{k=1}^m \frac{\sqrt{\sin\left(\frac{k\omega t_1}{2}\right)^2}}{k} \sin(k\omega t + \gamma_k).$$

Рівняння (3.36) можна записати наступним чином:

$$\ddot{x}(t) + 2n \cdot \dot{x}(t) + \left[\begin{array}{l} \omega_{02}^2 + \frac{t_1}{T} (\omega_{01}^2 - \omega_{02}^2) + \\ + 2 \frac{(\omega_{02}^2 - \omega_{01}^2)}{\pi} \sum_{k=1}^m \frac{\sqrt{\sin\left(\frac{k\omega t_1}{2}\right)^2}}{k} \sin(k\omega t + \gamma_k) \end{array} \right] \cdot x(t) = f(t), \quad (3.41)$$

де прийнято відповідні позначення $2n = b/M$, $T = 2\pi/\omega$, $f(t) = F(t)/M$.

Рівняння (3.41) є рівнянням типу Хілла [167, 180, 323] та має звичний вигляд

$$\ddot{x}(t) + 2n \cdot \dot{x}(t) + [\delta + \varepsilon \psi(t)] \cdot x(t) = f(t), \quad (3.42)$$

де δ , ε – сталі параметри системи;

$$\delta = \omega_{02}^2 + \frac{t_1}{T} (\omega_{01}^2 - \omega_{02}^2) = \omega_{01} \omega_{02}, \quad \varepsilon = 2(\omega_{02}^2 - \omega_{01}^2) / \pi - \text{сталі коефіцієнти,}$$

$\psi(t)$ – функція збурення, що має вигляд $\psi(t) = \sum_{k=1}^m H_k \sin(k\omega t + \gamma_k)$,

$$H_k = \sqrt{\sin(k\omega t_1 / 2)^2} / k = \sin(k\omega t_1 / 2) \cdot \text{csgn}(\sin(k\omega t_1 / 2)) / k, \quad \psi(t) = \psi(t + T),$$

$$\int_0^T \psi(t) dt = 0, \quad c \operatorname{sgn}(z) = \begin{cases} 0, & z = 0, \\ 1, & \operatorname{Re}(z) > 0 \text{ or } (\operatorname{Re}(z) = 0 \text{ and } \operatorname{Im}(z) > 0), \\ -1 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Приведено до рівняння у безрозмірному вигляді, приймаючи $\tau = \omega t$ та $f(t) = f_0 \sin(\omega t)$:

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \tilde{x}(\tau) + 2h \cdot \frac{d}{d\tau} \tilde{x}(\tau) + [\tilde{\delta} + \tilde{\varepsilon} \psi(\tau)] \cdot \tilde{x}(\tau) = \tilde{f} \sin \tau, \quad (3.43)$$

де $h = n/\omega$, $\tilde{\delta} = \omega_{01}\omega_{02}/\omega^2$, $\tilde{\varepsilon} = 2(\omega_{02}^2 - \omega_{01}^2)/\pi\omega^2$, $\tilde{f} = f_0/\omega^2$.

Заміною $\tilde{x}(\tau) = e^{-h\tau} \cdot \tilde{z}(\tau)$ [167] рівняння (3.43) зводять до безрозмірного виду з правою частиною:

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \tilde{z}(\tau) + [\delta_1 + \tilde{\varepsilon} \psi(\tau)] \cdot \tilde{z}(\tau) = \tilde{f} e^{n\tau} \sin \tau, \quad (3.44)$$

де $\delta_1 = \tilde{\delta} - h^2$.

Розглянуто можливість приведення рівняння виду (3.42) до рівняння типу Мат'є. Для цього покладається число гармонік $m = 1$. Функція збурення має вигляд:

$$\psi(t) = H_1 \sin(\omega t + \gamma_1) = \sin(\omega t_1 / 2) \sin(\omega t + \gamma_1),$$

де $\gamma_1 = \pi + a \tan \left[\frac{\sin(\omega t_1)}{2 \sin(\omega t_1 / 2)} \right]$, а рівняння матиме вигляд:

$$\ddot{x}(t) + 2n \cdot \dot{x}(t) + [\delta + \nu \cdot \sin(\omega t + \gamma_1)] \cdot x(t) = f(t), \quad (3.45)$$

де $\nu = \varepsilon \cdot \sin(\omega t_1 / 2) = \frac{2(\omega_{02}^2 - \omega_{01}^2)}{\pi} \cdot \sin(\omega t_1 / 2)$.

Вільні коливання та аналіз стійкості руху. Рівняння (3.45) записано без врахування правої частини

$$\ddot{x}(t) + 2n \cdot \dot{x}(t) + \left[\delta + \nu \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \omega t - \gamma_1 \right) \right] \cdot x(t) = 0. \quad (3.46)$$

Позначивши $\frac{\pi}{2} - \omega t - \gamma = 2\tau$ отримано $t = \frac{\frac{\pi}{2} - 2\tau - \gamma}{\omega}$, $dt = -\frac{2}{\omega} d\tau$ та

$dt^2 = \frac{4}{\omega^2} d\tau^2$, тоді рівняння (3.46) набуде вигляду

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \tilde{x}(\tau) + \left(-\frac{4n}{\omega}\right) \cdot \frac{d}{d\tau} \tilde{x}(\tau) + \left[\frac{4\delta}{\omega^2} + \frac{4\varepsilon}{\omega^2} \sin\left(\frac{\omega t_1}{2}\right) \cos(2\tau)\right] \cdot \tilde{x}(\tau) = 0. \quad (3.47)$$

Позначивши $2h = -\frac{4n}{\omega}$ та здійснивши процедуру аналогічну для (3.43),

отримано рівняння Мат'є у безрозмірних змінних

$$\frac{d^2}{d\tau^2} z(\tau) + \left[\left(\frac{4\delta}{\omega^2} - h^2\right) - 2\left(-\frac{2\varepsilon}{\omega^2} \sin\left(\frac{\omega t_1}{2}\right)\right) \cos(2\tau)\right] \cdot z(\tau) = 0,$$

або у класичному вигляді

$$\frac{d^2}{d\tau^2} z(\tau) + [a - 2q \cos(2\tau)] \cdot z(\tau) = 0, \quad (3.48)$$

де $a = \frac{4\delta}{\omega^2} - h^2 = \frac{4\delta}{\omega^2} - 4\left(\frac{n^2}{\omega^2}\right) = \frac{4}{\omega^2} (\omega_{01}\omega_{02} - n^2),$

$$q = -\frac{2\varepsilon}{\omega^2} \sin(\omega t_1 / 2) = \frac{4(\omega_{01}^2 - \omega_{02}^2)}{\pi\omega^2} \sin(\omega t_1 / 2).$$

Рівняння (3.48) аналізується на параметричну стійкість за діаграмою Айста-Стретта (рис. 3.32), що побудовано за допомогою функцій Мат'є у програмному засобі Maple. Під час побудови враховано симетричність діаграми відносно осі "а". Для аналізу вибрано параметри вібраційної системи: $M = 41,44$ кг; $\omega = 314,15$ рад/с; $z = 0,94$; $b = 2M\omega\xi$; $\xi = 0,2$; $f_0 = 43,442$ Н/кг. Для аналізу стійкості синтезованої віброударної системи, використовуючи залежність коефіцієнтів a і q рівняння Мат'є від Λ , побудовано параметричний графік $a = f(q)$, що має вигляд наближений до прямої. Точка $A(q; a)$ може знаходитися на прямій, за відповідних значень Λ . При значенні параметра синтезу $\Lambda = 2$ координати точки становлять $A(3,74; 8,89)$ та перебуває у стійкій зоні діаграми стійкості (Додаток Ф).

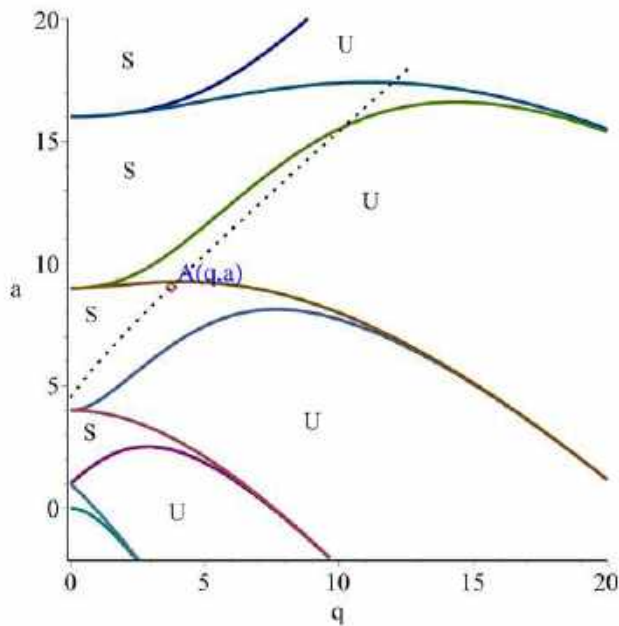


Рисунок 3.32 – Діаграма стійкості рівняння Матьє: S – зона стійкості, U – зона нестійкості

За такого підходу стійкість розв'язку визначається положенням точки A за відповідних значень параметра синтезу Λ . Про стійкість та нестійкість системи свідчить вигляд спеціальних функцій $MathieuC$ і $MathieuS$ – парна і непарна функції Матьє (рис. 3.33), які можуть бути періодичними для стійких зон (рис. 3.33, а – $\Lambda = 2$) або такими, що зростають до нескінченності (рис. 3.33, б – $\Lambda = 3$), коли система не задовольняє поняттю стійкого розв'язку.

Варто зазначити, що використання рівняння Матьє може мати обмеження з огляду на точність отриманого результату. В іншому випадку потрібно застосовувати більше число гармонік за принципом суперпозицій, або аналіз стійкості проводити безпосередньо на основі рівняння Хілла (3.42).

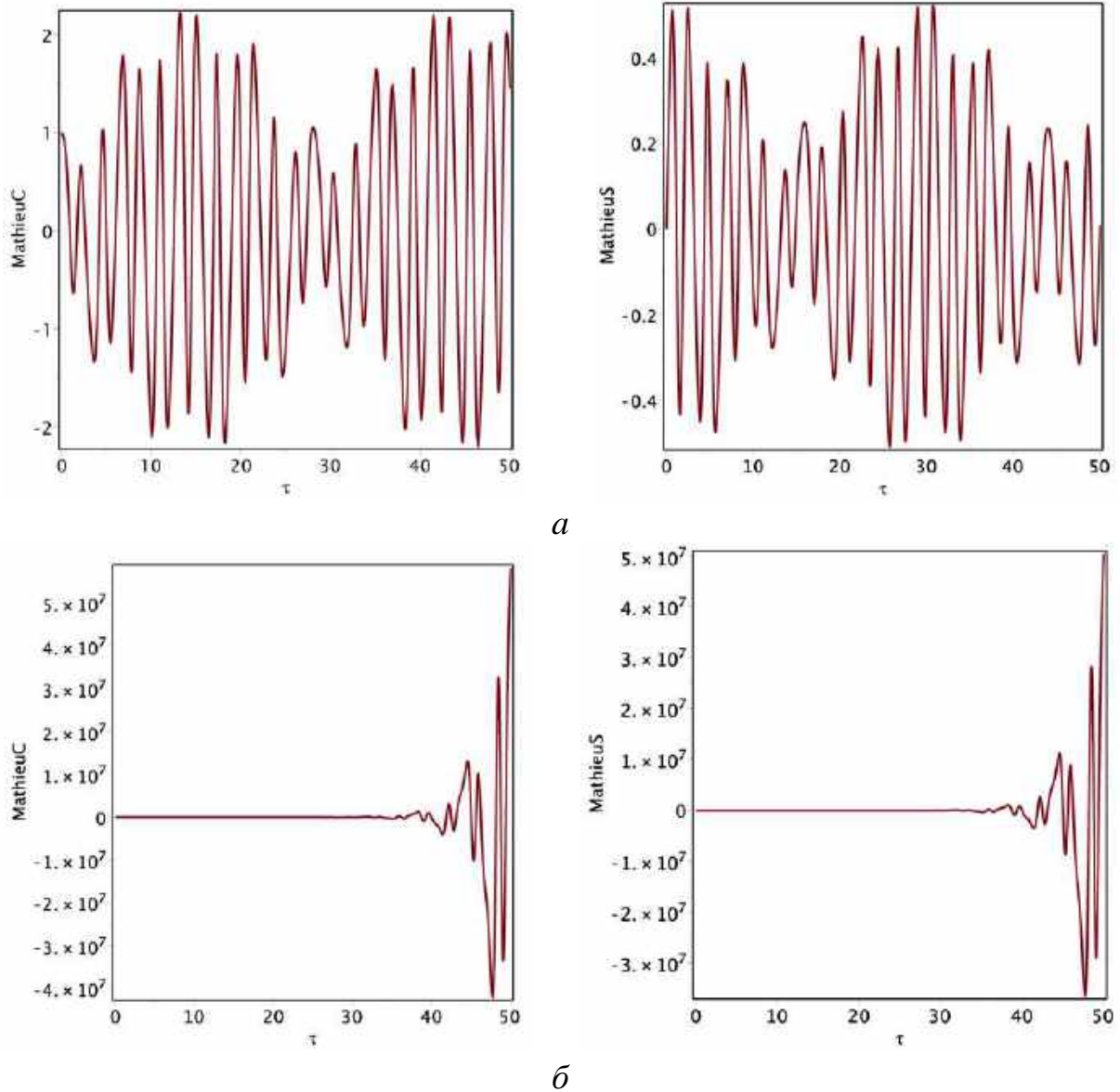


Рисунок 3.33 – Стійкі (а) та нестійкі (б) розв’язки функцій Мать’є для різних значень параметра Λ : а – $\Lambda = 2$; б – $\Lambda = 3$

Вимушені коливання. Розв’язок рівняння (3.45) шукають у вигляді

$$x(t) = X_0 + \sum_l X_l \sin(l\omega t + \varphi_l), \quad (3.49)$$

де враховано несиметричність X_0 , амплітудні значення X_l l -гармонік та початкові фази φ_l . Підставляючи (3.49) в (3.45) отримано наступний результат у вигляді функції параметрів розв’язку та коливальної системи (для двочастотних коливань $l = 1 \dots 2$):

$$\bar{L} = \left[\begin{array}{l} -f_0 \sin(\omega t) + X_0 \cdot (\delta + \nu \cdot \sin(\omega t + \gamma_1)) + \\ + X_1 \cdot \left[\begin{array}{l} (\delta - \omega^2) \sin(\omega t + \varphi_1) + 2\omega n \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) + \\ + \frac{\nu \cdot \cos(\varphi_1 - \gamma_1)}{2} - \frac{\nu \cdot \cos(2\omega t + \varphi_1 + \gamma_1)}{2} \end{array} \right] + \\ + X_2 \cdot \left[\begin{array}{l} (\delta - 4\omega^2) \sin(2\omega t + \varphi_2) + 4\omega n \cdot \cos(2\omega t + \varphi_2) + \\ + \frac{\nu \cdot \cos(\varphi_1 - \gamma_1)}{2} - \frac{\nu \cdot \cos(2\omega t + \varphi_1 + \gamma_1)}{2} \end{array} \right] \end{array} \right].$$

Метод Бубнова-Гальоркіна, що пристосований до аналізу нелінійних систем з м'якою пружною характеристикою та аналізу субгармонійних коливань [295], використовує наступну процедуру та ортогоналізацію результату підстановки \bar{L} відносно шуканого розв'язку (3.49) у вигляді асиметричних двочастотних коливань:

$$\int_0^{2\pi/\omega} \bar{L} dt = 0, \quad \int_0^{2\pi/\omega} \bar{L} \sin(\omega t + \varphi_1) dt = 0, \quad \int_0^{2\pi/\omega} \bar{L} \cos(\omega t + \varphi_1) dt = 0, \\ \int_0^{2\pi/\omega} \bar{L} \sin(2\omega t + \varphi_2) dt = 0, \quad \int_0^{2\pi/\omega} \bar{L} \cos(2\omega t + \varphi_2) dt = 0,$$

що дозволило отримати наступну систему нелінійних алгебричних рівнянь:

$$\left. \begin{array}{l} X_0 \delta + \frac{X_1 \nu \cdot \cos(\varphi_1 - \gamma_1)}{2} = 0, \\ X_1 (\delta - \omega^2) - f_0 \cos(\varphi_1) + \frac{X_2 \nu \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \gamma_1)}{2} + X_0 \nu \cdot \cos(\varphi_1 - \gamma_1) = 0, \\ f_0 \sin(\varphi_1) + \frac{X_2 \nu \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \gamma_1)}{2} + X_0 \nu \cdot \sin(\varphi_1 - \gamma_1) = 0, \\ X_2 (\delta - 4\omega^2) + \frac{X_1 \nu \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \gamma_1)}{2} = 0, \\ -4X_2 \omega n + \frac{X_1 \nu \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \gamma_1)}{2} = 0. \end{array} \right\} \quad (3.50)$$

Отримана система розв'язується чисельно відомими методами для нелінійних рівнянь. Розв'язки системи рівнянь (3.50) входять у (3.49) та дозволяють побудувати часові залежності (рис. 3.34). Вектор шуканих

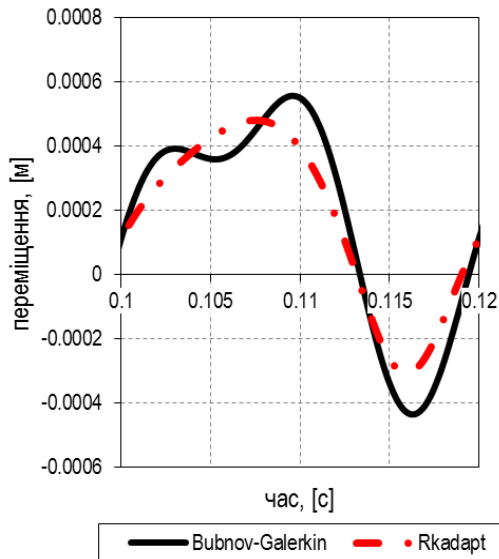
параметрів для фіксованої частоти збурення $\omega = 314,15$ рад/с синтезованої за значенням параметра $\Lambda = 2$ має вигляд:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,703 \cdot 10^{-4} \text{ м} \\ 4,12 \cdot 10^{-4} \text{ м} \\ 2,02 \cdot 10^{-4} \text{ м} \\ -0,558 \text{ рад} \\ 0,921 \text{ рад} \end{bmatrix}.$$

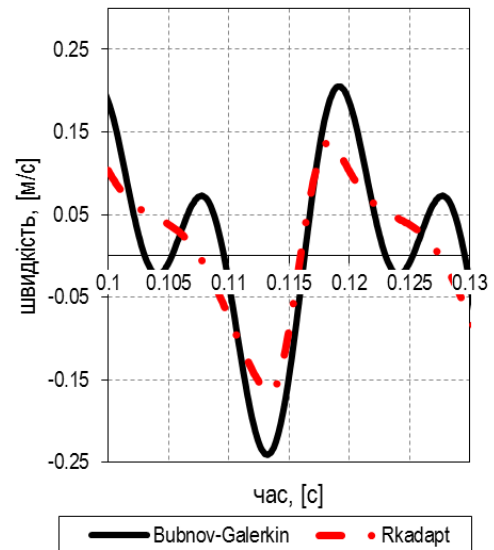
Іншим чином отримати основні часові характеристики (рис. 3.34) можна числовим розв'язуванням вихідного рівняння (3.42) відомими методами для диференціальних рівнянь. Запропонований підхід дещо спрощений, оскільки розглядається рівняння (3.45), що отримано врахуванням однієї гармоніки під час розладу пружної характеристики в ряд Фур'є, а також покладається знайти результат у вигляді двочастотної функції (3.49). Відповідно точність отриманих розв'язків може бути обмеженою. Порівняння збіжності отриманих залежностей комбінованими методами Бубнова-Гальоркіна з Левентберга-Марквардта і "Rkadapt" здійснюється з використанням коефіцієнта кореляції Пірсона (табл. 3.7) з високим ступенем адекватності під час вибору числа гармонік 2.

Таблиця 3.7 – Коефіцієнти кореляції Пірсона основних кінематичних параметрів

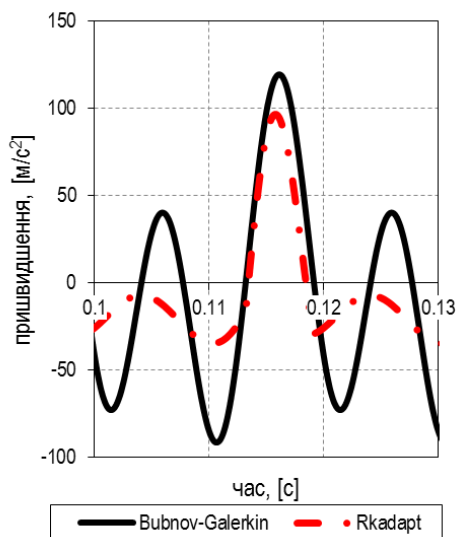
Значення параметра синтезу Λ	Число гармонік m у розкладі (3.49)	Кінематична характеристика					
		$x(t)$		$v(t)$		$a(t)$	
		Число гармонік l у розв'язку (3.49)					
		2	3	2	3	2	3
2	1	0,96	0,96	0,92	0,93	0,86	0,92
	2	0,99	0,99	0,98	0,98	0,92	0,95
	3	0,99	0,99	0,98	0,98	0,92	0,95
3	1	0,66	0,7	0,62	0,74	0,53	0,75
	2	0,96	0,95	0,9	0,93	0,73	0,85
	3	0,96	0,96	0,89	0,9	0,71	0,74
4	1	0,44	0,44	0,47	0,47	0,38	0,39
	2	0,95	0,91	0,86	0,84	0,62	0,63
	3	0,78	0,79	0,75	0,77	0,57	0,59



а



б



в

Рисунок 3.34 – Миттєві значення кінематичних параметрів віброударних систем з характеристикою $c_2/c_1 = 4$:

а – переміщення;

б – швидкість;

в – пришвидження

Поширюючи підхід у вигляді методу Бубнова-Гальоркіна на загальне рівняння типу Хілла (3.42) проведено кореляційний аналіз часових характеристик для більшого числа гармонік ($m = 2$, $m = 3$). Суттєво покращується збіжність кінематичних характеристик за числа гармонік $m = 2$. Варто зазначити, що таку процедуру можна провести для аналізу субгармонійних коливань порядку $\omega/2$, а також покращити якість результатів, збільшивши число гармонік у розв'язку (3.49).

Систему (3.50) використовують для побудови амплітудно-частотних і фазочастотних характеристик (рис. 3.35) розв'язку (3.49) двочастотних

коливань. На резонансних частотах спостерігається зміна початкових фаз φ_1 та φ_2 . Характерною особливістю для параметричного рівняння (3.36) з пружною характеристикою (3.38) є фіксоване значення власної частоти коливань ω_0 , що не залежить від амплітуди. Це засвідчує лінійний характер частотних характеристик для амплітуд (рис. 3.35, а).

Незважаючи на лінійний характер частотної характеристики, віброударна система наділена багаточастотним спектром, що особливо себе проявляє на характеристиці пришвидження. На відміну від безпосереднього розв'язування вихідного рівняння (3.36) вбудованим числовим методом, рівняння (3.45) враховує тільки 2-і кратні гармоніки $\omega_1 = 314,15$ рад/с та $2\omega_1 = 628,3$ рад/с. Тому, для отримання повного спектру амплітудних значень пришвидження та для більш адекватного аналізу віброударних систем, варто в розв'язку збільшити число шуканих параметрів з гармоніками виду $3\omega_1$ і $4\omega_1$.

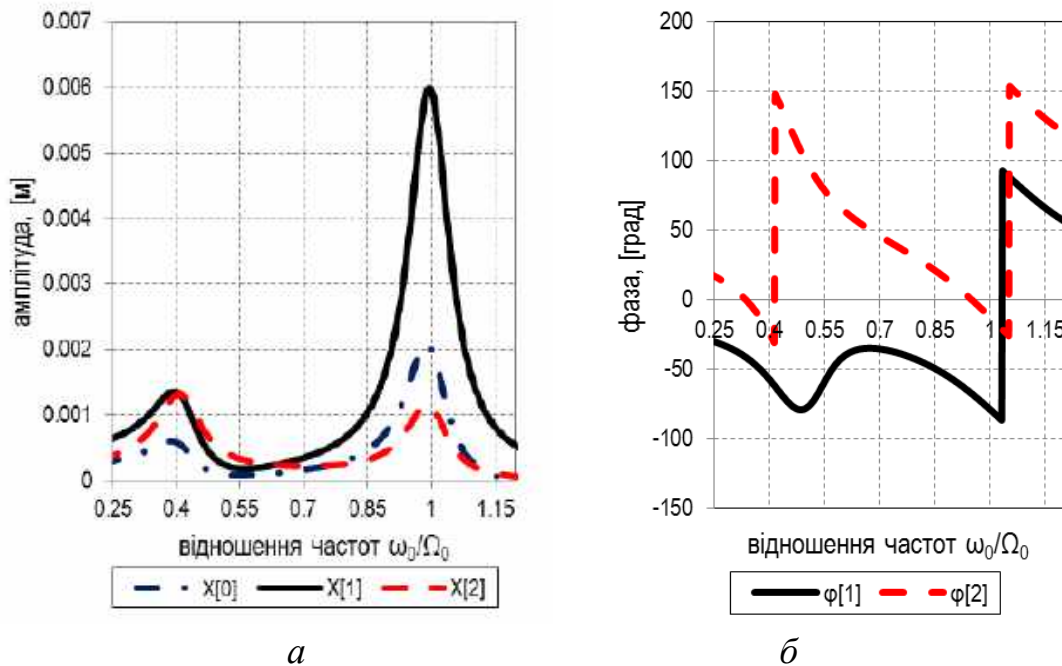


Рисунок 3.35 – АЧХ (а) та ФЧХ (б) віброударної системи з відношенням $c_2/c_1 = 4$

У результаті проведеного нелінійного аналізу можна ствердити наступне:

– визначено момент часу, за яким відбувається контакт у віброударній системі з асиметричною пружною характеристикою та представлено вихідне кусково-лінійне рівняння у вигляді загальних параметричних рівнянь Хілла та Матьє;

– використано метод Бубнова-Гальоркіна для отримання розв'язку зведених параметричних рівнянь у вигляді системи нелінійних алгебричних рівнянь, де описуються несиметричні двочастотні коливання, а також амплітудно-фазочастотні характеристики синтезованих віброударних систем представленого типу при їх числовому розв'язуванні методом Левентберга-Марквардта;

– проведено оцінку кореляційної збіжності розв'язків вихідного кусково-лінійного диференціального рівняння та зведених до рівнянь Хілла-Матьє за коефіцієнтом кореляції Пірсона. Вказано, що врахування двох кратних гармонік у функції збурення в рівнянні Хілла дозволяє отримати високу точність результатів.

3.6. Параметричний синтез та аналіз тримасової віброударної системи

3.6.1. Синтез систем з обмеженням на інерційність реактивної маси

Однією з основних проблем, пов'язаних з роботою вібраційних машин з електромагнітним приводом є встановлення найбільш сприятливого для системи (номінального) значення δ_0 повітряного зазору між осердям та якорем ЕМВ, що задовольняє роботу останнього з врахуванням досягнення необхідних технологічних показників. Як правило, забезпечення стійкого періодичного руху робочого органа пов'язано безпосередньо з рухом реактивної коливальної маси, інерційне значення якої в декілька раз менше. Необхідність збільшення значення зазору або інерційності реактивної маси, за умови реалізації потрібної для робочої маси амплітуди, тягне за собою непропорційне зростання величини споживаної потужності та вимагає вибору приводу з значно вищими енергетичними показниками. Обмеження руху реактивної маси не повинно

порушувати функціональності вібраційної системи за умови досягнення нею відповідних технологічних показників на робочій коливальній масі. Тому, обмеження відносного переміщення мас в елементах електромагнітного приводу бажано здійснювати за умови реалізації якісно нових динамічних режимів роботи коливальної системи, з обмеженим впливом інерційності коливальних мас.

Задачі синтезу та динамічного аналізу віброударних систем ґрунтовно подано у багатьох наукових працях, зокрема і для машин технологічного призначення. Відомо [243], що суттєвого збільшення ефективності функціонування вібраційних систем (зниження енергоспоживання) можна досягнути за рахунок підвищення коефіцієнта динамічності системи, який визначається пружно-інерційними параметрами. За відповідною методикою розроблено⁹ конструкцію системи (рис. 3.36), де функцію робочого органа виконує активна маса m_1 , а силове збурення реалізовано за рахунок конструктивно введеному модулю 1, який жорстко з'єднаний з проміжною масою m_2 . Інерційні параметри мас: активної $m_1 = 83,4$ кг, проміжної $m_2 = 44$ кг, реактивної $m_3 = 0,268$ кг. Очевидно мале інерційне значення реактивної маси спричинюватиме проблеми, пов'язані з роботоздатністю системи (особливо під час зміни її власної частоти) та з вибором схеми живлення приводу. Частка жорсткості, що встановлює ступінь ефективності системи дорівнює $\kappa = 0,9$. Прийнято за робочу частоту вимушених коливань системи 50 Гц, яка реалізована на типовому двотактному приводі. Для високоефективних систем з точки зору практичної реалізації системи придатна двотактна схема вмикання.

⁹ автор розробки д-р техн. наук Ланець О.С.

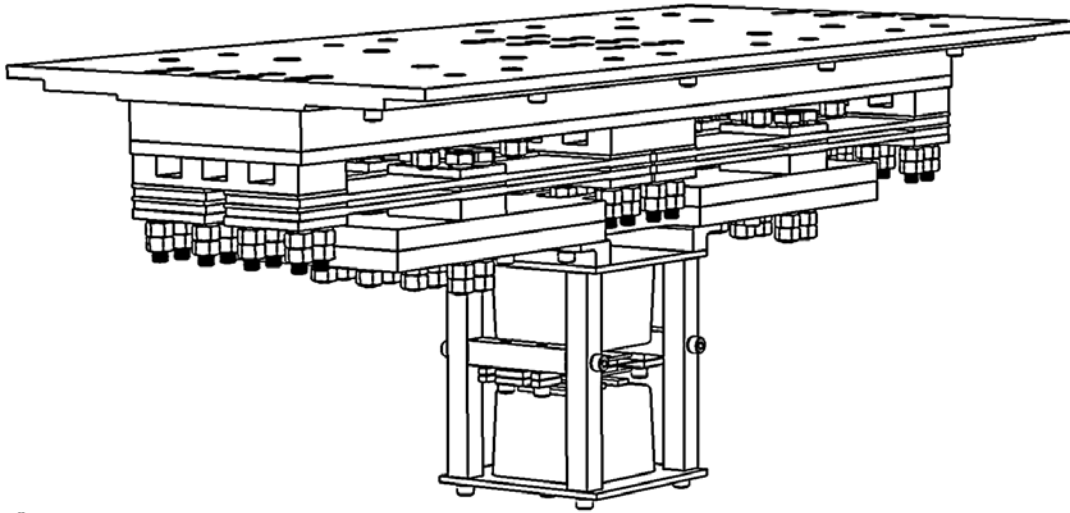


Рисунок 3.36 – 3D-модель базового вискоефективного вібраційного майданчика (без рами та віброізоляторів)

Розроблення вібраційних технологічних машин повинно погоджуватися з обмеженням на відносне переміщення коливальних мас в системі електромагнітного привода:

$$\max[x_2(t) + x_3(t)] < \delta_{дон}. \quad (3.51)$$

Допустиме значення повітряного зазору між якорем та осердям електромагніта $\delta_{дон}$ (оцінюється за допустимим значенням сили струму).

Для представленого майданчика та його параметрів для досягнення перевантаження на робочому органі у $\Gamma = 5$ на частоті коливань 50 Гц максимальне значення амплітуди коливань реактивної маси становитиме $X_3 = 6,15\text{мм}$, що не задовольняє умові (3.51) для встановленого типу електромагніту, для якого за паспортом $\delta_{дон} = 3\text{мм}$. В практичному сенсі це змушує до реалізації системи зі значно меншим значенням κ , за якого встановлюватимуться раціональні значення інерційності реактивної маси та її амплітуди. Однак при цьому суттєво зменшується коефіцієнт динамічності та зростає величина споживаної потужності системи, потрібна для досягнення відповідного технологічного режиму за перевантаженням. Іншим варіантом може бути перехід на вищі частоти збурення, для прикладу на 100 Гц. Однак при цьому виникає потреба у додаткових і запобіжних, з погляду на малу

інерційність реактивної маси, засобах керування роботою системи. Для усунення цього недоліку розглядається питання реалізації віброударного режиму роботи міжрезонансної (тримасової) вібраційної машини перебудовою та перерахунком пружних параметрів. Для цього необхідно сформулювати задачу їхнього синтезу, оперуючи при цьому відповідними власними частотами коливань. На підставі проведеного синтезу пропонується здійснити оцінку якості та обґрунтування нового варіанту виконання вібраційної системи, зокрема:

–встановленням віброударного режиму на відповідній коливальній масі з метою її вибору за робочу із забезпеченням заданого перевантаження;

–порівнянням реалізованої віброударної системи з базовою високоефективною гармонійною моделлю за відповідним показником.

Структурну схему вібраційної системи (рис. 3.37, а) подано як вільну неізольовану (без додаткових пружних ланок – ізоляторів) коливальну систему. Вважається, що віброударний режим у нелінійній системі буде реалізований використанням асиметричної пружної характеристики (рис 3.37, б) між масами, що зазнають силового електромагнітного збурення.

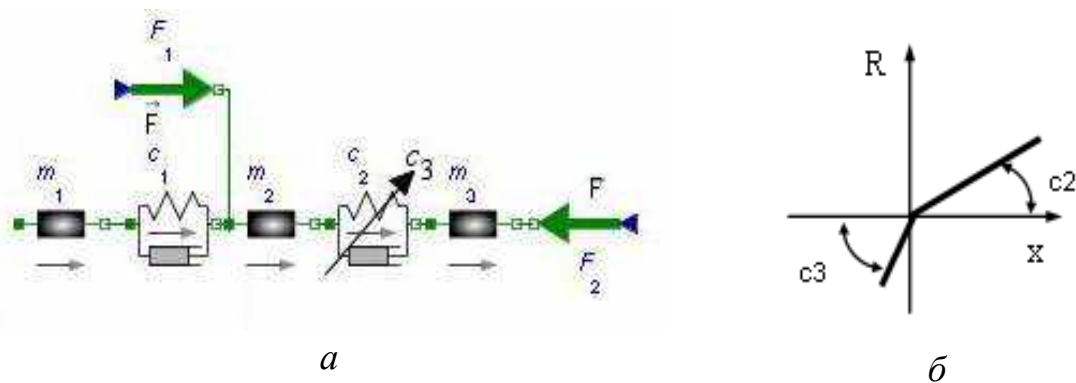


Рисунок 3.37 – Структурна схема віброударної системи (а) та змінна пружна характеристика пружної ланки (б)

Параметри вібраційного майданчика з гармонійним режимом:

$$m_1 = 83,4\text{кг} , m_2 = 44\text{кг} , m_3 = 0,268\text{кг} ,$$

$$\kappa = \frac{(z^2 - 1) \cdot m_1 m_2 + z^2 (m_2^2 + m_1 m_3 + m_2 m_3) - m_2^2 - m_2 m_3}{(z^2 - 1) \cdot (m_2 + m_3) \cdot (m_1 + m_2 + m_3)} = 0,9,$$

$$z_1 = z / \sqrt{\frac{\eta \cdot m_3 + (\eta - 1) \cdot m_2}{(\eta - 1) \cdot (m_1 + m_2) + \eta \cdot m_3}} = 1,7, \quad z_2 = z / \sqrt{\eta} = 1,03,$$

$$c_1 = m_1 (\omega / z_1)^2 = 2,851 \cdot 10^6 \text{ Н/м}, \quad c_2 = m_3 (\omega / z_2)^2 = 2,428 \cdot 10^4 \text{ Н/м},$$

$$\gamma = 0,025, \quad b_1 = \gamma c_1 / \omega = 227 \text{ Н} \cdot \text{с/м}, \quad b_2 = \gamma c_2 / \omega = 2 \text{ Н} \cdot \text{с/м}.$$

Пришвидшення коливальних мас розглядуваної системи визначаються розв'язком наступної системи диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1(t) &= \frac{1}{m_1} [-c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)) - b_1 \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t))]; \\ \ddot{x}_2(t) &= \frac{1}{m_2} \left[\begin{aligned} &F_0 \sin(\omega t) + c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) - \\ &\left\{ \begin{aligned} &c_2 \cdot (x_2(t) - x_3(t)) + b_2 \cdot (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)), \quad x_2(t) - x_3(t) \geq 0 \\ &c_3 \cdot (x_2(t) - x_3(t)) + b_3 \cdot (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)), \quad x_2(t) - x_3(t) < 0 \end{aligned} \right. \end{aligned} \right]; \\ \ddot{x}_3(t) &= \frac{1}{m_3} \left[-F_0 \sin(\omega t) + \left\{ \begin{aligned} &c_2 \cdot (x_2(t) - x_3(t)) + b_2 \cdot (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)), \quad x_2(t) - x_3(t) \geq 0 \\ &c_3 \cdot (x_2(t) - x_3(t)) + b_3 \cdot (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)), \quad x_2(t) - x_3(t) < 0 \end{aligned} \right. \right]. \end{aligned} \right. \quad (3.52)$$

Оптимальним для системи є білярезонансний режим, за якого отримаємо максимальне значення пришвидшення робочої маси:

$$a_{p \max}(c_1, c_2, c_3, m_3) \rightarrow \max. \quad (3.53)$$

Попередньо, задачу синтезу потрібно базувати на частотному аналізі, де отримані власні частоти коливань виступають основним інструментом (обмеженнями) вибору параметрів моделі.

Власні частоти системи за постійних (лінійних) пружних характеристик і $c_2 = c_3$ (2.14):

$$\omega_{01(02)} = \sqrt{\frac{A \mp \sqrt{A^2 - 4B}}{2}},$$

де $A = \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2}{m_3}$, $B = c_1 c_2 \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 m_2 m_3}$ – параметричні коефіцієнти

механічної системи в частотному рівнянні (знак “–” відповідає значенню ω_{01} , знак “+” ω_{02}).

У тримасову систему для реалізації віброударного міжрезонансного режиму роботи закладається принцип використання двох власних частот коливань за відповідним співвідношенням між ними. Власні частоти ω_{22} і ω_{23} системи за напрямками роботи відповідно пружних параметрів c_2 і c_3 :

$$\omega_{22} = \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - 4B}}{2}}, \quad \omega_{23} = \sqrt{\frac{A^* + \sqrt{A^{*2} - 4B^*}}{2}}, \quad (3.54)$$

де $A^* = \frac{c_1 + c_3}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_3}{m_3}$, $B^* = c_1 c_3 \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 m_2 m_3}$.

Зведена друга власна частота, що визначається набором представлених пружних параметрів c_1, c_2, c_3 визначається відомою формулою (3.9):

$$\Omega_{023} = \frac{2\omega_{22}\omega_{23}}{\omega_{22} + \omega_{23}}.$$

За рахунок використання асиметричної пружної характеристики в систему до розгляду долучається зведена третя власна частота тримасової віброударної системи (рис. 3.38).

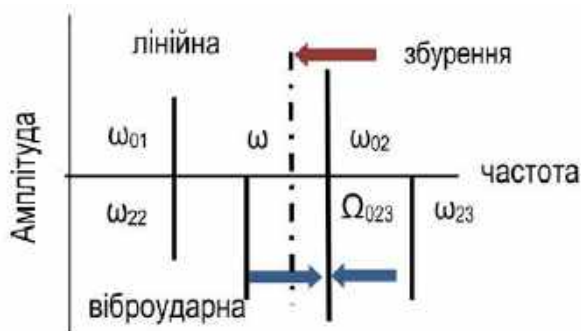


Рисунок 3.38 – Структура синтезованих власних частот коливань гармонійної (вверху) та віброударної (внизу) систем на частотній області

Визначальними для розглядуваної системи за відомих її інерційних параметрів будуть значення пружних параметрів, що формують раціональне співвідношення між власними частотами та встановлюють умову роботи у білярезонансному режимі. Для цього покладаємо залежності для здійснення процедури їхнього синтезу, сформовані за парціальними частотами коливальних мас:

$$c_1(z_1) = m_1(\omega/z_1)^2; \quad c_2(z_2, m_3) = m_3(\omega/z_2)^2; \quad \frac{c_3(z_2, m_3)}{c_2(z_2, m_3)} = n_c. \quad (3.55)$$

Із задачі про раціональний синтез асиметричної пружної характеристики для двомасових вібраційних машин встановлено раціональне відношення між параметрами, за якого встановлюється дорезонансний віброударний режим $n_c = c_3 / c_2 = 4$. Очевидним є те, що визначальна умова при синтезі значень парціальних резонансних налагоджень z_1, z_2 (пружних параметрів), базуватиметься на оцінці значення зведеної власної частоти коливань системи Ω_{023} із резонансним налагодженням z :

$$\left. \begin{aligned} \Omega_{023}(z_1, z_2, m_3) &= \omega / z; \\ z_1 > 0, z_2 > 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.56)$$

Основні синтезуючі параметри – це парціальні резонансні налагодження z_1, z_2 . Інерційність реактивної маси m_3 узгоджується умовою (3.51), а тому системи (3.52), (3.55) і (3.56) повинні розглядатися сумісно. З іншої сторони, обмеження на рух реактивної маси коригується величиною номінального зусилля збурення F_0 .

Для розв'язку задачі синтезу розроблено чисельний алгоритм розв'язку нелінійного рівняння виду (3.56) на основі функції *find* та вбудованого в неї методу Левентберга-Марквардта у програмному продукті MathCAD з пошуком відповідних парціальних налагоджень за відповідно попередньо прийнятих наближень (Додаток X). Отримані значення z_1, z_2 реалізують потрібні пружні параметри для подальшого чисельного розв'язку диференціальних рівнянь (3.52) з оцінкою обмежень (3.51) та з умовою на перевантаження робочої маси $\Gamma \cong 5$. Варто зауважити, що для базової лінійної моделі $a_{p \max} \equiv a_1$ (рис. 3.39, а). Оцінивши часові залежності пришвидшень коливальних мас, зокрема для віброударної системи встановлено, що такий режим наявний на проміжній масі (рис. 3.39, б), що безпосередньо зазнає силового збурення, а тому вона прийнята робочою $a_{p \max} \equiv a_2$.

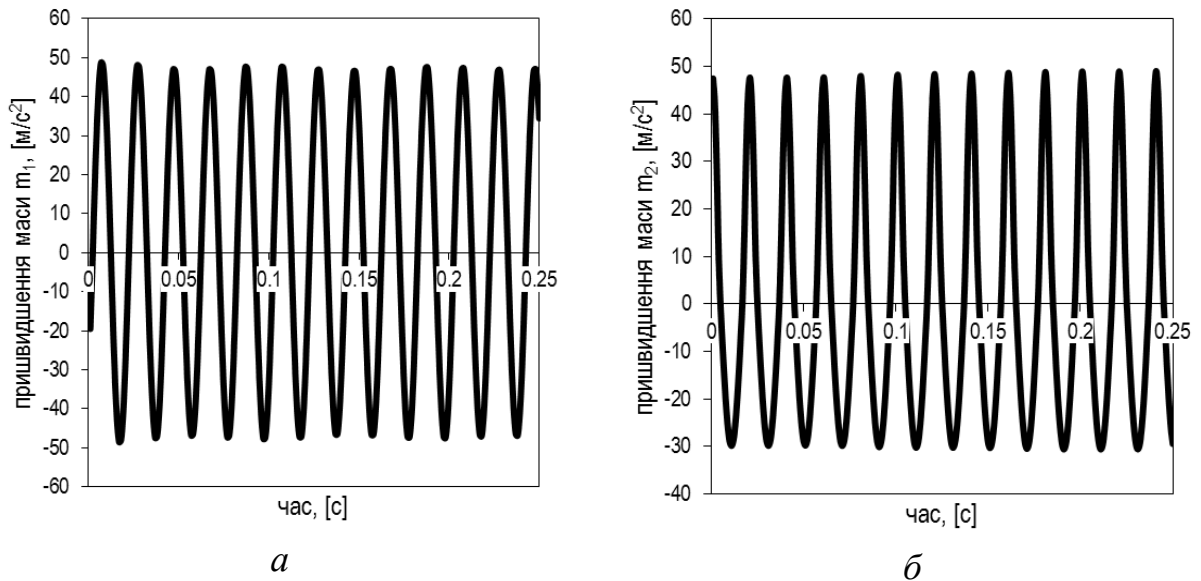


Рисунок 3.39 – Миттєві значення пришвидшення робочої маси гармонійного (а) та віброударного майданчика (б)

Однак, застосування умови (3.56) у якості обмеження при синтезі є недостатнім для досягнення якісного результату, оскільки останній залежатиме від вибору початкових наближених значень z_1 , z_2 . Тому, постає задача на побудову алгоритму з використанням будь-яких значень початкових наближень z_1 та z_2 , за яких використання умови (3.56) буде достатнім для отримання позитивного результату. Оптимальні значення z_1^* та z_2^* визначаються на підставі наступної оптимізаційної задачі:

$$a_{p \max}(z_1, z_2, m_3) \rightarrow \max, \quad (3.57)$$

з обмеженнями виду (3.56), що доповнюються додатковим обмеженням на інерційність реактивної маси

$$m_3 \equiv m_3^*. \quad (3.58)$$

Питання вибору раціонального значення інерційності реактивної маси m_3 полягає в тому, щоб ефективність за значенням $a_{p \max}$ віброударної системи, була вищою, аніж у лінійній системі при $c_3 = c_2$. Потрібно зауважити, що для лінійної системи обмеженням виступає друга власна частота коливань $\omega_{02}(z_1, z_2, m_3) = \omega / z$. Для моделювання системи (3.52) використано номінальне

значення тягового зусилля $F_0 = 85\text{Н}$. Варто зазначити, що інерційне значення реактивної маси m_3 є принциповим для гармонійної системи, за подальшого його збільшення система перетворюється в неефективну та втрачається можливість отримати розв'язки пружних параметрів за методикою [243]. Для віброударної системи цієї проблеми не існує, а тому при синтезі можна оперувати будь-яким прийнятним її значенням, практично не втрачаючи в ефективності (табл. 3.8).

Таблиця 3.8 – Оптимальні параметри гармонійної та віброударної системи

Тип системи	m_3^* , [кг]	z_1^*	z_2^*	$a_{p\max}$, [м/с ²]	$\max [x_2(t)+x_3(t)]$, [мм]
I	1	1,76	1,06	70,3	4,934
II		1,59	1,35	70,51	18,65
I	2	1,78	1,1	47,5	1,93
II		1,59	1,36	70	8,91
I	3	1,8	1,14	38,8	1,17
II		1,58	1,37	67,37	5,61
I	4	1,81	1,17	33,7	0,74
II		1,57	1,38	68,9	4,06
I	5	1,81	1,21	30,3	0,41
II		1,57	1,39	68,32	3,09
I	10	1,84	1,36	22,6	0,13
II		1,54	1,46	65,5	1,15

I – лінійна система; II – віброударна

Оскільки модель системи спрощена, то для оцінки якості можна скористатися енергетичним показником, що визначає технічну досконалість досягнення ключового технологічного показника:

$$\zeta_a = \frac{a_{p\max}}{P},$$

де $P = f(t) \cdot (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t))$ – споживана потужність (на коливання) системи (до уваги приймається діюче значення).

За аналогією до двомасових віброударних систем з оптимальною (беззazorною) пружною характеристикою тримасова система має стрімку

залежність у резонансних зонах відповідних власних частот коливань на частотних залежностях (рис. 3.40).

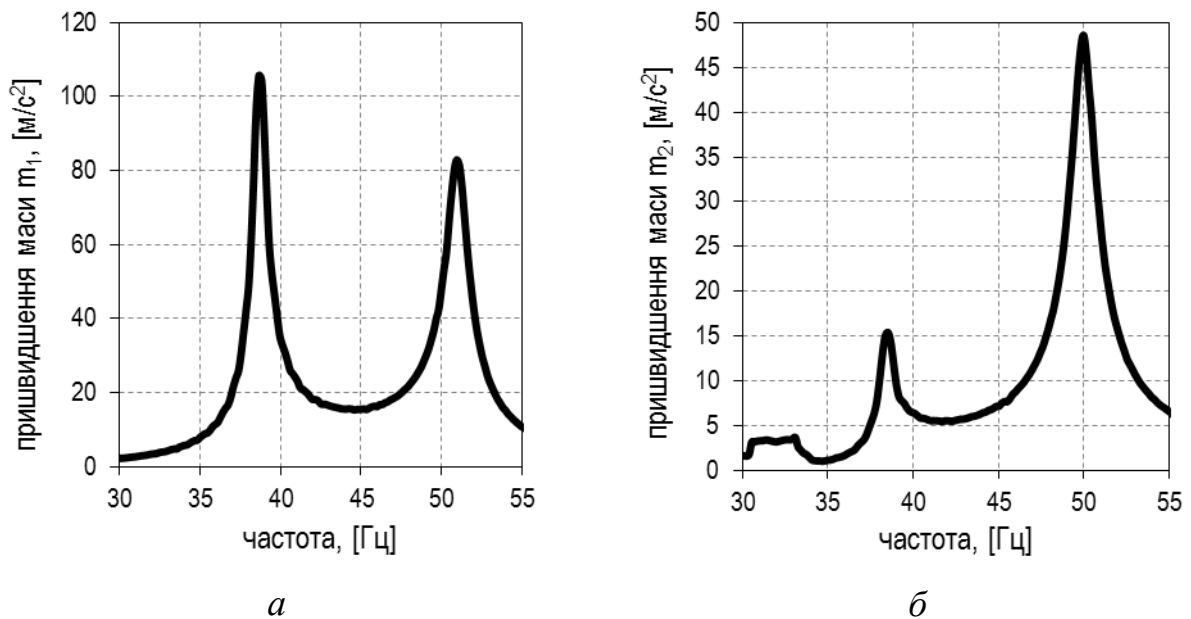


Рисунок 3.40 – Частотні характеристики пришвидшення робочої маси гармонійного (а) та віброударного майданчика (б)

Відомо, що ефективність лінійних тримасових систем (табл. 3.9) суттєво залежить від інерційності третьої маси. Для віброударної системи вже для значення $m_3 = 5$ кг досягнуто вищих значень ефективності за показником ζ_a за аналогічних кінематичних параметрів в межах однакового резонансного налагодження.

Таблиця 3.9 – Порівняльна характеристика гармонійної та віброударної системи

Тип моделі	Парціальні резонансні налагодження		Значення власних частот коливань, [рад/с]			Γ	m_3^* , [кг]	F_0 , [Н]	P , [Вт]	ζ_a , [м/с ² /Вт]
	z_1	z_2	ω_{01}	ω_{02}	Ω_{023}					
I	1,81	1,21	243,18	320,41	–	5	5	137	41,6	1,17
	1,71	1,01	303,4		–		0,2*	22	21,85	2,26
II	1,57	1,4	220,59	–	320,41		5**	61	28,33	1,73

I – гармонійна, II – віброударна,

* $\max [x_2(t)+x_3(t)]=9,2$ мм, ** $\max [x_2(t)+x_3(t)]=2,2$ мм

Згідно наведеної 3D-моделі вібраційного майданчика із гармонійним режимом (рис. 3.36) розроблено експериментальний зразок із робочою частотою коливань 100 Гц (на двотактній схемі) та проведено відповідні експериментальні дослідження [243]. Використання вищих частот дало змогу досягти аналогічних за частоти 50 Гц перевантажень, але за амплітуди у 4 рази меншої. Таким чином це забезпечило виконання умови (3.51). Живлення вібраційного майданчика здійснювалось від звукового генератора ЗГ-33 із напругою близько 30 В. Встановлено, що споживана потужність двотактного ЕМВ становить 9 Вт, а амплітуда коливань робочої маси $X_1 = 0,11$ мм. Пришвидшення робочого органа становить $X_1 \cdot (628 \text{ рад/с})^2 = 43,16 \text{ м/с}^2$, а згаданий питомий показник при цьому $\zeta_a = 4,8 \frac{\text{м/с}^2}{\text{Вт}}$. Однак, використання двотактної схеми в промислових варіантах на частоті 100 Гц вимагає використання додаткових засобів керування, що суттєво впливає на собівартість машини (наразі це питання так і не вирішено). Окрім того, АЧХ реактивної маси визначається високою нестабільністю амплітуди поза межами робочої частоти коливань. Очевидно, що зміна пружно-інерційних параметрів системи під час завантаження спричинюватиме інтенсивні коливання згаданої маси, що буде суперечити виконанню згаданої умови.

Перехід на віброударні системи дозволить застосувати в цілях привода традиційні однокітні (імпульсні) та двотактні схеми (з реалізацією частот коливань 50 Гц і 100 Гц) за рахунок нарощення інерційності реактивної маси m_3 , а також досягати потрібних умов роботи системи. За частоти збурення 100 Гц показник ефективності з реактивною масою $m_3^* = 5$ кг становитиме для гармонійної системи – $\zeta_a = 2,2 \frac{\text{м/с}^2}{\text{Вт}}$, для віброударної – $\zeta_a = 3,3 \frac{\text{м/с}^2}{\text{Вт}}$.

Результати проведеного синтезу дозволяють встановити наступне:

– синтезовано оптимальні пружні характеристики тримасової віброударної системи за відповідних інерційних значень коливальних мас

системи, що забезпечують функціонування системи в резонансному режимі з врахуванням обмеження на рух коливальних мас у структурі привода;

- встановлено, що ефективна реалізація віброударного режиму роботи здійснюється на одній із коливальних мас, що зазнають безпосереднього силового збурення від електромагніту;

- синтезовані власні частоти коливань віброударної системи можуть слугувати ефективним засобом для подальшого аналітичного синтезу параметрів віброударної системи;

- реалізована віброударна система дозволяє оперувати будь-яким прийнятним значенням реактивної маси, забезпечувати відповідні технологічні показники та задовольняти умови роботи привода. Ефективність її реалізації з точки зору реалізації заданих технологічних режимів становить близько 1,5 *рази* над відповідною лінійною моделлю.

3.6.2. Оптимізаційний синтез резонансних тримасових віброударних систем за технологічними характеристиками

Попередню задачу синтезу сформовано із закладеним наперед відношенням коефіцієнтів жорсткості асиметричної пружної характеристики $n_c = c_3 / c_2 = 4$. Очевидно, що синтезом відношення n_c можна добитися відповідних кінематичних характеристик віброударного режиму, зокрема $a_{p \max}$ та k_a . Тому, задача оптимізаційного синтезу приймає вигляд:

$$\zeta_a(z_1, z_2, n_c) \rightarrow \max,$$

з обмеженнями на характеристики пришвидшення робочої маси (максимальне значення і коефіцієнт асиметрії) та динамічним обмеженням на основну власну частоту коливань (з умовою перебування власної частоти коливань Ω_{023} у відповідних межах):

$$\left. \begin{aligned} k_a(z_1, z_2, n_c) &> 3, \\ 50 \text{ м/с}^2 &> a_{p \max}(z_1, z_2, n_c) > 40 \text{ м/с}^2, \\ 60 \text{ Гц} &> \frac{\Omega_{023}(z_1, z_2, n_c)}{2\pi} > 55 \text{ Гц}. \end{aligned} \right\}$$

В системі рівнянь (3.52) для збурення прийнято його імпульсну характеристику виду $f(t) = F_0 \sin(\omega t / 2)^4$ з амплітудним значенням $F_0 = 900 \text{ Н}$. Інерційні параметри коливальних мас прийнято наступними: $m_1 = 5 \text{ кг}$, $m_2 = 83,4 \text{ кг}$, $m_3 = 44 \text{ кг}$. Коефіцієнти в'язкого тертя визначено за формулами $b_1 = 2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \xi \omega$ та $b_2 = 2 \frac{m_2 m_3}{m_2 + m_3} \xi \omega$ для $\xi = 0,15$.

Використовуючи чисельний оптимізаційний метод спряжених градієнтів за початкових наближень $z_1 = 1,5$, $z_2 = 1,5$ та $n_c = 16$, отримано наступний результат (Додаток X):

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ n_c \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 1,66 \\ 1,37 \\ 34,78 \end{bmatrix}.$$

Значення параметрів оптимізаційної задачі для механічної моделі синтезованої тримасової віброударної системи:

$$\begin{bmatrix} \zeta_a \\ k_a \\ a_{p \max} \\ \Delta f = \frac{\Omega_{023}(z_1, z_2, n_c) - \omega}{2\pi} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 3,38 \frac{\text{м/с}^2}{\text{ВТ}} \\ 5,18 \\ 40 \text{ м/с}^2 \\ 5,03 \text{ Гц} \end{bmatrix}.$$

Для більш ґрунтового аналізу використано наступні параметри електромагнітного контуру: $w = 650$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, $r_{np} = 18 \text{ Ом}$, $r^{<+>} = 0,001 \text{ Ом}$, $r^{<->} = 10^8 \text{ Ом}$, $\delta_0 = 0,0011 \text{ м}$, $n = 2$, $\omega = 314 \text{ рад/с}$, $U_0 = 141 \text{ В}$.

Наведено Миттєві характеристики пришвидшення для спрощеної механічної та більш детальної моделі з врахуванням параметрів електромагніту (рис. 3.41, а) мають високий ступінь збіжності та обґрунтовують раціональність представленого синтезу параметрів.

3.6.3. Порівняльна оцінка дво- та тримасових віброударних систем

Можливість синтезувати дво- та тримасові віброударні системи з відповідними технологічними умовами дає підстави провести порівняння ефективності їхньої реалізації. Оскільки системи різняться за структурою та сумарною інерційністю встановлено додаткову умову, що коефіцієнт корисної дії ЕМВ порівнюваних систем становитиме $\eta = 0,5$.

Синтезовано двомасову систему з інерційними параметрами коливальних мас $m_1 = 83,4$ кг, $m_2 = 44$ кг відповідно до аналогічних технологічних умов та характеристик імпульсного збурення. Отримано коефіцієнти синтезу $\Theta = 0,7$, $\Lambda = 5,3$ для $z = 0,98$ на основі розв'язку оптимізаційної задачі механічної моделі віброударної системи:

$$\begin{bmatrix} \zeta_a \\ k_a \\ a_{p \max} \\ \Delta f = \frac{\omega_0(\Theta, \Lambda) - \omega}{2\pi} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 1,152 \frac{\text{м/с}^2}{\text{Вт}} \\ 3,75 \\ 50 \text{ м/с}^2 \\ 10 \text{ Гц} \end{bmatrix}.$$

На цьому етапі, порівнюючи результати механічних моделей віброударних систем, видно суттєві енергетичні переваги тримасової системи за параметром ζ_a більш ніж у 3 рази. Прогнозується, що тримасова віброударна система матиме вищий коефіцієнт асиметрії пришвидшення k_a та дещо менший запас за значенням ширини резонансної зони Δf .

На моделі з електромагнітним контуром досягнуто відповідних кінематичних і технологічних характеристик за рахунок підбору двох параметрів силової частини $\delta_0 = 0,017\text{м}$ і $U_0 = 140\text{В}$.

Характеристики пришвидшення робочої маси двомасових моделей (рис. 3.41, б) так само мають високу збіжність відповідно до результатів моделювання віброударних систем (табл. 3.10). Відносна ефективність тримасової віброударної системи над двомасовою складає 1,5 рази за критерієм ζ_a . Потрібно зазначити, що отримані результати не є узагальнювальними, оскільки залежать від вибору початкових наближень та встановлених параметрів δ_0 і U_0 . Проте, в цілому енергетичну ефективність тримасової віброударної системи підтверджено.

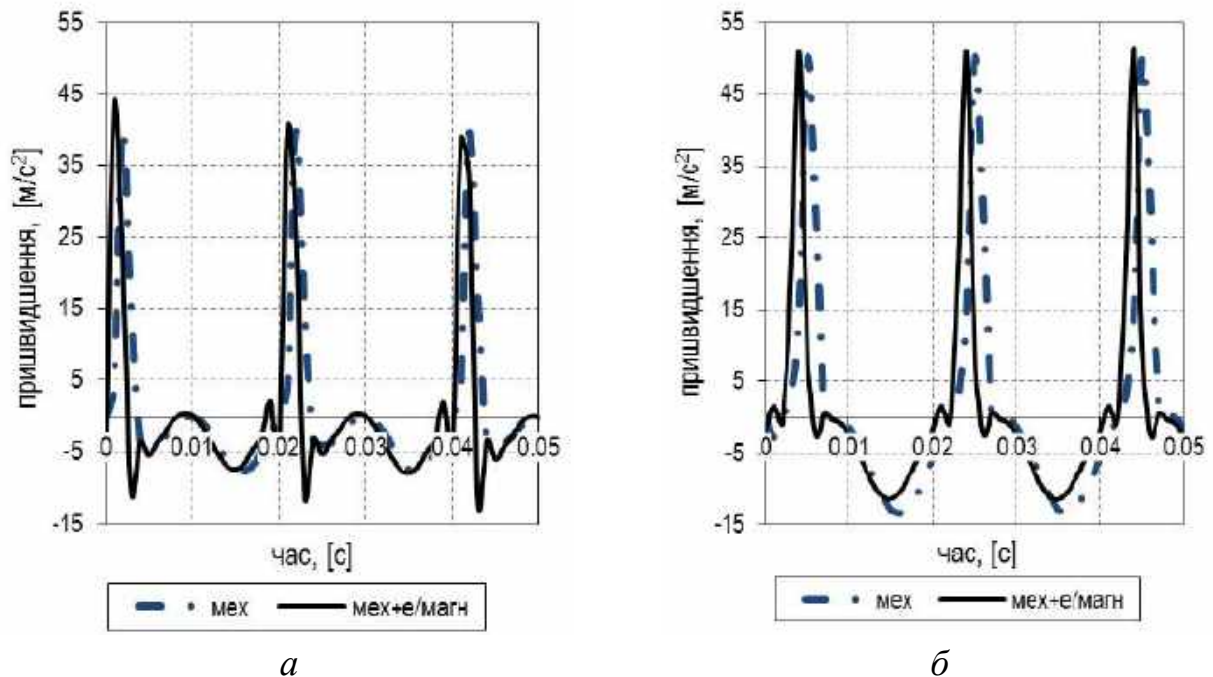


Рисунок 3.41 – Миттєві характеристики пришвидшення робочої маси для механічної та електромагнітної моделі синтезованих віброударних систем: *a* – тримасової; *б* – двомасової

Таблиця 3.10 – Параметри досліджуваних віброударних систем

Структура системи	Встановлені параметри		Технологічні параметри			Критерії оцінювання	
	δ_0 , [м]	U_0 , [В]	a_{pmax} , [м/с ²]	k_a	Δf , [Гц]	η	ζ_a , [м/с ² /Вт]
двомасова ($z=0,98$, $\theta=0,7$, $\Lambda=5,3$)	0,0017	139	51,62	4,48	10	0,5	0,35
тримасова ($z_1=1,66$, $z_2=1,37$, $n_c=34,78$)	0,0011	141	53,82	5,86	5,03		0,54

3.7. Порівняльний багатокритеріальний аналіз резонансних вібраційних систем

Визначено інерційно-пружні характеристики порівнюваних моделей вібраційних машин (табл. 3.11) та характеристики ЕМВ: $\omega = 314$ рад/с, $\gamma = 0,04$, $\delta_0 = 0,004$ м, $r_{np} = 18$ Ом, $w = 650$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3}$ м², $n = 4$ (для двотактної схеми $n = 2$), $r^{<+>} = 0,001$ Ом, $r^{<->} = 10^8$ Ом, $c_{i3} = 2 \cdot 10^4$ Н/м.

Таблиця 3.11 – Параметри порівнюваних вібраційних систем

Тип системи	z	Інерційність коливальної маси, [кг]			Пружні параметри, $\times 10^6$, [Н/м]	
		m_1	m_2	m_3	c_1	c_2
лінійна двомасова ($\Theta=A=1$, $c_2=c_1$, $\Delta=0$)	0,96	168	55	–	4,437	–
лінійна тримасова ($c_2 \neq c_1$, $\Delta=0$, $\kappa=0,7$)		168	84	3	5,701	0,225
віброударна без зазору ($\Theta=0,75$, $A=2$, $c_2=4c_1$, $\Delta=0$)		168	55	–	2,496	9,984
віброударна із зазором ($\Theta=1$, $A=2$, $c_2=4c_1$, $\Delta=0,001$ м)		168	55	–	4,437	17,749

На підставі синтезованих нелінійних вібраційних систем з проведенням їхнього комплексного динамічного аналізу, отримавши в результаті цього усі

кінематичні та електричні характеристики є можливість здійснити відносну багатокритеріальну оцінку. Згідно представлених у розділі I енергетичних та технологічних критеріїв оцінку якості потрібно здійснювати за вибраним аналогом, яким є гармонійна двомасова система. Вибір раціонального варіанту системи можна здійснити за відповідними показниками якості, відповідно з вимогами до систем. Представлено визначальні характеристики порівнюваних систем (табл. 3.12), де основні силові та енергетичні показники (подано їхні діючі значення) визначені за умови досягнення робочою масою перевантаження $\Gamma = 5$. Порівняння за визначальним критерієм ефективності подано на діаграмі (рис. 3.42). Узагальнений критерій за рівномірного розподілу вагових коефіцієнтів оцінюваних показників:

$$\zeta_e = 0,25 \left(k_a' + \eta' + \Delta f' + \zeta_a' \right) \rightarrow \max.$$

Базова двомасова лінійна модель:

$$\zeta_e = 0,25 \left(\frac{1,06}{1,06} + \frac{0,38}{0,38} + \frac{2,08}{2,08} + \frac{0,067}{0,067} \right) = 1.$$

Тримасова лінійна високоефективна система:

$$\zeta_e = 0,25 \left(\frac{1,05}{1,06} + \frac{0,37}{0,38} + \frac{2,08}{2,08} + \frac{0,068}{0,067} \right) = 0,99.$$

Вібродарна система без зазору:

$$\zeta_e = 0,25 \left(\frac{2,02}{1,06} + \frac{0,33}{0,38} + \frac{2,08}{2,08} + \frac{0,142}{0,067} \right) = 1,47.$$

Вібродарна система із зазором:

$$\zeta_e = 0,25 \left(\frac{1,81}{1,06} + \frac{0,17}{0,38} + \frac{19,44}{2,08} + \frac{0,051}{0,067} \right) = 3,07.$$

В представленому виконанні найбільш енергоефективною є вібродарна система без зазору, відносна ефективність якої щодо двомасової гармонійної складає 2,15 *рази*. Щодо тримасової системи підвищеної ефективності, її показники будуть зростати за значень $\kappa > 0,7$. Проте, мала інерційність реактивної маси m_3 створюватиме проблеми щодо стійкого її функціонування

(викликане нестійкістю її АЧХ перебуваючи у “сідлі”) під час навантаження (вимагає вищих значень номінальних повітряних проміжків δ_0) та порушень стійкості розв’язків під час моделювання. Отримані результати властиві лише прийнятим параметрам розглядуваних систем. Подано відповідне порівняння вібраційних систем з гармонійним двотактним приводом (табл. 3.13). Очевидним є те, що для систем віброударного типу імпульсне (однотактне) збурення сприяє збільшенню показників оцінки технологічної та енергетичної ефективності. Для систем гармонійного типу перевага надається двотактному збуренню.

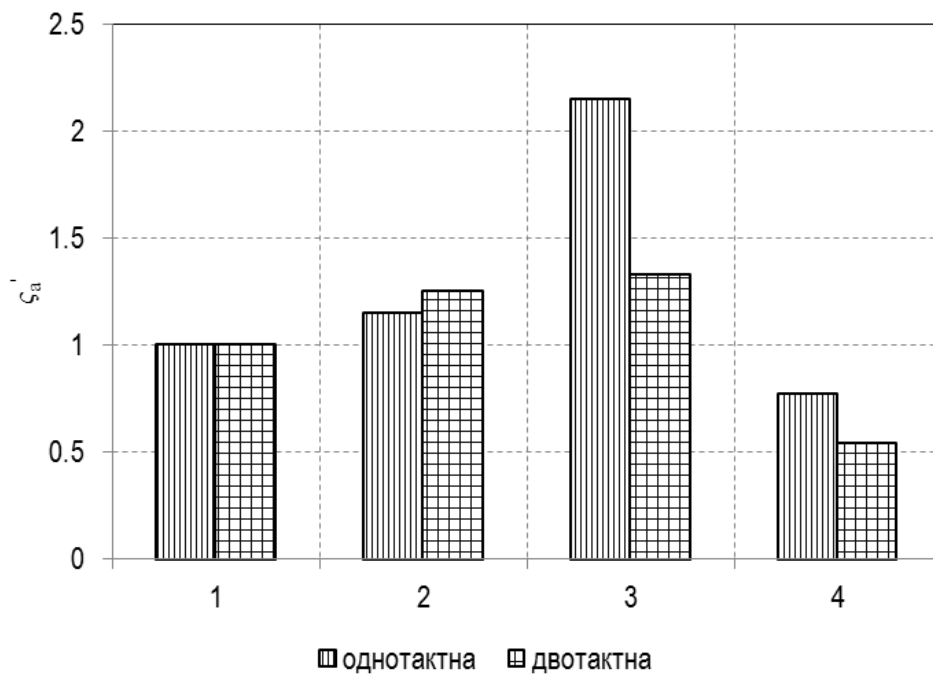


Рисунок 3.42 – Порівняльна діаграма відносної ефективності функціонування досліджуваних вібраційних систем для різних схем живлення за критерієм ζ_a : 1 та 2 – лінійні двомасова та тримасова; 3 та 4 – двомасові віброударні без зазору та з зазором

Варто зауважити, що віброударні системи синтезовані без додаткових обмежень на кінематичні та динамічні характеристики. З точки зору оптимальних рішень, то використані параметри для беззазорної системи можуть бути уточнені відповідно до встановлених обмежень та цільової функції. Найвищі значення коефіцієнта передачі потужності мають віброударні системи з оптимальною пружною характеристикою, зокрема за двотактного збурення.

Таблиця 3.12 – Показники вібраційних систем за імпульсного збурення

Тип моделі	$a_{D \max}$, [м/с ²]	k_a	U_0 , [В]	I , [А]	$F_{0\max}/F_{0\min}$, [Н]	P , [Вт]	Δf , [Гц]	η	ζ_a , [(м/с ²)/Вт]	ζ_e	ζ_p^*
лінійна двомасова ($\Theta=\Lambda=1$, $c_2=c_1$, $\Delta=0$)	49,9	1,06	170	4	$1,79 \cdot 10^3/0$	751,98	2,08	0,37	0,066	1 (1)*	0,89
лінійна тримасова ($c_2 \neq c_1$, $\Delta=0$, $\kappa=0,7$, $\delta_0=0,0055$ м)	50,38	1	139	5,56	896,16/0	663,05	2,08	0,28	0,076	0,96 (1,15)	1,05
віброударна без зазору ($\Theta=0,75$, $\Lambda=2$, $c_2=4c_1$, $\Delta=0$)	51,31	2,02	118	3,04	966,75/0	361,33	2,08	0,33	0,142	1,49 (2,15)	1,17
віброударна із зазором ($\Theta=1$, $\Lambda=2$, $c_2=4c_1$, $\Delta=0,001$ м)	50,03	1,81	195	4,97	$2,2 \cdot 10^3/0$	985,79	19,44	0,17	0,051	3,07 (0,77)	0,3

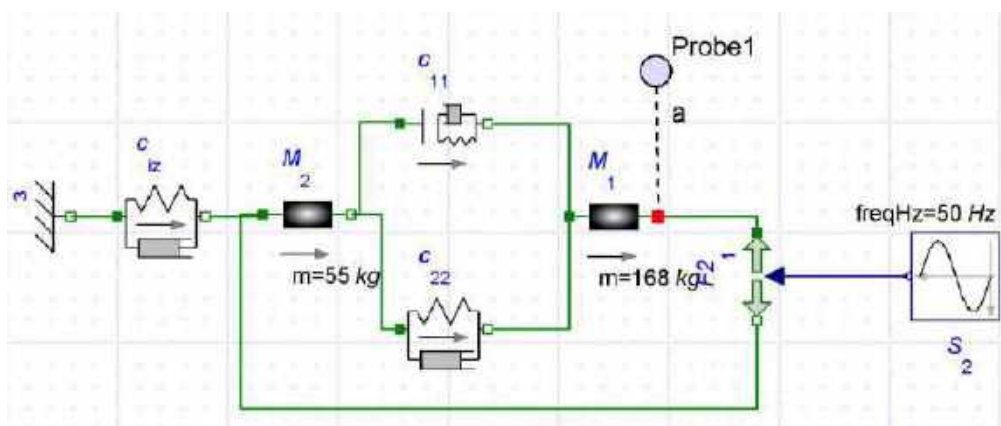
* у дужках за критерієм ζ_a

Таблиця 3.13 – Показники вібраційних систем за гармонійного збурення

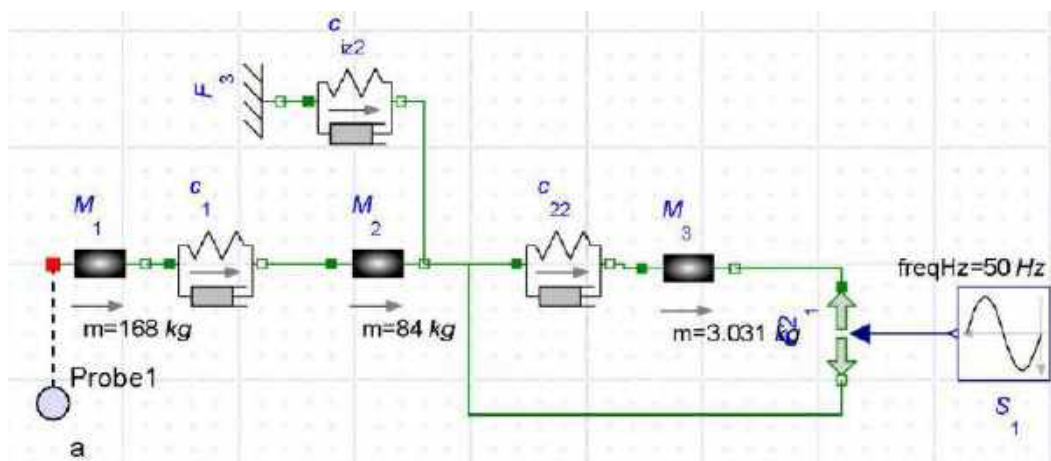
Тип моделі	$a_{p \max}$, [м/с ²]	k_a	U_0 , [В]	I , [А]	$F_{0\max}/F_{0\min}$, [Н]	P , [Вт]	Δf , [Гц]	η	ζ_a , [м/с ² /Вт]	ζ_e	ζ_{p^*}
лінійна двомасова ($\Theta=\Lambda=1$, $c_2=c_1$, $\Delta=0$)	50,09	1	174	4,09	846,14/ -848,77	427	2,08	0,34	0,12	1 (1)*	1,07
лінійна тримасова ($c_2 \neq c_1$, $\Delta=0$, $\kappa=0,7$)	53,16	1	139	4,88	365,11/ -357,15	362,38	2,08	0,24	0,15	0,99 (1,25)	1,17
віброударна без зазору ($\Theta=0,75$, $\Lambda=2$, $c_2=4c_1$, $\Delta=0$)	50,6	2,18	142	3,92	599,52/ -507,26	315,28	2,08	0,23	0,16	1 (1,33)	1,53
віброударна із зазором ($\Theta=1$, $\Lambda=2$, $c_2=4c_1$, $\Delta=0,001\text{м}$)	50,84	1,83	230	6,17	$1,62 \cdot 10^3$ / $-1,487 \cdot 10^3$	786,43	19,44	0,13	0,065	2,82 (0,54)	0,93

* у дужках за критерієм ζ_a

На рівні механічної системи роботу вібраційних систем досліджено за спрощеною процедурою в системі MapleSim. Системи (рис. 3.43) визначено відповідно пружно-інерційними параметрами (табл. 3.14), а для віброударних систем використано паралельне з'єднання пружин. Засобом оцінювання ефективності реалізації часових залежностей (рис. 3.44, а) виступає амплітудне значення гармонійного зусилля збурення. За показником максимальне пришвидшення/зусилля збурення переважають тримасові високоефективні системи, а за споживаною потужністю перевага за віброударними безззорними.



a



б

Рисунок 3.43 – Структурні схеми двомасової віброударної (*a*) та тримасової (*б*) систем з гармонійним збуренням

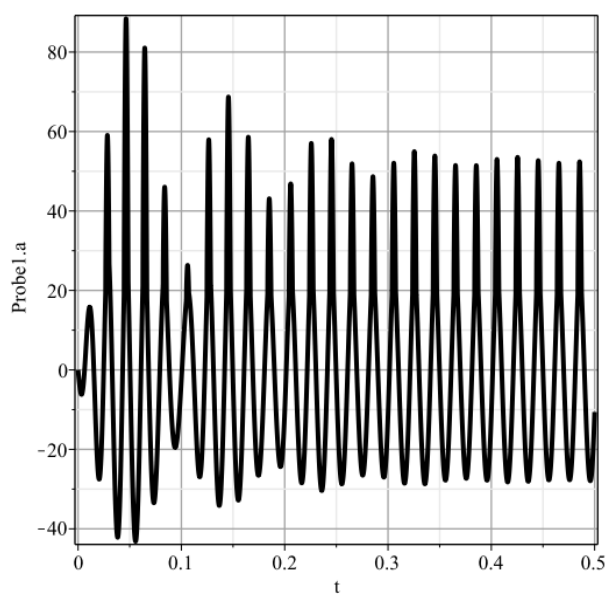
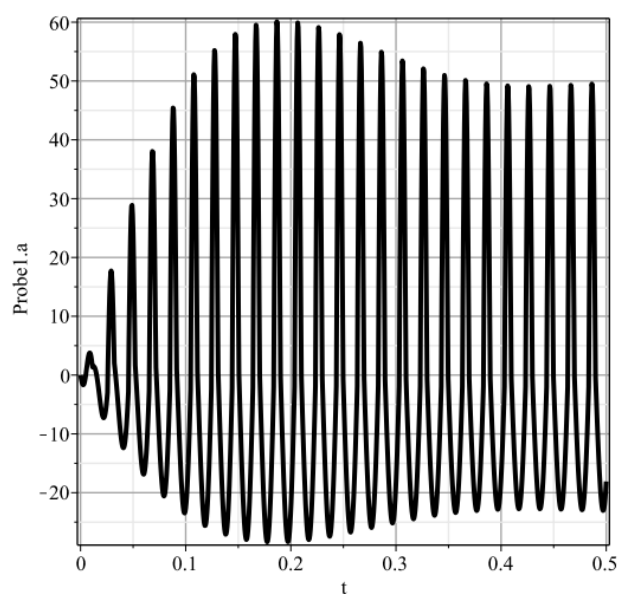
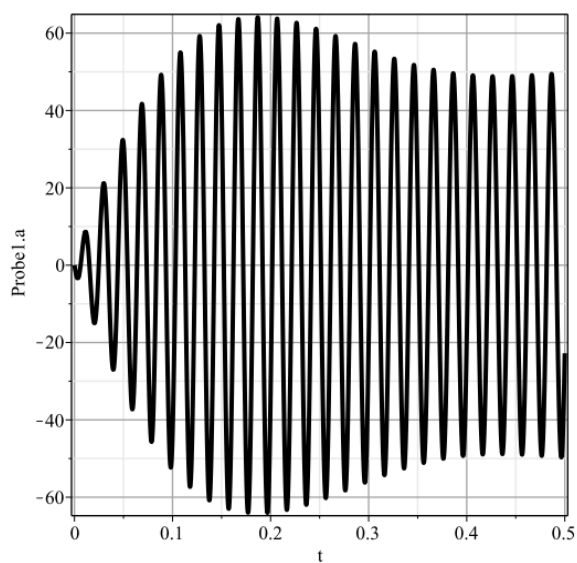
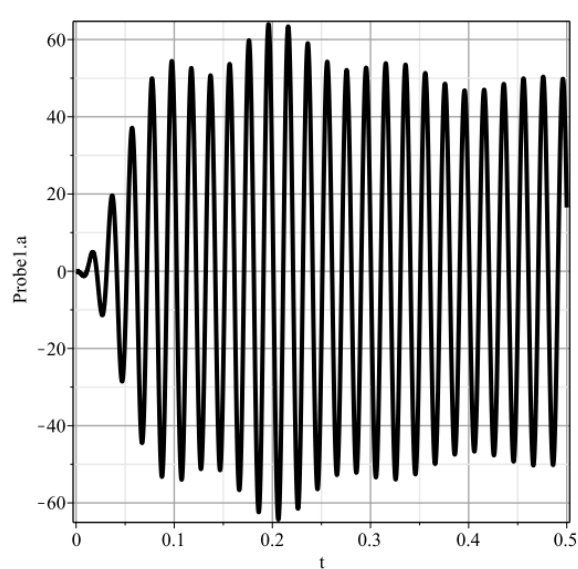
*a**б**в**г*

Рисунок 3.44 – Миттєві значення пришвидження робочої маси:
a – віброударна система з зазором; *б* – віброударна без зазору;
в – двомасова гармонійна; *г* – тримасова гармонійна

Таблиця 3.14 – Параметри досліджуваних вібраційних систем при гармонійному збуренні

Тип моделі	Γ	Пружні параметри, [Н/м]		F_0 , [Н]
		c_{11}	c_{22}	
лінійна двомасова ($\Theta=A=1, c_2=c_1, A=0$)	5	0	$4,437 \cdot 10^6$	847
лінійна тримасова ($c_2 \neq c_1, A=0, \kappa=0,7$)		$5,701 \cdot 10^6$	$0,225 \cdot 10^6$	356
віброударна без зазору ($\Theta=0,75, A=2, c_2=4c_1, A=0$)		$7,488 \cdot 10^6$	$2,496 \cdot 10^6$	553
віброударна із зазором ($\Theta=1, A=2, c_2=4c_1, A=0,001\text{м}$)		$1,331 \cdot 10^7$	$4,437 \cdot 10^6$	1555

3.8. Висновки до розділу 3

Апробовані варіанти виконання резонансних віброударних систем із асиметричними кусково-лінійними пружними характеристиками. Проведено порівняльну оцінку функціонування синтезованих систем за основними кінематичними та енергетичними параметрами. Використаний багатокритеріальний підхід до оцінки якості вібраційних систем надає інформацію щодо можливості застосування синтезованих віброударних систем у відповідних технологічних процесах. Залежно від вихідних умов встановлюється необхідність використання варіанту реалізації віброударного режиму. Так, у разі необхідності дотримання вимог щодо стійкості системи при значних змінах технологічного завантаження та величини асиметрії пришвидшення, тоді альтернативи системам із моделлю підресорника з зазором немає. Втім, можливість застосування варіанту без зазору має суттєві енергетичні переваги з відносним показником якості *2 рази* порівняно з традиційною лінійною моделлю та *2,8 рази* відносно віброударної системи з зазором.

За результатами аналізу встановлено динамічні особливості порівнюваних систем:

– переведення традиційної лінійної пружної характеристики у кусково-лінійну із зазором дає позитивного ефекту з точки зору реалізації віброударного режиму тільки за відповідних значень номінального тягового зусилля. Реалізована таким чином система відзначається високою технологічною стійкістю та змінною асиметрією пришвидшення робочої маси (при збільшенні номінального збурювального зусилля). При цьому ККД та ефективність системи порівняно з лінійною та нелінійною беззазornoю системами суттєво зменшується, значно зростає її технологічна стійкість (за значенням власної частоти коливань). Зменшення ККД, в першу чергу, вказує на те, що система не використовує у повній мірі встановлений повітряний проміжок у електромагнітному приводі;

– виконання беззазornoї пружної характеристики за резонансним підходом надає системі енергетичних переваг. Втім, такий підхід буде виправданий за прогнозованих завантажень, оскільки система за динамічними особливостями “вироджується” у псевдолінійну модель з фіксованою власною частотою коливань та типовою для лінійних систем АЧХ.

В цілому, за введеним узагальненим показником якості вібраційної системи, що містить відомості про основні технічні, технологічні та енергетичні особливості, кращими характеристиками наділені віброударні системи. Запропонований варіант може бути впроваджений у реальних лінійних моделях та вимагає перебудови її пружної характеристики, а використання імпульсного збурення надає відповідних енергетичних, технологічних і структурних (конструктивних) переваг віброударним машинам над існуючими машинами з гармонійним (двотактним) збуренням.

Запропоновано модель параметричного синтезу асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики, оперуючи введеними коефіцієнтами синтезу, що визначають кінематичні та динамічні (зокрема частотні) особливості віброударних систем.

Отримано на основі комплексного використання задачі параметричного синтезу та динамічного аналізу асиметричні кусково-лінійні пружні

характеристики, що базуються на визначених коефіцієнтах, та встановлюють відповідні віброударні структури за основним та субгармонійним резонансом з відповідністю до технологічних вимог у вигляді набору кінематичних характеристик та забезпечення відповідного запасу стійкості за шириною резонансної зони.

Обґрунтовано можливість функціонування віброударної машини з імпульсним збуренням на субгармоніці та прогнозовано ймовірно високу технологічну стійкість такої системи за значенням ширини резонансної зони. Встановлено передумови щодо реалізації дворезимних віброударних машин з можливістю застосування в практичних цілях як основного та субгармонійного режиму, що різняться запасом резонансної зони, співвідношенням гармонік пришвидшення робочої маси та енергетичними характеристиками ефективності режиму функціонування.

Синтезовано тримасові віброударні системи з обмеженнями на кінематичні та динамічні характеристики. Здійснено порівняння за енергетичним критерієм цих систем із аналогічно синтезованими двомасовими. Ефективнішими в цьому сенсі виявилися тримасові (*у 1,5 рази*).

Здійснено порівняльний багатокритеріальний аналіз резонансних вібраційних систем за відомими та розробленим методом розрахунку, який дозволив встановити динамічні та енергетичні особливості реалізованих систем. На предмет оцінки ефективності функціонування за енергетичним показником та критерієм передачі потужності найвищі показники по відношенню до інших систем мають віброударні системи з оптимальними пружними характеристиками. Для таких систем використання імпульсного одноктного збурення є цілком доречним, по відношенню до двотактної схеми.

РОЗДІЛ 4

КОНСТРУКТИВНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ РЕЗОНАНСНИХ ВІБРОУДАРНИХ І ДВОЧАСТОТНИХ СИСТЕМ

4.1. Практика реалізації резонансних віброударних систем

4.1.1. Використання результатів оптимізаційного синтезу під час реалізації віброударних машин

Відповідно до структурних схем (рис. 4.1), віброударні машини синтезують з урахуванням коефіцієнтів Θ і Λ асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики відповідно до критерію найвищої енергетичної ефективності функціонування та технологічних вимог. Вони напряду визначають значення номінального тягового зусилля електромагнітів F , що відносно базових методик буде суттєво меншим. Згадані коефіцієнти втсановлюють значення потрібної власної частоти коливань віброударної системи, що відповідно до розділу I може бути забезпечена із використанням одного основного пружного елемента – плоскої пружини.

У структурі машини потрібно забезпечити конструктивне виконання робочого органа відповідно використанням частотно-масового показника $k_{\omega_0^*/m}$ для забезпечення максимальної динамічної жорсткості за визначеної структури.

Одним із проблемних етапів під час реалізації віброударних машин відповідно до типових схем (рис. 4.1) є узгодження основних конструктивних параметрів базової плоскої пружини, циліндричних опор чи обмежувача руху (рис. 4.2) з отриманими параметрами динамічної моделі, забезпечуючи при цьому їхню міцність, жорсткість та довговічність, а також визначальні кінематичні та динамічні характеристики робочого органа. Етапи цих робіт представлено в основних розділах дисертаційної роботи. Розрахунки обмежувача руху як гумово-металевого пружного елемента представлено у наступних роботах [79, 80, 125, 298, 299].

Відповідно до отриманих результатів динамічного аналізу та синтезу високоефективних віброударних систем потрібно уточнити набір задач для реалізації машин на базі однієї плоскої пружини:

- забезпечення власних частот коливань віброударної системи для схеми з проміжними циліндричними опорами;
- забезпечення міцності та довговічності за умовами реалізації віброударних резонансних режимів;
- запровадження частотно-масового критерію під час проектування та вибору оптимальних конструктивних параметрів робочих органів вібраційних машин та його поширення на стержневі конструкції.

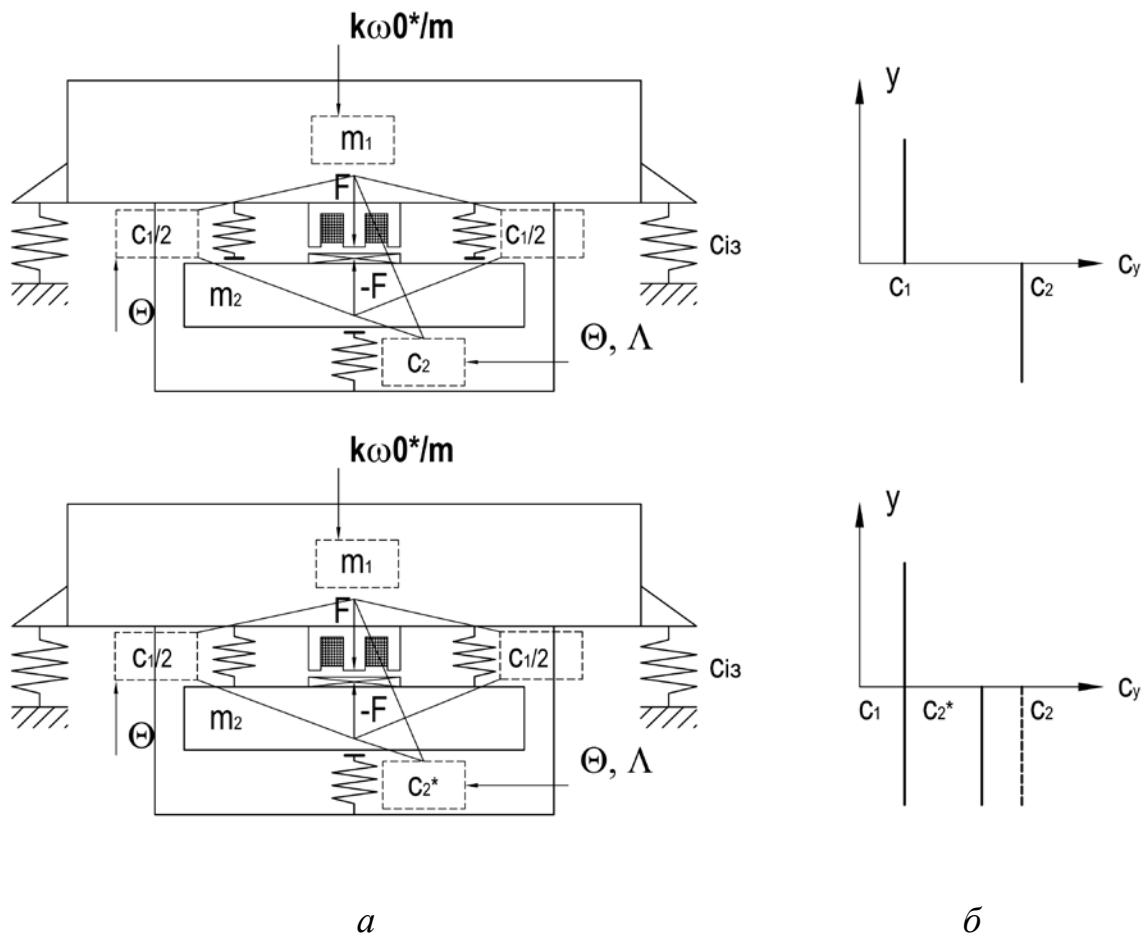


Рисунок 4.1 – Відображення основних результатів дослідження в параметрах віброударних машин із відповідною схемою реалізації асиметричних кусково-лінійних пружних характеристик:

a – структурні схеми віброударних машин; *б* – зміна коефіцієнтів жорсткості за напрямком руху мас

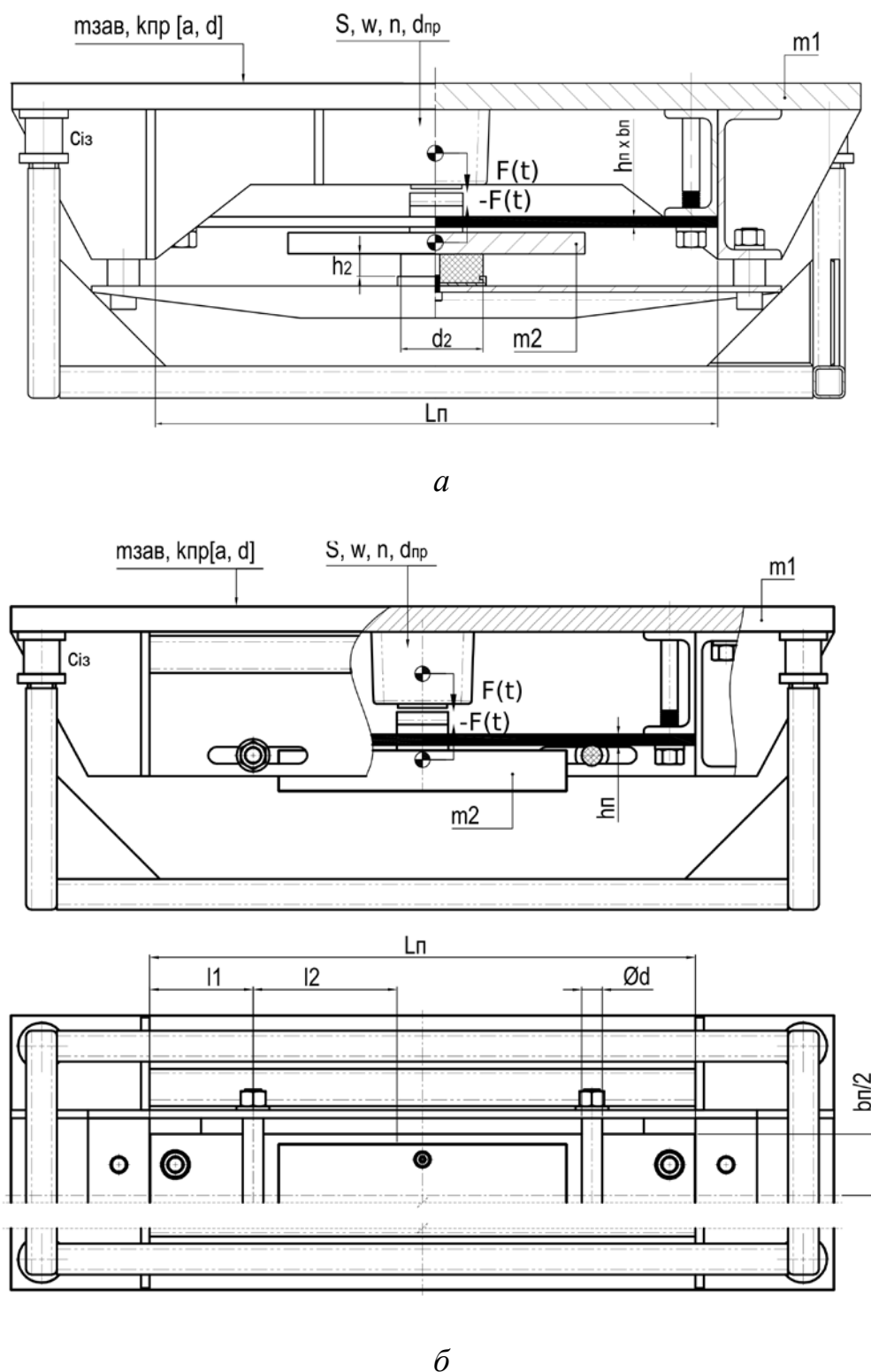


Рисунок 4.2 – Конструктивні виконання віброударних систем:
a – з пружним обмежувачем руху реактивної маси;
б – з проміжними циліндричними опорами

4.1.2. Забезпечення власних частот коливань віброударної системи

За структурним представленням вібраційні системи відповідного конструктивного виконання для розрахунку можуть бути зведені до стержневих систем із дискретними чи розподіленими параметрами [88, 340]. Для їхнього розрахунку застосовують методи: початкових параметрів [161]; скінченних елементів [136, 159, 309, 341–343]; Релея-Ріцца [168, 210, 309]; Донкерлі; Тимошенко [203] та ін. Конструктивну нелінійність у вигляді беззazorної асиметричної пружної характеристики (рис. 4.3) можна реалізувати на базі однієї плоскої пружини згинальної жорсткості EJ з використанням абсолютно жорстких (або ж податливих) обмежувачів руху (рис. 4.4), встановлених симетрично відносно центрального перерізу системи.

