

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Лагун Ілона Ігорівна

УДК 681.325:004.38

ДИСЕРТАЦІЯ

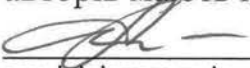
**МЕТОДИ ЕФЕКТИВНОГО ВИБОРУ БАЗОВИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ЧАСО-
ЧАСТОТНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГНАЛІВ**

05.13.05 – Комп'ютерні системи та компоненти

05 – Технічні науки
(галузь знань)

Подається на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, резуль-
татів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

 І.І. Лагун.
(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий керівник:
Наконечний Адріан Йосифович
доктор технічних наук, професор

**Ідентичність всіх примірників дисертації
ЗАСВІДЧУЮ:**

*Вчений секретар
спеціалізованої
вченої ради*



/Луцик Я.Т./

Львів – 2019

АНОТАЦІЯ

Лагун І.І. Методи ефективного пошуку базових функцій для часо-частотного перетворення сигналів. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.13.05 «Комп'ютерні системи та компоненти». – Національний університет «Львівська політехніка», Львів, 2019.

Дисертаційна робота присвячена проблемі підвищення ефективності вибору базових функцій для опрацювання різних типів одновимірних сигналів в часо-частотній (малохвильовій) області.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету та основні задачі досліджень, визначено наукову новизну роботи і практичне значення отриманих результатів, показано зв'язок роботи з науковими темами. Подано відомості про апробацію результатів роботи, особистий внесок автора та його публікації.

В першому розділі роботи проведено аналіз методів подання сигналів в часовій, частотній та часо-частотній областях, проведено класифікацію сигналів та способів їх опрацювання, визначено ефективність малохвильового перетворення для аналізу неперіодичних сигналів, що змінюються в широкому діапазоні частот. Показано, що усі малохвильові функції мають властивості локалізації по часу та по частоті, рівності нулю середнього значення функції, властивість самоподібності та коливний характер та дозволяють сконцентрувати увагу на тих чи інших локальних особливостях аналізованих процесів. Визначено, що подальше дослідження базується на використанні методів малохвильового перетворення, пошуку існуючих та розробці нових методів ефективного вибору малохвильових базових функцій для опрацювання неперіодичних сигналів.

У другому розділі роботи розглянуто особливості формування та вибору базових малохвильових функцій для опрацювання одновимірних сигналів, наведено класифікацію базових малохвильових функцій, розглянуто алгоритм швидкого малохвильового перетворення для часо-частотного представлення

сигналів, алгоритми фільтрації та компресії сигналів на основі малохвильового перетворення та основні критерії для оцінки ефективності малохвильового перетворення.

Розглянуто такі основні характеристики малохвильових функцій як ортогональність, розмір носія, кількість нульових моментів та гладкість та визначено їх вплив на ефективність застосування базових малохвильових функцій.

Приведено класифікацію малохвильових функцій, у якій усі функції розділені на «грубі» малохвильові функції, нескінченні регулярні малохвильові функції, ортогональні та біортогональні малохвильові функції з компактним носієм, а також комплексні малохвильові функції, які мають мінімальні властивості.

Розглянуто особливості формування базових малохвильових функцій та запропоновано використання функцій сімейств Добеші, Симлети та Койфлети для проведення подальших досліджень.

Представлено пірамідальний алгоритм Маллата, який дозволяє вирішувати завдання фільтрації та компресії сигналів шляхом відкидання коефіцієнтів розкладання на різних масштабах, що в свою чергу вимагає вибору оптимальних малохвильових функцій для забезпечення необхідної точності апроксимації інформативних сигналів у часо-частотній області, якісної декомпозиції та повної реконструкції сигналу. Розглянуто використання критеріїв на основі похибки середньоквадратичного відхилення, відношення сигнал/шум та коефіцієнта кореляції між аналізованим сигналом та очищеним від шуму для оцінки ефективності малохвильового перетворення сигналів та алгоритмів фільтрації на його основі.