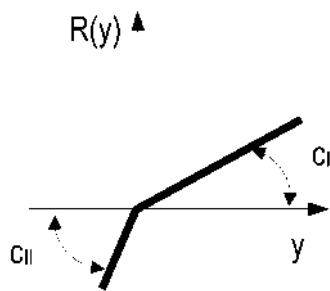


Рисунок 4.3 – Асиметрична пружна характеристика стержневої системи

Формула для визначення власної частоти згинальних коливань дискретної моделі стержневої системи з приведеною масою вібраційної системи має вигляд:

$$\omega_{0I} = \sqrt{\frac{192EJ}{m_{np}L_n^3}}. \quad (4.1)$$

Для реалізації заданої власної частоти коливань при проектному розрахунку згинальної жорсткості пружної системи користуються наступною формулою:

$$EJ = \frac{m_{np}L_n^3 \omega_{0I}^2}{192}. \quad (4.2)$$

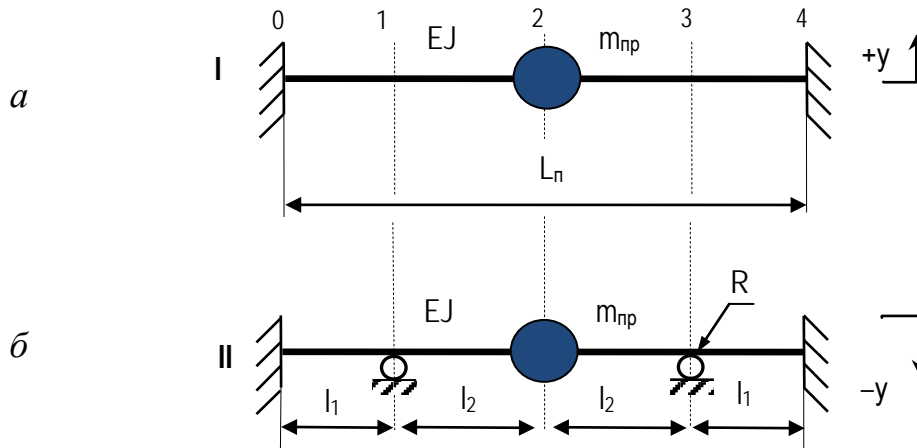


Рисунок 4.4 – Схема реалізації асиметричної пружної характеристики:
a – рух без контакту з проміжними опорами;
б – рух в контакті з проміжними опорами

Для побудови матриці жорсткості представленої стержневої системи за МСЕ користуються базовим елементом-стержнем із чотирма ступенями вільності: y_i , y_{i+1} і φ_i , φ_{i+1} – відповідно вертикальні переміщення і кути повороту крайніх вузлових точок стержня. Матриця вузлових реакцій поперечних сил і згинальних моментів [159, 341]:

$$[\bar{\mathbf{Z}}_{i,i+1}] = \begin{Bmatrix} R_i \\ M_i \\ R_{i+1} \\ M_{i+1} \end{Bmatrix} = EJ \begin{bmatrix} \frac{12}{l_i^3} & \frac{-6}{l_i^2} & \frac{-12}{l_i^3} & \frac{-6}{l_i^2} \\ -6 & 4 & 6 & 2 \\ \frac{l_i^2}{l_i^3} & \frac{l_i}{l_i^2} & \frac{l_i^2}{l_i^3} & \frac{l_i}{l_i^2} \\ -12 & 6 & 12 & 6 \\ \frac{l_i^3}{l_i^3} & \frac{l_i^2}{l_i^2} & \frac{l_i^3}{l_i^3} & \frac{l_i^2}{l_i^2} \\ -6 & 2 & 6 & 4 \\ \frac{l_i^2}{l_i^2} & \frac{l_i}{l_i} & \frac{l_i^2}{l_i^2} & \frac{l_i}{l_i} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_i \\ \varphi_i \\ y_{i+1} \\ \varphi_{i+1} \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Представлена матриця використовується для побудови епюр пружно-деформованого стану стержневої системи.

Скінченно-елементна схема для аналізу вільних коливань стержневої системи (рис. 4.4, б) формується з врахуванням граничних умов:

$$\mathbf{C}_{23} = EJ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{l_2^3} & \frac{6}{l_2^2} & 0 & \frac{6}{l_2^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{l_2^2} & \frac{4}{l_2} & 0 & \frac{2}{l_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{l_2^2} & \frac{2}{l_2} & 0 & \frac{4}{l_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{34} = EJ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{l_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Результуючу симетричну матрицю жорсткості \mathbf{C}_{04} стержневої системи (з десятьма ступенями вільності), складеної з чотирьох елементів-стержнів, записують додаванням матриць жорсткості окремих скінченних елементів-стержнів у глобальній системі координат (для цього додають коефіцієнти за відповідними узагальненими координатами):

$$\mathbf{C}_{04} = \overrightarrow{\mathbf{C}_{01} + \mathbf{C}_{12} + \mathbf{C}_{23} + \mathbf{C}_{34}},$$

Таким чином, результат у матричному вигляді наступний:

$$C_{04} = EJ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{l_1} + \frac{4}{l_2} & \frac{-6}{l_2^2} & \frac{2}{l_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-6}{l_2^2} & \frac{24}{l_2^3} & 0 & 0 & \frac{6}{l_2^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{l_2} & 0 & \frac{8}{l_2} & 0 & \frac{2}{l_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{l_2^2} & \frac{2}{l_2} & 0 & \frac{4}{l_1} + \frac{4}{l_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Вільні коливання стержневої системи записано у матричному вигляді:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}_{04} \cdot \mathbf{X} = 0,$$

де $\mathbf{X} = column(y_0, \varphi_0, \dots, y_4, \varphi_4)$ – вектор-стовпець вузлових переміщень скінченних елементів;

$\mathbf{M} = diag(0, 0, 0, 0, m_{np}, 0, 0, 0, 0, 0)$ – діагональна матриця інерційних параметрів локальних мас;

\mathbf{C}_{04} – матриця жорсткості системи.

Частотне рівняння стержневої системи формують на основі визначника

$$\det(-\mathbf{M} \cdot \Omega^2 + \mathbf{C}_{04}) = 0,$$

що дозволяє отримати формулу для визначення власної частоти згинальних коливань:

$$\Omega \equiv \omega_{0II} = \sqrt{\frac{6 EJ(l_1 + 4l_2)}{m_{np}(l_1 + l_2)l_2^3}}. \quad (4.4)$$

Відповідно до формул (4.1) і (4.4), зведені коефіцієнти жорсткості стержневих систем матимуть наступний вигляд:

$$c_I = \frac{192EJ}{L_n^3}, \quad c_{II} = \frac{6EJ(l_1 + 4l_2)}{(l_1 + l_2)l_2^3}. \quad (4.5)$$

Відношення коефіцієнтів жорсткості, з врахуванням $l_2 = L_n / 2 - l_1$:

$$n_c = c_{II} / c_I = \frac{L_n^3(l_1 + 4l_2)}{32l_2^3(l_1 + l_2)} = \frac{L_n^2(L_n - 1,5 \cdot l_1)}{(L_n - 2 \cdot l_1)^3}. \quad (4.6)$$

Відношення власних частот коливань матиме вигляд:

$$n_\omega = \sqrt{n_c}.$$

В процесі роботи стержневої системи покладається її двочастотність реалізацією асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики виду:

$$R(y) = \begin{cases} c_I y, & y \geq 0, \\ c_{II} y, & y < 0. \end{cases}$$

Ввівши умову кратності власних частот згинальних коливань розглянутих стержневих систем у вигляді

$$n_\omega = \omega_{0II} / \omega_{0I} = 2, \quad (4.7)$$

отримано формули для визначення місця розташування проміжних опор

$$\begin{aligned} l_2 &\cong 0,275 L_n, \\ l_1 &\cong 0,225 L_n, \end{aligned} \quad (4.8)$$

притому, що $2(l_1 + l_2) = L_n$.

Для прикладу, при реалізації віброударної стержневої системи задано приведену масу $m_{np} = 20$ кг, довжину стержневої системи $L_n = 0,5$ м, першу власну частоту коливань $\omega_{0I} = 314$ рад/с, то згідно формули (4.1) значення згинальної жорсткості буде $EJ = 1,284$ кНм², а згідно формул (4.8) довжини першого та другого прольотів становлять $l_1 = 0,113$ м, $l_2 = 0,137$ м. При цьому значення другої власної частоти коливань становитиме $\omega_{0II} = 628$ рад/с. Зміна місця розташування проміжної опори визначає пружно-частотні характеристики системи (рис. 4.5).

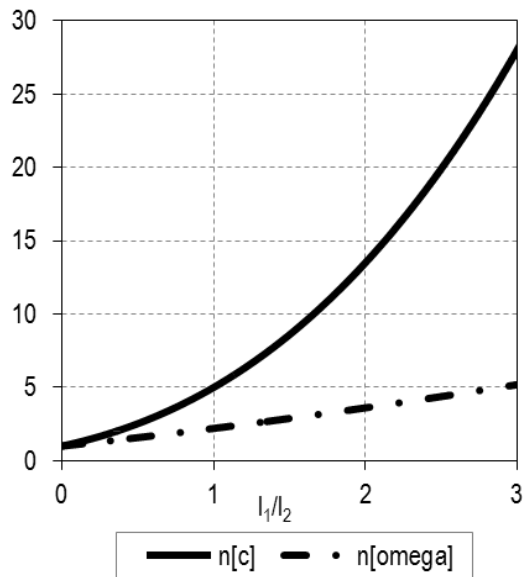


Рисунок 4.5 – Вплив відносного розташування проміжних опор на відношення коефіцієнтів жорсткості та власних частот

Типовий розрахунок власних частот коливань стержневої системи як нерозрізної балки можна апробувати на таких програмах на базі МСЕ, як ЕСПРІ¹⁰ (рис. 4.6, табл. 4.1), Lira, Ansys, WinMachine тощо, зокрема використанням розрахункової схеми нерозрізної балки.

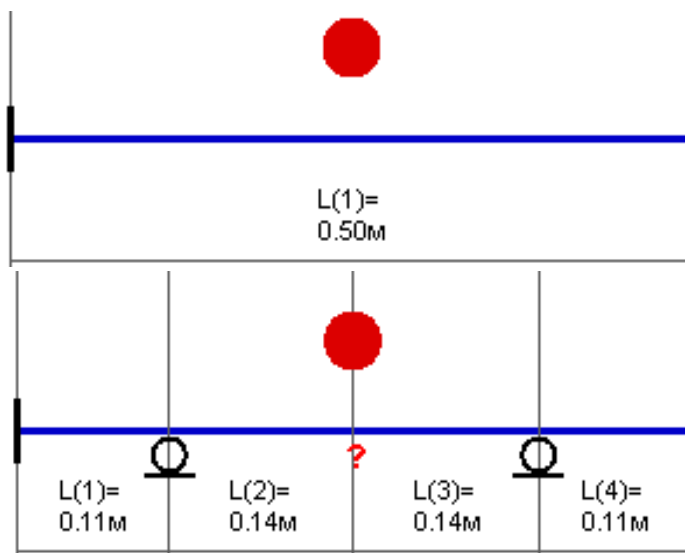


Рисунок 4.6 – Розрахункові схеми стержневих систем в програмі “ЕСПРІ”

Розбіжність в результаті за значеннями власних частот коливань не перевищує 1%, притому, що програма виконує поділ системи на значну кількість скінченних елементів.

¹⁰ www.lira.com

Таблиця 4.1 – Результати розрахунку стержневих систем

Прогін	Довжина, [м]	Згинальна жорсткість, [кНм ²]	Частота, [рад/с]	
			ω_{0I}	ω_{0II}
L(1)	0,113	1,284	311,03	623,34
L(2)	0,137			
L(3)	0,137			
L(4)	0,113			

4.1.3. Силовий аналіз плоскої пружини у віброударному режимі

Вектор вузлових переміщень у статично навантаженій стержневій системі можна визначити із співвідношення:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}_{04}^{-1} \cdot \mathbf{P}, \quad (4.9)$$

де \mathbf{P} – вектор зведених до вузлів зовнішніх навантажень.

За матричним рівнянням (4.9) формують вектори вузлових переміщень кожного скінченного елемента-стержня у вигляді векторів стану:

$$\mathbf{Y}_{01} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{Y}_3 \\ \mathbf{Y}_4 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} y_0 \\ \varphi_0 \\ y_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_{12} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_3 \\ \mathbf{Y}_4 \\ \mathbf{Y}_5 \\ \mathbf{Y}_6 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} y_1 \\ \varphi_1 \\ y_2 \\ \varphi_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Y}_{23} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_5 \\ \mathbf{Y}_6 \\ \mathbf{Y}_7 \\ \mathbf{Y}_8 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} y_2 \\ \varphi_2 \\ y_3 \\ \varphi_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_{34} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_7 \\ \mathbf{Y}_8 \\ \mathbf{Y}_9 \\ \mathbf{Y}_{10} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} y_3 \\ \varphi_3 \\ y_4 \\ \varphi_4 \end{bmatrix}.$$

Із використанням матричного виразу (4.9) визначаються вектори вузлових реакцій кожного скінченного елемента. Побудову кривої прогину кожного скінченного елемента-стержня здійснюють на основі відомих функцій форми за одиничних зміщень вузлів [341]:

$$\begin{aligned}
y_{01}(x) &= \begin{bmatrix} (2x^3 - 3l_1x^2 + l_1^3)/l_1^3 \\ (x^3 - 2l_1x^2 + l_1^2x)/l_1^2 \\ (-2x^3 + 3l_1x^2)/l_1^3 \\ (x^3 - l_1x^2)/l_1^2 \end{bmatrix}^T \cdot \mathbf{Y}_{01}, \\
y_{12}(x) &= \begin{bmatrix} (2(x-l_1)^3 - 3l_2(x-l_1)^2 + l_2^3)/l_2^3 \\ ((x-l_1)^3 - 2l_2(x-l_1)^2 + l_2^2(x-l_1))/l_2^2 \\ (-2(x-l_1)^3 + 3l_2(x-l_1)^2)/l_2^3 \\ ((x-l_1)^3 - l_2(x-l_1)^2)/l_2^2 \end{bmatrix}^T \cdot \mathbf{Y}_{12}, \\
y_{23}(x) &= \begin{bmatrix} (2(x-l_1-l_2)^3 - 3l_2(x-l_1-l_2)^2 + l_2^3)/l_2^3 \\ ((x-l_1-l_2)^3 - 2l_2(x-l_1-l_2)^2 + l_2^2(x-l_1-l_2))/l_2^2 \\ (-2(x-l_1-l_2)^3 + 3l_2(x-l_1-l_2)^2)/l_2^3 \\ ((x-l_1-l_2)^3 - l_2(x-l_1-l_2)^2)/l_2^2 \end{bmatrix}^T \cdot \mathbf{Y}_{23}, \\
y_{34}(x) &= \begin{bmatrix} (2(x-l_1-2l_2)^3 - 3l_1(x-l_1-2l_2)^2 + l_1^3)/l_1^3 \\ ((x-l_1-2l_2)^3 - 2l_1(x-l_1-2l_2)^2 + l_1^2(x-l_1-2l_2))/l_1^2 \\ (-2(x-l_1-2l_2)^3 + 3l_1(x-l_1-2l_2)^2)/l_1^3 \\ ((x-l_1-2l_2)^3 - l_1(x-l_1-2l_2)^2)/l_1^2 \end{bmatrix}^T \cdot \mathbf{Y}_{34}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Результуючі зміщення та криву прогину пружини для схеми II визначають наступним рівнянням:

$$y(x) = \begin{cases} y_{01}(x), & 0 < x \leq l_1, \\ y_{12}(x), & l_1 < x \leq l_1 + l_2, \\ y_{23}(x), & l_1 + l_2 < x \leq l_1 + 2l_2, \\ y_{34}(x), & l_1 + 2l_2 < x \leq 2l_1 + 2l_2. \end{cases} \tag{4.11}$$

Напружений стан системи оцінюють значеннями згинального моменту, поперечної сили, нормальним та дотичним напруженнями:

$$M(x) = EJ \frac{d^2}{dx^2} y(x), \quad Q(x) = EJ \frac{d^3}{dx^3} y(x), \quad \sigma(x) = \frac{M(x)}{W}, \quad \tau(x) = \frac{Q(x)S_{\max}}{b_n J},$$

де $S_{\max} = \frac{b_n h_n^2}{8}$, $J = \frac{b_n h_n^3}{12}$, $W = \frac{b_n h_n^2}{6}$ – геометричні характеристики поперечного перерізу плоскої пружини;

b_n і h_n – ширина і товщина плоскої пружини.

Якщо вектор вузлових навантажень представлено у вигляді зосередженої сили з амплітудним значенням F , що діє на локальну коливальну масу, то відповідно почерговим розв'язуванням рівнянь (4.9) – (4.11) буде отримано відповідні епюри прогину, кута повороту, поперечних сил та згинальних моментів при згині стержня.

Значення максимальних напружень згину визначають за формулами, наведеними з індексами для відповідних розрахункових схем:

$$\sigma^I_{\max} = \frac{M^I_{\max}}{W}, \quad \sigma^{II}_{\max} = \frac{M^{II}_{\max}}{W},$$

де $M^I_{\max} = \frac{1}{8}FL_n$, $M^{II}_{\max} = [\bar{Z}_{12}]_4 = M|_{x=\frac{L_n}{2}} = F \frac{l_2 \cdot (l_1 + 2 \cdot l_2)}{2 \cdot (l_1 + 4 \cdot l_2)}$ – максимальні згинальні моменти у небезпечних перерізах розглядуваних стержневих систем.

Максимальні дотичні напруження, що діють у центральному перерізі пружини:

$$\tau^I_{\max} = \tau^{II}_{\max} = \frac{1,5F}{b_n h_n}.$$

Еквівалентне напруження за Мізесом:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 4\tau_{\max}^2}.$$

Аналіз пружно-деформованого стану стержневих систем можна здійснювати за величиною статичного зміщення y_m локальної маси або за значенням відновлювальної сили, яка визначається встановленим зміщенням для відповідних розрахункових схем формулами $F_I = c_I y_m$ та $F_{II} = c_{II} y_m$. Приймавши $y_m = 0,24$ мм, отримано для схеми виду I – $\sigma^I_{екв} = 23,2$ МПа, для схеми виду II – $\sigma^{II}_{екв} = 59,5$ МПа. Епюри прогину та еквівалентних напружень

для половини пружного елемента (при параметричному представленні осі абсцис як $x = (0..1) \times L_n / 2$) наведено на рис. 4.7 (Додаток Ц).

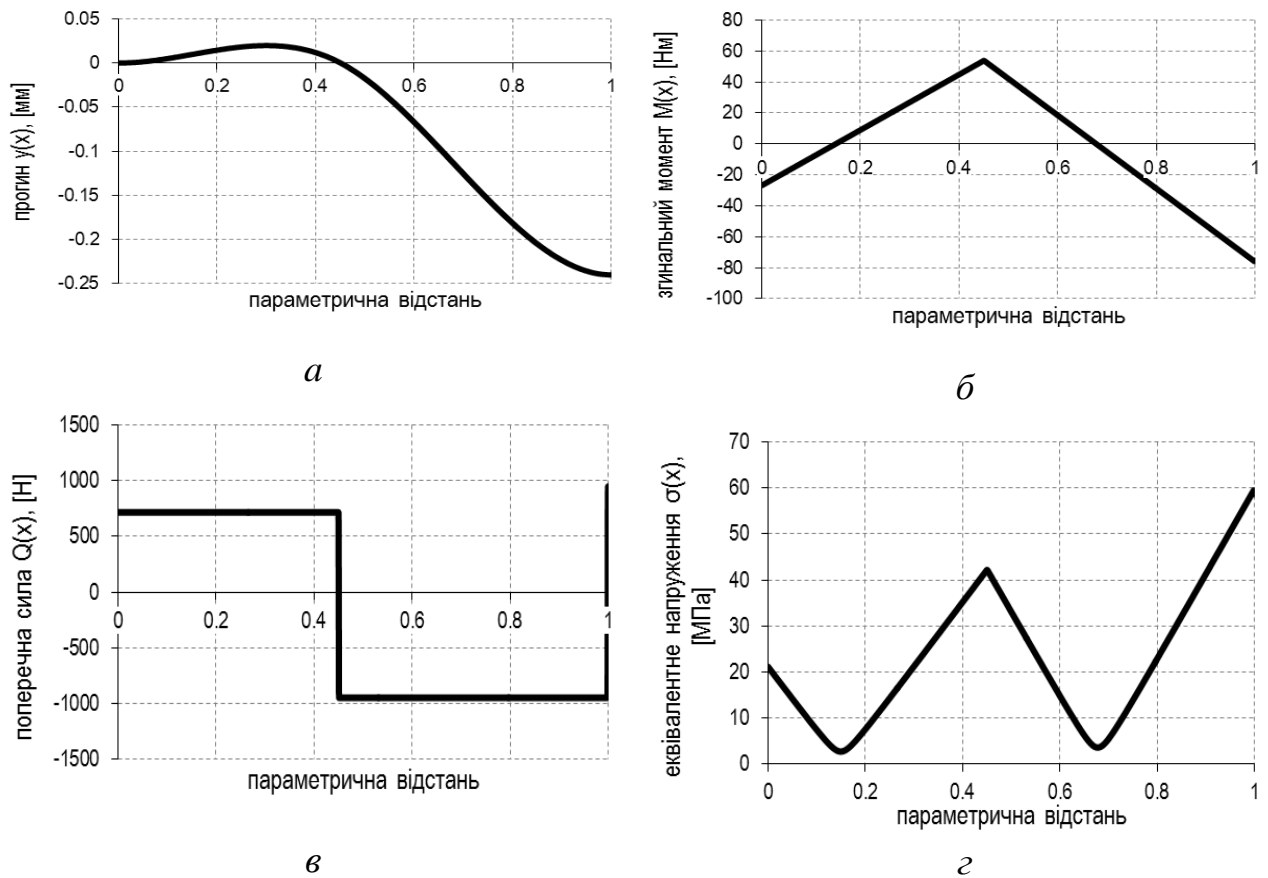


Рисунок 4.7 – Теоретичні залежності прогину (а), згинального моменту (б), поперечної сили (в) та еквівалентного напруження (г) для половини довжини пружного стержня в параметричному вигляді

Визначення контактних напружень. За значенням реакції на проміжних опорах (поперечної сили) здійснюють перевірку контактних напружень між опорою та пружиною на основі формул теорії контактних напружень Герца [198]. Реакцію циліндричної опори на пружину визначають на підставі суми реакцій (поперечних сил) у вузлах стержнів:

$$Q_1 = \left| [\bar{Z}_{01}]_3 + [\bar{Z}_{12}]_1 \right| = \frac{F(l_1^2 + 4l_1l_2 + 3l_2^2)}{2l_1(l_1 + 4l_2)}. \quad (4.12)$$

Тиск у зоні контакту розраховують за формулою [210]:

$$p_{\max} = \frac{2Q_1}{\pi b_n \lambda}, \quad (4.13)$$

$$\text{де } \lambda = K_\lambda \sqrt{Q_1}, \quad K_\lambda = \sqrt{\frac{2}{\pi b_n} \frac{\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}}{\frac{1}{2R}}} \text{ – коефіцієнти;}$$

R – радіус проміжної опори;

μ_1 та μ_2 – коефіцієнти Пуассона матеріалів, що контактують.

Вектори-компоненти просторового напруженого стану визначають за наступними формулами [210] відповідно до координатних осей (рис. 4.8):

$$\sigma_x = -p_{\max} \left(\frac{1 + 2\zeta_b(y)^2}{\sqrt{1 + \zeta_b(y)^2}} - 2|\zeta_b(y)| \right),$$

$$\sigma_y = -p_{\max} \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_b(y)^2}},$$

$$\sigma_z = -2\mu_1 p_{\max} \left(\sqrt{1 + \zeta_b(y)^2} - |\zeta_b(y)| \right),$$
(4.14)

де $\zeta_b(y) = y / \lambda$.

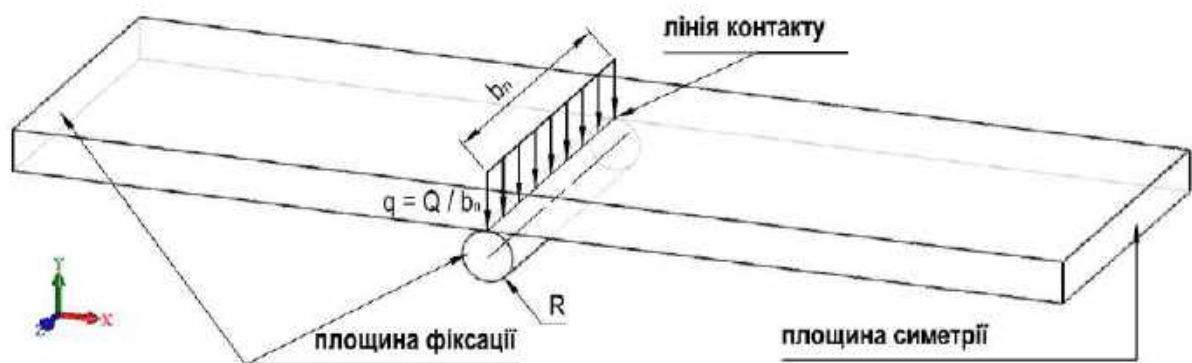


Рисунок 4.8 – Схема контактної задачі “плоска пружина-циліндрична проміжна опора”

Модель, що аналізується чисельно, прийнято з наступними значеннями параметрів: $\omega = 314 \text{ рад/с}$, $E = 2,05 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $b_n = 0,08 \text{ м}$. На основі них розраховано $EJ = 1,284 \text{ кНм}^2$, $l_1 = 0,113 \text{ м}$, $l_2 = 0,137 \text{ м}$,

$h_n = \sqrt[3]{12J/b_n} = 9,79 \times 10^{-3} \text{ м}, \quad c_I = 1,972 \times 10^6 \text{ Н/м}, \quad c_{II} = 7,888 \times 10^6 \text{ Н/м},$
 $\omega_{0I} = 314 \text{ рад/с}, \quad \omega_{0II} = 628 \text{ рад/с}.$ Значення контактної тиску згідно (4.13) складає $p_{\max} = 347,22 \text{ МПа}.$ Головні напруження при цьому тотожні відповідним осьовим складовим: $\sigma_1 \equiv \sigma_x, \sigma_2 \equiv \sigma_z, \sigma_3 \equiv \sigma_y$ (рис. 4.9, а).

Еквівалентні дотичне і нормальне напруження (рис. 4.9, б) визначено за традиційними формулами для оцінки просторового напруженого стану [198]:

$$\tau^k_{екв} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2},$$

$$\sigma^k_{екв} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}.$$
(4.15)

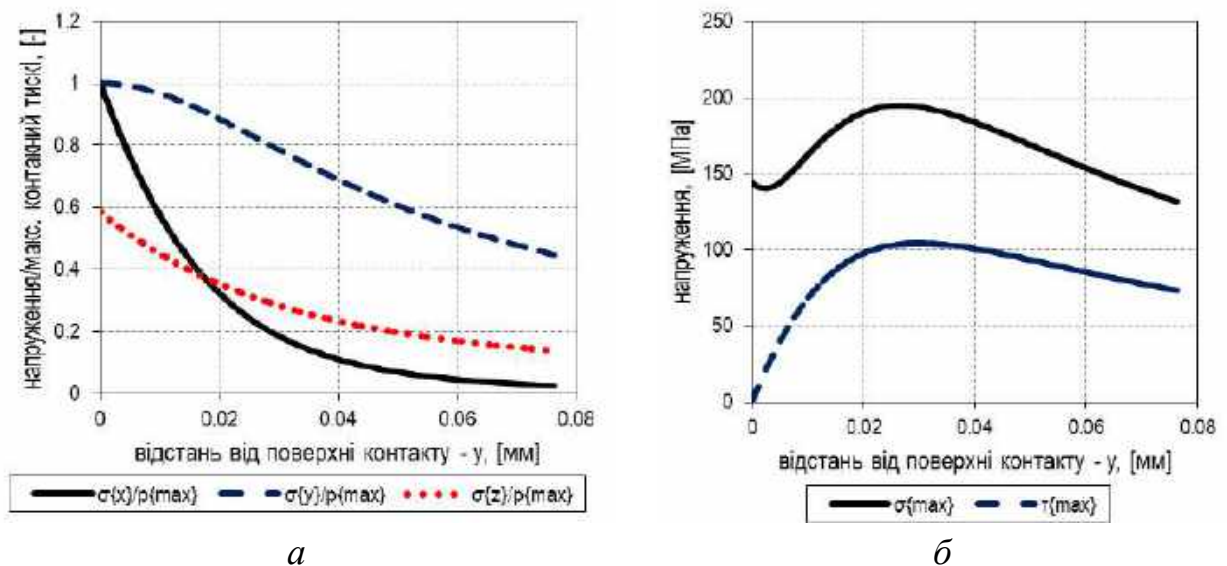


Рисунок 4.9 – Відношення осьових напружень до контактної тиску (а) та еквівалентних нормального і дотичного напружень (б) відносно відстані від ділянки контакту

Максимальних значень згадані напруження набувають за величини $\zeta_b(y) = 0,786.$ У даному випадку приймають значення $\tau^k_{\max} = 104,3 \text{ МПа}$ і $\sigma^k_{\max} = 194,7 \text{ МПа}.$

Значення допустимого максимального тиску на площадці контакту $[\sigma^k]$ є критерієм оцінки контактної міцності. Для пружинної сталі 50 Г його значення становить $[\sigma^k] = 1100 - 1450$ МПа. Умова контактної міцності:

$$\sigma_{екв}^k \leq [\sigma^k]$$

У відповідності до [198] еквівалентні контактні напруження можуть бути знайдені наступним чином:

$$\sigma_{екв}^k = m \times \sigma_m^k, \quad (4.16)$$

де m – коефіцієнт, що для полоси приймає наступні значення відповідно до гіпотези міцності: $m_{III} = 0,557$, $m_{IV} = 0,6$;

σ_m^k – максимальне контактне напруження, що визначають за формулами

$$\sigma_m^k = 0,5642 \sqrt{\frac{\frac{Q_1}{b_n R}}{\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}}}, \quad (4.17)$$

якщо $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$

$$\sigma_m^k = 0,418 \sqrt{\frac{Q_1 E}{b_n R}}, \quad (4.18)$$

Для запропонованого конструктивного варіанту $\sigma_m^k = 347,95$ МПа, що практично збігається із значенням тиску за (4.13). Отримано $\sigma_{еквIII}^k = 193,81$ МПа та $\sigma_{еквIV}^k = 208,77$ МПа, що достатньо близько до відповідного розрахунку за (4.15).

Для порівняння наведено результати аналізу напружено-деформованого стану половини пружного елемента в програмі SolidWorks [333] за симетричною схемою (рис. 4.10, а). При цьому в налаштуваннях контактної задачі використано умову, що контакт без проникнення (“no penetration”). Це дало змогу оцінити напружений стан при згині пружини за схемою з проміжними опорами. Отримано достатньо близькі до теоретичних результатів

значення за кривою прогину та напруженнями за Мізесом (рис. 4.10, б-в), що складає 56 МПа. Також визначено контактну силу, що становить 1,7 кН.

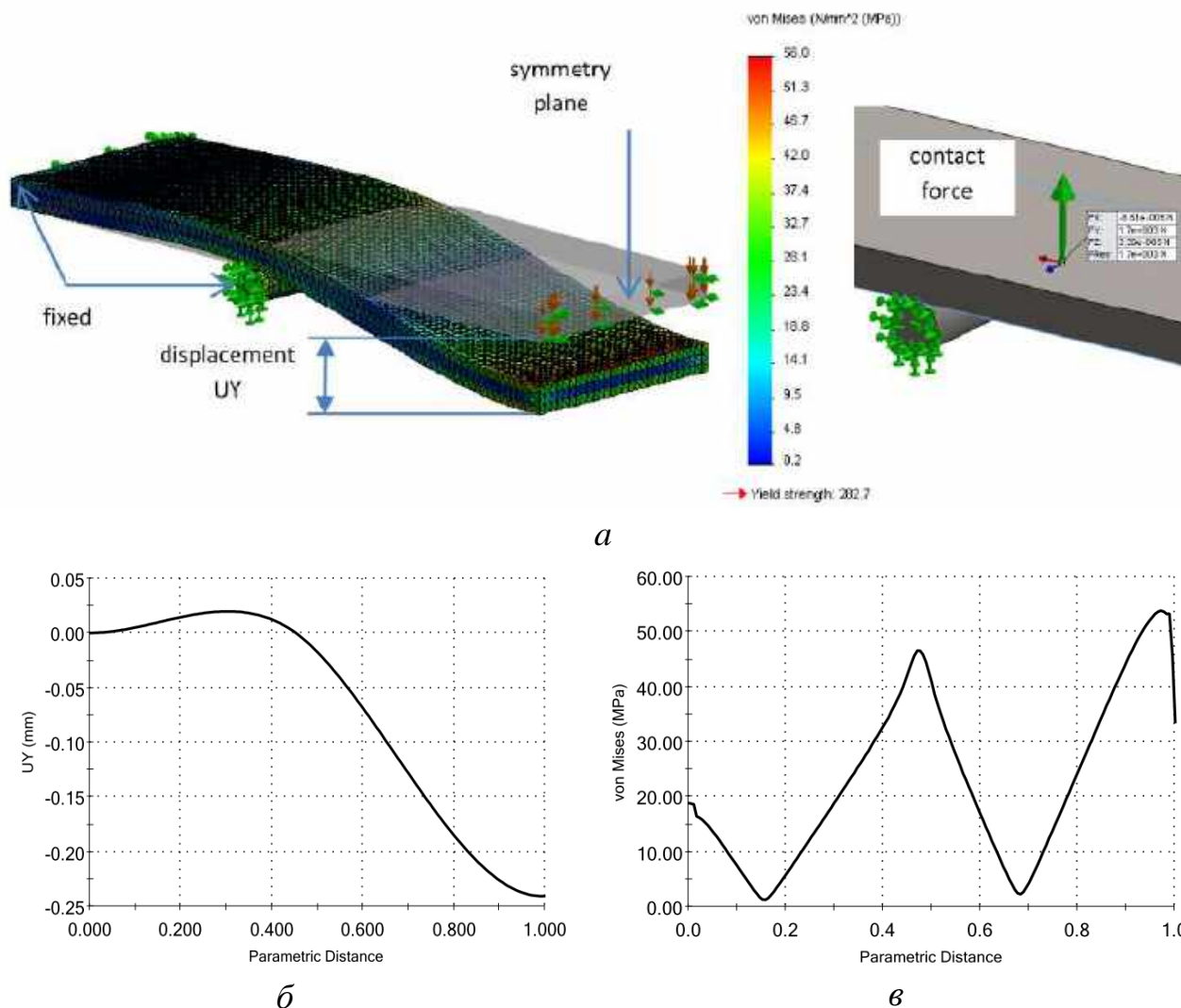


Рисунок 4.10 – Розрахункова схема контактної задачі (а), залежність переміщення (б) та напружень (в) за Мізесом відносно параметричної зміни половини довжини плоскої пружини

Використовуючи процедуру нелінійного аналізу та налаштування у вигляді граничного контакту (“bouded contact”), розглянуто напружений стан контактної задачі (рис. 4.11, а). Максимальне напруження в контактній зоні становить 195,5 МПа (рис. 4.11, б), що фактично відповідає теоретичному результату.

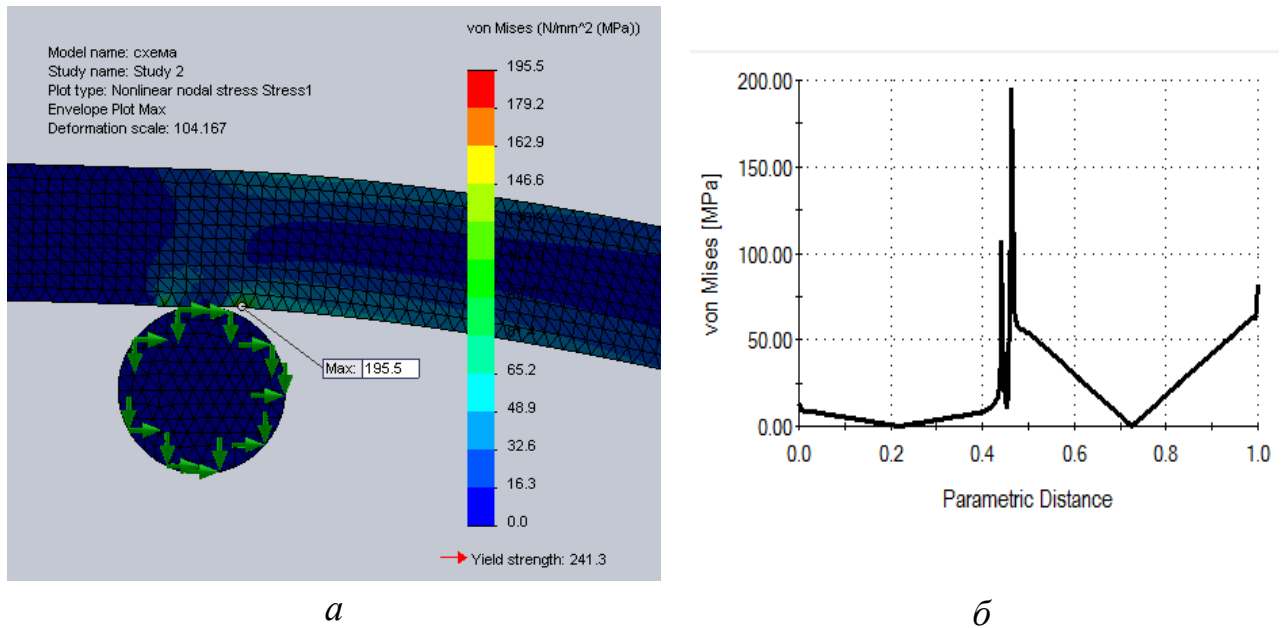


Рисунок 4.11 – Епюри контактних напружень: *a* – переріз; *б* – значення відносно параметричної відстані по довжині пружини

Податливість проміжних опор викликана відносним зміщенням Δ_c плоскої пружини та циліндричної опори у зоні контакту, визначають (у плоскій задачі для точкового контакту) за наступним виразом [198]:

$$\Delta_c = 0,8255 \sqrt[3]{\frac{Q_1^2}{R} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)^2}. \quad (4.19)$$

Коефіцієнт жорсткості в контактній зоні $c_y = Q_1/\Delta_c$. Для контактної задачі матеріалів сталь-сталь формули матимуть вигляд:

$$\Delta_c = 1,231 \sqrt[3]{\left(\frac{Q_1}{E} \right)^2 \frac{1}{R}}. \quad (4.20)$$

$$c_y = 0,81 \sqrt[3]{Q_1 R E^2}. \quad (4.21)$$

Остання формула дозволяє врахувати контактну жорсткість в проміжних опорах під час реалізації віброударних режимів. Зокрема, приймаючи її значення параметрично залежним від контактної сили у формулах (4.20) та (4.21), буде отримано параметричну залежність контактної жорсткості від миттєвого переміщення локальної маси $y(t)$.

4.1.4. Динаміка напружено-деформованого стану плоскої пружини у віброударному режимі

Отримані статичні характеристики можна перенести для оцінки динамічного напруженого стану віброударної системи, для прикладу в умовах кінематично заданого переміщення локальної маси (рис. 4.12).

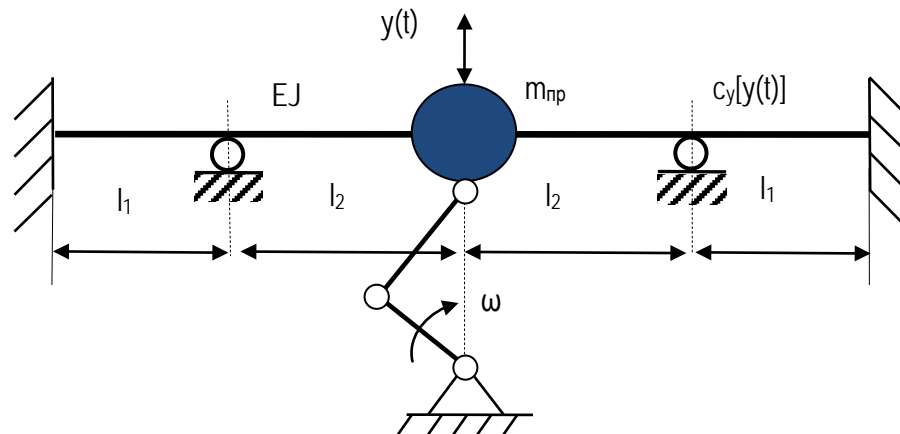


Рисунок 4.12 – Схема віброударної системи з кінематично заданим переміщенням

Вважаючи контактну силу такою, що залежить від миттєвого переміщення $y(t) = y_m \sin(\omega t)$ локальної маси побудовано параметричну залежність контактної жорсткості c_y від контактної сили Q_1 , що має явно нелінійний характер (рис. 4.13). Контактна сила змінюється за умовою:

$$Q_1(t) = \begin{cases} 0, & y(t) > 0, \\ \frac{F_{II}[y(t)](l_1^2 + 4l_1l_2 + 3l_2^2)}{2l_1(l_1 + 4l_2)}, & y(t) \leq 0, \end{cases}$$

тут $F_{II}[y(t)] = c_{II}y(t)$ – відновлювальна сила в центральному перерізі.

При цьому еквівалентне напруження згину визначають за умовами роботи стержневої системи:

$$\sigma_{екв}(t) = \begin{cases} \sigma^I_{екв}(t), & y(t) \geq 0, \\ \sigma^{II}_{екв}(t), & y(t) < 0. \end{cases}$$

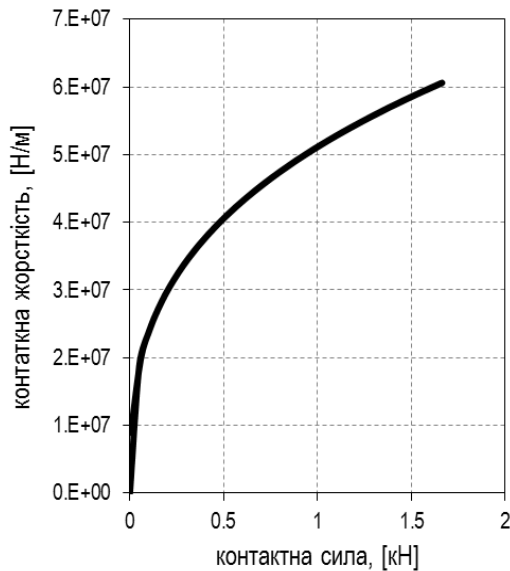


Рисунок 4.13 – Параметрична залежність коефіцієнта контактної жорсткості від величини контактної сили (за переміщенням локальної маси)

Представлено миттєві залежності для еквівалентних напружень згину та контактних напружень (рис. 4.14), що мають асиметричний імпульсний характер. В результаті представлено параметричну залежність розрахованих значень напружень (рис. 4.15) від миттєвого переміщення локальної маси $y(t)$.

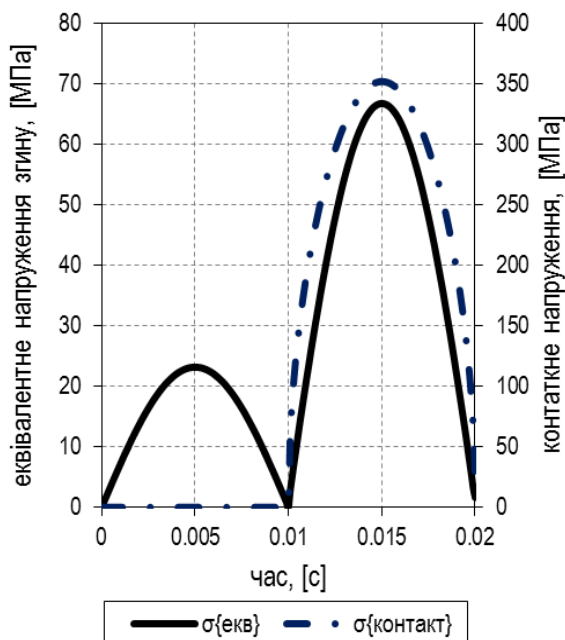


Рисунок 4.14 – Миттєві значення напруження згину та контактних напружень у віброударній системі

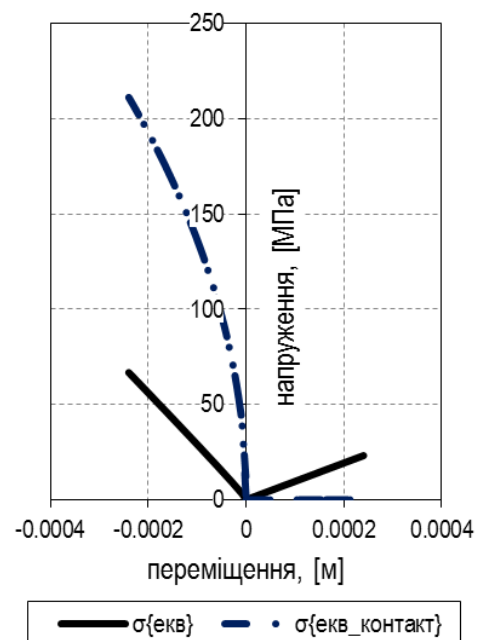


Рисунок 4.15 – Миттєві значення еквівалентних напруження згину та контактних напружень у віброударній системі

Відповідно з частотного рівняння значення власної частоти буде визначатися з урахуванням коефіцієнта жорсткості проміжних опор c_{on} за формулою:

$$\Omega = \frac{\sqrt[8]{3 EJ \cdot L \cdot m_{np} \cdot (2 \cdot c_{on} \cdot L \cdot l_1^3 - 3 \cdot c_{on} \cdot L^4 + 3 EJ \cdot L) \times \left(2 \cdot c_{on} \cdot L^3 \cdot l_1^3 + 3 EJ \cdot L^3 - 12 \cdot c_{on} \cdot L^2 \cdot l_1^4 + 24 \cdot c_{on} \cdot L \cdot l_1^5 - 16 \cdot c_{on} \cdot l_1^6 \right)}}{m_{np} \left(2 \cdot c_{on} \cdot L^4 \cdot l_1^3 + 3 EJ \cdot L^4 - 12 \cdot c_{on} \cdot L^3 \cdot l_1^4 + 24 \cdot c_{on} \cdot L^2 \cdot l_1^5 - 16 \cdot c_{on} \cdot L \cdot l_1^6 \right)}. \quad (4.22)$$

Власна частота системи Ω знаходиться в межах $\omega_{0I} \leq \Omega < \omega_{0II}$ (рис. 4.17) та асимптотично наближається до значення ω_{0II} зі зростанням коефіцієнта жорсткості $c_{on} \rightarrow \infty$:

$$\lim_{c_{on} \rightarrow \infty} \Omega = 4 \cdot \sqrt{\frac{6 EJ \cdot (2 \cdot L - 3 \cdot l_1)}{m_{np} \cdot L_n \cdot (L - 2 \cdot l_1)^3}} \equiv \omega_{0II}.$$

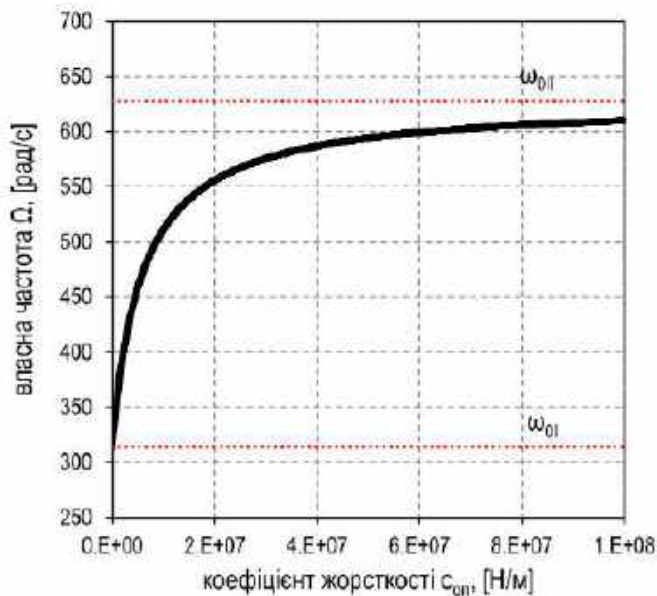


Рисунок 4.17 – Вплив жорсткості проміжних опор на частоту власних коливань стержневої системи

Для врахування реальної жорсткості опор c_{on} потрібно коригувати місця їхнього розташування відповідним розв'язком рівняння (4.22) за умови забезпечення відповідного значення власної частоти.

Коефіцієнт жорсткості c_{on} конструктивно можна виконати використанням неметалевого шлангу з внутрішнім діаметром проміжної опори з відповідною товщиною стінки. Таке виконання дозволить зменшити шумові характеристики під час роботи пружного елемента.

Відповідно здійснено розрахунок засобами SolidWorks Simulation на предмет моделювання напруженого стану плоскої пружини (рис. 4.18, а) та контактної задачі (рис. 4.18, б-в) з врахуванням того, що на проміжну циліндричну опору насаджено шланг із матеріалу ПВХ 0,007 пластифікований. Результати вказують на значне зменшення еквівалентних напружень при згині та контактних напружень відносно схеми з жорсткими опорами (табл. 4.2).

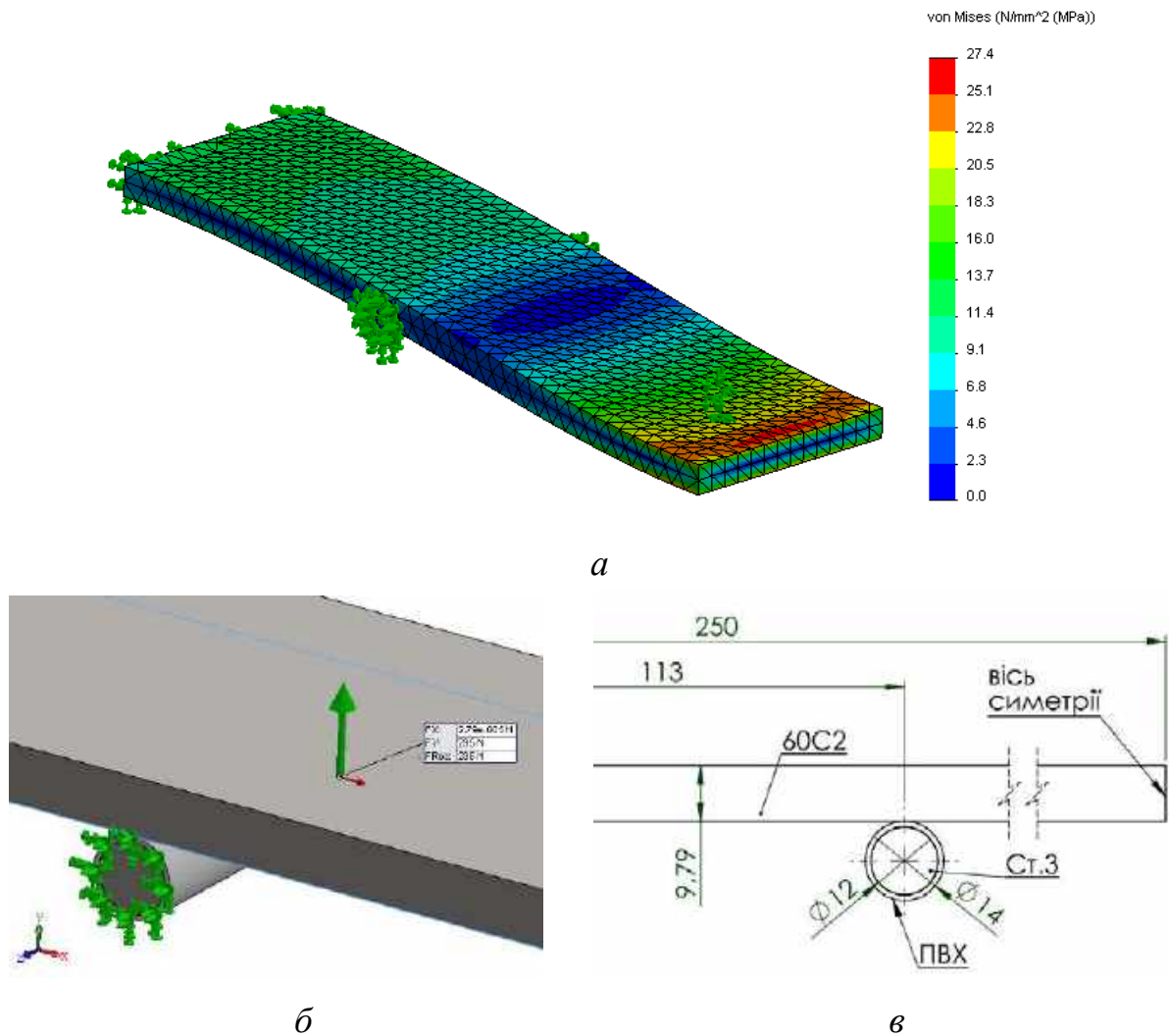


Рисунок 4.18 – Еквівалентні напруження згину плоскої пружини (а), значення контактної сили (б) та конструктивне виконання (в) полімерно-металевих проміжних опор

Таблиця 4.2 – Результатів розрахунку напруженого стану плоскої пружини

Характеристика	Результат		Збіжність, %
	аналітичний	моделювання	
напруження згину, [МПа]	<u>59,5*</u>	<u>56</u>	<u>94</u>
	-	27,4	-
контактна сила, [кН]	<u>1,663</u>	<u>1,7</u>	<u>96</u>
	-	0,295	-
контактні напруження, [МПа]	<u>193,81</u>	<u>195,5</u>	<u>99</u>
	-	35	-

* чисельник для жорстких опор; знаменник для податливих

Розрахунок контактної жорсткості. Згідно формули (4.22) та результату розрахунку власної частоти згинальних коливань $\Omega = 2\pi \cdot 84,623 = 531,69$ рад/с (рис. 4.19) значення опорної жорсткості в контактній зоні становить $c_{on} = 1,318 \cdot 10^7$ Н/м. Таким чином, використання прогумованих циліндричних стержнів для проміжних опор дозволяє суттєво зменшити еквівалентні згинальні та контактні напруження (табл. 4.2) та покращити умови роботи віброударної системи.

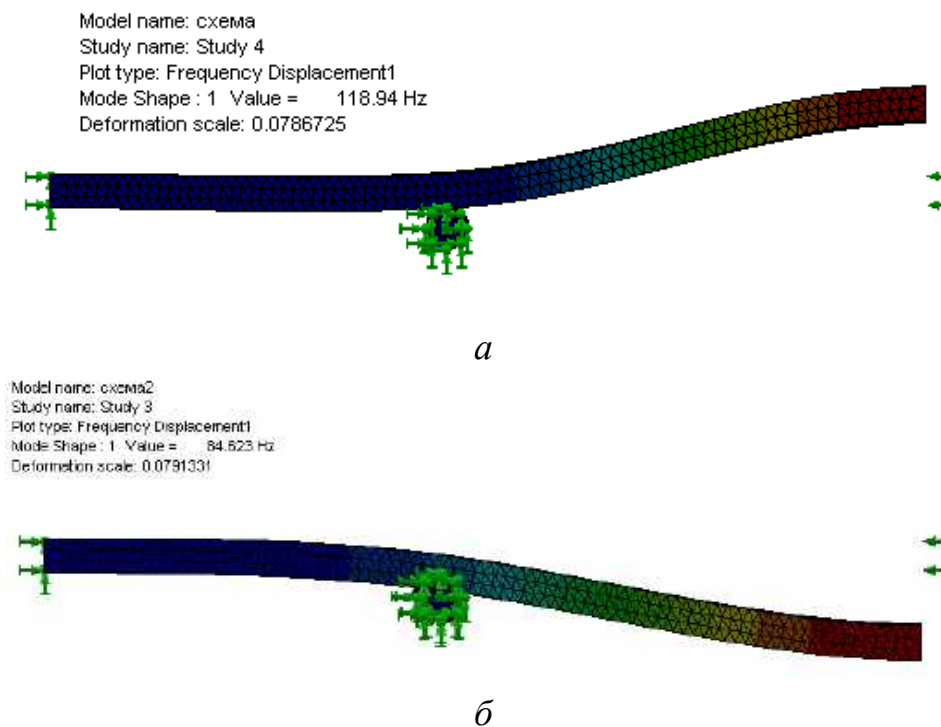


Рисунок 4.19 – Власні частоти коливань для системи (в крайньому правому перерізі враховано зосереджену масу) з жорсткими (а) та податливими (б) опорами

4.1.6. Розрахунок коефіцієнта запасу міцності та довговічності за умовами роботи віброударної системи

Для аналізу динамічного напружено-деформованого стану стержневої системи із врахуванням контактної жорсткості потрібно розглядати модель вимушених коливань з врахуванням миттєвої зміни частотних параметрів:

$$\ddot{y}(t) + 2n \cdot \dot{y}(t) + \begin{cases} \omega_{0I}^2 \cdot y(t), & y(t) \geq 0, \\ \Omega[y(t)]^2 \cdot y(t), & y(t) < 0 \end{cases} = f \cdot \sin(\omega t), \quad (4.23)$$

де $n = 2b / m_{np}$, $f = F_0 / m_{np}$.

Миттєве значення власної частоти $\Omega[y(t)]$ формується відповідно до виразу (4.22), в якому використовують миттєве значення контактної жорсткості відповідно до (4.21). Приймаючи $F_0 = 600$ Н та $b = 2m_{np}\omega\xi$ при $\xi = 0,15$ за диференціальним рівнянням (4.23) отримано (Додаток Ц) характерні миттєві характеристики (рис. 4.20). Зокрема напруження згину мають чітко виражений асиметричний характер, а контактні напруження – імпульсний, відповідно до отриманої характеристики $y(t)$. Надалі, представлений пружний елемент повинен бути розрахований за відомими методиками [180, 184, 185, 188, 197–199, 204, 208–210, 344] на довговічність та витривалість з врахуванням дії асиметричного напруження.

Характеристики асиметричного знакозмінного від'ємного циклу зміни напружень згину: $\sigma^I_{\max} = 51,3$ МПа, $\sigma^{II}_{\min} = -74,6$ МПа.

Коефіцієнт асиметрії циклу $R_\sigma = \sigma^{II}_{\min} / \sigma^I_{\max} = -1,45$.

Амплітуда напруження: $\sigma_a = (\sigma^I_{\max} - \sigma^{II}_{\min}) / 2 = 62,94$ МПа.

Середнє значення: $\sigma_c = (\sigma^I_{\max} + \sigma^{II}_{\min}) / 2 = -11,63$ МПа.

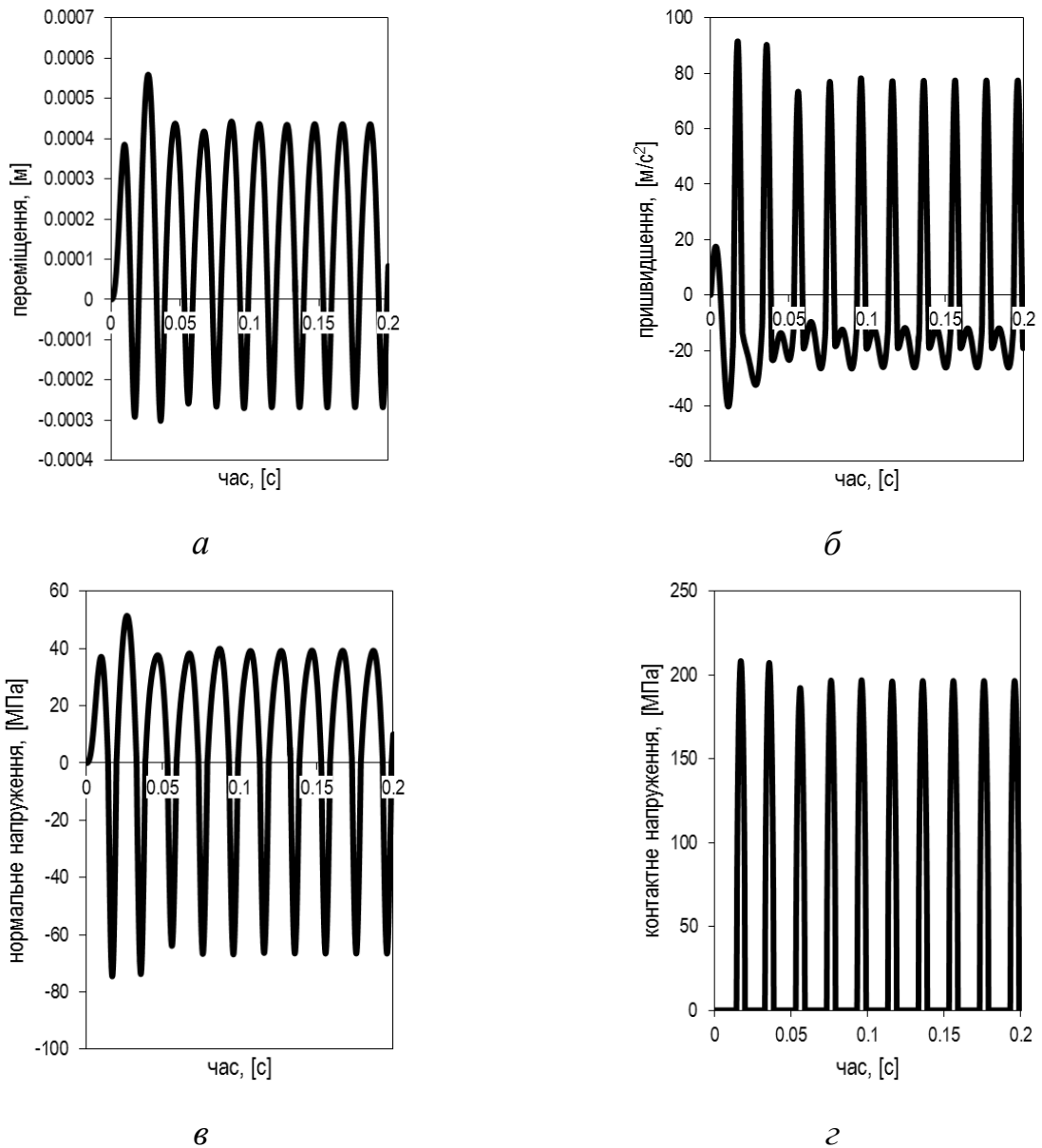


Рисунок 4.20 – Миттєві характеристики переміщення (а), пришвидшення (б), нормального напруження згину (в) та контактного напруження (г) плоскої пружини у віброударному режимі

Формування спрощеної методики розрахунку приведенного коефіцієнта запасу міцності.

Приведений коефіцієнт запасу міцності за наявності згинальних та контактних напружень запропоновано визначити за формулою:

$$n_{np} = \frac{n_{\sigma} n_c}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_c^2}}, \quad (4.24)$$

де n_{σ} – коефіцієнт запасу міцності при згині

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma}\sigma_a + \psi_{\sigma}\sigma_c},$$

K_{σ} – ефективний коефіцієнт концентрації напружень, $K_{\sigma} > 1$

$$K_{\sigma} = 1 + q_{\sigma}(\alpha_{\sigma} - 1),$$

q_{σ} – коефіцієнт чутливості матеріалу до концентрації напружень, орієнтовно для легованих сталей $q_{\sigma} = 0,6 - 0,8$;

α_{σ} – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень, $\alpha_{\sigma} = 1,2 - 2$;

ψ_{σ} – коефіцієнт чутливості матеріалу до асиметрії циклу, орієнтовно для сталей з тимчасовим опором $\sigma_{\delta} = 520 - 750$ МПа складає $\psi_{\sigma} = 0,05$; для $\sigma_{\delta} = 700 - 1000$ МПа відповідно $\psi_{\sigma} = 0,1$;

n_c – коефіцієнт запасу контактної міцності

$$n_c = \frac{[\sigma^k]}{\sigma_{екв}^k},$$

$\sigma_{екв}^k = 208,57$ МПа – максимальне еквівалентне контактне напруження, розраховано за IV-ою гіпотезою міцності згідно (4.16).

Для забезпечення працездатності та довговічності плоскої пружини у віброударному режимі повинна виконуватися умова:

$$n_{np} \geq [n],$$

де допустиме значення коефіцієнта запасу міцності вибирається згідно вимог [204, 345], зокрема для середніх умов виготовлення, розрахунку та вимог до довговічності і надійності $[n] = 2,1 - 2,8$.

Приймаючи границю витривалості для матеріалу плоскої пружини сталь 50 Г згідно [198] $\sigma_{-1} = 0,4\sigma_{\delta} = 0,4 \cdot 750 = 300$ МПа матимемо для $K_{\sigma} = 1,3$ коефіцієнти запасу за видами напружень $n_{\sigma} = 3,69$ та $n_c = 5,27$. Приведений коефіцієнт запасу $n_{np} = 3,02$ вважатиметься задовільним для експлуатації пружини в даних умовах.

Приймаючи за базове число циклів $N_0 = 10^6$, довговічність при діючому напруженні буде визначатися [188, 204]:

$$N_h = N_0 \left(\sigma_{-1} / |\sigma''_{\min}| \right)^m = 10^6 \cdot (300 / 74,6)^9 = 2,757 \cdot 10^{11} \text{ циклів,}$$

де, $m = 6 - 10$ і $N_0 = 1 \times 10^6 - 4 \times 10^6$ циклів для малих взірців з концентраторами напружень.

Враховуючи нелінійний характер впливу силових параметрів у контактній задачі розглянуто зміну коефіцієнтів запасу міцності та відповідно строку служби пружини від величини амплітуди зусилля збурення $F_0 = 600 - 1000 \text{ Н}$ (рис. 4.21, а). Підбір амплітудного значення сили збурення здійснюється виходячи з потрібного максимального значення пришвидшення локальної маси. Орієнтовний строк служби пружини нелінійно зменшується із збільшенням амплітудного значення сили (рис. 4.21, б).

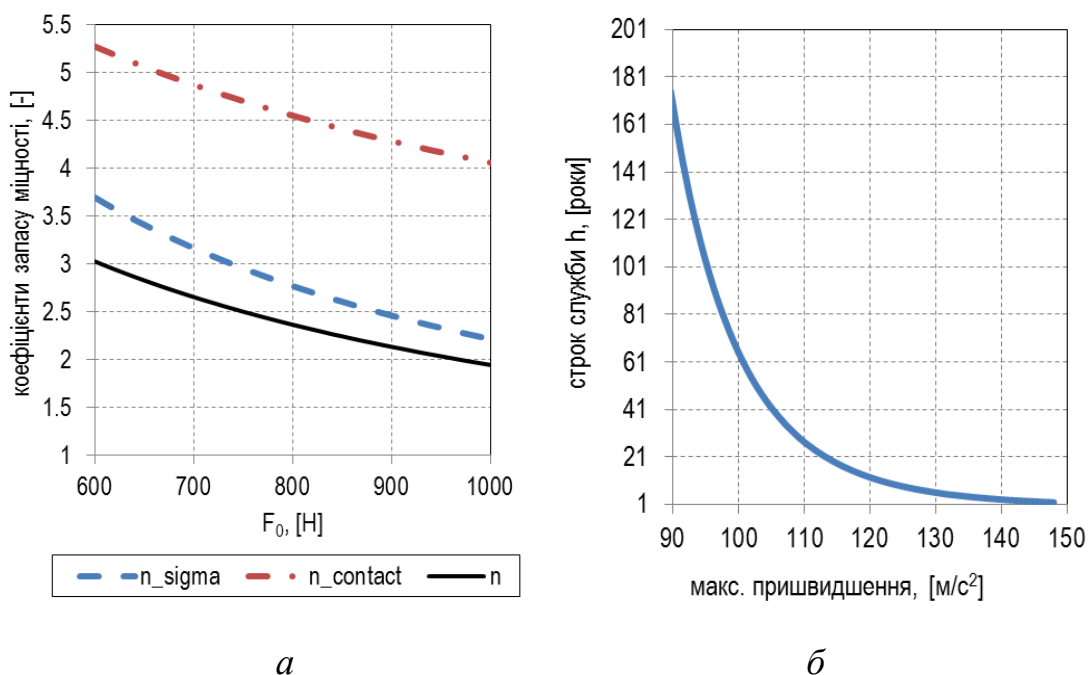


Рисунок 4.21 – Вплив номінального значення зусилля збурення на коефіцієнти запасу міцності (а) та параметрична залежність строку служби пружини від максимального пришвидшення (б)

Реалізація віброударного режиму вібраційної системи не повинна супроводжуватися резонансними явищами в елементах конструкції, в тому числі і пружині. Тому, для ефективної роботи пружини потрібно перерахувати її власні частоти коливань (як елемента з розподіленими пружними характеристиками). Відомо, що особливо небезпечними в цьому сенсі є нижчі, зокрема перша власна частота, що жодним чином не повинна співпадати з частотою збурення. Враховуючи схему защемлення пружини по краях, спектр її згинальних p_{0k}^* власних частот визначається конструктивними параметрами [308]:

$$p_{0k}^* = \lambda_k^2 \sqrt{EJ / (\rho b_n h_n L_n^4)}, \quad (k = 1, 2),$$

де $\lambda_1 = 4,73$, $\lambda_2 = 7,853$ – характеристичні числа.

Таким чином, перші дві власні частоти згинальних коливань плоскої пружини $\frac{p_{01}^*}{2\pi} = 206,44 \text{ Гц}$ та $\frac{p_{02}^*}{2\pi} = 569,03 \text{ Гц}$, що є задовільним з точки зору прийнятої умови $p_{0k}^* \geq (3 - 4)f$ для $f = 50 \text{ Гц}$.

4.2. Оптимальні дискретно-континуальні стержневі системи

Значна кількість конструктивних елементів машин та машинобудівних конструкцій розрахунковими моделями представляються як стержневі системи з дискретними чи розподіленими параметрами. Запроваджений частотно-масовий показник, що спрямований на реалізацію конструкцій із підвищеною динамічною жорсткістю за мінімальної маси, цілком може бути пристосований до реалізації оптимальних дискретно-континуальних стержневих систем.

Методику розрахунку оптимальних дискретно-континуальних стержневих систем може бути сформовано на основі:

- встановлення впливу конструктивних параметрів дискретно-континуальної стержневої системи на її частотні характеристики;

– синтезу конструктивних параметрів дискретно-континуальних стержневих систем з метою реалізації конструкцій з мінімальною масою за підвищених частотних характеристик.

Розглянуто узагальнену дискретно-континуальну стержневу систему (рис. 4.22, а) до якої можна звести багато динамічних систем та конструктивних елементів, що зазнають згинальних коливань. На основі відомих в літературі наближених методів визначення власних частот коливань, дискретно-континуальну стержневу систему можна звести до дискретної моделі (рис. 4.22, б) з поправкою на інерційність локальної маси (введенням розподіленої маси стержня в інерційні характеристики локальної маси) [340, 346].

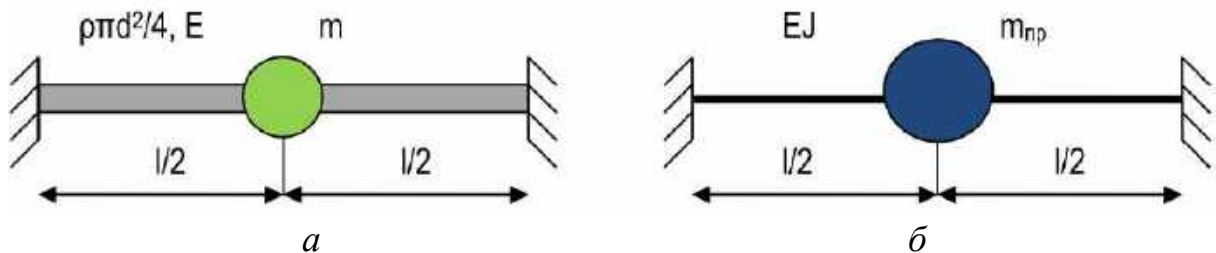


Рисунок 4.22 – Дискретно-континуальна (а) та еквівалентна їй дискретна (б) модель стержневої системи

4.2.1. Безумовна оптимізація стержневих систем на основі частотно-масового показника

Формула для визначення власної частоти згинальних коливань дискретної моделі стержневої системи:

$$\omega_0 = \sqrt{192EJ / m_{np}l^3},$$

де $m_{np} = m + k_{np}\rho Al$ – приведена маса дискретно-континуальної стержневої системи з відповідним для даної схеми закріплення коефіцієнтом приведення

$$k_{np} = \frac{32}{75} [346].$$

Сумарна маса дискретно-континуальної стержневої системи визначається наступним чином: $M = m + \rho Al$.

Введено для відносної оцінки жорсткості стержневої системи з врахуванням її маси частотно-масовий показник виду:

$$k_{\omega_0/M} = \frac{\sqrt{192EJ / [(m + k_{np}\rho Al)l^3]}}{m + \rho Fl}. \quad (4.25)$$

Значення вибраного критерію є функцією конструктивних параметрів стержня та інерційності локальної маси:

$$\begin{aligned} k_{\omega_0/M}(d, m) &= \frac{\sqrt{192E\pi d^4 / \left[64l^3 \left(m + \frac{32}{75}\rho \frac{\pi d^2}{4} l \right) \right]}}{m + \rho l \pi d^2 / 4} = \\ &= \frac{60\sqrt{E\pi d^4 / \left[l^3 (75m + 8\rho \pi d^2 l) \right]}}{4m + \rho l \pi d^2}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Запроваджений частотно-масовий показник (рис. 4.23, рис. 4.24) асимптотично зменшується при збільшенні інерційності локальної маси (рис. 4.25, а), а відносно діаметра стержня d наявний оптимізаційний характер залежності (4.26) (рис. 4.25, б). Параметри стержневої системи вибрано такими: $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, $\rho = 7700 \text{ кг/м}^3$, $l = 0,5 \text{ м}$.

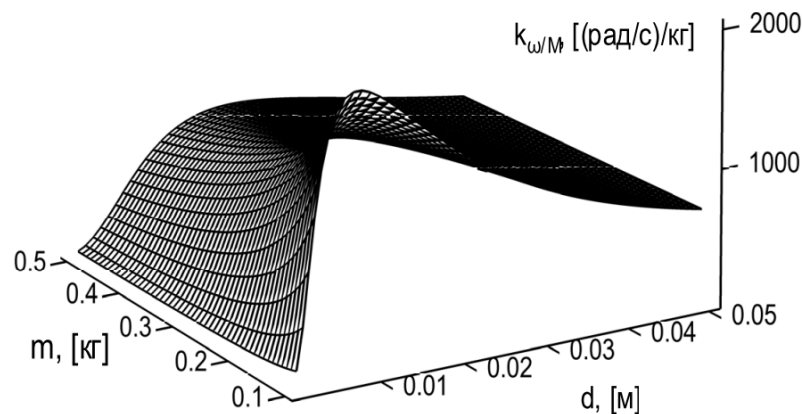


Рисунок 4.23 – Залежність частотно-масового показника $k_{\omega_0/M}$ від параметрів оптимізації

Максимальне значення частотно-масового критерію за відомого значення інерційності локальної маси може бути знайдено з умови $\nabla_d k_{\omega_0/M}(d, m) = 0$, з

якої отримано наступні співвідношення між значеннями діаметра пружного стержня та інерційністю локальної маси:

$$d(m)^* = 1,862\sqrt{m/(\rho l)}, \quad m(d)^* = 0,289\rho l d^2, \quad (4.27)$$

що забезпечують екстремальні значення відповідного показника та відповідно максимальну динамічну жорсткість стержневої системи:

$$k_{\omega_0/M}(m)^* = 1,94\sqrt{E/(m\rho^2 l^5)}, \quad k_{\omega_0/M}(d)^* = 3,62\sqrt{E/(\rho^3 l^6 d^2)}. \quad (4.28)$$

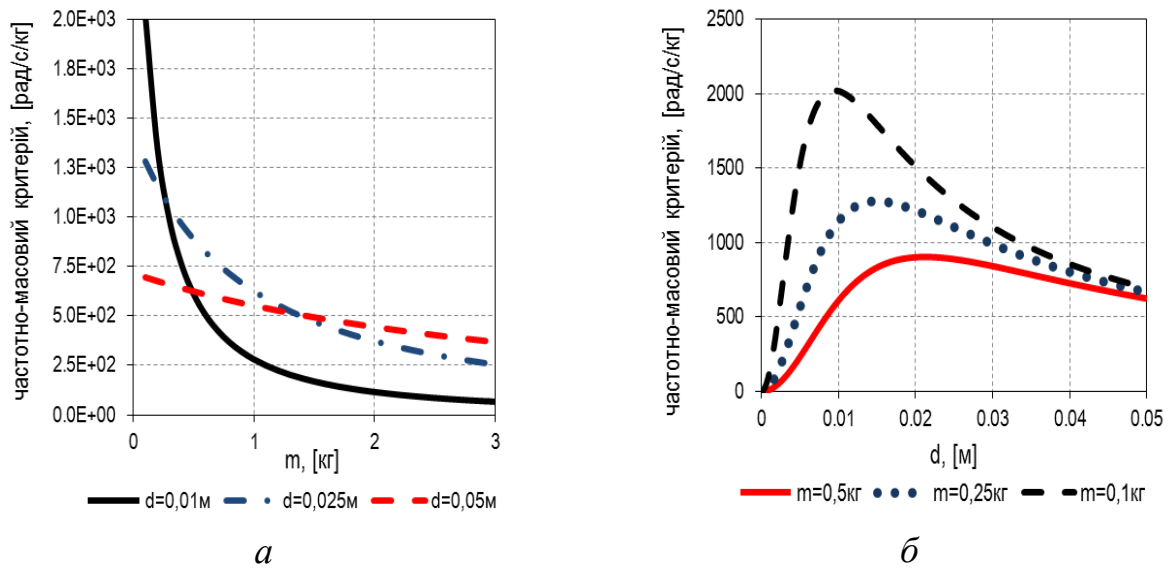


Рисунок 4.24 – Залежність частотно-масового показника $k_{\omega_0/M}$ від інерційності локальної маси (а) та діаметра стержня (б)

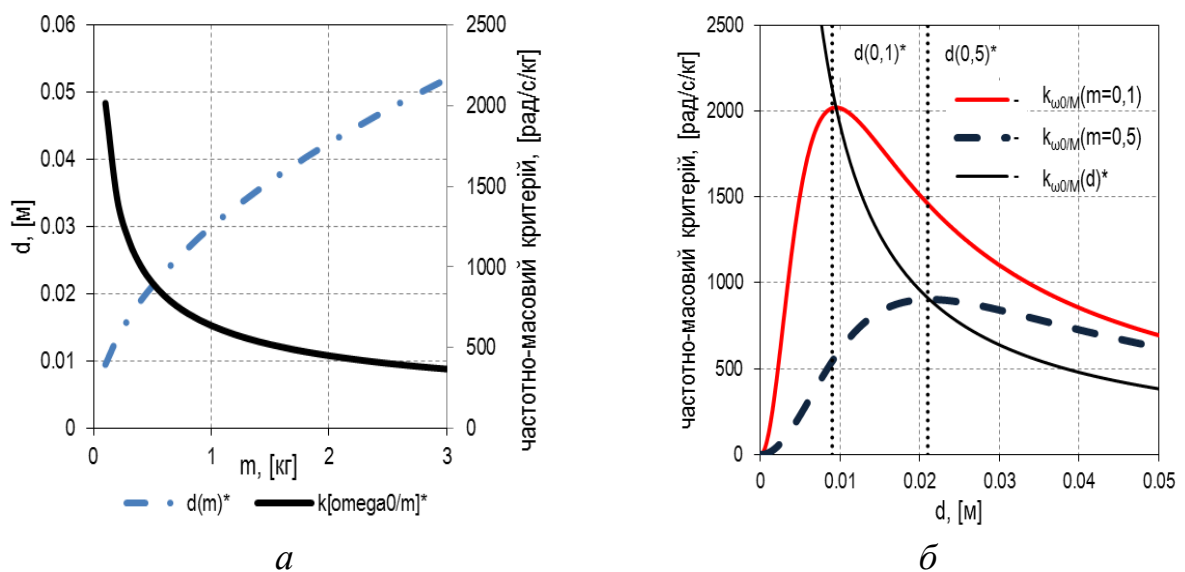


Рисунок 4.25 – Залежності максимального значення частотно-масового показника від інерційності локальної маси (а) та діаметра пружного стержня (б)

4.2.2. Умовна оптимізація стержневих систем. Розрахунок оптимальних стержневих дискретно-континуальних систем

У якості цільової функції прийнято мінімальність сумарної маси стержневої системи, за умови, що необхідно забезпечити певне значення її власної частоти Ω , яке включають в обмеження оптимізаційної задачі:

$$M(m, d) = m + \rho \frac{\pi d^2}{4} l \rightarrow \min, \quad (4.29)$$

$$\begin{cases} 15\sqrt{E\pi d^4 / [l^3(75m + 8\rho\pi d^2 l)]} \equiv \Omega, \\ d > 0, m > 0. \end{cases}$$

Задача (4.29) є узагальненою, її можна розширювати різноманітними динамічними обмеженнями, наприклад параметрами пружно-деформованого стану стержня. На основі отриманих значень $d(m)^*$ і $m(d)^*$ (4.28) визначено із обмеження оптимізаційної задачі (4.29) наступний набір оптимальних конструктивно-масових параметрів стержневої системи:

$$d_{opt} = 0,2573l^2\Omega\sqrt{\rho/E}, \quad m_{opt} = 0,0191\rho^2l^5\Omega^2/E. \quad (4.30)$$

З врахуванням формул (4.30), частотно-масовий показник (4.26) оптимальної стержневої системи (із мінімальною масою за заданої власної частоти та довжині, а іншими словами – максимальної динамічної жорсткості за заданої власної частоти) набуде вигляду:

$$k_{\omega_0/M}^{opt} = \frac{14,07E}{\rho^2l^5\Omega}. \quad (4.31)$$

Залежність оптимальних частотно-масового показника і конструктивно-масових характеристик стержневої системи від її довжини за умови реалізації заданого значення власної частоти коливань $\Omega = 1000$ рад/с (рис. 4.26) підтверджує те, що із збільшенням габаритів конструкцій їхні власні частоти нелінійно зменшуються. Очевидним є те, що для великогабаритних систем, представлених (зведених) дискретно-континуальними стержневими системами надзвичайно важко досягнути великих значень власних частот безпосередньо параметрами конструкції без додаткового конструктивного підвищення

жорсткості (наприклад введенням ребер та укріплювальних пластин). Аналогічну задачу можна поширити на інші розрахункові моделі стержневих систем та отримати відповідні оптимальні структури.

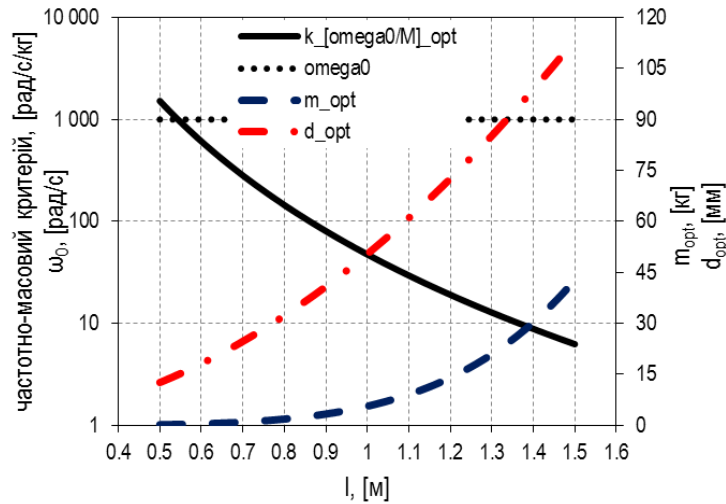


Рисунок 4.26 – Вибір оптимальних частотно-масового показника $k_{\omega_0/M}^{opt}$, конструктивно-масових параметрів m_{opt} , d_{opt} для відомої довжини пружного стержня

Введений показник може бути застосований на системах з розподіленими параметрами (стержні, пластини, оболонки), описаних як точними методами частотного аналізу (для стержнів і балок – метод початкових параметрів, функцій Крилова), так і наближеними (Релея, Донкерлея, Грамеля). Зокрема, можна здійснити оцінку континуальної моделі стержневої системи (рис. 4.20, а). Для цього визначають n її власних частот коливань ω_{0n}^* за допомогою методу початкових параметрів [161]. Амплітудний вектор стану довільного перерізу стержневої системи визначають за чотирма компонентами – прогином $w(x)$, кутом повороту $\varphi(x)$, згинальним моментом $M(x)$ і поперечною силою $Q(x)$. Формула переходу від лівого до правого кінця системи запишеться наступним чином:

$$\bar{\mathbf{X}}_4 = \mathbf{M}_{43} \mathbf{M}_{32} \mathbf{M}_{21} \bar{\mathbf{X}}_1, \quad (4.32)$$

де \mathbf{M}_{43} , \mathbf{M}_{32} , \mathbf{M}_{21} – матриці переходу відповідно через ділянки стержневої системи, що включають пружний стержень-зосереджена маса-пружний стержень;

$\bar{\mathbf{X}}_4$, $\bar{\mathbf{X}}_1$ – вектори (стовпці) стану в крайньому правому та лівому перерізах.

Матриця переходу \mathbf{M}_{32} через ділянку, де зосереджена маса m :

$$\mathbf{M}_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m\omega_{0n}^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Матриці переходу \mathbf{M}_{21} та \mathbf{M}_{43} через ділянки із пружним стержнем довжиною $l/2$, жорсткістю $EJ = \text{const}$ із урахуванням його маси ($\rho Fl/2$) визначаються так:

$$\cdot \mathbf{M}_{21} = \mathbf{M}_{43} = \begin{bmatrix} K_1(k_n l/2) & \frac{1}{k_n} K_2(k_n l/2) & \frac{1}{k_n^2 EJ} K_3(k_n l/2) & \frac{1}{k_n^3 EJ} K_4(k_n l/2) \\ k_n K_4(k_n l/2) & K_1(k_n l/2) & \frac{1}{k_n EJ} K_2(k_n l/2) & \frac{1}{k_n^2 EJ} K_3(k_n l/2) \\ EJ k_n^2 K_3(k_n l/2) & EJ k_n K_4(k_n l/2) & K_1(k_n l/2) & \frac{1}{k_n} K_2(k_n l/2) \\ EJ k_n^3 K_2(k_n l/2) & EJ k_n^2 K_3(k_n l/2) & k_n K_4(k_n l/2) & K_1(k_n l/2) \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

де $K_1(k_n l/2)$, $K_2(k_n l/2)$, $K_3(k_n l/2)$, $K_4(k_n l/2)$ – функції Крилова, що є комбінаціями наступних частинних розв'язків $K_{1,3}(k_n l/2) = \frac{ch(k_n l/2) \pm \cos(k_n l/2)}{2}$,

$$K_{2,4}(k_n l/2) = \frac{sh(k_n l/2) \pm \sin(k_n l/2)}{2}.$$

Перехід від правого до лівого краю системи запишеться у вигляді:

$$\begin{bmatrix} w_4 \\ \varphi_4 \\ M_4 \\ Q_4 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{43} \mathbf{M}_{32} \mathbf{M}_{21} \begin{bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \\ M_1 \\ Q_1 \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

Записавши у рівняння (4.35) відповідні граничні умови $w_4 = \theta_4 = 0$ та $w_1 = \theta_1 = 0$ на защемлених кінцях, отримано вектор стану $\bar{\mathbf{X}}_4$ в крайньому правому положенні:

$$\bar{\mathbf{X}}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_4 \\ Q_4 \end{bmatrix} =$$

$$= \left[\begin{array}{l} \left[\frac{1}{k_n^2 EJ} \left(K_2(z_n)^2 + K_4(z_n)^2 + K_1(z_n)K_3(z_n) + \right. \right. \\ \left. \left. + K_3(z_n) \left[K_1(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^2 K_4(z_n)}{k_n^3 EJ} \right] \right) \right] \cdot M_1 + \\ + \left[\frac{1}{k_n^3 EJ} \left(2K_2(z_n)K_3(z_n) + K_1(z_n)K_4(z_n) + \right. \right. \\ \left. \left. + K_4(z_n) \left[K_1(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^2 K_4(z_n)}{k_n^3 EJ} \right] \right) \right] \cdot Q_1 \\ \left[\frac{1}{k_n EJ} \left(K_3(z_n)K_4(z_n) + 2K_1(z_n)K_2(z_n) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{K_3(z_n) \left[k_n K_4(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^2 K_3(z_n)}{k_n^2 EJ} \right]}{k_n} \right) \right] \cdot M_1 + \\ + \left[\frac{1}{k_n^2 EJ} \left(K_2(z_n)^2 + 2K_1(z_n)K_3(z_n) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{K_4(z_n) \left[k_n K_4(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^2 K_3(z_n)}{k_n^2 EJ} \right]}{k_n} \right) \right] \cdot Q_1 \\ \left[\frac{K_1(z_n)^2 + 2K_2(z_n)K_4(z_n) + \right. \\ \left. + \frac{K_3(z_n) \left[k_n^2 EJK_3(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^2 K_2(z_n)}{k_n} \right]}{k_n^2 EJ} \right] \cdot M_1 + \\ + \left[\frac{K_3(z_n)K_4(z_n) + 2K_1(z_n)K_2(z_n) + \right. \\ \left. + \frac{K_4(z_n) \left[k_n^2 EJK_3(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^2 K_2(z_n)}{k_n} \right]}{k_n^3 EJ} \right] \cdot Q_1 \\ \left[\frac{k_n K_2(z_n)K_3(z_n) + 2k_n K_1(z_n)K_4(z_n) + \right. \\ \left. + \frac{K_3(z_n) \left[k_n^3 EJK_2(z_n) + m\omega_{0n}^2 K_1(z_n) \right]}{k_n^2 EJ} \right] \cdot M_1 + \\ + \left[\frac{K_1(z_n)^2 + K_3(z_n)^2 + K_2(z_n)K_4(z_n) + \right. \\ \left. + \frac{K_4(z_n) \left[k_n^3 EJK_2(z_n) + m\omega_{0n}^2 K_1(z_n) \right]}{k_n^3 EJ} \right] \cdot Q_1 \end{array} \right] \quad (4.36)$$

де $z_n = k_n l / 2$.

Перші два рівняння однорідні. Оскільки $M_1 \neq 0$, $Q_1 \neq 0$, то отримано частотне рівняння (як визначник розглядуваних рівнянь):

$$\alpha_1(k_n) - \alpha_2(k_n) = 0, \quad (4.37)$$

де відповідно прийнято позначення

$$\begin{aligned} \alpha_1(k_n) = & \left[\frac{1}{k_n^2 EJ} \left(K_2(z_n)^2 + K_4(z_n)^2 + K_1(z_n)K_3(z_n) + \right. \right. \\ & \left. \left. + K_3(z_n) \left[K_1(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^{*2} K_4(z_n)}{k_n^3 EJ} \right] \right) \right] \times \\ & \times \left[\frac{1}{k_n^2 EJ} \left(K_2(z_n)^2 + 2K_1(z_n)K_3(z_n) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{K_4(z_n) \left[k_n K_4(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^{*2} K_3(z_n)}{k_n^2 EJ} \right]}{k_n} \right) \right]; \\ \alpha_2(k_n) = & \left[\frac{1}{k_n EJ} \left(K_3(z_n)K_4(z_n) + 2K_1(z_n)K_2(z_n) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{K_3(z_n) \left[k_n K_4(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^{*2} K_3(z_n)}{k_n^2 EJ} \right]}{k_n} \right) \right] \times \\ & \times \left[\frac{1}{k_n^3 EJ} \left(2K_2(z_n)K_3(z_n) + K_1(z_n)K_4(z_n) + \right. \right. \\ & \left. \left. + K_4(z_n) \left[K_1(z_n) + \frac{m\omega_{0n}^{*2} K_4(z_n)}{k_n^3 EJ} \right] \right) \right]. \end{aligned}$$

Частотне рівняння (4.37) розв'язують чисельно. Отримані значення k_n (рис. 4.27) оптимальної стержневої системи довжиною $l = 0,5\text{м}$, розрахованої на забезпечення значення першої власної частоти $\omega_{01} = 1000\text{рад/с}$, використовують для знаходження власних частот коливань ω_{0n}^* . Оптимальні параметри системи $d_{opt} = 12,62\text{мм}$, $m_{opt} = 0,177\text{кг}$. Перші два значення характеристичних чисел отримано чисельно методом січних $k_1 = 8,014$, $k_2 = 15,706$. Значення n власних частот визначають за формулою:

$$\omega_{0n}^* = k_n^2 \sqrt{EJ / \rho F}. \quad (4.38)$$

Отриманим кореням частотного рівняння відповідають значення власних частот $\omega_{01}^* = 1032,64\text{рад/с}$, $\omega_{02}^* = 3966,95\text{рад/с}$.

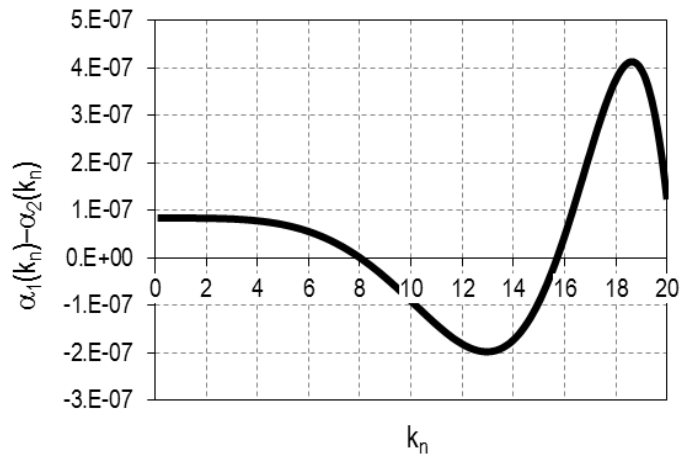


Рисунок 4.27 – Залежність частотного рівняння від значень характеристичних чисел k_n

Результат розрахунку континуальної моделі та його порівняння із закладеним значенням власної частоти оптимальної стержневої системи, зведеної до дискретної моделі (табл. 4.3) дозволяє стверджувати про ефективність і доцільність методики проектного розрахунку стержневих систем з розподіленими параметрами, розрахованих точними методами. Розроблена методика на основі введеного частотно-масового показника дозволяє забезпечувати високу динамічну жорсткість конструктивних елементів конструкцій і машин, представлених як дискретно-континуальні пружно-інерційні системи.

Таблиця 4.3 – Власні частоти коливань дискретної та континуальної моделі

Тип дискретно-континуальної моделі		збіжність, [%]
зведена	розподілена	
1000 рад/с	1032,64 рад/с	96,84

4.3. Оптимізація масово-частотних характеристик робочих органів вібраційних машин

Робочі органи вібраційних машин традиційно повинні відповідати вимогам міцності, жорсткості, надійності, довговічності за відповідних масово-

інерційних характеристик та умов роботи (передусім у високочастотних та віброударних режимах) [58, 65, 80, 81, 89, 122, 138, 141, 181, 182, 191, 194, 244, 273, 274, 331, 347]. Тому, оцінка оптимальності конструкцій робочих органів повинна бути узгодженою в комплексі з технологічними та фізико-механічними характеристиками.

Вібраційне ущільнення сумішей сипких матеріалів є поширеним процесом у різноманітних галузях промисловості: будівельній – для формування та отримання майбутніх виробів із покращеними фізико-механічними властивостями; переробній промисловості – після багатостадійних процесів переробки промислових і побутових відходів (наприклад полімерних); машинобудуванні – на підготовчих та проміжних операціях; хімічній та легкій – перед процесом спікання та термічного пресування полімерних виробів (деталей народного вжитку) із термо- і реактопластів, тощо. Видалення повітря, зменшення вологовмісту та рівномірне компактне розташування складових суміші, як наслідок – значне збільшення насипної щільності досягається вібраційним ущільненням на вібростолі. Його робочий орган передає частинкам сипкої суміші коливання малої амплітуди та високої частоти (100 Гц), внаслідок чого вона набуває підвищеної рухливості. Під дією власної ваги частинки суміші займають стійке положення, що сприяє зменшенню внутрішнього тертя (затиснені бульбашки повітря спливають на поверхню), зниженню в'язкості суміші, внаслідок чого вона набуває властивостей, які наближують її до рідини. Тимчасово перейшовши в текучий стан, суміш розтікається в формі та ущільнюється під дією власної ваги та сил інерції. В результаті зменшується об'єм сипкої суміші та забезпечується рівномірність насипної густини (щільності) за висотою шару. Робочі органи вібраційних столів, що виконують безпосередньо технологічну дію на оброблювальне середовище, повинні бути достатньо жорсткими за визначених із технологічних принципів масово-інерційних характеристик, мати високу міцність, зносостійкість та довговічність. Важлива проблема щодо забезпечення високої жорсткості

робочого органа постає в умовах високочастотних та віброударних коливань (100 Гц і вище), які використовуються в технології ущільнення багатокомпонентних дрібнозернистих та порошкоподібних сипких сумішей. Для оцінки жорсткості їхніх конструкцій використовується значення частоти власних коливань, зокрема та, в напрямку якої реалізуються коливання. Задовільною умовою достатньої жорсткості конструкції, з практичних міркувань, вважається таке значення власної частоти коливань робочого органа ($f_0^* \geq k_{зан} f$, де $k_{зан}$ – коефіцієнт запасу, що приймає значення [76] $k_{зан} = 3 - 4$), за якого робочий орган проявляє себе як система із зосередженою в точці масою, тобто, як абсолютно тверде тіло, кожна інша точка поверхні якого коливається з однаковою амплітудою та фазою.

У загальному випадку аналізу жорсткості конструкції робочого органа проводять її повний частотний аналіз, за яким розраховують ряд власних частот. Із розрахованого ряду проводять аналіз впливу за частоти збурення на деформацію конструкції. При цьому потрібно враховувати також і вид коливань, який визначає характер руху робочого органа. Найпростішими є задачі з реалізацією прямолінійних коливань робочого органа, у яких останній зазнає деформацій згину, розтягу чи стиску. У монографії [244] для забезпечення високої жорсткості робочого органа високочастотного вібростола використано збірну конструкцію у складі матеріалів для шарів сталь-дерево-сталь, що дозволило також забезпечити малу висоту вібростола. Акцент ставиться на аналізі першої за порядком власної частоти (згинальних чи крутильних) коливань, а самі коливання збурюються у вертикальному напрямі в площині, перпендикулярній до площини робочого органа. Поширеними в практиці також є зварні конструкції робочих органів із використанням ребер жорсткості, які суттєво впливають на значення частотних характеристик. Для зварних робочих органів вібростолів з інерційним приводом встановлено¹¹ практичні рекомендації з визначення оптимальних конструктивних параметрів

¹¹ <http://www.brecon-vibration.com>

ребер жорсткості. В роботі [220] здійснюють порівняння аналітичних значень власних частот коливань робочого органа великогабаритного вібраційного конвеєра із значеннями, отриманими розрахунком МСЕ 3D моделі робочого органа. Розрахункова схема робочого органа моделюється пружним стержнем із розподіленою масою. Відповідним чином оптимізації підлягає конструктивне виконання та форма виконавчого елемента [348]. Однак, отриманий результат може суттєво вплинути на собівартість виготовлення. Як наслідок широкого спектру оптимізаційні рішення, особливо в аналітичному представленні [349] повинні сприяти удосконаленню та підвищенню техніко-економічних та ергономічних показників.

Задача оптимізації масово-частотних характеристик робочих органів є важливою в проектуванні вібраційних машин і базується на основних принципах оптимального та раціонального проектування, які передбачають виведення залежностей для цільової функції та обмежень для змінних конструктивних параметрів та пружно-деформований стан системи. У даному випадку дослідження проводяться на основі 3D-моделі зварного робочого органа (рис. 4.28) із геометричними параметрами робочої поверхні 600x250мм. Для даної конструкції неважко отримати аналітичний запис залежності маси конструкції від конструктивних параметрів складових елементів (товщини верхньої плити $DV1$, зварних ребер $DV2$, $DV3$ та висоти $DV4$ ребра). Однак, проблемою є встановлення аналітичного виразу для власної частоти згинальних чи крутильних коливань робочого органа як системи із розподіленими параметрами. Тому, дослідження проведено за допомогою МСЕ у програмному додатку CosmosWorks [333].

4.3.1. Оптимізація конструктивних параметрів робочого органа за допомогою прикладного модуля CosmosWorks програми SolidWorks

Задачу виконують у два етапи. Попередньо отримані значення маси та частоти власних згинальних коливань робочого органа, що є функціями значень відповідних конструктивних параметрів $DV1-DV4$, отримано в процесі

проектування (рис. 4.29) за допомогою програми SolidWorks та прикладного модуля CosmosWorks (задача 1 “Frequency”), становлять відповідно 33,36 кг та 449,87 Гц. Надалі формується оптимізаційна задача. Її алгоритм (рис. 4.28) у вкладці “Optimization” базується на проведеному попередньо частотному аналізі (задача 1 “Frequency”) робочого органа (визначення власних частот коливань). За обмеження вибирається "проблемна" перша частота власних згинальних чи крутильних коливань робочого органа.

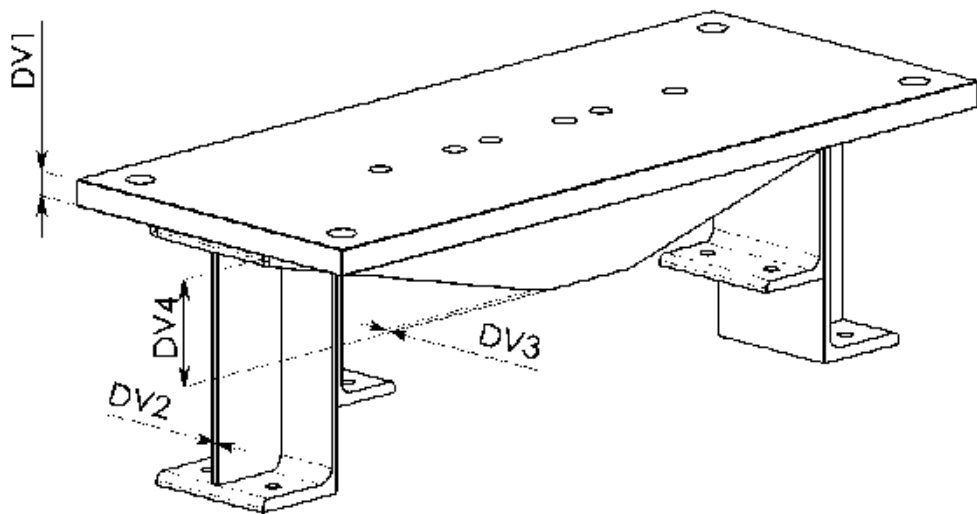
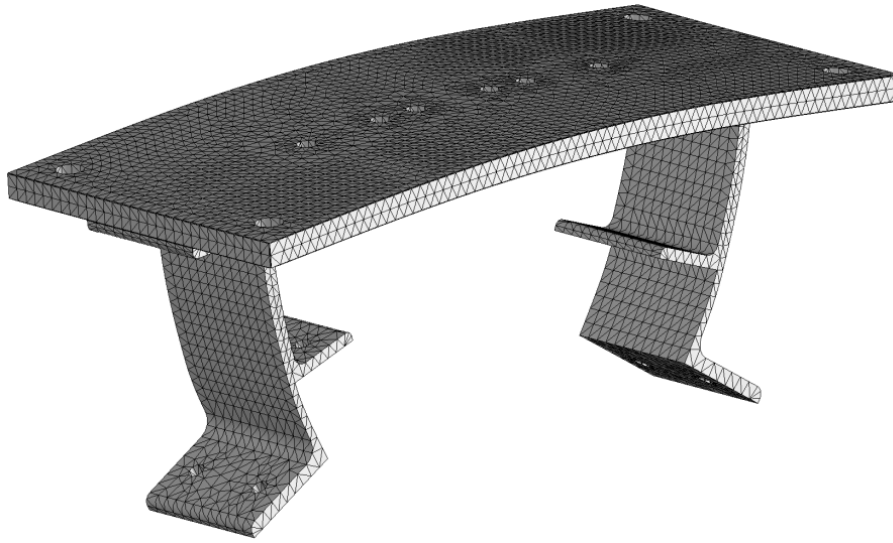


Рисунок 4.28 – Вихідні конструктивні параметри робочого органа:
 $DV1=22$ мм, $DV2=3,5$ мм, $DV3=4$ мм, $DV4=90$ мм

Оптимізаційна програма (задача 2 “Optimization”) в процесі розв’язку попередньо створює дискретний набір змінних параметрів оптимізації (конструктивних параметрів робочого органа – рис. 4.31) із вказаного користувачем діапазону їхніх допустимих значень, за яким здійснює перерахунок значень власних частот коливань та маси.

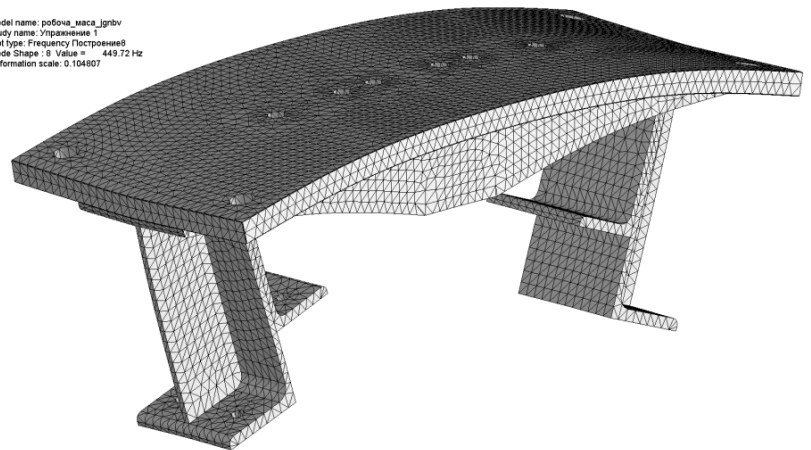
Цільова функція оцінюється за обмеженнями, які вказуються для досліджуваної частоти власних коливань (рис. 4.32). У даному випадку проблемною є восьма за порядком розрахунку в CosmosWorks власна частота згинальних коливань. Цільова функція – маса робочого органа, що визначається параметрами ребер та верхньої плити $DV1 – DV4$ має вигляд:

$$m_2(DV1 - DV4) \rightarrow \min .$$



a

Model name: робоч_маса_jgrbv
 Study name: Управління 1
 Plot type: Frequency Построение8
 Mode Shape: 8 Value = 449.72 Hz
 Deformation scale: 0.104807



б

Рисунок 4.29 – Власні форми та частоти згинальних коливань робочого органа вібраційного стола без (*a*) та із (*б*) ребрами жорсткості:
a – 134,4 Гц;
б – 449,72 Гц

Обмеження, що встановлюють на частоту власних згинальних коливань робочого органа, залежно від частоти вимушених коливань вібростолоа приймається як $f_0^* \geq 4f$. Для частоти коливань 100 Гц приймають допустимий діапазон значень власної частоти $400 \text{ Гц} \leq f_0^* \leq 450 \text{ Гц}$ (так як його вимагає вказувати модуль оптимізаційної програми). Обмеження також встановлено на змінні конструктивні параметри робочого органа *DV1–DV4*.

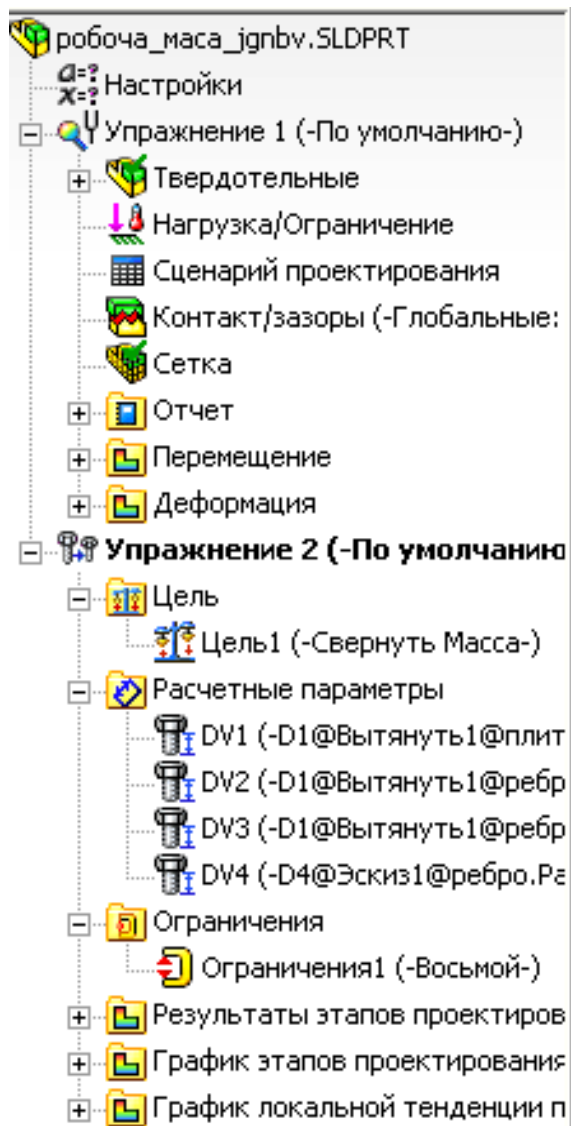


Рисунок 4.30 – Алгоритм оптимізаційної задачі в модулі CosmosWorks

наборі даних, за якого маса робочого органа становить 33,9 кг. Мінімальна маса робочого органа 24,05 кг у 21-му наборі параметрів, за якого власна частота коливань буде 319,43Гц.

Згідно поставленого оптимізаційного завдання “Optimization” в програмі CosmosWorks, отримано для заданого частотного обмеження оптимальні конструктивні параметри робочого органа (табл. 4.4), що відповідають 26-му і 27-му наборі даних, забезпечуючи значення маси робочого органа 28,97 кг (рис. 4.31), а частоту власних згинальних коливань 414,9Гц.

Представлена оптимізаційна задача є типовою для більшості машинобудівних конструкцій та полягає у мінімізації їхньої маси (наприклад металоконструкцій) та досягненні високої жорсткості – бажаної власної частоти коливань (згинальних чи крутильних як правило).

Максимальна частота власних коливань робочого органа, в межах отриманого набору змінних параметрів, складає 486,17Гц, що відповідає 18-му

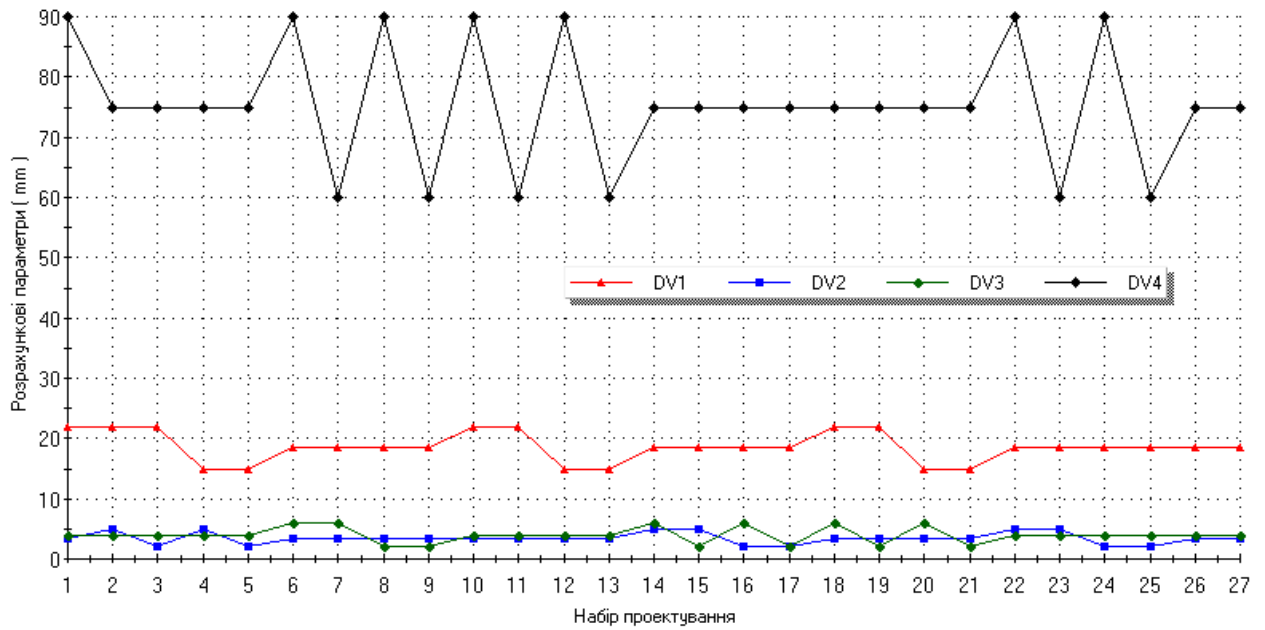


Рисунок 4.31 – Дискретний набір змінних конструктивних параметрів робочого органа, встановлений оптимізаційним модулем CosmosWorks

Таблиця 4.4 – Значення параметрів оптимізаційної задачі

№ набору	Розрахункові параметри, [мм]				Оптимізаційні параметри		№ на бору	Розрахункові параметри, [мм]				Оптимізаційні параметри	
	DV1	DV2	DV3	DV4	маса, [кг]	частота, [Гц]		DV1	DV2	DV3	DV4	маса, [кг]	частота, [Гц]
1	22	3,5	4	90	33,36	449,87	14	18,5	5	6	75	30,03	464,87
2	22	5	4	75	33,27	440,46	15	18,5	5	2	75	28,35	341,72
3	22	2	4	75	32,82	427,84	16	18,5	2	6	75	29,6	446,17
4	15	5	4	75	25,13	390,64	17	18,5	2	2	75	27,9	340,28
5	15	2	4	75	24,68	383,42	18	22	3,5	6	75	33,9	486,17
6	18,5	3,5	6	90	30,3	385,24	19	22	3,5	2	75	32,19	368,4
7	18,5	3,5	6	60	29,35	400,85	20	15	3,5	6	75	25,76	436,39**
8	18,5	3,5	2	90	28,28	350,12	21	15	3,5	2	75	24,05	319,43
9	18,5	3,5	2	60	27,96	300,28	22	18,5	5	4	90	29,52	360,28
10	22	3,5	4	90	33,36	330,69	23	18,5	5	4	60	28,88	358,85
11	22	3,5	4	60	32,73	386,06	24	18,5	2	4	90	29,07	352,14
12	15	3,5	4	90	25,22	345,21	25	18,5	2	4	60	28,43	355,56
13	15	3,5	4	60	24,59	334,15	26	18,5	3,5	4	75	28,97	414,91*

* оптимізовано програмою (табл. 4.5)

** оптимізовано за частотно-масовим показником

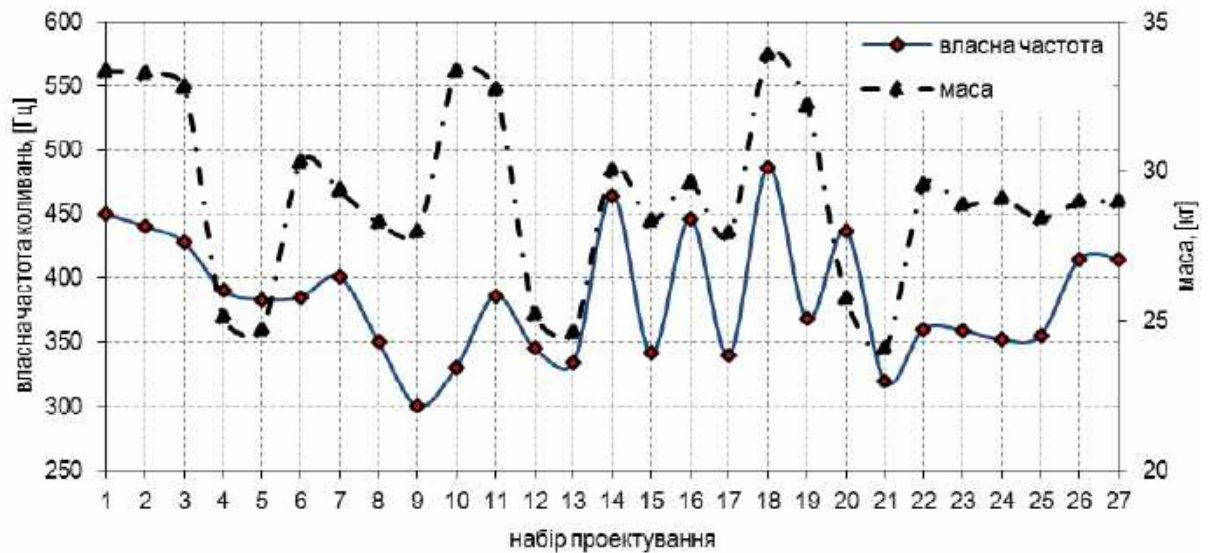


Рисунок 4.32 – Апроксимована зміна дискретних значень критерію оптимізації (маси) та власної частоти коливань в межах набору змінних конструктивних параметрів робочого органа (за табл. 4.4)

Таблиця 4.5 – Вихідні дані та результати оптимізації конструктивних параметрів робочого органа, здійснених модулем CosmosWorks

Незалежні змінні конструктивні параметри	Діапазон зміни конструктивних параметрів, [мм]	Оптимальні значення параметрів, [мм]	Критерії оптимізації		
			маса, [кг]	власна частота, [Гц]	частотно-масовий, [Гц/кг]
<i>DV1</i>	15-22	18,5	28,97	414,9	14,32
<i>DV2</i>	2-5	3,5			
<i>DV3</i>	2-6	4			
<i>DV4</i>	60-90	75			

Розв'язком оптимізаційної задачі вдалося зменшити проектне значення маси робочого органа на 4,4 кг (на 13,16%), забезпечуючи при цьому (зберігаючи відносно вихідних конструктивних даних) потрібну жорсткість його конструкції. Очевидно, із аналізу табличних даних (табл. 4.4), оптимізаційний модуль програми вибрав оптимальним той варіант, за якого мінімальне значення маси є в тому наборі даних, якому відповідає значення власної частоти коливань, найближче до нижньої границі накладеного обмеження.

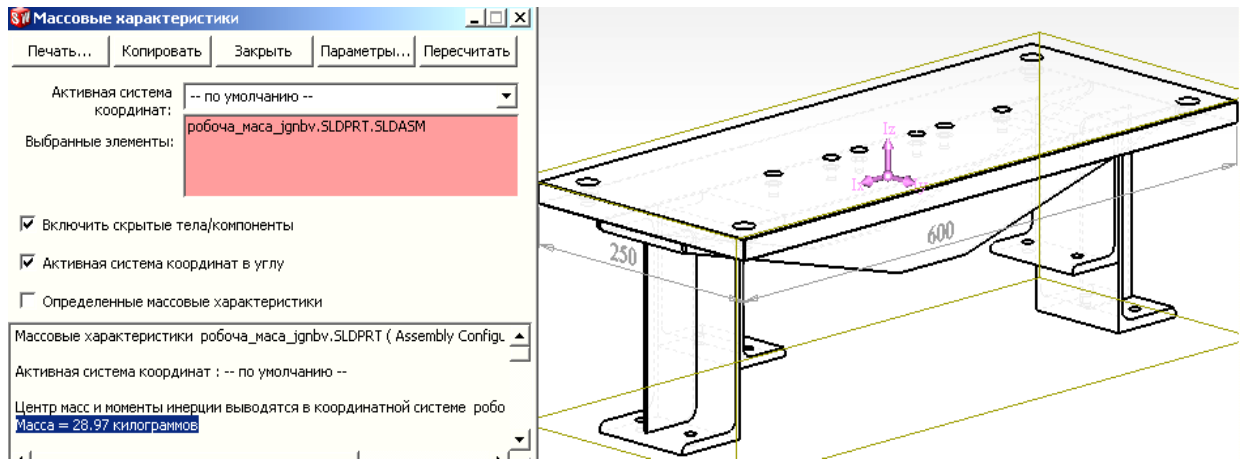


Рисунок 4.33 – Маса робочого органа після оптимізації в програмі CosmosWorks Optimization

Для підтвердження, після оптимізаційної задачі, проведено повторний частотний аналіз конструкції робочого органа (рис. 4.34), згідно якого встановлено значення власної частоти згинальних коливань 414,91Гц, що знаходиться в межах поставлених частотних обмежень та підтверджує працездатність конструкції в умовах високочастотних коливань.

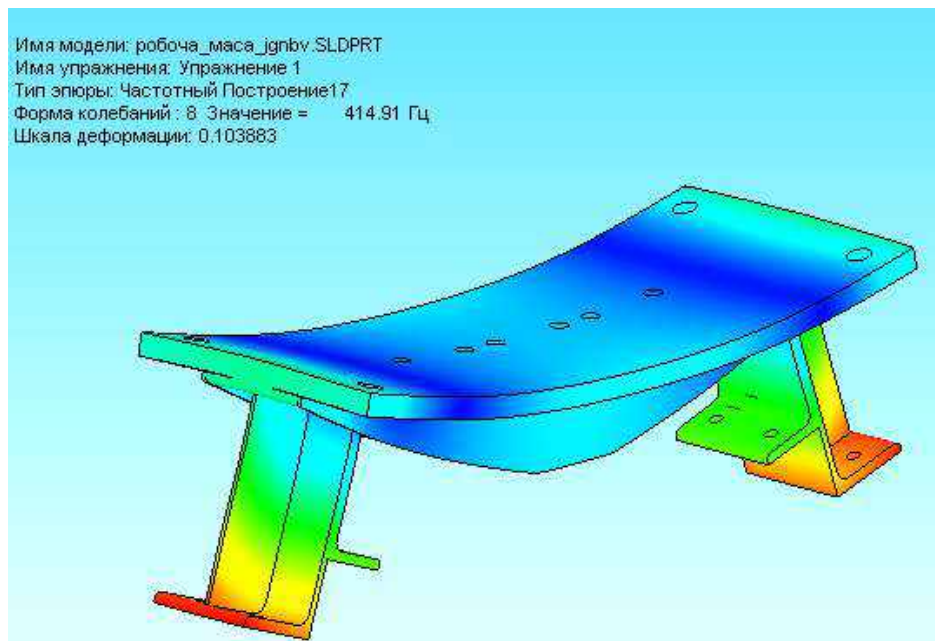


Рисунок 4.34 – Власна форма та частота згинальних коливань оптимізованої конструкції робочого органа

4.3.2. Оптимізація конструктивних параметрів робочих органів вібротрибун за питомим частотно-масовим показником

Прикладний модуль “Optimization” в програмі CosmosWorks дозволяє встановлювати тільки одну цільову функцію для системи. За поставлених обмежень на власну частоту коливань та вибраної цільової функції отримано ряд їхніх дискретних значень. Їх можна взаємно оцінити, використавши частотно-масовий показник, який характеризує питоме значення власної частоти коливань f_0^* , що припадає на одиницю маси конструкції. Використання цього показника має місце у комплексній оптимізаційній постановці виду:

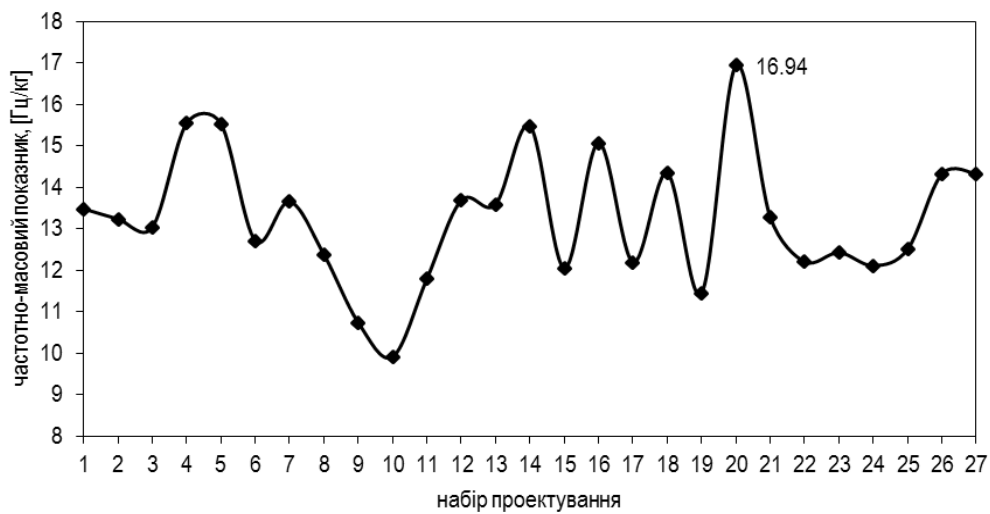
$$\left. \begin{array}{l} m(DV1 - DV4) \rightarrow \min, \\ f_0^*(DV1 - DV4) \rightarrow \max \end{array} \right\}.$$

Для введеного частотно-масового показника $k_{f_0/m}$ цільова функція матиме вигляд: $k_{f_0/m}(DV1 - DV4) \rightarrow \max$. За цим показником максимальні характеристики динамічної жорсткості (рис. 4.35, а) отримано за 20-го набору даних: маса робочого органа – 25,76 кг, власна частота коливань – 436,39 Гц, питомий частотно-масовий показник – 16,941 Гц/кг. Причому, значення власної частоти коливань задовольняє поставлені частотні обмеження на систему, а маса робочого органа, порівняно із отриманим значенням зменшилась на 3,21 кг (на 11%). Для вибраного системою оптимального набору даних (26-ий) значення показника становить 14,322 Гц/кг. Найменш раціональним є випадок за 10-го набору, коли питомий частотно-масовий показник становить 9,913 Гц/кг (маса 33,36 кг, частота 330,69 Гц).

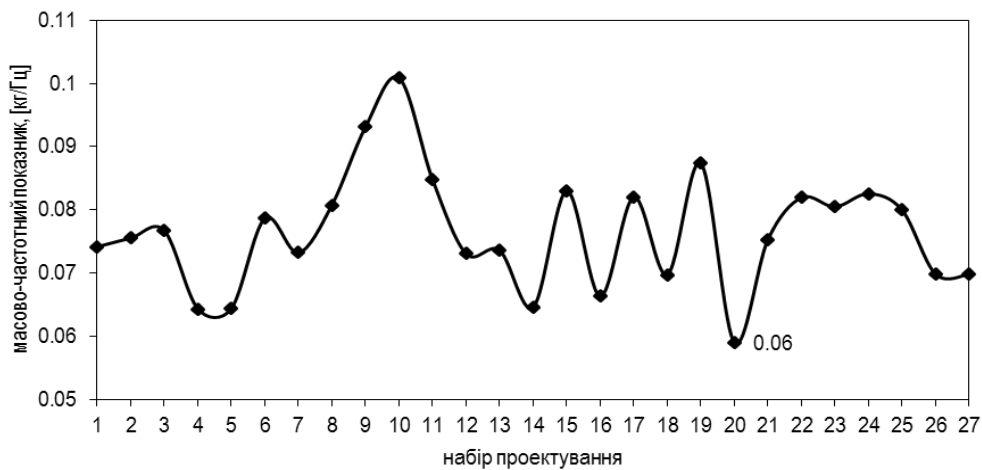
Для оберненого масово-частотного показника $k_{mf_0} = 1/k_{f_0/m}$ (рис. 4.35, б) оптимізаційна задача має вигляд:

$$\left. \begin{array}{l} k_{mf_0}(DV1 - DV4) \rightarrow \min \\ f_{0\min}^* \leq f_0^* \leq f_{0\max}^* \end{array} \right\}.$$

Встановлено оптимальні конструктивні параметри робочого органа вібраційного стола, які забезпечили допустимі значення власної частоти згинальних коливань, зменшення маси робочого органа на 13,16%, порівняно із масою за вихідних значень конструктивних параметрів. Введено частотно-масовий показник для проведення подальшої оптимізації конструктивних параметрів, який дозволив зменшити масу робочого органа ще на 3,21 кг (ще на 11%).



a



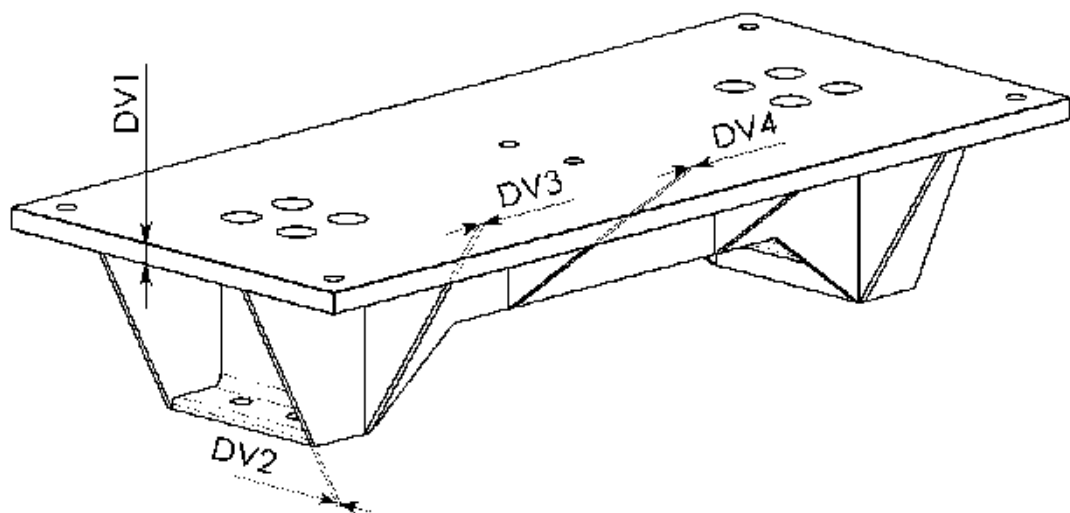
б

Рисунок 4.35 – Графічна інтерпретація та екстремуми питомих показників:

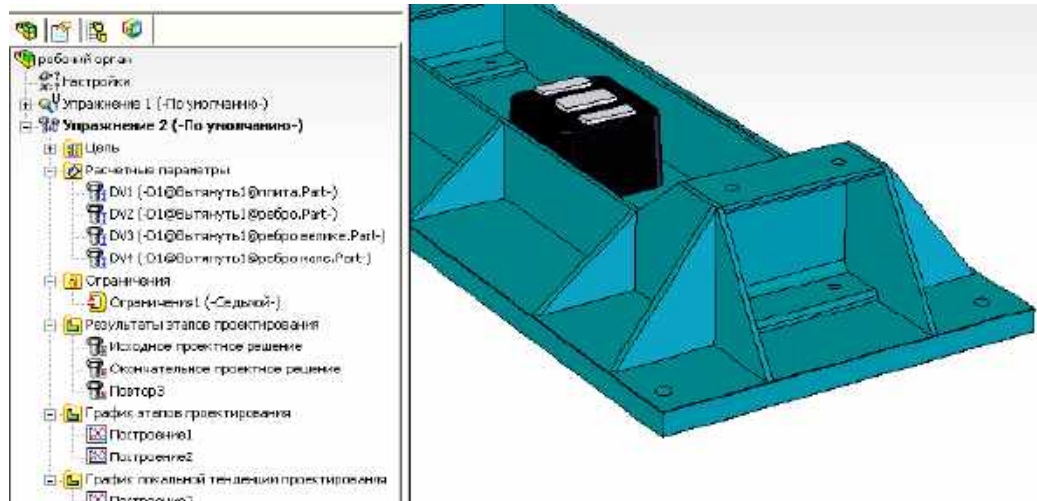
a – частотно-масового $k_{f_0/m}$; *б* – масово-частотного k_{m/f_0}

З технологічних міркувань під час синтезу дотримуються заданих масово-інерційних характеристик робочих органів, які під час оптимізаційних задач відносять до обмежень. Розглянуто розв'язок оптимізаційної задачі з обмеженням на масу робочого органу віброударного стола (рис. 4.36). В цьому випадку варто вибрати у якості цільової функції максимальне значення частоти крутильних коливань, яка є першою за порядком усіх власних частот робочого органу:

$$f_0 * (DV1 - DV4) \rightarrow \max.$$



a



б

Рисунок 4.36 – Загальний вигляд, змінні конструктивні параметри робочого органу вібраційного стола (*a*) та постановка оптимізаційної задачі (*б*)

Для того, щоб розв'язати поставлену оптимізаційну задачу з обмеженням на масу конструкції $m \geq m^*$ потрібно у "CosmosWorks Optimization" за додаткове обмеження вказати діапазон, у якому повинна знаходитися розглядувана власна частота (крутильних) коливань $f_{0_{\min}}^* \leq f_0^* \leq f_{0_{\max}}^*$:

$$\left. \begin{array}{l} m \geq 60 \text{ кг} \\ 300 \text{ Гц} \leq f_0^* \leq 350 \text{ Гц} \end{array} \right\}$$

Програмою CosmosWorks формуються набір масово-частотних характеристик (рис. 4.37) в межах відповідного набору конструктивних параметрів.

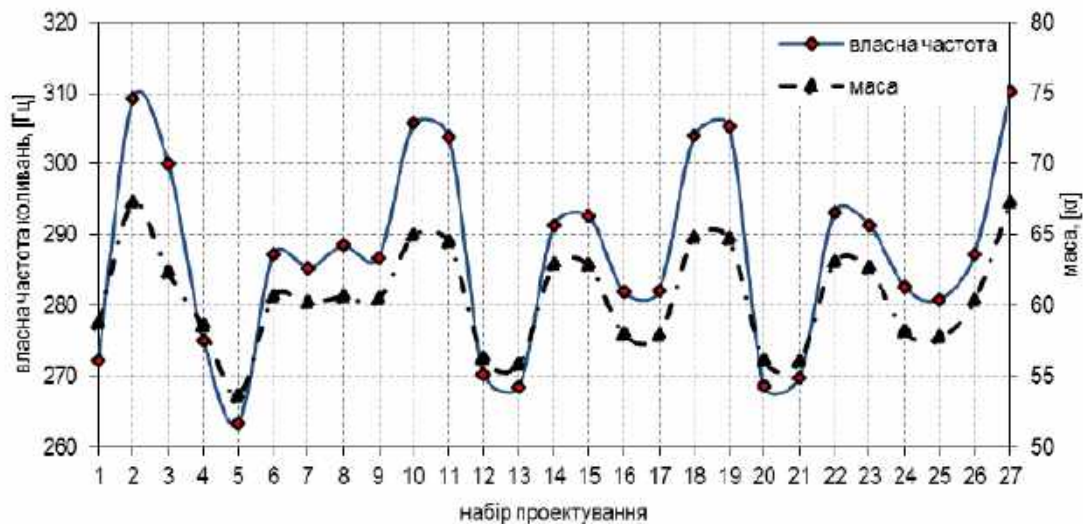


Рисунок 4.37 – Апроксимована зміна дискретних значень маси та власної частоти крутильних коливань в межах набору змінних конструктивних параметрів робочого органа

З огляду на встановлені обмеження для вибору оптимального варіанту до уваги необхідно брати тільки допустимі параметри відповідно до встановлених обмежень. Результати, які відповідають поставленим вимогам (табл. 4.6) визначають оптимальний варіант конструкції (27-ий набір параметрів проектування, що на рис. 4.38).

Якщо для оцінки та вибору оптимальної конструкції користуватися частотно-масовим показником (рис. 4.39), то оптимальним буде 3-ій набір конструктивних параметрів.

Таблиця 4.6 – Значення параметрів та результати оптимізаційної задачі

№ набору	Оптимізаційні параметри		
	маса, [кг]	частота, [Гц]	частотно-масовий показник, [Гц/кг]
2	67,2	309,2	4,601
3**	62,3**	300,12**	4,817**
10	64,93	305,77	4,709
11	64,48	303,9	4,713
18	64,74	303,94	4,695
19	64,67	305,25	4,72
27*	67,2*	310,23*	4,617*

* оптимізовано програмою (рис. 4.38);

** оптимізовано за частотно-масовим показником (рис. 4.39)

Сведения о результатах этапов проектирования

Номер повтора проектирования =

Целевая функция

	Текущее	Начальное	Оптимальное
Масса	300.12	272.26	310.23

Расчетные параметры:

Расчетные параме...	Текущее знач...	Нижняя г...	Верхн...	Единицы ...
DV1	22	18	22	mm
DV2	5	5	10	mm
DV3	6.5	5	8	mm
DV4	6.5	5	8	mm

Проектные ограничения:

Тип	Компонент	Текущее з...	Нижняя г...	Верхняя...	Един...
Режим	Седьмой	300.12	300	350	Hz

Рисунок 4.38 – Вхідні параметри та результати оптимізаційної задачі

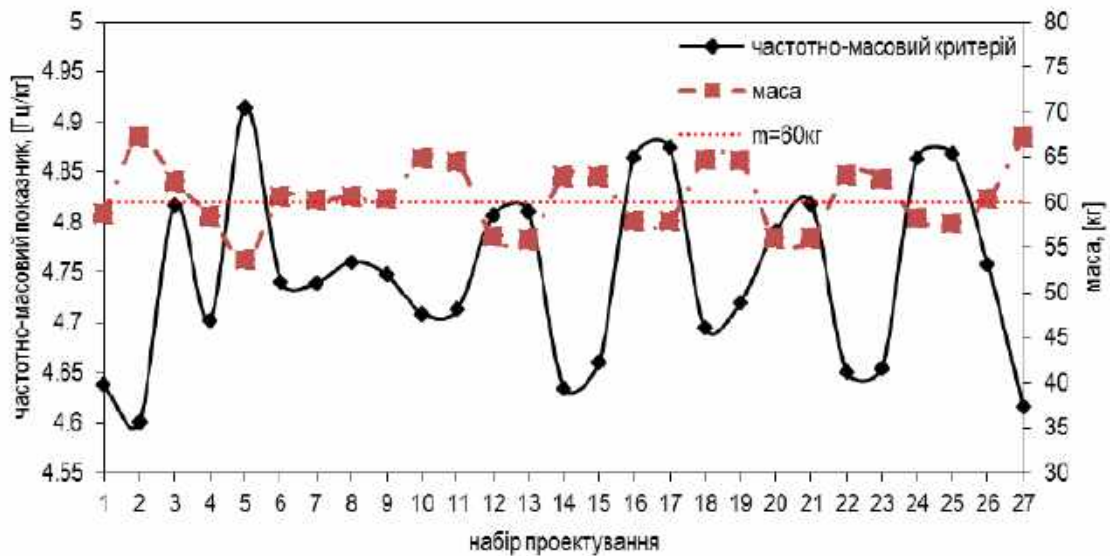


Рисунок 4.39 – Зміна частотно-масового показника $k_{f_0/m}$ в межах набору проектування

Вирішенням оптимізаційної задачі на базі введеного частотно-масового показника, оптимальними вибрано такі конструктивні параметри робочого органа: $DV1 = 22\text{ мм}$, $DV2 = 5\text{ мм}$, $DV3 = DV4 = 6,5\text{ мм}$.

Аналогічним чином розглянуто оптимізацію конструктивних параметрів довгомірної конструкції робочого органа вібраційного конвеєра (Додаток Ш). Також апробовано використання згаданого показника для вибору конструктивних параметрів довгомірного тонкостінного профілю складного поперечного перерізу [26].

Оптимізація робочих органів вібраційних машин має сенс базуватися на введеному частотно-масовому показнику, за яким в комплексі забезпечується їхня динамічна жорсткість (згинальна чи крутильна) і стійкість, з оптимальними конструктивними параметрами і збереженими масовими характеристиками машин.

4.3.3. Оптимізація конструктивних параметрів пружних елементів вібротрищин за значенням власних частот коливань

Маючи в наявності 3D-модель вібраційного пристрою для забезпечення розрахованих пружних параметрів потрібно встановити необхідні геометричні розміри пружин. Для відповідних одномасових складових вібраційного обладнання потрібно реалізувати відповідні (парціальні) частоти їх коливань:

- для маси m_1 – $\omega_{0m_1} = \omega / z_1 = 314/1,147 = 273,757$ рад/с (43,57 Гц);
- для маси m_3 – $\omega_{0m_3} = \omega / z_2 = 314/1,08 = 290,74$ рад/с (46,27 Гц).

Приймається, що матеріал пружин – склотекстоліт з наступними фізико-механічними характеристиками: модуль пружності першого роду $E = 1,7 \cdot 10^{10}$ Па, модуль пружності другого роду $G = 2,6 \cdot 10^9$ Па, коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,1$, густина $\rho = 1900$ кг/м³.

Для встановлення геометричних параметрів здійснюється частотний аналіз згідно МСЕ. За відомої довжини та ширини відповідних пружин підбираються їхні товщини так, щоб відповідні парціальні частоти відповідали розрахунковим значенням.

Попередньо значення товщини розраховується згідно формули [244]:

$$h_n = l_p \cdot \sqrt[3]{\frac{c}{E \cdot b_n \cdot i \cdot k_s}},$$

де l_p – довжина робочої ділянки пружини;

b_n – ширина пружини;

c – коефіцієнт жорсткості;

i – к-сть робочих ділянок пружини;

k_s – коефіцієнт защемлення (запасу жорсткості).

Значення відповідних параметрів наступне: $l_1 = 0,225$ м, $l_2 = 0,19$ м, $b_{n1} = b_{n2} = 0,1$ м, $i = 2$, $k_s = 0,7$ дозволили розрахувати відповідні значення товщини пружин: $h_{n1} = 0,019$ м, $h_{n2} = 9,54 \cdot 10^{-3}$ м (рис. 4.40).

Проведений прикладним модулем частотний аналіз на основі МСЕ встановив значення парціальних частот коливань активного та реактивного модуля, що різняться (на 1,6 Гц та 3,2 Гц) від розрахункових (рис. 4.41). Саме невідповідність парціальних значень власних частот коливань і інерційності робочої маси є на практиці проблемою досягнення відповідних частотних і кінематичних параметрів машини. Тому, потрібно збільшити розрахункову товщину пружин до тих значень, які задовольнятимуть закладеним власним частотам коливань.

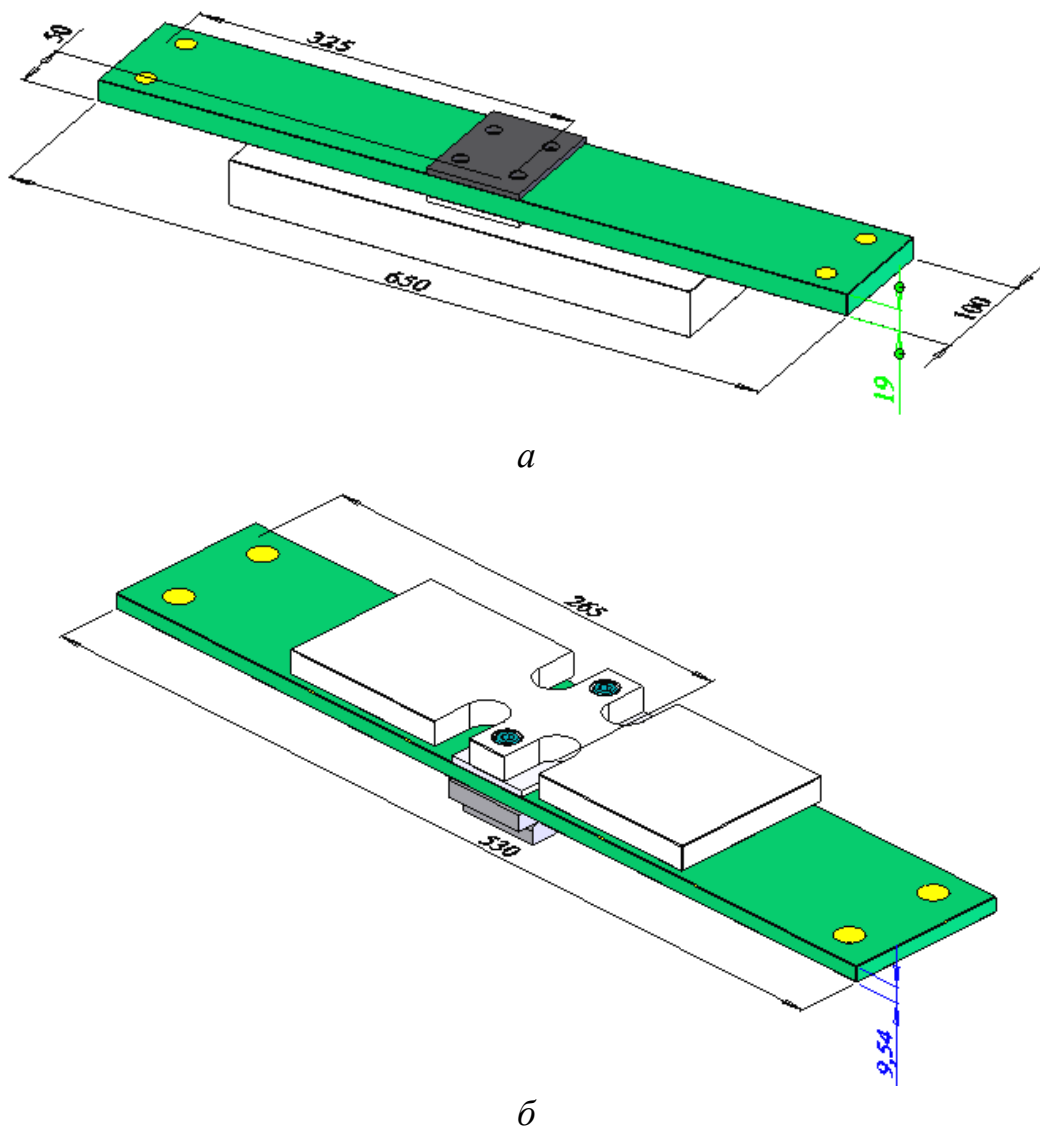
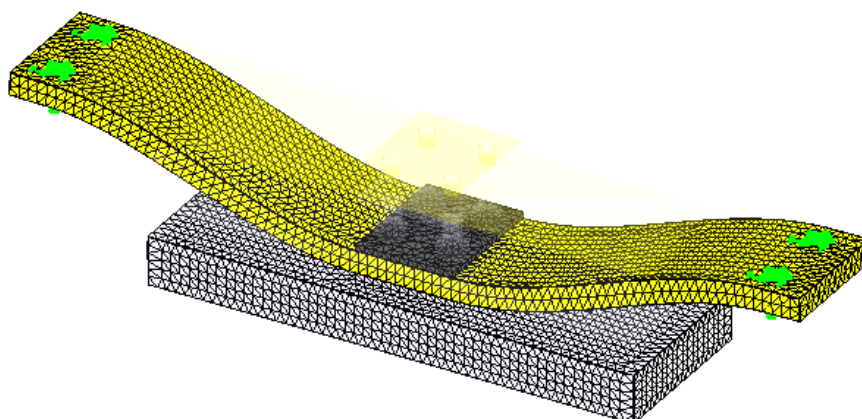


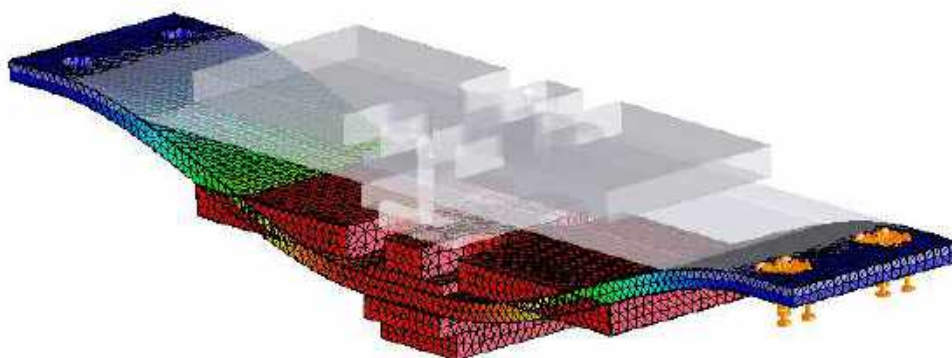
Рисунок 4.40 – Конструктивні параметри пружин активної (а) та реактивної (б) мас

Имя модели: активна_маса
 Имя упражнения: Упражнение 1
 Тип эпоры: Частотный Построение1
 Форма колебаний: 1. Значение = 41.943 Гц
 Шкала деформации: 0.279886



а

Имя модели: реактивная_маса
 Имя исследования: Исследование 1
 Тип эпоры: Частотный Перемещение1
 Форма колебаний: 1. Значение = 43.121 Гц
 Шкала деформации: 0.106962



б

Рисунок 4.41 – Результаты розрахунку парціальних частот систем за розрахованими конструктивними параметрами пружин

Синтез за частотним обмеженням. Для досягнення потрібної парціальної частоти коливань активної маси розв'язують в CosmosWorks формальну оптимізаційну задачу виду:

- цільова функція – мінімізація інерційності активної маси (формально)

$$m_1(h_{n1}) \rightarrow \min ;$$

- розрахункові параметри – товщина пружини

$$19\text{мм} < h_{n1} < 25\text{мм} ;$$

- обмеження на власну частоту коливань

$$43\text{Гц} < f_{0m_1} < 44\text{Гц}.$$

Результати розрахунку задачі (рис. 4.42 – рис. 4.44): оптимальне значення товщини пружини становить $h_{n1} = 19,375\text{мм}$, а парціальна частота становитиме $f_{0m_1} = 43,758\text{Гц}$, що відрізняється від розрахункового менше як на 0,3%.

Сведения о результатах этапов проектирования					
Номер повтора проектирования =					
Целевая функция					
Масса	Текущее	Начальное	Оптимальное		
	0	0	0		
Расчетные параметры:					
Расчетные параме...	Текущее з...	Оптимальн...	Нижняя гр...	Верхняя гр...	Ед
DV1	19.375	19.375	19	25	м
Проектные ограничения:					
Тип	Компонент	Текущее з...	Нижняя гр...	Верхняя гр...	Ед
Режим	Первый	43.758	43	44	Гц

Рисунок 4.42 – Результати розрахунку оптимізаційної задачі

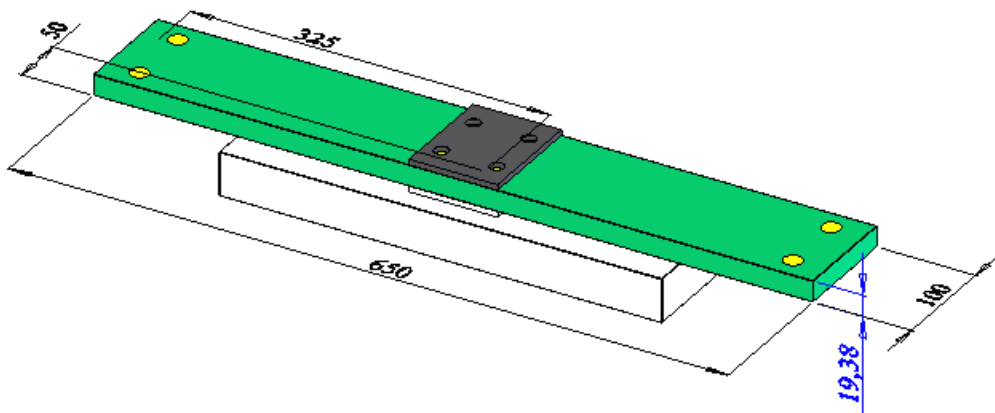


Рисунок 4.43 – Габаритні розміри пружини після оптимізації

Имя модели: активна_маса
 Имя упражнения: Упражнение 1
 Тип эпоры: Частотный Построение1
 Форма колебаний: 1 Значение = 43.758 Гц
 Шкала деформации: 0.278842

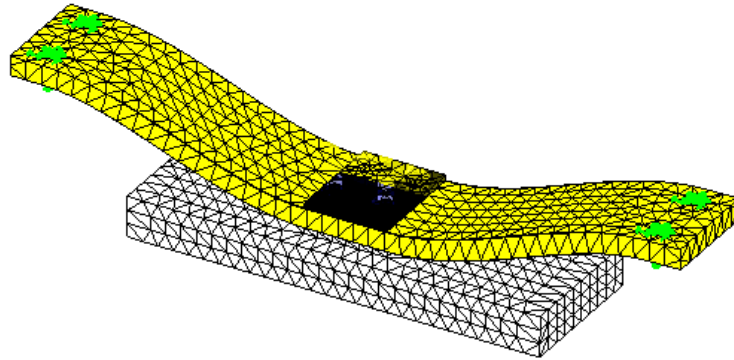


Рисунок 4.44 – Розрахункове значення парціальної частоти коливань активної маси

Оптимізація із визначенням значенням цільової функції. Для досягнення потрібної парціальної частоти коливань реактивної маси розв'язують з використанням SolidWorks Simulation оптимізаційну задачу виду:

- цільова функція – значення власної частоти коливань реактивної маси

$$f_{0m_3}(h_{n2}) \equiv 46,3 \text{ Гц};$$

- розрахункові параметри – діапазон товщини пружини, крок її зміни;

$$9,54 \text{ мм} < h_{n2} < 11 \text{ мм}; \Delta h_{n2} = 0,1 \text{ мм};$$

- обмеження – відсутні, оцінка значення інерційності функцією (формально)

$$m_3 \equiv m_3(h_{n2}).$$

Результати розрахунку (рис. 4.45 та рис. 4.46): раціональне значення товщини пружини становить $h_{n2} = 10 \text{ мм}$, за яким парціальна частота становитиме $f_{0m_3} = 46,103 \text{ Гц}$, (різниться від розрахункового менше як на 0,36%). Прикладний розрахунковий модуль здійснює перебудову конструкції розрахованого елемента у відповідність з конкретною ітерацією задачі оптимізації, зокрема за оптимальними характеристиками.

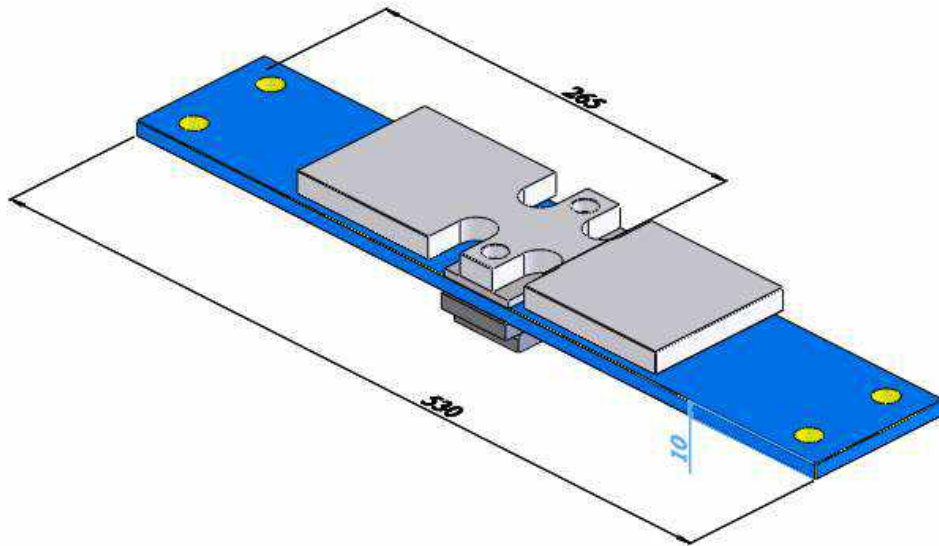


Рисунок 4.45 – Перебудова пружини за оптимальним значенням її товщини

Умови моделі: реактивна маса
 ІМЛ: дослідження, Ісолодівський
 Тип зв'язки: Частотний Переміщення
 Форма координат: 1. Зв'язано - 46,103 Гц
 Шкала деформації: 0,107051

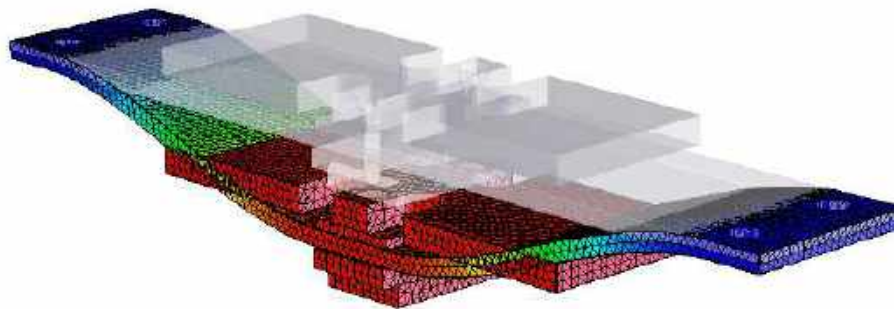


Рисунок 4.46 – Результат забезпечення потрібної парціальної частоти коливань 46,1 Гц з реактивною масою

4.4. Висновки до розділу 4

Розглянуто варіант практичної реалізації асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики на одній плоскій пружині з використанням абсолютно жорстких та податливих проміжних опор. На основі частотно-силового аналізу та розрахунком стержневої системи МСЕ отримано формули для забезпечення кратних власних частот.

Враховано контактну жорсткість між плоскою пружиною та циліндричною опорою, проведено аналіз міцності та довговічності за умовами роботи віброударної стержневої системи.

Для забезпечення міцності плоскої пружини:

- визначено згинальні напруження, що враховують асиметрію зміни пружної характеристики та миттєве переміщення локальної маси;

- розраховано контактні напруження та коефіцієнт жорсткості в контактній зоні на основі теорії Герца у вигляді функції миттєвого переміщення локальної маси;

- враховано параметричну залежність контактної жорсткості від переміщення у формулі для власної частоти згинальних коливань пружини з проміжними опорами. Це дало змогу під час динамічного аналізу врахувати вплив контактних деформацій на зміну значення власної частоти коливань у вигляді нелінійної функції;

- розглянуто динаміку напруженого стану плоскої пружини з врахуванням параметричної залежності контактної жорсткості від переміщення локальної маси. Внаслідок сумісного врахування контактних і згинальних напружень модифіковано формулу для визначення коефіцієнта запасу міцності та строку служби плоскої пружини.

В цілому, отримані результати підтверджують наявність віброударного режиму та роботоздатність плоскої пружини за запропонованою схемою в межах відповідних параметрів збурення.

Запропоновано частотно-масовий показник, який придатний для частотного аналізу різноманітних машинобудівних конструкцій (рам, каркасів, кузовів) з метою відносної оцінки динамічної жорсткості та вибору оптимальних конструктивних параметрів внаслідок розв'язування оптимізаційних задач на забезпечення власних частот коливань та інерційних характеристик. Даний показник може слугувати ефективним засобом для уточнення та вибору оптимальних варіантів машинобудівних конструкцій, попередньо розрахованих в прикладних програмних продуктах типу Ansys,

Cosmos, Nastran, APM WinMachine та інших. Використання частотно-масового показника апробовано на стержневих системах з дискретними та розподіленими параметрами, а також на типових зварних конструкціях (робочих органів вібраційних столів), підкріплених ребрами жорсткості.

Розв'язано задачі оптимізації параметрів конструктивних модулів вібраційних систем на базі плоских пружин за обмеженнями на власні частоти коливань з метою реалізації конструкцій резонансних вузлів двочастотних і віброударних машин.

РОЗДІЛ 5

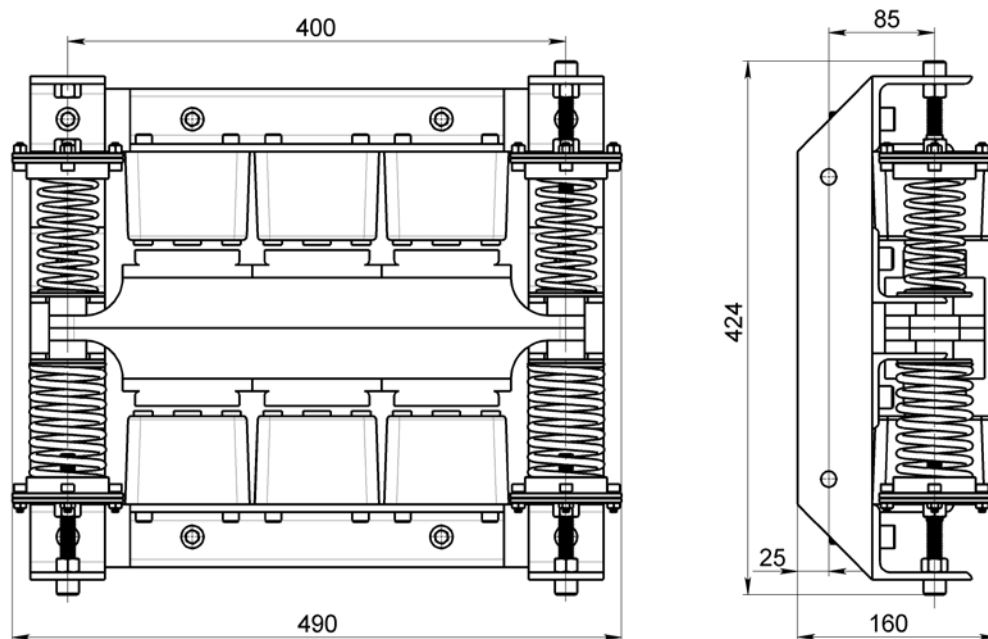
ПРИКЛАДНІ РОЗРОБКИ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМ

5.1. Розроблення уніфікованих модулів резонансних вібраційних машин

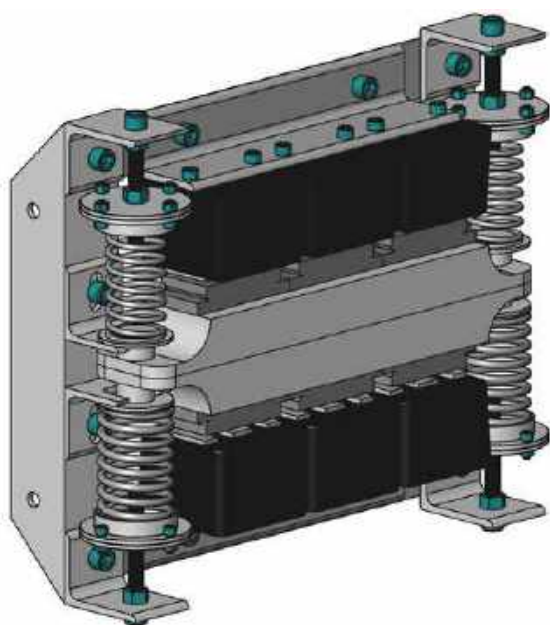
Для сучасних виробництв актуальним є використання різноманітних уніфікованих технологічних модулів, здатних розширити роботу машин з точки зору підвищення їхньої технологічної ефективності. Реалізація нових проектів спонукає інженерів до використання сучасних гнучких автоматизованих систем проектування, здатних не тільки раціонально реалізувати конструкторську ідею, але й оцінити ефективність та перевірити реальність впроваджуваного проекту. Для малих та середніх виробництв досить часто виникає потреба в устаткуванні, яке би можна було застосовувати на різних технологічних позиціях, за рахунок його конструктивного перетворення – введенням уніфікованих вузлів. Такий підхід, як правило викликаний частими змінами продуктивності та технології виробництва. Дуже часто можна зустріти варіант компоновки взаємозамінного устаткування на різних ділянках виробництва. Тому, виникає необхідність у розширенні спектру режимів роботи обладнання з можливістю переходу на різні технологічні режими. Можливість розширити спектр коливань системи вимагає конструктивних перетворень, так як спроектований модуль можливо не передбачав структурних змін відносно номенклатури чи режиму роботи обладнання. З цієї причини виникає необхідність розробки уніфікованих вузлів, придатних до структурних і параметричних змін, виходячи з переслідуваних режимів роботи установки. Тому, при їх розробленні необхідно закладати здатність нового вузла до реалізації різноманітних режимів роботи. Більш практичним в цьому сенсі є підхід до проектування, що здатний реалізувати конструкцію з можливістю параметричних змін однієї із ланок модуля. В практиці використання вібраційних систем найкраще зарекомендував себе варіант вибору пружних параметрів із наперед закладеного набору можливих

режимів. Розглянуто завдання розроблення уніфікованого вібраційного модуля, що представлятиме силову механічну коливальну систему з електромагнітним приводом для збурення напрямлених коливань робочих органів вібраційних машин та реалізації одно- та двочастотних резонансних режимів роботи є актуальною. Вібраційний модуль (рис. 5.1) виконаний розбірного типу та комплектується циліндричними пружинами. Для генерації коливань використовують ЕМВ, якорі яких встановлені на реактивній масі. Бічні кутники мають посадочні отвори з можливістю жорсткого кріплення модуля до робочих органів для реалізації вібраційних технологічних машин. Центр мас конструкції знаходиться на лінії дії тягового зусилля. Вібраційний модуль може бути виконаний різних габаритів та схем живлення (представлений прототип із двотактною схемою живлення), залежно від реальної маси та потрібної амплітуди коливань робочого органа технологічної установки. За необхідності, на основі набору модулів, можна формувати вібраційні блоки для реалізації асиметричних коливань за різними траєкторіями (в т.ч. просторових). У якості силової частини модуля використовують електромагніти серій ЭМ68-**М чи ЭМК-2 (** – цифри 5-8 визначають силові характеристики та потужність електромагніту). Основна задача уніфікованого вібраційного модуля – це розширення спектру коливань двомасових резонансних вібраційних систем реалізацією віброударного резонансного режиму на основі типової схеми включення та асиметричних пружних характеристик пружин з можливістю зміни їхнього попереднього натягу (з метою регулювання амплітудних значень на відповідних гармоніках) [52].

За структурним компонованням вібраційний модуль є двомасовою механічною коливальною системою у складі активної та реактивної мас, що зазнають силового електромагнітного збурення (рис. 5.2). Потрібно, щоб інерційні характеристики коливальних мас були наперед визначені.



a



б

Рисунок 5.1 – Вібраційний
модуль з двотактним
приводом:

a – проєкційний вигляд;

б – просторовий вигляд

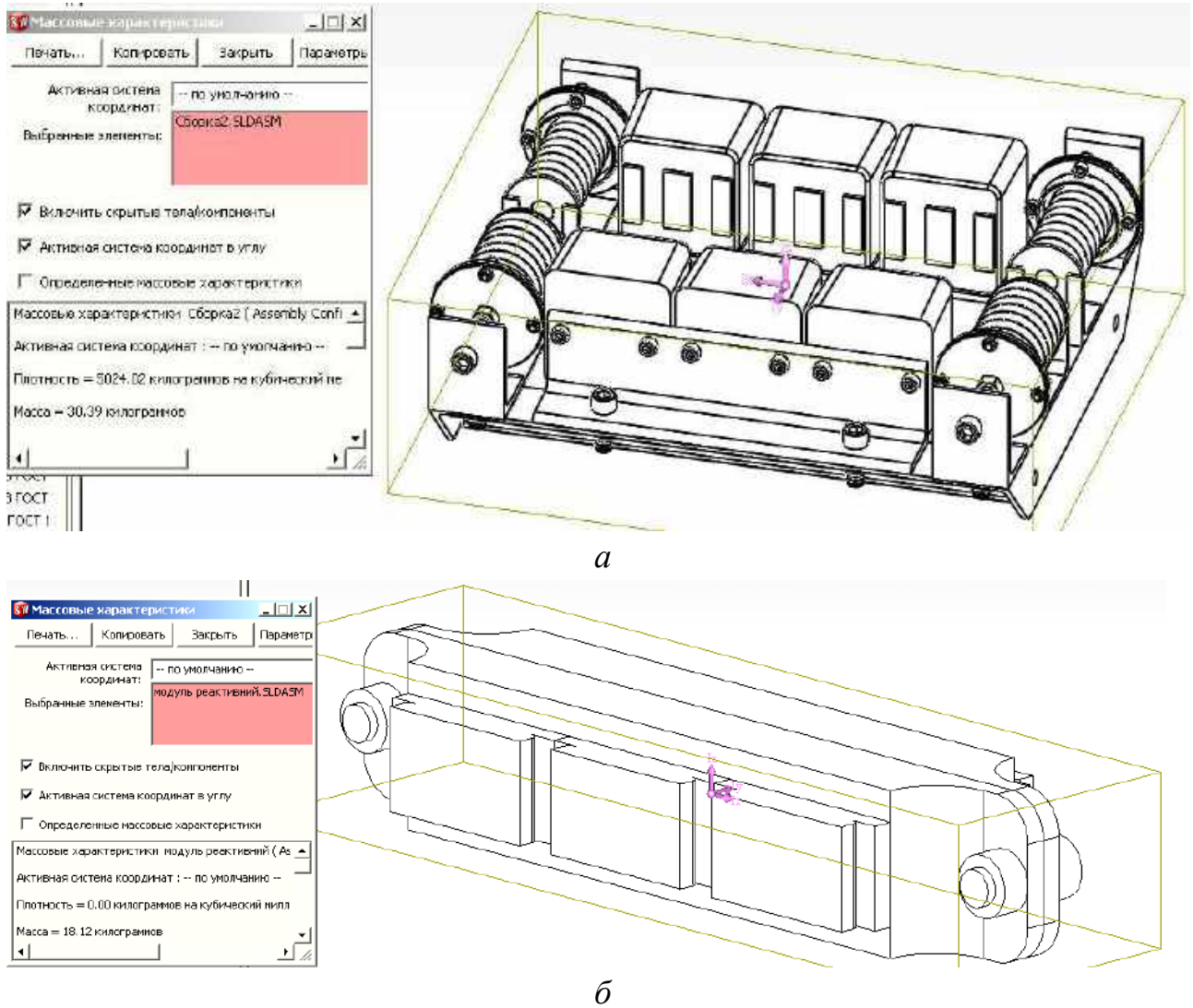


Рисунок 5.2 – Інерційні характеристики складальних одиниць вібраційного модуля: активної m_a (а) та реактивної m_p маси (б)

Вібраційний модуль здатний реалізувати різноманітні, відомі в практиці як кусково-лінійні пружні характеристики (рис. 5.3). За проектного розрахунку синтезуються пружні параметри з визначенням коефіцієнтів жорсткості циліндричних пружин:

$$c_1 = [m_1 m_2 / (m_1 + m_2)] \omega_{01}^2,$$

$$c_2 = [m_1 m_2 / (m_1 + m_2)] \omega_{02}^2,$$

де ω_{01} , ω_{02} – закладені значення власних частот коливань;

$m_1 = m_p + m_a$ – сумарна маса робочого органа та активної маси вібраційного модуля;

$$m_2 = m_{\text{реак}} + \frac{1}{3}m_n - \text{приведена сумарна маса реактивної частини вібраційного}$$

модуля та пружної системи. На практиці рекомендують [89] не перевищувати відношення $m_1/m_2 = 5-7$.

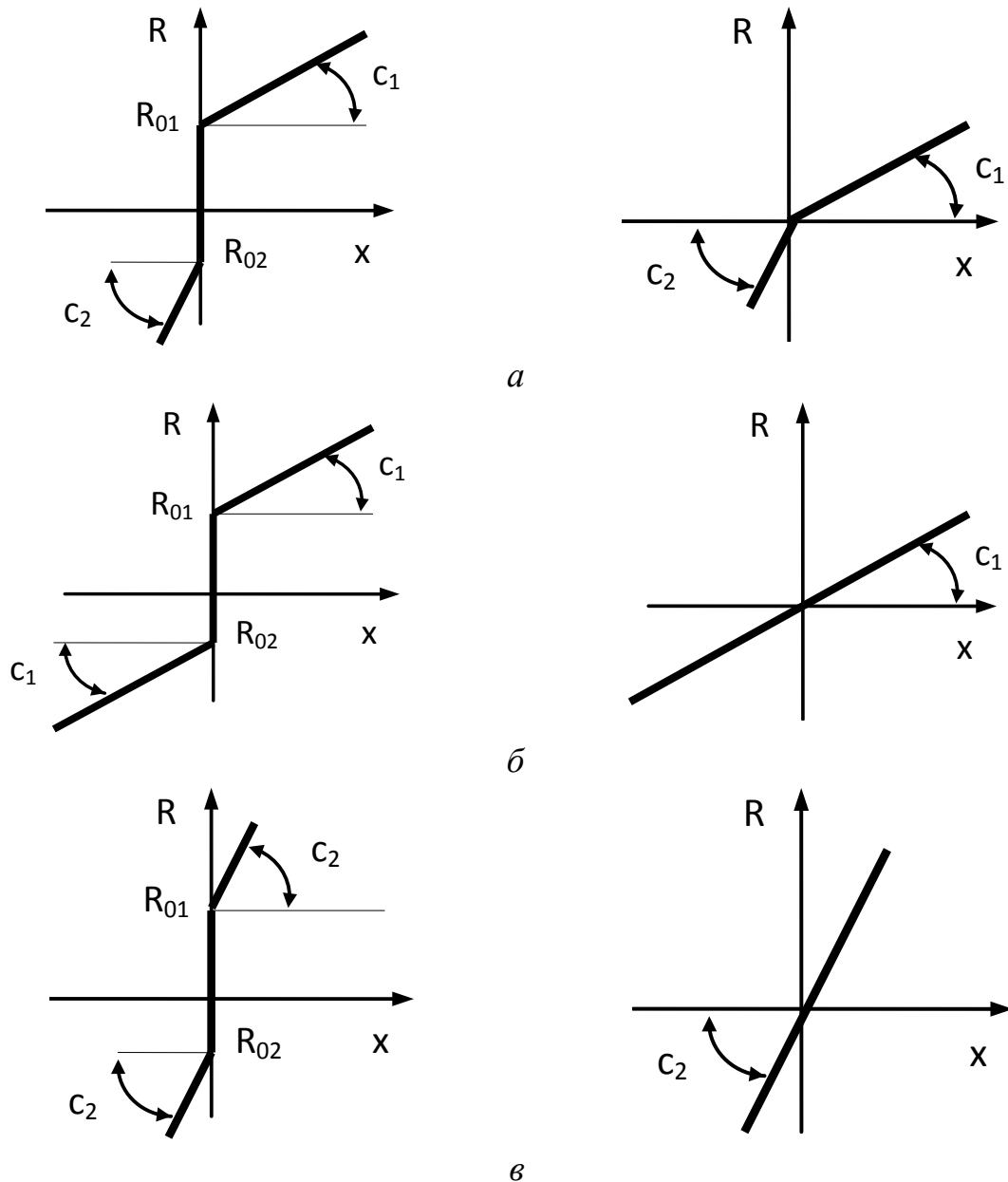


Рисунок 5.3 – Типові кусково-лінійні пружні характеристики вібраційного модуля: асиметричні (а) та симетричні (б, в); зліва – з попереднім натягом, справа – без попереднього натягу пружин

Розроблений модуль здатний використовувати типові одночастотні симетричні режими роботи, залежно від необхідної частоти коливань. Для цього

необхідно внести конструктивні зміни, а саме від'єднати опорні кутники. Таким чином, реактивна коливальна маса буде затиснута між пружинами, як і в традиційних конструкціях електромагнітних приводів. Ефектом від впровадження модуля є асиметрія пришвидшення робочого органа та наявність полічастотного спектру, що значно підвищує якісні та кількісні показники процесів ущільнення, грохочення та транспортування, а також змінюються технічні характеристики (табл. 5.1).

Таблиця 5.1 – Технічні характеристики вібраційного модуля

Режими роботи (без системи керування), [Гц]:	
— одночастотний	50, 100
— віброударний	50/100
Маса модуля, [кг]	50
Приєднана маса робочого органа, [кг]	до 100
Споживана потужність модуля, [кВт]	0,9
Номинальне тягове зусилля на частоті 50 Гц, [Н]	900
Габаритні розміри, [мм]:	400x460x150

Під час монтажу вібраційного модуля потрібно традиційно забезпечити положення центрів мас робочого органа та модуля на лінії дії тягового зусилля ЕМВ та високу жорсткість конструкціям робочого органа і вібраційного модуля для виключення будь-яких паразитних коливань на робочому органі (рис. 5.4).

Нового типу резонансний вібраційний модуль [53] (рис. 5.5) реалізується за результатами частотно-силового аналізу стержневої системи (див. розділ 4). Особливістю системи є використання однієї плоскої пружини та жорстких обмежувачів з можливістю реалізації пружних характеристик, що на рис. 5.6.

Для збурення використовується два електромагніти вібраційних типу (з U-подібними осердями). Параметри електровібраційної системи модуля наступні: $w = 650$, $S = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, $n = 2$, $r_{np} = 18 \text{ Ом}$, $r^{<+>} = 0,001 \text{ Ом}$, $r^{<->} = 10^8 \text{ Ом}$, $\delta_0 = 0,004 \text{ м}$, $z = 0,96$, $\gamma = 0,04$, $m_{зав} = (0 - 20) \text{ кг}$ – маса технологічного завантаження.

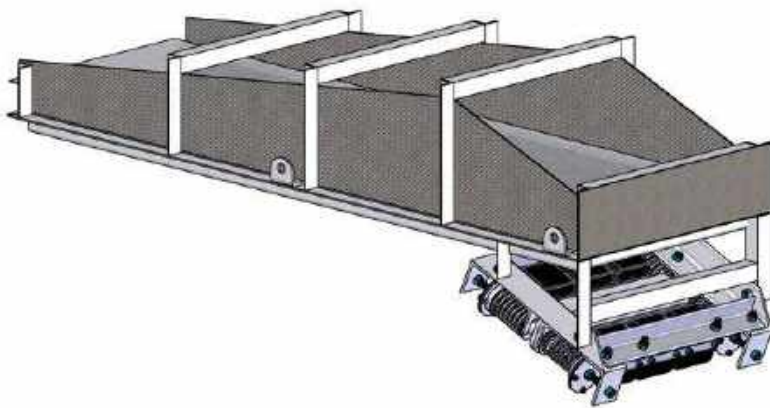
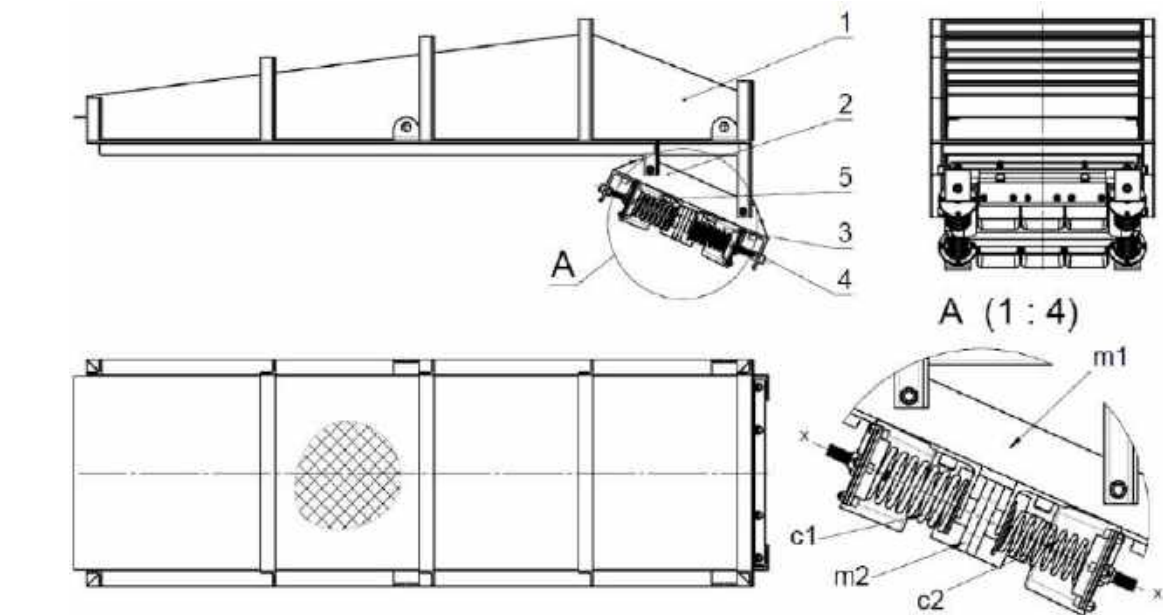


Рисунок 5.4 – Загальний вигляд віброударного грохота з електромагнітним приводом: 1 та 2 – робоча та реактивна коливальна маса, 3 та 4 – верхня та нижня пружини, 5 – гумовий віброізолятор, 6 – рама

Для енергетичної оцінки роботи навантаженого $m_{зав} = 5 \text{ кг}$ модуля встановлено умову реалізації перевантаження на робочій масі величиною не менше $\Gamma \cong 10$. Для цього підбирається номінальне значення напруги живлення (табл. 5.2). Прийнято, що модель завантаження представлено у вигляді статичної маси $m_{зав}$ та у динамічній моделі враховується коефіцієнтом приєднання $k_{пр} = 1$ з коефіцієнтом в'язкого тертя, пропорційним до згаданої маси $b(m_{зав}) = m_{зав} \omega$.

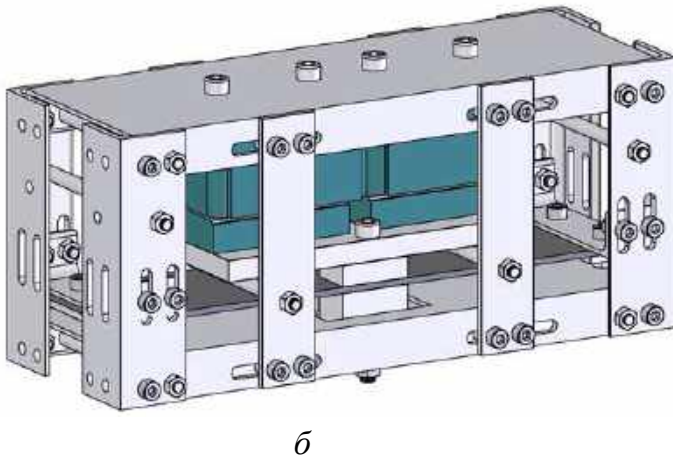
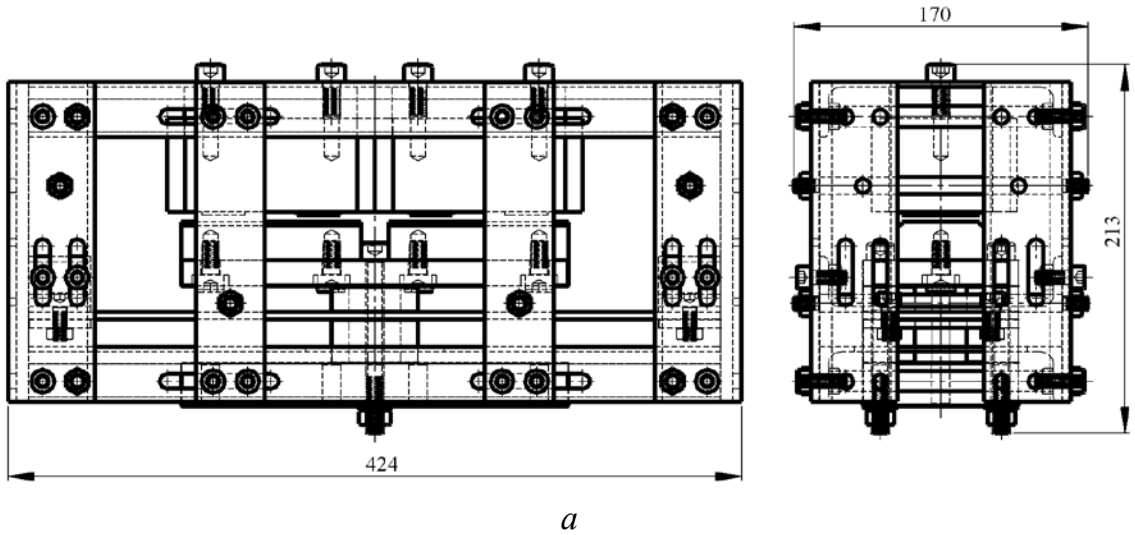


Рисунок 5.5 – Проекційний (а) та просторовий (б) вигляди вібраційного модуля для експериментальних досліджень

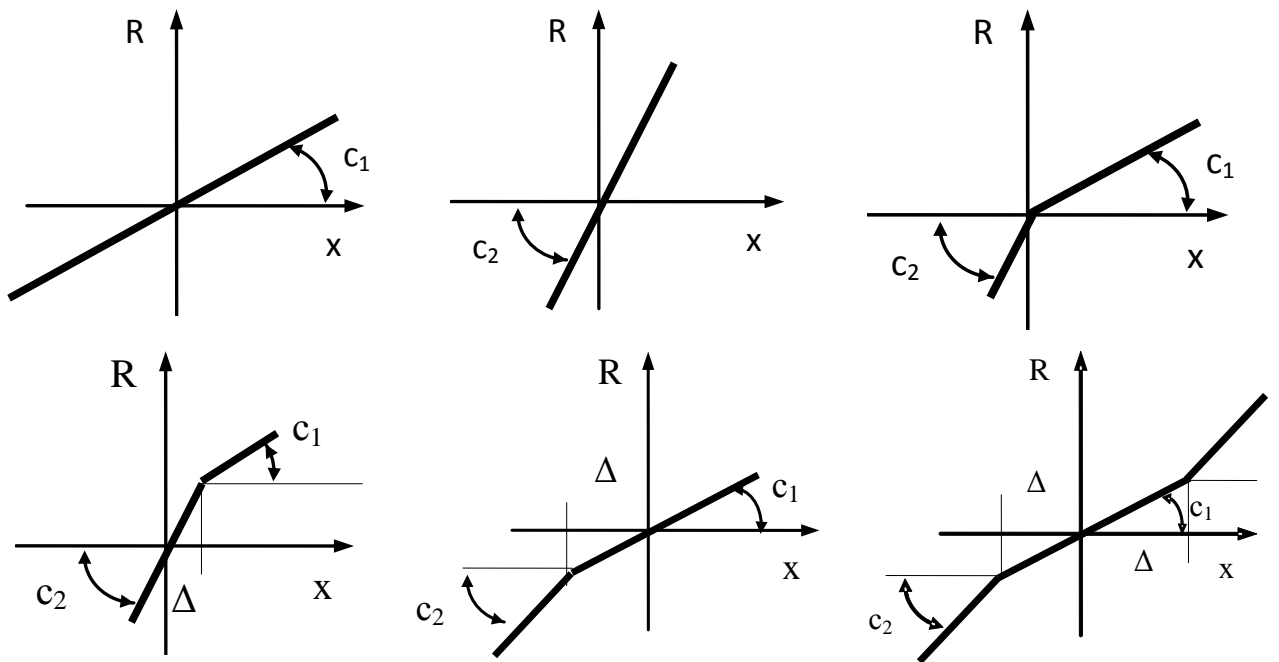


Рисунок 5.6 – Можливі пружні характеристики вібраційного модуля

Таблиця 5.2 – Теоретичні режими та показники роботи вібраційного модуля

Система	Основні характеристики		
	$a_{p \max}$, [м/с ²]	U_0 , [В]	ζ_a , [(м/с ²)/Вт]
віброударна із зазором ($\Delta=0,001$ м)	100,34	105	0,357
віброударна без зазору	104,09	57	0,836
гармонійна одночастотна (50Гц)	100,81	74	0,517
гармонійна одночастотна (100Гц)	100,46	112	0,126

Відносні залежності для пришвидшення та ефективності функціонування вібраційного модуля за енергетичним критерієм за різної приєднаної до робочого органа маси $m_{зав}$ для одночастотного 50Гц режиму ілюстрована рис. 5.7. Найвища стійкість за питомим енергетичним критерієм ζ_a притаманна віброударній системі із зазornoю пружною характеристикою, сформованої на базі резонансної пружини двомасової системи з частотою 50Гц. Поясненням цьому є сильно нелінійна АЧХ та суттєво збільшене значення ширини резонансної зони. Високе значення критерію ефективності властиве віброударній системі з оптимальною пружною характеристикою за низьких технологічних навантажень. Однак, зважаючи на лінійний характер АЧХ таких систем подальша їхня стійкість суттєво порушується за збільшення маси завантаження. Очевидним (рис. 5.7) є те, що високочастотна 100Гц система поступається за енергетичною ефективністю 50Гц одночастотній системі. Модуль визначається різними технічними характеристиками за одночастотних та віброударних режимів (табл. 5.3).

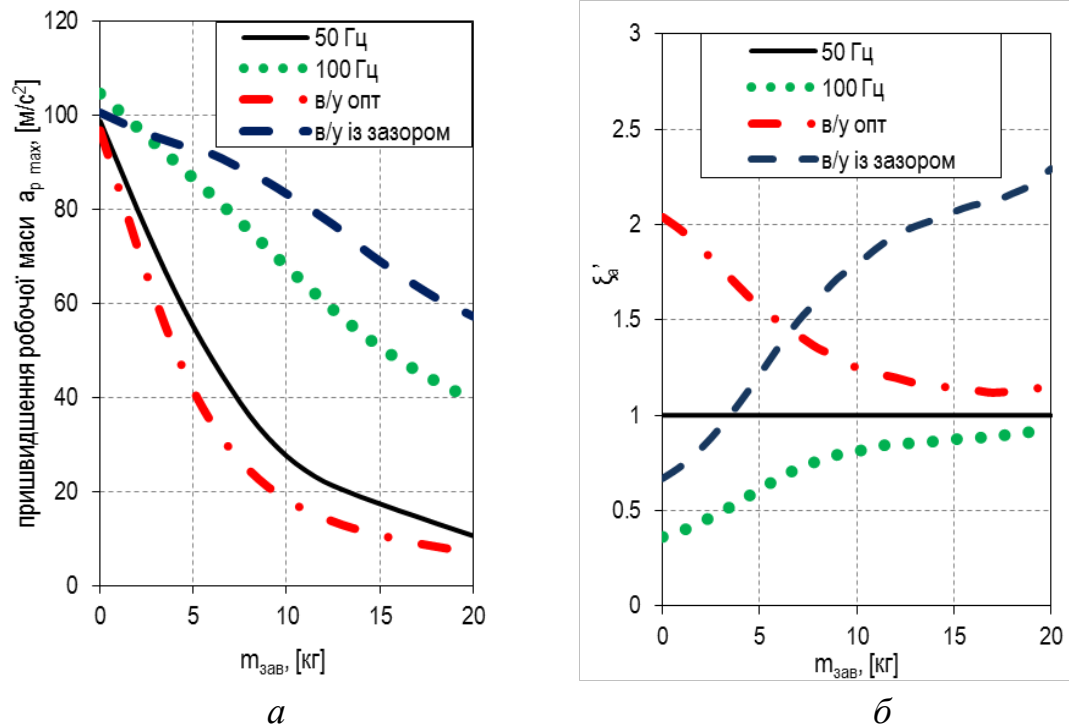


Рисунок 5.7 – Відносні криві функціонування вібраційного модуля за пришвидшенням (а) та критерієм ефективності (б) для: одночастотних режимів 50 Гц і 100 Гц, віброударної системи із зазором, віброударної системи з оптимальною пружною х-кою, для одночастотного режиму

Таблиця 5.3 – Технічна характеристика вібраційного модуля

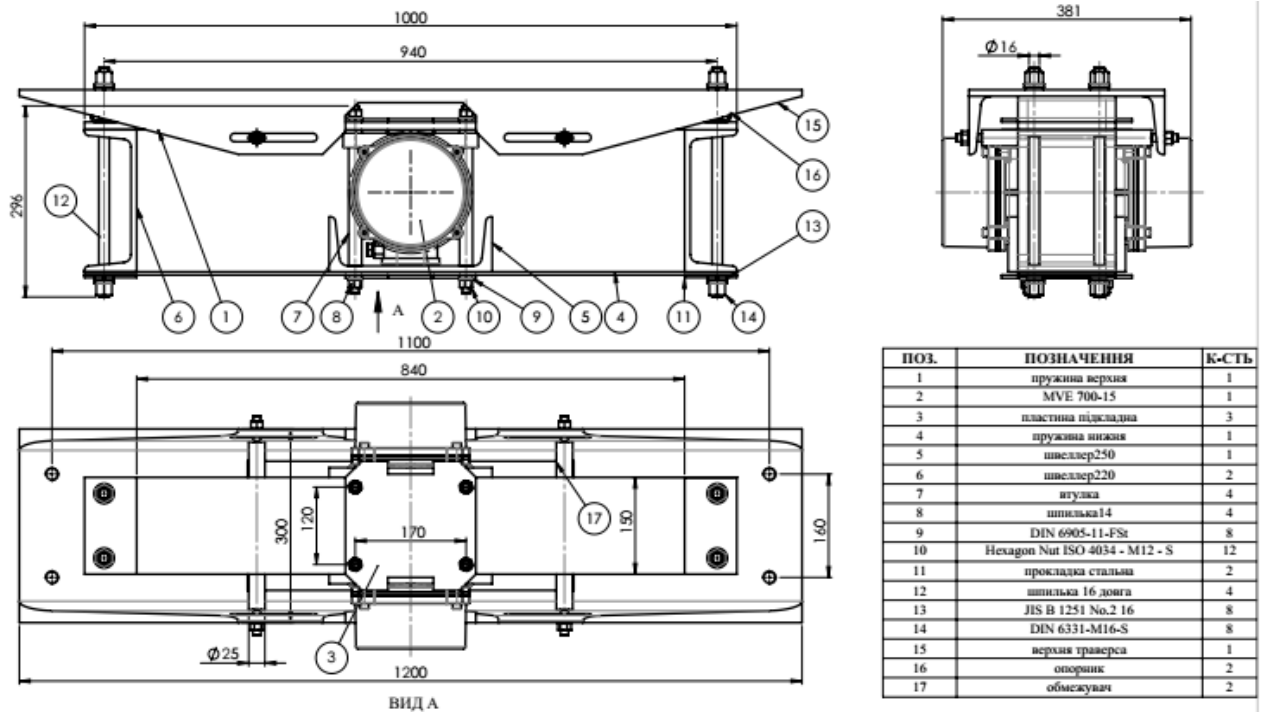
Режими роботи (без системи керування [49]), [Гц]:	
– одночастотний	50, 100
– віброударний	50/100
Маса, [кг]	
– робоча m_1	22
– реактивна m_2	11
Приєднана до робочого органа маса $m_{пр}$, [кг]	10
Перевантаження робочого органа Γ ,	5
Споживана потужність модуля для режиму, [Вт]	
– низькочастотного (50 Гц)	399
– високочастотного (100 Гц)	400
– віброударного із зазором	311
– віброударного без зазору	211
Габаритні розміри, [мм]	424x213x170

За аналогією до систем з ЕМВ запропоновано конструкцію модуля на базі інерційного привода (рис. 5.8). Модуль виконаний за двомасовою структурою з використанням двох плоских пружин: верхньої – 1 та нижньої 4. Таке виконання дозволяє реалізувати напрямлені коливання. Універсальність модуля визначається можливістю реалізації одно-, двочастотних і віброударних режимів. Для використання віброударних режимів застосовуються проміжні прогумовані циліндричні опори-обмежувачі 17, що контактують з верхньою пружиною (без них наявний одночастотний режим). Двочастотні коливання на такій конструкції можливі, якщо використати додатковий дебаланс (мотор-вібратор), вмонтований внизу під основним віброзбудувачем за поз. 2. Верхньою траверсою 15 модуль кріпиться до виконавчого органа для реалізації технологічної машини. Конструкція (рис. 5.8, а) має недоліки у вигляді горизонтальних коливань, натомість конструкція за рис. 5.8, б дещо ускладнена та збільшена в габаритах наявністю двох вібраторів, де горизонтальні рухи взаємоврівноважуються.