У третьому розділі розглянуто існуючі та запропоновано нові методи вибору базових малохвильових функцій для опрацювання одновимірних сигналів.

Визначені основні методи та алгоритми вибору базових малохвильових функцій, оптимальний вибір яких здійснюється за визначеним критерієм для певних типів сигналів.

Отримали подальший розвиток методи оцінки ефективності вибору малохвильових базових функцій за критерієм співвідношення енергії малохвильових коефіцієнтів та ентропії розподілу енергії Шеннона, критерієм оцінки коефіцієнта взаємної кореляції та інформаційним критерієм. Наведено приклади дослідження ефективності модифікованих критеріїв вибору малохвильових базових функцій для опрацювання тестового сигналу “*bumps*”, коли застосування існуючих дає неоднозначні результати.

Проаналізовано можливість існування неоднозначності вибору базової малохвильової функції за згаданими вище критеріями. Запропоновано вирішення задачі неоднозначності вибору базових малохвильових функцій шляхом багатокритеріальної оптимізації із застосуванням засобів нечіткої логіки.

Наведено приклад побудови моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції на основі експертної інформації за результатами попередніх досліджень.

Запропоновано використання універсального індексу якості сигналу як нового критерію вибору базових малохвильових функцій.

Отримав подальший розвиток метод вибору базових малохвильових функцій на основі максимальної ефективності результатів опрацювання сигналів за критерієм універсального індексу якості сигналу.

Вдосконалено метод вибору базових малохвильових функцій на основі максимальної ефективності результатів опрацювання сигналів за критерієм середньоквадратичної похибки MSE та універсального індексу якості сигналу з використанням генетичного алгоритму.

У четвертому розділі проведено дослідження методів вибору базових малохвильових функцій з використанням наступних тестових сигналів пакету Matlab: “blocks”, “bumps”, “doppler”, “heavy sine”, “sumlichr”, “trsin”, “vonkoch”, “wcantor”. Ефективність методів вибору базових малохвильових функцій оцінювалась за результатами реалізації алгоритму очищення сигналів від шуму.

На основі отриманих значень статистичних показників найкращі результати за оцінками відношення сигнал/шум, середньоквадратичної похибки та

коефіцієнта кореляції отримано з використанням малохвильових функцій, визначених методом на основі критерію відношення взаємної інформації до відносної ентропії. Встановлено, що, у багатьох випадках, різниця між оціночними значеннями критерію є незначною. Проте, можна відзначити, що вибір найбільш ефективних базових малохвильових функцій визначених за критерієм відношення взаємної інформації до відносної ентропії є чітко визначений для більшості тестових сигналів.

Розроблено модель багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції на основі апарату нечіткої логіки та проведено дослідження моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції в середовищі Matlab Fuzzy Logic Toolbox. Отримано базові малохвильові функції, визначені як оптимальні для опрацювання обраних тестових сигналів.

Проведено дослідження алгоритму пошуку базових малохвильових функцій з використанням генетичного алгоритму, який дозволяє отримати набір оптимальних параметрів для подальшої реалізації алгоритмів очищення сигналів від шуму. Розроблено дві моделі алгоритму:

- на основі середньоквадратичної похибки як фітнес-функції;
- на основі значення універсального індексу якості сигналу як фітнес-функції. Встановлено, що найкращі результати отримано при використанні параметрів, визначених за критерієм універсального індексу якості сигналу для сигналів з початковим рівнем шуму $SNR=5dB$, що забезпечило можливість покращення результатів очищення сигналів від шуму на 4-10%.

Ключові слова: малохвильова область, вейвлет область, малохвильові базові функції, оптимальні вейвлети, дискретне малохвильове перетворення, критерії вибору, багатокритеріальна оптимізація.

ABSTRACT

Lagun I.I. Methods of effective search of basic functions for time-frequency signal transformation. - On the rights of manuscript.