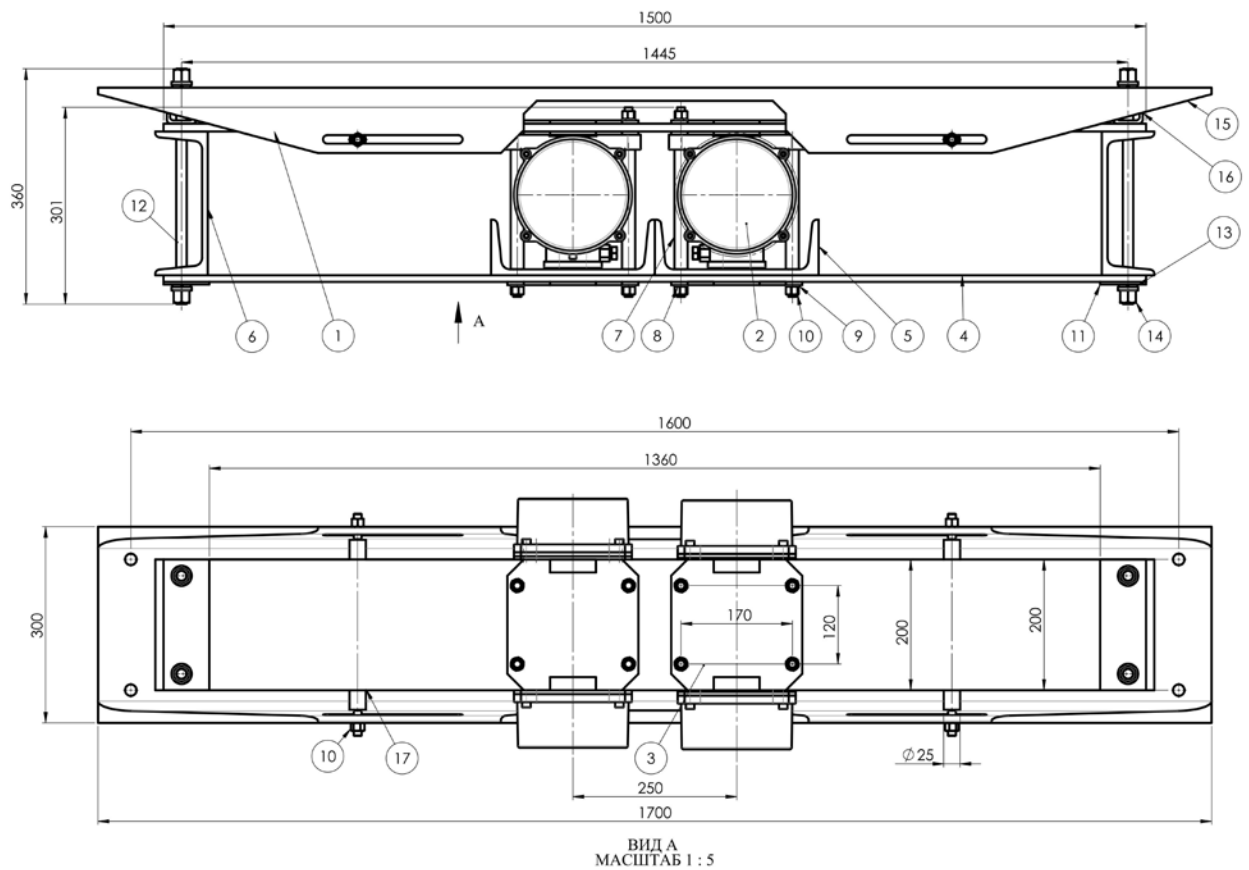
Розрахункову схему для конструкції з одним дебалансом (рис. 5.9), подано без врахування поворотних і горизонтальних рухів системи, включає такі силові фактори:

- зусилля збурення F_0 ;
- реакції проміжної опори від контактної сили Q_1 ;
- реакції в закріпленнях верхньої та нижньої пружин R_1, R_2, R_3 .

Для розрахунку конструкції доцільно скористатися значенням відносної амплітуди коливань рухомих мас: $y(t) = y_1(t) - y_2(t)$.



а



б

Рисунок 5.8 – Загальний вигляд віброударного модуля з інерційним приводом:

а – з одним вібратором; б – з двома вібраторами

Проблему встановлення залежності пов'язано з необхідністю розв'язку динамічної задачі з врахуванням дійсних параметрів системи та збурення. Рівняння динамічного стану віброударного модуля записано у спрощеному виді:

$$m_{np} \ddot{y}(t) + \begin{cases} (c_I + c_{III})y(t) + (b_I + b_{III})\dot{y}(t), & y(t) \geq 0 \\ (c_{II} + c_{III})y(t) + (b_{II} + b_{III})\dot{y}(t), & y(t) < 0 \end{cases} = F_0 \sin(\omega t),$$

де c_I, c_{II} – коефіцієнти жорсткості верхньої пружини без опор та з опорами; c_{III} – коефіцієнт жорсткості нижньої пружини; $b_I = \gamma c_I / \omega$, $b_{II} = \gamma c_{II} / \omega$, та $b_{III} = \gamma c_{III} / \omega$ – відповідні коефіцієнти в'язкого тертя; γ – коефіцієнт внутрішніх втрат.

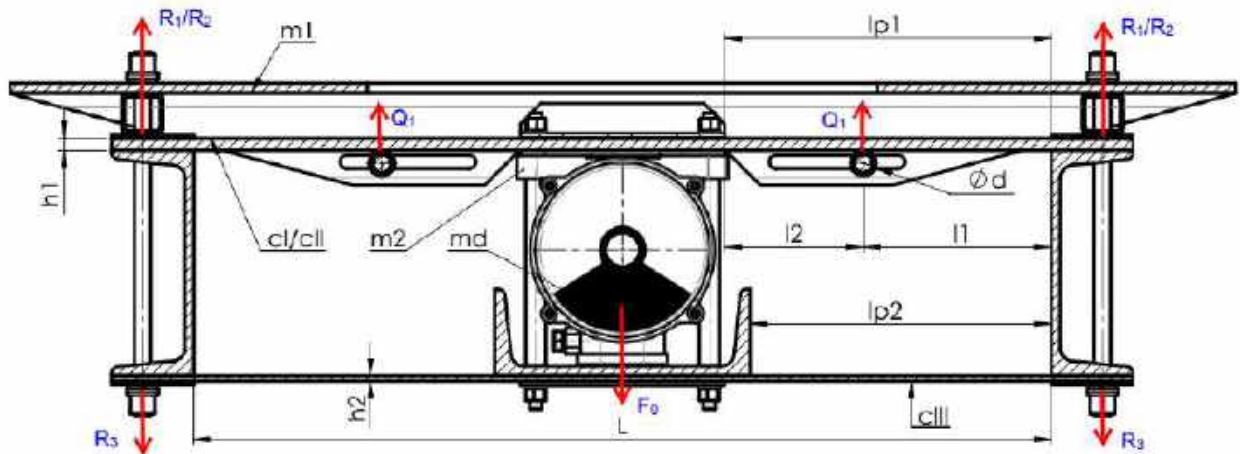


Рисунок 5.9 – Розрахункова схема вібраційного модуля

Характеристики роботи реалізованого віброударного режиму напряму залежать від коефіцієнтів жорсткості плоских пружин, що визначають наступним чином:

$$c_I = \frac{192EJ_1}{L_n^3}, \quad c_{II} = \frac{6EJ_1(l_1 + 4l_2)}{(l_1 + l_2)l_2^3}, \quad c_{III} = \frac{192EJ_2}{L_n^3},$$

де $J_1 = b_{n1}h_{n1}^3/12$, $J_2 = b_{n2}h_{n2}^3/12$ – моменти інерції поперечного перерізу плоских пружин; b_n і h_n – ширина і товщина пружин.

Між коефіцієнтами жорсткості доцільно забезпечити такі співвідношення

$$c_I + c_{III} = m_{np} \left(\Theta \frac{\omega}{z} \right)^2, \quad \frac{c_{II}}{c_I} = n_c, \quad \frac{c_{III}}{c_I} = 0,25.$$

Відношення n_c та коефіцієнт Θ забезпечують відповідні параметри віброударного режиму та частотні характеристики системи. Їх доцільно приймати в межах $\Theta = 0,7 - 1$ і $n_c = 4 - 9$ та вибирати на основі аналізу динамічної задачі побудовою та розв'язуванням встановлених оптимізаційних задач.

Розрахунковим параметром доцільно брати коефіцієнт жорсткості верхньої пружини

$$c_I = 0,75 m_{np} \left(\Theta \frac{\omega}{z} \right)^2.$$

Відношення коефіцієнтів жорсткості n_c залежить від відношення l_1/l_2 (табл. 5.4), яке в свою чергу не залежить від довжини пружини L_n .

Таблиця 5.4 – Співвідношення відстаней до проміжних опор та ступеня жорсткості плоскої пружини

n_c	4	5	6	7	8	9
l_1/l_2	0,82	1	1,16	1,3	1,43	1,55

Більш навантаженою за умовами роботи є верхня пружина. Вводиться поняття розрахункової сили пружності F , що діє в центральному перерізі пружини та змінюється за законом:

$$F(t) = \begin{cases} c_I y(t), & y(t) \geq 0, \\ c_{II} y(t), & y(t) < 0. \end{cases}$$

Сила пружності змінюється за амплітудою коливань:

$$\begin{cases} F^+ \\ F^- \end{cases} = \begin{cases} c_I y^+, & y(t) \geq 0, \\ c_{II} |y^-|, & y(t) < 0, \end{cases}$$

де y^+ , y^- – розрахункові значення амплітуди відносних коливань при русі вгору та вниз.

Далі перевіряють пружину за сумісної дії згинальних і контактних напружень приведеним коефіцієнтом запасу міцності.

Для апробації методики взято вібраційну систему з такими вихідними даними: $m_1 = 40$ кг, $m_2 = 20$ кг, $m_{np} = 13,33$ кг, $\omega = 157$ рад/с, $z = 0,96$, $F_0 = 200$ Н, $\gamma = 0,025$, $\Theta = 0,8$, $n_c = 9$, $L_n = 0,84$ м, $l_{p1} = 0,35$ м. Розраховано наступні параметри: $l_1 = 0,255$ м, $l_2 = 0,165$ м, $h_{n1} = 4,93 \cdot 10^{-3}$ м, $y^+ = 1,835 \cdot 10^{-3}$ м, $y^- = -8,624 \cdot 10^{-4}$ м, $F^+ = 314,14$ Н, $F^- = 1,329$ кН, $\sigma_{\max}^I = 40,66$ МПа, $\sigma_{\max}^{II} = 86,33$ МПа, $\tau_{\max}^I = 0,48$ МПа, $\tau_{\max}^{II} = 2,02$ МПа, $Q_1 = 896,45$ Н, $\sigma_{екв}^k = 150,18$ МПа, $\sigma_{екв}^I = 40,67$ МПа, $\sigma_{екв}^{II} = 86,42$ МПа, $\sigma_a = 63,49$ МПа, $\sigma_c = -22,84$ МПа, $n_\sigma = 3,69$, $n_c = 6,99$, $n = 3,26$.

Завершальним етапом проектного розрахунку є перевірка міцності верхньої траверси. Для цього потрібно визначити реакції в закріпленнях плоских пружин. Запропонована схема визначає такі формули для визначення опорних реакцій: $R_1 = 0,5c_I y^+$, $R_2 = 0,5c_{II} y^-$, $R_3 = 0,5c_{III} y^+$. Максимальне розрахункове навантаження в місцях кріплення пружин на траверсі становитиме: $R_{\max} = R_2 + R_3$.

За визначених параметрів максимальне навантаження від закріплення пружин на траверсі складає $R_{\max} = 625$ Н. Також у вигляді навантаження використовують реакції в закріпленнях проміжних опор від значення контактної сили Q_1 (рис. 5.9). Для фіксації конструкції використано технологічні монтажні отвори. За розрахунком конструкції траверси МСЕ (рис. 5.10) встановлено максимальне напруження за Мізесом 109,1 МПа.



Рисунок 5.10 – Напружено-деформований стан верхньої траверси

Таким чином, траверса витримує навантаження, що спричиняють розрахункові пружні та контактні сили в межах заданих режимних та конструктивних параметрів. Для реалізації конструкції остаточно потрібно здійснити частотний аналіз виконавчої частини конструкції, реалізованої на базі траверси.

5.2. Експериментальні дослідження резонансного вібраційного модуля з електромагнітним приводом

Представлений експериментальний зразок двомасового вібраційного модуля з електромагнітним приводом (рис. 5.11) комплектується плоскими пружинами (рис. 5.12) для реалізації резонансних одночастотних (50 Гц і 100 Гц) і віброударних режимів.

Експериментальні дослідження проведені з використанням (рис. 5.13) двоканального USB-осцилографа (АЦП IRIS) з двома акселерометрами з таруванням 66 [мВ]/g та 200 [мВ]/g . Для аналізу параметрів коливань застосовувався звуковий генератор ЗГ-34, цифровий частотомір ЧЗ-32, амперметр з границею виміру 5А та лабораторний автотрансформатор з напругою до 250 В.

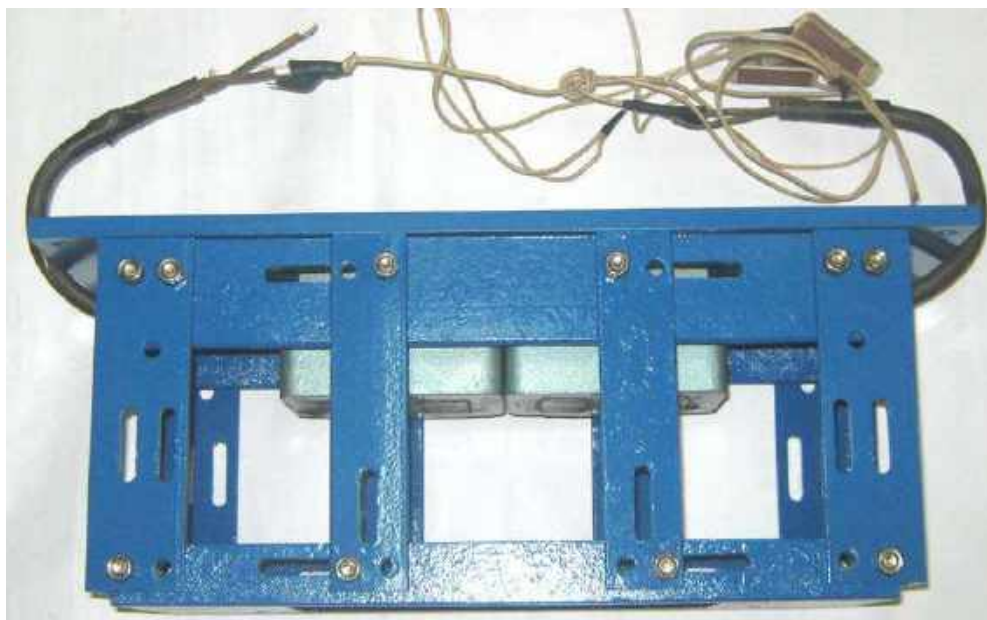
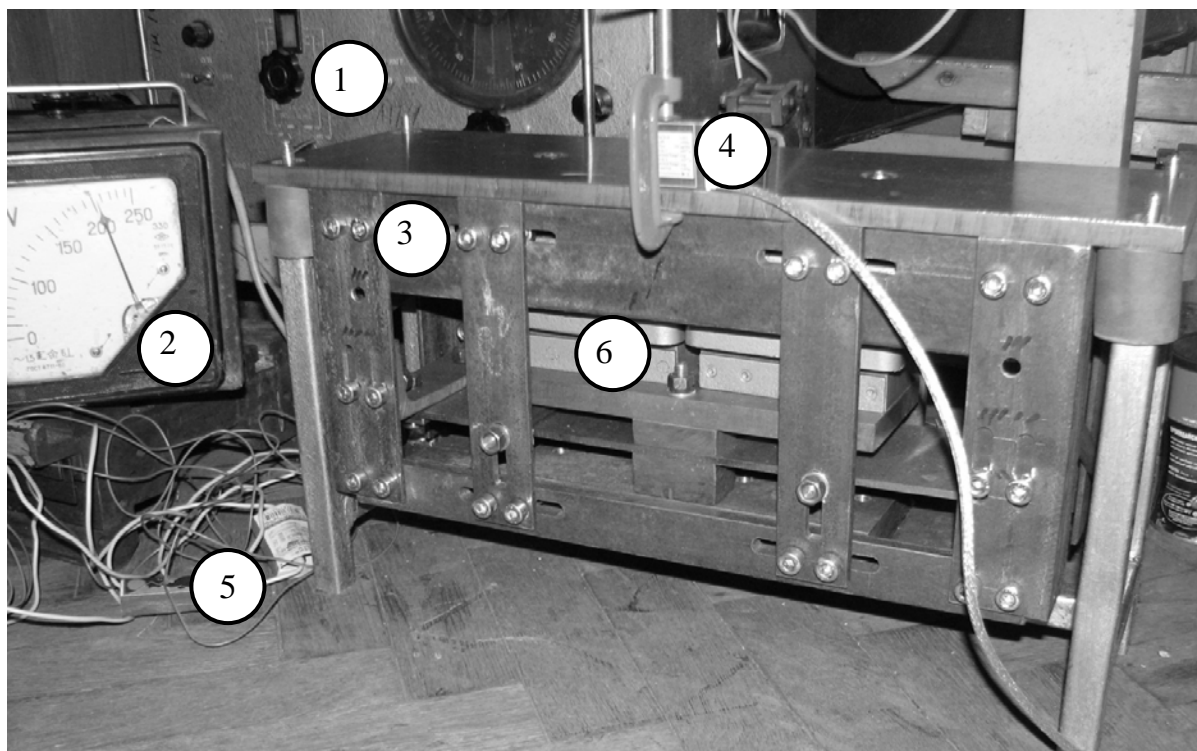
*a**б*

Рисунок 5.11 – Вигляд основних вузлів та деталей експериментального зірця віброударного модуля: *a* – корпусна (робоча) маса; *б* – реактивна маса



Рисунок 5.12 – Основні вузли та деталі експериментального взірця віброударного модуля (зверху вниз): рама, реактивний модуль, робоча маса, циліндричні опори, гумові віброізолятори, плоска пружина



a



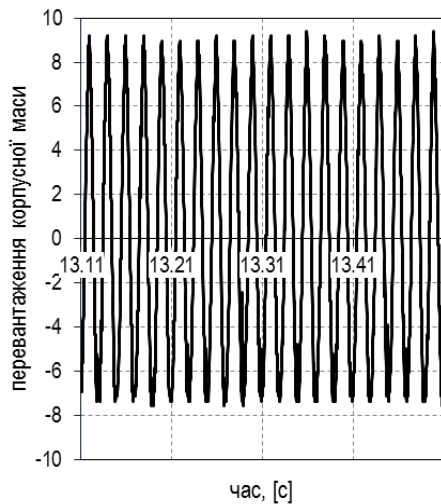
б

Рисунок 5.13 – Вигляд експериментального взірця віброударного модуля з вимірювальною апаратурою (а) та після випробувань (б):

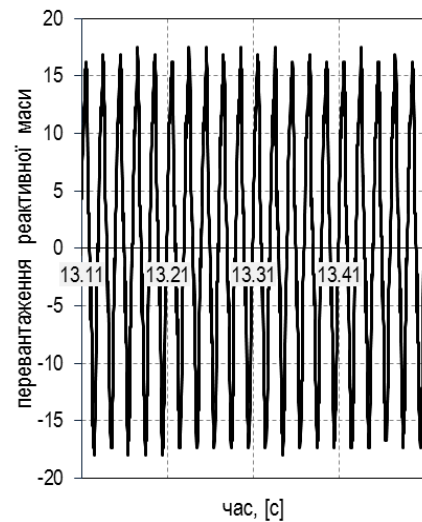
1 – звуковий генератор ЗГ-33; 2 – ЛАТР; 3 – вібраційний модуль; 4 – давач пришвидшення; 5 – діоди; 6 – електромагніти змінного струму

5.2.1. Реалізація одночастотних систем

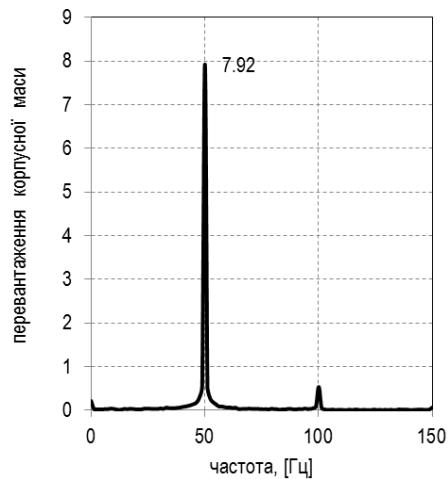
Першочерговим стало реалізація та дослідження вібраційних систем з традиційним розрахунком пружних параметрів. Очевидно, що для таких систем коефіцієнти синтезу мають значення $\Theta = \Lambda = 1$. Зокрема, реалізовано та досліджено системи із 50 Гц (рис. 5.13) і 100 Гц (рис. 5.14) режимами.



а



б



в

Рисунок 5.14 – Кінематичні характеристики гармонійної 50 Гц системи при $U_0 = 165$ В:

а, б – осцилограми перевантажень;

в – спектри перевантажень

корпусної маси

Як правило, такі системи наділені однією гармонікою, що і підтверджено спектральним аналізом.

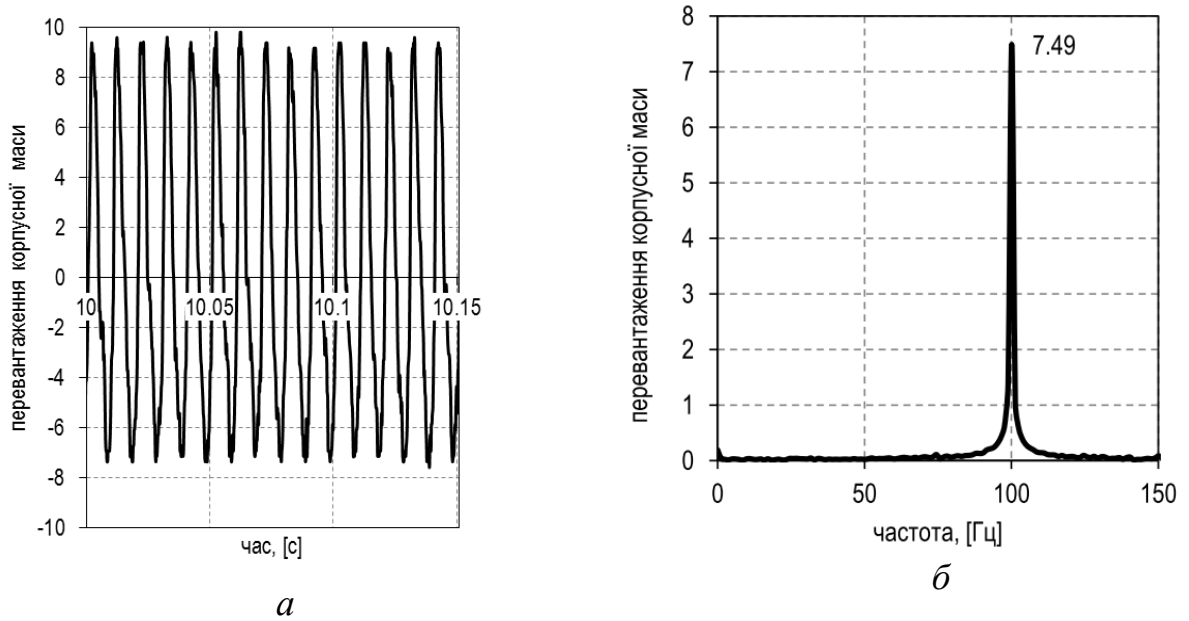


Рисунок 5.15 – Характеристики перевантажень корпусної маси для 100 Гц гармонійного режиму при $U_0 = 205$ В: *а* – осцилограма; *б* – спектральний аналіз

5.2.2. Реалізація віброударних систем

На базі реалізованих одночастотних систем завдяки використанню проміжних опор реалізовано віброударні системи із частотами коливань 50 Гц і 100 Гц. Для цих систем параметри набувають значень: $\Theta = 1$, а Λ – залежно від відстані між опорами, що може набувати значень $l_{on} = 142 - 195$ мм. Маючи значення $L_n = 328$ мм, для схеми з опорами матимемо: $l_2 = 0,5l_{on} = 71 - 97,5$ мм, $l_1 = 0,5(L_n - l_{on}) = 93 - 66,5$ мм. Таким чином

$$\Lambda \equiv n_\omega = L \sqrt{\frac{L_n - 1,5 \cdot l_1}{(L_n - 2 \cdot l_1)^3}} = 2,7 - 1,82.$$

На представлено Отримано характеристики віброударного режиму на 50 Гц для параметра $\Lambda = 2$ (рис. 5.15) та на частоті збурення 100 Гц для $\Lambda = 2,2$ (рис 5.17). За значенням коефіцієнтів можуть бути визначені власні частоти коливань (3.22).

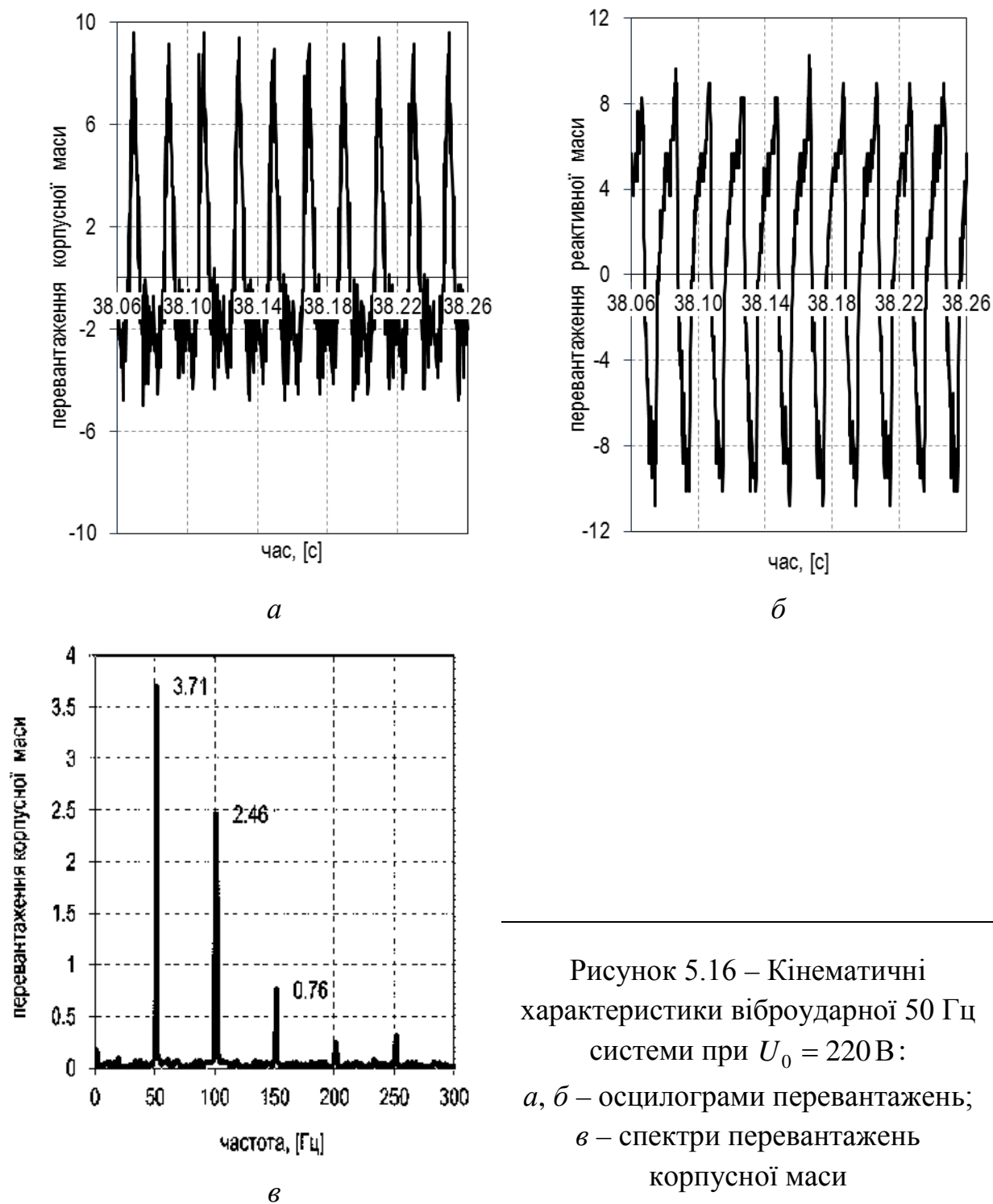


Рисунок 5.16 – Кінематичні характеристики віброударної 50 Гц системи при $U_0 = 220$ В:
a, б – осцилограми перевантажень;
в – спектри перевантажень корпусної маси

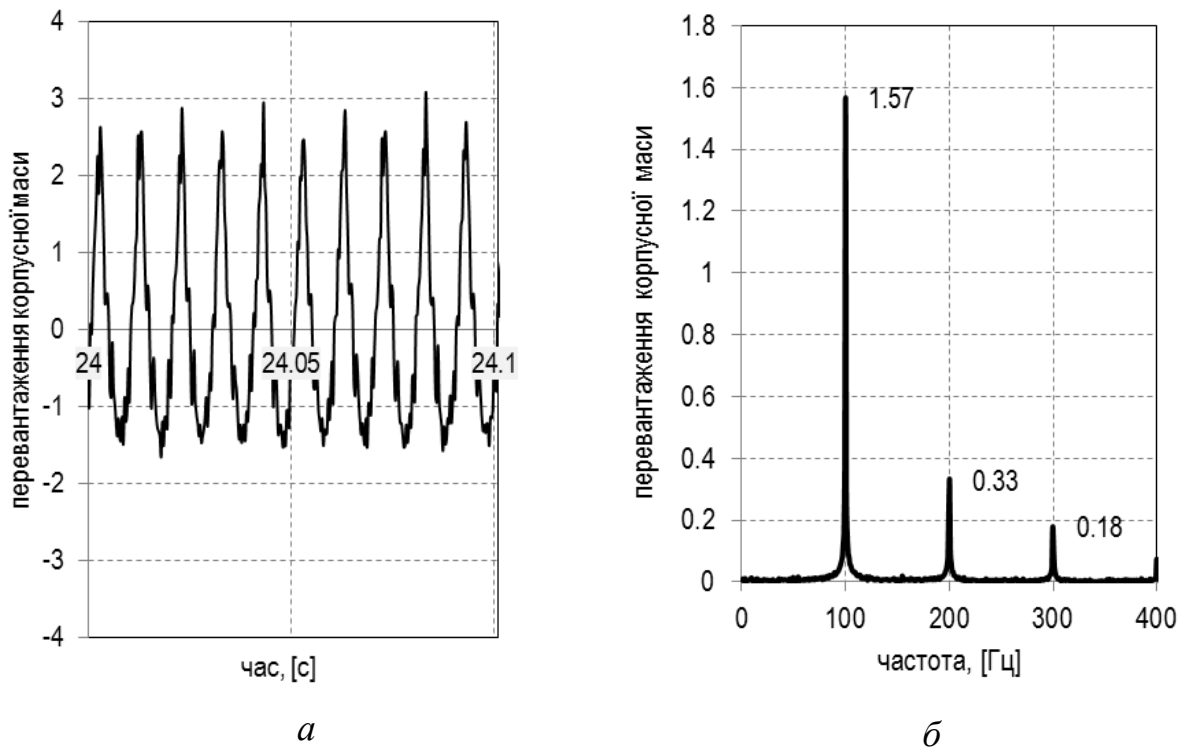
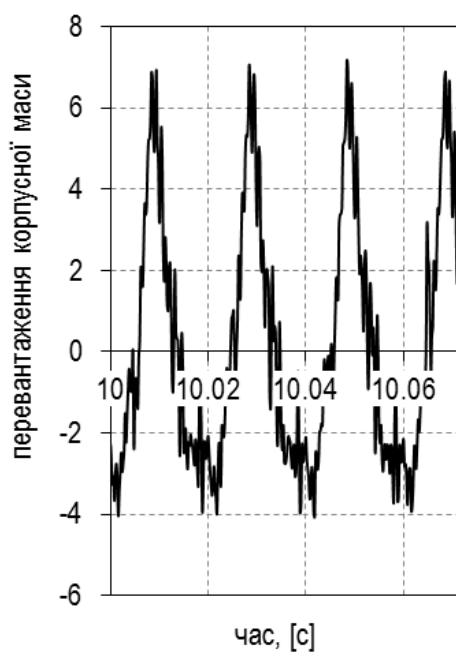


Рисунок 5.17 – Характеристики перевантаження корпусної маси віброударної 100 Гц системи при $U_0 = 250$ В: *a* – осцилограма; *б* – спектральний аналіз

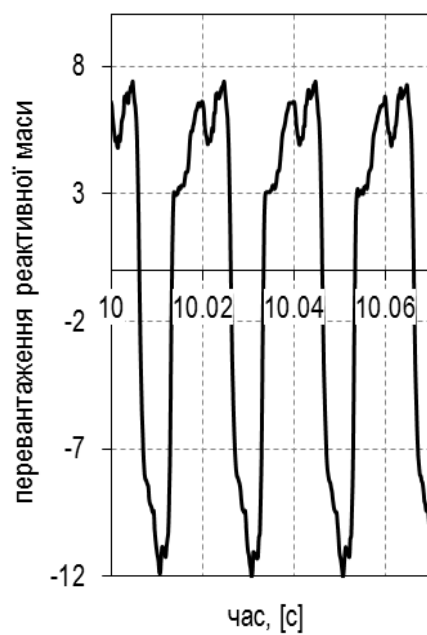
Наступним важливим кроком дослідження було реалізація віброударної системи підвищеної ефективності. Для цього виготовлено пружину із пониженою жорсткістю за значенням параметра $\Theta = 0,8$. Дослідження виконано для значень коефіцієнтів $\Lambda = 2,2$ та $\Lambda = 2,6$ (рис. 5.18).

Результати (табл. 5.5, табл. 5.6) підтверджують суттєві енергетичні переваги віброударних систем, розрахованих новим принципом. Зокрема, встановлений факт підвищення ефективності над існуючим класом гармонійних машин у $0,43/0,21 \approx 2$ рази, віброударних класичних – $0,43/0,15 \approx 3$ рази.

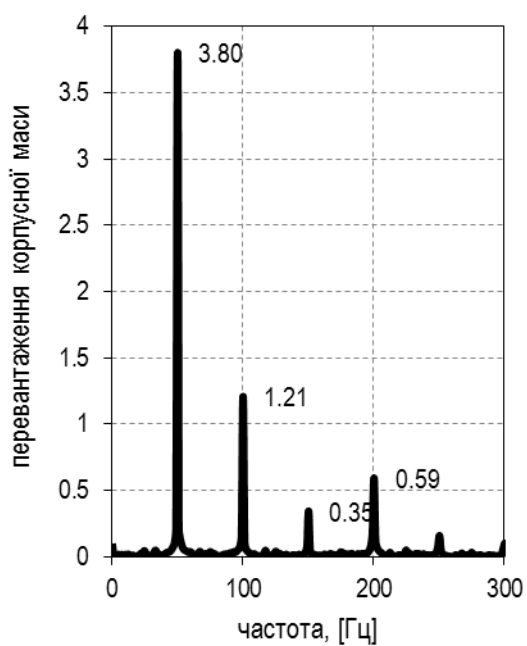
Зведені результати також дають підстави говорити про можливість реалізації віброударних систем з існуючих гармонійних зміною пружної характеристики однієї плоскої пружини. Проте, в сенсі енергетичної ефективності реалізації віброударні режими поступаються традиційним одночастотим, оскільки порушується початково закладене резонансне налагодження. Більшої уваги заслуговують віброударні системи, синтезовані за розробленим в дисертації розрахунковим методом.



а



б



в

Рисунок 5.18 – Осцилограми акселерометрів віброударної системи при $U_0 = 110$ В:
 а – напруги на датчах;
 б – переантаження коливальних мас;
 в – спектри переантажень корпусної маси

Таблиця 5.5 – Результати експериментальних досліджень резонансного вібраційного модуля

Тип системи	f, [Гц]	f ₀ , [Гц]	U ₀ , [В]	I ₀ , [А]	Г	k _a	ζ _а , [(м/с ²)/(В·А)]					
одночастотна, Θ=Λ=1	50	53,5	166	165	3,4	3,2	9,6	9,2	1,3	1,25	0,167	0,17
			165		3,2		9,2		1,25		0,17	
			164		3		8,8		1,2		0,175	
	100*	105,6	206	205	2,45	2,4	10,75	10,7	1,4	1,34	0,21	0,21
			205		2,4		10,7		1,34		0,21	
			204		2,35		10,65		1,28		0,21	
віброударна класична Θ=1; Λ=2	50	70,1**	221	220	3,1	3	10,1	10	3	3	0,14	0,15
			220		3		10		3		0,15	
			219		2,9		10		3		0,15	
	100*	144,7**	251	250	2,9	2,8	3,3	3,2	2	2	0,04	0,05
			250		2,8		3,2		2		0,05	
			249		2,8		3,1		2		0,05	
віброударна синтезована Θ=0,8; Λ=2,2	50	54,9**	111	110	1,55	1,5	7,3	7,2	2,1	2	0,42	0,43
			110		1,5		7,2		2		0,43	
			109		1,5		7,2		2		0,44	

* дані для зазору δ₀=0,002 мм; ** розрахункові значення

Таблиця 5.6 – Порівняння результатів експериментальних і теоретичних досліджень резонансного вібраційного модуля

Тип системи	f, [Гц]	f ₀ , [Гц]	U ₀ , [В]	I ₀ , [А]	Г	k _a	ζ _а , [(м/с ²)/(В·А)]
одночастотна, Θ=Λ=1	50	53,5	165	3,2	9,2	1,25	0,17
		53,2	150	2,9	9,7	1,1	0,22
	100*	105,6	205	2,4	10,7	1,34	0,21
		105,3	160	3,8	10,7	1	0,17
віброударна класична Θ=1; Λ=2	50	70,1**	220	3	10	3	0,15
		70,2	180	3,9	9,6	2,3	0,13
	100*	144,7**	250	2,8	3,2	2	0,05
		144,9	150	3,9	4,2	2,5	0,07
віброударна синтезована Θ=0,8; Λ=2,2	50	54,9**	110	1,5	7,2	2	0,43
		55	100	2,1	7,2	2,2	0,35

* дані для зазору δ₀=0,002 мм; ** розрахункові значення; у знаменнику теоретичні значення

5.2.3. Порівняльний аналіз експериментальних вірців перспективних резонансних систем

Для проведення порівняльного аналізу взято високоефективну тримасову коливальну раму [243] з двотактним приводом, параметри якої $f_{01} = 46,5$ Гц, $f_{02} = 52,75$ Гц, $m_1 = 6,76$ кг, $m_2 = 31,34$ кг, $m_p = 2,72$ кг, $\kappa = 0,8$ забезпечують відповідні кінематичні та енергетичні характеристики (табл. 5.7).

На противагу цій моделі представлено реалізовану високоефективну віброударну систему. Порівнювальні системи практично еквівалентні за значенням перевантаження робочої маси та за потужністю.

Таблиця 5.7 – Експериментальні дані тримасової високоефективної системи

Амплітуди коливальних мас, [мм]			U_0 , [В]	I , [А]	P , [ВА]
X_1	X_2	X_3			
3,5	0,76	3	154	1,06	163,24

Для отримання миттєвих значень швидкостей експериментальні дані для пришвидшень коливальних мас за допомогою спеціальних функцій регресійного аналізу (Додаток III) були представлені у вигляді функцій миттєвих часових залежностей. Наступним кроком стало їхнє чисельне інтегрування до функцій миттєвих швидкостей та переміщень (рис. 5.19).

Порівняння здійснюється за узагальненим показником, що враховує енергетичні, кінематичні та динамічні якості систем (табл. 5.8):

$$\zeta_e = 0,33 \left(k_a' + \Delta f' + \zeta_a' \right),$$

– базова тримасова лінійна високоефективна система вибрана за базову:

$$\zeta_e = 1.$$

– віброударна високоефективна система:

$$\zeta_e = 0,33 \left(\frac{2}{1} + \frac{4,9}{2,75} + \frac{0,43}{0,46} \right) = 1,58.$$

Таблиця 5.8 – Порівняльні дані ефективності систем

Тип системи	схема живлення	Γ	k_a	Δf , [Гц]	P , [В·А]	Критерій ефективності	
						ζ_a	ζ_e
тримасова лінійна	двотактна	7,6	1	2,75	163,24	0,46	1
двомасова віброударна	однотактна	7,2	2	4,9	165	0,43	1,58

Таким чином, реалізована віброударна система з підвищеною ефективністю функціонування є рівноцінною за енергетичними показниками до тримасових міжрезонансних систем із закладеним коефіцієнтом ефективності не менше $k = 0,8$. За технологічними критеріями віброударна система традиційно переважає лінійні системи. Окрім того, можна стверджувати, що використання однотактного приводу суттєво спрощує конструктивну реалізацію машини, яка має більший частотний діапазон та може функціонувати за малих повітряних зазорів в ЕМВ. Тому, реалізовані за новим, оптимізаційним принципом системи переважають наявні на даний час.

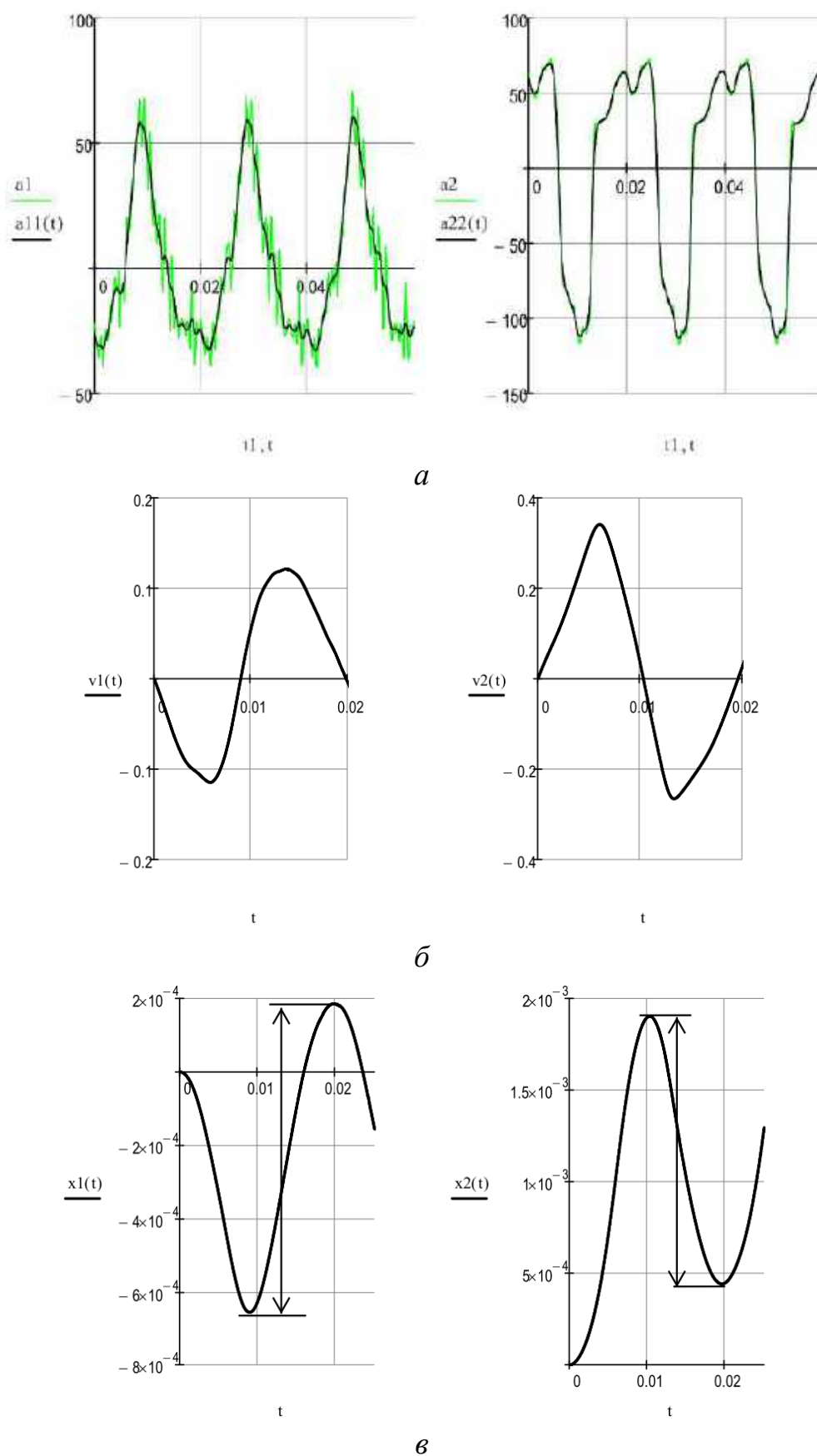


Рисунок 5.19 – Експериментальні кінематичні характеристики корпусної (ліворуч) та реактивної (праворуч) коливальних мас віброударної системи: *а* – пришвидшення; *б* – швидкість; *в* – переміщення

5.2.4. Нові можливості практичного використання реалізованих резонансних систем

На сьогоднішній день досить важливою є проблема продовження ресурсу устаткування. Одним із відомих способів є наплавлення відновлювальних зносостійких шарів на зношені поверхні деталей машин із використанням порошкових дротів. До складу шихти порошкових дротів можуть входити як складники вольфрам, ніобій, молібден, ванадій. Наплавлені з їх допомогою шари ефективно захищають елементи устаткування від абразивного зношування за умов ударного навантаження. Проте, через високу вартість складників шихти цих дротів, суттєво підвищується вартість відновлених деталей. В Україні для відновлення зношених елементів наплавляють системи залізо-хром-бор-вуглець (рис. 5.20). Наплавлені шари мають задовільну зносостійкість та низьку собівартість. Високий вміст бору (до 4 мас. %) у складі шихти цієї системи сприяє виділенню у мікроструктурі наплавленого металу великих дендритних включень боридів. Маючи голкоподібну морфологію, вони виконують роль концентраторів напружень, що полегшує розтріскування наплавленого металу за ударних навантажень. Подрібнення таких включень повинно сприяти підвищенню зносостійкості наплавленого металу і збільшенню його довговічності за дії ударних навантажень. Встановлено, що коливання виробу під час його наплавлення зумовлює диспергування структури наплавленого металу, яке залежить від параметрів коливань. Зокрема, внаслідок горизонтальної вібрації [350] амплітудою 0,3 мм середній розмір окремих боридних включень зменшується від 250–300 мкм до 4–5 мкм (рис. 5.21). Механічні коливання сприяють перерозподілу фаз під час наплавлення, через що мікротвердість наплавленого металу підвищується від 600 HV до 870 HV за горизонтальної вібрації, та рівномірніше розподіляється на поверхні наплавленого металу. Наплавлені шари, що отримані за горизонтальної вібрації, виявили підвищену (у 2–2,5 рази) абразивну зносостійкість за тертя закріпленим та незакріпленим абразивом порівняно зі шаром, наплавленим без вібрації. Розкрито особливості механізму зношування, згідно з яким підвищення

зносостійкості шару, отриманого за використання вібрації, пов'язали з меншою кількістю вищербин на поверхні тертя через подрібнення боридних включень. Встановлено, що вібрація під час наплавлення шарів підвищує (у 1,8 рази) їхню стійкість за циклічного ударного навантаження. Основним чинником впливу на ударне зношування наплавленого металу стає його здатність пластично деформуватися і таким чином забезпечувати релаксацію напружень.

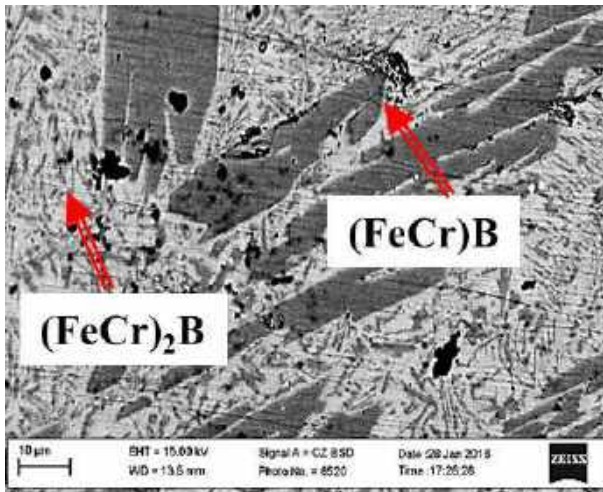


Рисунок 5.20 – Мікроструктура наплавленого металу без вібрації з порошкового дроту марки ПД80Х20РЗТ

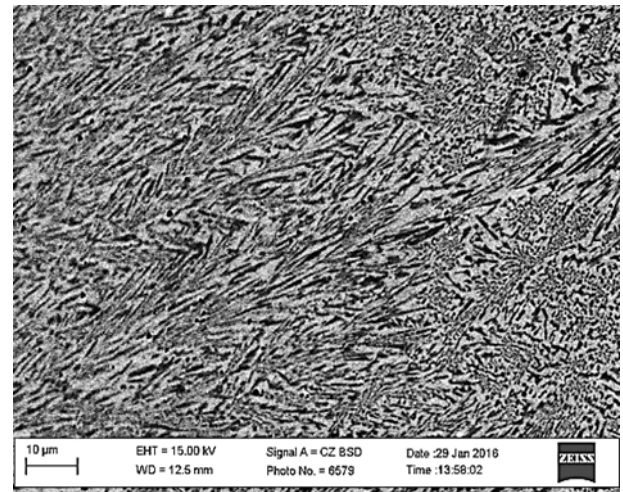


Рисунок 5.21 – Мікроструктура наплавленого металу за використання вібрації з частотою 100 Гц при амплітуді 0,3 мм із порошкового дроту марки ПД80Х20РЗТ

Для зміцнення нових деталей машин використовують облицювання зносостійкими пластинами (ковші екскаваторів, транспортуючі короби, зуби ковшів). Дана технологія найкраще підходить під час їх виготовлення.

Наразі, тривають подальші дослідження щодо застосування розробленого віброударного модуля в технології відновлення деталей машин і конструкцій наплавленням під шаром флюсу (рис. 5.22). Вібраційний модуль має можливість встановлюватися вертикально або горизонтально (використовується іншого типу рама та гумові віброізолятори), що розширює спектр можливих досліджень.



Рисунок 5.22 – Вигляд обладнання для наплавлення зносостійких шарів під шаром флюсу з використанням розробленого віброударного модуля

5.2.5. Формування методики проектування резонансних віброударних машин

Спектр розглянутих задач та отримані результати за їх розв'язуванням дають підстави сформуванню цілісної методики (табл. 5.9) проектування резонансних віброударних машин із визначеним набором кінематико-динамічних обмежень. Наведена методика, на відміну від відомої [320], дає можливість синтезувати коефіцієнти жорсткості, виходячи із умови реалізації системи із найвищою ефективністю забезпечення коливальною системою віброударного режиму. За реалізацію цієї умови відповідає запроваджений у п. 3.3 алгоритм розрахункового методу. Одним із етапом методики є питання

багатокритеріального аналізу, що дозволяє проводити комплексну оцінку з врахуванням динаміки приводу.

Вважаючи, що реалізовано нову схему на базі однієї плоскої пружини з проміжними опорами, виникає необхідність додаткової перевірки міцності з врахуванням контактних напружень. Опори, що виконано з регульованим місцеположенням, дозволяють у певній мірі регулювати частотні і кінематичні характеристики віброударного режиму. Окрім цього, їх виконання є доцільним з використанням неметалевих матеріалів по зовнішній поверхні, що сприяє зменшенню шуму і напружень. Іншим моментом, спрямованим на розробку удосконалених вібраційних машин є проектування робочих органів відповідно до частотно-масового показника.

Таким чином, реалізовано узагальнену методика, що базуючись на запровадженому методі розрахунку, дозволяє синтезувати резонансні режими роботи з врахуванням комплексу вимог технологічного та динамічного характеру виходячи з умови максимальної ефективності їх функціонування. Окрім цього, наведена методика дає можливість інтегрувати існуючі методики [76, 79, 84, 125], відповідно до технологічних особливостей.

Таблиця 5.9 – Етапи розрахунку резонансних віброударних машин

№ етапу	Назва етапу	Суть етапу
I	Підготовчий	Уточнюється набір кінематичних (максимальні значення амплітуд та пришвидшення робочої маси; відповідні АЧХ) та динамічних (мінімально необхідний набір кратних частот) обмежень, а також додаткові технологічні параметри (частота, тривалість, сила та енергія удару; коефіцієнт асиметрії пришвидшення, тощо).
II		Формування спрощеної динамічної моделі віброударної системи, що дає можливість розрахувати встановлені технологічні показники. Відповідно до динамічної моделі закладаються синтезовані параметри – <u>коефіцієнти для асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики</u> , а також силові характеристики.
III	Розрахунковий (синтезу)	<u>Формування і розв'язування оптимізаційної задачі відповідно за впровадженням енергетичним критерієм із врахуванням потрібних технологічних, кінематичних і динамічних обмежень.</u> Останні вибираються відповідно до технологічного призначення машини, а також відносно встановлених у підготовчому етапі показників. Розв'язування оптимізаційної задачі здійснюється шляхом сумісного представлення у параметричній формі (відносно шуканих параметрів) систем нелінійних диференціальних рівнянь, з наступним використанням програмних засобів перебору параметрів та безпосередньо числових методів.
IV	Уточненого (багатокритеріального) аналізу	Використання синтезованих параметрів під час моделювання динаміки віброударних систем з врахуванням її силової та технологічної складової. Аналіз синтезованої машини на предмет енергетичної та технологічної ефективності функціонування, параметричної динамічної стійкості.
V	Проектний (завершальний)	Проектування робочих органів, виконання частотного аналізу та вибір остаточного конструктивного рішення із <u>використанням частотно-масового показника.</u> Вибір параметрів електромагніта, його подальше конструювання чи вибір уніфікованого типорозміру. Перевірка міцності та довговічності пружних елементів. Уточнення конструктивних параметрів та розроблення вібраційної машини.

5.3. Висновки до розділу 5

Даний розділ підтвердив визначальну мету дисертаційної роботи – підвищення ефективності функціонування при досягненні відповідних кінематичних параметрів віброударних систем на підставі оптимізаційного синтезу коефіцієнтів жорсткості асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики.

Реалізовано конструкцію вібраційного модуля з однією плоскою пружиною визначеної жорсткості та можливістю реалізації як традиційних одночастотних і віброударних систем, так і високоефективних віброударних систем.

Проведено експериментальні дослідження з визначенням кінематичних і енергетичних параметрів, здійснено порівняльний аналіз на предмет оцінки ефективності функціонування. Встановлено переваги віброударних систем, реалізованих за новим принципом більш ніж у *2 рази* відносно традиційних одночастотних, більш ніж у *3 рази* відносно традиційних віброударних систем.

Окреслено нові технологічні можливості вібраційних систем резонансного типу для відновлення працездатності, продовження ресурсу та підвищення зносостійкості деталей машин шляхом нанесення зносостійких шарів – їх наплавленням з використанням напрямлених коливань визначеної частоти та амплітуди відновлюваного взірця.

Реалізовано методику, що враховує основні наукові результати та базується на принципових розрахунках, спрямованих на підвищення ефективності функціонування та реалізації вібраційних полічастотних машин із резонансними режимами роботи.

ОСНОВНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено важливу науково-прикладну проблему в галузі машинознавства – розроблення узагальненого методологічного підходу, що охоплює питання синтезу пружно-інерційних, силових параметрів і частотних характеристик полічастотних вібраційних машин для забезпечення резонансних режимів роботи та підвищення ефективності функціонування. При цьому:

1. Аналіз технологічних і конструктивних особливостей полічастотних вібраційних машин показав, що наявність багатопараметричності у таких системах спричиняє широкі спектри можливих режимів роботи, та, відповідно, породжує проблеми їхнього синтезу, з необхідністю урахування комплексу вимог технологічного, динамічного та експлуатаційного характеру. Встановлено, що для вирішення широкого кола завдань синтезу та розрахунку полічастотних вібраційних машин потрібно врахувати таке:

- забезпечення резонансних режимів роботи узгоджується з можливостями електромагнітного приводу, доцільність використання якого обумовлена наявністю кратних силових гармонік за однотактної схеми живлення та простотою запуску на визначених резонансних частотах;
- існує необхідність розроблення узагальненого методологічного підходу, в основі якого лежить формування цільових показників ефективності функціонування, комплексу технологічних, динамічних і експлуатаційних обмежень;
- використання тримасових систем із лінійними пружними ланками вимагає уточненого розрахунку їхніх пружно-інерційних параметрів, зважаючи на вимогу реалізації двочастотних резонансних систем із визначеним складом гармонік, на значення яких впливають інерційні параметри коливальних мас та умови збурення;
- побудова алгоритмів синтезу та динамічного аналізу на базі нових чисельних методів розрахунку з обґрунтуванням вибору пружно-інерційних і силових параметрів із урахуванням умов роботи приводу є запорукою отримання достовірного результату.

2. Обґрунтовано показники, які покладені в основу синтезу різного класу (одно- та полічастотні) та технологічного призначення резонансних вібраційних машин, що враховують конструктивні (маса, жорсткість), функціональні (ККД, споживана потужність, частоти вільних коливань) та технологічні (пришвидшення, коефіцієнт асиметрії та ширина резонансної зони) чинники. Цільовим показником ефективності функціонування визначено відношення максимуму пришвидшення до споживаної потужності, що дало змогу пристосувати його як до завдання синтезу, так і порівняльного аналізу резонансних вібраційних машин із визначеним комплексом технологічних і динамічних обмежень.

3. Розроблено методи розрахунку двочастотних резонансних машин, що містять:

- аналітичні вирази для розрахунку пружно-інерційних параметрів тримасової системи;
- результати впливу кута зсуву фаз між одно- та двотактною схемами за незалежного їх живлення на низько- та високочастотну гармоніку пришвидшення робочої маси;
- методику проектного розрахунку конструктивних параметрів парціального модуля для модернізації базових двомасових резонансних систем, аналізу міцності пакету плоских пружин за умовами реалізації двочастотних коливань;
- модернізацію вібраційного стола з частотою коливань 100 Гц (вихідні характеристики: параметр режиму $\Gamma=7,9-3,1$; споживана потужність 2,04 кВт; габаритні розміри 1200x600x200 мм; маса конструкції 346 кг) для реалізації конструкції із двочастотним режимом роботи 50 Гц/100 Гц (кінцеві характеристики: $\Gamma=7,7-5,5$; 4,6 кВт; 1200x600x345 мм; 397 кг) технологічна стійкість якого до зміни маси завантаження підвищена у 1,7 рази;
- результати впливу маси парціального модуля на кінематично-силові характеристики модернізованого вібраційного стола, зокрема у разі її збільшення у 7,7 разів: зростає відношення амплітудних значень гармонік

пришвидшення робочої маси у *4 рази*, коефіцієнт режиму зменшується в межах 24 %, а споживана потужність зростає усього в межах 1,2 %.

4. Для двомасових віброударних систем розроблено метод розрахунку, що дозволив:

- за рахунок використання двох незалежних коефіцієнтів Θ і Λ , які входять у вирази для власних частот коливань ($\omega_{01} = \Theta\omega/z$ і $\omega_{02} = \Lambda\omega_{01}$) спростити вирішення задач синтезу;
- аналітично встановити та чисельно підтвердити значення коефіцієнтів синтезу $\Theta = 0,75$ і $\Lambda = 2$ для реалізації резонансних віброударних систем із заданим значенням резонансного налагодження z , які забезпечують підвищення ефективності функціонування у *3 рази*, порівняно із класичними віброударними системами ($\Theta = 1$);
- виявити закономірності руху синтезованих віброударних систем з урахуванням відповідних технологічних і динамічних обмежень, зокрема отримані значення коефіцієнтів синтезу для реалізації віброударних систем на основному резонансі ($\Theta = 0,75 - 0,85$; $\Lambda = 2 - 4,5$; $\zeta_a = 0,34(\text{м/с}^2)/\text{Вт}$), та для систем із режимом роботи на субгармоніці ($\Theta = 1,25 - 1,55$; $\Lambda = 2 - 3$; $\zeta_a = 0,57(\text{м/с}^2)/\text{Вт}$). Причому, перші системи функціонують з акцентом на 50 Гц гармоніку, другі – на 100 Гц гармоніку;
- розробити методику аналізу динамічної стійкості синтезованих віброударних систем за значеннями коефіцієнтів рівняння Матьє, що безпосередньо враховують запроваджені коефіцієнти синтезу Θ і Λ .

5. Для тримасових віброударних систем розроблено метод розрахунку, що дозволив виявити закономірності реалізації віброударного режиму між коливальними масами, які зазнають безпосереднього електромагнітного збурення та між якими реалізовано кусково-лінійну пружну характеристику. Ефективність функціонування синтезованих тримасових систем перевищує синтезовані двомасові у *1,5 рази*.

6. Проведено багатокритеріальний аналіз резонансних систем із встановленим набором показників за імпульсного та гармонійного збурень за

технологічним і енергетичним принципом. Підтверджено енергетичні переваги (більш як у *2 рази*) віброударної системи з оптимальною пружною характеристикою

($\Theta = 0,75$; $\Lambda = 2$) за використання імпульсного збурення.

7. Розроблено схему для реалізації асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики на базі однієї плоскої пружини з двома симетрично розташованими під пружиною податливими циліндричними опорами. Розроблено методику розрахунку, що містить аналітичні вирази: для визначення частот вільних коливань, аналізу напружено-деформованого стану та коефіцієнту запасу міцності плоскої пружини за умовами реалізації віброударних режимів. Встановлено, що зменшення значення частоти вільних коливань на *17 %* за рахунок використання комбінованих полімерно-металевих опор дозволило зменшити контактні напруження у *5,6 разів*, згинальні напруження у *2 рази*.

8. Обґрунтовано використання частотно-масового показника при проектуванні, зокрема вибору конструктивних параметрів робочих органів вібраційних технологічних машин за умови забезпечення 3–4 кратного запасу за значенням першої власної частоти коливань та обмеження на масу конструкції. Використання цього показника є доцільним за багатоваріантних рішень конструкцій, зокрема при уточненні допустимих варіацій конструкції.

9. Розроблено експериментальну установку, на якій реалізовано традиційні одночастотні (50 Гц і 100 Гц) і віброударний режими ($\Theta = 1$; $\Lambda = 1,8 - 2,7$), а також синтезований за новим розрахунковим методом ($\Theta = 0,8$; $\Lambda = 1,8 - 2,7$). Підтверджено, що нова конструкція характеризується підвищеною ефективністю функціонування ($\zeta_a = 0,43 \text{ (м/с}^2\text{) / Вт}$) та переважає одночастотні у *2 рази* ($\zeta_a = 0,17 - 0,21 \text{ (м/с}^2\text{) / Вт}$), віброударні класичні у *3 рази* ($\zeta_a = 0,15 \text{ (м/с}^2\text{) / Вт}$). Результати дослідження впроваджено для технології наплавлення зносостійких шарів на металеві листи, що підтверджує їхню актуальність в напрямку розвитку нових матеріалів і нанотехнологій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ¹²

1. Гурський, В.М.: Багатокритеріальний аналіз і синтез нелінійних резонансних вібраційних машин: монографія. Львів: Видавництво Львівської політехніки (2017)
2. Гурський, В.М., Ланець, О.С., Гаврильченко, О.В., Шпак, Я.В.: Обґрунтування переваг електромеханічної системи вібраційної синфазної машини з електромагнітним приводом на основі аналізу амплітудно-частотних характеристик. Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні”. 613, 100–106 (2008)
3. Гаврильченко, О.В., Гурський, В.М., Ланець, О.С., Шпак, Я.В.: Дослідження динаміки нелінійної електромеханічної коливальної системи вібраційної синфазної машини з електромагнітним приводом. Вібрації в техніці та технологіях. 3, 5–10 (2008)
4. Гурський, В.М., Шпак, Я.В.: Розробка вібраційного живильника-змішувача з електромагнітним приводом. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 43, 7–16 (2009)
5. Гурський, В.М., Кузьо, І.В., Ланець, О.В.: Забезпечення двочастотних резонансних режимів роботи вібраційного стола для ущільнення бетоноsumішей. Вісник Національного університету «Львівська політехніка» «Динаміка, міцність та проектування машин і приладів». 678, 44–50 (2010)
6. Гурський, В.М., Шпак, Я.В.: Синтез власних частот та режимів роботи тримасових вібраційних машин. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 44, 9–16 (2010)
7. Гурський, В.М., Ланець, О.С.: Динаміка резонансного двочастотного вібраційного стола з електромагнітним приводом. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. 76, 49–54 (2010)
8. Гурський, В.М., Махоркін, Є.М.: Оптимізація масово-частотних характеристик робочого органа вібраційного стола. Вісник Національного університету «Львівська політехніка» «Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні». 702, 53–59 (2011)
9. Гурський, В.М., Шпак, Я.В.: Встановлення раціональних пружних параметрів двочастотних резонансних вібраційних систем. Вісник Національного університету «Львівська політехніка» «Динаміка, міцність та проектування машин і приладів». 701, 15–21 (2011)
10. Кузьо, І.В., Гурський, В.М., Ланець, О.В.: Реалізація двочастотних коливань вібраційних систем з одноктактним електромагнітним приводом. Теорія і практика будівництва. 7, 18–21 (2011)
11. Гурський, В.М., Ланець, О.С., Шпак, Я.В., Лозинський, В.І.: Вплив нелінійності зусилля електромагнітного приводу на динаміку вібраційних машин. Вібрації в техніці та технологіях. 1, 25–31 (2011)

¹² Springer – MathPhys Style

12. Гурський, В.М., Шпак, Я.В.: Аналіз електромеханічних характеристик резонансних вібраційних систем. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 45, 192–198 (2011)
13. Ланець, О.С., Гурський, В.М., Шпак, Я.В.: Особливості застосування CAD/CAE програм для проектування та аналізу автоматизованого обладнання. Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні”. 746, 6–13 (2012)
14. Гурський, В.М., Ланець, О.С., Шпак, Я.В.: Моделювання пуску вібраційних систем підвищеної ефективності з реактивними електромагнітними приводами. Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Електроенергетичні та електромеханічні системи”. 736, 30–35 (2012)
15. Гурський, В.М., Ланець, О.С.: Аналіз енергетичних перетворень у вібраційних системах з електромагнітним приводом. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 46, 20–27 (2012)
16. Гурський, В.М., Шпак, Я.В., Лозинський, В.І.: Розрахунок оптимальних дискретно-континуальних стрижневих систем. Вісник Національного університету «Львівська політехніка» «Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні». 729, 43–47 (2012)
17. Кузьо, І.В., Гурський, В.М., Ланець, О.С.: Реалізація нелінійних полічастотних резонансних вібраційних машин з використанням одноктактних електромагнітів. Вібрації в техніці та технологіях. 1, 10–14 (2012)
18. Гурський, В.М., Ланець, О.С.: Частотно-силовий аналіз пружної стрижневої системи з асиметричною характеристикою. Вібрації в техніці та технологіях. 2, 10–15 (2013)
19. Гурський, В., Ланець, О., Шпак, Я.: Використання асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики в реалізації двочастотних резонансних вібраційних систем. Машинознавство. 3–4, 26–29 (2013)
20. Кузьо, І.В., Ланець, О.С., Гурський, В.М.: Оптимізаційний синтез полічастотних вібраційних систем з імпульсним електромагнітним приводом. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 47, 3–12 (2013)
21. Гурський, В.М.: Багатокритеріальний аналіз резонансних віброударних систем з імпульсним електромагнітним приводом. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 48, 74–86 (2014)
22. Гурський, В.М., Ланець, О.С.: Числовий параметричний синтез міжрезонансної віброударної системи. Вісник Національного університету «Львівська політехніка» «Динаміка, міцність та проектування машин і приладів». 788, 13–20 (2014)
23. Кузьо, І.В., Гурський, В.М., Шпак, Я.В.: Вибір критеріїв оптимізації та пружно-силових параметрів віброударних резонансних машин. Вібрації в техніці та технологіях. 3, 28–37 (2015)
24. Гурський, В.М., Кузьо, І.В.: Раціональний синтез двочастотних резонансних вібраційних машин. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 49, 8–17 (2015)

25. Гурський, В.М.: Порівняльний аналіз віброударних резонансних систем дво- та тримасової структури з лінійним тертям. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 50, 25–32 (2016)
26. Гурський, В.М., Кузьо, І.В., Медвідь, А.І.: Оптимізація довгомірних конструкцій за статичною міцністю та частотними характеристиками. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 51, 33–40 (2017)
27. Кузьо, І.В., Ланець, О.С., Гурський, В.М.: Обґрунтування технологічної ефективності двочастотних резонансних вібраційних машин з імпульсним електромагнітним збуренням. Науковий вісник Національного гірничого університету. 3, 71–77 (2013)
28. Gursky, V., Kuzio, I.: Strength and durability analysis of a flat spring at vibro-impact loadings. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 5, 4–10 (2016)
29. Гурський, В., Ланець, О., Шпак, Я.: Порівняльна оцінка ефективності функціонування імпульсних резонансних вібраційних машин. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. 85, 51–58 (2015)
30. Гурський, В.М., Шпак, Я.В., Кузьо, І.В.: Реалізація суперрезонансних коливань у віброударних машинах з імпульсним приводом. Вібрації в техніці і технологіях. 3, 21–28 (2016)
31. Гурський, В.М., Кузьо, І.В., Шпак, Я.В.: Методика проектного розрахунку віброударних модулів з інерційним приводом. Вібрації в техніці та технологіях. 3, 20–27 (2017)
32. Гурський, В., Шпак, Я., Шоловій, Ю.: Особливості моделювання електромеханічних коливальних систем вібраційних машин з декількома електромагнітними віброзбуджувачами. В: Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Праці конференції. pp 97–99. КІНПАТРИ ЛТД, Львів (2008)
33. Гаврильченко, О., Гурський, В., Шпак, Я.: Розрахунок строку служби пружних елементів вібраційних машин з електромагнітними віброзбуджувачами. В: Дев'ятий міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Праці. pp 313–315. КІНПАТРИ ЛТД, Львів (2009)
34. Гурський, В., Шоловій, Ю.: Синтез конструктивних параметрів робочого органа високочастотного вібраційного стола. В: Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Праці конференції. pp 104–105. Львів: КІНПАТРИ ЛТД (2010)
35. Гурський, В., Шпак, Я., Ланець, О.: Використання частотно-масового критерію при оптимізації вібраційних систем. В: 10-й Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Праці. pp 382–384. КІНПАТРИ ЛТД, Львів (2011)
36. Гурський, В., Шпак, Я.: Розробка двочастотного вібраційного стола для ущільнення будівельних сумішей. В: Інженерна механіка та транспорт: Матеріали I Міжнародної конференції молодих вчених ЕМТ-2010. pp 15–16. Львів: Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка» (2010)
37. Гурський, В., Ланець, О.: Моделювання амплітудно-частотних характеристик вібраційних систем з електромагнітним приводом. В: Інженерна механіка та транспорт: Матеріали II Міжнародної конференції молодих вчених ЕМТ-2011.

- pp 26–27. Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, Львів (2011)
38. Кузьо, І.В., Ланець, О.С., Гурський, В.М.: Створення полірезонансних вібраційних машин з імпульсним приводом. В: Міжнародна науково-технічна конференція “Енергоощадні машини та технології”: Тези доповідей. pp 114–115. МП Леся, Київ (2013)
 39. Gursky, V., Murashev, S., Gogol, R.: Optimal synthesis of the impulsive resonant two-mass vibro-impact systems. В: Інженерна механіка та транспорт: Матеріали III Міжнародної конференції молодих вчених ЕМТ-2013. pp 54–55. Видавництво Львівської політехніки, Львів (2013)
 40. Гурський, В., Шпак, Я.: Оптимальний синтез умов збурення двочастотних резонансних вібраційних машин. В: Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Тези доповідей. pp 77–78. КІНПАТРИ ЛТД, Львів (2014)
 41. Гурський, В., Ланець, О., Шпак, Я.: Модернізація одночастотних резонансних вібраційних машин з електромагнітним приводом. В: 12-ий Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Праці конференції. p 204. КІНПАТРИ ЛТД, Львів (2015)
 42. Гурський, В.М., Ланець, О.С.: Багатокритеріальний аналіз резонансних вібраційних машин. В: «Вібрації в техніці та технологіях»: тези доп. XIV Міжнародної наук.-техн. конф. pp 24–25. НГУ, м. Дніпропетровськ, Нац. гірн. ун-т. (2015)
 43. Кузьо, І.В., Гурський, В.М.: Синтез резонансних віброударних машин за технологічними та динамічними обмеженнями. В: II Міжнар. наук.-техн. конф. “Енергоощадні машини та технології”: Тези доповідей. p 122. МП Леся, Київ (2015)
 44. Gursky, V.: Numerical solution of parametric optimization of the resonant vibro-impact system with technological limitations. В: Mechanical Engineering, Materials Science, Transport: proceedings of the 4th International Academic Conference of Young Scientists. pp 312–313. , Lviv, Lviv Polytechnic National University (2015)
 45. Гурський, В.М., Шпак, Я.В.: Оптимізація конструктивних параметрів робочого органа вібраційного конвеєра з обмеженням на частотні характеристики. В: Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні. ІТММ’2017: тези доповідей Дев’ятої міжнародної науково-практичної конференції. p 13. , Дніпро, Національна металургійна академія України (2017)
 46. Гурський, В.: Аналіз та синтез резонансних віброударних систем з обмеженнями на кінематичні та динамічні параметри. В: Тринадцятий міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Матеріали симпозіуму. pp 158–160. КІНПАТРИ ЛТД, Львів (2017)
 47. Гурський, В.М., Кузьо, І.В.: Синтез та експериментальні дослідження резонансних вібраційних систем. Presented at the XVI Міжнародна науково-технічна конференція «Вібрації в техніці та технологіях», Вінниця 27 (2017)
 48. Гурський, В.М., Кузьо, І.В.: Системний аналіз і синтез резонансних вібраційних систем. В: Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні.

- ІТММ'2018: тези доповідей Десятої міжнародної науково-практичної конференції. р 14. , Дніпро, Національна металургійна академія України (2018)
49. Гаврильченко, О.В., Мельничук, І.М., Таянов, С.А., Гурський, В.М., Шенбор, В.С.: Мультичастотна система керування одноктного електромагнітного віброзбудника, (2009)
 50. Гаврильченко, О.В., Гурський, В.М., Ланець, О.С., Шпак, Я.В.: Вібраційний живильник-змішувач сипких компонентів з електромагнітним приводом, (2009)
 51. Гурський, В.М., Гаврильченко, О.В., Шпак, Я.В., Ланець, О.С.: Двочастотний резонансний вібраційний стіл, (2011)
 52. Кузьо, І.В., Гурський, В.М., Ланець, О.С., Шпак, Я.В.: Двочастотна резонансна вібраційна система, (2012)
 53. Гурський, В.М., Кузьо, І.В., Боровець, В.М.: Резонансний вібраційний модуль, (2016)
 54. Gursky, V., Lanets, O.: Modernization of high-frequency vibratory table with an electromagnetic drive: theoretical principle and modeling. *Mathematical Models in Engineering*. 1, 34–42 (2015)
 55. Gursky, V.M., Kuzio, I.V.: Synthesis of stiffness parameters of vibro-impact resonance machines with technological limitations. *International Journal of Mechanical Engineering and Automation*. 3, 81–89 (2016)
 56. Gursky, V., Kuzio, I.: Strength analysis of flat spring of the resonant vibro-impact module. *Mechanics, Materials Sciences & Engineering Journal*. 5, 34–48 (2016)
 57. Gursky, V., Kuzio, I.: Nonlinear analysis in synthesis of the resonant vibro-impact systems. *Ukrainian Journal of Mechanical Engineering And Materials Science*. 1, 1–9 (2015)
 58. Бабичев, А.П., Бабичев, И.А.: Основы вибрационной технологии. Ростов н/Д.: Издательский центр ДГТУ (2008)
 59. Бабичев, А.П., Мотренко, П.Д.: Отделочноупрочняющая обработка деталей многоконтактным виброударным инструментом. Ростов н/Д.: Издательский центр ДГТУ (2003)
 60. Бауман, В.А., Быховский, И.И.: Вибрационные машины и процессы в строительстве. М.: Высшая школа (1977)
 61. Быховский, И.И.: Основы теории вибрационной техники. М.: Машиностроение (1969)
 62. Блехман, И.И.: Вибрационная механика. Физ.-мат. лит., М. ВО «Наука» (1994)
 63. Вибрации в технике: Справочник. Т.2. Колебания нелинейных механических систем / Под ред. И.И. Блехмана. М.: Машиностроение (1979)
 64. Берник, П.С., Паламарчук, І.П.: Конвеєрні вібраційні машини для оздоблювально-зміцнювальної обробки. К.: Вища школа (1996)
 65. Вайсберг, Л.А.: Проектирование и расчет вибрационных грохотов. М.: Недра (1986)
 66. Варсанюфьев, В.Д., Кольман-Иванов, Э.Э.: Вибрационная техника в химической промышленности. М.: Химия (1985)
 67. Гончаревич, И.Ф., Стрельников, Л.П.: Электровибрационная транспортная техника. М.: Гостехиздат (1959)

68. Гончаревич, И.Ф., Фролов, К.В.: Теория вибрационной техники и технологии. М.: Наука (1981)
69. Гончаревич, И.Ф.: О повышении производительности и рентабельности промышленных нанотехнологий. Нанотехнологии в строительстве: научный Интернет-журнал. 3, 36–49 (2009)
70. Goncharevich, I.F., Gudushauri, E.G.: Some aspects of modern development of vibratory technology. Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 37, 513–516 (2008)
71. Гусев, Б.В., Демидов, А.Д., Крюков, Б.И.: Ударно-вибрационная технология обработки бетонных смесей. М.: Стройиздат (1982)
72. Заика, П.М.: Динамика вибрационных зерноочистительных машин. М.: Машиностроение (1977)
73. Кононенко, В.О.: Колебательные системы с ограниченным возбуждением. М.: Наука (1964)
74. Копылов, Ю.Р.: Виброударное упрочнение. Воронеж: Изд-во ВГТУ (1999)
75. Лавендел, Э.Э.: Синтез оптимальных вибромашин. Рига, Зинатне (1990)
76. Повидайло, В.А.: Расчет и конструирование вибрационных питателей. М.: Машгиз (1962)
77. Повидайло, В.О.: Вібраційні процеси та обладнання: навч. посібник. Львів: Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка» (2004)
78. Пановко, Г.Я.: Динамика вибрационных технологических процессов: монография. М.: Институт компьютерных исследований; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ин-т машиноведения им. А. А. Благонравова РАН (2006)
79. Потураев, В.Н., Франчук, В.П., Надутый, В.П.: Вибрационная техника и технологии в энергоемких производствах: монография. Днепропетровск (2002)
80. Потураев, В.Н., Хажинский, Ю.Н.: Элементы конструкций вибрационных транспортно-технологических машин. К.: Наукова думка (1984)
81. Потураев, В.Н., Червоненко, А.Г., Ободан, Ю.Я.: Динамика и прочность транспортно технологических машин. Л.: Машиностроение (1989)
82. Сивко, В.И.: Основы механики вибрируемой бетонной смеси. К.: Вища школа (1988)
83. Сілін, Р.І., Гордєєв, А.І.: Вібраційне обладнання на основі гідропульсатора. Хмельницький: ХНУ (2007)
84. Спиваковский, А.О., Гончаревич, И.Ф.: Вибрационные конвейеры, питатели и вспомогательные устройства. М.: Машиностроение (1972)
85. Субач, А.П.: Динамика процессов и машин объемной обработки. Рига: Зинатне (1991)
86. Хвингия, М.В., Тедошвили, М.М., Питимашвили, И.А.: Электромагнитные субгармонические возбудители колебаний. Тбилиси: Мецниереба (1987)
87. Хвингия, М.В., Ниношвили, Б.И.: Электромагнитные вибраторы с регулируемой собственной частотой: Теория, расчет, конструирование. Тбилиси, Мецниереба (1971)

88. Хвингия, М.В., Тедошвили, М.М., Питимашвили, И.А.: Низкочастотные электровибрационные машины. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние (1989)
89. Хвингия, М.В.: Динамика и прочность вибрационных машин с электромагнитным возбуждением. М.: Машиностроение (1980)
90. Алабужев, П.М., Гритчин, А.А., Ким, И.И.: Виброзащитные системы с квазиулевым жесткостью. Л.: Машиностроение (1986)
91. Электрические ударные машины возвратно-поступательного движения. (1969)
92. Бабицкий, В.И.: Параметрические колебания виброударных систем. Машиноведение. 1, 11–17 (1971)
93. Бабицкий, В.И., Крупенин, В.Л.: Колебания в сильно нелинейных системах: нелинейности порогового типа. М.: Наука (1985)
94. Бабицкий, В.И.: Теория виброударных систем: приближенные методы. М.: Наука (1978)
95. Babitsky, V.I., Sokolov, I.J.: Autoresonant homeostat concept for engineering application of nonlinear vibration modes. *Nonlinear Dyn.* 50, 447–460 (2007)
96. Babitsky, V.I.: *Theory of vibro-impact systems and applications.* Springer Science & Business Media (2013)
97. Баженов, В.А., Погорелова, О.С., Постникова, Т.Г.: Влияние конструктивных параметров виброударной системы на ее динамику. *Проблемы прочности.* 1, 122–133 (2011)
98. Божко, А.Е., Белых, В.И., Иванов, Е.М., Мякохлеб, К.Б.: Прикладная теория управления электромагнитными вибровозбудителями: монография. Харьков: НТУ «ХПИ» (2010)
99. Божко, А.Е., Белых, В.И., Иванова, З.А., Мякохлеб, К.Б.: Функциональные структуры электромагнитных виброударных систем. *Проблемы машиностроения.* 11, (2008)
100. Божко, А.Е., Белых, В.И.: О динамике линейного электромагнитного виброударного возбудителя. *Доп. НАН України.* 1, 88–97 (2010)
101. Божко, А.Е., Личкатый, Е.А., Мякохлеб, К.Б.: Метод повышения амплитуд вибраций электромагнитных вибровозбудителей. *Проблемы машиностроения.* 1, 44–48 (2002)
102. Божко, А.Е., Личкатый, Е.А., Полищук, О.Ф., Пузько, И.Д., Савченко, В.И.: Резонансные виброиспытательные системы. Киев: Наукова думка. (1992)
103. Божко, А.Е., Мякохлеб, К.Б.: Повышение эффективности функционирования электромагнитов в задачах вибровозбуждения. *Проблемы машиностроения.* 5, 32–34 (2002)
104. Божко, А.Е.: К анализу энергии движения якоря электромагнитного вибровозбудителя. *Доп. НАН України.* 4, 82–90 (2009)
105. Борщевский, А.А., Ильин, А.С.: Механическое оборудование для производства строительных материалов и изделий. М.: Высшая школа (1987)
106. Борщевский, А.А., Санько, О.Л.: Бигармонический электромагнитный вибровозбудитель, (1979)

107. Булат, А.Ф., Шевченко, Г.А.: Влияние поличастотных колебаний просеивающих поверхностей вибрационных грохотов на разделение сыпучих материалов. Науковий вісник НГУ. 4, 92–97 (2010)
108. Виба, Я.А.: Оптимизация и синтез виброударных машин. Зинатне, Рига (1988)
109. Закржевский, М.В.: Колебания существенно-нелинейных механических систем. Рига: Зинатне (1980)
110. Кобринский, А.Е., Кобринский, А.А.: Виброударные системы. М.: Наука (1973)
111. Крупенин, В.Л.: Ударные и виброударные машины и устройства. Вестник научно-технического развития. 4, 3–32 (2009)
112. Крюков, Б.И.: Вынужденные колебания существенно нелинейных систем. М.: Машиностроение (1984)
113. Крюков, Б.И.: Динамика вибрационных машин резонансного типа. К.: Наукова думка (1967)
114. Вибрации в технике. Справочник. Т.4. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э. Лавендела. - 1981 - 509 с. М.: Машиностроение (1981)
115. Логвиненко, Е.А., Силич-Балгабаева, В.Б., Пилипенко, Т.А.: Динамические режимы формования железобетонных изделий на виброплощадках. Вібрації в техніці та технологіях. 1, 74–77 (2007)
116. Ловейкін, В.С., Човнюк, Ю.В., Почка, К.І.: Дискретно-континуальні системи ударно-вібраційного типу: моделювання та кінематично-силовий аналіз взаємодії робочого органа машини з оброблюваним середовищем. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 46, 45–62 (2012)
117. Ловейкін, В.С., Почка, К.І., Ловейкін, А.В.: Оптимізація режимів руху кулачкових механізмів за одиничними критеріями. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 48, 114–123 (2014)
118. Маслов, А.Г., Иткин, А.Ф., Саленко, Ю.С.: Вибрационные машины для приготовления и уплотнения бетонных смесей: монография. Кременчуг: изд. ЧП Щербатых А.В. (2014)
119. Маслов, А.Г., Пономарь, В.М.: Вибрационные машины и процессы в дорожном строительстве. К.: Будивельник (1985)
120. Маслов, А.Г., Солтус, А.П., Савелов, Д.В.: Исследование двухчастотных двухмассных резонансных виброплощадок. Вісник КДПУ імені Михайла Остроградського «Транспорт. Дорожні та будівельні машини». 54, 74–75 (2009)
121. Надутый, В.П., Лапшин, Е.С., Краснопер, В.П.: Определение динамических параметров грохота с виброударным возбуждением просеивающей поверхности. Науч.-техн. журнал НГА Украины «Науковий вісник». 3, 73–75 (1998)
122. Надутый, В.П., Сухарев, В.В., Белюшин, Д.В.: Исследование напряженного состояния рабочего органа вибрационной машины с защитным слоем при ударных нагрузках. Вібрації в техніці та технологіях. 4, 71–74 (2012)
123. Чубук, Ю.Ф., Назаренко, И.И., Гарнец, В.Н.: Вибрационные машины для уплотнения бетонных смесей. К.: Вища школа (1985)
124. Назаренко, И.И.: Прикладные задачи теории вибрационных систем: Учебное пособие. К.: ИСИО (1993)

125. Назаренко, І.І.: Вібраційні машини і процеси будівельної індустрії. К.: КНУБА (2007)
126. Назаренко, І.І., Баранов, Ю.О., Басараб, В.А.: Дослідження взаємодії бетонної суміші з робочим органом електромагнітної ударно-вібраційної установки. Вібрації в техніці та технологіях. 3, 55–60 (2013)
127. Назаренко, І.І., Баранов, Ю.О., Щербина, Т.Ф.: Використання електромагнітних вібраторів на змінному струмі в ударно-вібраційних системах. Теорія і практика будівництва. 3, (2007)
128. Назаренко, І.І., Ручинський, М.М., Свідерський, А.Т., Баранов, Ю.О., Дєдов, О.П., Корнійчук, Б.В., Кобижський, М.Г.: Дослідження та створення вібраційних машин із комбінаційними резонансними режимами. Збірник наукових праць [Полтавського національного технічного університету ім. Ю. Кондратюка]. Сер.: Галузеве машинобудування, будівництво. 1, 131–140 (2012)
129. Назаренко, І.І., Свідерський, А.Г., Ручинський, М.М.: Оцінка вкладу вищих гармонік в робочий процес машин різного технологічного призначення. Вібрації в техніці та технологіях. 1, 41–45 (2011)
130. Нестеренко, М.П.: Синтез вібраційних установок з просторовими коливаннями для формування залізобетонних виробів, (2013)
131. Остапенко, В.А.: Механические виброударные системы. К.: Наукова думка (1966)
132. Остапенко, В.А.: Асимптотические методы исследования периодических режимов работы вибрационных механизмов. Вібрації в техніці та технологіях. 3, 3–8 (2007)
133. Рагульскис, К.М., Рагульскис, Л.К.: Колебательные системы с динамически направленным возбудителем. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние (1987)
134. Рагульскене, В.Л.: Виброударные системы. Вильнюс: Минтис (1974)
135. Ряшенцев, Н.П., Тимошенко, Е.М., Фролов, А.В.: Теория, расчет и конструирование электромагнитных машин ударного действия. Новосибирск: Наука, Сиб. отделение (1970)
136. Ткачук, Н.А., Гриценко, Г.Д., Чепурной, А.Д., Орлов, Е.А., Ткачук, Н.Н.: Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания. Механіка та машинобудування. 1, 57–79 (2006)
137. Грабовский, А.В.: Методы и алгоритмы верификации сил ударного взаимодействия в виброударных системах. Восточно-европейский журнал передовых технологий. 3, (2010)
138. Грабовский, А.В., Кириченко, И.А., Барчан, Е.Н., Приймаков, А.Г., Васильева, Т.А.: Динамика вибрационных машин и определение эксплуатационных нагрузок. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Сер.: Машинознавство и САПР. 23, 58–76 (2013)
139. Грабовський, А.В.: Методы исследования динамики инерционных вибромашин и определение действующих нагрузок в виброударной системе. Вісник НТУ «ХПІ» «Машинознавство та САПР». 12, 61–80 (2009)

140. Костенко, Ю.В., Ткачук, Н.Н., Грабовский, А.В., Ткачук, Н.А.: Виброударные системы: определение периодических режимов движения. Вісник Севастопольського нац. техн. ун-ту: зб. наук. пр. Сер.: Механіка, енергетика, екологія. 137, 81–85 (2013)
141. Костенко, Ю.В.: Анализ параметров динамических процессов в виброударных машинах с изменяющимися массово-жесткостными характеристиками, (2015)
142. Tkachuk, M.M., Kostenko, I., Grabovsky, A., Tkachuk, M.A.: Parameter analysis of vibroimpact machines dynamics with variable mass and stiffness. В: Nonlinear Dynamics–2016 (ND-KhPI2016): proceedings of 5th International Conference, dedicated to the 90th anniversary of Academician V. L. Rvachev (2016)
143. Франчук, В.П.: Принципы приведения технологической нагрузки к системе с дискретными параметрами. Вібрації в техніці та технологіях. 4, 5–11 (2011)
144. Іскович-Лотоцький, Р.Д., Обертюх, Р.Р., Севостьянов, І.В.: Процеси та машини вібраційних і віброударних технологій. УНІВЕРСУМ-Вінниця (2006)
145. Вірник, М.М., Іскович-Лотоцький, Р.Д., Веселовська, Н.Р.: Вібраційні та віброударні процеси і машини у ливарному виробництві. Універсум-Вінниця (2007)
146. Іскович-Лотоцький, Р.Д.: Основи теорії розрахунку та розробка процесів і обладнання для віброударного пресування. Монографія. Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця (2006)
147. Іскович-Лотоцький, Р.Д., Матвеев, И.Б., Крат, В.А.: Машины вибрационного и виброударного действия. К.: Техніка (1982)
148. Иткин, А.Ф., Маслов, А.Г.: Определение рациональных параметров вибрационных возбудителей колебаний для виброплощадок с двухчастотными колебаниями. Вісник КДПУ ім. Михайла Остроградського. 5, 34–36 (2007)
149. Иткин, А.Ф.: Разработка вибрационной площадки с жестко-упругими ограничителями. Техніка будівництва. 2, 19–26 (2009)
150. Иткин, А.Ф., Маслов, А.Г.: Сравнение теоретических и экспериментальных данных исследований двухчастотных виброплощадок с пространственными колебаниями. Вісник КДПУ ім. Михайла Остроградського. 4, 144–148 (2008)
151. Човнюк, Ю.В., Гуменюк, Ю.О., Герасимчук, Г.А.: Моделі коливань суттєво-нелінійних систем ґрунтообробних робочих органів. Наукові нотатки. 32, 462–468 (2011)
152. Човнюк, Ю.В.: Фізико-механічне моделювання віброударних механічних систем. Теорія і практика будівництва. 4, (2008)
153. Цыфанский, С.Л., Бересневич, В.И., Окс, А.Б.: Нелинейные и параметрические колебания вибрационных машин технологического назначения. Рига: Зинатне (1991)
154. Цыфанский, С.Л.: Практическое использование нелинейных эффектов в вибрационных машинах. СПб.: Политехника (1992)
155. Цыфанский, С.Л., Окс, А.Б.: Использование корректирующих силовых воздействий для повышения эффективности вибромашин резонансного типа. Вопросы динамики и прочности. 45, 3–9 (1985)

156. Шевченко, Г.А., Бобильов, А.А., Ищук, М.А.: Исследования режимов колебаний виброударного осциллятора. Вібрації в техніці та технологіях. 1, 56–59 (2012)
157. Шевченко, Г.А., Бобылёв, А.А., Ищук, М.А.: Обоснование параметров колебаний сит поличастотных вибрационных грохотов. Науковий вісник Національного гірничого університету. 5, 64–71 (2010)
158. Алифов, А.А., Фролов, К.В.: Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источниками энергии. М.: Наука (1985)
159. Баженов, В.А., Дащенко, А.Ф., Оробей, В.Ф., Сурьянинов, Н.Г.: Численные методы в механике: монография. Одесса: Драфт (2004)
160. Боголюбов, Н.Н., Митропольский, Ю.А.: Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука (1974)
161. Василенко, М.В., Алексейчук, О.М.: Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. К.: Вища школа (2004)
162. Вейц, В.Л., Кочура, А.Е., Мартыненко, А.М.: Динамические расчеты приводов машин. Л.: Машиностроение (1971)
163. Вульфсон, И.И., Коловский, М.З.: Нелинейные задачи динамики машин. Л.: Машиностроение (1968)
164. Казакевич, М.И.: Избранное: монография. , Днепропетровск (2009)
165. Карабан, В.Н., Бессомытцев, А.С.: Вынужденные колебания систем с конечным членом степеней свободы. К.: УМК ВО (1990)
166. Коловский, М.З.: Динамика машин. Л.: Машиностроение (1989)
167. Меркин, Д.Р.: Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука (1987)
168. Пановко, Я.Г.: Основы прикладной теории колебаний и удара. М.: Машиностроение (1976)
169. Пукач, П.Я.: Якісні методи дослідження нелінійних коливальних систем. Львів: Видавництво Львівської політехніки (2014)
170. Струтинський, В.Б.: Математичне моделювання процесів та систем механіки. Житомир: ЖІТІ (2001)
171. Шатохин, В.М.: Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин : монография. Харьков: НТУ «ХПИ» (2008)
172. Ярошевич, М.П., Ярошевич, Т.С.: Динаміка розбігу вібраційних машин з дебалансним приводом. Луцьк: ЛНТУ (2011)
173. Забродец, И.П., Ярошевич, Т.С., Тимощук, В.Н., Ярошевич, Н.П.: Использование самосинхронизации в вибрационных площадках вертикальных колебаний. Вісник СевНТУ «Механіка, енергетика, екологія». 148, 52–56 (2014)
174. Глухівський, Л.Й.: Нелінійні коливання: чисельне полігармонічне моделювання. К.: Альфа ПіК (2008)
175. Леонтьев, А.Г., Семенов, И.М.: Электромеханические системы. СПб.: СПбГТУ (1997)
176. Мельников, Г.И.: Динамика нелинейных механических и электромеханических систем. Л.: Машиностроение (1975)
177. Скубов, Д.Ю., Ходжаев, К.Ш.: Нелинейная электромеханика. М.: ФИЗМАТЛИТ (2003)

178. Смольников, Л.П.: Расчет нелинейных электромеханических систем. Л.: Энергия (1968)
179. Чабан, В.: Математичне моделювання електромеханічних процесів. (1997)
180. Биргер, И.А.: Прочность, устойчивость, колебания. Справочник. В 3-х т. М.: Машиностроение (1968)
181. Воробйов, Ю.С., Чернобривко, М.В., Романенко, В.Н., Овчарова, Н.Ю.: Задачі забезпечення динамічної міцності відповідальних елементів сучасних конструкцій. Вісник СевНТУ. Механіка, енергетика, екологія. 137, 9–14 (2013)
182. Гутыря, С.С.: Системное моделирование качества механизмов и машин. Труды Одесского политехнического университета. 2, 1–8 (2003)
183. Гутиря, С.С., Яглінський, В.П.: Кваліметричний аналіз технічного рівня запобіжних муфт. Технологический аудит и резервы производства. 1, 11–13 (2014)
184. Когаев, В.П.: Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М.: Машиностроение (1977)
185. Когаев, В.П., Махутов, Н.А., Гусенков, А.П.: Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. М.: Машиностроение (1985)
186. Кожевников, С.Н., Есипенко, Я.И., Раскин, Я.М.: Механизмы. Справочник. М.: Машиностроение (1976)
187. Комаров, М.С.: Динамика механизмов и машин. М.: Машиностроение (1969)
188. Кравчук, В., Юсеф, А.А., Кравчук, А.: Сопротивление деформированию и разрушению поверхностноупрочненных деталей машин и элементов конструкций. Одесса: Астропринт (2000)
189. Кузьо, І.В., Ланець, О.В., Шпак, Я.В.: Вибір структури та обґрунтування силових і жорсткісних параметрів. Збірник наукових праць. Сер.: Галузеве машинобудування, будівництво. 1, 120–131 (2012)
190. Кіндрацький, Б.І.: Структурно-параметричний синтез кулачкової запобіжної муфти. Вісник Національного університету «Львівська політехніка» «Динаміка, міцність та проектування машин і приладів». 396, 77–86 (2004)
191. Кіндрацький, Б.І., Сулим, Г.Т.: Рациональне проектування машинобудівних конструкцій. Львів: КІНПАТРІ ЛТД (2003)
192. Малащенко, В.О., Тимейчук, О.Ю., Ніколайчук, В.В.: Силовий розрахунок деталей з'єднання змінної жорсткості. Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Технічні науки. 4, 269–275 (2013)
193. Кіницький, Я.Т., Харжевський, В.О.: Аналітичні методи аналізу та синтезу механізмів. Хмельницький: ХНУ (2006)
194. Носко, П.Л.: Оптимальное проектирование машиностроительных конструкций. Луганск: Изд-во ВУГУ (1999)
195. Nosko, P., Breshev, V., Fil, P.: Multiparameter synthesis of non-contact machine drive. Polish Academy of sciences in Lublin TEKA Commission of motorization in agriculture. 9, 172–180 (2009)

196. Андреева, Л.Е., Пономарев, С.Д.: Расчет упругих элементов машин и приборов. М.: Машиностроение (1980)
197. Писаренко, Г.С., Лебедев, А.А.: Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. К.: Наукова думка (1976)
198. Писаренко, Г.С., Яковлев, А.П., Матвеев, В.В.: Справочник по сопротивлению материалов. К.: Наукова думка (1988)
199. Писаренко, Г.С.: Колебания механических систем с учетом несовершенной упругости материала. К.: Наукова думка (1970)
200. Сидоренко, І.І., Гутиря, С.С., Аتماзов, С.В.: Нелінійний динамічний вібропогашувач з механічним зворотним зв'язком. Труды Одесского политехнического университета. 1–2, 28–31 (2010)
201. Сидоренко, І.І.: Управление жесткостью механических систем при помощи виброизолирующих устройств с обратной связью. Труды Одесского политехнического университета. 2, 30–34 (2005)
202. Сидоренко, І.І., Гутиря, С.С.: Вимушені коливання механічної системи з двома ділянками комбінованої пружної характеристики. Вісник Східноукраїнського університету. 77–83 (2008)
203. Weaver Jr, W., Timoshenko, S.P., Young, D.H.: Vibration problems in engineering. John Wiley & Sons (1990)
204. Трощенко, В.Т.: Прочность металлов при переменных нагрузках. К.: Наукова думка (1978)
205. Шпачук, В.П., Коваленко, А.В.: Оптимізація експлуатаційних і конструктивних параметрів вагона з урахуванням взаємодії з верхньою будовою колії в зоні стикової нерівності. Коммунальное хозяйство городов. 81, 254–262 (2008)
206. Шпачук, В.П., Засядько, М.А., Гарбуз, А.О., Абракітова, А.Ю.: Integral characteristics of absolute and relative silo vibrations under seismic influence. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 1, 4–8 (2014)
207. Филиппов, А.П.: Колебания деформируемых систем. М.: Машиностроение (1970)
208. Manson, S.S., Halford, G.R.: Fatigue And Durability of Structural Materials. ASM International, Materials Park, Ohio (2005)
209. Moon, S.-I., Cho, I.-J., Yoon, D.: Fatigue life evaluation of mechanical components using vibration fatigue analysis technique. J Mech Sci Technol. 25, 631–637 (2011)
210. Budynas, R.G., Nisbett, K.J.: Shigley's Mechanical Engineering Design. McGraw-Hill Education, New York, NY (2014)
211. Despotovic, Z.V., Ribic, A.I., Sinik, V.M.: Power current control of a resonant vibratory conveyor having electromagnetic drive. Journal of Power Electronics. 12, 677–688 (2012)
212. Despotovic, Z.V., Stojiljkovic, Z.V.: PSPICE simulation of two-mass vibratory conveying system with electromagnetic drive. B: Computer as a Tool, 2005. EUROCON 2005. The International Conference on. pp 1509–1512. IEEE (2005)
213. Despotovic, Z., Urukalo, D., Lecic, M., Cosic, A.: Mathematical modeling of resonant linear vibratory conveyor with electromagnetic excitation: simulations and experimental results. Applied Mathematical Modelling. 41, 1–24 (2017)

214. Bayıroğlu, H., Alışverişçi, G.F., Ünal, G.: Nonlinear response of vibrational conveyers with nonideal vibration exciter: superharmonic and subharmonic resonance. *Mathematical Problems in Engineering*. 2012, (2012)
215. Ho, J.-H., Nguyen, V.-D., Woo, K.-C.: Nonlinear dynamics of a new electro-vibro-impact system. *Nonlinear Dynamics*. 63, 35–49 (2011)
216. Ho, J.H., Woo, K.C.: Bifurcations in an electro-vibroimpact system with friction. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 46, 511–520 (2008)
217. Michalczyk, J., Cieplak, G., Bednarski, Ł.: *Procesy przejściowe maszyn wibracyjnych i układów wibroizolacji* [Transient states of vibratory machines and vibration isolation systems]. Warszawa : Wydawnictwa Naukowo-Techniczne (2010)
218. Michalczyk, J.: Maximum amplitudes in transient resonance of distributed-parameter systems. *Archives of Mining Sciences*. 57, 657–665 (2012)
219. Michalczyk, J.: Transient resonance of machines and devices in general motion. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 50, 577–587 (2012)
220. Michalczyk, J., Czubak, P.: Natural vibrations of long vibratory conveyers. *Archives of Metallurgy and Materials*. 51, 145–154 (2006)
221. Pavlovskaia, E., Hendry, D.C., Wiercigroch, M.: Modelling of high frequency vibro-impact drilling. *International Journal of Mechanical Sciences*. 91, 110–119 (2015)
222. Lima, R., Soize, C., Sampaio, R.: Optimal design of a vibro-impact electro-mechanical system with uncertainties. B: 17th International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DINAME 2015). pp 1–6. ABCM (2015)
223. Awrejcewicz, J., Kryśko, V.A., Vakakis, A.F., Kryśko, V.A.: *Nonlinear Dynamics of Continuous Elastic Systems*. Springer, Berlin ; New York (2004)
224. Luo, G., Ma, L., Lv, X.: Dynamic analysis and suppressing chaotic impacts of a two-degree-of-freedom oscillator with a clearance. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*. 10, 756–778 (2009)
225. Luo, G., Xie, J.: Subharmonic and hopf bifurcations of an impact-forming machinery in a strong resonance case. *Acta Mechanica Sinica*. 35, 592–598 (2003)
226. Luo, G., Yu, J., Xie, J.: Codimension two bifurcation and chaos of a vibro-impact forming machine associated with 1:2 resonance case. *Acta Mechanica Sinica*. 22, 185–198 (2006)
227. Luo, G.W., Lv, X.H., Shi, Y.Q.: Vibro-impact dynamics of a two-degree-of freedom periodically-forced system with a clearance: Diversity and parameter matching of periodic-impact motions. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 65, 173–195 (2014)
228. Luo, G.W., Zhang, Y.L., Xie, J.H., Zhang, J.G.: Vibro-impact dynamics near a strong resonance point. *Acta Mechanica Sinica*. 23, 329–341 (2007)
229. Luo, G.W., Zhang, Y.L., Yu, J.N.: Dynamical behavior of vibro-impact machinery near a point of codimension two bifurcation. *Journal of Sound Vibration*. 292, 242–278 (2006)
230. Olejnik, P.: *Metody numeryczne rozwiązywania, analizy i kontroli nieciągłych układów dynamicznych*. Zeszyty Naukowe. Rozprawy Naukowe / Politechnika Łódzka (2013)

231. Ostasevicius, V., Gaidys, R., Dauksevicius, R.: Numerical analysis of dynamic effects of a nonlinear vibro-impact process for enhancing the reliability of contact-type MEMS devices. *Sensors (Basel)*. 9, 10201–10216 (2009)
232. Peter, S., Reuss, P., Gaul, L.: Identification of sub- and higher harmonic vibrations in vibro-impact systems. *B: Nonlinear Dynamics, Volume 2*. pp 131–140. Springer, Cham (2014)
233. Stevanović-Hedrih, K., Jović, S.: Models of technological processes on the basis of vibro-impact dynamics. *Scientific Technical Review*. LIX, 51–72 (2009)
234. Nguyen, V.-D., Nguyen, H.-C., Ngo, N.-K., La, N.-T.: A new design of horizontal electro-vibro-impact devices. *J. Comput. Nonlinear Dynam.* 12, 061002-061002–11 (2017)
235. Wagg, D.J.: Multiple non-smooth events in multi-degree-of-freedom vibro-impact systems. *Nonlinear Dyn.* 43, 137–148 (2006)
236. Wagg, D.J., Bishop, S.R.: Dynamics of a two degree of freedom vibro-impact system with multiple motion limiting constraints. *Int. J. Bifurcation Chaos*. 14, 119–140 (2004)
237. Wang, J., Shen, Y., Yang, S.: Dynamical analysis of a single degree-of-freedom impact oscillator with impulse excitation. *Advances in Mechanical Engineering*. 9, 1–10 (2017)
238. Xie, W.-C.: *Dynamic stability of structures*. Cambridge University Press (2006)
239. Yevstignejev, V.Y.: Application of the complete bifurcation groups method for analysis of strongly nonlinear oscillators and vibro-impact systems, (2008)
240. Igumnov, L.A., Metrikin, V.S., Nikiforova, I.V., Ipatov, A.A.: On the theory of multi-pulse vibro-impact mechanisms. *J. Phys.: Conf. Ser.* 919, 012005 (2017)
241. Neyman, L.A., Neyman, V.Y.: Complex analysis of electromagnetic machines for vibro-impact technologies. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* 87, 032026 (2017)
242. Афтаназив, И.С., Берник, П.С., Сивак, Р.И., Клименко, А.Д.: Вибрационно-центробежная упрочняющая обработка деталей машин. Винница: ВДАУ (2002)
243. Ланець, О.С.: Наукові основи створення енергоощадних міжрезонансних вібраційних машин, (2011)
244. Ланець, О.С.: Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення). Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», Львів (2008)
245. Lanets, O., Borovets, V., Lanets, O., Shpak, Y., Lozynskyu, V.: Synthesis of structure and research of operation of resonance two-mass vibrating table with electromagnetic drive. *Ukrainian journal of mechanical engineering and materials science*. 1, 9–34 (2015)
246. Щигель, В.А.: Расчет продолжительности процесса виброобработки по обобщенным критериям. Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. 50–56 (1977)
247. Букин, С.Л., Маслов, С.Г., Лютый, А.П., Резниченко, Г.Л.: Интенсификация технологических процессов вибростран машин путем реализации бигармонических режимов работы. Збагачення корисних копалин. 36–37, 81–89 (2009)

248. Круш, И., Борохович, Д., Косой, Г.: Применение технологии KROOSH® для процессов разделения сыпучих материалов и полидисперсных суспензий. Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 14, (2009)
249. Севостьянов, И.В.: Процессы и оборудование для виброударного разделения пищевых отходов. Монография. (2013)
250. Filimonikhin, G., Yatsun, V.: Investigation of the process of excitation of dual-frequency vibrations by ball auto-balancer of GIL 42 screen. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 1, 17–23 (2016)
251. Анциферов, А.В.: Приближенный расчет вертикальной вибрационной мельницы как виброударной системы. Вібрації в техніці та технологіях. 4, 61–64 (2011)
252. Krot, P.V.: Dynamics and diagnostics of the rolling mills drivelines with non-smooth stiffness characteristics. В: Proceeding of the 3rd International Conference on Nonlinear Dynamics, Kharkov, Ukraine. pp 115–120 (2010)
253. Чубик, Р.В., Ярошенко, Л.В.: Керовані вібраційні технологічні машини. Вінниця: ВНАУ (2011)
254. Дырда, В.И., Пухальский, В.Н., Лисица, Н.И.: Динамика вибропитателей с нелинейной упругой характеристикой. Вібрації в техніці та технологіях. 3, 98–102 (2016)
255. Лопушенко, В.В.: Динамика и расчет электровибрационных лотков-транспортеров с продольными бигармоническими колебаниями рабочего органа, (1971)
256. Саленко, Ю.С.: Разработка двухчастотного вибрационного конвейера. Техніка будівництва. 33, 7–10 (2014)
257. Ярошевич, Т.С.: Вібраційні конвеєри з бігармонічним законом коливань робочого органу. Сільськогосподарські машини. 14, 296–300 (2006)
258. Brown, W.R.: Three mass electromagnetic feeder, (1983)
259. Falconer, T.H., Carner, M.A., Selvaggi, J.A.: Electromagnetic vibratory feeder with rare earth magnet, (1998)
260. Falconer, T.H.: Three mass vibratory feeder, (1990)
261. Popper, V.: Electromagnetic vibrating system, (1990)
262. Popper, V.: Three-mass electromagnetic vibrating system, (1992)
263. Басараб, В.А.: Дослідження полічастотного режиму коливань робочого органу електромагнітної ударно-вібраційної системи. Техніка будівництва. 29, 50–56 (2012)
264. Назаренко, І.І., Баранов, Ю.О., Свідерський, А.Т., Басараб, В.А., Кравченко, І.М., Клименко, М.О.: Електромагнітна ударно-вібраційна установка для формування бетонних виробів, (2005)
265. Aguiar, R.R., Weber, H.I.: Impact force magnitude analysis of an impact pendulum suspended in a vibrating structure. Shock and Vibration. 19, 1359–1372 (2012)
266. Bazhenov, V.A., Pogorelova, O.S., Postnikova, T.G.: Comparison of two impact simulation methods used for nonlinear vibro-impact systems with rigid and soft impacts

267. Петров, А.А.: Теория и проектирование вибрационных машин импульсного и резонансного действия. Технологический ун-т Подолья, Хмельницкий (2002)
268. Ciampini, D.: Impact Velocity, Almen Strip Curvature and Residual Stress Modelling in Vibratory Finishing, (2008)
269. Слабкий, А.В.: Гідроімпульсний привод пристрою для радіального віброточіння та подрібнення зливної стружки з вбудованим генератором імпульсів тиску, (2013)
270. Muhammad, R., Maurotto, A., Roy, A., Silberschmidt, V.V.: Analysis of forces in vibro-impact and hot vibro-impact turning of advanced alloys. Applied Mechanics and Materials. 70, 315–320 (2011)
271. Цейтлин, М.Г., Верстов, В.В., Азбель, Г.Г.: Вибрационная техника и технология в свайных и буровых работах. Л.: Стройиздат (1987)
272. Warrington, D.C.: Vibratory and impact-vibration pile driving equipment. Vulcan Iron Works Inc. (1997)
273. Артемов, И.В., Костенко, Ю.В., Грабовский, А.В., Ткачук, Н.А., Карапейчик, И.Н.: Анализ динамических характеристик корпусов виброударных машин. Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». 38, 110–115 (2010)
274. Барчан, Є.М., Грабовський, А.В., Мартиненко, О.В.: Комп'ютерне моделювання динаміки і напружено-деформованого стану просторових конструкцій. В: Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій: тези доповідей Міжнародної науково-технічної конф. пам'яті академіка НАН України В. І. Моссаковського. pp 236–238. , Дніпропетровськ (2007)
275. Луговской, А.Ф., Чухраев, Н.В.: Ультразвуковая кавитация в современных технологиях. К.: ВПЦ «Київ. ун.» (2007)
276. Kozlov, L.G., Burennikov, Y.A., Piontkevych, O.V., Paslavskaya, O.V.: Optimization of design parameters of the counterbalance valve for the front-end loader hydraulic drive. В: Proceedings of 22nd International Conference «МЕХАНІКА 2017». pp 195–200. Kaunas University of Technology (2017)
277. Burennikov, Y., Kozlov, L., Pyliavets, V., Piontkevych, O.: Mechatronic Hydraulic Drive with Regulator, Based on Artificial Neural Network. IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 209, 012071 (2017)
278. Белоусов, А.И., Рекус, Г.Г.: Вибраторы с электромагнитным приводом (Обзор). М.: ЦНИИТЭстроймаш (1969)
279. Геча, Г.Я., Мильшин, А.Ю.: Определение тягового усилия и динамических характеристик цилиндрического электромагнита с различной формой штока. Электромеханические устройства и преобразователи. 1, 2–7 (2013)
280. Татевосян, А.А., Татевосян, А.С.: Расчет оптимальных параметров электромагнитного привода колебательного движения. Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 4, 121–132 (2014)
281. Татевосян, А.С., Захарова, Н.В.: Уравнения динамики электромагнита переменного тока. Современные проблемы науки и образования. 6, (2014)
282. Chernov, O.: Harmonic components of electromagnetic vibrator current. Technical Electrodynamics. 2017, 65–71 (2017)

283. Chernov, A.A.: Control of resonant electromagnetic vibrational drive using a digital filtering algorithm based on discrete Fourier transform. *JAI(S)*. 46, (2014)
284. Sokolov, I.J., Babitsky, V.I., Halliwell, N.A.: Autoresonant vibro-impact system with electromagnetic excitation. *Journal of Sound and Vibration*. 308, 375–391 (2007)
285. Карман, Т., Био, М.: Математические методы в инженерном деле. М.-Л. ОГИЗ. Гос. изд. Техничко-теоретической литературы (1948)
286. Мартыненко, Ю.Г.: Аналитическая динамика электромеханических систем. М.: МЭИ (1984)
287. Черно, А.А.: Динамическая модель электромагнитного вибрационного привода. *Технічна електродинаміка*. 2, 37–43 (2014)
288. Нейман, Л.А., Нейман, В.Ю.: Моделирование процессов в электромагнитном вибрационном преобразователе с потерями энергии в магнитопроводе. Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 19, 73–78 (2016)
289. Старостин, А.Г.: Методы проектирования электромагнитных механизмов постоянного тока с заданными динамическими параметрами, (2006)
290. Тугай, Ю.І., Бесараб, О.Б.: Модель електромагнітного трансформатора напруги для дослідження ферорезонансних процесів. Наукові праці Вінницького національного технічного університету. 4, 1–5 (2014)
291. Гордон, А.В., Сливинская, А.Г.: Электромагниты переменного тока. М.: Энергия (1968)
292. Черно, А.А., Гуров, А.П., Безверхний, Д.Л.: Особенности расчета энергопотребления трехмассовых вибрационных установок с электромагнитным приводом. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. 2, 156–159 (2011)
293. Ашавский, А.М., Вольперт, А.Я., Шейнбаум, В.С.: Силовые импульсные системы: Аналитическое проектирование. М.: Машиностроение (1978)
294. Kęcik, K.: Energy recovery from a non-linear electromagnetic system. *acta mechanica et automatica*. 12, 11–18 (2018)
295. Коренев, Б.Г., Рабинович, И.М.: Справочник по динамике сооружений. М.: Стройиздат (1972)
296. Макаров, Е.: Инженерные расчеты в Mathcad 15: Учебный курс. СПб.: Питер (2011)
297. Охорзин, В.А.: Прикладная математика в системе Mathcad. Учебное пособие. (2009)
298. Потураев, В.Н., Дырда, В.И.: Резиновые детали машин. М.: Машиностроение (1977)
299. Потураев, В.Н.: Резиновые и резинометаллические детали машин. М.: Машиностроение (1966)
300. Tentor, L.B.: Characterization of an electromagnetic tuned vibration absorber, (2001)
301. Karayannis, I., Vakakis, A.F., Georgiades, F.: Vibro-impact attachments as shock absorbers. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 222, 1899–1908 (2008)

302. Yoon, J.-Y., Kim, B.: Vibro-impact energy analysis of a geared system with piecewise-type nonlinearities using various parameter values. *Energies*. 8, 8924–8944 (2015)
303. Беломытцев, А.С., Дружинин, Е.И., Морачковский, О.К.: Исследование колебаний нелинейных систем. *Вібрації в техніці та технологіях*. 3, 11–20 (2016)
304. Belovodskiy, V.N., Bukin, S.L., Sukhorukov, M.Y., Babakina, A.A.: 2:1 Superharmonic resonance in two-masses vibrating machine. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*. 3, 123–135
305. Ibrahim, R.A.: *Vibro-Impact Dynamics: Modeling, Mapping and Applications*. Springer Science & Business Media (2009)
306. Morrison, T.M., Rand, R.H.: 2:1 Resonance in the delayed nonlinear Mathieu equation. *Nonlinear Dyn.* 50, 341–352 (2007)
307. Zounes, R.S., Rand, R.H.: Subharmonic resonance in the non-linear Mathieu equation. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 37, 43–73 (2002)
308. Бидерман, В.Л.: Теория механических колебаний. М.: Высшая школа (1980)
309. Clough, R.W.: *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill Education, New York (1993)
310. *Вибрации в технике. Справочник. Т.1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина*. М.: Машиностроение (1978)
311. Силивонюк, А.В.: Покращення динамічних та енергетичних характеристик вібраційних машин з дебалансними збудниками, (2014)
312. Филимонихин, Г.Б., Яцун, В.В.: Экспериментальное исследование двухчастотных вертикальных вибраций платформы, возбужденных шаровыми автобалансирами. *Вібрації в техніці і технологіях*. 80 (2015)
313. Filimonikhin, G., Yatsun, V.: Method of excitation of dual frequency vibrations by passive autobalancers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 4, 9–14 (2015)
314. Weijun, Y., Qiusheng, L.: Motion simulation of dual-frequency vibrating screen. *Applied Mechanics and Materials*. 4916–4921 (2012)
315. Рудин, А.Д.: *Вибрационный конвейер*, (1966)
316. Цыфанский, С.Л., Бересневич, В.И.: Способ настройки на резонансные колебания вибромашины с кусочно-линейной характеристикой упругий связей, (1987)
317. Закржевский, М.В., Иванов, Ю.М.: Способ настройки на заданный режим колебаний вибромашины с нелинейными упругими связями и с рабочей массой, (1992)
318. Закржевский, М.В., Иванов, Ю.М.: *Вибрационное устройство*, (1991)
319. Цыфанский, С.Л., Бересневич, В.И., Магоне, М.А., Окс, А.Б.: *Упругая подвеска*, (1988)
320. Назаренко, І.І., Баранов, Ю.О., Корнійчук, Б.В.: Віброударна площадка для ущільнення бетонної суміші, (2002)
321. Cattani, C., Grebenikov, E.A., Prokopenya, A.N.: On stability of the Hill equation with damping. *Nonlinear Oscill.* 7, 168–178 (2004)

322. Mesbahi, A., Haeri, M., Nazari, M., Butcher, E.A.: Fractional delayed damped Mathieu equation. *International Journal of Control*. 88, 622–630 (2015)
323. Бондаренко, Г.В.: Уравнение Хилла и его применение в области технических колебаний. М.; Л.: Изд-во АН СССР (1936)
324. Lutsiv, I.V., Hevko, I.B., Lyashuk, O.L., Dubynyak, T.S.: Investigation of dynamical impact loads in screw conveyer drives with safety clutches. *INMATEH-Agricultural Engineering*. 51, 69–76 (2017)
325. Андреев, Ю., Беломитцев, А., Дружинин, С.: Дослідження коливань нелінійних систем методом точкових відображень. *Машинознавство*. 3–7 (2011)
326. Chiu, M.-C., Chang, Y.-C., Yeh, L.-J., Chung, C.-H.: Numerical assessment of a two-mass vibration-based and electromagnetic energy harvester using the simulated annealing method. *Advances in Materials Science and Engineering*. (2014)
327. Харченко, С.В., Гутий, А.В.: Обґрунтування раціональних параметрів процесу вивільнення прихопленої колони труб за допомогою гідравлічного ударного механізму. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка» «Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні»*. 583, 81–89 (2007)
328. Левчук, К.: Нелінійна математична модель роботи бурильної колони під час ліквідації прихоплень ударним способом. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 57–65 (2015)
329. Манжосов, В.К., Новиков, Д.А.: Моделирование переходных процессов и предельных циклов движения виброударных систем с разрывными характеристиками. Ульяновск: УлГТУ (2015)
330. Галдин, Н.С., Галдин, В.Н., Егорова, Н.Н.: Оптимизационный синтез основных параметров гидравлических импульсных систем строительных машин. *Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии*. 73–78 (2013)
331. Воронин, А.Н.: Многокритериальный синтез динамических систем. К.: Наукова думка (1992)
332. Nazarenko, I., Gaidaichuk, V., Dedov, O., Diachenko, O.: Investigation of vibration machine movement with a multimode oscillation spectrum. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 6, 28–36 (2017)
333. Алямовский, А.А.: COSMOSWorks. Основы расчета конструкций на прочность в среде SolidWorks. М.: ДМК Пресс (2010)
334. Nucera, F., Vakakis, A.F., McFarland, D.M., Bergman, L.A., Kerschen, G.: Targeted energy transfers in vibro-impact oscillators for seismic mitigation. *Nonlinear Dyn*. 50, 651–677 (2007)
335. Park, N.G., Suh, J.M., Jeon, K.L.: Contact force model for a beam with discretely spaced gap supports and its approximated solution. *Nuclear Engineering and Technology*. 43, 447–458 (2011)
336. Маляр, М.М.: Визначення та цілеспрямована зміна вагових коефіцієнтів при багатокритеріальному виборі. *Збірник наукових праць "Вісник НТУ «ХП»»: Системний аналіз, управління та інформаційні технології*. 9, 51–56 (2010)

337. Мірських, Г.О., Реутська, Ю.Ю.: Комбіновані методи визначення вагових коефіцієнтів в задачах оптимізації та оцінювання якості об'єктів. Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування. 199–211 (2011)
338. Filimonikhin, G., Yatsun, V.: Conditions of replacing a single-frequency vibro-exciter with a dual-frequency one in the form of passive auto-balancer. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2017, 61–68 (2017)
339. Filimonikhin, G., Yatsun, V., Dumenko, K.: Research into excitation of dual frequency vibrational-rotational vibrations of screen duct by ball-type auto-balancer. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 3, 47–52 (2016)
340. Шевченко, Ф.Л.: Будівельна механіка. Спеціальний курс. Динаміка пружних стержньових систем. Донецьк: РІА ДонНТУ (2000)
341. Варвак, П.М.: Метод конечных элементов: Учеб. пособие для вузов. К.: Вища школа. Головное изд-во (1981)
342. Hutton, D.V., Hutton, D.: *Fundamentals of Finite Element Analysis*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, Boston, Mass. (2003)
343. Оробей, В.Ф., Сурьянинов, Н.Г., Лазарева, Д.В.: Моделирование задач динамики стержневых систем методами граничных и конечных элементов. *Известия Высших Учебных Заведений. Строительство*. 7, 98–102 (2006)
344. ГОСТ 25.504-82. Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости
345. Трощенко, В.Т.: Сопротивление усталости металлов и сплавов. Справочник. К.: Наукова думка (1987)
346. Григорьев, Н.В.: Вибрация энергетических машин. Справочное пособие. Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-ние) (1974)
347. Вибрации в технике. Справочник. Т.3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. М.: Машиностроение (1980)
348. Іглін, С.П.: Оптимізація форми елементів конструкцій: монографія. Харків: НТУ «ХПІ» (2009)
349. Kulcsár, T., Timár, I.: Mathematical optimization and engineering applications. *Mathematical modeling and computing*. 3, 59–78 (2016)
350. Похмурская, Г.В., Студент, М.М., Войтович, А.А., Студент, А.З., Дзюбик, А.Р.: Влияние высокочастотных механических колебаний изделия на структуру и износостойкость наплавленного металла X10P4Г2С. *Автоматическая сварка*. 22–27 (2016)

ДОДАТКИ

Додаток А

Акти впровадження результатів наукових досліджень

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

ФОП «Струк М. І.»



АКТ

про впровадження науково-практичних результатів
дисертаційної роботи Гурського Володимира Миколайовича
«Синтез нелінійних полічастотних вібраційних машин з резонансними
режимами роботи»

Комісія у складі директора Струка Миколи Івановича, начальника технічного відділу Дзюбайло Уляни Романівни та завідувача кафедри механіки та автоматизації машинобудування Національного університету «Львівська політехніка» д.т.н., проф. Кузьо Ігора Володимировича склали цей акт із визначенням об'єктів впровадження науково-технічних результатів дисертаційної роботи Гурського Володимира Миколайовича «Синтез нелінійних полічастотних вібраційних машин з резонансними режимами роботи». Зокрема, рекомендовано прийняти на використання:

1. Методики проектного розрахунку під час модернізації та створення нових резонансних вібраційних столів для ущільнення бетоносумішей. Для реалізації двочастотних систем запропоновано розрахункові формули, а для віброударних – раціональні співвідношення між коефіцієнтами жорсткості та значення відповідних коефіцієнтів синтезу. Це дозволяє реалізовувати резонансні системи з використанням типової однократної схеми живлення електромагнітів змінного струму, що використовуються як привід.

2. Конструкторська документація на парціальний модуль, що слугує технічним засобом для модернізації базового вібраційного стола з частотою коливань 100 Гц та використовується у виробництві виробів із бетонних сумішей на ФОП «Струк М. І.». Здійснено проектний та перевірочний розрахунок на міцність пакету плоских пружин за умовами реалізації двочастотного режиму. Використання запропонованого модуля на базовій конструкції не порушує базових налаштувань.

3. Результати моделювання, параметри та режими роботи (технічна характеристика) модернізованого (50 Гц/ 100 Гц) вібраційного стола. Підтвердження реалізованого двочастотного режиму оцінено комплексом кінематичних, динамічних та енергетичних характеристик з відповідним спектральним аналізом. Встановлено вплив розробленої парціальної маси на

максимальне значення пришвидшення, відношення гармонік пришвидшення робочої маси та споживану потужність. Вибрано масу за умови відношення гармонік $A_{[50Гц]} / A_{[100Гц]} = 0,38$, що є визначеною технологічною умовою для раціональних двочастотних режимів оброблення.

4. Уточнення конструктивних параметрів робочих органів вібраційних столів здійснено за частотно-масовим критерієм. Дозволяє встановити остаточний варіант конструкції із максимальним відношенням значення “проблемної” власної частоти коливань до маси робочого органа.

Використання зазначених об’єктів на ФОП «Струк» дозволяє покращити якість формованих виробів із бетонних сумішей та підвищити ефективність функціонування вібраційного обладнання.

Голова комісії



/ Струк М. І. /


Члени комісії

Завідувач кафедри механіки та
автоматизації машинобудування
Національного університету
«Львівська політехніка»,
д.т.н., проф.



/ Кузьо І. В. /

Начальник технічного відділу



/ Дзюбайло У. Р. /

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної
роботи Національного університету

“Львівська політехніка”

Давидчак О. Р.

АКТ

про використання результатів дисертаційної роботи докторанта
Гурського Володимира Миколайовича «Синтез полічастотних вібраційних
машин з резонансними режимами роботи» у навчальному процесі кафедри
механіки та автоматизації машинобудування Національного університету
«Львівська політехніка»

Комісія у складі:

голова комісії:

Ланець О. С. – д.т.н., директор Інституту інженерної механіки та
транспорту;

члени комісії:

Кузьо І. В. – д.т.н., проф., завідувач кафедри механіки та
автоматизації машинобудування;

Гаврильченко О. В. – к.т.н., проф., професор кафедри механіки та
автоматизації машинобудування

цим актом підтверджує те, що в навчальному процесі кафедри механіки та
автоматизації машинобудування впроваджено та використовуються наступні
результати дисертаційної роботи Гурського В. М.:

– прикладні задачі уточненого вибору (оптимізації) конструктивних
параметрів робочих органів технологічних машин за їх багатоваріантних рішень
за результатами частотного аналізу під час виконання магістрами практичних
занять з курсу “Автоматизоване проектування технологічного обладнання”;

– розрахункові програми та алгоритми реалізації параметричного синтезу
динамічних систем під час проведення практичних занять з курсу “Комп’ютерне
моделювання та автоматизація інженерних розрахунків”.

Під час підготовки магістрів спеціалізацій кафедри механіки та автоматизації машинобудування використовуються методи та засоби комп'ютерного проектування та аналізу динамічної стійкості, міцності проєктованих конструкцій. Отримані результати сприяють усвідомленню студентами важливості завдань динамічного аналізу та оптимізаційного синтезу, а також проблематики їх реалізації. Застосування результатів дисертаційного дослідження підвищує теоретичний рівень та практичні навички студентів у використанні сучасних прикладних розрахункових методів, зокрема під час проектування в сучасних програмних засобах.

Голова комісії:

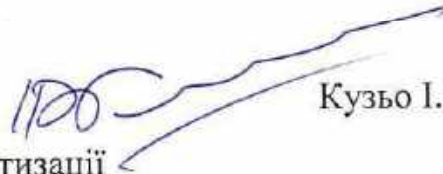
Директор Інституту інженерної механіки
та транспорту, д.т.н.



Ланець О. С.

Члени комісії:

Завідувач кафедри механіки та автоматизації
машинобудування,
д.т.н., проф.



Кузьо І. В.

Професор кафедри механіки та автоматизації
машинобудування,
к.т.н., проф.



Гаврильченко О. В.

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з наукової роботи
Національного університету
“Львівська політехніка”



проф. Чухрай Н. І.

01.08.2018

АКТ

про використання результатів дисертаційної роботи докторанта
Гурського Володимира Миколайовича «Синтез нелінійних полічастотних
вібраційних машин з резонансними режимами роботи» під час виконання
держбюджетних науково-дослідних робіт в
Національному університеті «Львівська політехніка»

Комісія у складі:

голова комісії:

Жук Л. В. – к.т.н., доц., начальник науково-дослідної частини;

члени комісії:

Кузьо І. В. – д.т.н., проф., завідувач кафедри механіки та автоматизації
машинобудування;

Лазько Г. В. – к.т.н., завідувач відділу науково-організаційного
супроводу наукових досліджень;

Чулой Т. М. – начальник планово-фінансової групи,

цим актом підтверджує, що результати дисертаційної роботи докторанта
Гурського В. М. використано під час виконання держбюджетних науково-
дослідних робіт:

1. “Розробка резонансних вібраційних машин для енергоощадної
переробки сипких матеріалів і штучних виробів» (№ держреєстрації
0110U007099). Зокрема: розрахунок інерційно-жорсткісних параметрів
вібраційних систем; конструкторське рішення двочастотного резонансного
вібраційного стола з незалежним збуренням; залежності для АЧХ вібраційних
систем з електромагнітним приводом; конструкції робочих органів підвищеної
динамічної жорсткості, оптимізовані за частотно-масовим критерієм.

2. “Теоретико-прикладні основи модернізації енергоємного
технологічного обладнання” (№ держреєстрації 0112U001208). Зокрема:

чисельні алгоритми багатопараметричного синтезу і динамічного аналізу нелінійних резонансних вібраційних машин; уніфіковані вузли вібраційних машин з напрямленими коливаннями робочого органа; модернізовані двомасові резонансні вібраційні машини; частотно-силовий аналіз відповідальних пружних елементів.

3. "Створення імпульсного полічастотного вібраційного технологічного обладнання" (№ держреєстрації 0115U000433). Зокрема: оцінка ефективності функціонування вібраційних машин технологічного призначення; синтез двочастотних резонансних машин; конструкторська документація на виготовлення експериментального зразка; синтез і оптимізація пружно-силових параметрів віброударних систем за критеріями енергетичної ефективності з врахуванням технологічних, кінематичних та динамічних обмежень; експериментальний зразок (макет) резонансного вібраційного модуля для вивчення гармонійних і віброударних (полічастотних) режимів роботи (з частотами коливань 50 Гц, 100 Гц, 50/100 Гц); експериментальні дослідження реалізованих резонансних систем.

Голова комісії:

начальник науково-дослідної частини,
к.т.н., доц.



Жук Л. В.

Члени комісії:

завідувач кафедри механіки та автоматизації
машинобудування,
д.т.н., проф.



Кузьо І. В.

завідувач відділу науково-організаційного супроводу
наукових досліджень, к.т.н.



Лазько Г. В.

начальник планово-фінансової групи



Чулой Т. М.

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Головний інженер

ПрАТ «Конвеєр»

Грибачов В.В.



2018 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Гурського Володимира Миколайовича на тему

«Синтез полічастотних вібраційних машин з резонансними режимами роботи»

Комісія ПрАТ «Конвеєр» у складі начальника відділу перспективних виробів та замовлень, головного конструктора Підвального Ігора Володимировича; начальника виробництва Рака Івана Михайловича та заступника начальника виробництва Ставничого Анатолія Михайловича встановила доцільність використання науково-прикладних результатів дисертаційної роботи Гурського Володимира Миколайовича під час проектування, розрахунку та виготовлення технологічного обладнання, в т.ч. вібраційного, що є об'єктами виробництва ПрАТ «Конвеєр».

Об'єктами впровадження науково-технічних результатів є:

1. Методики проектного та перевірконого розрахунку технологічних машин вібраційної дії (конвеєрів, грохотів, столів).

2. Результати комп'ютерного моделювання й розрахунку власних частот коливань, напружено-деформованого стану та оптимізації конструктивних параметрів робочих органів довгомірних конвеєрів та вібраційних столів, підкріплених ребрами жорсткості, косинцями та іншими елементами на предмет підвищення жорсткості та зменшення масово-інерційних характеристик. Застосування частотно-масового критерію для уточненого вибору конструктивних параметрів об'єктів, що зазнають динамічних навантажень, попередньо розрахованих методами скінченних елементів засобами CAE моделювання.

3. Проектні рішення, втілені у вигляді 3-D моделей нових зразків віброударних та двохчастотних резонансних технологічних машин.

Голова комісії

Начальник відділу перспективних виробів та замовлень, головний конструктор


Підвальный І.В.

Члени комісії:

Начальник виробництва


Рак І. М.

Заступник начальника виробництва


Ставничий А.М.

Додаток Б

Аналіз енергетичних перетворень у резонансних вібраційних системах

$$m1 := 20 \quad m2 := 60 \quad m3 := 3.5 \quad \omega := 314 \quad z := 0.96 \quad P := 300$$

$$\eta := \frac{(z^2 - 1) \cdot (m1 \cdot m2) + z^2 \cdot (m2^2 + m3 \cdot m2 + m1 \cdot m3) - m2^2 - m2 \cdot m3}{(m2 + m3) \cdot (z^2 - 1) \cdot (m1 + m2 + m3)} \quad \eta = 0.79$$

$$z1 := \frac{z}{\sqrt{\frac{\eta \cdot m3 + (\eta - 1) \cdot m2}{(\eta - 1) \cdot (m1 + m2) + m3 \cdot \eta}}} \quad z1 = 1.147 \quad z2 := \frac{z}{\sqrt{\eta}} \quad z2 = 1.08$$

$$c12 := m1 \cdot \left(\frac{\omega}{z1}\right)^2 \quad c12 = 1.5 \times 10^6 \quad ciz := 10000 \quad c23 := m3 \cdot \left(\frac{\omega}{z2}\right)^2 \quad c23 = 2.957 \times 10^5$$

Параметри електромагніта

$$\gamma := 0.025 \quad b12 := \frac{c12 \cdot \gamma}{\omega} \quad b12 = 119.395 \quad b23 := \frac{c23 \cdot \gamma}{\omega} \quad b23 = 23.543 \quad biz := \frac{ciz \cdot \gamma}{\omega} \quad biz = 0.796$$

$$U0 := 220 \quad u(t) := U0 \cdot \sin\left(\frac{\omega}{2} \cdot t\right)$$

Given

$$\frac{k \cdot [\delta - (x2(t) - x3(t))] \cdot I(t) - I(t) \cdot (x3'(t) - x2'(t))}{2 \cdot [\delta - (x2(t) - x3(t))]^2} + I(t) \cdot r = u(t)$$

$$m1 \cdot x1''(t) + b12 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) + c12 \cdot (x1(t) - x2(t)) = 0$$

$$m2 \cdot x2''(t) - b12 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) - c12 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b23 \cdot (x2'(t) - x3'(t)) + c23 \cdot (x2(t) - x3(t)) + ciz \cdot x2(t) + biz \cdot x2'(t) = \frac{k}{4} \cdot \left[\frac{I(t)}{[\delta - (x2(t) - x3(t))]} \right]^2$$

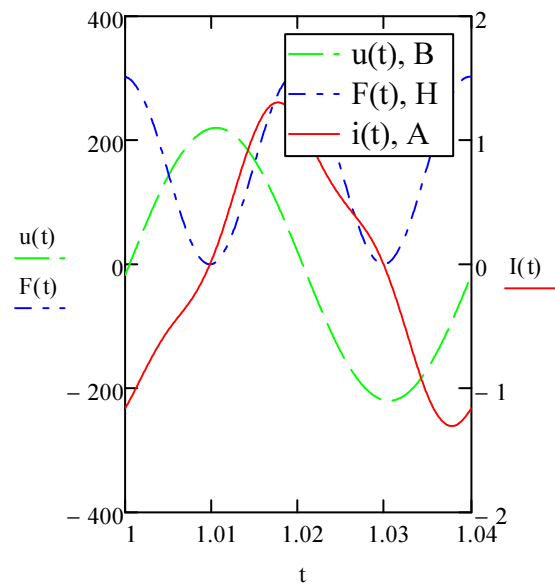
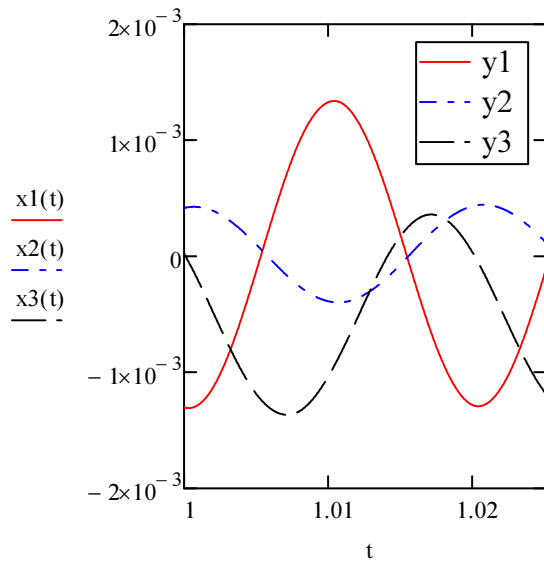
$$m3 \cdot x3''(t) - c23 \cdot (x2(t) - x3(t)) - b23 \cdot (x2'(t) - x3'(t)) = \frac{-k}{4} \cdot \left[\frac{I(t)}{[\delta - (x2(t) - x3(t))]} \right]^2$$

$$x1(0) = 0 \quad x2(0) = 0 \quad x3(0) = 0 \quad I(0) = 0$$

$$x1'(0) = 0 \quad x2'(0) = 0 \quad x3'(0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ I \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ I \end{pmatrix}, t, 3, 1000 \right]$$

$$F(t) := \frac{k}{4} \cdot \left[\frac{I(t)}{[\delta - (x2(t) - x3(t))]} \right]^2$$



$$T1(t) := \frac{1}{2} \cdot \left[m1 \cdot \left(\frac{d}{dt} x1(t) \right)^2 + m2 \cdot \left(\frac{d}{dt} x2(t) \right)^2 + m3 \cdot \left(\frac{d}{dt} x3(t) \right)^2 \right]$$

$$PP(t) := \frac{1}{2} \cdot \left[c12 \cdot (x1(t) - x2(t))^2 + c23 \cdot (x2(t) - x3(t))^2 + ciz \cdot x2(t)^2 \right]$$

$$M(t) := \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu0 \cdot S}{2[\delta - (x2(t) - x3(t))]} \cdot w^2 \cdot I(t)^2$$

$$Dm(t) := \frac{1}{2} \cdot \left[b12 \cdot \left(\frac{d}{dt} x1(t) - \frac{d}{dt} x2(t) \right)^2 + b23 \cdot \left(\frac{d}{dt} x2(t) - \frac{d}{dt} x3(t) \right)^2 + biz \cdot \left(\frac{d}{dt} x2(t) \right)^2 \right]$$

$$De(t) := \frac{1}{2} \cdot r \cdot I(t)^2 \quad E(t) := T1(t) + PP(t) \quad \frac{T}{\omega} := \frac{2\pi}{\omega} = 0.02$$

$$Psp := \frac{1}{T} \cdot \int_2^{2+T} u(t) \cdot I(t) dt = 32.364 \quad Pd := \frac{1}{T} \cdot \int_2^{2+T} 2 De(t) dt = 13.825 \quad Pdm := \frac{1}{T} \cdot \int_2^{2+T} 2 Dm(t) dt = 18.456$$

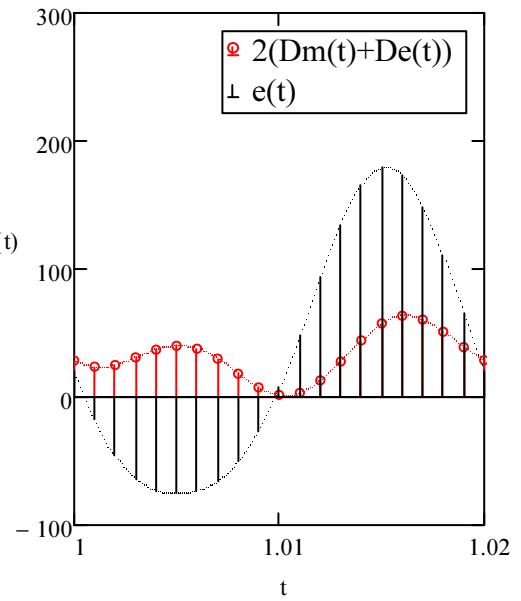
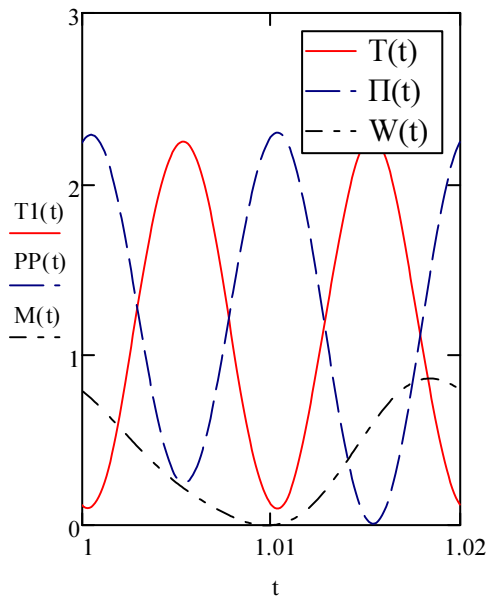
$$Pm := Psp - Pd = 18.539$$

$$Pm2 := \frac{1}{T} \cdot \int_2^{2+T} F(t) \cdot \left[\frac{d}{dt} (x2(t) - x3(t)) \right] dt = 18.503$$

$$\eta_{\omega} := \frac{Pm2}{Psp} = 0.572$$

$$\left[\int_2^{2+T} (2 Dm(t) + 2 De(t)) dt \right] = 0.646 \quad \left[\int_2^{2+T} (u(t) \cdot I(t)) dt \right] = 0.648$$

$$t := 1, 1.0001 .. 1.02$$



$$n := 0, 0.2 \dots 50$$

$$E(n) := \int_{n \cdot T}^{T+n \cdot T} (u(t) \cdot I(t)) dt$$

$$D(n) := \int_{n \cdot T}^{T+n \cdot T} [2(De(t) + Dm(t))] dt$$

$$T1(n) := \frac{1}{T} \cdot \left(\int_{n \cdot T}^{T+n \cdot T} T1(t) dt \right)$$

$$PP(n) := \frac{1}{T} \cdot \left(\int_{n \cdot T}^{T+n \cdot T} PP(t) dt \right)$$

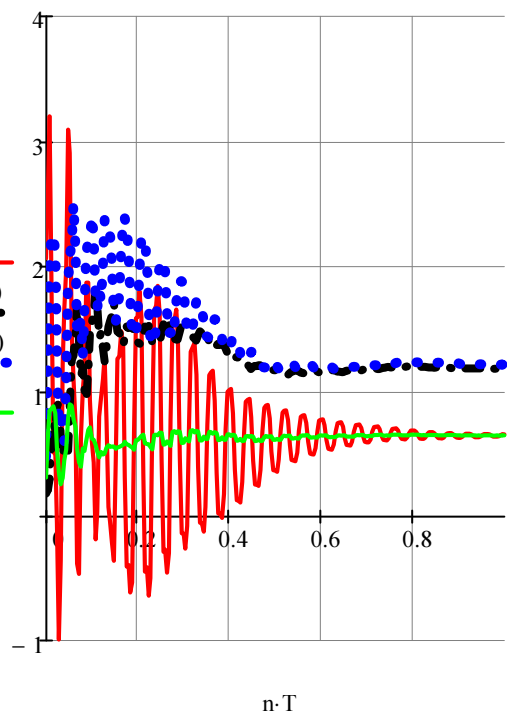
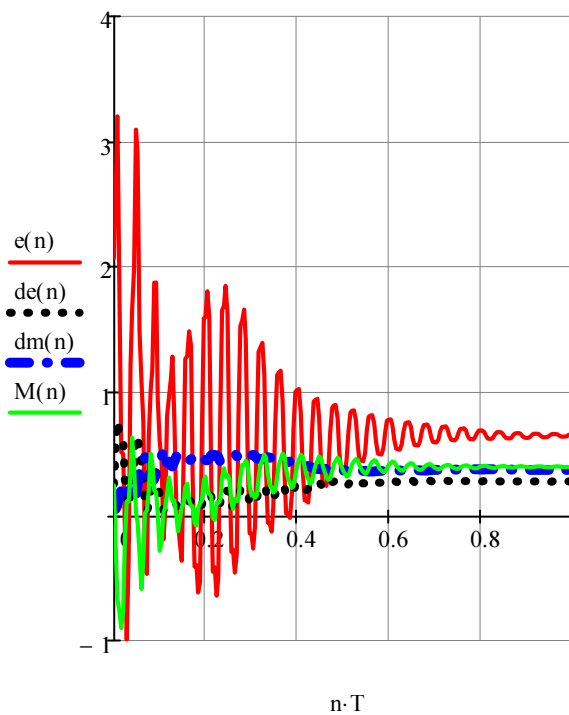
$$M(n) := \frac{1}{T} \cdot \left(\int_{n \cdot T}^{T+n \cdot T} M(t) dt \right)$$

$$e(n) := \int_{n \cdot T}^{T+n \cdot T} (u(t) \cdot I(t)) dt$$

$$m(n) := \frac{1}{T} \cdot \int_{n \cdot T}^{T+n \cdot T} \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot S}{2[\delta - (x_2(t) - x_3(t))]} \cdot w^2 \cdot I(t)^2 \right] dt$$

$$de(n) := \int_{n \cdot T}^{T+n \cdot T} [2(De(t))] dt$$

$$dm(n) := \int_{n \cdot T}^{T+n \cdot T} [2(Dm(t))] dt$$



Додаток В

1. Розрахунок методом Ньютона амплітудних значень параметрів
вібраційної системи з електромагнітним приводом

ORIGIN := 1

Вихідні дані

:= 2 · 50 m1 := 40 m2 := 60 z := 0.95 n := 0.75 ciz := 20000

$$m3 := \left[\frac{1}{2 \cdot n \cdot (1 - z^2)} \right] \cdot \left[\frac{\left[(1 - z^2) \cdot (m2 - 2 \cdot n \cdot m2 - n \cdot m1) - z^2 \cdot m1 \right] \dots}{\left[z^4 \cdot [2 \cdot m1 \cdot m2 \cdot (1 - n) + m1^2 \cdot (1 - n)^2 + m2^2] \dots \right.} \right. \\ \left. \left. + \sqrt{2 \cdot z^2 \cdot [m1^2 \cdot (n - n^2) - m2^2 - m1 \cdot m2] + (n \cdot m1 + m2)^2} \right] \right] \quad m3 = 3.465$$

$$c12 := m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 \cdot \frac{n \cdot m3 + (n - 1) \cdot m2}{[(n - 1) \cdot (m1 + m2)] + m3 \cdot n} \quad c12 = 2.422 \times 10^6$$

$$c23 := m3 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 \cdot \frac{-ciz \cdot c12 + ciz \cdot m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 + c12 \cdot m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 \dots}{-ciz \cdot c12 + ciz \cdot m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 - m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^4 \cdot m3 + c12 \cdot m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 \dots} \quad c23 = 2.83 \times 10^5$$

Параметри електромагніта

0 := 4 · 10⁻⁷ $\omega_m := 0.005$ r := 10 w := 520 U0 := 120 $S := (22 + 18 \cdot 2) \cdot 10^{-3} \cdot 48 \cdot 10^{-3}$

:= 0.04 k := 0 · S · w² t := 1 $\omega_e := 314$

$$f(X) := \left[\begin{array}{l} \frac{X_4 \cdot k \cdot i}{2 \cdot \left[- (X_2 - X_3) \cdot e^{i \cdot t} \right]^2} + X_4 \cdot r - U0 \\ m1 \cdot \left(-^2 \cdot X_1 \right) + c12 \cdot (1 + i \cdot \dots) \cdot (X_1 - X_2) \\ m2 \cdot \left(-^2 \cdot X_2 \right) - c12 \cdot (1 + i \cdot \dots) \cdot (X_1 - X_2) \dots \\ + c23 \cdot (1 + i \cdot \dots) \cdot (X_2 - X_3) + ciz \cdot (1 + i \cdot \dots) \cdot X_2 - \frac{k}{e^{i \cdot t}} \cdot \left[\frac{X_4}{2 \cdot \left[- (X_2 - X_3) \cdot e^{i \cdot t} \right]} \right]^2 \\ m3 \cdot \left(-^2 \cdot X_3 \right) - c23 \cdot (1 + i \cdot \dots) \cdot (X_2 - X_3) + \frac{k}{e^{i \cdot t}} \cdot \left[\frac{X_4}{2 \cdot \left[- (X_2 - X_3) \cdot e^{i \cdot t} \right]} \right]^2 \end{array} \right]$$

$\omega_e J(X) := \text{Jacob}(f(X), X)$

номер ітерації	вектор початкових наближень	розрахункова формула	вектор значень на ітерації	точність на ітерації
0.	$X := \begin{pmatrix} 0.001 \\ 0.001 \\ 0.001 \\ 1 \end{pmatrix}$	$Z := X - J(X)^{-1} \cdot f(X)$	$\vec{ Z } = \begin{pmatrix} 2.914 \times 10^{-4} \\ 1.834 \times 10^{-4} \\ 3.922 \times 10^{-4} \\ 3.841 \end{pmatrix}$	$ Z - X = 3.613$
1.	$X := Z$	$\vec{Z} := X - J(X)^{-1} \cdot f(X)$	$\vec{ Z } = \begin{pmatrix} 7.436 \times 10^{-4} \\ 4.68 \times 10^{-4} \\ 1.001 \times 10^{-3} \\ 4.712 \end{pmatrix}$	$ Z - X = 1.329$
2.	$\vec{X} := Z$	$\vec{Z} := X - J(X)^{-1} \cdot f(X)$	$\vec{ Z } = \begin{pmatrix} 8.129 \times 10^{-4} \\ 5.116 \times 10^{-4} \\ 1.094 \times 10^{-3} \\ 4.664 \end{pmatrix}$	$ Z - X = 0.629$
3.	$\vec{X} := Z$	$\vec{Z} := X - J(X)^{-1} \cdot f(X)$	$\vec{ Z } = \begin{pmatrix} 7.896 \times 10^{-4} \\ 4.97 \times 10^{-4} \\ 1.063 \times 10^{-3} \\ 4.603 \end{pmatrix}$	$ Z - X = 0.08$
4.	$\vec{X} := Z$	$\vec{Z} := X - J(X)^{-1} \cdot f(X)$	$\vec{ Z } = \begin{pmatrix} 7.897 \times 10^{-4} \\ 4.971 \times 10^{-4} \\ 1.063 \times 10^{-3} \\ 4.603 \end{pmatrix}$	$ Z - X = 0.001$
5.	$\vec{X} := Z$	$\vec{Z} := X - J(X)^{-1} \cdot f(X)$	$\vec{ Z } = \begin{pmatrix} 7.897 \times 10^{-4} \\ 4.971 \times 10^{-4} \\ 1.063 \times 10^{-3} \\ 4.603 \end{pmatrix}$	$ Z - X = 0$

Додаток В

2. Побудова АЧХ нелінійної та лінійної коливальної системи вібраційної машини

ORIGIN := 1

Вихідні дані

:= 2 · 50 m1 := 40 m2 := 60 z := 0.95 n := 0.75 ciz := 20000

$$m3 := \left[\frac{1}{2 \cdot n \cdot (1 - z^2)} \right] \cdot \left[\frac{\left[(1 - z^2) \cdot (m2 - 2 \cdot n \cdot m2 - n \cdot m1) - z^2 \cdot m1 \right] \dots}{\sqrt{\left[z^4 \cdot \left[2 \cdot m1 \cdot m2 \cdot (1 - n) + m1^2 \cdot (1 - n)^2 + m2^2 \right] \dots \right.}} \right] \quad m3 = 3.465$$

$$\left. + \frac{2 \cdot z^2 \cdot \left[m1^2 \cdot (n - n^2) - m2^2 - m1 \cdot m2 \right] + (n \cdot m1 + m2)^2}{\dots} \right]$$

$$c12 := m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 \cdot \frac{n \cdot m3 + (n - 1) \cdot m2}{[(n - 1) \cdot (m1 + m2)] + m3 \cdot n} \quad c12 = 2.422 \times 10^6$$

$$c23 := m3 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 \cdot \frac{-ciz \cdot c12 + ciz \cdot m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 + c12 \cdot m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 + m2 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 \cdot c12 - m2 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^4 \cdot m1}{-ciz \cdot c12 + ciz \cdot m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 - m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^4 \cdot m3 + c12 \cdot m1 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 \dots}$$

$$+ \frac{m2 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2 \cdot c12 - m2 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^4 \cdot m1 + c12 \cdot m3 \cdot \left(\frac{1}{z} \right)^2}{\dots} \quad c23 = 2.83 \times 10^5$$

Параметри електромагніта

X1 := 0.002 X2 := 0.001 X3 := 0.001 t := 1 I := 1 - прийняті наближення

Given

$$I \cdot \left(0 \cdot S \cdot w^2 \right) \cdot 1 \cdot i + I \cdot r = U0$$

$$2 \cdot \left[- (X2 - X3) \cdot e^{i \cdot 1 \cdot t} \right]^2$$

$$m1 \cdot \left(- 1^2 \cdot X1 \right) + c12 \cdot (1 + i \cdot) \cdot (X1 - X2) = 0$$

$$m2 \cdot \left(- 1^2 \cdot X2 \right) - c12 \cdot (1 + i \cdot) \cdot (X1 - X2) \dots = \frac{0 \cdot S \cdot w^2}{e^{i \cdot 1 \cdot t}} \cdot \left[\frac{I}{2 \left[- (X2 - X3) \cdot e^{i \cdot 1 \cdot t} \right]} \right]^2$$

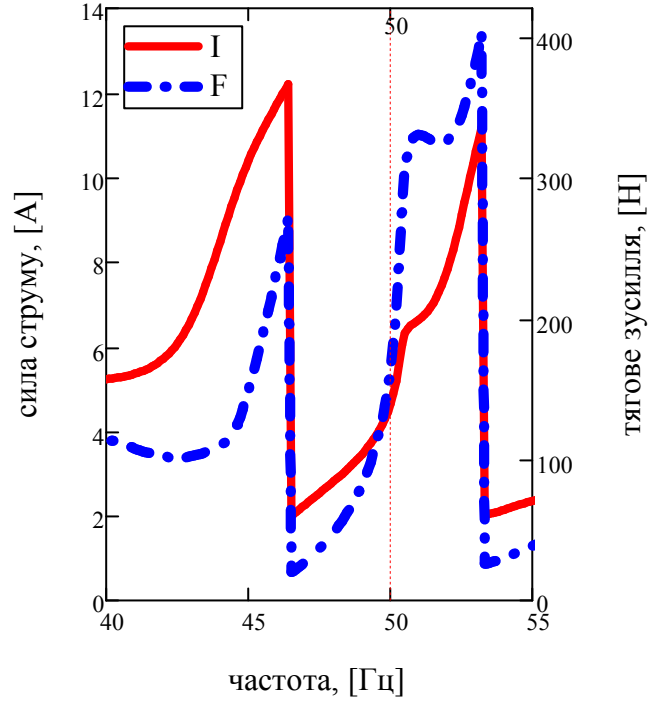
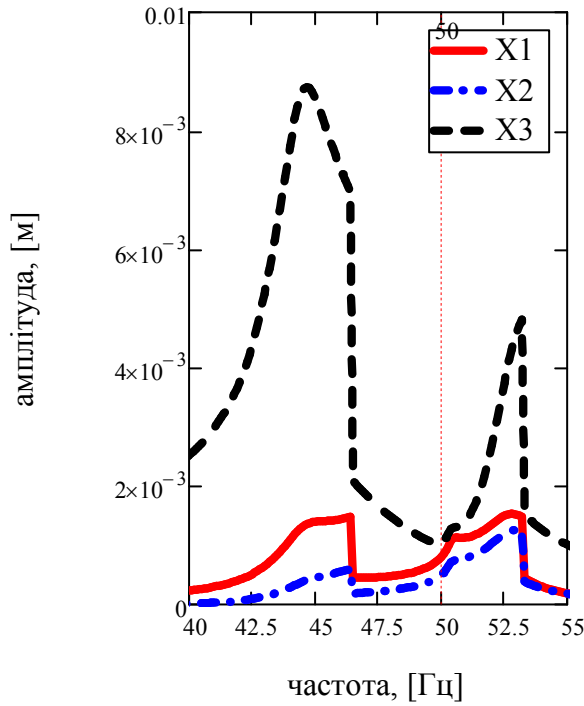
$$m3 \cdot \left(- 1^2 \cdot X3 \right) - c23 \cdot (1 + i \cdot) \cdot (X2 - X3) = \frac{- \left(0 \cdot S \cdot w^2 \right)}{e^{i \cdot 1 \cdot t}} \cdot \left[\frac{I}{2 \left[- (X2 - X3) \cdot e^{i \cdot 1 \cdot t} \right]} \right]^2$$

X(1) := Find(X1, X2, X3, I)

$$\left(\begin{array}{c} \overrightarrow{|X(314)|} \\ |X(314)| \end{array} \right)^T = \left(7.897 \times 10^{-4} \quad 4.971 \times 10^{-4} \quad 1.063 \times 10^{-3} \quad 4.603 \right)$$

$$I(1) := |X(1)_4| \quad F(1) := 0 \cdot S \cdot \left[\frac{w \cdot |X(1)_4|}{2 \cdot \left[- \left(|X(1)_2| - |X(1)_3| \right) \right]} \right]^2$$

f := 20..20.1..200



t := 0,001..0,025

$$x1(t) := |X()_1| \cdot \sin(\cdot t + \arg(X()_1))$$

$$x2(t) := |X()_2| \cdot \sin(\cdot t + \arg(X()_2))$$

$$x3(t) := |X()_3| \cdot \sin(\cdot t + \arg(X()_3))$$

$$I(t) := |X()_4| \cdot \sin(\cdot t + \arg(X()_4))$$

$$F(t) := |F()| \cdot \sin(\cdot t + \arg(F()))$$

$$\arg(X()_1) = 18.878 \cdot \text{deg}$$

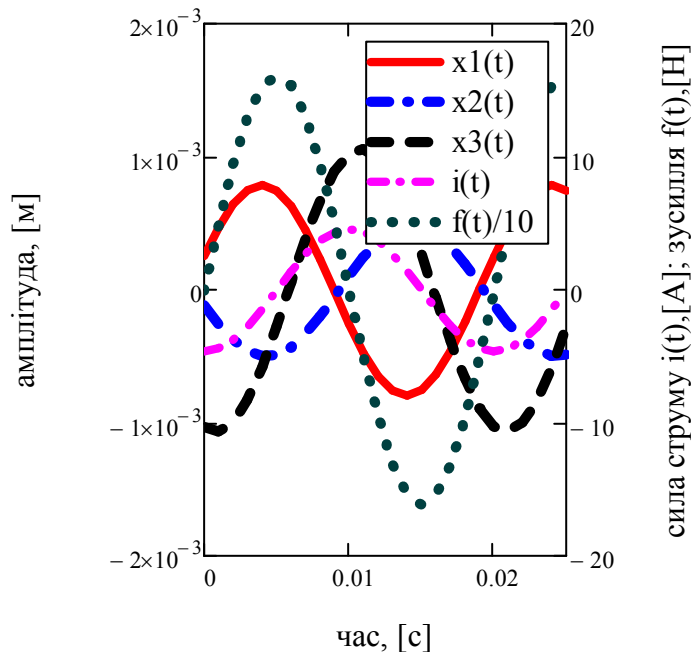
$$\arg(X()_1) - \arg(X()_2) = 185.932 \cdot \text{deg}$$

$$\arg(X()_2) - \arg(X()_3) = -62.541 \cdot \text{deg}$$

$$\arg(X()_1) - \arg(X()_3) = 123.39 \cdot \text{deg}$$

$$\arg(X()_4) = -90.043 \cdot \text{deg}$$

$$\arg(F()) = 0$$

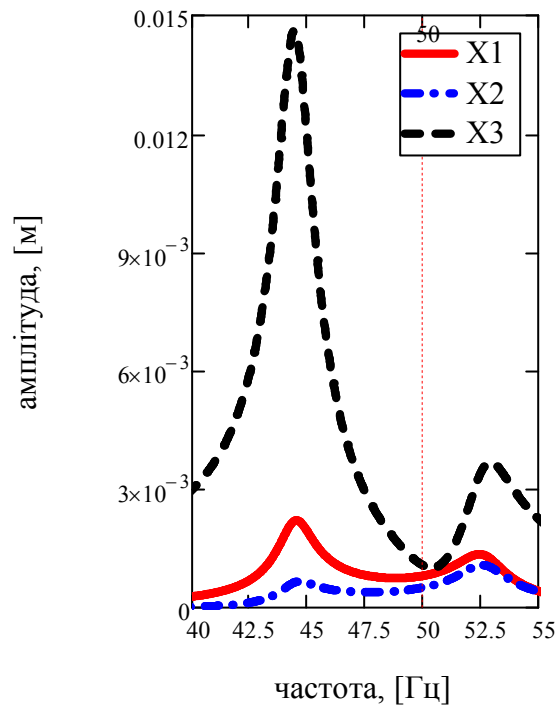


$$\omega := 0.04 \quad P := 190.6 \quad b_{12} := \frac{\cdot c_{12}}{\omega} \quad b_{23} := \frac{\cdot c_{23}}{\omega} \quad b_{iz} := \frac{\cdot c_{iz}}{\omega}$$

$$M := \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} c_{12} & -c_{12} & 0 \\ -c_{12} & c_{12} + c_{23} + c_{iz} & -c_{23} \\ 0 & -c_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} b_{12} & -b_{12} & 0 \\ -b_{12} & b_{12} + b_{23} + b_{iz} & -b_{23} \\ 0 & -b_{23} & b_{23} \end{pmatrix} \quad P1 := \begin{pmatrix} 0 \\ P \\ -P \end{pmatrix}$$

$$:= \text{eigenvals}(M^{-1} \cdot C) \quad u := \text{eigenvecs}(M^{-1} \cdot C) \quad \sqrt{} = \begin{pmatrix} 13.894 \\ 330.694 \\ 279.376 \end{pmatrix} \quad \frac{\sqrt{}}{2} = \begin{pmatrix} 2.211 \\ 52.632 \\ 44.464 \end{pmatrix}$$

$$D(\omega) := (-M \cdot \omega^2 + i \cdot B + C) \quad XL(\omega) := D(\omega)^{-1} \cdot P1 \quad \omega := 0, 0.1 \dots 500$$



Додаток Д

1. Визначення власних частот коливань двочастотних систем (варіант 1)

$$:= 2 \cdot 50 \quad z := 0.94 \quad \omega_1 := \frac{1}{z} \quad m_1 := 207 \quad m_2 := 161 \quad m_3 := 25 \quad M := (m_1 + m_2 + m_3)$$

$$c_1 := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot (2 \cdot \omega_1)^2$$

$$c_{22} := \frac{m_2 \cdot m_3 \cdot \omega_1^2 \cdot \left[17 \cdot m_2 \cdot M + 5 \cdot m_2 \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (9 \cdot m_2 \cdot M - 16 \cdot m_1 \cdot m_3)}{m_2}} - 8 \cdot m_1 \cdot m_3 \right]}{2 \cdot (m_1 + m_2) \cdot (m_2 + m_3)^2}$$

$$c_{21} := \frac{m_2 \cdot m_3 \cdot \omega_1^2 \cdot \left[17 \cdot m_2 \cdot M - 5 \cdot m_2 \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (9 \cdot m_2 \cdot M - 16 \cdot m_1 \cdot m_3)}{m_2}} - 8 \cdot m_1 \cdot m_3 \right]}{2 \cdot (m_1 + m_2) \cdot (m_2 + m_3)^2}$$

$$A_1 := \frac{c_1 + c_{21}}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_{21}}{m_3} \quad B_1 := c_1 \cdot c_{21} \cdot \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 \cdot m_2 \cdot m_3}$$

$$A_2 := \frac{c_1 + c_{22}}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_{22}}{m_3} \quad B_2 := c_1 \cdot c_{22} \cdot \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 \cdot m_2 \cdot m_3}$$

$$\omega_{01} := \sqrt{\frac{A_1 - \sqrt{A_1^2 - 4 \cdot B_1}}{2}}$$

$$\omega_{02} := \sqrt{\frac{A_1 + \sqrt{A_1^2 - 4 \cdot B_1}}{2}}$$

$$n := \sqrt{\frac{2 \cdot A_1}{A_1 - \sqrt{A_1^2 - 4 \cdot B_1}}} - 1 \quad n = 2$$

$$M := \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}$$

$$C := \begin{pmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_{21} & -c_{21} \\ 0 & -c_{21} & c_{21} \end{pmatrix}$$

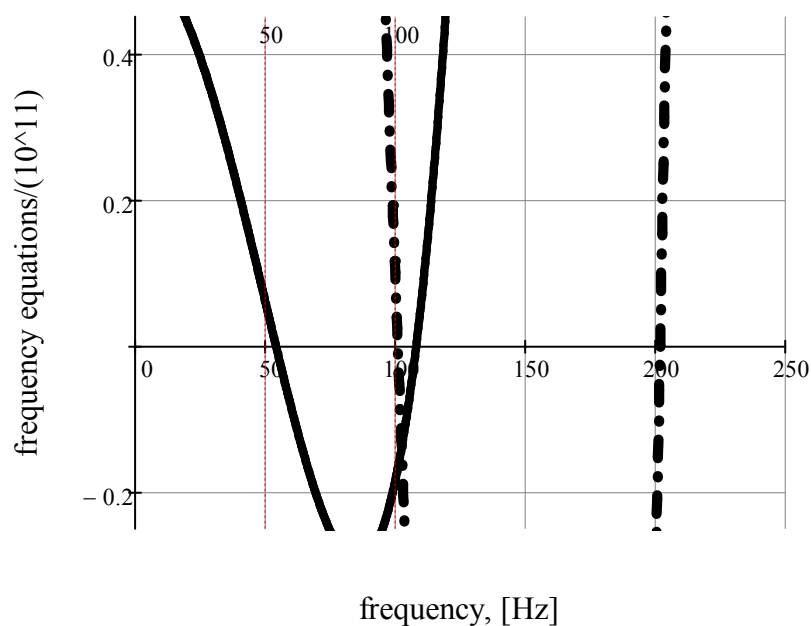
:= eigvals($M^{-1} \cdot C$)

$$\left| \frac{\sqrt{\lambda}}{2} \right| = \begin{pmatrix} 107.923 \\ 1.661 \times 10^{-7} \\ 53.961 \end{pmatrix}$$

$$\omega_{01} := 0..1300$$

$$1(\omega) := \omega^4 - A_1 \cdot \omega^2 + B_1$$

$$2(\omega) := \omega^4 - A_2 \cdot \omega^2 + B_2$$



— "-"
 ... "+"

Додаток Д

2. Визначення власних частот коливань двочастотних систем (варіант 2)

$$:= 2 \cdot 0.50 \quad z := 0.94 \quad 01 := \frac{1}{z} \quad m1 := 207 \quad m2 := 161 \quad m3 := 25 \quad M := (m1 + m2 + m3)$$

$$c1 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (01)^2$$

$$c21 := \frac{m2 \cdot m3 \cdot 01^2 \cdot \left[17 \cdot m2 \cdot M - 5 \cdot m2 \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (9 \cdot m2 \cdot M - 16 \cdot m1 \cdot m3)}{m2}} - 8 \cdot m1 \cdot m3 \right]}{8 \cdot (m1 + m2) \cdot (m2 + m3)^2}$$

$$c22 := \frac{m2 \cdot m3 \cdot 01^2 \cdot \left[17 \cdot m2 \cdot M + 5 \cdot m2 \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (9 \cdot m2 \cdot M - 16 \cdot m1 \cdot m3)}{m2}} - 8 \cdot m1 \cdot m3 \right]}{8 \cdot (m1 + m2) \cdot (m2 + m3)^2}$$

$$A1 := \frac{c1 + c21}{m2} + \frac{c1}{m1} + \frac{c21}{m3} \quad B1 := c1 \cdot c21 \cdot \frac{m1 + m2 + m3}{m1 \cdot m2 \cdot m3}$$

$$A2 := \frac{c1 + c22}{m2} + \frac{c1}{m1} + \frac{c22}{m3} \quad B2 := c1 \cdot c22 \cdot \frac{m1 + m2 + m3}{m1 \cdot m2 \cdot m3}$$

$$\omega_{01} := \sqrt{\frac{A1 - \sqrt{A1^2 - 4 \cdot B1}}{2}} \quad \omega_{02} := \sqrt{\frac{A1 + \sqrt{A1^2 - 4 \cdot B1}}{2}} \quad n := \sqrt{\frac{2 \cdot A1}{A1 - \sqrt{A1^2 - 4 \cdot B1}} - 1} \quad n = 2$$

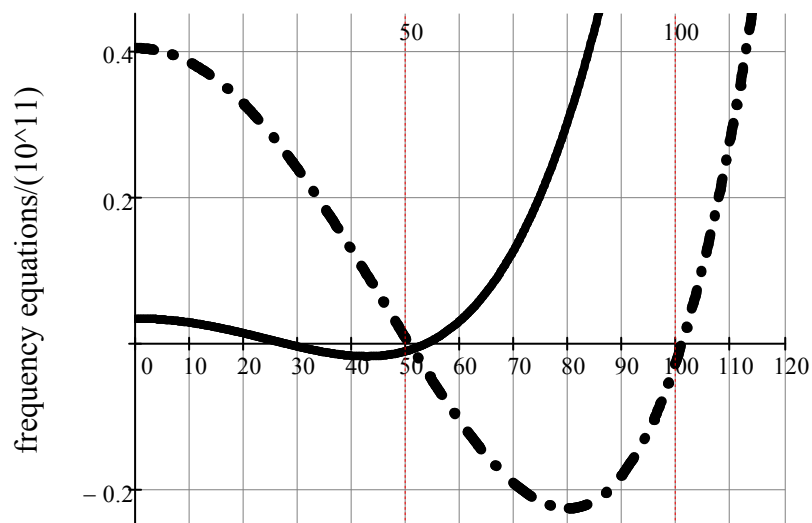
$$M := \begin{pmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{pmatrix}$$

$$C := \begin{pmatrix} c1 & -c1 & 0 \\ -c1 & c1 + c22 & -c22 \\ 0 & -c22 & c22 \end{pmatrix}$$

:= eigenvals($M^{-1} \cdot C$)

$$\left| \frac{\sqrt{\lambda}}{2} \right| = \begin{pmatrix} 6.071 \times 10^{-7} \\ 50.412 \\ 100.823 \end{pmatrix}$$

$$\omega := 0..1300 \quad 1(\omega) := \omega^4 - A1 \cdot \omega^2 + B1 \quad 2(\omega) := \omega^4 - A2 \cdot \omega^2 + B2$$



frequency, [Hz]

— "-"
- - - "+"

Додаток Е

Аналіз ефективності реалізації двочастотних резонансних машин


Вихідні дані:

$$:= 2 \cdot 0.50 \quad z := 0.98 \quad 1 := \frac{1}{z} \quad m1 := 13.4 \quad m2 := 36.3 \quad m3 := 10.2 \quad M := m2 + m1 + m3$$

$$\text{I варіант} \quad c23 := \frac{m3 \cdot 1^2 \cdot [5 \cdot m2 \cdot (M) - \sqrt{m2 \cdot (M) \cdot [9m2 \cdot (M) - 16 \cdot m1 \cdot m3]}]}{2 \cdot (m2 + m3) \cdot (M)} \quad ciz := 20000$$

$$\text{II варіант} \quad c23 := \frac{m3 \cdot 1^2 \cdot [5 \cdot m2 \cdot (M) + \sqrt{m2 \cdot (M) \cdot [9m2 \cdot (M) - 16 \cdot m1 \cdot m3]}]}{2 \cdot (m2 + m3) \cdot (M)} \quad c23 = 8.889 \times 10^5$$

$$c12 := \frac{4}{c23} \cdot \frac{(m1 \cdot m2 \cdot m3)}{(m1 + m2 + m3)} \cdot 1^4 \quad c12 = 3.936 \times 10^6$$

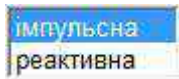
 Параметри електромагніта

$$:= 0.04 \quad b12 := \frac{c12}{c23} \quad b12 = 501.188 \quad b23 := \frac{c23}{ciz} \quad b23 = 113.177 \quad biz := \frac{ciz}{c23}$$

$$M := \begin{pmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} c12 & -c12 & 0 \\ -c12 & c12 + c23 + ciz & -c23 \\ 0 & -c23 & c23 \end{pmatrix} \quad := \text{eigenvals}(M^{-1} \cdot C) \quad \left| \frac{\sqrt{\lambda}}{2} \right| = \begin{pmatrix} 102.061 \\ 2.907 \\ 51.033 \end{pmatrix}$$

$$U0 := 120 \quad u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad n := 3 \quad Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8$$

схема :=



$$rd(i) := \begin{cases} 0 & \text{if схема} = 0 \\ Ron & \text{if } i \geq 0 \\ Roff & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$D(t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{2 \cdot \left[- (Y_4 - Y_6) \right]}{k} \cdot \left[u(t) - \left[r + rd(Y_1) + \frac{k \cdot (Y_5 - Y_7)}{2 \cdot \left[- (Y_4 - Y_6) \right]^2} \right] \cdot Y_1 \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m1} \cdot \left[-b12 \cdot (Y_3 - Y_5) - c12 \cdot (Y_2 - Y_4) \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{\left[- (Y_4 - Y_6) \right]} \right]^2 + b12 \cdot (Y_3 - Y_5) + c12 \cdot (Y_2 - Y_4) - b23 \cdot (Y_5 - Y_7) - c23 \cdot (Y_4 - Y_6) - ciz \cdot Y_4 - biz \cdot Y_5 \right] \\ Y_7 \\ \frac{1}{m3} \cdot \left[-\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{\left[- (Y_4 - Y_6) \right]} \right]^2 + b23 \cdot (Y_5 - Y_7) + c23 \cdot (Y_4 - Y_6) \right] \end{bmatrix}$$

$$X := \text{Radau} \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right], 0, 1, 1023, D$$

$$t := X^{(0)} \quad q1 := X^{(1)} \quad \Pi_1 := X^{(2)} \quad x1 := X^{(3)} \quad x2 := X^{(5)} \quad x3 := X^{(7)} \quad v1 := X^{(4)} \quad v2 := X^{(6)} \quad v3 := X^{(8)}$$

$$i := 1.. \text{last}(t) \quad a2_i := \frac{v2_i - v2_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad u_i := u(t_i) \quad F_i := \frac{k \cdot n}{4} \left[\frac{\Pi_1}{[-(x2 - x3)]} \right]^2$$

$$p := \frac{0 \cdot w \cdot \Pi_1}{2 \cdot [-(x2 - x3)]} \quad B := \frac{0 \cdot w \cdot \Pi_1}{2 \cdot [-(x2 - x3)]} \quad Dm := \frac{1}{2} \cdot [b12 \cdot (v1 - v2)^2 + b23 \cdot (v2 - v3)^2 + b13 \cdot v2^2] \quad := \frac{\text{mean}(2 \cdot Dm)}{\text{mean}(p)}$$

$$\frac{\max(a2)}{\text{stdev}(p)} = 0.168$$

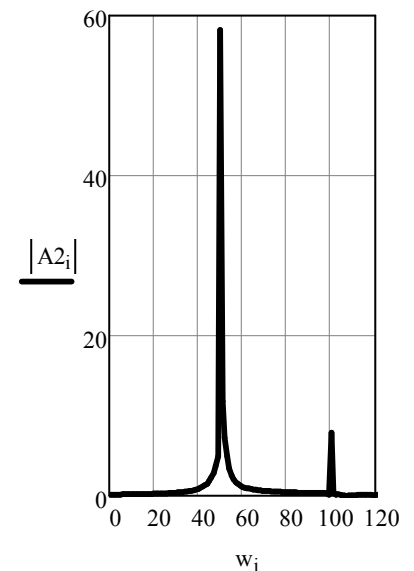
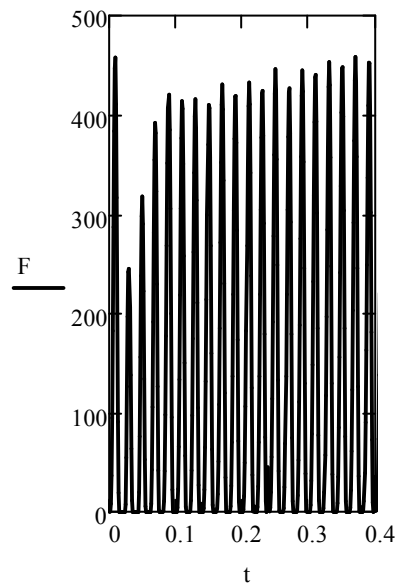
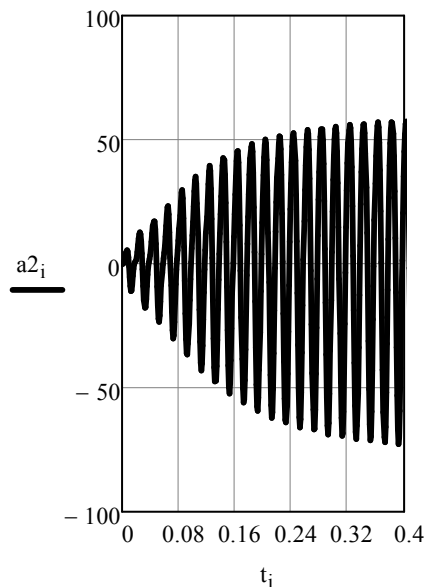
$$\max(a2) = 59.344$$

$$\text{stdev}(p) = 352.842$$

$$\max(B) = 0.27 \quad = 0.48 \quad |\min(a2)| = 75.297$$

$$A2 := 2 \cdot \text{CFFT}(a2) \quad f := 2 \cdot \text{CFFT}(F) \quad j := 2 \cdot \text{CFFT}(\Pi_1) \quad X2 := 2 \cdot \text{CFFT}(x2) \quad N := \text{last}(A2)$$

$$i := 0..N \quad w_i := i$$



Додаток Ж

Вплив зсуву фаз на характеристики двочастотного резонансного режиму

Вихідні дані:

$$z := 2 \cdot 0.50 \quad z := 0.98 \quad l := \frac{1}{z} \quad m1 := 13.4 \quad m2 := 36.3 \quad m3 := 10.2 \quad M := m2 + m1 + m3$$

$$c23 := \frac{m3 \cdot l^2 \cdot [5 \cdot m2 \cdot (M) - \sqrt{m2 \cdot (M) \cdot [9m2 \cdot (M) - 16 \cdot m1 \cdot m3]}]}{2 \cdot (m2 + m3) \cdot (M)}$$

$$c23 := \frac{m3 \cdot l^2 \cdot [5 \cdot m2 \cdot (M) + \sqrt{m2 \cdot (M) \cdot [9m2 \cdot (M) - 16 \cdot m1 \cdot m3]}]}{2 \cdot (m2 + m3) \cdot (M)}$$

$$ciz := 20000 \quad c23 = 8.889 \times 10^5 \quad c12 := \frac{4 \cdot (m1 \cdot m2 \cdot m3)}{c23 \cdot (m1 + m2 + m3)} \cdot l^4 \quad c12 = 3.936 \times 10^6$$

Параметри електромагніта

$$a := 0.04 \quad b12 := \frac{c12 \cdot a}{c12} \quad b12 = 501.188 \quad b23 := \frac{c23 \cdot a}{c23} \quad biz := \frac{ciz \cdot a}{ciz}$$

$$M := \begin{pmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} c12 & -c12 & 0 \\ -c12 & c12 + c23 + ciz & -c23 \\ 0 & -c23 & c23 \end{pmatrix} \quad := \text{eigenvals}(M^{-1} \cdot C) \quad \left| \frac{\sqrt{\lambda}}{2} \right| = \begin{pmatrix} 102.061 \\ 2.907 \\ 51.033 \end{pmatrix}$$

$$U1 := 220 \quad u1(t) := U1 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad n1 := 1 \quad n2 := 2 \quad Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8 \quad N := 1000$$

$$D(k_U, \omega, t, Y) := \begin{pmatrix} Y_1 \\ \frac{2 \cdot [- (Y_6 - Y_8)]}{k} \cdot \left[k_U \cdot U1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) - \left[r + \left[(1 - (Y_1)) \cdot Roff + Ron \right] + \frac{k \cdot (Y_7 - Y_9)}{2 \cdot [- (Y_6 - Y_8)]^2} \right] \cdot Y_1 \right] \\ Y_3 \\ \frac{2 \cdot [- (Y_6 - Y_8)]}{k} \cdot \left[U1 \cdot \sin(\omega \cdot t) - \left[r + \frac{k \cdot (Y_7 - Y_9)}{2 \cdot [- (Y_6 - Y_8)]^2} \right] \cdot Y_3 \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m1} \cdot [-b12 \cdot (Y_5 - Y_7) - c12 \cdot (Y_4 - Y_6)] \\ Y_7 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{k \cdot n1}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[- (Y_6 - Y_8)]} \right]^2 + \frac{k \cdot n2}{4} \cdot \left[\frac{Y_3}{[- (Y_6 - Y_8)]} \right]^2 \dots \right. \\ \left. + b12 \cdot (Y_5 - Y_7) + c12 \cdot (Y_4 - Y_6) - b23 \cdot (Y_7 - Y_9) - c23 \cdot (Y_6 - Y_8) - ciz \cdot Y_6 - biz \cdot Y_7 \right] \\ Y_9 \\ \frac{1}{m3} \cdot \left[\frac{k \cdot n1}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[- (Y_6 - Y_8)]} \right]^2 - \frac{k \cdot n2}{4} \cdot \left[\frac{Y_3}{[- (Y_6 - Y_8)]} \right]^2 + b23 \cdot (Y_7 - Y_9) + c23 \cdot (Y_6 - Y_8) \right] \end{pmatrix}$$

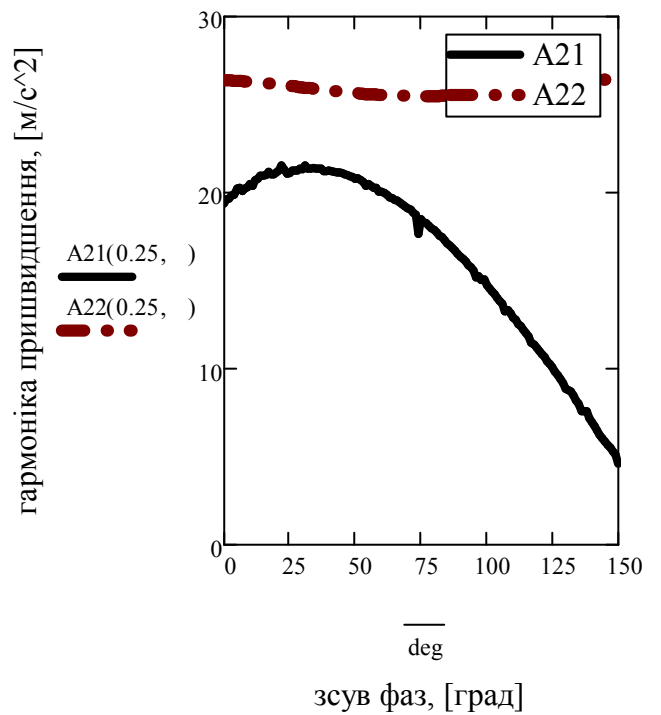
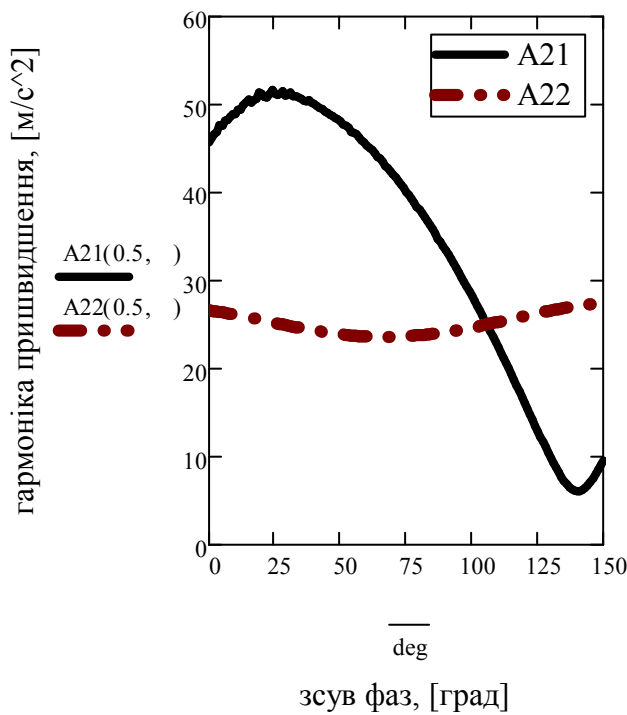
$$X(k_U, \) := \text{Radau} \left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right], 0, 1, N, D(k_U, \)$$

$$t := X(0.25, 90\text{deg})^{(0)} \quad v2(k_U, \) := X(k_U, \)^{(8)}$$

$$a2(k_U, \) := \begin{cases} v2 \leftarrow v2(k_U, \) & a2m(k_U, \) := \max(a2(k_U, \)) \\ \text{for } i \in 1.. \text{last}(t) \\ a2_i \leftarrow \frac{v2_i - v2_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a2 \end{cases}$$

$$i := 0, 1 \text{deg}.. 150\text{deg} \quad A2(k_U, \) := 2 \cdot \text{CFFT}(a2(k_U, \)) \quad N1 := \text{last}(A2(0.5, 0\text{deg})) \quad i := 0.. N1 + 1 \quad N1 = 1 \times 10^3$$

$$f_i := i \quad A21(k_U, \) := \begin{cases} A21 \leftarrow |A2(k_U, \)_{50}| \\ A21 \end{cases} \quad A22(k_U, \) := \begin{cases} A22 \leftarrow |A2(k_U, \)_{100}| \\ A22 \end{cases}$$



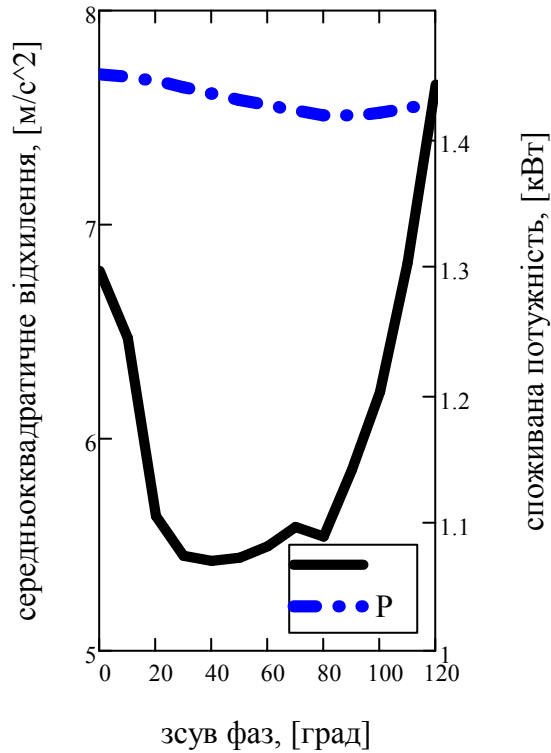
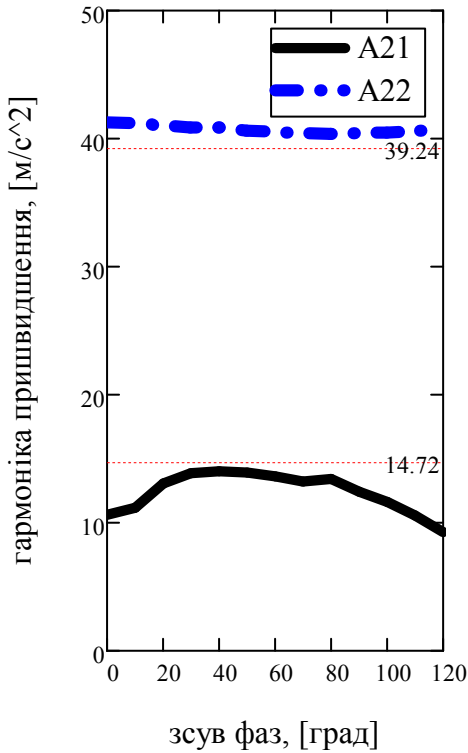
Додаток 3

Встановлення мінімального квадратичного відхилення зсуву фаз для реалізації заданих значень пришвидшень

$$D := \begin{pmatrix} 0 & 10.585 & 41.253 & 1.45 \\ 10 & 11.126 & 41.181 & 1.448 \\ 20 & 13.039 & 41.02 & 1.445 \\ 30 & 13.838 & 40.851 & 1.44 \\ 40 & 14 & 40.851 & 1.435 \\ 50 & 13.895 & 40.576 & 1.43 \\ 60 & 13.59 & 40.48 & 1.426 \\ 70 & 13.22 & 40.41 & 1.422 \\ 80 & 13.39 & 40.34 & 1.418 \\ 90 & 12.42 & 40.381 & 1.418 \\ 100 & 11.6 & 40.46 & 1.42 \\ 110 & 10.53 & 40.59 & 1.424 \\ 120 & 9.273 & 40.715 & 1.427 \end{pmatrix}$$

$$i := 0..12 \quad \vec{D} := (D)^{\langle 0 \rangle} \quad A21 := D^{\langle 1 \rangle} \quad A22 := D^{\langle 2 \rangle} \quad P := D^{\langle 3 \rangle} \quad A21_{opt} := 14.72 \quad A22_{opt} := 39.24$$

Середньоквадратичне відхилення
$$:= \sqrt{\frac{1}{13} \sum_i (\vec{A21} - A21_{opt})^2 + \frac{1}{13} \sum_i (|\vec{A22} - A22_{opt}|)^2}$$



$$\min(\quad) = 5.421$$

$$4 = 5.421$$

$$4 = 40$$

Додаток К

Визначення коефіцієнтів жорсткості двочастотних резонансних систем та побудова АЧХ

$$m_1 := 13.4 \quad m_2 := 36.3 \quad m_3 := 10.2 \quad M := m_2 + m_1 + m_3 \quad P := 150 \quad b_1 := 400 \quad b_2 := 400 \quad 0 := 157$$

$$c_{23} := \frac{m_3 \cdot 0^2 \cdot [5 \cdot m_2 \cdot (M) - \sqrt{m_2 \cdot (M) \cdot [9m_2 \cdot (M) - 16 \cdot m_1 \cdot m_3]}]}{2 \cdot (m_2 + m_3) \cdot (M)}$$

$$c_{23} := \frac{m_3 \cdot 0^2 \cdot [5 \cdot m_2 \cdot (M) + \sqrt{m_2 \cdot (M) \cdot [9m_2 \cdot (M) - 16 \cdot m_1 \cdot m_3]}]}{2 \cdot (m_2 + m_3) \cdot (M)}$$

$$c_{23} = 2.132 \times 10^5$$

$$c_{12} := \frac{4}{c_{23}} \cdot \frac{(m_1 \cdot m_2 \cdot m_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)} \cdot 0^4$$

$$c_{12} = 9.442 \times 10^5$$

$$\underline{\underline{M}} := \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{C}}(c_1, c_2) := \begin{pmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 \end{pmatrix}$$

$$(c_1, c_2) := \text{eigenvals}(M^{-1} \cdot C(c_1, c_2)) \quad 1(c_1, c_2) := \sqrt{|(c_1, c_2)_0|} \quad 2(c_1, c_2) := \sqrt{|(c_1, c_2)_2|}$$

$$c_1 := 5 \cdot 10^5 \quad c_2 := 2 \cdot 10^3$$

Given

$$1(c_1, c_2) = 314$$

$$2(c_1, c_2) = 157$$

$$\underline{\underline{c}} := \text{Find}(c_1, c_2)$$

$$\underline{\underline{c}}_0 = c_0 = 9.442 \times 10^5$$

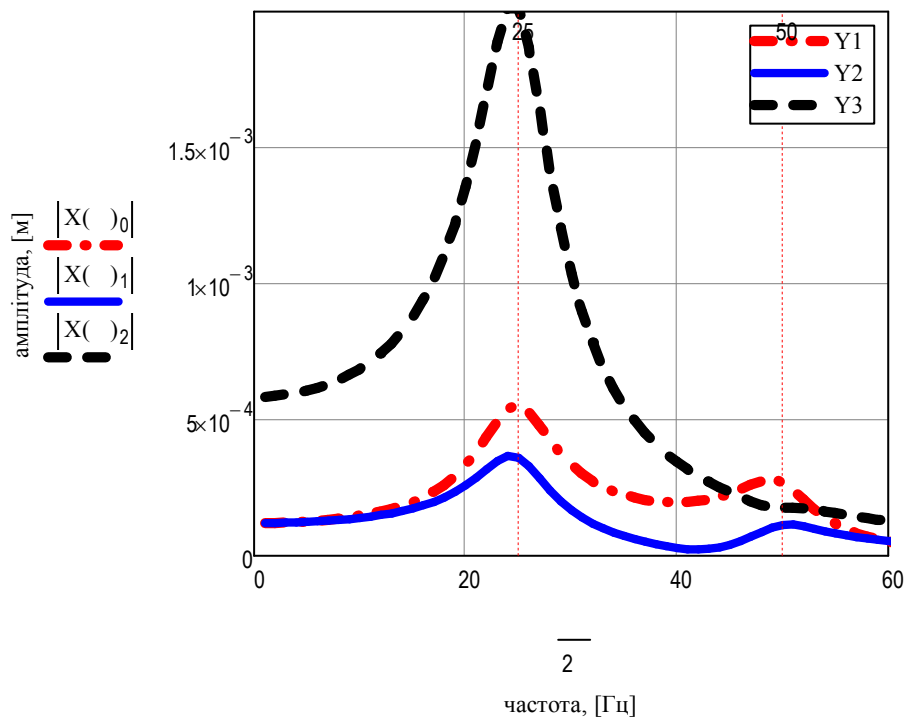
$$\underline{\underline{c}}_1 = c_1 = 2.132 \times 10^5$$

$$\underline{\underline{C}} := \begin{pmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{c}} := \text{eigenvals}(M^{-1} \cdot C) \quad \sqrt{-} = \begin{pmatrix} 314 \\ 1.402i \times 10^{-6} \\ 157 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} b_1 & -b_1 & 0 \\ -b_1 & b_1 + b_2 & -b_2 \\ 0 & -b_2 & b_2 \end{pmatrix} \quad P1 := \begin{pmatrix} 0 \\ P \\ -P \end{pmatrix}$$

$$:= 2 \cdot \cdot 1, 2 \cdot \cdot 2 \cdot \cdot 120$$

$$D(\) := (-M \cdot \cdot 2 + i \cdot \cdot B + C)$$

$$X(\) := D(\)^{-1} \cdot P1$$



Додаток Л

Динаміка процесу вібраційного ущільнення на двочастотному резонансному вібростолі

$$\begin{aligned}
 m1 &:= 13.4 & m2 &:= 36.3 & m3 &:= 10.2 & P1 &:= 400 & P2 &:= 150 & \phi &:= -90\text{deg} & \omega &:= 628 \\
 c1 &:= 3.777 \times 10^6 & c2 &:= 8.528 \times 10^5 & ciz &:= 10000 & b1 &:= 500 & b2 &:= 500 & biz &:= 300 \\
 j &:= \sqrt{-1} & h &:= 0.1 & \gamma &:= 2000 & E &:= 5 \cdot 10^6 & \xi &:= 0.4 \cdot 0.15 & mb &:= \gamma \cdot h \cdot S & mb &= 12 \\
 \alpha &:= 0.4 & c0 &:= \sqrt{\frac{E \cdot (1 + j \cdot \gamma)}{\gamma}} & |c0| &= 51.89 & i &:= 1..2 & \omega_1 &:= 314 & \omega_2 &:= 628 & k &:= 0.2
 \end{aligned}$$

Given

$$m1 \cdot x1''(t) + c1 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b1 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) = 0$$

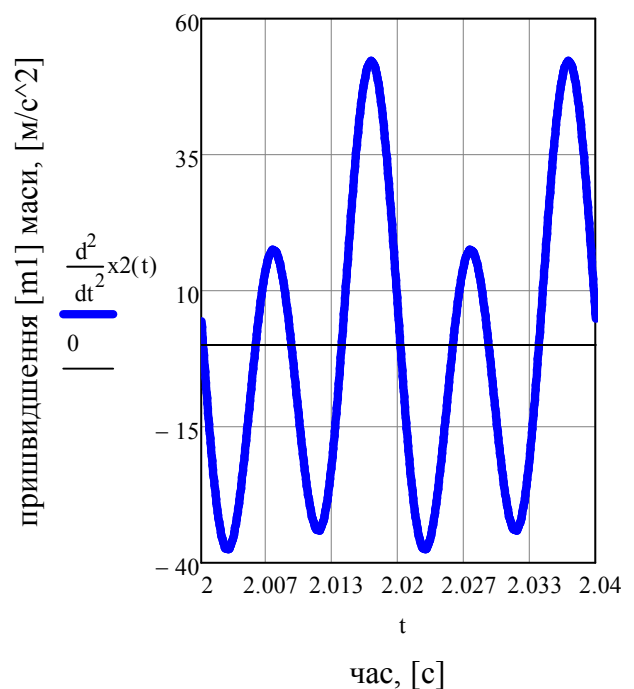
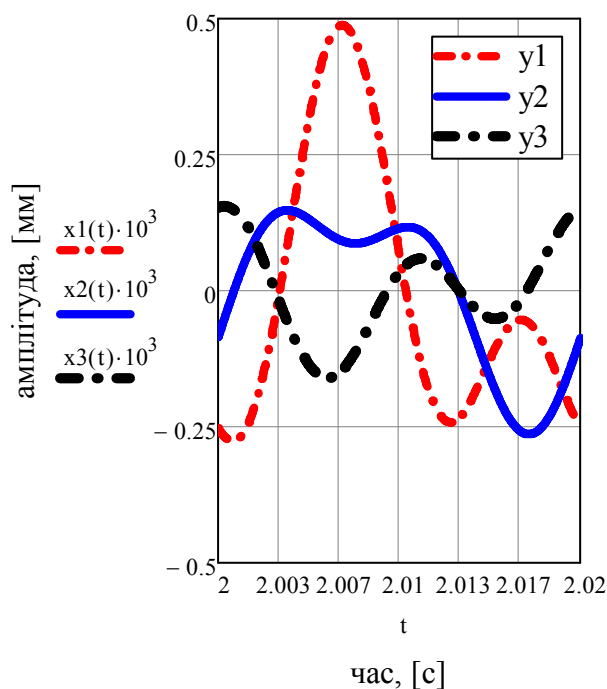
$$\begin{aligned}
 (m2 + k \cdot mb) \cdot x2''(t) - c1 \cdot (x1(t) - x2(t)) + c2 \cdot (x2(t) - x3(t)) \dots &= P1 \cdot \sin(\omega \cdot t - \phi) + P2 \cdot \sin\left(\frac{\omega}{2} \cdot t\right) \\
 + ciz \cdot x2(t) + E \cdot S \cdot \frac{x2(t)}{2} \cdot \sum_{i=1}^2 \left(\frac{i}{|c0|} \cdot \tan\left(\frac{i}{|c0|} \cdot h\right) \right) \dots & \\
 + -b1 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) + b2 \cdot (x2'(t) - x3'(t)) + biz \cdot x2'(t) &
 \end{aligned}$$

$$m3 \cdot x3''(t) - c2 \cdot (x2(t) - x3(t)) - b2 \cdot (x2'(t) - x3'(t)) = -P1 \cdot \sin(\omega \cdot t - \phi) - P2 \cdot \sin\left(\frac{\omega}{2} \cdot t\right)$$

$$x1(0) = 0 \quad x2(0) = 0 \quad x3(0) = 0$$

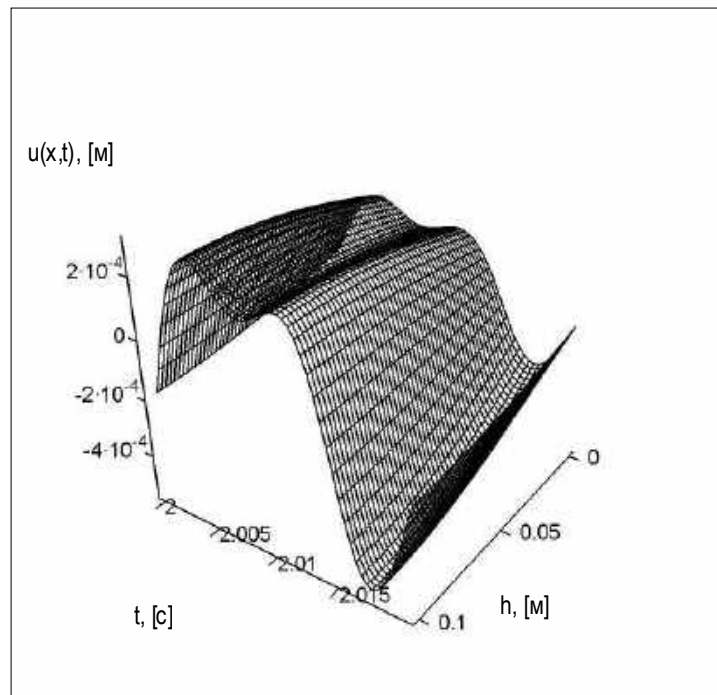
$$x1'(0) = 0 \quad x2'(0) = 0 \quad x3'(0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix}, t, 4, 10000 \right]$$



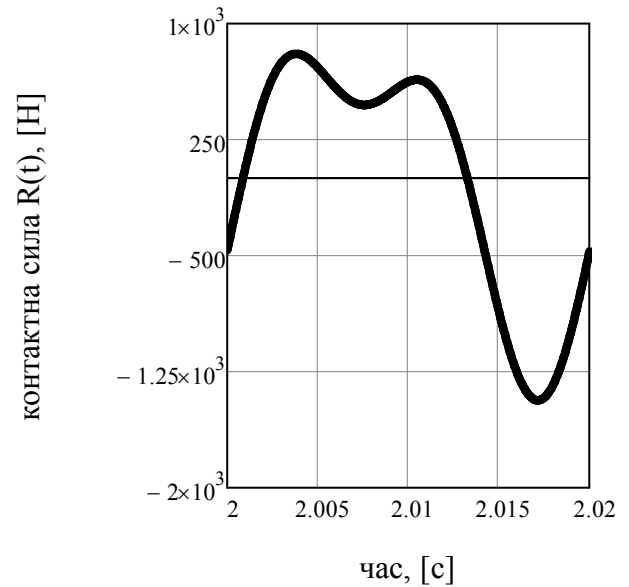
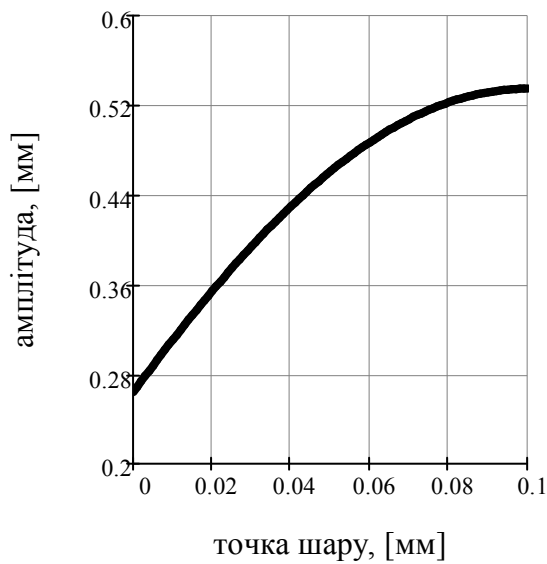
$$u(x,t) := \frac{x^2(t)}{2} \cdot \sum_{i=1}^2 \left(\cos\left(\frac{i}{|c0|} \cdot x\right) + \sin\left(\frac{i}{|c0|} \cdot x\right) \cdot \tan\left(\frac{i}{|c0|} \cdot h\right) \right)$$

Z := CreateMesh(u, 0, h, 2, 2.02, 50, 50)



Z

$$x := 0, \frac{h}{100} .. h \quad \underline{\underline{R}}(t) := E \cdot S \cdot \left[\frac{x^2(t)}{2} \cdot \sum_{i=1}^2 \left(\frac{i}{|c0|} \cdot \tan\left(\frac{i}{|c0|} \cdot h\right) \right) \right]$$



t := 2.015

xx := Minimize(R, t)

|R(xx)| = 1.437 × 10³

Додаток М

1. Дослідження впливу інерційності парціальної маси на динамічні характеристики двочастотного резонансного вібраційного стола

Вихідні дані:

$$\begin{aligned} &:= 2 \cdot 0.50 \quad z := 0.94 \quad 01 := \frac{1}{z} \quad c12 := 20000 \quad mzav := 120 \quad ac := -0 \quad dc := 0 \quad := 0.025 \\ m2 &:= 161 \quad m1 := 207 \quad M(m3) := m2 + m1 + m3 \\ c12 &:= \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (2 \cdot 01)^2 \quad c12 = 4.046 \times 10^7 \quad b12 := \frac{c12 \cdot}{m2} \quad b12 = 3.22 \times 10^3 \quad biz := \frac{ciz \cdot}{m2} \end{aligned}$$

$$c23(m3) := \frac{m2 \cdot m3 \cdot 01^2 \cdot \left[\left[17 \cdot m2 \cdot M(m3) - 8 \cdot m1 \cdot m3 \dots \right. \right.}{2 \cdot (m1 + m2) \cdot (m2 + m3)^2} \quad b23(m3) := \frac{c23(m3) \cdot}{m2}$$

Параметри електромагніта

$$D(m3, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{[2 \cdot [- (Y_2 - Y_4)]]}{k} \cdot \left[u(t) - \left[r + [(1 - (Y_1)) \cdot Roff + Ron] + \frac{k \cdot (Y_3 - Y_5)}{2 \cdot [- (Y_2 - Y_4)]^2} \right] \cdot Y_1 \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m1 + mzav \cdot ac} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[- (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 - dc \cdot mzav \cdot Y_3 \dots \right. \\ \left. + b12 \cdot (Y_3 - Y_5) + c12 \cdot (Y_2 - Y_4) - ciz \cdot Y_2 - biz \cdot Y_3 \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[- (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 \dots \right. \\ \left. + b12 \cdot (Y_3 - Y_5) + c12 \cdot (Y_2 - Y_4) - b23(m3) \cdot (Y_5 - Y_7) - c23(m3) \cdot (Y_4 - Y_6) \right] \\ Y_7 \\ \frac{1}{m3} \cdot [b23(m3) \cdot (Y_5 - Y_7) + c23(m3) \cdot (Y_4 - Y_6)] \end{bmatrix}$$

$$X(m3) := \text{Radau} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, 10000, D(m3) \right)$$

$$t := X(25)^{\langle 0 \rangle} \quad I(m3) := X(m3)^{\langle 2 \rangle} \quad x1(m3) := X(m3)^{\langle 3 \rangle} \quad x2(m3) := X(m3)^{\langle 5 \rangle} \quad x3(m3) := X(m3)^{\langle 7 \rangle}$$

$$i := 1..last(t) - 1 \quad q(m3) := X(m3)^{\langle 1 \rangle} \quad v1(m3) := X(m3)^{\langle 4 \rangle} \quad v2(m3) := X(m3)^{\langle 6 \rangle} \quad v3(m3) := X(m3)^{\langle 8 \rangle}$$

$$\underline{u}_m := u(t_i) \quad a1(m3) := \begin{cases} v1 \leftarrow v1(m3) \\ \text{for } i \in 1..last(t) \\ \quad a1_i \leftarrow \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a1 \end{cases} \quad p(m3) := \begin{cases} I \leftarrow I(m3) \\ \text{for } i \in 1..last(t) - 1 \\ \quad p_i \leftarrow \overrightarrow{(n \cdot u_i \cdot I_i)} \\ p \end{cases}$$

$$\underline{F}_m(m3) := \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I(m3)}{[-(v1(m3) - v2(m3))]} \right]^2 \right] \quad Id(m3) := \overrightarrow{stdev(I(m3))} \quad pd(m3) := \overrightarrow{stdev(p(m3))}$$

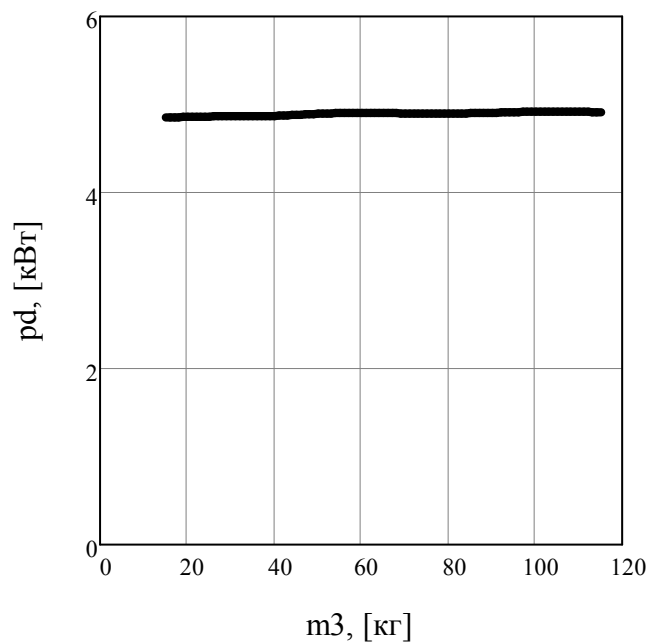
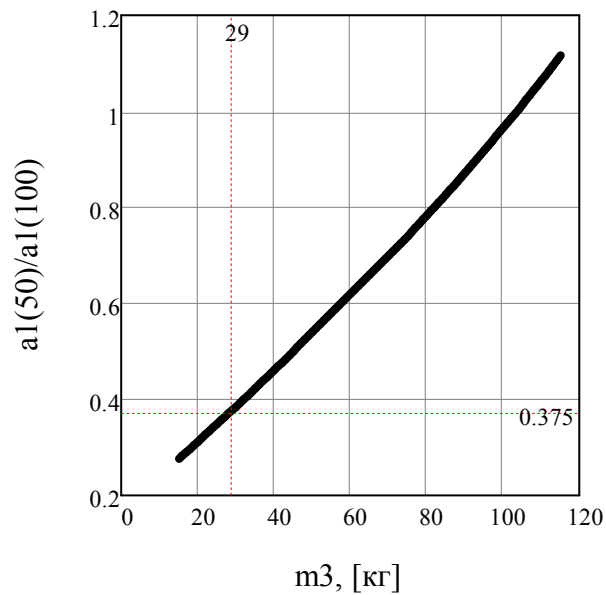
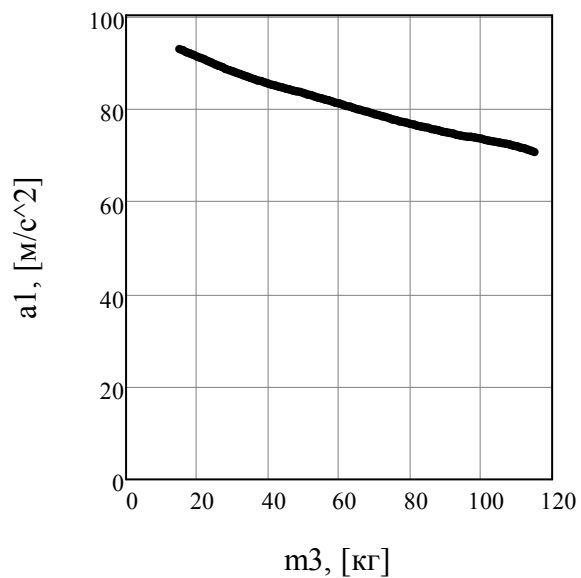
$$A1(m3) := 2 \cdot \text{CFFT}(a1(m3)) \quad \underline{N}_m := last(A1(50)) \quad i := 0..N \quad N = 1 \times 10^4 \quad \underline{w}_m := i$$

$$A11(m3) := \begin{cases} A11 \leftarrow |A1(m3)_{50}| \\ A11 \end{cases} \quad A12(m3) := \begin{cases} A12 \leftarrow |A1(m3)_{100}| \\ A12 \end{cases}$$

$$\underline{X}_m := \begin{cases} \text{for } j \in 0..100 \\ \quad m3_j \leftarrow 15 + j \\ \quad a11_j \leftarrow A11(m3_j) \\ \quad a12_j \leftarrow A12(m3_j) \\ \quad a1m_j \leftarrow \max(a1(m3_j)) \\ \left(\begin{matrix} m3 \\ a11 \\ a12 \\ a1m \end{matrix} \right)^T \end{cases} \quad PP := \begin{cases} \text{for } j \in 0..100 \\ \quad m3_j \leftarrow 15 + j \\ \quad p1_j \leftarrow pd(m3_j) \\ p1 \end{cases}$$

$$z1 := \text{supsmooth} \left[\left(X^{\langle 0 \rangle} \right)_0, \left(X^{\langle 1 \rangle} \right)_0 \right] \quad z2 := \text{supsmooth} \left[\left(X^{\langle 0 \rangle} \right)_0, \left(X^{\langle 2 \rangle} \right)_0 \right]$$

$$z3 := \text{supsmooth} \left[\left(X^{\langle 0 \rangle} \right)_0, \left(X^{\langle 3 \rangle} \right)_0 \right] \quad z4 := \text{supsmooth} \left[\left(X^{\langle 0 \rangle} \right)_0, PP \right]$$



$$\left(\frac{z1}{z2}\right)_{14} = 0.377$$

$$\left[\left(X^{(0)}\right)_0\right]_{14} = 29$$

Додаток М

2. Динамічні характеристики двочастотного резонансного вібраційного стола

Вихідні дані:

$$:= 2 \cdot 0.50 \quad z := 0.94 \quad 01 := \frac{1}{z} \quad m2 := 161 \quad m3 := 29 \quad m1 := 207 \quad M := m2 + m1 + m3 \quad ciz := 20000$$

$$c12 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (2 \cdot 01)^2 \quad c23 := \frac{m2 \cdot m3 \cdot 01^2 \cdot \left[17 \cdot m2 \cdot M - 8 \cdot m1 \cdot m3 - 5 \cdot m2 \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (9 \cdot m2 \cdot M - 16 \cdot m1 \cdot m3)}{m2}} \right]}{2 \cdot (m1 + m2) \cdot (m2 + m3)^2}$$

$$c12 = 4.046 \times 10^7 \quad c23 = 3.209 \times 10^6$$

Параметри електромагніта

$$:= 0.025 \quad b12 := \frac{c12}{z} \quad b12 = 3.22 \times 10^3 \quad b23 := \frac{c23}{z} \quad b23 = 255.387 \quad biz := \frac{ciz}{z}$$

$$M := \begin{pmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} c12 & -c12 & 0 \\ -c12 & c12 + c23 + ciz & -c23 \\ 0 & -c23 & c23 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} b12 & -b12 & 0 \\ -b12 & b12 + b23 + biz & -b23 \\ 0 & -b23 & b23 \end{pmatrix}$$

$$:= \text{eigenvals}(M^{-1} \cdot C) \quad \left| \frac{\sqrt{\lambda}}{2} \right| = \begin{pmatrix} 108.177 \\ 1.13 \\ 54.084 \end{pmatrix} \quad U0 := 220 \cdot \sqrt{2} \quad u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad n := 8$$

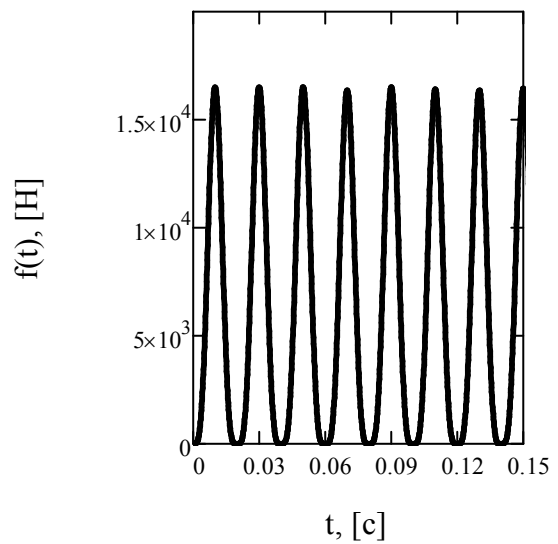
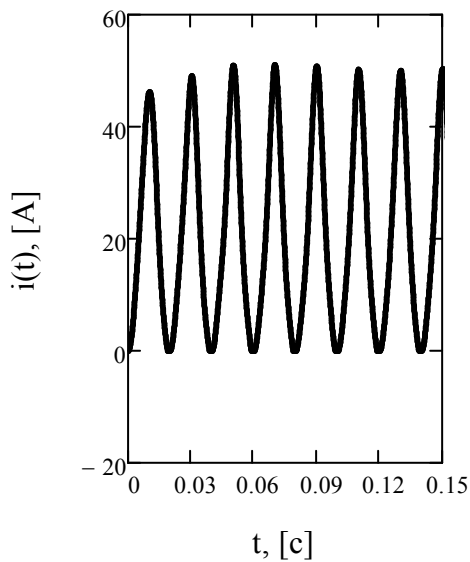
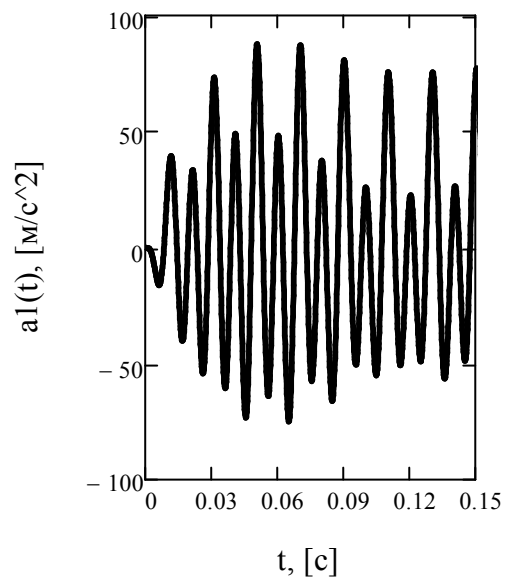
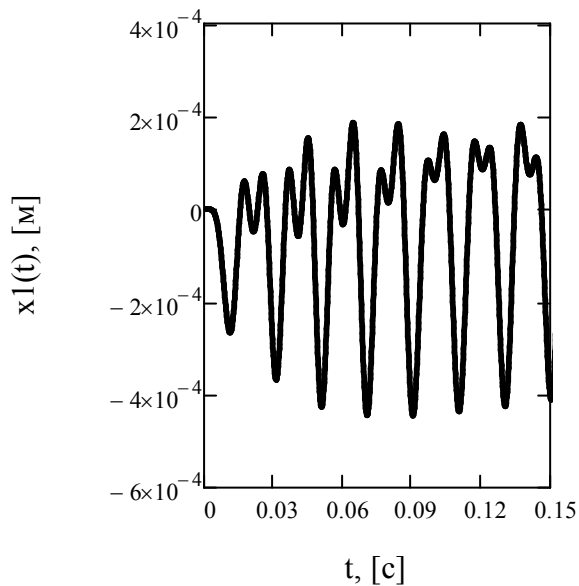
$$Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8 \quad mzav := 120 \quad ac := 0 \quad dc := 0 \quad ac := -0.24 \quad dc := 1.25$$

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} Y_1 \\ \frac{2 \cdot \left[- (Y_2 - Y_4) \right]}{k} \cdot \left[u(t) - \left[r + \left[(1 - (Y_1)) \cdot Roff + Ron \right] + \frac{k \cdot (Y_3 - Y_5)}{2 \cdot \left[- (Y_2 - Y_4) \right]^2} \right] \cdot Y_1 \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m1 + ac \cdot mzav} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{\left[- (Y_2 - Y_4) \right]} \right]^2 - dc \cdot mzav \cdot Y_3 \dots \right. \\ \left. + -b12 \cdot (Y_3 - Y_5) + -c12 \cdot (Y_2 - Y_4) - ciz \cdot Y_2 - biz \cdot Y_3 \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{\left[- (Y_2 - Y_4) \right]} \right]^2 \dots \right. \\ \left. + b12 \cdot (Y_3 - Y_5) + c12 \cdot (Y_2 - Y_4) - b23 \cdot (Y_5 - Y_7) - c23 \cdot (Y_4 - Y_6) \right] \\ Y_7 \\ \frac{1}{m3} \cdot \left[b23 \cdot (Y_5 - Y_7) + c23 \cdot (Y_4 - Y_6) \right] \end{pmatrix}$$

$$X := \text{Radau} \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right), 0, 1, 10000, D$$

$$t := X^{(0)} \quad q := X^{(1)} \quad I := X^{(2)} \quad x1 := X^{(3)} \quad x2 := X^{(5)} \quad x3 := X^{(7)} \quad v1 := X^{(4)} \quad v2 := X^{(6)} \quad v3 := X^{(8)}$$

$$a1 := \begin{cases} v1 \leftarrow v1 \\ \text{for } i \in 1.. \text{last}(t) \\ a1_i \leftarrow \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad i := 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} - 1 \quad F_{\text{m}} := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I}{[-(x1 - x2)]} \right]^2 \quad p_i := (u(t_i) \cdot n \cdot I_i) \end{cases}$$



$$\text{stdev}(n \cdot I) = 17.136$$

$$\text{stdev}(u(t)) = 219.989$$

$$\text{stdev}(p) = 4.9 \times 10^3$$

$$\frac{\max(a1)}{g} = 9 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}$$

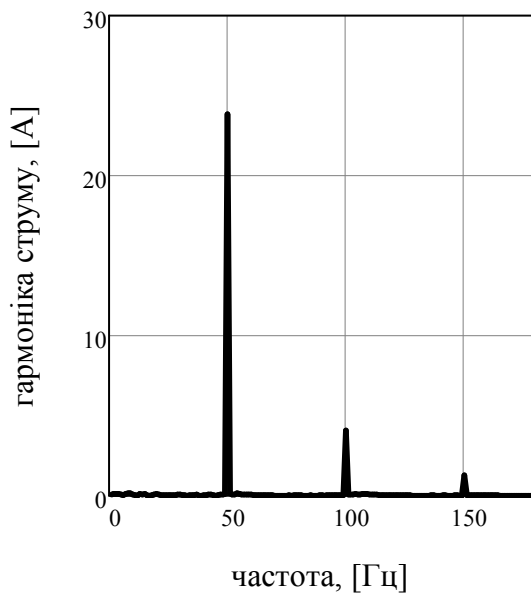
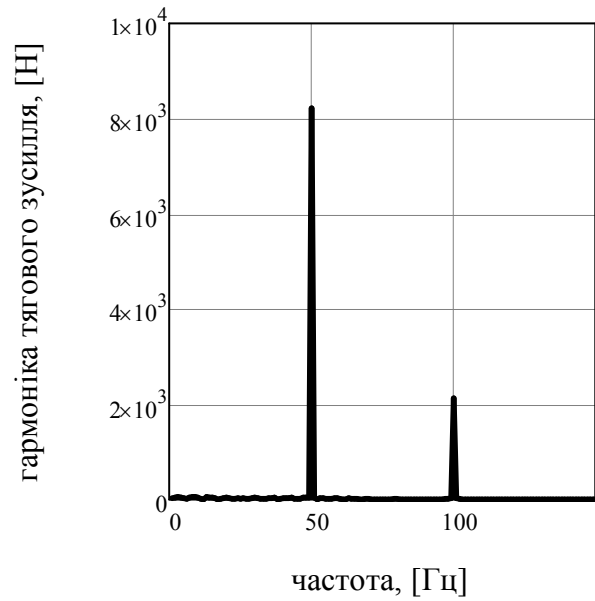
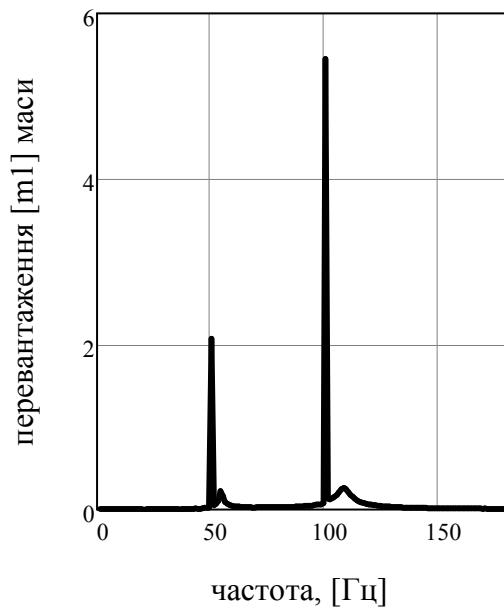
$$A1 := 2 \cdot \text{CFFT}(a1) \quad f := 2 \cdot \text{CFFT}(F) \quad j := 2 \cdot \text{CFFT}(I) \quad X2 := 2 \cdot \text{CFFT}(x2) \quad \underline{N} := \text{last}(A1) + 1 \quad i := 1..N$$

$$N = 1 \times 10^4 \quad \underline{w}_i := i$$

$$A11 := \begin{vmatrix} A11 \leftarrow |A1_{50}| \\ A11 \end{vmatrix} \quad A12 := \begin{vmatrix} A12 \leftarrow |A1_{100}| \\ A12 \end{vmatrix}$$

$$A11 = 20.239$$

$$A12 = 53.452$$



$$\frac{A11}{A12} = 0.379$$

$$a1 := \text{submatrix}\left(a1, \frac{\text{last}(a1)}{2}, \text{last}(a1), 0, 0\right)$$

$$\frac{\max(a1)}{g} = 7.7 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}$$

$$\frac{\text{stdev}(p)}{1000} = 4.87$$

Додаток М

3. Динамічні характеристики 100-Гц резонансного вібраційного стола

Вихідні дані:

$$\begin{aligned} &:= 2 \cdot 100 \quad z := 0.94 \quad m1 := 207 \quad m2 := 161 \quad 1 := \frac{1}{z} \quad := 0.025 \quad \frac{1}{2} = 106.383 \quad 0 := 2 \cdot 50 \\ mzav &:= 120 \quad ac := -0.24 \quad dc := 1.25 \quad ac := 0 \quad dc := 0 \quad ciz := 20000 \quad c1 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (1)^2 \\ c1 &= 4.046 \times 10^7 \quad biz := \frac{ciz \cdot}{\cdot c1} \quad b := \frac{\cdot c1}{\cdot c1} \quad b = 1.61 \times 10^3 \end{aligned}$$

Параметри електромагніта

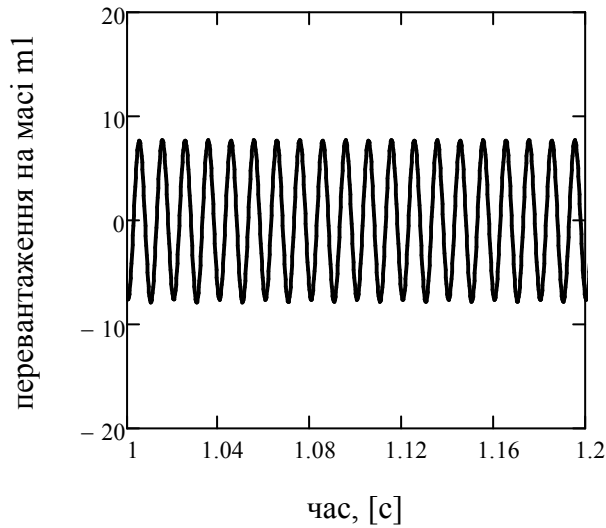
$$U0 := 220 \cdot \sqrt{2} \quad u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$D(t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{2 \cdot [0 - (Y_2 - Y_4)]}{k} \cdot \left[u(t) - \left[r + \frac{k \cdot (Y_3 - Y_5)}{2 \cdot [0 - (Y_2 - Y_4)]^2} \right] \cdot Y_1 \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m1 + ac \cdot mzav} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[0 - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + [-b \cdot (Y_3 - Y_5) - c1 \cdot (Y_2 - Y_4)] \right] - dc \cdot mzav \cdot Y_3 - ciz \cdot Y_2 - biz \cdot Y_3 \dots \\ Y_5 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[0 - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + b \cdot (Y_3 - Y_5) + c1 \cdot (Y_2 - Y_4) \right] \end{bmatrix}$$

$$X := \text{Radau} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 2, 10000, D \right)$$

$$t := X^{(0)} \quad I := X^{(2)} \quad x1 := X^{(3)} \quad x2 := X^{(5)} \quad q := X^{(1)} \quad v1 := X^{(4)} \quad v2 := X^{(6)}$$

$$i := 1 \dots \text{last}(t) - 1 \quad a1_i := \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$$



$$x1 := \text{submatrix}\left(x1, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right)$$

$$x2 := \text{submatrix}\left(x2, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right)$$

$$v1 := \text{submatrix}\left(v1, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right)$$

$$v2 := \text{submatrix}\left(v2, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right)$$

$$I := \text{submatrix}\left(I, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right)$$

$$F := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I}{[0 - (x1 - x2)]} \right]^2 \quad i := 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} - 1 \quad p_i := (u(t_i) \cdot n \cdot I_i)$$

$$a1 := \text{submatrix}\left(a1, \frac{\text{last}(a1) + 1}{2}, \text{last}(a1), 0, 0\right)$$

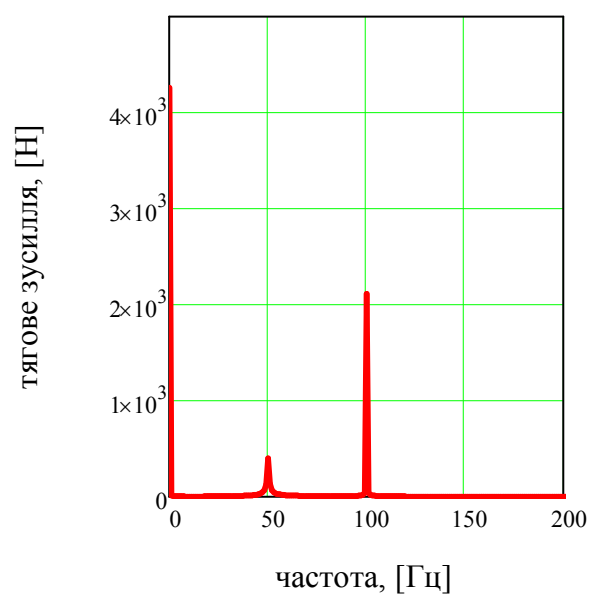
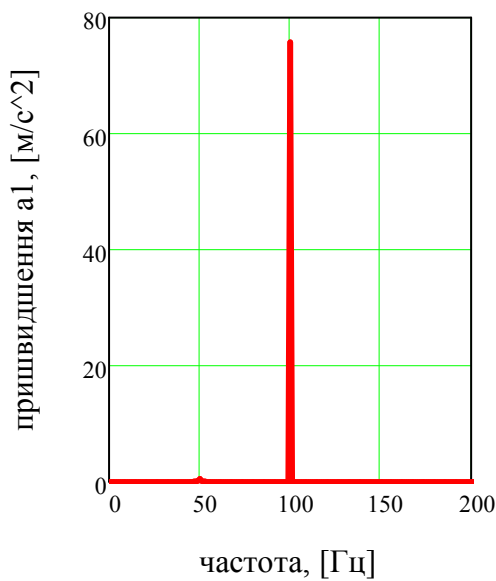
$$\frac{\max(a1)}{g} = 7.7 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}$$

$$\frac{\text{stdev}(p)}{1000} = 2.04$$

$$\frac{\min(a1)}{g} = -7.9 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}$$

$$A1 := 2 \cdot \text{CFFT}(a1) \quad F := 2 \cdot \text{CFFT}(F) \quad j := 2 \cdot \text{CFFT}(I) \quad X1 := 2 \cdot \text{CFFT}(x1)$$

$$N := \text{last}(A1) + 1 \quad i := 0..N + 1 \quad N = 5 \times 10^3 \quad f_i := i$$



Додаток Н

1. Оптимізаційний синтез пружних параметрів віброударних систем за одним параметром

$$\text{Вихідні дані: } z := 2 \cdot 50 \quad z := 1 \quad m1 := 22 \quad m2 := 11 \quad l(\cdot) := \left(\frac{+1}{2} \cdot \frac{1}{z} \right) \quad \omega := 0.15$$

$$ciz := 0 \quad biz := \frac{ciz \cdot z}{m1 + m2} \quad b1 := 2 \cdot \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot \dots$$

$$c1(\cdot) := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (l(\cdot))^2 \quad c2(\cdot) := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (l(\cdot))^2 \quad b2(\cdot) := \frac{c2(\cdot)}{z}$$

Параметри електромагніта

$$U0 := 200 \quad u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8 \quad N := 1000$$

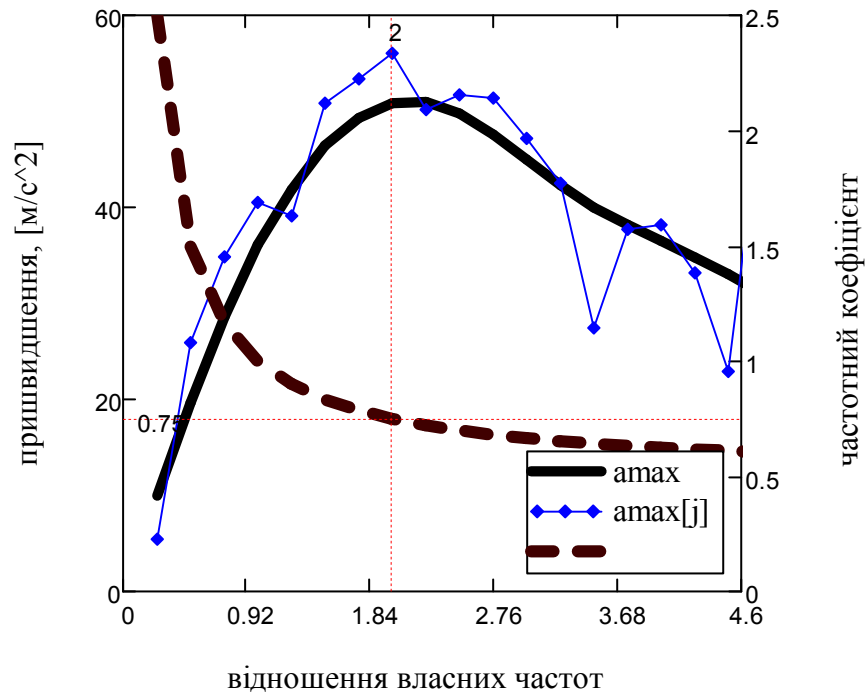
$$D(\cdot, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{2 \cdot [-(Y_2 - Y_4)]}{k} \cdot \left[U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) - \left[r + \left[(1 - (Y_1)) \cdot Roff + Ron \right] + \frac{k \cdot (Y_3 - Y_5)}{2 \cdot [-(Y_2 - Y_4)]^2} \right] \cdot Y_1 \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m1} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[-(Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + \left[\begin{array}{l} -b1 \cdot (Y_3 - Y_5) - c1(\cdot) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ if } Y_2 - Y_4 > 0 \\ -b1 \cdot (Y_3 - Y_5) - c2(\cdot) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ otherwise} \end{array} \right] \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[-(Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + \left[\begin{array}{l} b1 \cdot (Y_3 - Y_5) + c1(\cdot) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ if } Y_2 - Y_4 > 0 \\ b1 \cdot (Y_3 - Y_5) + c2(\cdot) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ otherwise} \end{array} \right] \right] \end{bmatrix}$$

$$X1(\cdot) := \text{Radau} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, N, D(\cdot) \right) \quad X(\cdot) := \text{submatrix} \left(X1(\cdot), \frac{3}{4}N, N, 0, 6 \right)$$

$$t := X(1)^{\langle 0 \rangle} \quad I(\cdot) := X(\cdot)^{\langle 2 \rangle} \quad x1(\cdot) := X(\cdot)^{\langle 3 \rangle} \quad v1(\cdot) := X(\cdot)^{\langle 4 \rangle} \quad a1(\cdot) := \begin{cases} v1 \leftarrow v1(\cdot) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{4} \\ a1_i \leftarrow \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \end{cases}$$

$$alm(\cdot) := \max(a1(\cdot)) \quad j := 1..20 \quad j := 0.25 \cdot j \quad alm := alm(j)$$

$$j := \frac{j+1}{2 \cdot j} \quad ZZ := \text{supsmooth}(\cdot, alm)$$



Додаток Н

2. Оптимізаційний синтез пружних параметрів віброударних систем за двома параметрами

Вихідні дані: $\omega := 2 \cdot \pi \cdot 50$ $z := 1$ $m1 := 22$ $m2 := 11$ $l() := \frac{\cdot}{z}$ $\gamma := 0.04$

$$c1() := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (l())^2 \quad c2(,) := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (l())^2 \quad b1() := \frac{c1()}{2} \quad b2(,) := \frac{c2(,)}{2}$$

Параметри електромагніта

$U0 := 50$ $u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ $Ron := 0.001$ $Roff := 10^8$ $N := 1000$

$$D(, t, Y) := \begin{bmatrix} \frac{2 \cdot [- (Y_2 - Y_4)]}{k} \cdot \left[U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) - \left[r + \left[(1 - (Y_1)) \cdot Roff + Ron \right] + \frac{k \cdot (Y_3 - Y_5)}{2 \cdot [- (Y_2 - Y_4)]^2} \right] \cdot Y_1 \right. \\ \left. Y_3 \right. \\ \frac{1}{m1} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[- (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + \left[\begin{array}{l} -b1() \cdot (Y_3 - Y_5) - c1() \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ if } Y_2 - Y_4 > 0 \\ -b2(,) \cdot (Y_3 - Y_5) - c2(,) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ otherwise} \end{array} \right] \right. \\ \left. Y_5 \right. \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[- (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + \left[\begin{array}{l} b1() \cdot (Y_3 - Y_5) + c1() \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ if } Y_2 - Y_4 > 0 \\ b2(,) \cdot (Y_3 - Y_5) + c2(,) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ otherwise} \end{array} \right] \right. \end{bmatrix}$$

$$X1(,) := \text{Radau} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, N, D(,) \right) \quad X(,) := \text{submatrix} \left(X1(,), \frac{3}{4}N, N, 0, 6 \right)$$

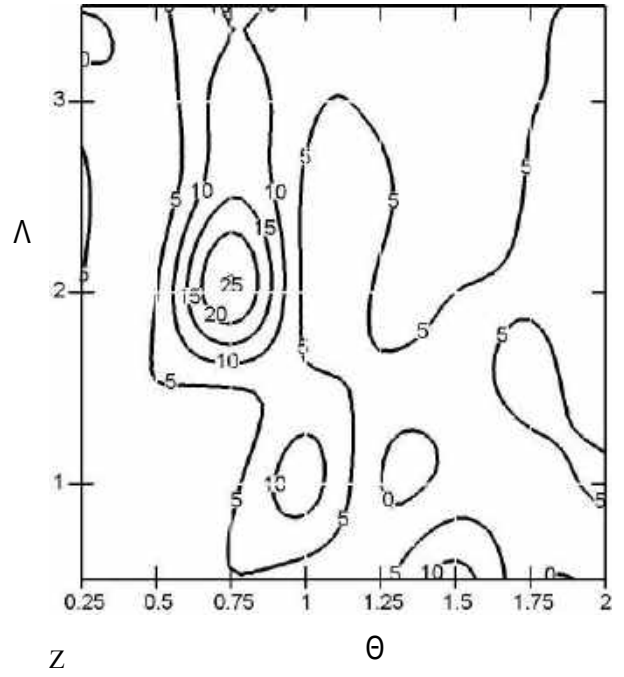
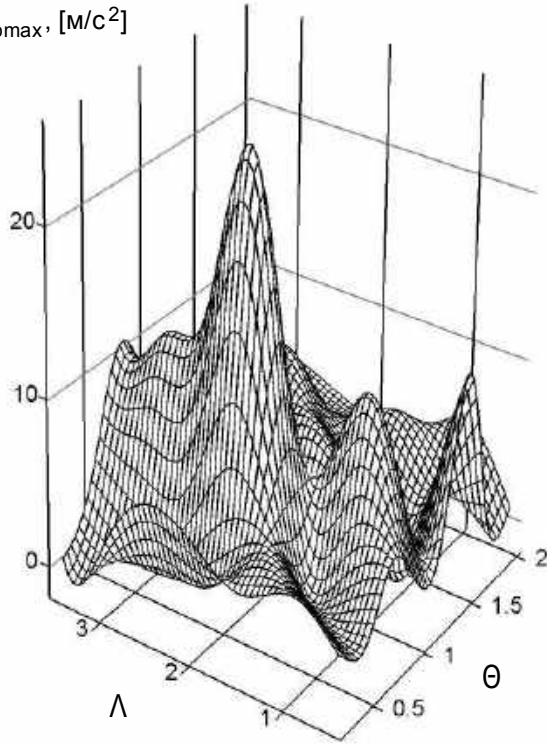
$$t := X(1, 1)^{\langle 0 \rangle} \quad x1(,) := X(,)^{\langle 3 \rangle} \quad v1(,) := X(,)^{\langle 4 \rangle}$$

$$a1(,) := \begin{cases} v1 \leftarrow v1(,) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{4} \\ a1_i \leftarrow \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \end{cases} \quad a1$$

$$a1m(,) := \max(a1(,)) \quad i := 1..20 \quad j := 1..20 \quad \gamma_i := 0.25 \cdot i \quad \gamma_j := 0.5 \cdot j \quad A_{i,j} := a1m(\gamma_i, \gamma_j)$$

$XY := \text{augment}(\quad , \quad)$ $ZZ(x,y) := \text{interp}\left[\text{cspline}(XY,A), XY, A, \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)\right]$ $Z := \text{CreateMesh}(ZZ, 0.25, 2, 0.5, 3.5, 50, 50)$

$a_{p\max}, [m/c^2]$



Z

Додаток П

1. Порівняльний аналіз гармонійних і віброударних резонансних систем з імпульсним (однотактним) збуренням за наявності сил сухого тертя

Вихідні дані: $\omega := 2 \cdot \pi \cdot 50$ $z := 0.94$ $m1 := 168$ $m2 := 55$ $\gamma := 0.04$ $ciz := 20000$

$$\Lambda := \begin{array}{|l} \text{гармонійна} \\ \text{віброударна} \end{array} \quad \Lambda = 2 \quad \Theta := \frac{\Lambda + 1}{2 \cdot \Lambda} = 0.75 \quad \omega_1 := \frac{\Lambda + 1}{2 \cdot \Lambda} \cdot \frac{\omega}{z} \quad \omega_1 = 250.659 \quad \Lambda \omega_1 = 501.318$$

$$c1 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (\omega_1)^2 \quad c2 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (\Lambda \omega_1)^2 \quad c1 = 2.603 \times 10^6 \quad c2 = 1.041 \times 10^7 \quad \frac{c2}{c1} = 4$$

$$biz := \frac{ciz \cdot \gamma}{\omega} \quad b1 := \frac{c1 \cdot \gamma}{\omega} \quad b2 := \frac{c2 \cdot \gamma}{\omega} \quad b1 = 331.47 \quad b2 = 1.326 \times 10^3$$

Параметри електромагніта

$$U0 := \begin{array}{|l} 166 \text{ if } \Lambda = 2 \\ 194 \text{ if } \Lambda = 1 \end{array} \quad U0 = 166 \quad u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8 \quad Ft := m1 \cdot 10$$

Given

$$m1 \cdot x1''(t) + Ft \cdot \text{sign}(x1'(t)) + ciz \cdot x1(t) + biz \cdot x1'(t) \dots = \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l(t)}{\delta - (x1(t) - x2(t))} \right]^2$$

$$+ \left[\begin{array}{l} c1 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b1 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) \text{ if } x1(t) - x2(t) \geq 0 \\ c2 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b2 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

$$m2 \cdot x2''(t) - \left[\begin{array}{l} c1 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b1 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) \text{ if } x1(t) - x2(t) \geq 0 \\ c2 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b2 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) \text{ otherwise} \end{array} \right] = -\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l(t)}{\delta - (x1(t) - x2(t))} \right]^2$$

$$\frac{k}{2 \cdot [\delta - (x1(t) - x2(t))]} \cdot l'(t) + \left[r + [(1 - \Phi(l(t))) \cdot Roff + Ron] + \frac{k \cdot (x1'(t) - x2'(t))}{2 \cdot [\delta - (x1(t) - x2(t))]} \right] \cdot l(t) = U0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$x1(0) = 0 \quad x2(0) = 0 \quad l(0) = 0$$

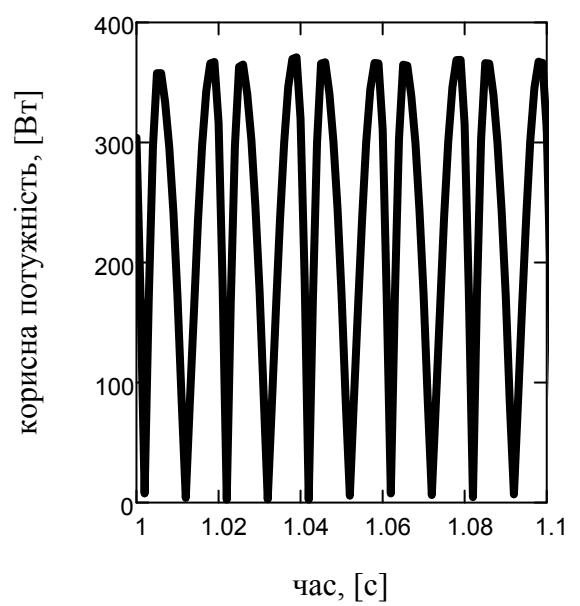
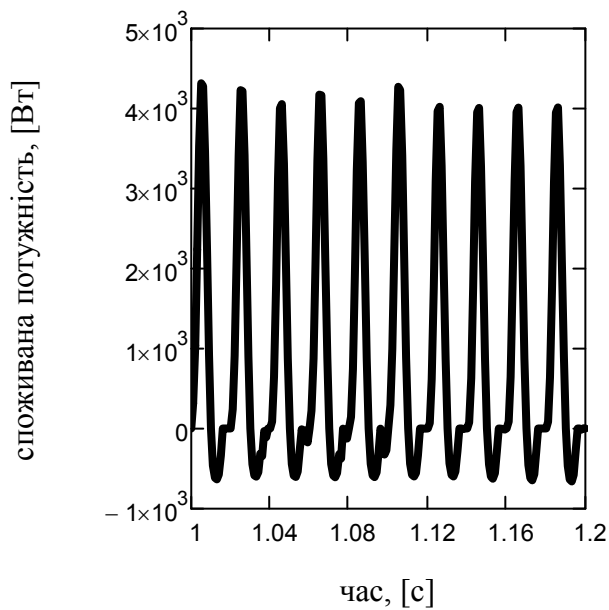
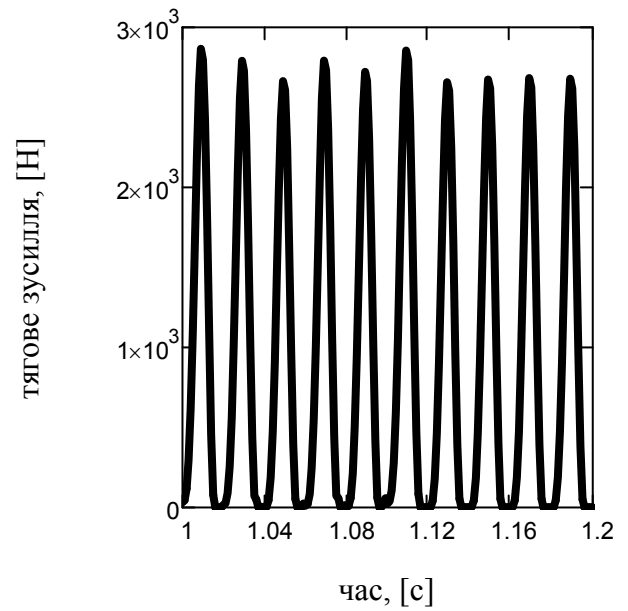
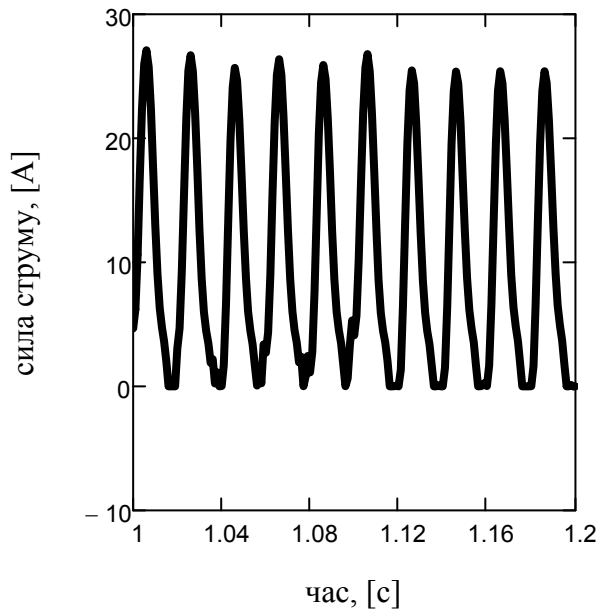
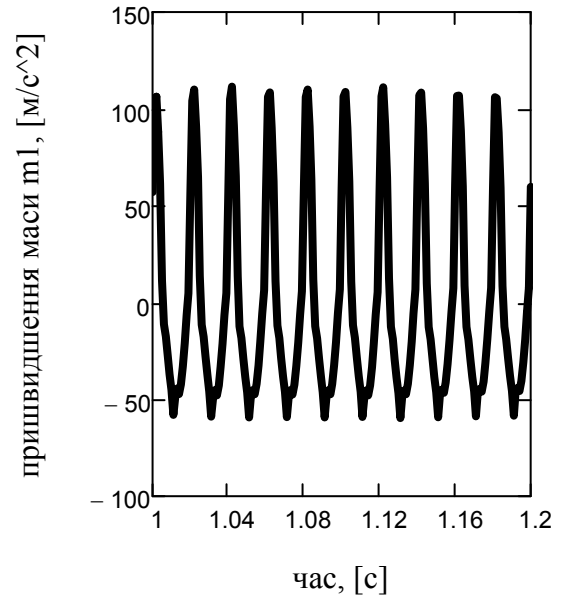
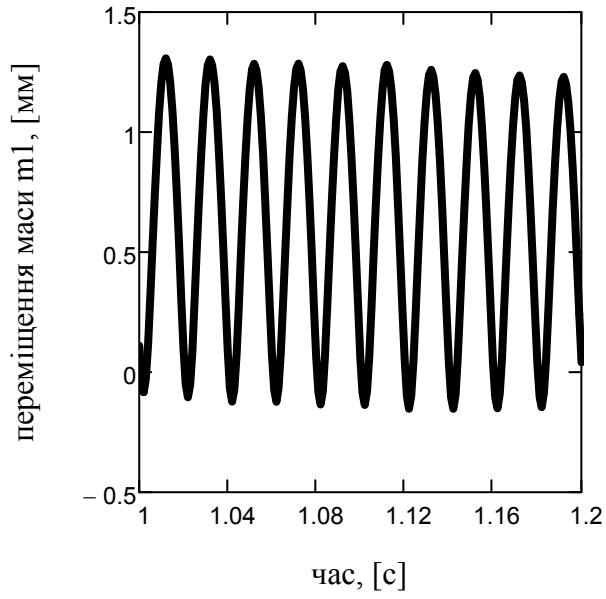
$$x1'(0) = 0 \quad x2'(0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ l \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ l \end{pmatrix}, t, 2, 2000 \right]$$

$$t := 1, 1.001 \dots 1.2 \quad \underline{T} := 0.02$$

$$\underline{F}(t) := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l(t)}{[\delta - (x1(t) - x2(t))]} \right]^2 \quad p(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot n \cdot l(t)$$

$$pf(t) := F(t) \cdot \left[\frac{d}{dt} [\delta - (x1(t) - x2(t))] \right] \quad pde(t) := n \cdot r \cdot (l(t))^2 \quad pk(t) := Ft \cdot \text{sign} \left(\frac{d}{dt} x1(t) \right) \cdot \frac{d}{dt} x1(t)$$



$$pdm(t) := \frac{1}{2} \cdot \left[\text{biz} \cdot \left(\frac{d}{dt} x_1(t) \right)^2 + \left[\begin{array}{l} b1 \cdot \left(\left(\frac{d}{dt} x_1(t) - \frac{d}{dt} x_2(t) \right) \right)^2 \text{ if } x_1(t) - x_2(t) \geq 0 \\ b2 \cdot \left(\left(\frac{d}{dt} x_1(t) - \frac{d}{dt} x_2(t) \right) \right)^2 \text{ otherwise} \end{array} \right] \right]$$

$$\delta 1(t) := \delta - (x_1(t) - x_2(t))$$

$$B(t) := \frac{\mu 0 \cdot w \cdot l(t)}{2 \cdot \delta 1(t)}$$

$$\sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{0.9}^{0.9+T} (B(t))^2 dt} = 0.227$$

$$Pd := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{0.9}^{0.9+T} (p(t))^2 dt} = 1823.22$$

$$\frac{Pd}{n} = 227.9$$

$$Pk := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{0.9}^{0.9+T} [(pk(t))^2] dt} = 257.59$$

$$\int_{0.9}^{0.9+T} (2 \cdot pdm(t) + pde(t) + pk(t)) dt = 18.028$$

$$\int_{0.9}^{0.9+T} p(t) dt = 17.838$$

$$\eta 1 := \frac{\frac{1}{T} \cdot \left(\int_{0.9}^{0.9+T} pk(t) dt \right)}{\% \cdot \frac{1}{T} \cdot \left(\int_{0.9}^{0.9+T} (p(t)) dt \right)}$$

$$\eta 2 := \frac{\frac{1}{T} \cdot \left(\int_{0.9}^{0.9+T} (2 \cdot pdm(t)) dt \right)}{\% \cdot \frac{1}{T} \cdot \left(\int_{0.9}^{0.9+T} p(t) dt \right)}$$

$$\eta 1 = 26.02 \quad \eta 2 = 27.86 \quad \eta 3 := (0.5 \eta 1 + 0.5 \cdot \eta 2) = 26.94$$

$$a_1(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_1(t)$$

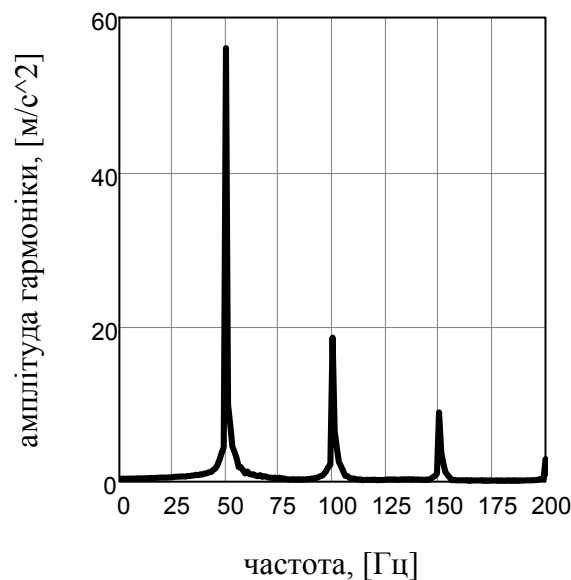
$$t := 2 \quad \text{Maximize}(a_1, t) = 1.181$$

$$a_1(\text{Maximize}(a_1, t)) = 106.005$$

$$\frac{a_1(\text{Maximize}(a_1, t))}{Pd} = 0.058$$

$$N := 1000 \quad t_{\max} := 1 \quad i := 1..N \quad \Delta := \frac{t_{\max}}{N} \quad t_j := i \cdot \Delta \quad \Omega_j := \frac{i}{t_{\max}}$$

$$x_{1j} := x_1(t_j) \quad v_{1j} := \frac{x_{1j} - x_{1j-1}}{t_j - t_{j-1}} \quad a_{1j} := \frac{v_{1j} - v_{1j-1}}{t_j - t_{j-1}} \quad A1 := 2 \text{CFFT}(a_1)$$



Додаток П

2. Порівняльний аналіз гармонійних і віброударних резонансних систем з гармонійним (двотактним) збуренням за наявності сил сухого тертя

Вихідні дані: $\omega := 2 \cdot \pi \cdot 50$ $z := 0.94$ $m1 := 168$ $m2 := 55$ $\gamma := 0.04$ $ciz := 20000$

$$\Lambda := \begin{cases} \text{гармонійна} \\ \text{віброударна} \end{cases} \quad \Lambda = 1 \quad \Theta := \frac{\Lambda + 1}{2 \cdot \Lambda} = 1 \quad \omega_1 := \frac{\Lambda + 1}{2 \cdot \Lambda} \cdot \frac{\omega}{z} \quad \omega_1 = 334.212 \quad \Lambda \omega_1 = 334.212$$

$$c1 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (\omega_1)^2 \quad c2 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (\Lambda \omega_1)^2 \quad c1 = 4.628 \times 10^6 \quad c2 = 4.628 \times 10^6 \quad \frac{c2}{c1} = 1$$

$$biz := \frac{ciz \cdot \gamma}{\omega} \quad b1 := \frac{c1 \cdot \gamma}{\omega} \quad b2 := \frac{c2 \cdot \gamma}{\omega} \quad b1 = 589.279 \quad b2 = 589.279$$

Параметри електромагніта

$$U0 := \begin{cases} 196 & \text{if } \Lambda = 2 \\ 198 & \text{if } \Lambda = 1 \end{cases} \quad U0 = 198 \quad u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8 \quad Ft := m1 \cdot 10$$

Given

$$m1 \cdot x1''(t) + Ft \cdot \text{sign}(x1'(t)) + ciz \cdot x1(t) + biz \cdot x1'(t) + \begin{cases} c1 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b1 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) & \text{if } x1(t) - x2(t) \geq 0 \\ c2 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b2 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) & \text{otherwise} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l1(t)}{\delta - (x1(t) - x2(t))} \right]^2 \dots \\ + \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l2(t)}{\delta + (x1(t) - x2(t))} \right]^2 \end{bmatrix}$$

$$m2 \cdot x2''(t) - \begin{cases} c1 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b1 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) & \text{if } x1(t) - x2(t) \geq 0 \\ c2 \cdot (x1(t) - x2(t)) + b2 \cdot (x1'(t) - x2'(t)) & \text{otherwise} \end{cases} = \begin{bmatrix} -\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l1(t)}{\delta - (x1(t) - x2(t))} \right]^2 \dots \\ + \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l2(t)}{\delta + (x1(t) - x2(t))} \right]^2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{k}{2 \cdot [\delta - (x1(t) - x2(t))]} \cdot l1'(t) + \left[r + [(1 - \Phi(l1(t))) \cdot Roff + Ron] + \frac{k \cdot (x1'(t) - x2'(t))}{2 \cdot [\delta - (x1(t) - x2(t))]} \right] \cdot l1(t) = U0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\frac{k}{2 \cdot [\delta + (x1(t) - x2(t))]} \cdot l2'(t) + \left[r + [(1 - \Phi(-l2(t))) \cdot Roff + Ron] + \frac{k \cdot (x2'(t) - x1'(t))}{2 \cdot [\delta + (x1(t) - x2(t))]} \right] \cdot l2(t) = U0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

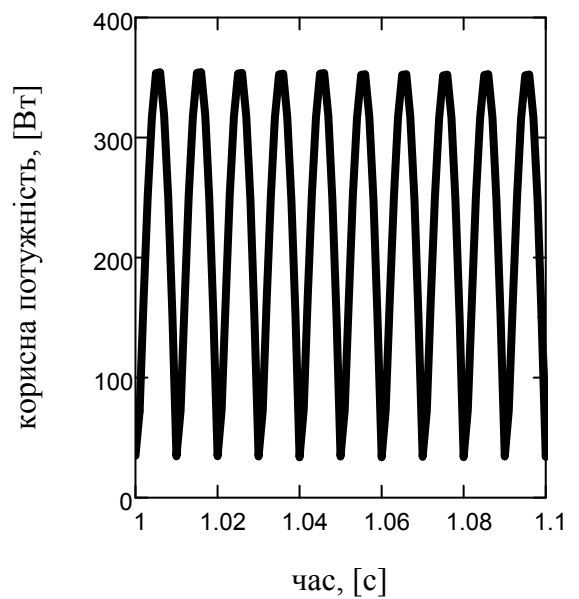
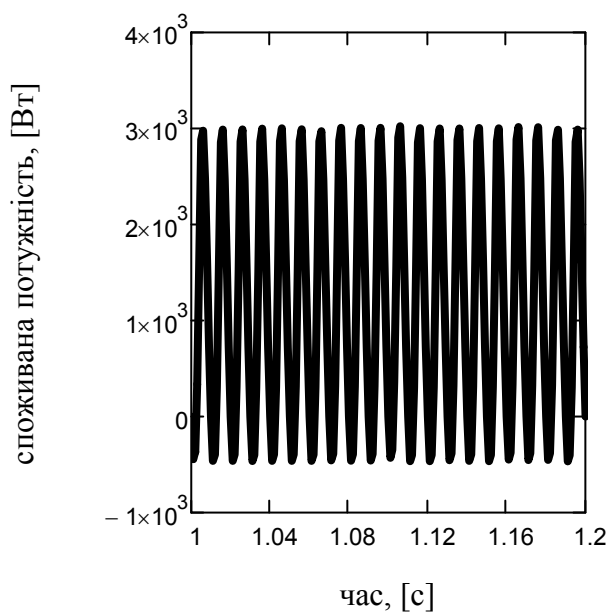
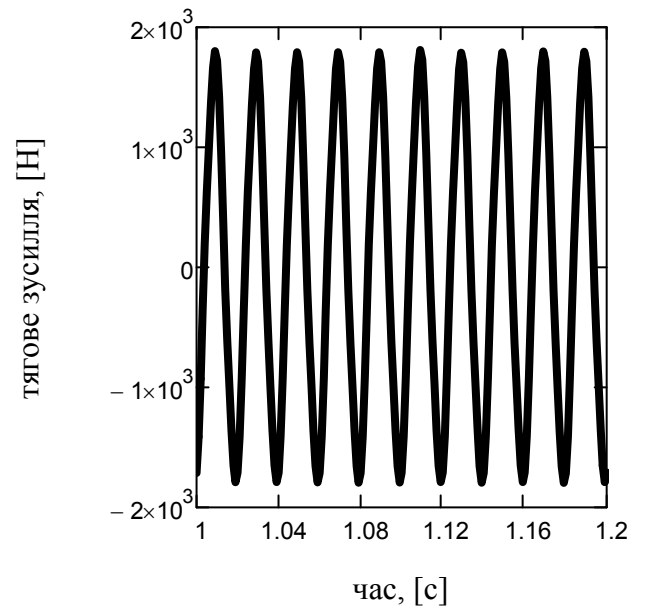
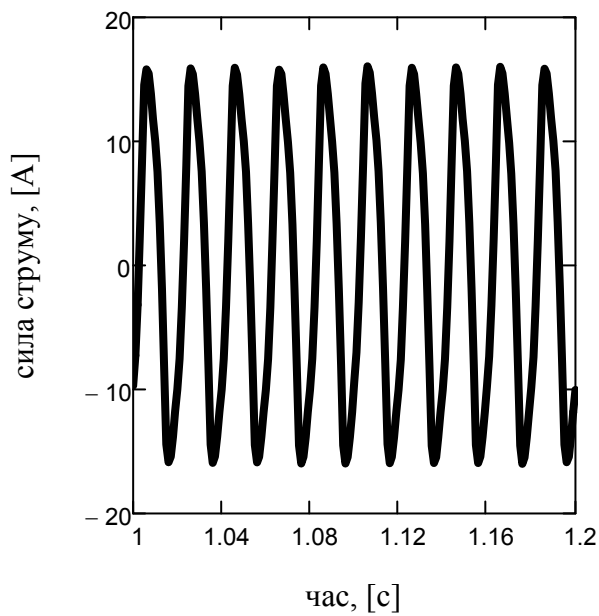
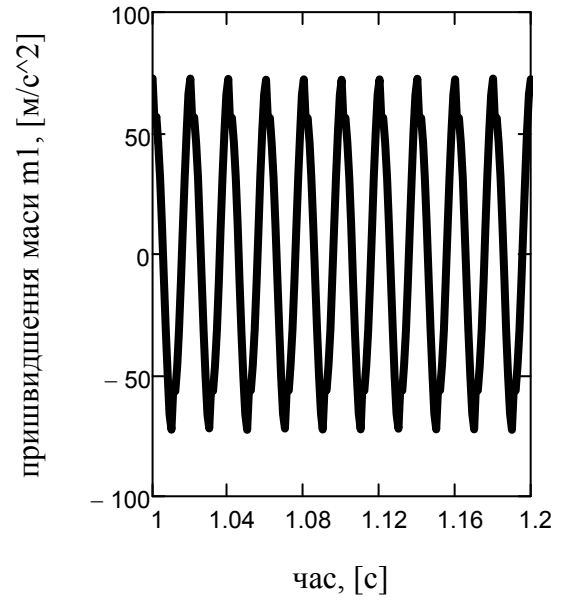
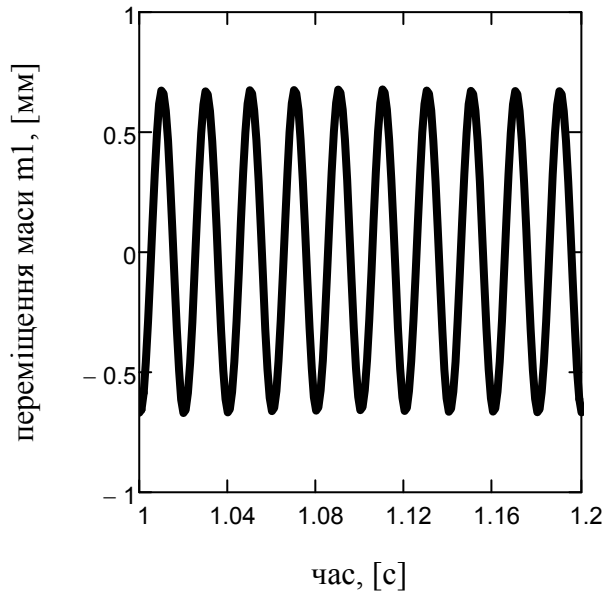
$$x1(0) = 0 \quad x2(0) = 0 \quad l1(0) = 0 \quad x1'(0) = 0 \quad x2'(0) = 0 \quad l2(0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ l1 \\ l2 \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ l1 \\ l2 \end{pmatrix}, t, 2, 2000 \right]$$

$$t := 1, 1.001 \dots 1.2 \quad \tau := 0.02 \quad l(t) := l1(t) + l2(t) \quad p(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot n \cdot l(t)$$

$$F1(t) := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l1(t)}{[\delta - (x1(t) - x2(t))]} \right]^2 \quad F2(t) := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l2(t)}{[\delta + (x1(t) - x2(t))]} \right]^2 \quad F(t) := F1(t) - F2(t)$$

$$pf(t) := F(t) \cdot \left[\frac{d}{dt} [\delta - (x1(t) - x2(t))] \right] \quad pde(t) := n \cdot r \cdot (l(t))^2 \quad pk(t) := Ft \cdot \text{sign} \left(\frac{d}{dt} x1(t) \right) \cdot \frac{d}{dt} x1(t)$$



$$pdm(t) := \frac{1}{2} \cdot \left[\text{bizz} \cdot \left(\frac{d}{dt} x_1(t) \right)^2 + \left[\begin{array}{l} b_1 \cdot \left(\left(\frac{d}{dt} x_1(t) - \frac{d}{dt} x_2(t) \right) \right)^2 \text{ if } x_1(t) - x_2(t) \geq 0 \\ b_2 \cdot \left(\left(\frac{d}{dt} x_1(t) - \frac{d}{dt} x_2(t) \right) \right)^2 \text{ otherwise} \end{array} \right] \right]$$

$$\delta_1(t) := \delta - (x_1(t) - x_2(t))$$

$$B_1(t) := \frac{\mu_0 \cdot w \cdot I_1(t)}{2 \cdot \delta_1(t)}$$

$$\sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{0.9}^{0.9+T} (B_1(t))^2 dt} = 0.256$$

$$Pd := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{0.9}^{0.9+T} (p(t))^2 dt} = 1708.3$$

$$\frac{Pd}{2n} = 213.54$$

$$Pk := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{0.9}^{0.9+T} [(pk(t))^2] dt} = 250.16$$

$$\int_{0.9}^{0.9+T} (2 \cdot pdm(t) + pde(t) + pk(t)) dt = 20.378$$

$$\int_{0.9}^{0.9+T} p(t) dt = 23.234$$

$$\eta_1 := \frac{\frac{1}{T} \cdot \left(\int_{0.9}^{0.9+T} pk(t) dt \right)}{\% \cdot \frac{1}{T} \cdot \left(\int_{0.9}^{0.9+T} (p(t)) dt \right)}$$

$$\eta_2 := \frac{\frac{1}{T} \cdot \left(\int_{0.9}^{0.9+T} (2 \cdot pdm(t)) dt \right)}{\% \cdot \frac{1}{T} \cdot \left(\int_{0.9}^{0.9+T} p(t) dt \right)}$$

$$\eta_1 = 19.35 \quad \eta_2 = 19.082 \quad \eta_3 := (0.5\eta_1 + 0.5 \cdot \eta_2) = 19.22$$

$$a_1(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_1(t)$$

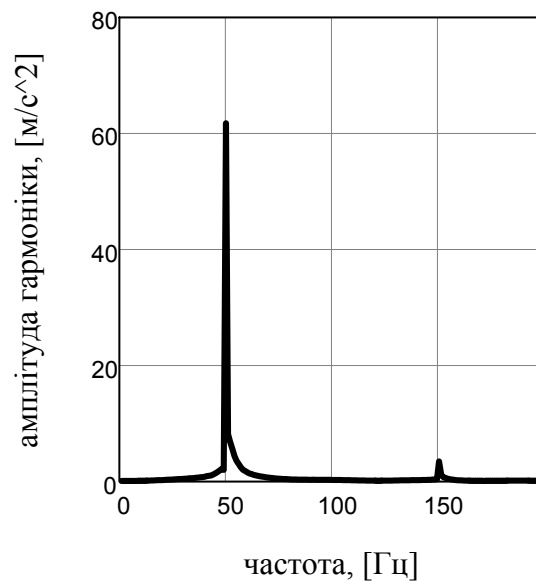
$$t := 2 \quad \text{Maximize}(a_1, t) = 1.5$$

$$a_1(\text{Maximize}(a_1, t)) = 72.901$$

$$\frac{a_1(\text{Maximize}(a_1, t))}{Pd} = 0.043$$

$$N := 1000 \quad t_{\max} := 1 \quad i := 1..N \quad \Delta := \frac{t_{\max}}{N} \quad t_j := i \cdot \Delta \quad \Omega_j := \frac{i}{t_{\max}}$$

$$x_{1j} := x_1(t_j) \quad v_{1j} := \frac{x_{1j} - x_{1j-1}}{t_j - t_{j-1}} \quad a_{1j} := \frac{v_{1j} - v_{1j-1}}{t_j - t_{j-1}} \quad A_1 := 2 \text{CFFT}(a_1)$$



Додаток Р

Вплив попереднього натягу у пружній характеристиці на амплітудні значення гармонік пришвидження

Вихідні дані: $\omega := 2 \cdot \pi \cdot 50$ $z := 0.98$ $m1 := 168$ $m2 := 55$ $\Theta := 0.75$ $\omega1 := \Theta \cdot \frac{\omega}{z}$ $\Lambda := 2$

$$\gamma := 0.04 \quad ciz := 2 \cdot 10^5 \quad c1 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (\omega1)^2 \quad c2 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (\Lambda \omega1)^2 \quad biz := \frac{ciz \cdot \gamma}{\omega} \quad b1 := \frac{c1 \cdot \gamma}{\omega} \quad b2 := \frac{c2 \cdot \gamma}{2\omega}$$

$$\Omega1 := \omega1 \quad \Omega2 := \Lambda \cdot \omega1 \quad \Omega0 := \frac{2 \cdot \Omega1 \cdot (\Omega2)}{\Omega1 + (\Omega2)} \quad \Omega0 = 320.571 \quad \frac{\Omega0}{2\pi} = 51.02$$

Параметри електромагніта

$$U0 := 150 \quad u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8$$

$$D(F0, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{2 \cdot [\delta - (Y_2 - Y_4)]}{k} \cdot \left[u(t) - \left[r + \left[(1 - \Phi(Y_1)) \cdot Roff + Ron \right] \dots \right] \cdot Y_1 \right. \\ \left. + \frac{k \cdot (Y_3 - Y_5)}{2 \cdot [\delta - (Y_2 - Y_4)]^2} \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m1} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[\delta - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 - ciz \cdot Y_2 - biz \cdot Y_3 \dots \right. \\ \left. + \begin{cases} -b1 \cdot (Y_3 - Y_5) - c1 \cdot (Y_2 - Y_4) - F0 & \text{if } Y_2 - Y_4 > 0 \\ -b2 \cdot (Y_3 - Y_5) - c2 \cdot (Y_2 - Y_4) + F0 & \text{otherwise} \end{cases} \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[\delta - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + \begin{cases} b1 \cdot (Y_3 - Y_5) + c1 \cdot (Y_2 - Y_4) + F0 & \text{if } Y_2 - Y_4 > 0 \\ b2 \cdot (Y_3 - Y_5) + c2 \cdot (Y_2 - Y_4) - F0 & \text{otherwise} \end{cases} \right] \end{bmatrix}$$

$$X(F0) := \text{Radau} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, 0, 1, 1000, D(F0) \right]$$

$$t := X(0)^{\langle 0 \rangle} \quad x1(F0) := X(F0)^{\langle 3 \rangle} \quad v1(F0) := X(F0)^{\langle 4 \rangle} \quad i := 1.. \text{last}(t) - 1$$

```

a1(F0) := | v1 ← v1(F0)          a1m(F0) := max(a1(F0))  A1(F0) := 2·CFFT(a1(F0))
           | for i ∈ 1..last(t)
           |   a1_i ← (v1_i - v1_{i-1}) / (t_i - t_{i-1})
           | a1

```

```

N1 := last(A1(0))  i := 0..N1 + 1  N1 = 1 × 103  f_j := i

```

A11(F0) :=	A11 ← A1(F0) ₅₀	A12(F0) :=	A12 ← A1(F0) ₁₀₀	A13(F0) :=	A12 ← A1(F0) ₁₅₀
	A11		A12		A12

```

j := 0..5  F0_j := 100·j  A11_j := A11(F0_j)  A12_j := A12(F0_j)  A13_j := A13(F0_j)

```

```

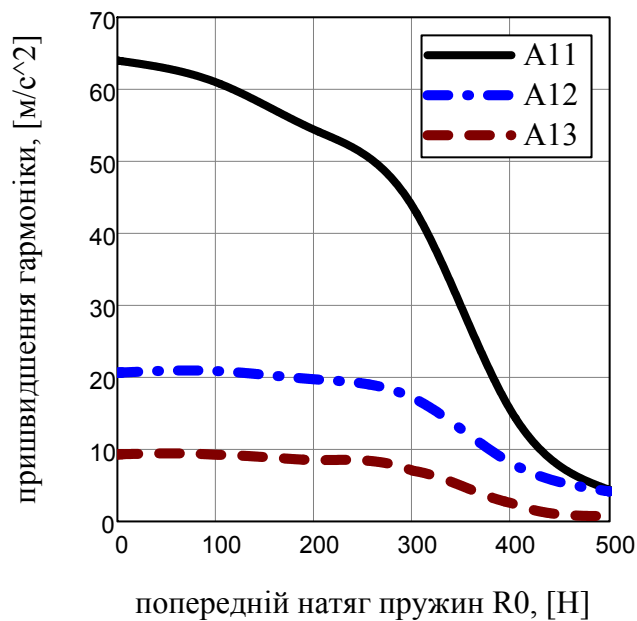
S1 := Ispline(F0, A11)  S2 := Ispline(F0, A12)  S3 := Ispline(F0, A13)

```

```

fit1(x) := interp(S1, F0, A11, x)  fit2(x) := interp(S2, F0, A12, x)  fit3(x) := interp(S2, F0, A13, x)

```



Додаток С

1. Вплив номінального зусилля збудження віброударних систем на коефіцієнт асиметрії пришвидшення

Вихідні дані: $\Theta :=$

в/у опт без зазору
в/у із зазором

$\Theta = 1$

 $\Delta :=$

в/у опт без зазору
в/у із зазором

$\Delta = 1 \times 10^{-3}$

 $\Lambda := 2$

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot 50 \quad z := 0.96 \quad m_1 := 22 \quad m_2 := 11 \quad \omega_1 := \Theta \frac{\omega}{z} \quad \gamma := 0.04 \quad \frac{\omega_1}{2\pi} = 52.083 \quad m_{\text{пр}} := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

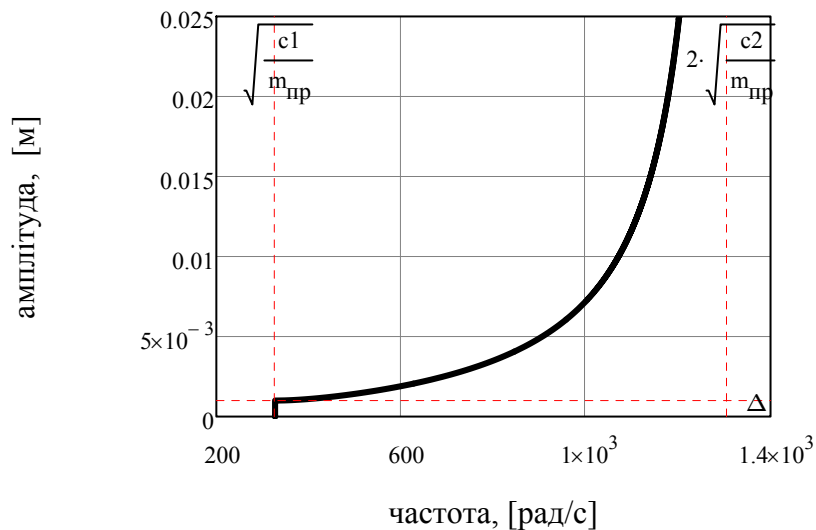
$$c_{iz} := 20000 \quad c_1 := m_{\text{пр}} \cdot \omega_1^2 \quad c_2 := m_{\text{пр}} \cdot (\Lambda \cdot \omega_1)^2 \quad c_1 = 7.853 \times 10^5 \quad c_2 = 3.141 \times 10^6$$

$$b_{iz} := \frac{c_{iz} \cdot \gamma}{\omega} \quad b_1 := \frac{c_1 \cdot \gamma}{\omega} \quad b_2 := \frac{c_2 \cdot \gamma}{\omega} \quad \frac{b_2}{b_1} = 4 \quad \frac{c_2}{c_1} = 4 \quad b_1 = 99.993 \quad b_2 = 399.971$$

$$N := 1000 \quad \Omega_1 := 314 \quad n := \frac{b_1}{2 \cdot m_{\text{пр}}} \quad \underline{\underline{A}} := 0, 0.00001 \dots 0.025 \quad \underline{\underline{\delta}} := 0, 0.00001 \dots 0.003$$

$$\Omega_{200}(\delta, A) := \frac{\pi \cdot \sqrt{c_1} \cdot \sqrt{c_2}}{\sqrt{m_{\text{пр}}} \cdot \left[\text{atan} \left(\frac{A \cdot \sqrt{\frac{A^2 - \delta^2}{A^2}} \cdot (\sqrt{c_1} \cdot \sqrt{c_2})}{(c_1 - c_2) \cdot \delta} \right) \cdot \sqrt{c_1} + \left(\pi - \text{acos} \left(\frac{\delta}{A} \right) \right) \cdot \sqrt{c_2} \right]}$$

$$\Omega_{2001}(\delta_1, A_1) := \begin{cases} \frac{\sqrt{c_1}}{\sqrt{m_{\text{пр}}}} & \text{if } A_1 \geq 0 \wedge \delta_1 = 0 \vee A_1 \leq \delta_1 \\ \frac{\sqrt{c_2}}{\sqrt{m_{\text{пр}}}} & \text{if } A_1 < 0 \wedge \delta_1 = 0 \\ \Omega_{200}(\delta_1, A_1) & \text{otherwise} \end{cases}$$



$$n1 := \frac{b1}{2 \cdot m_{pp}} \quad n2 := \frac{b2}{2 \cdot m_{pp}}$$

$$D(F, t, X) := \left[\begin{array}{c} X_1 \\ \frac{F}{(m_{pp})} \cdot \sin(\Omega t) - \left(\begin{array}{l} 2 \cdot n1 \cdot X_1 \text{ if } X_0 + \Delta \geq 0 \\ 2 \cdot n2 \cdot X_1 \text{ otherwise} \end{array} \right) - X_0 \cdot \Omega^2 (\Delta, X_0)^2 \end{array} \right]$$

$$Z1(F) := \text{Radau} \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}, 0, 1, N, D(F) \right]$$

$$Z(F) := \text{submatrix} \left(Z1(F), \frac{3 \cdot N}{4}, N, 0, 2 \right)$$

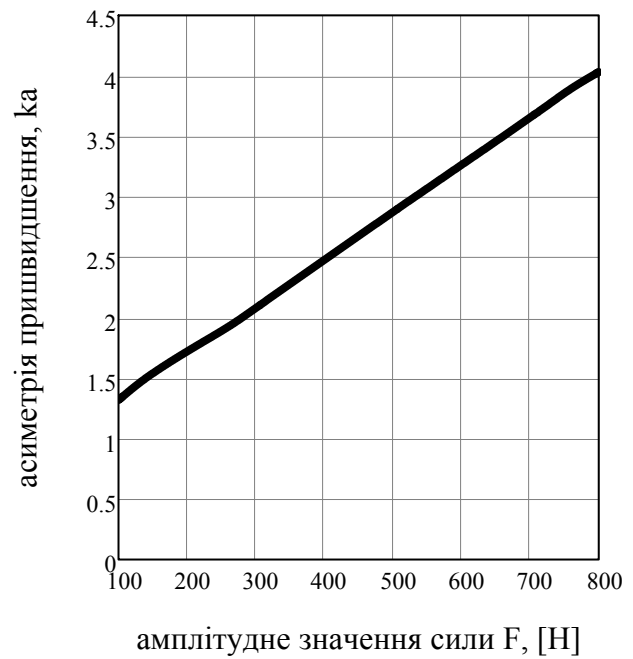
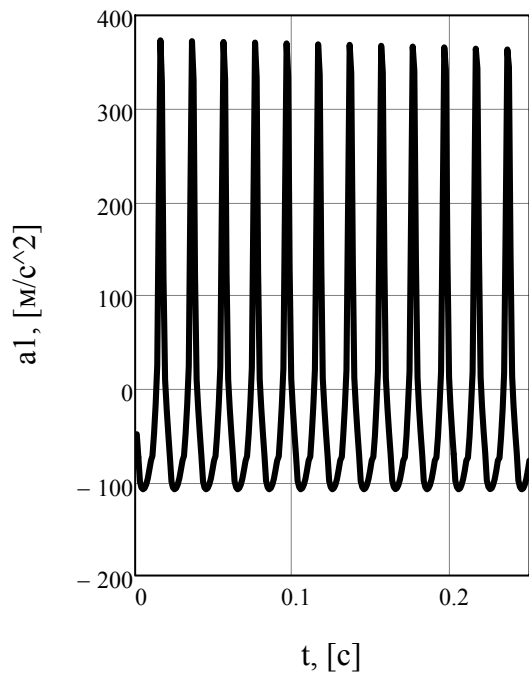
$$x1(F) := Z(F)^{\langle 1 \rangle} \quad v1(F) := Z(F)^{\langle 2 \rangle} \quad t := Z1(0)^{\langle 0 \rangle}$$

$$i := 1 .. \frac{\text{last}(t)}{4} \quad j := 0, 1 .. 700 \quad F_j := 100 + j$$

$$\left(\overset{x1}{\underset{j}{j}} \right) := x1(F_j) \quad \left(\overset{v1}{\underset{j}{j}} \right) := \begin{cases} v1(F_j) & \text{if } \Delta = 0 \\ -v1(F_j) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$a1_{i,j} := \frac{\left(\overset{v1}{\underset{j}{j}} \right)_i - \left(\overset{v1}{\underset{j}{j}} \right)_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad ka_j := \frac{\max(\overrightarrow{a1^j})}{\left| \min(\overrightarrow{a1^j}) \right|}$$

$$\overset{z}{\underset{j}{j}} := \text{supsmooth}(F, ka)$$



Додаток С

2. Побудова АЧХ віброударних систем

Вихідні дані: $\Theta :=$ в/у опт без зазору
в/у із зазором $\Delta :=$ в/у опт без зазору
в/у із зазором $\Lambda := 2$

$$\Theta = 1$$

$$\Delta = 1 \times 10^{-3}$$

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot 50 \quad z := 0.96 \quad m_1 := 22 \quad m_2 := 11 \quad \omega_1 := \Theta \frac{\omega}{z} \quad \gamma := 0.04 \quad \frac{\omega_1}{2\pi} = 52.083 \quad m_{\text{np}} := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

$$c_{iz} := 20000 \quad c_1 := m_{\text{np}} \cdot \omega_1^2 \quad c_2 := m_{\text{np}} \cdot (\Lambda \cdot \omega_1)^2 \quad c_1 = 7.853 \times 10^5 \quad c_2 = 3.141 \times 10^6$$

$$b_{iz} := \frac{c_{iz} \cdot \gamma}{\omega} \quad b_1 := \frac{c_1 \cdot \gamma}{\omega} \quad b_2 := \frac{c_2 \cdot \gamma}{\omega} \quad \frac{b_2}{b_1} = 4 \quad \frac{c_2}{c_1} = 4 \quad b_1 = 99.993 \quad b_2 = 399.971$$

$$N := 1000$$

$$n := \frac{b_1}{2 \cdot m_{\text{np}}}$$

$$A := 0, 0.00001 \dots 0.025$$

$$\delta := 0, 0.00001 \dots 0.003$$

$$\Omega_{00}(\delta, A) := \frac{\pi \cdot \sqrt{c_1} \cdot \sqrt{c_2}}{\sqrt{m_{\text{np}}} \cdot \left[\text{atan} \left(\frac{A \cdot \sqrt{\frac{A^2 - \delta^2}{A^2}} \cdot (\sqrt{c_1} \cdot \sqrt{c_2})}{(c_1 - c_2) \cdot \delta} \right) \cdot \sqrt{c_1} + \left(\pi - \text{acos} \left(\frac{\delta}{A} \right) \right) \cdot \sqrt{c_2} \right]}$$

$$\Omega_{001}(\delta_1, A_1) := \begin{cases} \frac{\sqrt{c_1}}{\sqrt{m_{\text{np}}}} & \text{if } A_1 \geq 0 \wedge \delta_1 = 0 \vee A_1 \leq \delta_1 \\ \frac{\sqrt{c_2}}{\sqrt{m_{\text{np}}}} & \text{if } A_1 < 0 \wedge \delta_1 = 0 \\ \Omega_{00}(\delta_1, A_1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

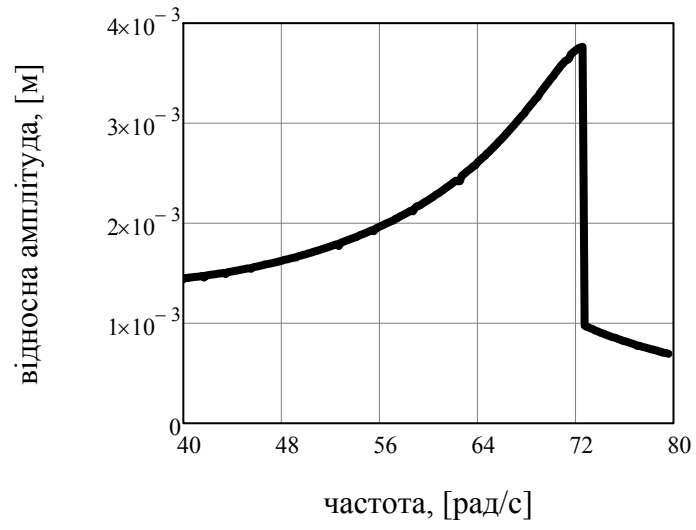
$$n_1 := \frac{b_1}{2 \cdot m_{\text{np}}} \quad n_2 := \frac{b_2}{2 \cdot m_{\text{np}}} \quad F := 725$$

$$D(\Omega_1, t, X) := \left[\begin{array}{c} X_1 \\ \frac{F}{(m_{\text{np}})} \cdot \sin(\Omega_1 \cdot t) - \left(\begin{array}{c} 2 \cdot n_1 \cdot X_1 \text{ if } X_0 + \Delta \geq 0 \\ 2 \cdot n_2 \cdot X_1 \text{ otherwise} \end{array} \right) - X_0 \cdot \Omega_{001}(\Delta, X_0)^2 \end{array} \right]$$

$$Z_1(\Omega_1) := \text{Radau} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, 0, 1, N, D(\Omega_1) \right] \quad Z(\Omega_1) := \text{submatrix} \left(Z_1(\Omega_1), \frac{3 \cdot N}{4}, N, 0, 2 \right)$$

$$x_1(F) := Z(F)^{\langle 1 \rangle} \quad v_1(F) := Z(F)^{\langle 2 \rangle} \quad t := Z_1(0)^{\langle 0 \rangle} \quad i := 1 \dots \frac{\text{last}(t)}{4} \quad j := 0, 1 \dots 250 \quad \Omega_j := 250 + j$$

$$\left(\overset{x_1}{\Omega_j} \right) := x_1(\Omega_j) \quad \left(\overset{v_1}{\Omega_j} \right) := \begin{cases} v_1(\Omega_j) & \text{if } \Delta = 0 \\ -v_1(\Omega_j) & \text{otherwise} \end{cases} \quad a_{i,j} := \frac{\left(\overset{v_1}{j} \right)_i - \left(\overset{v_1}{j} \right)_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad ka_j := \frac{\max(\overrightarrow{a_j})}{\left| \min(\overrightarrow{a_j}) \right|}$$



Додаток С

3. Аналіз кінематичних і силових параметрів віброударних систем

Вихідні дані: $\Theta :=$ в/у опт без зазору
в/у із зазором $\Theta = 0.75$ $\Delta :=$ в/у опт без зазору
в/у із зазором $\Delta = 0$ $\Lambda := 2$

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot 50 \quad z := 0.96 \quad m1 := 22 \quad m2 := 11 \quad \omega1 := \Theta \frac{\omega}{z} \quad \gamma := 0.04 \quad \frac{\omega1}{2\pi} = 39.063 \quad m_{pp} := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}$$

$$ciz := 20000 \quad c1 := m_{pp} \cdot \omega1^2 \quad c2 := m_{pp} \cdot (\Lambda \cdot \omega1)^2 \quad c1 = 4.418 \times 10^5 \quad c2 = 1.767 \times 10^6$$

$$biz := \frac{ciz \cdot \gamma}{\omega} \quad b1 := \frac{c1 \cdot \gamma}{\omega} \quad b2 := \frac{c2 \cdot \gamma}{\omega} \quad \frac{b2}{b1} = 4 \quad \frac{c2}{c1} = 4 \quad b1 = 56.246 \quad b2 = 224.984$$

Параметри електромагніта

$$u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$Ron := 0.001$$

$$Roff := 10^8$$

$$U0 := \begin{cases} 83 & \text{if } \Delta = 0 \wedge \Theta = 0.75 \\ 150 & \text{if } \Delta = 1 \times 10^{-3} \wedge \Theta = 1 \end{cases}$$

$$D(t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{2 \cdot [\delta - (Y_2 - Y_4)]}{k} \cdot \left[U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) - \left[r + \left[(1 - \Phi(Y_1)) \cdot Roff + Ron \right] \dots \right] \cdot Y_1 \right. \\ \left. + \frac{k \cdot (Y_3 - Y_5)}{2 \cdot [\delta - (Y_2 - Y_4)]^2} \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m1} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[\delta - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 - ciz \cdot Y_2 - biz \cdot Y_3 \dots \right. \\ \left. + \left[\begin{array}{l} c1 \cdot (Y_2 - Y_4) + b1 \cdot (Y_3 - Y_5) \text{ if } Y_2 - Y_4 + \Delta \geq 0 \\ c2 \cdot (Y_2 - Y_4) + b2 \cdot (Y_3 - Y_5) + (c2 - c1) \cdot \Delta \text{ otherwise} \end{array} \right] \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[\delta - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + \left[\begin{array}{l} c1 \cdot (Y_2 - Y_4) + b1 \cdot (Y_3 - Y_5) \text{ if } Y_2 - Y_4 + \Delta \geq 0 \\ c2 \cdot (Y_2 - Y_4) + b2 \cdot (Y_3 - Y_5) + (c2 - c1) \cdot \Delta \text{ otherwise} \end{array} \right] \right] \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, 0, 1, 10000, D \end{bmatrix}$$

$$t := X^{(0)} \quad I := X^{(2)} \quad x1 := X^{(3)} \quad x2 := X^{(5)} \quad v1 := X^{(4)} \quad v2 := X^{(6)} \quad i := 1.. \frac{\text{last}(t) - 1}{2}$$

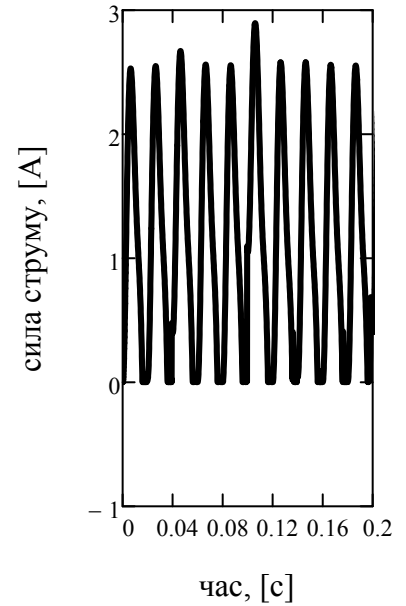
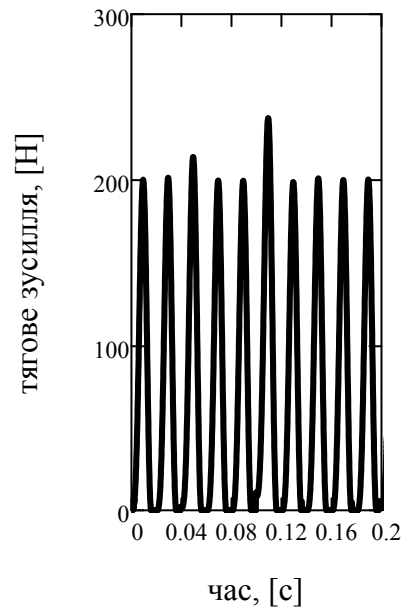
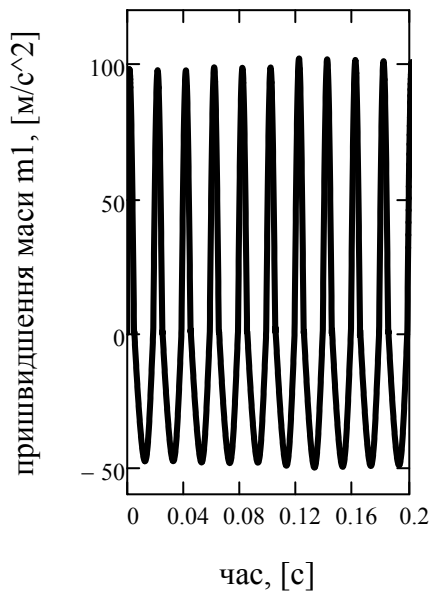
$$x1 := \text{submatrix}\left(x1, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right) \quad x2 := \text{submatrix}\left(x2, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right)$$

$$v1 := \text{submatrix}\left(v1, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right) \quad v2 := \text{submatrix}\left(v2, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right)$$

$$I := \text{submatrix}(I, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0)$$

$$F_{\omega} := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I}{[\delta - (x1 - x2)]} \right]^2$$

$$a1_i := \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$$



$$p_i := (U0 \cdot \sin(\omega \cdot t_i) \cdot n \cdot I_i) \quad \text{pdm}_i := \frac{1}{2} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{biz} \cdot (v1_i)^2 + \left[\begin{array}{l} b1 \cdot (v1_i - v2_i)^2 \text{ if } x1_i - x2_i + \Delta \geq 0 \\ b2 \cdot (v1_i - v2_i)^2 \text{ otherwise} \end{array} \right] \end{array} \right]$$

$$\text{pde}_i := \frac{1}{2} \cdot n \cdot r \cdot (I_i)^2 \quad \text{pf}_i := F_i \cdot (v1_i - v2_i) \quad \max(a1) = 101.99 \quad \text{stdev}(n \cdot I) = 0.91 \quad \text{stdev}(p) = 83.803$$

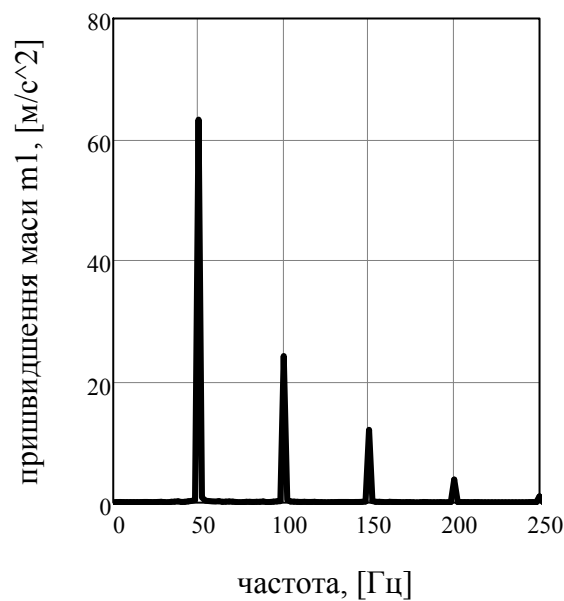
$$\text{mean}(2 \cdot \text{pdm} + 2 \cdot \text{pde}) = 39.385$$

$$\text{mean}(p) = 38.97$$

$$\eta2 := \frac{\text{mean}(pf)}{(\% \cdot \text{mean}(p))} = 52.82$$

$$A1 := 2 \cdot \text{CFFT}(a1) \quad F_{\omega} := 2 \cdot \text{CFFT}(F) \quad j := 2 \cdot \text{CFFT}(I) \quad X1 := 2 \cdot \text{CFFT}(x1)$$

$$N := \text{last}(A1) + 1 \quad i := 0 \dots N \quad N = 5 \times 10^3 \quad f_i := i$$



Додаток С

4. Аналіз АЧХ віброударних систем

Вихідні дані: $\Theta :=$

в/у опт без зазору
в/у із зазором

$\Theta = 0.75$

$\Delta :=$

в/у опт без зазору
в/у із зазором


$\Delta = 0$

$\Delta := 2$

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot 50 \quad z := 0.96 \quad m1 := 22 \quad m2 := 11 \quad \omega1 := \Theta \frac{\omega}{z} \quad \gamma := 0.04 \quad \frac{\omega1}{2\pi} = 39.063 \quad m_{pp} := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}$$

$$ciz := 20000 \quad c1 := m_{pp} \cdot \omega1^2 \quad c2 := m_{pp} \cdot (\Delta \cdot \omega1)^2 \quad c1 = 4.418 \times 10^5 \quad c2 = 1.767 \times 10^6$$

$$biz := \frac{ciz \cdot \gamma}{\omega} \quad b1 := \frac{c1 \cdot \gamma}{\omega} \quad b2 := \frac{c2 \cdot \gamma}{\omega} \quad \frac{b2}{b1} = 4 \quad \frac{c2}{c1} = 4 \quad b1 = 56.246 \quad b2 = 224.984$$

 Параметри електромагніта

$$Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8$$

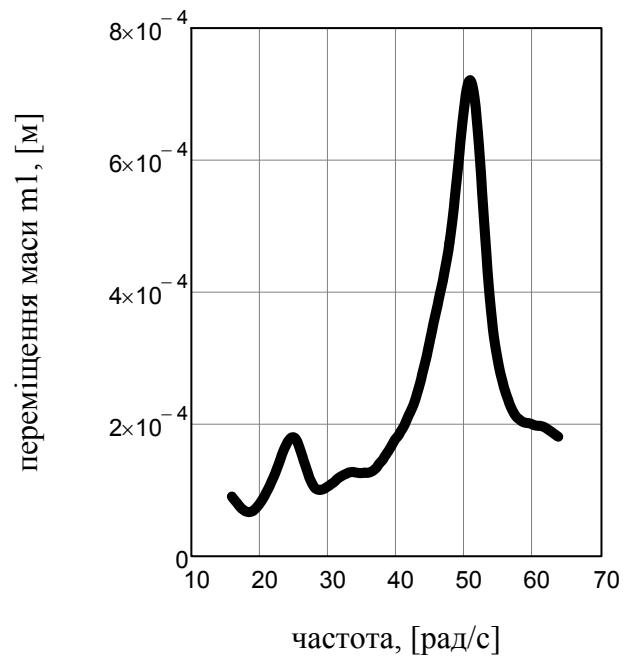
$$U0(\omega0) := \begin{cases} \frac{\omega0}{314} \cdot 83 & \text{if } \Delta = 0 \wedge \Theta = 0.75 \\ \frac{\omega0}{314} \cdot 120 & \text{if } \Delta = 1 \times 10^{-3} \wedge \Theta = 1 \end{cases}$$

$$D(\omega0, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{2 \cdot [\delta - (Y_2 - Y_4)]}{k} \cdot \left[U0(\omega0) \cdot \sin(\omega0 \cdot t) - \left[r + \left[(1 - \Phi(Y_1)) \cdot Roff + Ron \right] \dots \right] \cdot Y_1 \right. \\ \left. + \frac{k \cdot (Y_3 - Y_5)}{2 \cdot [\delta - (Y_2 - Y_4)]^2} \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m1} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[\delta - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 - ciz \cdot Y_2 - biz \cdot Y_3 \dots \right. \\ \left. + - \begin{cases} c1 \cdot (Y_2 - Y_4) + b1 \cdot (Y_3 - Y_5) & \text{if } Y_2 - Y_4 + \Delta \geq 0 \\ c2 \cdot (Y_2 - Y_4) + b2 \cdot (Y_3 - Y_5) + (c2 - c1) \cdot \Delta & \text{otherwise} \end{cases} \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[\delta - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + \begin{cases} c1 \cdot (Y_2 - Y_4) + b1 \cdot (Y_3 - Y_5) & \text{if } Y_2 - Y_4 + \Delta \geq 0 \\ c2 \cdot (Y_2 - Y_4) + b2 \cdot (Y_3 - Y_5) + (c2 - c1) \cdot \Delta & \text{otherwise} \end{cases} \right] \end{bmatrix}$$

$$X(\omega0) := \text{Radau} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, 10000, D(\omega0) \right)$$

$$t := X(314)^{(0)} \quad x1(\omega0) := X(\omega0)^{(3)} \quad i := 1.. \frac{\text{last}(t) - 1}{2} \quad x11(\omega0) := \text{submatrix} \left(x1(\omega0), \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0 \right)$$

$j := 0..300$ $\omega_{0j} := 100 + j$ $x1m_j := \max(x11(\omega_{0j}))$ $Z := \text{supsmooth}(\omega_0, x1m)$



Додаток Т

1. Синтез пружно-силових параметрів віброударних систем

Вихідні дані: $F := 2 \cdot 10^5$ $m_1 := 168$ $m_2 := 55$ $c_{iz} := 20000$ $z := 1$ $\gamma := 0.2$ $\delta := 0$

$$c_1 := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \left(\frac{z}{z}\right)^2 \quad c_2(\gamma) := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \left(\frac{\gamma}{z}\right)^2 \quad c_1 = 4.089 \times 10^6 \quad b := 2 \cdot \frac{(m_1) \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \delta \quad b = 5.207 \times 10^3$$

$$N := 1000$$

$$D(F, \gamma, t, X) := \begin{bmatrix} X_1 \\ \frac{1}{m_1} \cdot \left[F \cdot \sin(\gamma \cdot t) - \left[c_{iz} \cdot X_0 + b \cdot (X_1 - X_3) \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \begin{cases} c_1 \cdot (X_0 - X_2) & \text{if } -(X_0 - X_2) \leq 0 \\ c_2(\gamma) \cdot (X_0 - X_2) + (c_1 - c_2(\gamma)) \cdot \gamma \cdot \text{sign}(X_0 - X_2) & \text{otherwise} \end{cases} \right] \right] \\ X_3 \\ \frac{1}{m_2} \cdot \left[-F \cdot \sin(\gamma \cdot t) + b \cdot (X_1 - X_3) + \begin{cases} c_1 \cdot (X_0 - X_2) & \text{if } -(X_0 - X_2) \leq 0 \\ c_2(\gamma) \cdot (X_0 - X_2) + (c_1 - c_2(\gamma)) \cdot \gamma \cdot \text{sign}(X_0 - X_2) & \text{otherwise} \end{cases} \right] \end{bmatrix}$$

$$Z_1(F, \gamma) := \text{Rkadapt} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, N, D(F, \gamma) \right) \quad Z(F, \gamma) := \text{submatrix} \left(Z_1(F, \gamma), \frac{3 \cdot N}{4}, N, 0, 4 \right)$$

$$t := Z_1(100, 1)^{\langle 0 \rangle} \quad x_1(F, \gamma) := Z(F, \gamma)^{\langle 1 \rangle} \quad v_1(F, \gamma) := Z(F, \gamma)^{\langle 2 \rangle} \quad x_2(F, \gamma) := Z(F, \gamma)^{\langle 3 \rangle} \quad v_2(F, \gamma) := Z(F, \gamma)^{\langle 4 \rangle}$$

$$t := \text{submatrix} \left(t, \frac{3 \cdot N}{4}, N, 0, 0 \right) \quad dm(F, \gamma) := \overrightarrow{\left[\frac{1}{2} \cdot [b \cdot (v_1(F, \gamma) - v_2(F, \gamma))^2] \right]}$$

$$af(F, \gamma) := \overrightarrow{[F \cdot \sin(\gamma \cdot t) \cdot (v_1(F, \gamma) - v_2(F, \gamma))]} \quad Dm(F, \gamma) := \text{mean}(2 \cdot dm(F, \gamma)) \quad Afd(F, \gamma) := \text{stdev}(af(F, \gamma))$$

$$Dmd(F, \gamma) := \text{stdev}(2 \cdot dm(F, \gamma)) \quad Af(F, \gamma) := \text{mean}(af(F, \gamma)) \quad Dm(1500, 1) = 215.2 \quad Af(1500, 1) = 215.2$$

$$a_1(F, \gamma) := \begin{cases} v_1 \leftarrow v_1(F, \gamma) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{4} \\ a_{1,i} \leftarrow \frac{v_{1,i} - v_{1,i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a_1 \end{cases} \quad a_{1\max}(F, \gamma) := \max(a_1(F, \gamma)) \\ a_{1\min}(F, \gamma) := \min(a_1(F, \gamma)) \\ ka(F, \gamma) := \frac{a_{1\max}(F, \gamma)}{|a_{1\min}(F, \gamma)|}$$

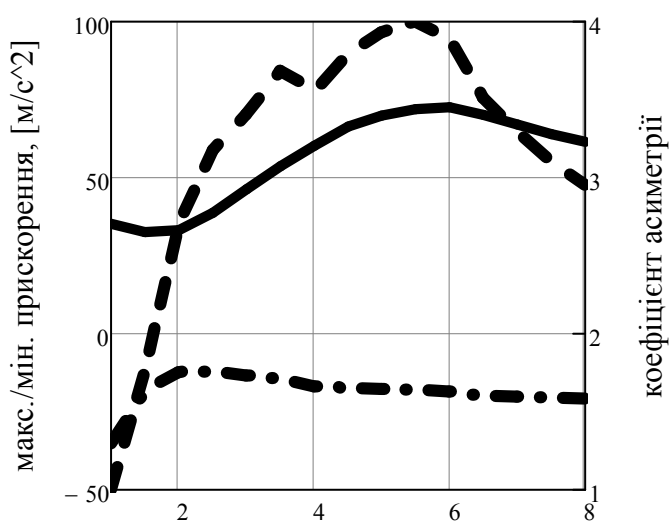
```

fstmin := F ← 1000
         ← 1
         for i ∈ 0..25
           for j ∈ 0..20
             F1i ← F + 100·i
             1j ← + 0.5·j
             kai,j ← ka(F1i, 1j)
             a1mini,j ← a1min(F1i, 1j)
             Afli,j ← Af(F1i, 1j)
           r ← rows(Afl) - 1
           c ← cols(Afl) - 1
           v ← Afl0,0
           for m ∈ 0..r
             for n ∈ 0..c
               if v > Aflm,n
                 3.5 < kam,n < 4 ∧ -15 < a1minm,n < -10
                 v ← Aflm,n
                 d ← kam,n
                 e ← a1minm,n
                 f ← F1m
                 g ← 1n
             (v d e f g)

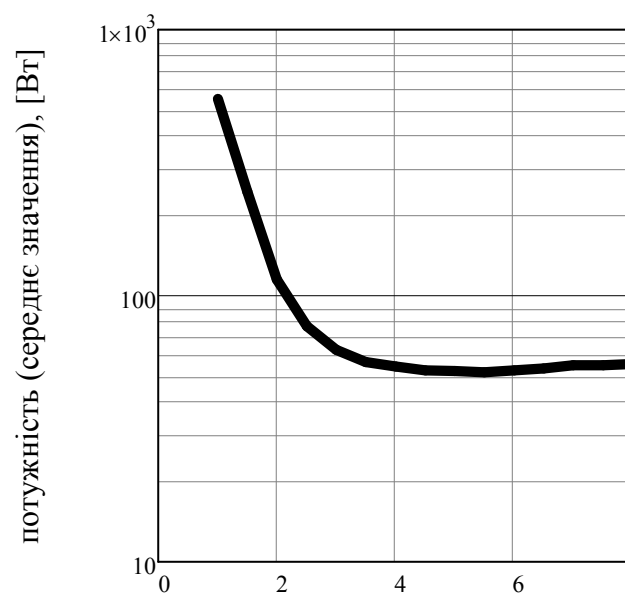
```

$\text{fstmin} = (56.287 \quad 3.686 \quad -14.571 \quad 2.4 \times 10^3 \quad 3.5)$

$\text{F}_{\text{max}} := (\text{fstmin}^{(3)})_0 \quad F = 2.4 \times 10^3 \quad := 1, 1.5..8$



— a1max
 ··· a1min
 - - - ka



$$:= 1 \quad := \left(\text{fstmin}^{(4)} \right)_0 = 3.5 \quad Af(F,) = 56.287 \quad f0 := \frac{2 \cdot \cdot}{+ 1 \cdot 2} = 77.778$$

$$a1_{\min}(F,) = -14.571$$

$$a1_{\min}(F, 1) = -35.165$$

$$a1_{\max}(F,) = 53.714$$

$$a1_{\max}(F, 1) = 35.166$$

$$ka(F,) = 3.686$$

$$ka(F, 1) = 1$$

Given

$$-10 > a1_{\min}(F,) > -15 \quad 3.5 < ka(F,) < 4$$

$$p := \text{Minimize}(Af, F,) = \begin{pmatrix} 1.335 \times 10^3 \\ 5.518 \end{pmatrix}$$

$$Af(p_0, p_1) = 15.97$$

$$ka(p_0, p_1) = 4$$

$$a1_{\min}(p_0, p_1) = -10$$

$$p_1 = 5.518$$

$$p_0 = 1.335 \times 10^3$$

$$F = 1.335 \times 10^3$$

$$\frac{a1_{\max}(p_0, p_1)}{a1_{\min}(p_0, p_1)} = -3.999$$

$$a1_{\max}(p_0, p_1) = 39.99$$

$$Dm(1500, 1) = 215.2$$

$$Af(1500, 1) = 215.2$$

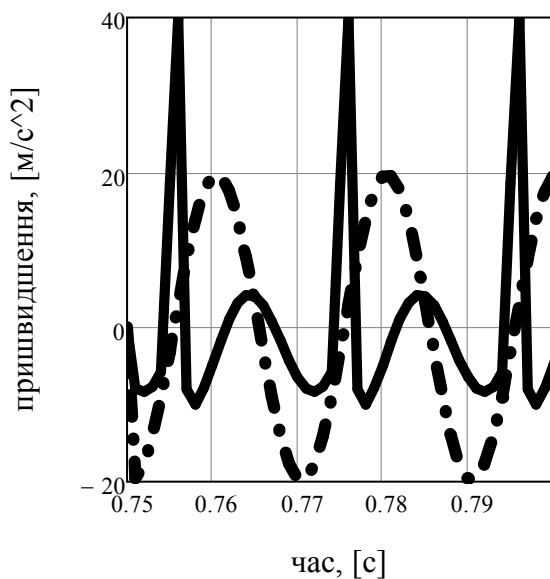
$$= 1$$

$$= 5.518$$

$$\frac{Af(F, 1)}{Af(F,)} = 10.678$$

$$\frac{a1_{\max}(p_0, p_1)}{Afd(p_0, p_1)} = 0.634$$

$$Afd(p_0, p_1) = 63.04$$

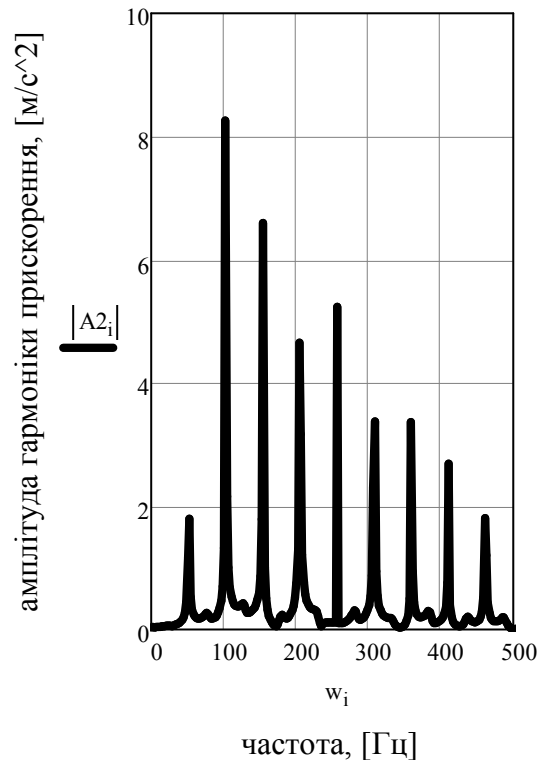
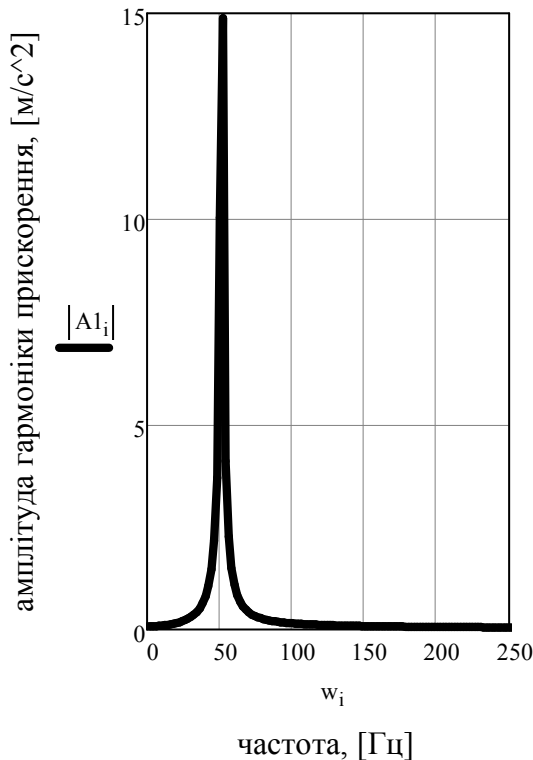


— a1(opt)

- - - a1(1)

$$a11(F,) := \begin{cases} Z1 \leftarrow \text{submatrix}(Z1(F,), 0, N, 0, 4) \\ v11 \leftarrow Z1^{(2)} \\ t1 \leftarrow Z1^{(0)} \\ \text{for } j \in 1..511 \\ a1_j \leftarrow \frac{v11_j - v11_{j-1}}{t1_j - t1_{j-1}} \\ a1 \end{cases}$$

```
N1 := 1000  i := 0..N1  A1 := 2·FFT(a11(F,1))  A2 := 2·FFT(a11(F, ))  N1:= last(A1)  wi := 2·i
```



$$F = 1.335 \times 10^3 \quad = 5.518 \quad c2() = 1.245 \times 10^8$$

$$D(0, t, X) := \begin{bmatrix} X_1 \\ \frac{1}{m1} \cdot \left[F \cdot \sin(0 \cdot t) - \left[\begin{array}{l} ciz \cdot X_0 + b \cdot (X_1 - X_3) \dots \\ + c1 \cdot (X_0 - X_2) \text{ if } -(X_0 - X_2) \leq \\ c2() \cdot (X_0 - X_2) + (c1 - c2()) \cdot \text{sign}(X_0 - X_2) \text{ otherwise} \end{array} \right. \right] \\ X_3 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[-F \cdot \sin(0 \cdot t) + b \cdot (X_1 - X_3) + \left[\begin{array}{l} c1 \cdot (X_0 - X_2) \text{ if } -(X_0 - X_2) \leq \\ c2() \cdot (X_0 - X_2) + (c1 - c2()) \cdot \text{sign}(X_0 - X_2) \text{ otherwise} \end{array} \right. \right] \end{bmatrix}$$

$$Z1(0,) := \text{Rkadapt} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, N, D(0,) \right) \quad Z(0,) := \text{submatrix} \left(Z1(0,), \frac{3 \cdot N}{4}, N, 0, 4 \right)$$

$$t := Z1(100, 1)^{\langle 0 \rangle} \quad x1(0,) := Z(0,)^{\langle 1 \rangle} \quad x1(0,) := Z(0,)^{\langle 2 \rangle} \quad t := \text{submatrix} \left(t, \frac{3 \cdot N}{4}, N, 0, 0 \right)$$

$$x2(0,) := Z(0,)^{\langle 3 \rangle} \quad x2(0,) := Z(0,)^{\langle 4 \rangle}$$

$$a1(0,) := \left| \begin{array}{l} v1 \leftarrow v1(0,) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{4} \\ \quad a1_i \leftarrow \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a1 \end{array} \right.$$

$$j := 0..450 \quad i := 0..1 \quad 0_j := 150 + j$$

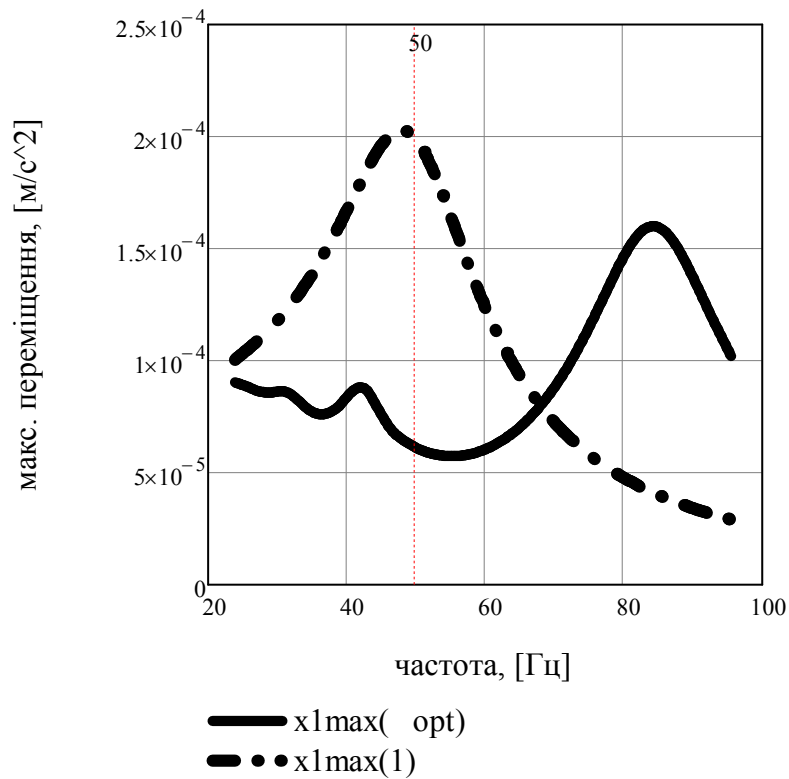
$$c2(i) = \frac{c2(i)}{c1} =$$

1

$4.089 \cdot 10^6$
$1.245 \cdot 10^8$

1
30.451

$$a1max_{j,i} := \max(x1(0_j, i)) \quad z1 := \text{supsmooth}(0, a1max^{(0)}) \quad z2 := \text{supsmooth}(0, a1max^{(1)})$$



Додаток Т

2. Динамічний аналіз синтезованої віброударної системи з двогактним ЕМВ

Вихідні дані: $z := 2 \cdot 50$ $z := 1$ $m1 := 168$ $m2 := 55$ $l := 1 \cdot \frac{1}{z}$ $r := 5.5$ $r := 0.2$

$$ciz := 20000 \quad c1 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (z - 1)^2 \quad c2 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (z + 1)^2 \quad c1 = 4.089 \times 10^6 \quad c2 = 1.237 \times 10^8$$

$$b := 0 \quad biz := \frac{ciz \cdot r}{m1 + m2} \quad b := 2 \cdot \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot r \quad b = 5.207 \times 10^3$$

Параметри електромагніта

$$U0 := 175 \cdot \sqrt{2} \quad u(t) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8 \quad N := 1000 \quad tmax := 1$$

Given

$$m1 \cdot x1''(t) + ciz \cdot x1(t) + biz \cdot x1'(t) + b \cdot (x1'(t) - x2'(t)) \dots = \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I1(t)}{-(x1(t) - x2(t))} \right]^2 - \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I2(t)}{+(x1(t) - x2(t))} \right]^2$$

$$+ \begin{cases} c1 \cdot (x1(t) - x2(t)) & \text{if } x1(t) - x2(t) + \dots \geq 0 \\ c2 \cdot (x1(t) - x2(t)) + (c2 - c1) \cdot \dots & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$m2 \cdot x2''(t) - b \cdot (x1'(t) - x2'(t)) - \begin{cases} c1 \cdot (x1(t) - x2(t)) & \text{if } x1(t) - x2(t) + \dots \geq 0 \\ c2 \cdot (x1(t) - x2(t)) + (c2 - c1) \cdot \dots & \text{otherwise} \end{cases} = \left[\begin{aligned} & -\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I1(t)}{-(x1(t) - x2(t))} \right]^2 \dots \\ & + \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I2(t)}{+(x1(t) - x2(t))} \right]^2 \end{aligned} \right]$$

$$\frac{k}{2 \cdot [-(x1(t) - x2(t))]} \cdot I1'(t) + \left[r + \begin{cases} Ron & \text{if } I1(t) > 0 \\ Roff & \text{otherwise} \end{cases} + \frac{k \cdot (x1'(t) - x2'(t))}{2 \cdot [-(x1(t) - x2(t))]} \right] \cdot I1(t) = u(t)$$

$$\frac{k}{2 \cdot [+(x1(t) - x2(t))]} \cdot I2'(t) + \left[r + \begin{cases} Ron & \text{if } I2(t) < 0 \\ Roff & \text{otherwise} \end{cases} + \frac{k \cdot (x2'(t) - x1'(t))}{2 \cdot [+(x1(t) - x2(t))]} \right] \cdot I2(t) = u(t)$$

$$x1(0) = 0 \quad x2(0) = 0 \quad I1(0) = 0 \quad x1'(0) = 0 \quad x2'(0) = 0 \quad I2(0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ I1 \\ I2 \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ I1 \\ I2 \end{pmatrix}, t, tmax, N \right]$$

$$i := 1..N \quad \Delta t := \frac{tmax}{N} \quad t_i := i \cdot \Delta t \quad x1_i := x1(t_i) \quad v1_i := \frac{x1_i - x1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad a1_i := \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$$

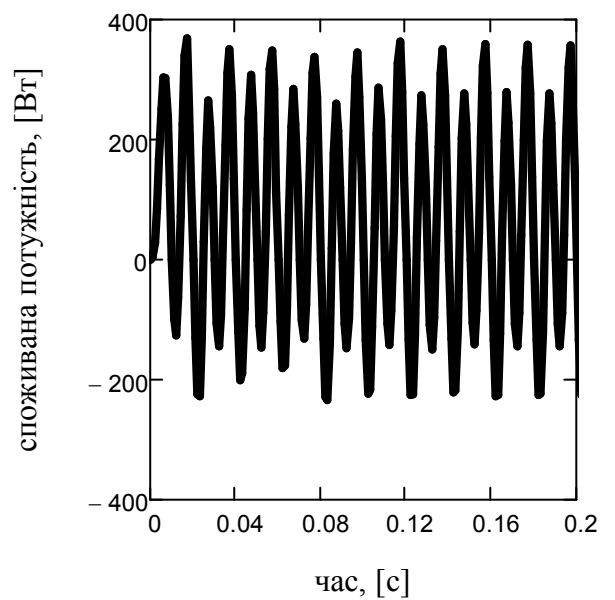
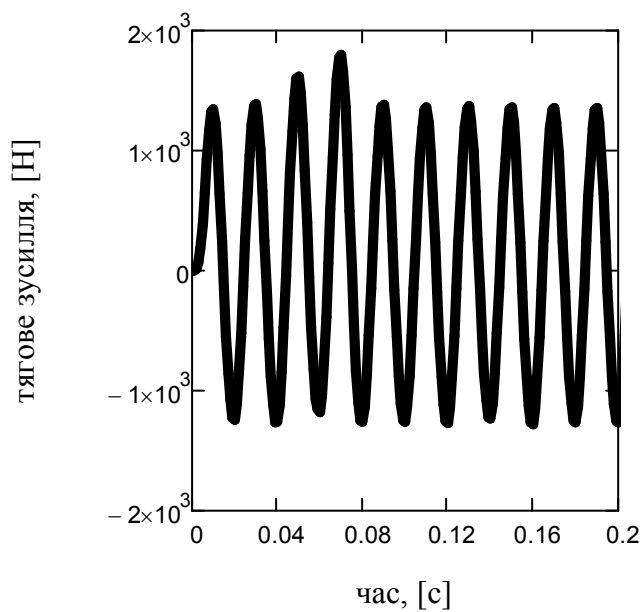
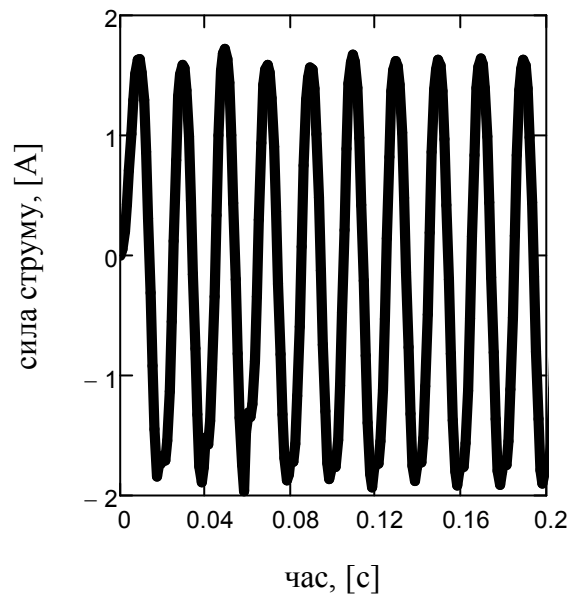
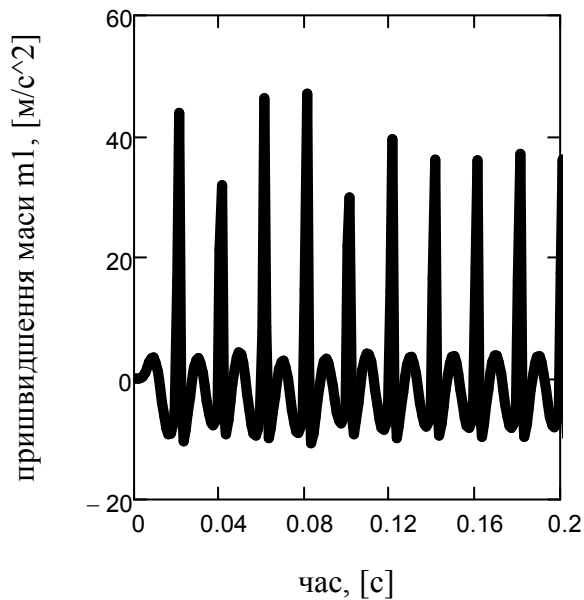
$$x2_i := x2(t_i) \quad v2_i := \frac{x2_i - x2_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad I1_i := I1(t_i) \quad I2_i := I2(t_i) \quad u_i := u(t_i)$$

$$I := I1 + I2 \quad F1 := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I1}{[-(x1 - x2)]} \right]^2 \quad F2 := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I2}{[+(x1 - x2)]} \right]^2 \quad B1 := \frac{0 \cdot w}{2 \cdot [-(x1 - x2)]} \cdot I1$$

$$F := F1 - F2$$

$$\max(a1) = 47.096 \quad \min(a1) = -10.734 \quad T_{\text{w}} := 0.02 \quad \rho_i := u_i \cdot n \cdot l_i \quad \text{stdev}(p) = 178.707 \quad \text{stdev}(F) = 952.707$$

$$\text{pdm} := \frac{1}{2} \begin{bmatrix} b_{iz} \cdot (v1)^2 \dots \\ + b \cdot (v1 - v2)^2 \end{bmatrix} \quad \text{pde} := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot n \cdot r \cdot (l1)^2 \dots \\ + \frac{1}{2} \cdot n \cdot r \cdot (l2)^2 \end{bmatrix} \quad \text{mean}(p) = 60.69 \quad \text{mean}[2 \cdot (\text{pdm} + \text{pde})] = 58.979$$



$$1 := -(x1 - x2) \quad W_{\text{w}} := \frac{1}{2} \cdot \frac{k \cdot n}{2 \cdot [-(x1 - x2)]} \cdot (l1)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{k \cdot n}{2 \cdot [-(x2 - x1)]} \cdot (l2)^2 \quad B := \frac{0 \cdot w \cdot l1}{2 \cdot 1}$$

$$2 := \frac{\text{mean}(2\text{pdm})}{\text{mean}(p)}$$

$$2 = 0.28$$

$$\frac{\max(a1)}{\text{stdev}(p)} = 0.26$$

$$\frac{\max(a1)}{|\min(a1)|} = 4.388$$

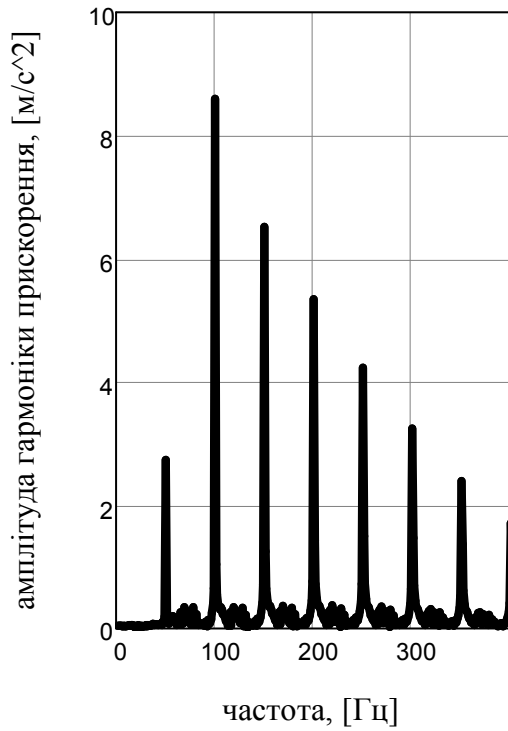
$$w_i := \frac{i}{t_{max}}$$

$$A1 := 2 \text{CFFT}(a1)$$

$$af := [F \cdot (v1 - v2)]$$

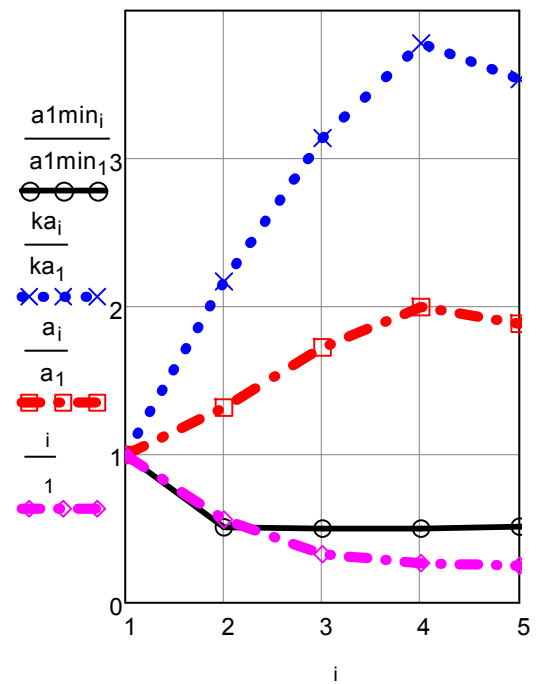
$$\text{stdev}(af) = 57.91$$

$$\text{mean}(af) = 20.52$$



i := 1..6

i :=	a1min _i :=	ka _i :=	a _i :=	i :=
1	32.167	0.99	0.044	56.66
2	16.397	2.151	0.058	31.82
3	16.114	3.109	0.076	18.58
4	16.138	3.742	0.088	15.08
5	16.507	3.5	0.083	14.11
6	18.224	3.866	0.099	13.72



Додаток У

1. Оптимізаційний синтез параметрів і режимів роботи віброударних систем із обмеженнями

Вихідні дані: $\gamma := 2 \cdot 10^{-5}$ $m_1 := 60$ $m_2 := 10.5$ $z := 1$ $kt := 0.25$ $\beta := 0.2$ $F_0 := 1200$

$$c_1(\gamma) := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot (\gamma)^2 \quad c_2(\gamma, \beta) := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot [\beta \cdot (\gamma)]^2 \quad c_{iz} := 20000$$

$$b := 2 \cdot \frac{(m_1) \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \gamma \quad b = 1.123 \times 10^3$$

$$D(\gamma, \beta, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{1}{m_1 + kt \cdot m_1} \cdot \left[F_0 \cdot \sin\left(\gamma \cdot \frac{t}{2}\right)^4 - c_{iz} \cdot Y_0 - b \cdot (Y_1 - Y_3) + \begin{cases} -c_1(\gamma) \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{if } Y_0 - Y_2 > 0 \\ -c_2(\gamma, \beta) \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{otherwise} \end{cases} \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m_2} \cdot \left[-F_0 \cdot \sin\left(\gamma \cdot \frac{t}{2}\right)^4 + b \cdot (Y_1 - Y_3) + \begin{cases} c_1(\gamma) \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{if } Y_0 - Y_2 > 0 \\ c_2(\gamma, \beta) \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{otherwise} \end{cases} \right] \end{bmatrix}$$

$$X(\gamma, \beta) := \text{Radau} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 0.5, 1000, D(\gamma, \beta) \right)$$

$$t := X(0.75, 2)^{\langle 0 \rangle} \quad x11(\gamma, \beta) := X(\gamma, \beta)^{\langle 1 \rangle} \quad x22(\gamma, \beta) := X(\gamma, \beta)^{\langle 3 \rangle} \\ v11(\gamma, \beta) := X(\gamma, \beta)^{\langle 2 \rangle} \quad v22(\gamma, \beta) := X(\gamma, \beta)^{\langle 4 \rangle}$$

$$v1(\gamma, \beta) := \text{submatrix} \left(v11(\gamma, \beta), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right) \quad x1(\gamma, \beta) := \text{submatrix} \left(x11(\gamma, \beta), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right)$$

$$v2(\gamma, \beta) := \text{submatrix} \left(v22(\gamma, \beta), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right) \quad x2(\gamma, \beta) := \text{submatrix} \left(x22(\gamma, \beta), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right)$$

$$a1(\gamma, \beta) := \begin{cases} v1 \leftarrow v1(\gamma, \beta) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} \\ a1_i \leftarrow \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a1 \end{cases} \quad p(\gamma, \beta) := \begin{cases} v1 \leftarrow v1(\gamma, \beta) \\ v2 \leftarrow v2(\gamma, \beta) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} \\ p2_i \leftarrow F_0 \cdot \sin\left(\gamma \cdot \frac{t_i}{2}\right)^4 \cdot (v1_i - v2_i) \\ p2 \end{cases}$$

$$a1min(\gamma, \beta) := |\min(a1(\gamma, \beta))| \quad a1max(\gamma, \beta) := \max(a1(\gamma, \beta)) \quad pd(\gamma, \beta) := \text{stdev}(p(\gamma, \beta))$$

$$ka(\gamma, \beta) := \frac{\max(a1(\gamma, \beta))}{|\min(a1(\gamma, \beta))|} \quad a(\gamma, \beta) := \frac{a1max(\gamma, \beta)}{pd(\gamma, \beta)}$$

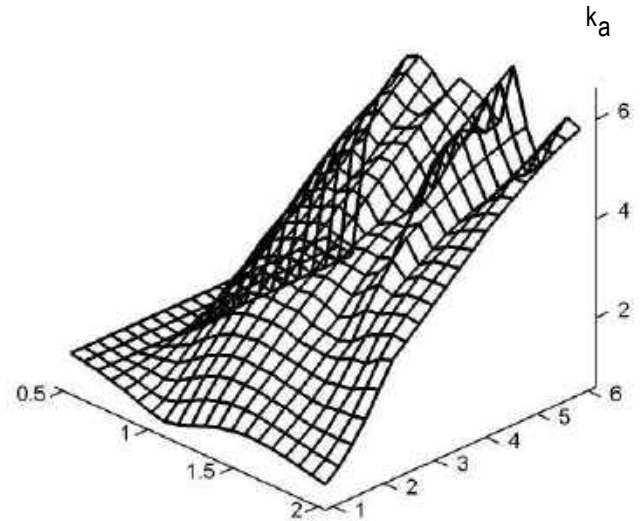
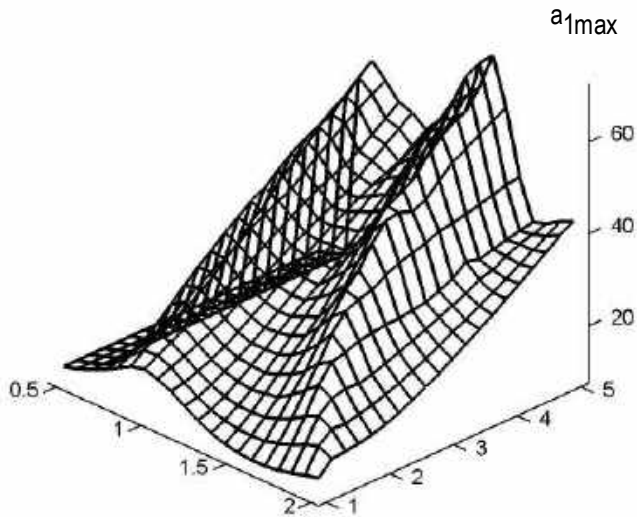
$$o1() := \sqrt{\frac{c1()}{\frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2}}}$$

$$o2(,) := \sqrt{\frac{c2(,)}{\frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2}}}$$

$$o(,) := \frac{2 \cdot \cdot \cdot}{z \cdot (+ 1)}$$

Z1 := CreateMesh(a1max, 0.5, 2, 1, 5, 20, 20)

Z2 := CreateMesh(ka, 0.5, 2, 1, 6, 20, 20)



Z1

Z2

i := 0..30 j := 0..10 i := 0.5 + 0.05·i j := 1 + 0.5·j $o_{i,j} := \frac{2 \cdot i \cdot j}{z \cdot (j + 1)}$ $ka_{i,j} := ka(i, j)$

$a1max_{i,j} := a1max(i, j)$ $a1min_{i,j} := a1min(i, j)$ max() = 2 max() = 6

max(ka) = 6.497

max(a1max) = 84.992

max(a1min) = 22.936

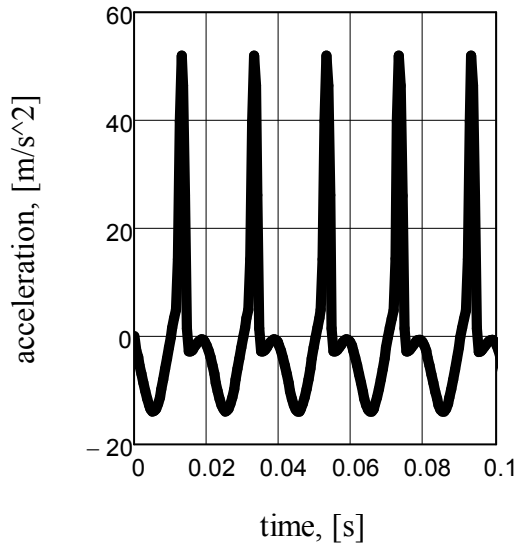
<pre> fstmin := r ← rows(a1max) - 1 c ← cols(a1max) - 1 v ← a1max_{0,0} for m ∈ 0..r for n ∈ 0..c if v < a1max_{m,n} 3 < ka_{m,n} < 6 ∧ 10 < a1min_{m,n} < 15 ∧ 50 < $\frac{0_{m,n}}{2}$ v ← a1max_{m,n} d ← ka_{m,n} e ← a1min_{m,n} f ← m g ← n h ← $\frac{0_{m,n}}{2}$ (v d e f g h) </pre>	<pre> amax := r ← rows(a1max) - 1 c ← cols(a1max) - 1 v ← a1max_{0,0} for m ∈ 0..r for n ∈ 0..c if v < a1max_{m,n} v ← a1max_{m,n} d ← ka_{m,n} e ← a1min_{m,n} f ← m g ← n h ← $\frac{0_{m,n}}{2}$ (v d e f g h) </pre>
--	--

fstmin = (51.93 3.715 13.978 0.85 4.5 69.545) amax = (84.992 5.492 15.475 1.45 6 124.286)

<pre> kammax := r ← rows(a1max) - 1 c ← cols(a1max) - 1 v ← ka_{0,0} for m ∈ 0..r for n ∈ 0..c if v < ka_{m,n} v ← ka_{m,n} d ← a1max_{m,n} e ← a1min_{m,n} f ← m g ← n h ← $\frac{0_{m,n}}{2}$ (v d e f g h) </pre>	<pre> amaxviz 0 := r ← rows(a1max) - 1 c ← cols(a1max) - 1 v ← a1max_{0,0} for m ∈ 0..r for n ∈ 0..c if v < a1max_{m,n} ∧ 50 < $\frac{0_{m,n}}{2}$ < 120 v ← a1max_{m,n} d ← ka_{m,n} e ← a1min_{m,n} f ← m g ← n h ← $\frac{0_{m,n}}{2}$ (v d e f g h) </pre>
--	---

kammax = (6.497 67.897 10.45 1.6 6 137.143) amaxviz 0 = (71.797 5.209 13.782 1.4 5.5 118.462)

:= $\left[(fstmin)^{\langle 3 \rangle} \right]_0$:= $\left[(fstmin)^{\langle 4 \rangle} \right]_0$ = 0.85 = 4.5



$$c1 := \frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (\dots)^2 \quad c1 = 6.372 \times 10^5 \quad c2 := \frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2} \cdot [\dots]^2 \quad c2 = 1.29 \times 10^7 \quad \frac{c2}{c1} = 20.25$$

$$\omega_1 := \sqrt{\frac{c1}{(m1) \cdot m2}} \quad \omega_2 := \sqrt{\frac{c2}{(m1) \cdot m2}} \quad \omega := \frac{2 \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad \frac{\omega}{2} = 69.545$$

$$fd := \frac{\omega}{(2)} \cdot \sqrt{1 - \dots}^2 \quad fd = 68.14 \quad kt = 0.25 \quad b = 1.123 \times 10^3$$

$$D(0, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{1}{m1 + kt \cdot m1} \cdot \left[F0 \cdot \sin\left(0 \cdot \frac{t}{2}\right)^4 - c1z \cdot Y_0 - b \cdot (Y_1 - Y_3) + \begin{cases} -c1 \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{if } Y_0 - Y_2 > 0 \\ -c2 \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{otherwise} \end{cases} \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[-F0 \cdot \sin\left(0 \cdot \frac{t}{2}\right)^4 + b \cdot (Y_1 - Y_3) + \begin{bmatrix} c1 \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{if } Y_0 - Y_2 > 0 \\ c2 \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{otherwise} \end{bmatrix} \right] \end{bmatrix}$$

$$X(0) := \text{Radau} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 0.5, 1000, D(0) \right)$$

$$t := X(314)^{\langle 0 \rangle} \quad x11(0) := X(0)^{\langle 1 \rangle} \quad v11(0) := X(0)^{\langle 2 \rangle} \quad x22(0) := X(0)^{\langle 3 \rangle} \quad v22(0) := X(0)^{\langle 4 \rangle}$$

$$v1(0) := \text{submatrix} \left(v11(0), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right) \quad x2(0) := \text{submatrix} \left(x22(0), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right)$$

$$x1(0) := \text{submatrix} \left(x11(0), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right) \quad v2(0) := \text{submatrix} \left(v22(0), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right)$$

$$v1m(0) := \max(v1(0)) \quad x1m(0) := \max(x1(0))$$

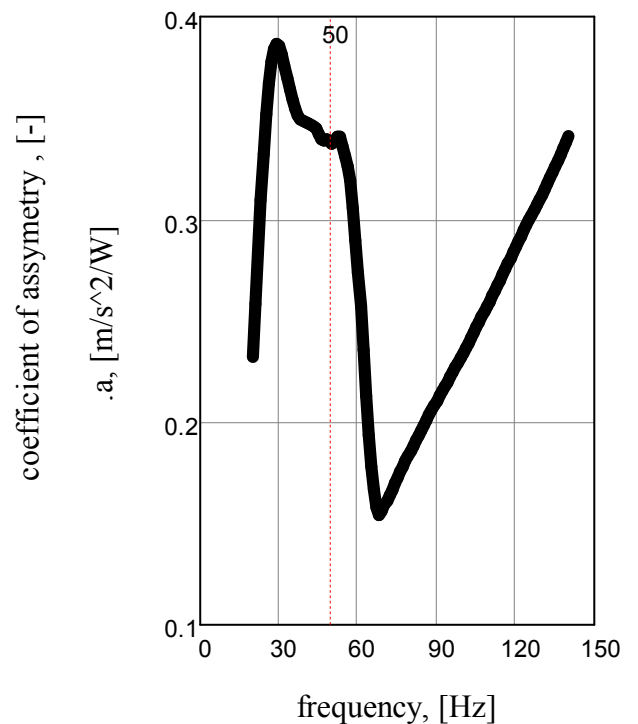
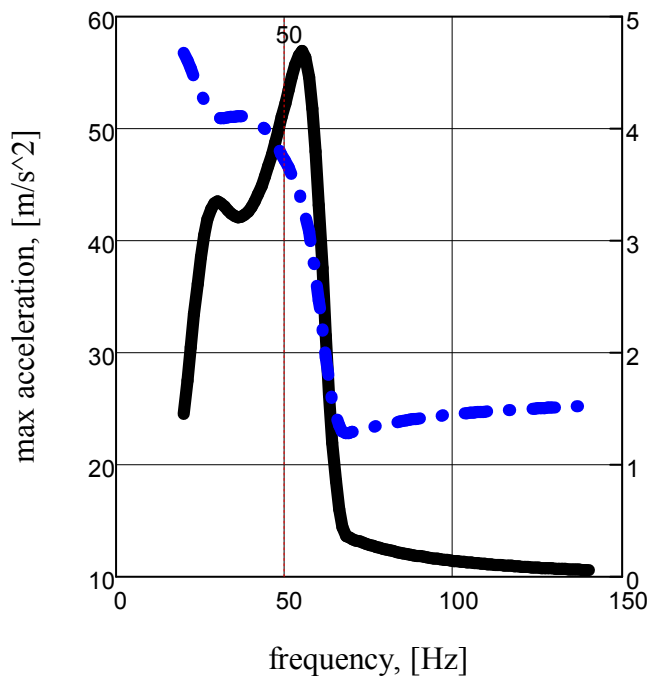
$$i := 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} \quad \underline{a1}(0) := \begin{cases} v11 \leftarrow v1(0) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} \\ a1_i \leftarrow \frac{v11_i - v11_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a1 \end{cases}$$

$$a1\max(0) := \max(a1(0)) \quad a1\min(0) := \min(a1(0))$$

$$a1\max(2 \cdot 50) = 51.93 \quad |a1\min(2 \cdot 50)| = 13.978 \quad \frac{a1\max(2 \cdot 50)}{|a1\min(2 \cdot 50)|} = 3.715$$

$$ka(0) := \frac{\max(a1(0))}{|\min(a1(0))|} \quad \underline{pd}(0) := \begin{cases} v1 \leftarrow v1(0) \\ v2 \leftarrow v2(0) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} \\ p_i \leftarrow \left[F0 \cdot \sin\left(0 \cdot \frac{t_i}{2}\right)^4 \cdot (v1_i - v2_i) \right] \\ \text{stdev}(p) \end{cases} \quad \underline{X} := \begin{cases} \text{for } j \in 0..120 \\ 0_j \leftarrow (20 + j) \cdot 2 \\ kaa_j \leftarrow ka(0_j) \\ x11m_j \leftarrow a1\max(0_j) \\ pd1_j \leftarrow pd(0_j) \\ \begin{pmatrix} 0 \\ kaa \\ x11m \\ pd1 \end{pmatrix}^T \end{cases}$$

$$z1 := \text{supsmooth}\left[\left(X^{(0)}\right)_0, \left(X^{(1)}\right)_0\right] \quad z2 := \text{supsmooth}\left[\left(X^{(0)}\right)_0, \left(X^{(2)}\right)_0\right] \quad z3 := \text{supsmooth}\left[\left(X^{(0)}\right)_0, \left(X^{(3)}\right)_0\right]$$



— a1max
- - - ka

Додаток У

2. Динамічний аналіз синтезованих віброударних систем за оптимізаційними методиками з обмеженнями

Вихідні дані: $z := 2 \cdot 50$ $z := 1$ $m1 := 60$ $m2 := 10.5$ $ciz := 20000$ $kt := 0.25$

$$:= \text{основний на субгармоніці} = 0.85$$

$$:= \text{основний на субгармоніці} = 4.5$$

$$c1() := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot \left(\frac{\cdot}{z} \right)^2 \quad c1() = 6.372 \times 10^5 \quad b := 2 \cdot \frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2} \quad b = 1.123 \times 10^3$$

$$c2(,) := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot \left(\frac{\cdot}{z} \right)^2 \quad c2(,) = 1.29 \times 10^7 \quad o(,) := \frac{2 \cdot \cdot \cdot}{z \cdot (+ 1)} \quad \frac{o(,)}{2} = 69.545$$

Параметри електромагніта

$$U0 := 170 \cdot \sqrt{2} = 240.416$$

$$D(t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{2 \cdot [0 - (Y_2 - Y_4)]}{k} \cdot \left[U0 \cdot \sin(\cdot t) - \left[r + [(1 - (Y_1)) \cdot Roff + Ron] \dots \right] \cdot Y_1 \right. \\ \left. + \frac{k \cdot (Y_3 - Y_5)}{2 \cdot [0 - (Y_2 - Y_4)]^2} \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m1 + kt \cdot m1} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[0 - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 - ciz \cdot Y_2 - b \cdot (Y_3 - Y_5) \dots \right. \\ \left. + \begin{cases} -c1() \cdot (Y_2 - Y_4) & \text{if } Y_2 - Y_4 > 0 \\ -c2(,) \cdot (Y_2 - Y_4) & \text{otherwise} \end{cases} \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{Y_1}{[0 - (Y_2 - Y_4)]} \right]^2 + b \cdot (Y_3 - Y_5) + \begin{cases} c1() \cdot (Y_2 - Y_4) & \text{if } Y_2 - Y_4 > 0 \\ c2(,) \cdot (Y_2 - Y_4) & \text{otherwise} \end{cases} \right] \end{bmatrix}$$

$$X := \text{BDF} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, 10000, D \right)$$

$$t := X^{(0)} \quad q := X^{(1)} \quad l11 := X^{(2)} \quad x11 := X^{(3)} \quad v11 := X^{(4)} \quad x22 := X^{(5)} \quad v22 := X^{(6)}$$

$$v1 := \text{submatrix} \left(v11, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0 \right) \quad v2 := \text{submatrix} \left(v22, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0 \right)$$

$$x1 := \text{submatrix} \left(x11, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0 \right) \quad x2 := \text{submatrix} \left(x22, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0 \right)$$

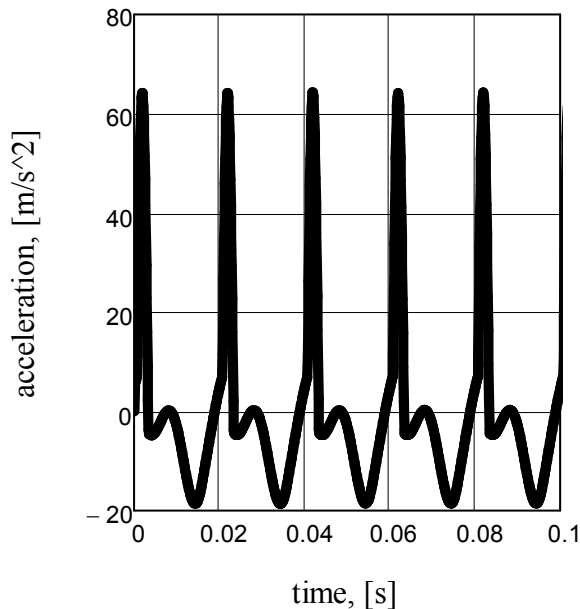
$$l1 := \text{submatrix}\left(l11, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right) \quad q1 := \text{submatrix}\left(q, \frac{10000}{2}, 10000, 0, 0\right)$$

$$i := 1.. \frac{\text{last}(t) - 1}{2} \quad a1 := \begin{cases} v1 \leftarrow v1 \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t) - 1}{2} \\ a1_i \leftarrow \frac{v1_i - v1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a1 \end{cases} \quad a1m := \max(a1) \quad a1m = 65.109$$

$$ka := \frac{\max(a1)}{|\min(a1)|} \quad ka = 3.452$$

$$F := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{l1}{[0 - (x1 - x2)]} \right]^2 \quad Fst := \text{stdev}(F) \quad Fst = 560.599 \quad \max(F) = 1.532 \times 10^3$$

$$p_i := U0 \cdot \sin(\cdot t_i) \cdot l1_i \quad \text{stdev}(p) = 367.414$$



$$a := \frac{a1m}{\text{stdev}(p)} \quad a = 0.177 \quad pde := \frac{1}{2} \cdot n \cdot r \cdot (l1)^2 \quad pdm := \frac{1}{2} \cdot [b \cdot (v1 - v2)^2] \quad a1m = 65.109$$

$$Tk := m1 \cdot \frac{(v1)^2}{2} + m2 \cdot \frac{(v2)^2}{2} \quad W := \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{k \cdot n}{2 \cdot [0 - (x1 - x2)]} \cdot (l1)^2 \right] \quad \text{stdev}(p) = 367.414$$

$$P := \frac{1}{2} \cdot \left[ciz \cdot (x1)^2 + \left[\begin{array}{l} c1(\cdot) \cdot (x1 - x2)^2 \text{ if } |x1 - x2| > 0 \\ c2(\cdot, \cdot) \cdot (x1 - x2)^2 \text{ otherwise} \end{array} \right] \right]$$

$$B := \frac{0 \cdot w \cdot l1}{2 \cdot [0 - (x1 - x2)]} \quad \text{mean}(p) = 226.573 \quad \text{mean}(2pdm + 2pde) = 226.549 \quad \text{stdev}(B) = 0.315$$

$$\text{mean}(Tk) = 0.537 \quad \text{mean}(P) = 0.978 \quad \text{mean}(W) = 0.583 \quad 0.02 \cdot \text{mean}(p) = 4.531$$

$$:= \frac{\text{mean}(2pdm)}{\% \cdot \text{mean}(p)} = 59.25 \quad a := \frac{\max(a1)}{\text{stdev}(p)} \quad a = 0.177 \quad \text{mean}\left[\frac{\max(a1)}{\text{stdev}(p)} \cdot (v1 - v2)\right] = 134.23$$

$$\text{mean}\left[\frac{\int_0^T [(F) \cdot [0 - (x1 - x2)]] dt}{T}\right] = 0.583$$

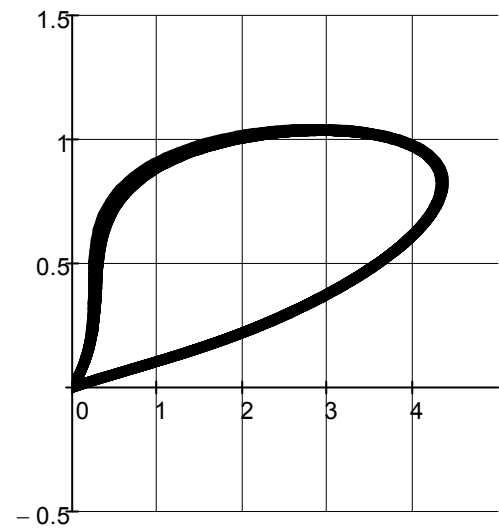
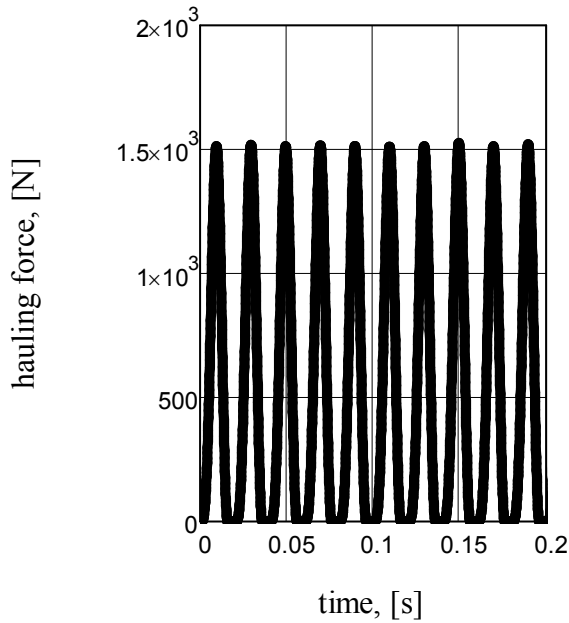
$$\text{mean}(W) = 0.583$$

$$\text{mean}(2\text{pdm}) = 134.252$$

$$\text{mean}(2\text{pde}) = 92.297$$

$$\max(a1) = 65.109 \quad \min(a1) = -18.862$$

$$\frac{\max(a1)}{|\min(a1)|} = 3.452 \quad L := \frac{0 \cdot S}{2 \cdot [0 - (x1 - x2)]} \cdot w^2 \quad := (L \cdot I1)$$



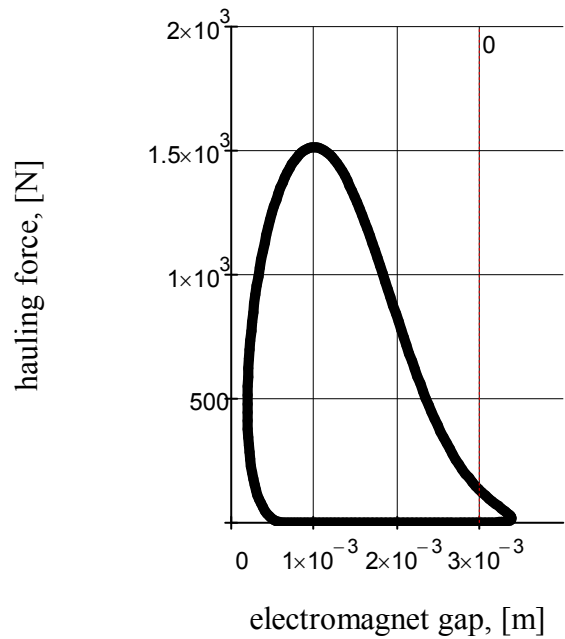
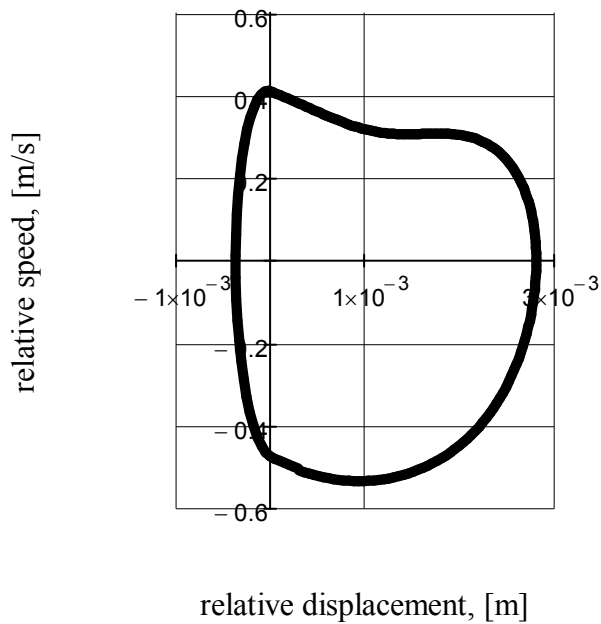
```
v1 := submatrix(v11, 9800, 10000, 0, 0)
```

```
v2 := submatrix(v22, 9800, 10000, 0, 0)
```

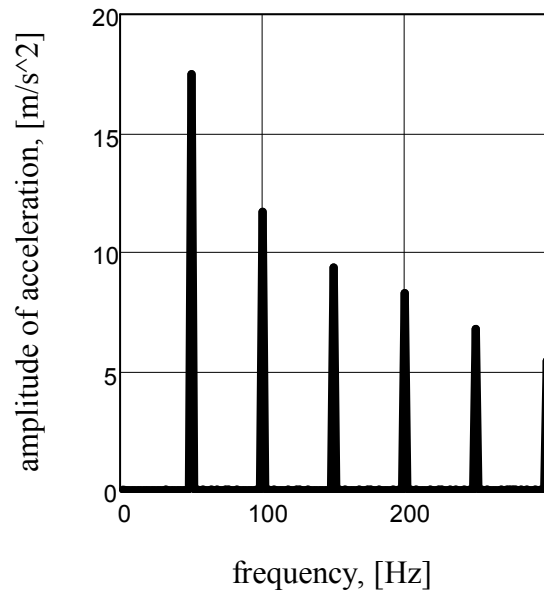
```
x1 := submatrix(x11, 9800, 10000, 0, 0)
```

```
x2 := submatrix(x22, 9800, 10000, 0, 0)
```

```
I1 := submatrix(I11, 9800, 10000, 0, 0)
```



```
N := 1000 \quad i := 1..N \quad A1 := 2 \cdot \text{CFFT}(a1) \quad W_i := 2 \cdot i
```



Додаток Ф

1. Параметрична стійкість віброударних систем за Мать'є

> {diff(z(tau), tau, tau)+(a-2*q*cos(2*tau))*z(tau) = 0, z(0) = 1,
(D(z))(0) = 0};

$$\left\{ \frac{d^2}{d\tau^2} z(\tau) + (a - 2q \cos(2\tau)) z(\tau) = 0, z(0) = 1, D(z)(0) = 0 \right\}$$

> dsolve((1), { z(tau) })

$$z(\tau) = \text{MathieuC}(a, q1, \tau)$$

> f1(tau) := MathieuC(a, q1, tau);

$$f1 := \tau \rightarrow \text{MathieuC}(a, q1, \tau)$$

> {diff(z(tau), tau, tau)+(a-2*q*cos(2*tau))*z(tau) = 0, z(0) = 0,
(D(z))(0) = 1};

$$\left\{ \frac{d^2}{d\tau^2} z(\tau) + (a - 2q \cos(2\tau)) z(\tau) = 0, z(0) = 0, D(z)(0) = 1 \right\}$$

> dsolve((4), { z(tau) })

$$z(\tau) = \text{MathieuS}(a, q, \tau)$$

> f2(tau) := MathieuS(a, q1, tau);

$$f2 := \tau \rightarrow \text{MathieuS}(a, q1, \tau)$$

> D((6))

$$\tau \rightarrow \text{MathieuSPrime}(a, q1, \tau)$$

> f22(tau) := MathieuSPrime(a, q1, tau);

$$f22 := \tau \rightarrow \text{MathieuSPrime}(a, q1, \tau)$$

> omega01 := $\frac{314}{0.94}$; omega02 := $\sqrt{4} \cdot \text{omega01}$; omega := 314; m1 := 168; m2 := 45; m

$$:= \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}; b := 2 \cdot m \cdot 0.15 \cdot \text{omega}; nn := \frac{b}{2 \cdot m}; t1 := \frac{2 \cdot \pi}{\text{omega}} \cdot \frac{\text{omega02}}{\text{omega02} + \text{omega01}};$$

$$\omega01 := 334.0425532$$

$$\omega02 := 668.0851064$$

$$\omega := 314$$

$$m1 := 168$$

$$m2 := 45$$

$$m := \frac{2520}{71}$$

$$b := 3343.436620$$

$$nn := 47.10000000$$

$$t1 := 0.004246284500 \pi$$

```
> a :=  $\frac{4 \cdot (\omega_01 \cdot \omega_02 - n^2)}{\omega^2}$ ; q1 :=  $4 \cdot \frac{(\omega_02^2 - \omega_01^2) \cdot \sin\left(\frac{\omega t l}{2}\right)}{\pi \cdot \omega^2}$ ; evalf(a);
evalf(q1);
```

```
a := 8.963870532
```

```
q1 :=  $\frac{13.58080580 \sin(0.6666666665 \pi)}{\pi}$ 
```

```
8.963870532
```

```
3.743745330
```

```
> with(plottools) :
```

```
> with(plots) :
```

```
> plotsetup(inline) :
```

```
> M1 := MathieuA(5 - n1, q)$(n1 = 0..5);
```

```
M1 := MathieuA(5, q), MathieuA(4, q), MathieuA(3, q), MathieuA(2, q), MathieuA(1, q),
MathieuA(0, q)
```

```
> M2 := MathieuB(6 - n, q)$(n = 1..5);
```

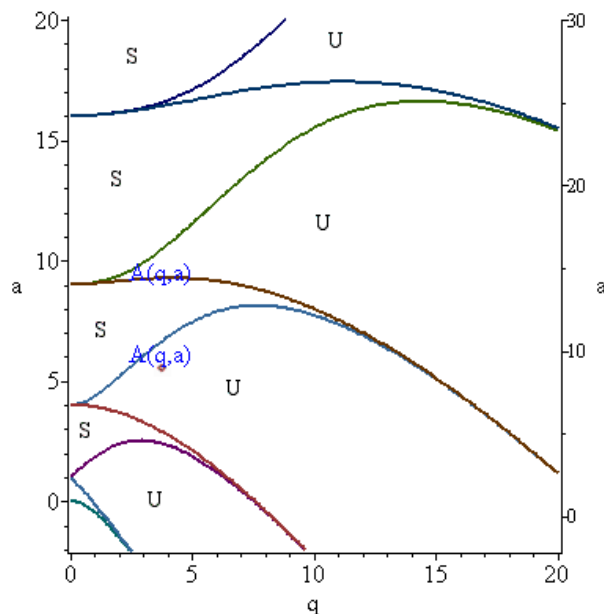
```
M2 := MathieuB(5, q), MathieuB(4, q), MathieuB(3, q), MathieuB(2, q), MathieuB(1, q)
```

```
> M3 := ([q1, a]);
```

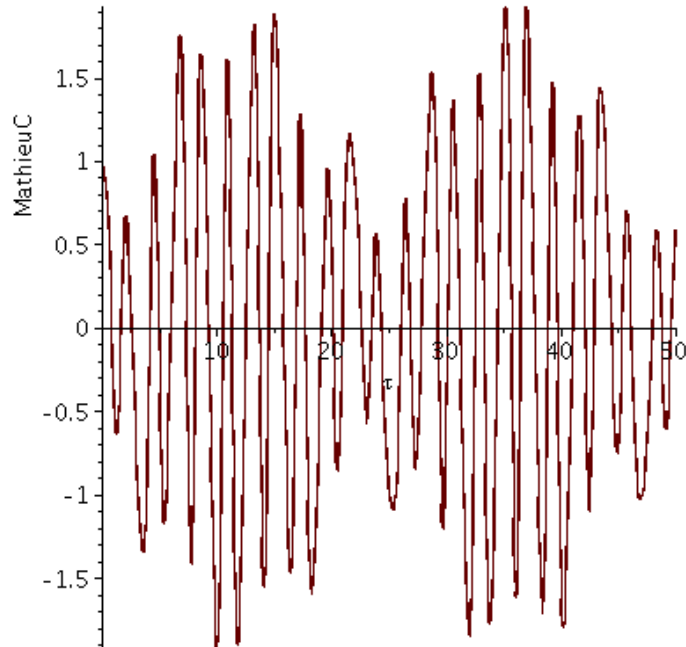
```
M3 :=  $\left[ \frac{13.58080580 \sin(0.6666666665 \pi)}{\pi}, 8.963870532 \right]$ 
```

```
>
```

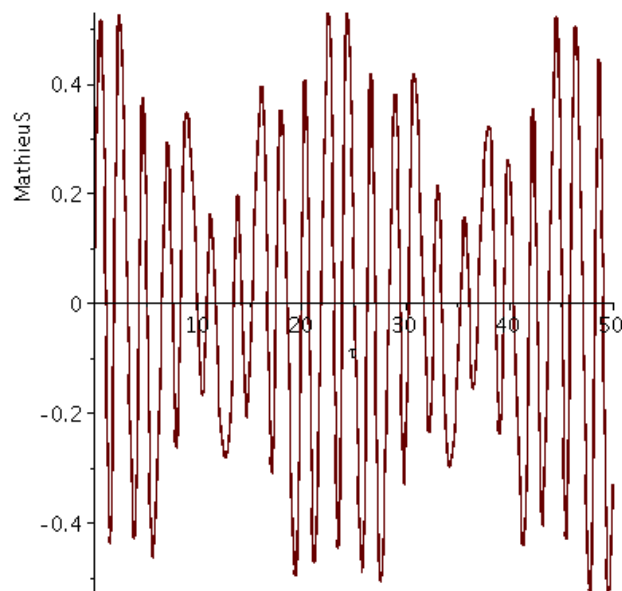
```
z :=
dualaxisplot(plot([M1, M2], q=0..20, view=[0..20, -2..20], thickness=2), plot([M3],
style=point, symbol=diamond, view=[0..20, -2..30]), textplot([q1, a, "A(q,a)", 'align'
={ 'above' }], 'color'="Blue", 'font'=["times", "roman", 13], 'labels'=["q", "a"]);
```



```
> plotsetup(inline); plot([MathieuC(a, evalf(q1), tau)], tau = 0 ..50, titlefont = ["ARIAL", 15],
  labels = ["τ", "MathieuC"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont
  = ["HELVETICA", 10], linestyle = [solid], axesfont = ["HELVETICA", "ROMAN", 10],
  legendstyle = [font = ["HELVETICA", 9], location = right]);
```



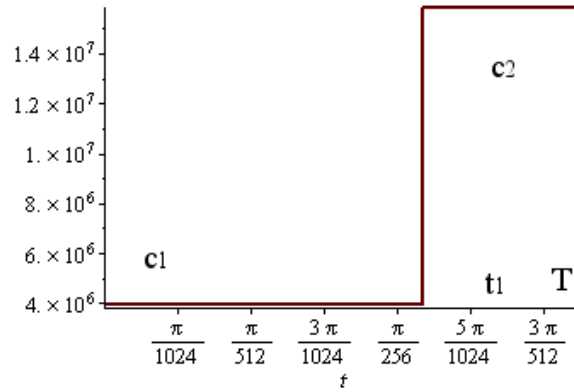
```
> plotsetup(inline); plot([MathieuS(a, evalf(q1), tau)], tau = 0 ..50, titlefont = ["ARIAL", 15],
  labels = ["τ", "MathieuS"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont
  = ["HELVETICA", 10], linestyle = [solid], axesfont = ["HELVETICA", "ROMAN", 10],
  legendstyle = [font = ["HELVETICA", 9], location = right]);
```



$$> c := \begin{cases} m \cdot \omega 1^2 & 0 \leq t < t1 \\ m \cdot \omega 2^2 & t1 < t \leq \frac{2\pi}{\omega} \end{cases};$$

$$c := \begin{cases} 3.960461363 \cdot 10^6 & 0 \leq t \text{ and } t < 0.004246284500 \pi \\ 1.584184546 \cdot 10^7 & 0.004246284500 \pi < t \text{ and } t \leq \frac{1}{157} \pi \end{cases}$$

> plot([c], t=0.. $\frac{2\pi}{\text{omega}}$);



Додаток Ф

2. Визначення кінематичних характеристик віброударних систем за методом Бубнова-Гальоркіна

$$\text{Вихідні дані: } z := \sqrt{4} \quad \gamma := 1 \quad \beta := 2 \cdot 0.50 \quad z := 0.94 \quad m_1 := 168 \quad m_2 := 55 \quad \lambda := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad M := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

$$c_{iz} := 20000 \quad c_1 := M \cdot (\gamma)^2 \quad c_2 := M \cdot (\beta \cdot \gamma)^2 \quad c_1 = 4.628 \times 10^6 \quad c_2 = 1.851 \times 10^7$$

$$b_{iz} := \frac{c_{iz} \cdot z}{M} \quad b_1 := \frac{c_1 \cdot z}{M} \quad b_2 := \frac{c_2 \cdot z}{M} \quad b_1 = 8.504 \times 10^3 \quad b_2 = 3.401 \times 10^4$$

$$o_1 := \sqrt{\frac{c_1}{M}} \quad o_2 := \sqrt{\frac{c_2}{M}} \quad b := 2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot 0.2 \quad T_{\text{sw}} := \frac{2}{o_1 + o_2} \quad t_1 := \frac{T \cdot o_2}{o_1 + o_2}$$

$$o_{iz} := \sqrt{\frac{c_{iz}}{\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}}} \quad n_{iz} := \frac{b_{iz}}{2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}} \quad n := \frac{b}{2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}} \quad f_0 := \frac{1800}{M} \quad f_0 = 43.442$$

$$\omega_{iz} := o_1 \cdot o_2 \quad \omega_{iz} := \frac{2 \cdot (o_2^2 - o_1^2)}{2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}} = 2.234 \times 10^5 \quad = 2.133 \times 10^5$$

$$a_0 := 2 \cdot c_2 + \frac{c_1 \cdot t_1 - c_2 \cdot t_1}{2 \cdot \left(\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \right)} \quad \omega_{iz} := \frac{a_0}{2 \cdot \left(\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \right)} \quad \omega_{iz} := \frac{2 \cdot (c_2 - c_1)}{\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}} = 2.234 \times 10^5 \quad = 2.133 \times 10^5$$

$$l := \text{atan} \left(\frac{\sin(\gamma \cdot t_1)}{2 \cdot \sin \left(\frac{\gamma \cdot t_1}{2} \right)^2} \right) + \quad l = 150 \cdot \text{deg} \quad := \gamma \cdot \sin \left(\frac{\gamma \cdot t_1}{2} \right) = 1.847 \times 10^5$$

$$X_0 := 0.0001 \quad X_1 := 0.0001 \quad X_2 := 0.0001 \quad l_1 := 1 \quad l_2 := 2$$

Given

$$(2 \cdot X_0 \cdot \gamma + X_1 \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma \cdot l_1 - l_1)) = 0$$

$$\sin \left(2 \cdot X_1 \cdot \gamma^2 - 2 \cdot X_1 \cdot \gamma^2 - 2 \cdot f_0 \cdot \cos(\gamma \cdot l_1) + X_2 \cdot \gamma \cdot \sin(\gamma \cdot l_1 - l_2 + l_1) + 2 \cdot X_0 \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma \cdot l_1 - l_1) \right) = 0$$

$$\cos \left(2 \cdot f_0 \cdot \sin(\gamma \cdot l_1) + X_2 \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma \cdot l_1 - l_2 + l_1) + 4 \cdot X_1 \cdot \gamma \cdot n + 2 \cdot X_0 \cdot \gamma \cdot \sin(\gamma \cdot l_1 - l_1) \right) = 0$$

$$\sin^2 \left(2 \cdot X_2 \cdot \gamma^2 - 8 \cdot X_2 \cdot \gamma^2 + X_1 \cdot \gamma \cdot \sin(\gamma \cdot l_1 - l_2 + l_1) \right) = 0$$

$$\cos^2 \left(-X_1 \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma \cdot l_1 - l_2 + l_1) - 8 \cdot X_2 \cdot \gamma \cdot n \right) = 0$$

$$zz := \text{Find}(X_0, X_1, X_2, l_1, l_2) \quad zz = \begin{pmatrix} 1.703 \times 10^{-4} \\ 4.12 \times 10^{-4} \\ 2.017 \times 10^{-4} \\ -0.558 \\ 0.921 \end{pmatrix}$$

$$X_0 := zz_0 \quad X_1 := zz_1 \quad X_2 := zz_2 \quad l_1 := zz_3 \quad l_2 := zz_4$$

$$x(t) := X0 + X1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_1) + X2 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t + \phi_2)$$

$$D11(t, X11) := \begin{bmatrix} X11_1 \\ f0 \cdot \sin(\omega \cdot t) - [2 \cdot n \cdot (X11_1) + X11_0 \cdot (\omega + \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_1))] \end{bmatrix}$$

$$Z11 := \text{rkfixed} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, 0, 1, 10000, D11 \right] \quad X := Z11^{(1)} \quad t1 := Z11^{(0)} \quad V := Z11^{(2)}$$

$$D22(t, X22) := \begin{bmatrix} X22_1 \\ f0 \cdot \sin(\omega \cdot t) - \left[2 \cdot n \cdot (X22_1) + X22_0 \cdot \begin{pmatrix} \omega^2 & \text{if } X22_0 \geq 0 \\ \omega^2 & \text{if } X22_0 < 0 \end{pmatrix} \right] \end{bmatrix}$$

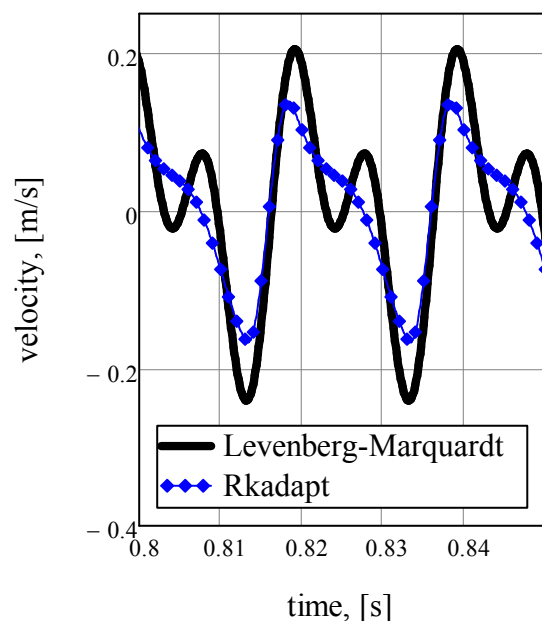
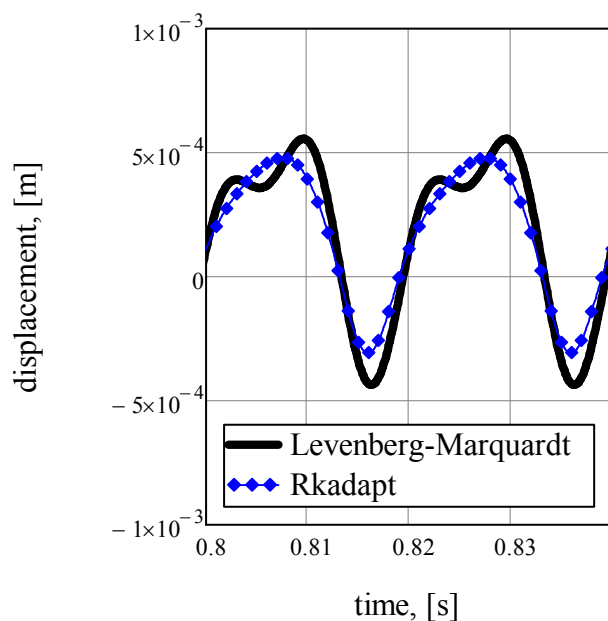
$$Z22 := \text{rkfixed} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, 0, 1, 10000, D22 \right] \quad Xc12 := Z22^{(1)} \quad t1 := Z22^{(0)} \quad Vc12 := Z22^{(2)}$$

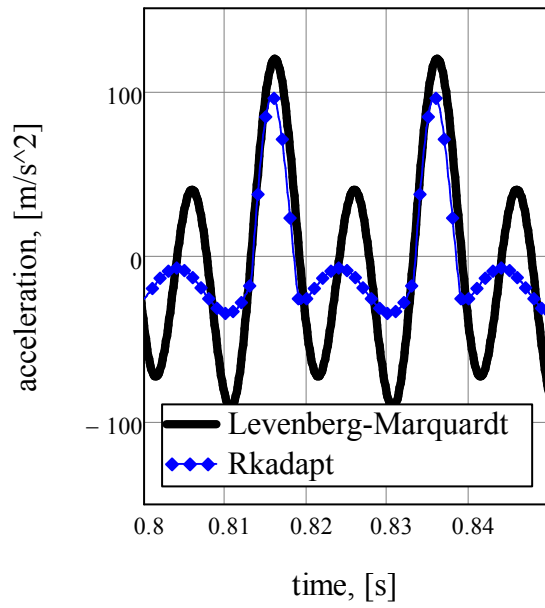
$$\omega := \frac{2 \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad \frac{0}{2} = 70.922$$

$$\underline{A} := \begin{cases} \text{for } i \in 1.. \text{last}(t1) \\ a_i \leftarrow \frac{V_i - V_{i-1}}{t1_i - t1_{i-1}} \\ a \end{cases} \quad \underline{Ac12} := \begin{cases} \text{for } i \in 1.. \text{last}(t1) \\ a_i \leftarrow \frac{Vc12_i - Vc12_{i-1}}{t1_i - t1_{i-1}} \\ a \end{cases} \quad a(t) := \frac{d^2}{dt^2} x(t) \quad v(t) := \frac{d}{dt} x(t)$$

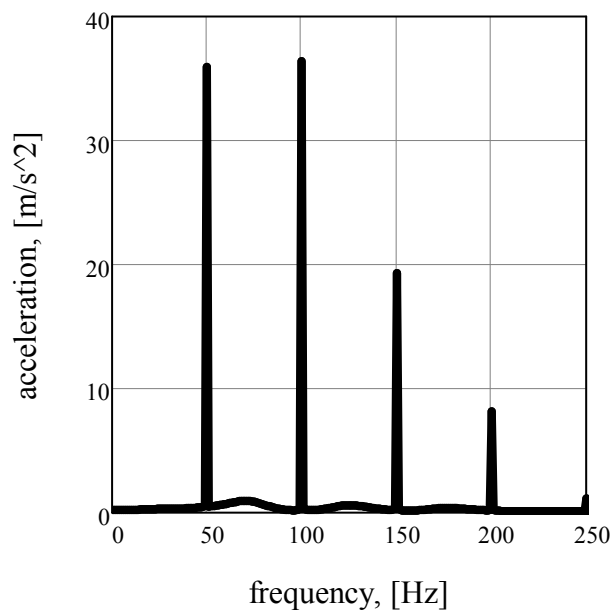
$$\underline{X1} := 2 \cdot \text{CFFT}(Xc12) \quad A1 := 2 \cdot \text{CFFT}(Ac12)$$

$$N := \text{last}(X1) \quad i := 0..N \quad N = 1 \times 10^4 \quad t_i := 0.0001 \cdot i \quad f_i := i \quad \underline{x}_i := x(t_i) \quad \underline{a}_i := a(t_i) \quad \underline{v}_i := v(t_i)$$





Pearson's r correlation coefficient $\text{corr}(X_{c12}, x) = 0.9639$ $\text{corr}(V_{c12}, v) = 0.921$ $\text{corr}(A_{c12}, a) = 0.8558$



Додаток Ф

3. Побудова АФЧХ віброударних систем методом Бубнова-Гальоркіна

$$\text{Вихідні дані: } \gamma := \sqrt{5} = 2.236 \quad \beta := 1 \quad \alpha := 2 \cdot \gamma \cdot 0.50 \quad z := 0.94 \quad m1 := 168 \quad m2 := 55 \quad \lambda := \frac{\gamma}{z}$$

$$ciz := 20000 \quad c1 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (\gamma - 1)^2 \quad c2 := \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot (\gamma + 1)^2 \quad c1 = 4.628 \times 10^6 \quad c2 = 2.314 \times 10^7$$

$$biz := \frac{ciz \cdot \beta}{\lambda} \quad b1 := \frac{c1 \cdot \beta}{\lambda} \quad b2 := \frac{c2 \cdot \beta}{\lambda} \quad b := 2 \cdot \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2} \cdot \gamma \cdot 0.2 \quad T := \frac{2}{\omega} \quad n := \frac{b}{2 \cdot \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}} \quad f0 := \frac{1800}{\frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}}$$

$$oiz := \sqrt{\frac{ciz}{\frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}}} \quad o1 := \sqrt{\frac{c1}{\left(\frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}\right)}} \quad o2 := \sqrt{\frac{c2}{\left(\frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}\right)}} \quad niz := \frac{biz}{2 \cdot \frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}} \quad t1 := \frac{T \cdot o2}{o1 + o2}$$

$$\omega := o1 \cdot o2 \quad \omega := \frac{2 \cdot (o2^2 - o1^2)}{2.498 \times 10^5} = 2.498 \times 10^5 = 2.844 \times 10^5 \quad \omega := \frac{2 \cdot o1 \cdot o2}{o1 + o2}$$

$$a0 := 2 \cdot c2 + \frac{c1 \cdot t1 - c2 \cdot t1}{2 \cdot \left(\frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}\right)} \quad \omega := \frac{a0}{2 \cdot \left(\frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}\right)} \quad \omega := \frac{2 \cdot (c2 - c1)}{\frac{m1 \cdot m2}{m1 + m2}} = 2.498 \times 10^5 = 2.844 \times 10^5$$

$$\varphi := \text{atan}\left(\frac{\sin(\gamma \cdot t1)}{2 \cdot \sin\left(\frac{\gamma \cdot t1}{2}\right)}\right) + \varphi = 145.623 \cdot \text{deg} \quad \varphi := \gamma \cdot \sin\left(\frac{\gamma \cdot t1}{2}\right) = 2.348 \times 10^5$$

$$X0 := 0.0001 \quad X1 := 0.0001 \quad X2 := 0.0001 \quad \gamma := 0.01 \quad \beta := 1$$

Given

$$(2 \cdot X0 \cdot \beta + X1 \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma - 1)) = 0$$

$$\sin \left(2 \cdot X1 \cdot \beta - 2 \cdot X1 \cdot \gamma^2 - 2 \cdot f0 \cdot \cos(\gamma - 1) + X2 \cdot \gamma \cdot \sin(\gamma - 2 + 1) + 2 \cdot X0 \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma - 1) \right) = 0$$

$$\cos \left(2 \cdot f0 \cdot \sin(\gamma - 1) + X2 \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma - 2 + 1) + 4 \cdot X1 \cdot \gamma \cdot 0 \cdot n + 2 \cdot X0 \cdot \gamma \cdot \sin(\gamma - 1) \right) = 0$$

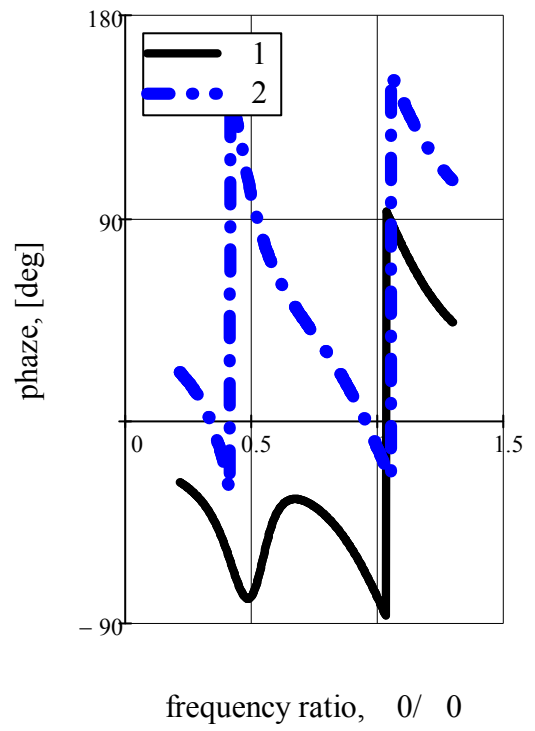
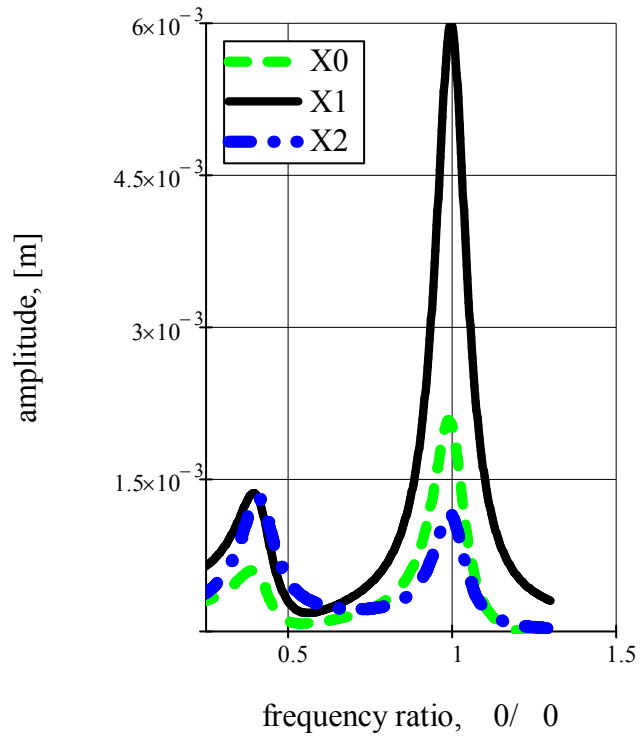
$$\sin^2 \left(2 \cdot X2 \cdot \beta - 8 \cdot X2 \cdot \gamma^2 + X1 \cdot \gamma \cdot \sin(\gamma - 2 + 1) \right) = 0$$

$$\cos^2 \left(-X1 \cdot \gamma \cdot \cos(\gamma - 2 + 1) - 8 \cdot X2 \cdot \gamma \cdot 0 \cdot n \right) = 0$$

$$zz(0) := \text{Find}(X0, X1, X2, \gamma, \beta)$$

$$\overset{X0}{zz}(0) := zz(0)_0 \quad \overset{X1}{zz}(0) := zz(0)_1 \quad \overset{X2}{zz}(0) := zz(0)_2 \quad \overset{\gamma}{zz}(0) := zz(0)_3 \quad \overset{\beta}{zz}(0) := zz(0)_4$$

$$0 := 100, 101..600$$



Додаток X

1. Синтез параметрів тримасових гармонійних систем із обмеженням на інерційність

$$m1 := 83.4 \quad m2 := 44 \quad z := 0.98 \quad := 314 \quad 0 := \frac{1}{z} \quad := 0.025$$

$$c1(z1) := m1 \cdot \left(\frac{1}{z1}\right)^2 \quad c2(z2, m3) := m3 \cdot \left(\frac{1}{z2}\right)^2 \quad c3(z2, m3) := c2(z2, m3)$$

$$A(z1, z2, m3) := \frac{c1(z1) + c2(z2, m3)}{m2} + \frac{c1(z1)}{m1} + \frac{c2(z2, m3)}{m3}$$

$$B(z1, z2, m3) := c1(z1) \cdot c2(z2, m3) \cdot \frac{m1 + m2 + m3}{m1 \cdot m2 \cdot m3}$$

$$A1(z1, z2, m3) := \frac{c1(z1) + c3(z2, m3)}{m2} + \frac{c1(z1)}{m1} + \frac{c3(z2, m3)}{m3}$$

$$B1(z1, z2, m3) := c1(z1) \cdot c3(z2, m3) \cdot \frac{m1 + m2 + m3}{m1 \cdot m2 \cdot m3}$$

$$22(z1, z2, m3) := \sqrt{\frac{A1(z1, z2, m3) - \sqrt{A1(z1, z2, m3)^2 - 4 \cdot B1(z1, z2, m3)}}{2}}$$

$$23(z1, z2, m3) := \sqrt{\frac{A1(z1, z2, m3) + \sqrt{A1(z1, z2, m3)^2 - 4 \cdot B1(z1, z2, m3)}}{2}}$$

$$023(z1, z2, m3) := \frac{2 \cdot 22(z1, z2, m3) \cdot 23(z1, z2, m3)}{22(z1, z2, m3) + 23(z1, z2, m3)}$$

$$01(z1, z2, m3) := \sqrt{\frac{A(z1, z2, m3) - \sqrt{A(z1, z2, m3)^2 - 4 \cdot B(z1, z2, m3)}}{2}}$$

$$02(z1, z2, m3) := \sqrt{\frac{A(z1, z2, m3) + \sqrt{A(z1, z2, m3)^2 - 4 \cdot B(z1, z2, m3)}}{2}}$$

$$b1(z1) := \frac{c1(z1)}{m1} \quad b2(z2, m3) := \frac{c2(z2, m3)}{m2} \quad b3(z2, m3) := \frac{c3(z2, m3)}{m3}$$

$$N := 1000$$

$$f(t) := F \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$D(z_1, z_2, m_3, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{1}{m_1} \cdot [-b_1(z_1) \cdot (Y_1 - Y_3) - c_1(z_1) \cdot (Y_0 - Y_2)] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m_2} \cdot \begin{cases} -f(t) + b_1(z_1) \cdot (Y_1 - Y_3) + c_1(z_1) \cdot (Y_0 - Y_2) \dots \\ + \begin{cases} [b_2(z_2, m_3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c_2(z_2, m_3) \cdot (Y_2 - Y_4)] & \text{if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ [b_3(z_2, m_3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c_3(z_2, m_3) \cdot (Y_2 - Y_4)] & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \\ Y_5 \\ \frac{1}{m_3} \cdot \begin{cases} f(t) + \begin{cases} [b_2(z_2, m_3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c_2(z_2, m_3) \cdot (Y_2 - Y_4)] & \text{if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ [b_3(z_2, m_3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c_3(z_2, m_3) \cdot (Y_2 - Y_4)] & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \end{bmatrix}$$

$$X(z_1, z_2, m_3) := \text{Rkadapt} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, 0, 1, N, D(z_1, z_2, m_3) \right)$$

$$X_1(z_1, z_2, m_3) := \text{submatrix} \left(X(z_1, z_2, m_3), \frac{3}{4}N, N, 0, 6 \right) \quad t := X(1, 1, 1)^{\langle 0 \rangle} \quad i := 1.. \frac{\text{last}(t)}{4}$$

$$v_1(z_1, z_2, m_3) := X_1(z_1, z_2, m_3)^{\langle 2 \rangle} \quad v_2(z_1, z_2, m_3) := X_1(z_1, z_2, m_3)^{\langle 4 \rangle}$$

$$v_3(z_1, z_2, m_3) := X_1(z_1, z_2, m_3)^{\langle 6 \rangle} \quad x_2(z_1, z_2, m_3) := X_1(z_1, z_2, m_3)^{\langle 3 \rangle}$$

$$x_3(z_1, z_2, m_3) := X_1(z_1, z_2, m_3)^{\langle 5 \rangle} \quad a_1(z_1, z_2, m_3) := \begin{cases} v_1 \leftarrow v_1(z_1, z_2, m_3) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{4} \\ a_1_i \leftarrow \frac{v_1_i - v_1_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a_1 \end{cases}$$

$$v_1 m(z_1, z_2, m_3) := \max(v_1(z_1, z_2, m_3))$$

$$a_1 m(z_1, z_2, m_3) := \max(a_1(z_1, z_2, m_3))$$

$$z_1 := 1.5 \quad z_2 := 1.5 \quad m_3 := 2$$

Given

$$z_1 > 0 \quad z_2 > 0 \quad 0_2(z_1, z_2, m_3) = 1 - \frac{1}{z} \quad m_3 = 5 \quad p := \text{Maximize}(a_1 m, z_1, z_2, m_3)$$

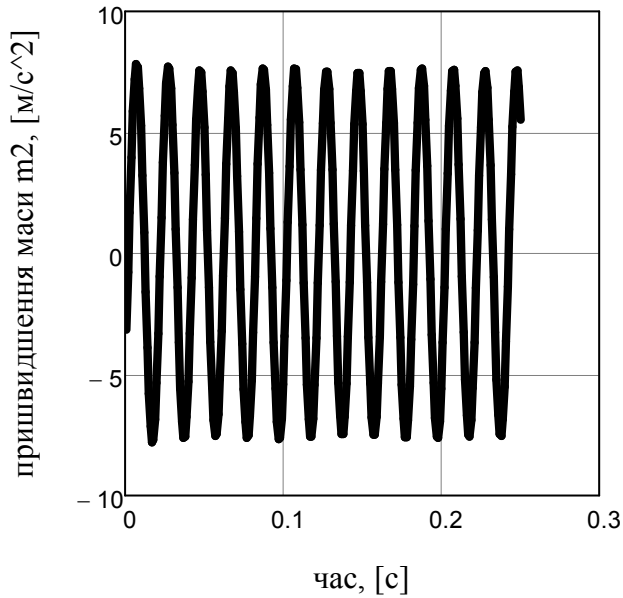
$$\underline{z_1} := p_0 \quad \underline{z_2} := p_1 \quad \underline{m_3} := p_2 \quad m_3 = 5$$

$$\frac{a_1 m(z_1, z_2, m_3)}{g} = 0.799 \frac{s^2}{m}$$

$$\max(x_2(z_1, z_2, m_3) + x_3(z_1, z_2, m_3)) = 1.066 \times 10^{-4}$$

$$\underline{a1} := \begin{cases} a1 \leftarrow a1(z_1, z_2, m_3) \\ a1 \end{cases}$$

$$i := 1.. \frac{\text{last}(t)}{4}$$



$$02(z_1, z_2, m_3) = 320.41 \quad 01(z_1, z_2, m_3) = 243.14$$

$$\underline{v2} := \begin{cases} v2 \leftarrow v2(z_1, z_2, m_3) \\ v2 \end{cases} \quad \underline{v3} := \begin{cases} v3 \leftarrow v3(z_1, z_2, m_3) \\ v3 \end{cases}$$

$$\underline{x2} := \begin{cases} x2 \leftarrow x2(z_1, z_2, m_3) \\ x2 \end{cases} \quad \underline{x3} := \begin{cases} x3 \leftarrow x3(z_1, z_2, m_3) \\ x3 \end{cases}$$

$$\underline{N}_i := f(t_i) \cdot (v_{2_i} - v_{3_i}) \quad \text{stdev}(N) = 1.07$$

$$F \equiv 22$$

$$\max(a1) = 7.836$$

$$\max(x_2 - x_3) \cdot 1000 = 0.4$$

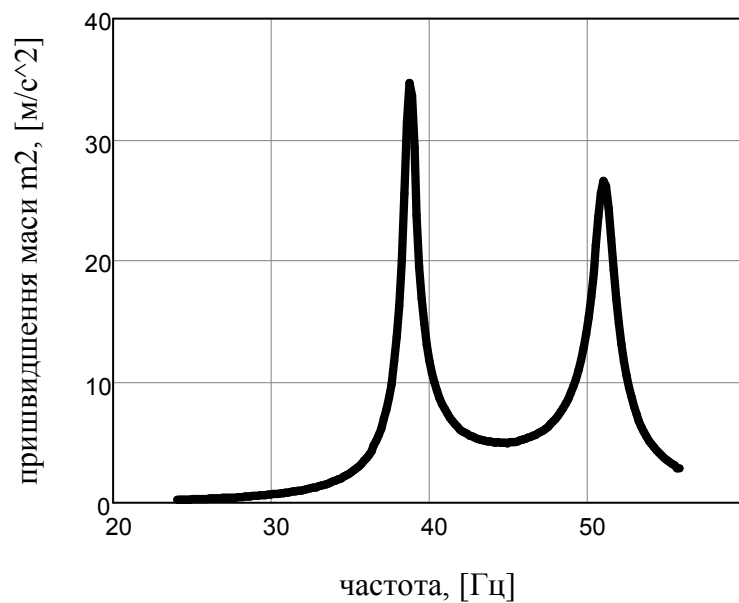
$$\frac{\max(a1)}{\text{stdev}(N)} = 7.32$$

$$D(1, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{1}{m_1} \cdot [-b_1(z_1) \cdot (Y_1 - Y_3) - c_1(z_1) \cdot (Y_0 - Y_2)] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m_2} \cdot \left[\begin{array}{l} -F \cdot \sin(1 \cdot t) + b_1(z_1) \cdot (Y_1 - Y_3) + c_1(z_1) \cdot (Y_0 - Y_2) \dots \\ + \left[\begin{array}{l} b_2(z_2, m_3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c_2(z_2, m_3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} b_3(z_2, m_3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c_3(z_2, m_3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ otherwise} \end{array} \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m_3} \cdot \left[\begin{array}{l} F \cdot \sin(1 \cdot t) + \left[\begin{array}{l} b_2(z_2, m_3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c_2(z_2, m_3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} b_3(z_2, m_3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c_3(z_2, m_3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ otherwise} \end{array} \right] \end{bmatrix}$$

$$X(1) := \text{Rkadapt} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, 0, 2, 1000, D(1) \right) \quad X1(1) := \text{submatrix} \left(X(1), \frac{3}{4} \cdot 1000, 1000, 0, 6 \right)$$

$$v1(1) := X1(1)^{(2)} \quad i := 1.. \frac{\text{last}(t)}{4} \quad j := 1..200 \quad l_j := 150 + 1 \cdot j \quad (v1_{l_j}) := (v1(1_j))$$

$$a1_{i,j} := \frac{(v1_{l_j})_i - (v1_{l_j})_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad a1_{m_j} := \max(a1_{i,j})$$



Додаток X

2. Синтез параметрів тримасових віброударних систем із обмеженням на інерційність

$$m_1 := 44 \quad m_2 := 83.4 \quad z := 0.98 \quad := 314 \quad 0 := \frac{\quad}{z} \quad := 0.025$$

$$c_1(z_1) := m_1 \cdot \left(\frac{\quad}{z_1}\right)^2 \quad c_2(z_2, m_3) := m_3 \cdot \left(\frac{\quad}{z_2}\right)^2 \quad c_3(z_2, m_3) := 4 \cdot c_2(z_2, m_3)$$

$$A(z_1, z_2, m_3) := \frac{c_1(z_1) + c_2(z_2, m_3)}{m_2} + \frac{c_1(z_1)}{m_1} + \frac{c_2(z_2, m_3)}{m_3}$$

$$B(z_1, z_2, m_3) := c_1(z_1) \cdot c_2(z_2, m_3) \cdot \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 \cdot m_2 \cdot m_3}$$

$$A_1(z_1, z_2, m_3) := \frac{c_1(z_1) + c_3(z_2, m_3)}{m_2} + \frac{c_1(z_1)}{m_1} + \frac{c_3(z_2, m_3)}{m_3}$$

$$B_1(z_1, z_2, m_3) := c_1(z_1) \cdot c_3(z_2, m_3) \cdot \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 \cdot m_2 \cdot m_3}$$

$$2_2(z_1, z_2, m_3) := \sqrt{\frac{A_1(z_1, z_2, m_3) - \sqrt{A_1(z_1, z_2, m_3)^2 - 4 \cdot B_1(z_1, z_2, m_3)}}{2}}$$

$$2_3(z_1, z_2, m_3) := \sqrt{\frac{A_1(z_1, z_2, m_3) + \sqrt{A_1(z_1, z_2, m_3)^2 - 4 \cdot B_1(z_1, z_2, m_3)}}{2}}$$

$$0_{23}(z_1, z_2, m_3) := \frac{2 \cdot 2_2(z_1, z_2, m_3) \cdot 2_3(z_1, z_2, m_3)}{2_2(z_1, z_2, m_3) + 2_3(z_1, z_2, m_3)}$$

$$0_1(z_1, z_2, m_3) := \sqrt{\frac{A(z_1, z_2, m_3) - \sqrt{A(z_1, z_2, m_3)^2 - 4 \cdot B(z_1, z_2, m_3)}}{2}}$$

$$0_2(z_1, z_2, m_3) := \sqrt{\frac{A(z_1, z_2, m_3) + \sqrt{A(z_1, z_2, m_3)^2 - 4 \cdot B(z_1, z_2, m_3)}}{2}}$$

$$b_1(z_1) := \frac{c_1(z_1)}{\quad} \quad b_2(z_2, m_3) := \frac{c_2(z_2, m_3)}{\quad} \quad b_3(z_2, m_3) := \frac{c_3(z_2, m_3)}{\quad}$$

$$N := 1000 \quad f(t) := F \cdot \sin(\quad \cdot t)$$

$$D(z1, z2, m3, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{1}{m1} \cdot [-b1(z1) \cdot (Y_1 - Y_3) - c1(z1) \cdot (Y_0 - Y_2)] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\begin{array}{l} -f(t) + b1(z1) \cdot (Y_1 - Y_3) + c1(z1) \cdot (Y_0 - Y_2) \dots \\ + - \left[\begin{array}{l} b2(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c2(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \\ b3(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c3(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} b2(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c2(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \\ b3(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c3(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ otherwise} \end{array} \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m3} \cdot \left[\begin{array}{l} f(t) + \left[\begin{array}{l} b2(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c2(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \\ b3(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c3(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} b2(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c2(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \\ b3(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c3(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ otherwise} \end{array} \right] \end{bmatrix}$$

$$X(z1, z2, m3) := \text{Rkadapt} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, N, D(z1, z2, m3) \right)$$

$$X1(z1, z2, m3) := \text{submatrix} \left(X(z1, z2, m3), \frac{3}{4}N, N, 0, 6 \right)$$

$$t := X(1, 1, 1)^{\langle 0 \rangle} \quad v1(z1, z2, m3) := X1(z1, z2, m3)^{\langle 2 \rangle} \quad v2(z1, z2, m3) := X1(z1, z2, m3)^{\langle 4 \rangle}$$

$$x2(z1, z2, m3) := X1(z1, z2, m3)^{\langle 3 \rangle} \quad x3(z1, z2, m3) := X1(z1, z2, m3)^{\langle 5 \rangle}$$

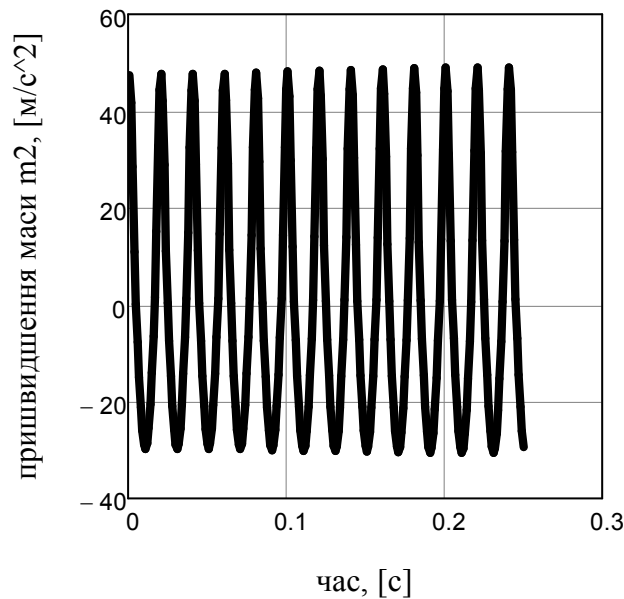
$$v3(z1, z2, m3) := X1(z1, z2, m3)^{\langle 6 \rangle} \quad a2(z1, z2, m3) := \left. \begin{array}{l} v2 \leftarrow v2(z1, z2, m3) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{4} \\ a2_i \leftarrow \frac{v2_i - v2_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a2 \end{array} \right|$$

$$z1 := 1.8 \quad z2 := 1.5 \quad m3 := 5$$

Given

$$023(z1, z2, m3) = \frac{z}{z} \quad z1 > 0 \quad z2 > 0 \quad m3 = 5 \quad p := \text{Maximize}(a2m, z1, z2, m3)$$

$$\underline{z1} := p_0 \quad \underline{z2} := p_1 \quad \underline{m3} := p_2 \quad a2m(z1, z2, m3) = 49.05 \quad \underline{a2} := \left. \begin{array}{l} a2 \leftarrow a2(z1, z2, m3) \\ a2 \end{array} \right| \quad i := 1.. \frac{\text{last}(t)}{4}$$



$$023(z1, z2, m3) = 320.408$$

$$02(z1, z2, m3) = 257.71$$

$$01(z1, z2, m3) = 220.6$$

$$22(z1, z2, m3) = 244.29$$

$$23(z1, z2, m3) = 465.45$$

$$\underline{v2} := \begin{cases} v2 \leftarrow v2(z1, z2, m3) \\ v2 \end{cases} \quad \underline{v3} := \begin{cases} v3 \leftarrow v3(z1, z2, m3) \\ v3 \end{cases}$$

$$\underline{N}_i := f(t_i) \cdot (v2_i - v3_i) \quad \text{stdev}(N) = 28.322$$

$$F \equiv 61 \quad \frac{\max(a2)}{\text{stdev}(N)} = 1.732$$

$$\frac{\max(a2)}{g} = 5.002 \frac{\text{с}^2}{\text{м}}$$

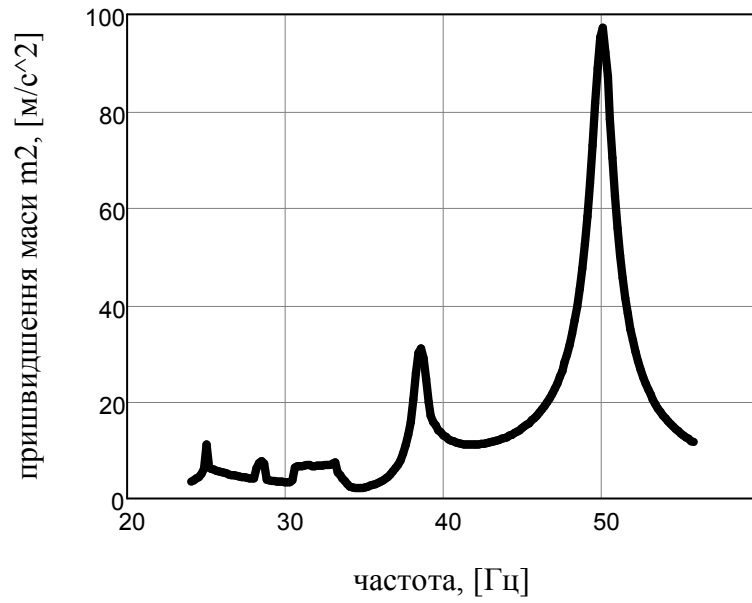
$$\max(x2(z1, z2, m3) + x3(z1, z2, m3)) \cdot 1000 = 2.2$$

$$\underline{D}(1, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{1}{m1} \cdot [-b1(z1) \cdot (Y_1 - Y_3) - c1(z1) \cdot (Y_0 - Y_2)] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m2} \cdot \left[\begin{array}{l} -F \cdot \sin(1 \cdot t) + b1(z1) \cdot (Y_1 - Y_3) + c1(z1) \cdot (Y_0 - Y_2) \dots \\ + - \left[\begin{array}{l} b2(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c2(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} b3(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c3(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ otherwise} \end{array} \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m3} \cdot \left[\begin{array}{l} F \cdot \sin(1 \cdot t) + \left[\begin{array}{l} b2(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c2(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} b3(z2, m3) \cdot (Y_3 - Y_5) + c3(z2, m3) \cdot (Y_2 - Y_4) \end{array} \right] \text{ otherwise} \end{array} \right] \end{array} \right]$$

$$\underline{X}(1) := \text{Rkadapt} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 2, 1000, \underline{D}(1) \right) \quad \underline{X1}(1) := \text{submatrix} \left(\underline{X}(1), \frac{3}{4} \cdot 1000, 1000, 0, 6 \right)$$

$$v2(i) := X1(i)^{4} \quad i := 1.. \frac{\text{last}(t)}{4} \quad j := 1..200 \quad 1_j := 150 + 1 \cdot j \quad (v2_j) := (v2(1_j))$$

$$a2_{i,j} := \frac{(v2_j)_i - (v2_j)_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad a2m_j := \max(a2_j)$$



Додаток X

3. Синтез параметрів тримасових віброударних систем із обмеженнями на кінематичні та динамічні характеристики

$$m_1 := 5 \quad m_2 := 83.4 \quad m_3 := 44 \quad z := 0.98 \quad c_{iz} := 20000 \quad := 314 \quad 0 := \frac{1}{z}$$

$$c_{iz2} := (m_1 + m_2 + m_3) \cdot (2 \cdot 0.5) \quad c_{iz2} = 4.159 \times 10^3 \quad c_1(z_1) := m_1 \cdot \left(\frac{1}{z_1}\right)^2 \quad c_2(z_2) := m_3 \cdot \left(\frac{1}{z_2}\right)^2$$

$$A(z_1, z_2) := \frac{c_1(z_1) + c_2(z_2)}{m_2} + \frac{c_1(z_1)}{m_1} + \frac{c_2(z_2)}{m_3} \quad B(z_1, z_2) := c_1(z_1) \cdot c_2(z_2) \cdot \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 \cdot m_2 \cdot m_3}$$

$$c_3(z_2, nc) := nc \cdot c_2(z_2)$$

$$A_1(z_1, z_2, nc) := \frac{c_1(z_1) + c_3(z_2, nc)}{m_2} + \frac{c_1(z_1)}{m_1} + \frac{c_3(z_2, nc)}{m_3}$$

$$B_1(z_1, z_2, nc) := c_1(z_1) \cdot c_3(z_2, nc) \cdot \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 \cdot m_2 \cdot m_3}$$

$$z_2(z_1, z_2, nc) := \sqrt{\frac{A_1(z_1, z_2, nc) - \sqrt{A_1(z_1, z_2, nc)^2 - 4 \cdot B_1(z_1, z_2, nc)}}{2}}$$

$$z_3(z_1, z_2, nc) := \sqrt{\frac{A_1(z_1, z_2, nc) + \sqrt{A_1(z_1, z_2, nc)^2 - 4 \cdot B_1(z_1, z_2, nc)}}{2}}$$

$$0_{23}(z_1, z_2, nc) := \frac{2 \cdot z_2(z_1, z_2, nc) \cdot z_3(z_1, z_2, nc)}{z_2(z_1, z_2, nc) + z_3(z_1, z_2, nc)}$$

$$0_1(z_1, z_2) := \sqrt{\frac{A(z_1, z_2) - \sqrt{A(z_1, z_2)^2 - 4 \cdot B(z_1, z_2)}}{2}}$$

$$0_2(z_1, z_2) := \sqrt{\frac{A(z_1, z_2) + \sqrt{A(z_1, z_2)^2 - 4 \cdot B(z_1, z_2)}}{2}}$$

$$m_1 := 0.15 \quad b_1 := 2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad b_2 := 2 \cdot \frac{m_2 \cdot m_3}{m_2 + m_3} \quad b_{iz} := \frac{c_{iz}}{z} \quad b_1 = 444.36 \quad b_2 = 2.713 \times 10^3$$

$$N := 1000 \quad F := 900 \quad f(t) := F \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot t\right)^4$$

$$D(z_1, z_2, nc, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{1}{m_1} \cdot [-b_1 \cdot (Y_1 - Y_3) - c_1(z_1) \cdot (Y_0 - Y_2)] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m_2} \cdot \left[\begin{array}{l} f(t) + b_1 \cdot (Y_1 - Y_3) - b_2 \cdot (Y_3 - Y_5) \dots \\ + c_1(z_1) \cdot (Y_0 - Y_2) - \left\{ \begin{array}{l} c_2(z_2) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ c_3(z_2, nc) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ otherwise} \end{array} \right. \end{array} \right] \\ Y_5 \\ \frac{1}{m_3} \cdot \left[\begin{array}{l} -f(t) + b_2 \cdot (Y_3 - Y_5) + \left\{ \begin{array}{l} c_2(z_2) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ if } Y_2 - Y_4 \geq 0 \\ c_3(z_2, nc) \cdot (Y_2 - Y_4) \text{ otherwise} \end{array} \right. \end{array} \right] \end{bmatrix}$$

$$X(z_1, z_2, nc) := \text{Rkadapt} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, N, D(z_1, z_2, nc) \right)$$

$$X_1(z_1, z_2, nc) := \text{submatrix} \left(X(z_1, z_2, nc), \frac{N}{2}, N, 0, 6 \right)$$

$$t := X(1, 1, 1)^{\langle 0 \rangle} \quad i := 1.. \frac{\text{last}(t)}{2}$$

$$x_1(z_1, z_2, nc) := X_1(z_1, z_2, nc)^{\langle 1 \rangle} \quad x_2(z_1, z_2, nc) := X_1(z_1, z_2, nc)^{\langle 3 \rangle} \quad x_3(z_1, z_2, nc) := X_1(z_1, z_2, nc)^{\langle 5 \rangle}$$

$$v_1(z_1, z_2, nc) := X_1(z_1, z_2, nc)^{\langle 2 \rangle} \quad v_2(z_1, z_2, nc) := X_1(z_1, z_2, nc)^{\langle 4 \rangle} \quad v_3(z_1, z_2, nc) := X_1(z_1, z_2, nc)^{\langle 6 \rangle}$$

$$a_2(z_1, z_2, nc) := \begin{array}{l} v_2 \leftarrow v_2(z_1, z_2, nc) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} \\ a_{2,i} \leftarrow \frac{v_{2,i} - v_{2,i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} v_{2m}(z_1, z_2, nc) := \max(v_2(z_1, z_2, nc)) \\ a_{2m}(z_1, z_2, nc) := \max(a_2(z_1, z_2, nc)) \\ ka(z_1, z_2, nc) := \frac{\max(a_2(z_1, z_2, nc))}{|\min(a_2(z_1, z_2, nc))|} \end{array}$$

$$p(z_1, z_2, nc) := \begin{array}{l} v_2 \leftarrow v_2(z_1, z_2, nc) \\ v_3 \leftarrow v_3(z_1, z_2, nc) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} \\ p_{2,i} \leftarrow F \cdot \sin \left(\frac{t_i}{2} \right) \cdot (v_{2,i} - v_{3,i}) \\ p_2 \end{array} \quad (z_1, z_2, nc) := \frac{\max(a_2(z_1, z_2, nc))}{\text{stdev}(p(z_1, z_2, nc))}$$

$$z1 := 1.5 \quad z2 := 1.5 \quad nc := 16$$

Given

$$55 < \frac{023(z1, z2, nc)}{2} < 60 \quad 40 < a2m(z1, z2, nc) < 50 \quad ka(z1, z2, nc) > 3$$

$$p1 := \text{Maximize}(, z1, z2, nc)$$

$$z1 := p1_0 \quad z2 := p1_1 \quad nc := p1_2$$

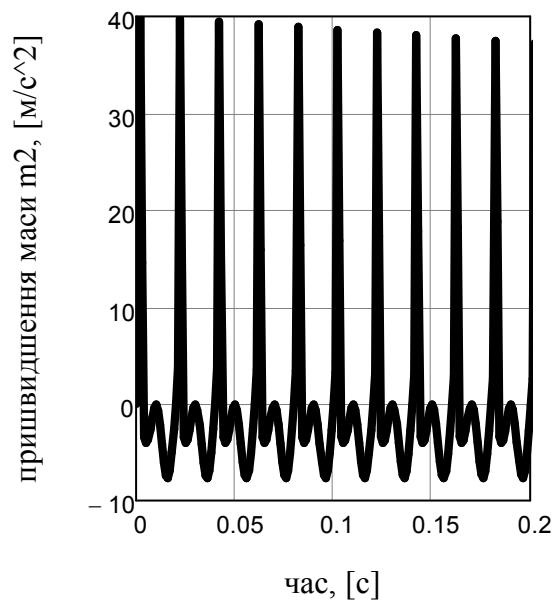
$$a2m(z1, z2, nc) = 40$$

$$(z1, z2, nc) = 3.377$$

$$\frac{023(z1, z2, nc) -}{2} = 5.025$$

$$ka(z1, z2, nc) = 5.175$$

$$c1(z1) = 1.787 \times 10^7 \quad c2(z2) = 2.315 \times 10^6 \quad c3(z2, nc) = 8.051 \times 10^7$$



$$\frac{023(z1, z2, nc)}{2} = 55$$

$$\frac{02(z1, z2)}{2} = 45.496$$

$$\frac{01(z1, z2)}{2} = 30.418$$

$$\frac{22(z1, z2, nc)}{2} = 30.669$$

$$\frac{23(z1, z2, nc)}{2} = 266.115$$

$$ka(z1, z2, nc) = 5.175$$

$$\text{stdev}(f(t)) = 327.996$$

$$\max(a2(z1, z2, nc)) = 40$$

Параметри електромагніта

$$U0 := 141 \quad u() := U0 \cdot \sin(\cdot) \quad Ron := 0.001 \quad Roff := 10^8$$

$$c1 := c1(z) \quad c2 := c2(z2) \quad c3 := c3(z2, nc) \quad c1 = 5.133 \times 10^5 \quad c2 = 2.315 \times 10^6 \quad c3 = 8.051 \times 10^7$$

Given

$$x1''() = \frac{1}{m1} \cdot [-c1 \cdot (x1() - x2()) - b1 \cdot (x1'() - x2'())]$$

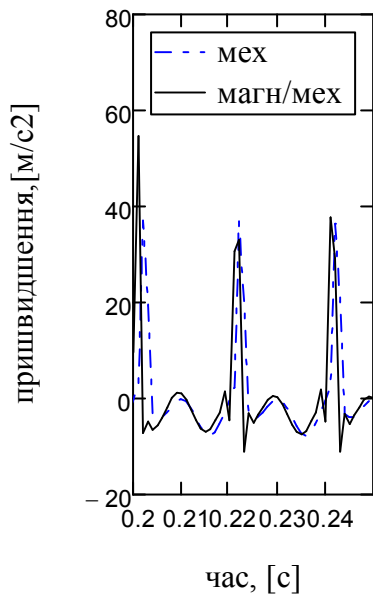
$$x2''() = \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{\Pi()}{-(x2() - x3())} \right]^2 - biz \cdot x2'() - ciz \cdot x2() + b1 \cdot (x1'() - x2'()) - b2 \cdot (x2'() - x3'()) \dots \right. \\ \left. + c1 \cdot (x1() - x2()) + \begin{cases} -c2 \cdot (x2() - x3()) & \text{if } x2() - x3() \geq 0 \\ -c3 \cdot (x2() - x3()) & \text{otherwise} \end{cases} \right]$$

$$x3''() = \frac{1}{m3} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{\Pi()}{-(x2() - x3())} \right]^2 + b2 \cdot (x2'() - x3'()) + \begin{cases} c2 \cdot (x2() - x3()) & \text{if } x2() - x3() \geq 0 \\ c3 \cdot (x2() - x3()) & \text{otherwise} \end{cases} \right]$$

$$\frac{k}{2 \cdot [- (x2() - x3())]} \cdot I1'() + \left[r + [(1 - (I1())) \cdot Roff + Ron] + \frac{k \cdot (x2'() - x3'())}{2 \cdot [- (x2() - x3())]^2} \right] \cdot I1() = U0 \cdot \sin(\cdot)$$

$x1(0) = 0 \quad x2(0) = 0 \quad x3(0) = 0 \quad x1'(0) = 0 \quad x2'(0) = 0 \quad x3'(0) = 0 \quad I1(0) = 0$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ I1 \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ I1 \end{pmatrix}, 2, 2000 \right] \quad := 0.2, 0.201.. 1.2$$



$$De() := n \frac{1}{2} \cdot r \cdot I1()^2$$

$$Dm() := \frac{1}{2} \cdot \left[b1 \cdot \left(\frac{d}{d} x1() - \frac{d}{d} x2() \right)^2 + b2 \cdot \left(\frac{d}{d} x2() - \frac{d}{d} x3() \right)^2 + b3 \cdot \left(\frac{d}{d} x3() \right)^2 \right]$$

$$F() := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I1()}{- (x2() - x3())} \right]^2$$

$$:= 1.1 \cdot \left[\int_{+0.02} (u() \cdot I1() \cdot n) d \right] = 0.369$$

$$\left[\int_{+0.02} (2 \cdot De() + 2 \cdot Dm()) d \right] = 0.369$$

$$:= \frac{\int_{+0.02} (2 \cdot Dm()) d}{\int_{+0.02} (2 \cdot De() + 2 \cdot Dm()) d} = 0.48$$

$$\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \int_{+0.02} (u() \cdot I1() \cdot n)^2 d} = 95.12$$

$a2() := \frac{d^2}{2} x2() \quad zzz := \text{Maximize}(a2,) \quad a2(zz) = 51.539 \quad zzz := (\text{Minimize}(a2,)) \quad a2(zzz) = -8.074$

$$a := \frac{a2(zz)}{\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \int_{+0.02} (u() \cdot I1() \cdot n)^2 d}} = 0.54$$

$$k_a := \frac{a2(zz)}{a2(zzz)} = -6.383$$

$$f := \frac{023(z1, z2, nc) -}{2}$$

$a = 0.54 \quad = 0.48 \quad k_a = -6.38 \quad f = 5.03$

Додаток X

4. Синтез двомасових віброударних систем із обмеженнями на кінематичні та динамічні характеристики

Вихідні дані: $\gamma := 2 \cdot 10^{-5}$ $m_1 := 83.4$ $m_2 := 44$ $z := 0.98$ $\beta := 0.15$

$$c_1(\gamma) := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \left(\frac{\gamma}{z} \right)^2 \quad c_2(\gamma, \beta) := \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \left[\gamma \cdot \left(\frac{\gamma}{z} \right) \right]^2 \quad c_{iz} := 20000$$

$$b := 2 \cdot \frac{(m_1) \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \gamma \quad b = 2.715 \times 10^3 \quad F_0 := 900$$

$$D(\gamma, \beta, t, Y) := \begin{bmatrix} Y_1 \\ \frac{1}{m_1} \cdot \left[F_0 \cdot \sin\left(\frac{t}{2} \right)^4 - c_{iz} \cdot Y_0 - b \cdot (Y_1 - Y_3) + \begin{cases} -c_1(\gamma) \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{if } Y_0 - Y_2 > 0 \\ -c_2(\gamma, \beta) \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{otherwise} \end{cases} \right] \\ Y_3 \\ \frac{1}{m_2} \cdot \left[-F_0 \cdot \sin\left(\frac{t}{2} \right)^4 + b \cdot (Y_1 - Y_3) + \begin{cases} c_1(\gamma) \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{if } Y_0 - Y_2 > 0 \\ c_2(\gamma, \beta) \cdot (Y_0 - Y_2) & \text{otherwise} \end{cases} \right] \end{bmatrix}$$

$$X(\gamma, \beta) := \text{Rkadapt} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, 0, 1, 1000, D(\gamma, \beta) \right)$$

$$t := X(0.75, 2)^{\langle 0 \rangle} \quad x_{11}(\gamma, \beta) := X(\gamma, \beta)^{\langle 1 \rangle} \quad x_{22}(\gamma, \beta) := X(\gamma, \beta)^{\langle 3 \rangle} \\ v_{11}(\gamma, \beta) := X(\gamma, \beta)^{\langle 2 \rangle} \quad v_{22}(\gamma, \beta) := X(\gamma, \beta)^{\langle 4 \rangle}$$

$$v_1(\gamma, \beta) := \text{submatrix} \left(v_{11}(\gamma, \beta), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right) \quad x_1(\gamma, \beta) := \text{submatrix} \left(x_{11}(\gamma, \beta), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right)$$

$$v_2(\gamma, \beta) := \text{submatrix} \left(v_{22}(\gamma, \beta), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right) \quad x_2(\gamma, \beta) := \text{submatrix} \left(x_{22}(\gamma, \beta), \frac{1000}{2}, 1000, 0, 0 \right)$$

$$v_{1m}(\gamma, \beta) := \max(v_1(\gamma, \beta))$$

$$a_1(\gamma, \beta) := \begin{cases} v_1 \leftarrow v_1(\gamma, \beta) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} \\ a_{1i} \leftarrow \frac{v_{1i} - v_{1i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ a_1 \end{cases} \quad p(\gamma, \beta) := \begin{cases} v_1 \leftarrow v_1(\gamma, \beta) \\ v_2 \leftarrow v_2(\gamma, \beta) \\ \text{for } i \in 1.. \frac{\text{last}(t)}{2} \\ p_{2i} \leftarrow F_0 \cdot \sin\left(\frac{t_i}{2} \right)^4 \cdot (v_{1i} - v_{2i}) \\ p_2 \end{cases}$$

$$a_{1\min}(\gamma, \beta) := |\min(a_1(\gamma, \beta))| \quad a_{1\max}(\gamma, \beta) := \max(a_1(\gamma, \beta)) \quad p_d(\gamma, \beta) := \text{stdev}(p(\gamma, \beta))$$

$$ka(\omega, z) := \frac{\max(a1(\omega, z))}{|\min(a1(\omega, z))|} \quad a(\omega, z) := \frac{a1\max(\omega, z)}{pd(\omega, z)}$$

$$o1(\omega) := \sqrt{\frac{c1(\omega)}{\frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2}}} \quad o2(\omega) := \sqrt{\frac{c2(\omega)}{\frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2}}} \quad o(\omega, z) := \frac{2 \cdot \dots}{z \cdot (\dots + 1)}$$

$$:= 0.6$$

$$:= 5$$

Given

$$55 < \frac{o(\omega, z)}{2} < 60 \quad ka(\omega, z) > 3 \quad 40 < a1\max(\omega, z) < 50$$

$$p := \text{Maximize}(a, \omega, z) \quad p_0 := p_0 = 0.7 \quad p_1 := p_1 = 5.3$$

$$a(\omega, z) = 1.152$$

$$a1\max(\omega, z) = 50$$

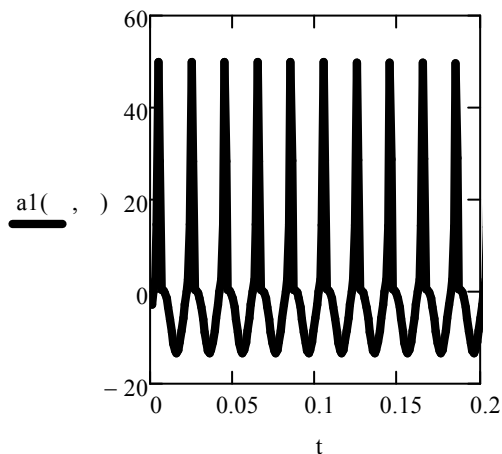
$$\frac{o(\omega, z) - \dots}{2} = 9.999$$

$$ka(\omega, z) = 3.746$$

$$c1 := \frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2} \cdot \left(\frac{\dots}{z}\right)^2 \quad c1 = 1.446 \times 10^6 \quad c2 := \frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2} \cdot \left(\frac{\dots}{z}\right)^2 \quad c2 = 4.058 \times 10^7 \quad \frac{c2}{c1} = 28.062$$

$$2 = 28.062 \quad o1 := \sqrt{\frac{c1}{\frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2}}} \quad o2 := \sqrt{\frac{c2}{\frac{(m1) \cdot m2}{m1 + m2}}} \quad o := \frac{2 \cdot o1 \cdot o2}{o1 + o2} \quad \frac{o}{2} = 59.999$$

$$fd := \frac{o}{(2 \cdot \dots)} \cdot \sqrt{1 - \dots^2} \quad fd = 59.32$$



Параметри електромагніта

$$U0 := 139$$

$$u(\omega) := U0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$Ron := 0.001$$

$$Roff := 10^8$$

Given

$$x1''(\tau) = \frac{1}{m1} \cdot \left[\frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I1(\tau)}{-(x1(\tau) - x2(\tau))} \right]^2 - c1z \cdot x1(\tau) + -b \cdot (x1'(\tau) - x2'(\tau)) \dots \right. \\ \left. + \begin{cases} -c1 \cdot (x1(\tau) - x2(\tau)) & \text{if } x1(\tau) - x2(\tau) \geq 0 \\ -c2 \cdot (x1(\tau) - x2(\tau)) & \text{otherwise} \end{cases} \right]$$

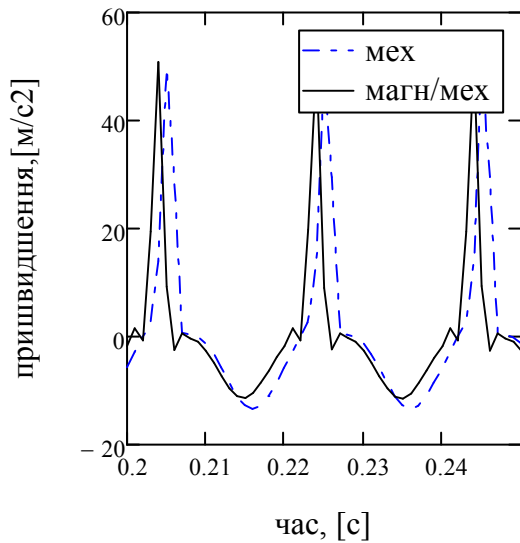
$$x2''(\tau) = \frac{1}{m2} \cdot \left[\frac{-k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I1(\tau)}{-(x1(\tau) - x2(\tau))} \right]^2 + b \cdot (x1'(\tau) - x2'(\tau)) \dots \right. \\ \left. + \begin{cases} c1 \cdot (x1(\tau) - x2(\tau)) & \text{if } x1(\tau) - x2(\tau) \geq 0 \\ c2 \cdot (x1(\tau) - x2(\tau)) & \text{otherwise} \end{cases} \right]$$

$$\frac{k}{2 \cdot [-(x1(\tau) - x2(\tau))]} \cdot I1'(\tau) + \left[r + [(1 - (I1(\tau))) \cdot Roff + Ron] \dots \right] \cdot I1(\tau) = U0 \cdot \sin(\tau)$$

$$+ \frac{k \cdot (x1'(\tau) - x2'(\tau))}{2 \cdot [-(x1(\tau) - x2(\tau))]^2}$$

$x1(0) = 0 \quad x2(0) = 0 \quad I1(0) = 0 \quad x1'(0) = 0 \quad x2'(0) = 0$

$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ I1 \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ I1 \end{pmatrix}, \tau, 2, 2000 \right] \quad \tau := 0.2, 0.201 \dots 1.2 \quad F(\tau) := \frac{k \cdot n}{4} \cdot \left[\frac{I1(\tau)}{-(x1(\tau) - x2(\tau))} \right]^2$



$De(\tau) := n \cdot \frac{1}{2} \cdot r \cdot I1(\tau)^2$

$Dm(\tau) := \frac{1}{2} \cdot \left[b \cdot \left(\frac{d}{d} x1(\tau) - \frac{d}{d} x2(\tau) \right)^2 \right]$

$\tau := 1.1$

$\left[\int_{\tau}^{+0.02} (u(\tau) \cdot I1(\tau) \cdot n) d\tau \right] = 0.876$

$\left[\int_{\tau}^{+0.02} (2 \cdot De(\tau) + 2 \cdot Dm(\tau)) d\tau \right] = 0.882$

$\frac{\int_{\tau}^{+0.02} (2 \cdot Dm(\tau)) d\tau}{\left[\int_{\tau}^{+0.02} (2 \cdot De(\tau) + 2 \cdot Dm(\tau)) d\tau \right]} = 0.5$

$\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \int_{\tau}^{+0.02} (u(\tau) \cdot I1(\tau) \cdot n)^2 d\tau} = 146.54$

$a1(\tau) := \frac{d^2}{2} x1(\tau) \quad zz := \text{Maximize}(a1, \tau) \quad a1(zz) = 51.62 \quad zzz := (\text{Minimize}(a1, \tau)) \quad a1(zzz) = -11.518$

$k_a := \frac{a1(zz)}{a1(zzz)} = -4.481$

$a := \frac{a1(zz)}{\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \int_{\tau}^{+0.02} (u(\tau) \cdot I1(\tau) \cdot n)^2 d\tau}} = 0.35$

$f := \frac{0 -}{2} = 9.999$

$a = 0.35$

Додаток Ц

1. Силовий аналіз плоскої пружини віброударної резонансної системи

$$\underline{m} := 314 \quad m1 := 20 \quad \underline{L} := 0.5 \quad EJ := \frac{m1 \cdot L^3 \cdot 2}{192} \quad E := 2.05 \cdot 10^{11} \quad EJ = 1283.8 \quad \underline{y} := 0.24 \cdot 10^{-3}$$

$$b := 0.080 \quad \underline{J} := \frac{EJ}{E} \quad h := \sqrt[3]{\frac{12 \cdot J}{b}}$$

$$l2 := \frac{L^2}{64 \cdot L \cdot \sqrt[3]{\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)}{256}}} + L \cdot \sqrt[3]{\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)}{256}}$$

$$l1 := \frac{12 \cdot (128 \cdot l2^3 - 4 \cdot L^3)}{L^3 - 128 \cdot l2^3}$$

$$\underline{C} := EJ \cdot \begin{pmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & \frac{-12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} & \frac{-6}{L^2} & \frac{2}{L} \\ \frac{-12}{L^3} & \frac{-6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & \frac{-6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} & \frac{-6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{pmatrix} \quad C1 := EJ \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{l1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C2 := EJ \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{l2} & \frac{-6}{l2^2} & \frac{2}{l2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-6}{l2^2} & \frac{12}{l2^3} & \frac{-6}{l2^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{l2} & \frac{-6}{l2^2} & \frac{4}{l2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C3 := EJ \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{l2^3} & \frac{6}{l2^2} & 0 & \frac{6}{l2^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{l2^2} & \frac{4}{l2} & 0 & \frac{2}{l2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{l2^2} & \frac{2}{l2} & 0 & \frac{4}{l2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$c_{II} := \frac{6 \cdot EJ \cdot (11 + 4 \cdot l2)}{l2^3 \cdot (11 + l2)}$$

$$c_I := \frac{192 \cdot EJ}{L^3}$$

$$PP := c_{II} \cdot y$$

$$C4 := EJ \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad K := C1 + C2 + C3 + C4 \quad P := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ PP \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$X := K^{-1} \cdot P \quad X =$$

	1	
1		0
2		0
3		0
4		$1.183 \cdot 10^{-3}$
5		$2.4 \cdot 10^{-4}$
6		0
7		0
8		$-1.183 \cdot 10^{-3}$
9		0
10		0

$$X1 := \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix} \quad X2 := \begin{pmatrix} X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} \quad X3 := \begin{pmatrix} X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{pmatrix} \quad X4 := \begin{pmatrix} X_7 \\ X_8 \\ X_9 \\ X_{10} \end{pmatrix}$$

$$R1 := EJ \cdot \begin{pmatrix} \frac{12}{11^3} & \frac{6}{11^2} & \frac{-12}{11^3} & \frac{6}{11^2} \\ \frac{6}{11^2} & \frac{4}{11} & \frac{-6}{11^2} & \frac{2}{11} \\ \frac{-12}{11^3} & \frac{6}{11^2} & \frac{12}{11^3} & \frac{-6}{11^2} \\ \frac{6}{11^2} & \frac{2}{11} & \frac{-6}{11^2} & \frac{4}{11} \end{pmatrix} \cdot X1 \quad R1 = \begin{pmatrix} 716.763 \\ 26.941 \\ -716.763 \\ 53.882 \end{pmatrix}$$

$$R2 := EJ \cdot \begin{pmatrix} \frac{12}{12^3} & \frac{6}{12^2} & \frac{-12}{12^3} & \frac{6}{12^2} \\ \frac{6}{12^2} & \frac{4}{12} & \frac{-6}{12^2} & \frac{2}{12} \\ \frac{-12}{12^3} & \frac{6}{12^2} & \frac{12}{12^3} & \frac{-6}{12^2} \\ \frac{6}{12^2} & \frac{2}{12} & \frac{-6}{12^2} & \frac{4}{12} \end{pmatrix} \cdot X2 \quad R2 = \begin{pmatrix} -946.522 \\ -53.882 \\ 946.522 \\ -76.018 \end{pmatrix}$$

$$R3 := EJ \cdot \begin{pmatrix} \frac{12}{12^3} & \frac{6}{12^2} & \frac{-12}{12^3} & \frac{6}{12^2} \\ \frac{6}{12^2} & \frac{4}{12} & \frac{-6}{12^2} & \frac{2}{12} \\ \frac{-12}{12^3} & \frac{6}{12^2} & \frac{12}{12^3} & \frac{-6}{12^2} \\ \frac{6}{12^2} & \frac{2}{12} & \frac{-6}{12^2} & \frac{4}{12} \end{pmatrix} \cdot X3 \quad R3 = \begin{pmatrix} 946.522 \\ 76.018 \\ -946.522 \\ 53.882 \end{pmatrix}$$

$$R4 := EJ \cdot \begin{pmatrix} \frac{12}{11^3} & \frac{6}{11^2} & \frac{-12}{11^3} & \frac{6}{11^2} \\ \frac{6}{11^2} & \frac{4}{11} & \frac{-6}{11^2} & \frac{2}{11} \\ \frac{-12}{11^3} & \frac{6}{11^2} & \frac{12}{11^3} & \frac{-6}{11^2} \\ \frac{6}{11^2} & \frac{2}{11} & \frac{-6}{11^2} & \frac{4}{11} \end{pmatrix} \cdot X4 \quad R4 = \begin{pmatrix} -716.763 \\ -53.882 \\ 716.763 \\ -26.941 \end{pmatrix}$$

$$y1(x) := \begin{bmatrix} \frac{1}{11^3} \cdot (2 \cdot x^3 - 3 \cdot 11 \cdot x^2 + 11^3) \\ \frac{1}{11^2} \cdot (x^3 - 2 \cdot 11 \cdot x^2 + 11^2 \cdot x) \\ \frac{1}{11^3} \cdot (-2 \cdot x^3 + 3 \cdot 11 \cdot x^2) \\ \frac{1}{11^2} \cdot (x^3 - 11 \cdot x^2) \end{bmatrix}^T \cdot X1 \quad y2(x) := \begin{bmatrix} \frac{1}{12^3} \cdot [2 \cdot (x - 11)^3 - 3 \cdot 12 \cdot (x - 11)^2 + 12^3] \\ \frac{1}{12^2} \cdot [(x - 11)^3 - 2 \cdot 12 \cdot (x - 11)^2 + 12^2 \cdot (x - 11)] \\ \frac{1}{12^3} \cdot [-2 \cdot (x - 11)^3 + 3 \cdot 12 \cdot (x - 11)^2] \\ \frac{1}{12^2} \cdot [(x - 11)^3 - 12 \cdot (x - 11)^2] \end{bmatrix}^T \cdot X2$$

$$y3(x) := \begin{bmatrix} \frac{1}{12^3} \cdot [2 \cdot [x - (11 + 12)]^3 - 3 \cdot 12 \cdot [x - (11 + 12)]^2 + 12^3] \\ \frac{1}{12^2} \cdot [[x - (11 + 12)]^3 - 2 \cdot 12 \cdot [x - (11 + 12)]^2 + 12^2 \cdot [x - (11 + 12)]] \\ \frac{1}{12^3} \cdot [-2 \cdot [x - (11 + 12)]^3 + 3 \cdot 12 \cdot [x - (11 + 12)]^2] \\ \frac{1}{12^2} \cdot [[x - (11 + 12)]^3 - 12 \cdot [x - (11 + 12)]^2] \end{bmatrix}^T \cdot X3$$

$$y4(x) := \begin{bmatrix} \frac{1}{11^3} \cdot [2 \cdot [x - (11 + 2 \cdot 12)]^3 - 3 \cdot 11 \cdot [x - (11 + 2 \cdot 12)]^2 + 11^3] \\ \frac{1}{11^2} \cdot [[x - (11 + 2 \cdot 12)]^3 - 2 \cdot 11 \cdot [x - (11 + 2 \cdot 12)]^2 + 11^2 \cdot [x - (11 + 2 \cdot 12)]] \\ \frac{1}{11^3} \cdot [-2 \cdot [x - (11 + 2 \cdot 12)]^3 + 3 \cdot 11 \cdot [x - (11 + 2 \cdot 12)]^2] \\ \frac{1}{11^2} \cdot [[x - (11 + 2 \cdot 12)]^3 - 11 \cdot [x - (11 + 2 \cdot 12)]^2] \end{bmatrix}^T \cdot X4$$

$$x := 0, 0.001 \dots 211 + 212$$

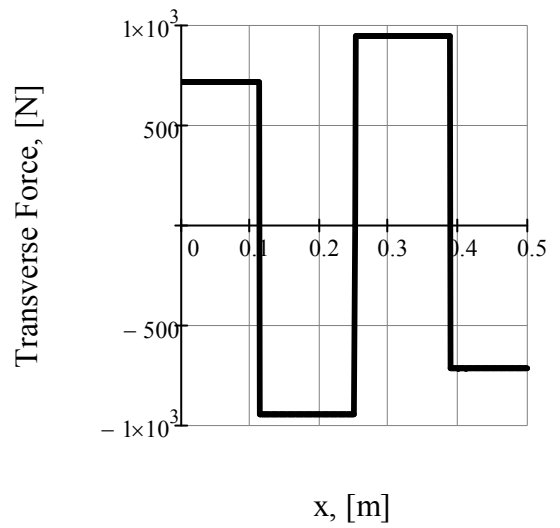
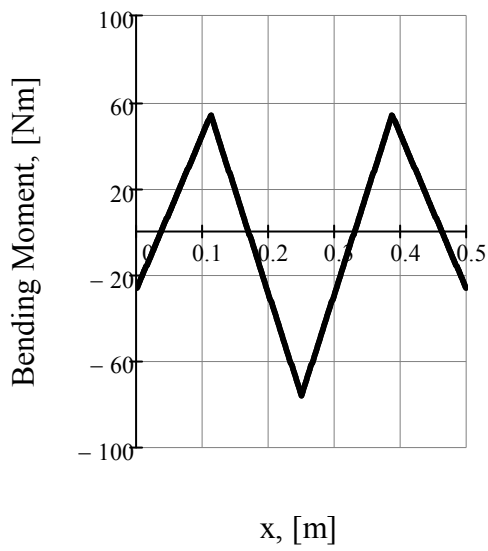
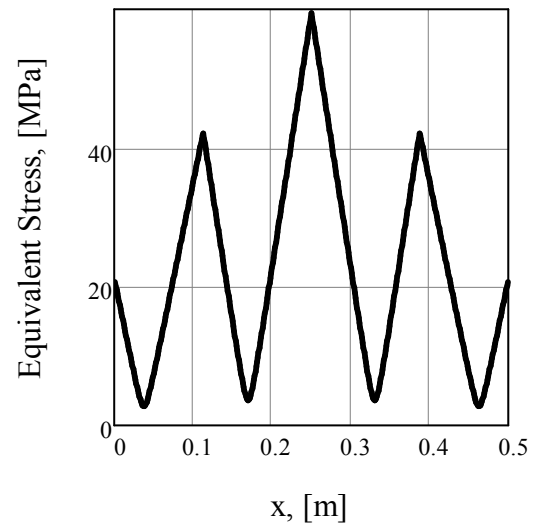
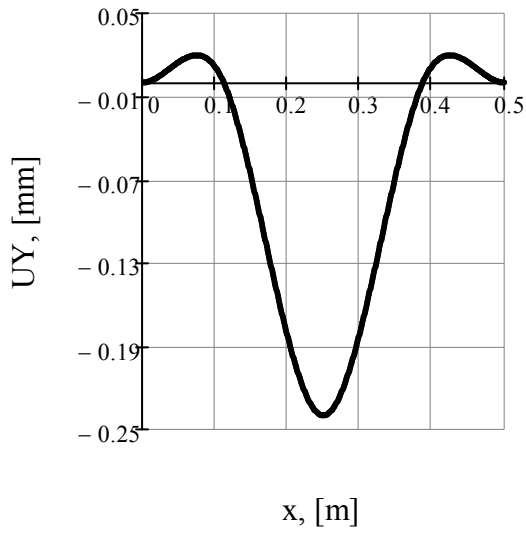
$$Q_{\max} := |R1_3 + R2_1| = 1.663 \times 10^3$$

$$\frac{PP \cdot (11^2 + 4 \cdot 11 \cdot 12 + 3 \cdot 12^2)}{2 \cdot 11 \cdot (11 + 4 \cdot 12)} = 1.663 \times 10^3$$

$$y(x) := \begin{cases} y1(x) & \text{if } 0 < x \leq 11 \\ y2(x) & \text{if } 11 < x \leq 11 + 12 \\ y3(x) & \text{if } 11 + 12 < x \leq 11 + 2 \cdot 12 \\ y4(x) & \text{if } 11 + 2 \cdot 12 < x \leq 211 + 212 \end{cases} \quad PP = 1.893 \times 10^3 \quad R2_3 + R3_1 = 1.893 \times 10^3$$

$$\underline{W} := \frac{b \cdot h^2}{6} \quad \underline{S} := \frac{b \cdot h^2}{8} \quad M(x) := EJ \cdot \frac{d^2}{dx^2} y(x) \quad Q(x) := EJ \cdot \frac{d^3}{dx^3} y(x) \quad (x) := \frac{Q(x) \cdot S}{b \cdot J} \quad (x) := \frac{M(x)}{W}$$

$$\Pi(x) := \sqrt{(x)^2 + 4 \cdot (x)^2}$$



$$\frac{III(0.25)}{10^6} = 59.441$$

Додаток Ц

2. Розрахунок напруженого стану контактної задачі плоска пружина-циліндричний упор

$$d_1 := 12\text{mm} \quad d_2 := \infty\text{mm} \quad b := 80\text{mm} \quad \nu_1 := 0.292 \quad E_1 := 2 \cdot 10^5 \text{MPa} \quad \nu_2 := 0.292 \quad E_2 := 2 \cdot 10^5 \text{MPa}$$

$$F := 1663\text{N} \quad K_t := \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot b} \cdot \frac{\frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2}}{\frac{1}{d_1}}} \quad K_t = 9.346 \times 10^{-4} \cdot \frac{\text{mm}}{\sqrt{\text{N}}} \quad t := K_t \cdot \sqrt{F} \quad t = 0.038 \cdot \text{mm}$$

$$p_{\max} := \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot t \cdot b} \quad p_{\max} = 347.218 \cdot \text{MPa} \quad \zeta_b(y) := \frac{y}{t}$$

$$\sigma_z(y) := -2 \cdot \nu_1 \cdot p_{\max} \cdot \left(\sqrt{1 + \zeta_b(y)^2} - |\zeta_b(y)| \right) \quad \sigma_2(y) := \sigma_z(y)$$

$$\sigma_x(y) := -p_{\max} \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot \zeta_b(y)^2}{\sqrt{1 + \zeta_b(y)^2}} - 2 \cdot |\zeta_b(y)| \right) \quad \sigma_1(y) := \sigma_x(y)$$

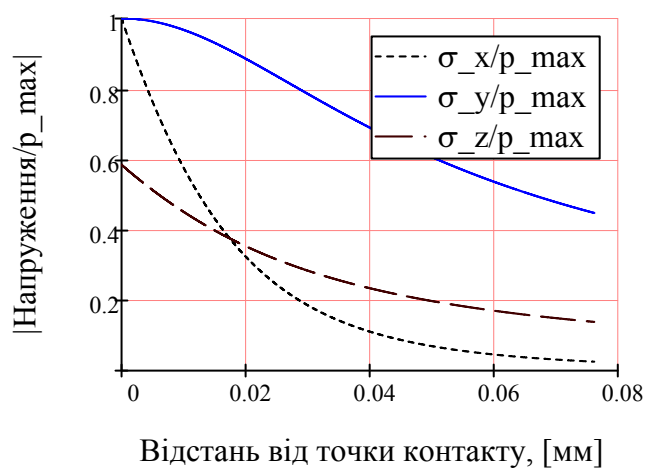
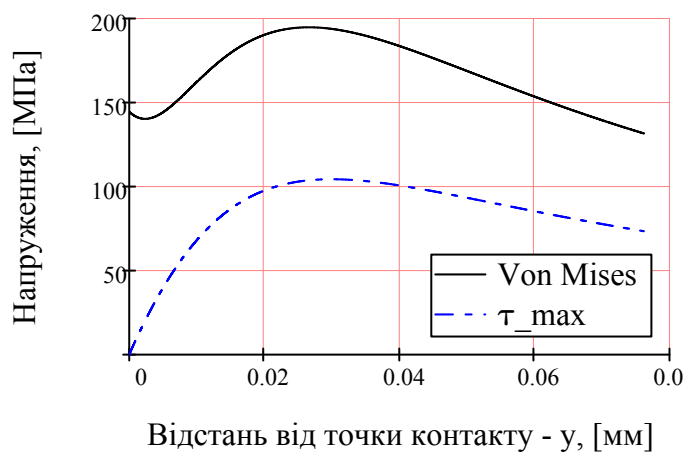
$$\sigma_y(y) := -p_{\max} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_b(y)^2}} \right) \quad \sigma_3(y) := \sigma_y(y)$$

$$\tau_{\max}(y) := \frac{\sigma_1(y) - \sigma_3(y)}{2} \quad \sigma_{\max\text{III}}(y) := \sigma_1(y) - \sigma_3(y)$$

$$\sigma_{\max\text{IV}}(y) := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left[(\sigma_1(y) - \sigma_2(y))^2 + (\sigma_2(y) - \sigma_3(y))^2 + (\sigma_3(y) - \sigma_1(y))^2 \right]}$$

$$\sigma_m := 0.418 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_1}{b \cdot \frac{d_1}{2}}} \quad \sigma_m = 347.95 \cdot \text{MPa} \quad m_{\text{IV}} := 0.6 \quad m_{\text{III}} := 0.557 \quad \sigma_{e\text{III}} := m_{\text{III}} \cdot \sigma_m \quad \sigma_{e\text{IV}} := m_{\text{IV}} \cdot \sigma_m$$

$$\sigma_{e\text{III}} = 193.808 \cdot \text{MPa} \quad \sigma_{e\text{IV}} = 208.77 \cdot \text{MPa} \quad y := 0, 0.0001 \cdot t \dots 2 \cdot t$$



Додаток Ц

3. Динаміка напруженого стану плоскої пружини та розрахунок коефіцієнта запасу міцності

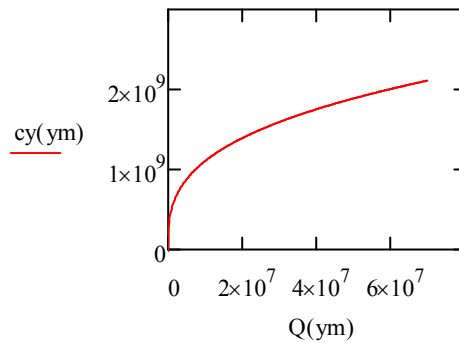
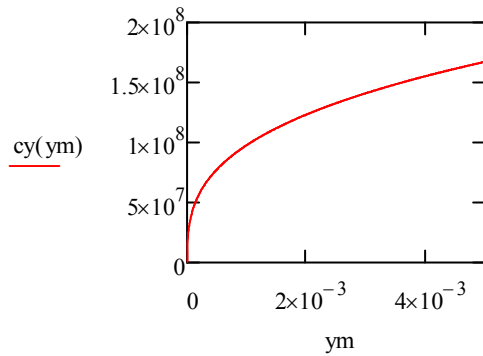
$$\gamma := 314 \quad m1 := 20 \quad I := 0.5 \quad EJ := \frac{m1 \cdot L^3 \cdot \gamma^2}{192} \quad E := 2.05 \cdot 10^{11} \quad EJ = 1.284 \times 10^3 \quad b := 0.080 \quad J := \frac{EJ}{E}$$

$$L2 := 0.274 \cdot L \quad L2 = 0.137 \quad h := \sqrt[3]{\frac{12 \cdot J}{b}} \quad h = 9.79 \times 10^{-3} \quad W := \frac{b \cdot h^2}{6} \quad L1 := \frac{L}{2} - L2 \quad L1 = 0.113$$

$$\frac{192 \cdot EJ}{L^3} = 1.972 \times 10^6 \quad m1 \cdot \gamma^2 = 1.972 \times 10^6 \quad R := 0.006 \quad c_{II} := \frac{6 \cdot EJ \cdot (L1 + 4 \cdot L2)}{L2^3 \cdot (L1 + L2)} \quad c_{II} = 7.92 \times 10^6$$

$$Q(y_m) := \frac{c_{II} \cdot y_m \cdot (L1^2 + 4 \cdot L1 \cdot L2 + 3 \cdot L2^2)}{2 \cdot L1 \cdot (L1 + 4 \cdot L2)} \quad cy(y_m) := 0.81 \cdot \sqrt[3]{Q(y_m) \cdot R \cdot E^2} \quad := 7800 \quad M_{np} := b \cdot h \cdot L$$

$$M_{np} = 3.056$$



$$:= 0.15 \quad b1 := 2 \cdot m1 \cdot \gamma \quad b1 = 1.884 \times 10^3 \quad F := 600 \quad f(t) := \frac{F}{m1} \cdot \sin(\gamma \cdot t) \quad n := \frac{b1}{2 \cdot m1}$$

$$Q(0.24 \cdot 10^{-3}) = 1.667 \times 10^3 \quad cy(y_m) := 0.81 \cdot \sqrt[3]{\frac{c_{II} \cdot y_m \cdot (L1^2 + 4 \cdot L1 \cdot L2 + 3 \cdot L2^2)}{2 \cdot L1 \cdot (L1 + 4 \cdot L2)} \cdot R \cdot E^2}$$

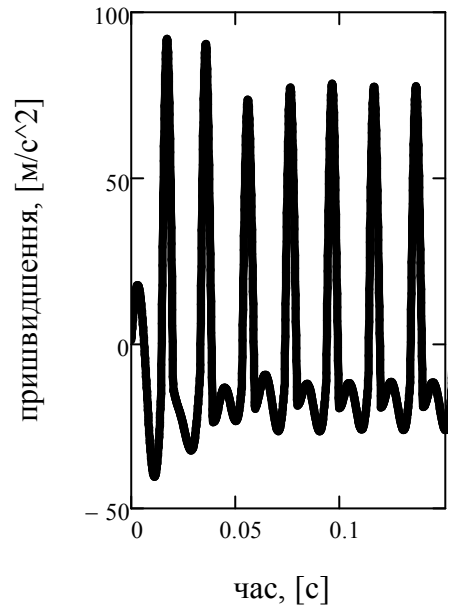
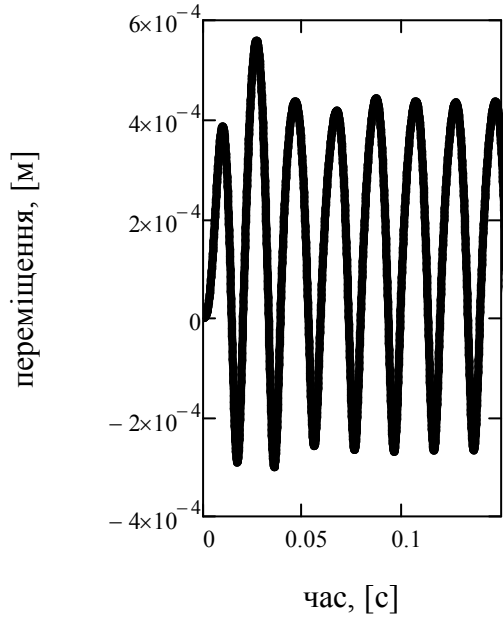
$$o_{II} := \sqrt{\frac{6 \cdot EJ \cdot (L1 + 4 \cdot L2)}{L2^3 \cdot m1 \cdot (L1 + L2)}} \quad o_I := \sqrt{\frac{192 \cdot EJ}{L^3 \cdot m1}} \quad c_I := \frac{192 \cdot EJ}{L^3} \quad \frac{o_{II}}{o_I} = 2.004$$

Given

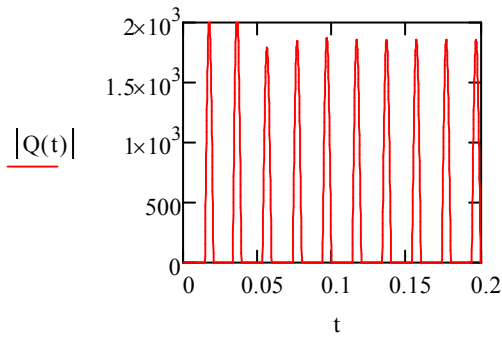
$$y2''(t) + 2 \cdot n \cdot y2'(t) + \begin{cases} o_I^2 \cdot y2(t) & \text{if } y2(t) \geq 0 \\ (o_{II})^2 \cdot y2(t) & \text{otherwise} \end{cases} = f(t)$$

$$y2(0) = 0 \quad y2'(0) = 0$$

$$y2 := \text{Odesolve}(t, 0.2, 1000) \quad t := 0, 0.0001 .. 0.2$$

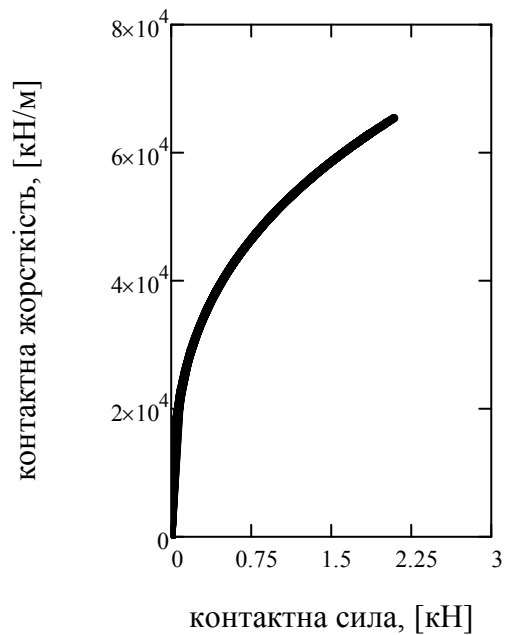
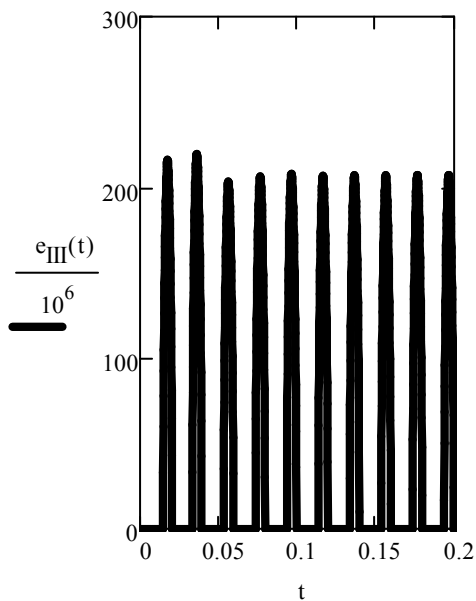


$$i(t) := \begin{cases} (0I) & \text{if } y_2(t) \geq 0 \\ (0II) & \text{otherwise} \end{cases} \quad Q(t) := \begin{cases} \frac{c_{II} \cdot y_2(t) \cdot (L_1^2 + 4 \cdot L_1 \cdot L_2 + 3 \cdot L_2^2)}{2 \cdot L_1 \cdot (L_1 + 4 \cdot L_2)} & \text{if } y_2(t) < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad c_{IV}(t) := 0.81 \cdot \sqrt[3]{Q(t) \cdot R \cdot E}$$



$$d_1 := 12 \times 10^{-3} \quad d_2 := \text{mm} \quad b_{II} := 80 \cdot 10^{-3} \\ z := 0.292 \quad E_2 := 2 \cdot 10^{11} \quad \nu := 0.292$$

$$m(t) := 0.418 \cdot \sqrt{\frac{|Q(t)| \cdot E}{b \cdot R}} \quad m_{III} := 0.557 \quad e_{III}(t) := m_{III} \cdot m(t)$$

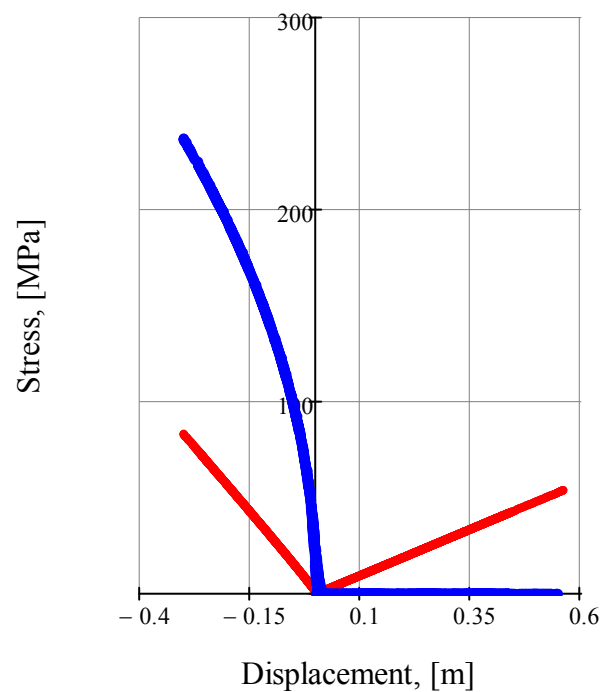
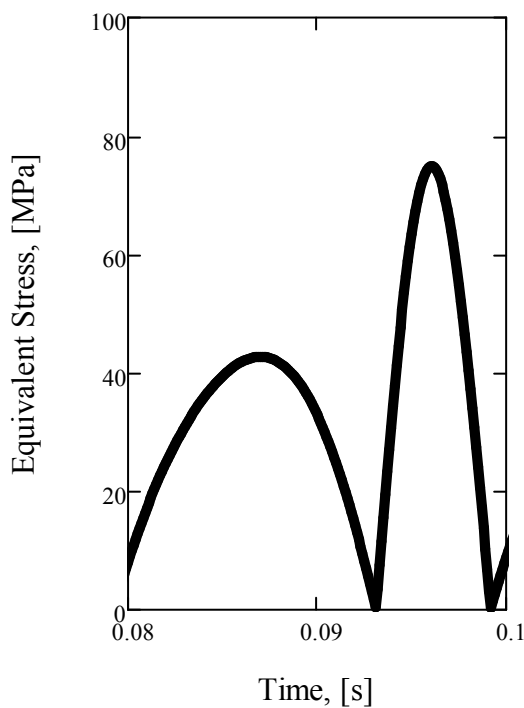


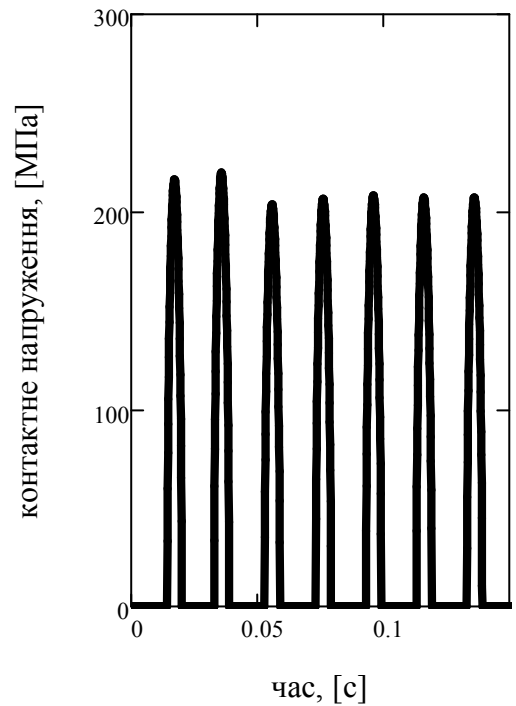
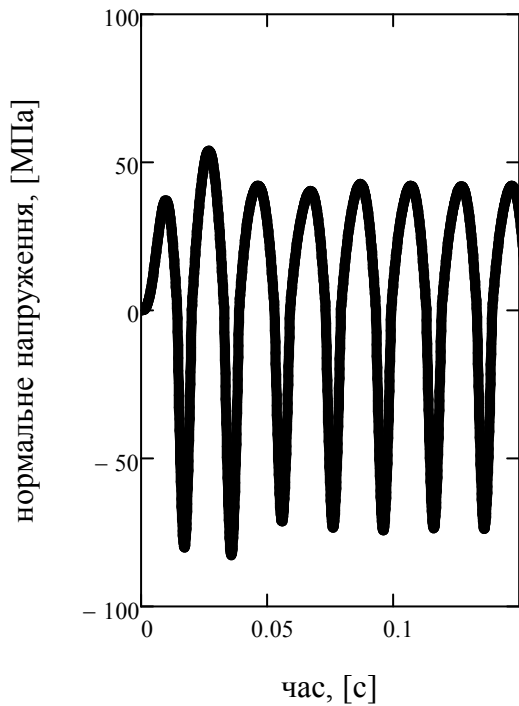
$$W = 1.279 \times 10^{-6} \quad I(t) := \frac{\frac{1}{8} \cdot c_I \cdot y_2(t) \cdot L}{W}$$

$$c_{II}(t) := m_1 \cdot \frac{8 \cdot \left[3 \cdot EJ \cdot L \cdot m_1 \cdot \left[2 \cdot L \cdot \left[0.81 \cdot \sqrt{\frac{c_{II} \cdot y_2(t) \cdot (L_1^2 + 4 \cdot L_1 \cdot L_2 + 3 \cdot L_2^2)}{2 \cdot L_1 \cdot (L_1 + 4 \cdot L_2)}} \cdot R \cdot E^2 \right] \cdot L_1^3 - 3 \cdot \left[0.81 \cdot \sqrt{\frac{c_{II} \cdot y_2(t) \cdot (L_1^2 + 4 \cdot L_1 \cdot L_2 + 3 \cdot L_2^2)}{2 \cdot L_1 \cdot (L_1 + 4 \cdot L_2)}} \cdot R \cdot E^2 \right] \cdot L^4 \cdot L_1^3 + 3 \cdot EJ \cdot L^4 - 12 \cdot \left[0.81 \cdot \sqrt{\frac{c_{II} \cdot y_2(t) \cdot (L_1^2 + 4 \cdot L_1 \cdot L_2 + 3 \cdot L_2^2)}{2 \cdot L_1 \cdot (L_1 + 4 \cdot L_2)}} \cdot R \cdot E^2 \right] \cdot L^4 \cdot L_1^3 \right]}{2 \cdot \left[0.81 \cdot \sqrt{\frac{c_{II} \cdot y_2(t) \cdot (L_1^2 + 4 \cdot L_1 \cdot L_2 + 3 \cdot L_2^2)}{2 \cdot L_1 \cdot (L_1 + 4 \cdot L_2)}} \cdot R \cdot E^2 \right] \cdot L^4 \cdot L_1^3 + 3 \cdot EJ \cdot L^4 - 12 \cdot \left[0.81 \cdot \sqrt{\frac{c_{II} \cdot y_2(t) \cdot (L_1^2 + 4 \cdot L_1 \cdot L_2 + 3 \cdot L_2^2)}{2 \cdot L_1 \cdot (L_1 + 4 \cdot L_2)}} \cdot R \cdot E^2 \right] \cdot L^4 \cdot L_1^3}$$

$$\Pi(t) := \frac{c_{II}(t) \cdot y_2(t) \cdot \frac{L_2 \cdot (L_1 + 2 \cdot L_2)}{2 \cdot (L_1 + 4 \cdot L_2)}}{W} \quad (t) := \begin{cases} I(t) & \text{if } y_2(t) \geq 0 \\ \Pi(t) & \text{if } y_2(t) < 0 \end{cases} \quad (t) := \begin{cases} \frac{1.5 \cdot (c_I \cdot y_2(t))}{b \cdot h} & \text{if } y_2(t) \geq 0 \\ \frac{1.5 \cdot (c_{II}(t) \cdot y_2(t))}{b \cdot h} & \text{if } y_2(t) < 0 \end{cases}$$

$$vm(t) := \sqrt{(t)^2 + 4 \cdot (t)^2} \quad c(t) := 0.418 \cdot \sqrt{\frac{Q(t) \cdot E}{b \cdot R}} \quad m_{IV} := 0.6 \quad ec(t) := m_{IV} \cdot c(t)$$





$$t := 0.018 \quad t_{max} := \text{Maximize}(, t) = 0.027 \quad t_{min} := \text{Minimize}(, t) = 0.017 \quad t_{contactmax} := \text{Maximize}(e_{III}, t)$$

$$\frac{(t_{max})}{10^6} = 53.842 \quad \frac{(t_{min})}{10^6} = -80.075 \quad \frac{e_{III}(t_{contactmax})}{10^6} = 216.34$$

$$\text{max} := (t_{max}) \text{ Pa} \quad \text{max} = 53.842 \cdot \text{MPa} \quad \text{min} := (t_{min}) \text{ Pa} \quad \text{min} = -80.075 \cdot \text{MPa} \quad | \text{min} | = 80.075 \cdot \text{MPa}$$

$$a := \frac{\text{max} - \text{min}}{2} \quad a = 66.959 \cdot \text{MPa} \quad c := \frac{\text{max} + \text{min}}{2} \quad c = -13.117 \cdot \text{MPa}$$

$$:= 0.05 \quad := 1.43 \quad q := 0.7 \quad k := 1 + q \cdot (-1) \quad k = 1.301 \quad l := 0.4 \cdot 750 \text{MPa} \quad l = 300 \cdot \text{MPa}$$

$$n := \frac{1}{k \cdot a + \cdot c} \quad n = 3.47 \quad n_c := \frac{1100}{\frac{e_{III}(t_{contactmax})}{10^6}} = 5.085 \quad n := \frac{n \cdot n_c}{\sqrt{n^2 + n_c^2}} \quad n = 2.866$$

$$N_h := 10^6 \cdot \left(\frac{1}{| \text{min} |} \right)^9 = 1.454 \times 10^{11} \quad N_h \cdot 0.02s = 92.159 \cdot \text{yr}$$

$$k := 1..2 \quad := 7800$$

$$k := \begin{matrix} 4.73 \\ 7.853 \end{matrix} \quad p_k := \left(k \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{EJ \cdot (\text{N} \cdot \text{m}^2)}{\cdot \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot b \cdot (\text{m}) \cdot h \cdot m \cdot (\text{L} \cdot \text{m})^4}} \quad \frac{p_k}{2} = \begin{matrix} 206.437 \\ 569.03 \end{matrix} \cdot \text{Hz}$$

Додаток Ш

Оптимізація конструктивних параметрів робочого органа вібраційного конвеєра

Конструкція робочого органа вібраційного конвеєра, що на рис. Ш.1 базується на швелері 1 довжиною 2500 мм, підсиленого боковими пластинами 2 та нижніми поперечними пластинами 3. Мотор-вібратор, частота вимушених коливань якого становить 25 Гц монтується внизу в центрі конструкції на профільній трубі 3 та пластині 5.

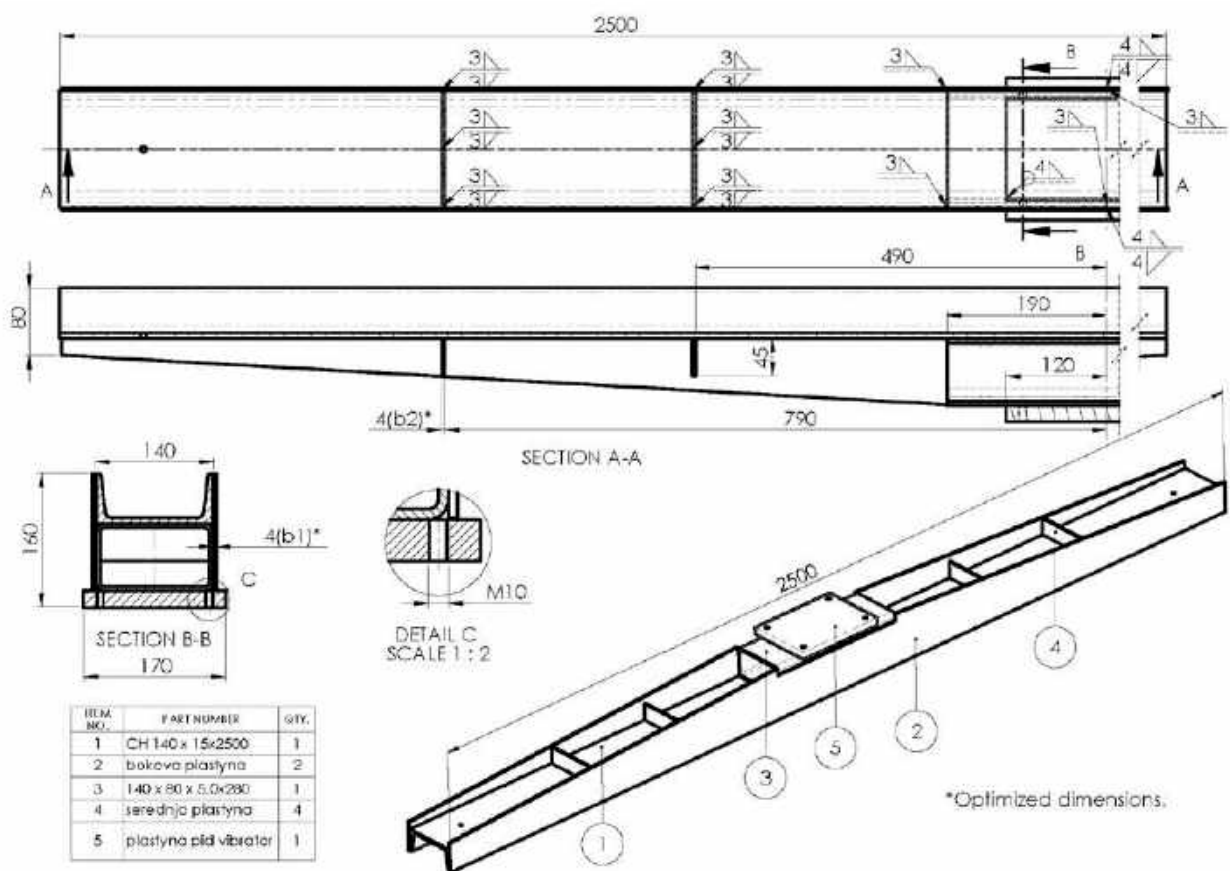


Рис. Ш.1. Конструкція робочої маси вібраційного конвеєра

Провівши попередній аналіз власних частот коливань доцільність використання пластин 2, ребер 6 та поперечних пластин 3 і 5 мотивується тим, що розрахункове значення частоти власних (поперечних) коливань становитиме $50,475 \text{ Гц}$ (рис. Ш.2). Цього недостатньо з точки зору динамічної міцності. Умова, що використовується для оцінки власних частот коливань конструкції

до частоти збурення має вигляд: $f_0 = (3...4)f$. Тому, потрібне значення власної частоти коливань має складати не менше $f_{0\min} = 75 \text{ Гц}$.

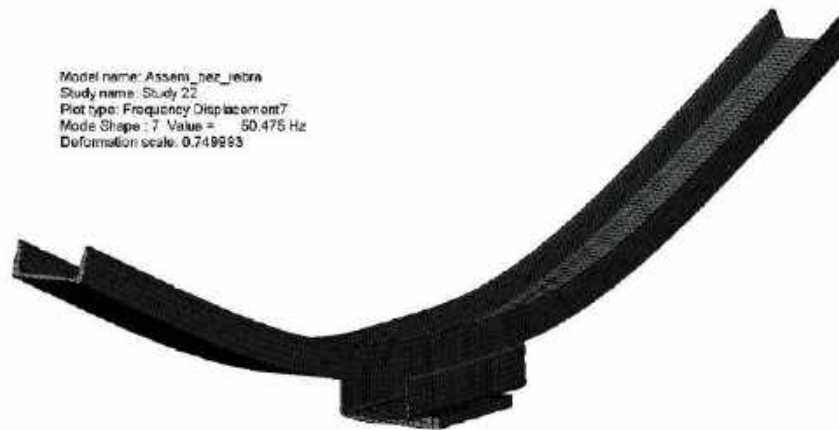


Рис. Ш.2. Визначення першої власної частоти коливань 50,475 Гц транспортувальної частини вібраційного конвеєра для вихідної структурної КОМПОНОВКИ

Постановка оптимізаційної задачі:

- цільова функція

$$m(b1, b2) \rightarrow \min ,$$

- обмеження на конструктивні параметри

$$b1 = (4...10) \text{ мм} ,$$

$$b2 = (4...8) \text{ мм} ,$$

- обмеження на власну частоту коливань

$$f_0(b1, b2) > 75 \text{ Гц} .$$

Розв'язок задачі здійснено шляхом параметричного аналізу в програмі SolidWorks Simulation. Програмно реалізовано набір конструктивних параметрів із відповідним кроком, встановлено обмеження на проблемну власну частоту коливань та вибрано цільову функцію. Кількість розрахункових сценаріїв оптимізаційної задачі, встановлених програмою становить 12 (табл. Ш.1). Усі з отриманих 12 варіантів конструкції є придатними та задовольняють умовам оптимізаційної задачі. Проте немає сенсу вибору варіанту за № 12 із

максимальним значенням власної частоти коливань, оскільки він характеризується також максимальним значенням маси робочого органа. Це вимагатиме підвищених затрат потужності мотор-вібратора на приведення в рух.

Хід оптимізаційного процесу представлено у вигляді графіків, що ілюструють зміну вихідних параметрів, обмеження та цільових параметрів. Оскільки власна частота коливань змінюється не суттєво, то вибір оптимальної конструкції легко здійснюється за оцінкою її маси. Більш наочно це характеризує зміна частотно-масового показника (табл. Ш.2). Цей параметр, що пов'язує цільову функцію з обмеженням більш суттєво відтворює процедуру оптимізаційного синтезу. За ним доволі просто здійснити аналіз та вибір оптимального, або ж оптимальних варіантів. Тут таким варіантом є 1-ий (табл. 7, табл. 8). В цілому, згаданий показник може бути більш корисним в умовах динамічної зміни як інерційності конструкції, так і частотного обмеження.

Таблиця Ш.1

Результати оптимізаційної задачі

№ набору	b_1 , [мм]	b_2 , [мм]	m , [кг]	f_0 , [Гц]	f_0/m , [Гц/кг]
1	4	4	67,86	83,841	1,24
2	4	6	68,253	83,807	1,23
3	4	8	68,646	83,785	1,22
4	6	4	76,537	89,997	1,18
5	6	6	76,93	89,961	1,17
6	6	8	77,323	89,937	1,16
7	8	4	85,214	94,242	1,11
8	8	6	85,607	94,208	1,10
9	8	8	86,001	94,185	1,10
10	10	4	93,892	97,335	1,04
11	10	6	94,285	97,304	1,03
12	10	8	94,678	97,285	1,03

Оптимальним рішенням задачі виявилась конструкція з розмірами пластин повздовжнього ребра $b_1 = b_2 = 4\text{мм}$. Це забезпечить масу конструкції

$m_{opt} = 67,86 \text{ кг}$, а значення власної частоти згинальних коливань на рівні $f_0 = 83,841 \text{ Гц}$ (рис. Ш.3).

Таблиця Ш.2

Результати розрахунку робочого органа вібраційного конвеєра

Конструктивні параметри			Цільова функція	Обмеження	Частотно-масовий показник
Позначення	Діапазон; крок, [мм]	Оптимальні, [мм]	m , [кг]	f_0 , [Гц]	f_0/m , [Гц/кг]
b1	4...10; 2	4	67,86	83,841	1,24
b2	4...8; 2				

Model name: Assem1
 Study name: Study 1
 Plot type: Frequency Displacement1
 Mode Shape : 7 Value = 83.841 Hz
 Deformation scale: 0.852294

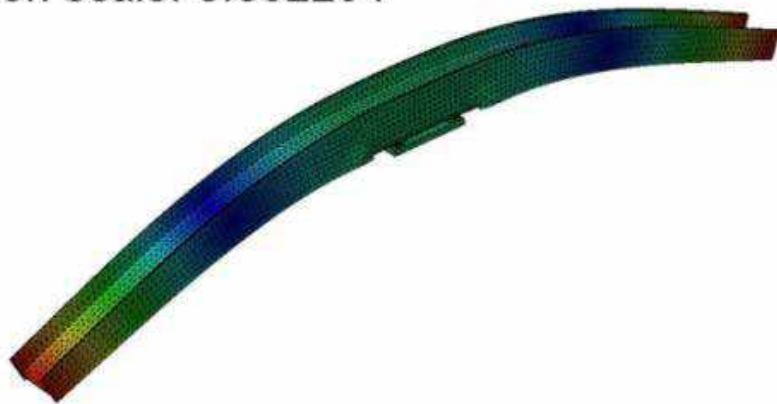


Рис. Ш.3. Частотні характеристики оптимізованої конструкції робочого органа вібраційного конвеєра

Додаток Щ

Чисельне інтегрування експериментальних даних присорення коливальних мас віброударної системи

Вихідні дані з осцилограм

10.0582	-0.3283	0.398292	-16.103	59.20072	0.0582
10.0584	-0.11342	0.406829	-5.56304	60.46952	0.0584
10.0586	-0.47577	0.415365	-23.3364	61.73831	0.0586
10.0588	-0.737	0.423901	-36.1497	63.0071	0.0588
10.059	-0.71593	0.423901	-35.1164	63.0071	0.059
10.0592	-0.46313	0.428169	-22.7164	63.6415	0.0592
10.0594	-0.54318	0.428169	-26.643	63.6415	0.0594
10.0596	-0.54318	0.432437	-26.643	64.2759	0.0596
10.0598	-0.46734	0.44951	-22.923	66.81348	0.0598
10.06	-0.43363	0.428169	-21.2697	63.6415	0.06

Функції регресійного аналізу та кубічної інтерполяції

$$Z1 := \text{ksmooth}(t1, a1, 0.001)$$

$$Z2 := \text{ksmooth}(t1, a2, 0.001)$$

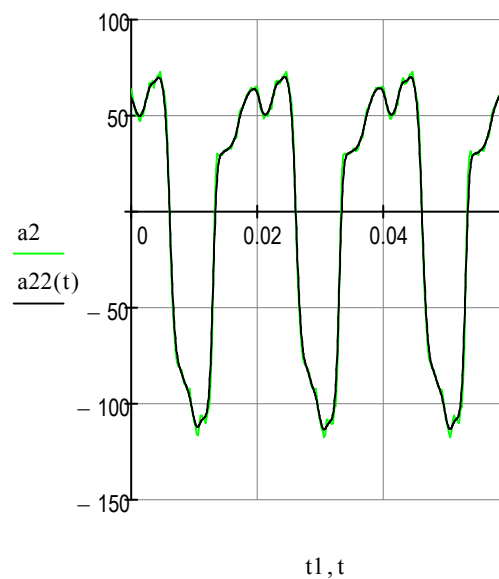
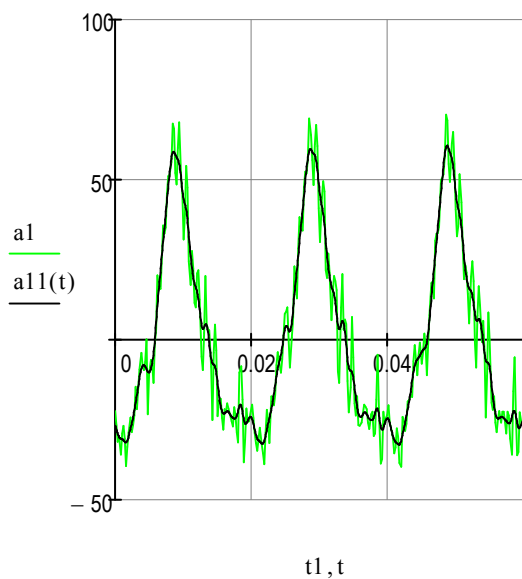
$$v1 := \text{cspline}(t1, Z1)$$

$$v2 := \text{cspline}(t1, Z2)$$

$$a11(t) := \text{interp}(v1, t1, Z1, t)$$

$$a22(t) := \text{interp}(v2, t1, Z2, t)$$

Отримані кінематичні характеристики



$$t := 0, 0.00001 .. 0.025$$

$$\underline{v1}(t) := \int_0^t a11(t) dt \quad \underline{v2}(t) := \int_0^t a22(t) dt \quad x1(t) := \int_0^t v1(t) dt \quad x2(t) := \int_0^t v2(t) dt$$