Thesis for obtaining the scientific degree of Candidate of Technical Sciences in specialty 05.13.05 - Computer systems and components. - Institute of Computer

Technologies, Automation and Metrology of Lviv Polytechnic National University of the Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2019.

The thesis addresses the problems of the efficiency increase of the selection of base functions for the processing of different types of one-dimensional signals in the time-frequency (wavelet) domain.

The actuality of the subject of the dissertation has been proved in the introduction of scientific work. The aim and the main tasks of the investigation have been formulated. The scientific novelty and the practical implementation of the obtained results have been defined. The connection between research topics has been demonstrated. Information about results evaluation, the author's personal contribution, and his publications has been presented.

The first chapter of the thesis contains the analysis of signal representation methods in time, frequency and time-frequency domains are realized; classifications of signals and methods of their processing are carried out; the efficiency of the wavelet transformation for the analysis of non-periodic signals that vary in a frequency wide spectrum is determined. It is shown that all wavelets have properties of localization in time and frequency, the property of self-similarity and oscillatory character, the average value is zero; allow to concentrate on certain local features of the analyzed processes. It is defined that further research is based on the use of methods of wavelet transformation, on the search for existing and developing new methods for efficient selection of base wavelets for non-periodic signals processing.

The second section of the thesis considers the base wavelet formation and selection of one-dimensional signals processing, gives the classification of base wavelets, considers the algorithm of fast wavelet transformation for time-frequency representation of signals, algorithms for signals filtration and compression based on wavelet transformation and main criteria for evaluating the efficiency of wavelet transformation.

The main characteristics of wavelet functions as orthogonality, size of support, number of zero moments and smooth are considered and determined their impact on the effectiveness applying of the base wavelets.

The classification of wavelets is given, which separates all functions into "rough" wavelets, infinite regular wavelets, orthogonal and biorthogonal wavelets with a compact carrier, and complex wavelets with minimal properties.

The peculiarities of the formation of base wavelets are considered and the use of functions of the Dobeshi, Symlet and Coiflet families for further research is proposed.

The Mallat pyramidal algorithm is presented, which solves the problem of filtering and compression of signals by rejecting decomposition coefficients on different scales. This requires the selection of optimal wavelets to provide the necessary precision of approximation of informative. The use of criteria based on the mean square error, the signal-to-noise ratio and the correlation coefficient between the analyzed and the denoised signal for assessing the efficiency of the wavelet transform of signals and the filtration algorithms are considered.

The third section examines the existing and proposed new methods for selecting base wavelets for the processing of one-dimensional signals.

The basic methods and algorithms of the selection of basic functions for which the optimal selection is made according to the relevant criterion for certain types of signals are determined. Further development methods for assessing the efficiency of the selection of wavelet functions by the criterion for the ratio of the energy of the wavelet coefficients and the energy distribution of the Shannon entropy, the criterion for estimating the correlation coefficient and the information criterion, have been obtained.

The examples of research of the effectiveness of modified criteria for selection base wavelets for processing the test signal "bumps" are presented, while the application of the existing gives ambiguous results.

The possibility of uncertainty in the selection of optimal wavelets by the above-mentioned criteria is analyzed. The solution to the uncertainty problem of the

selection of optimal wavelets by means of multi-criteria optimization with the use of a fuzzy logic tool is proposed.

An example of building a multi-criteria optimization model for selecting a base wavelet based on expert information of results of previous studies is given.

The use of the universal signal quality index as a new criterion for the selection of optimal wavelets is proposed.

Further development the method for selection optimal wavelets on the basis of the maximum efficiency of the signal processing results on the criterion of the universal index of signal quality has been obtained.

The method of selection base wavelets based on the maximum efficiency of the signal processing results by the criterion of mean square error (MSE) and the universal index of signal quality using the genetic algorithm is improved.

In the fourth section, the methods for selection base wavelets using the test signals of the Matlab package: “blocks”, “bumps”, “doppler”, “heavy sine”, “sumlichr”, “trsin”, “vonkoch”, “wcantor” were studied.

The efficiency of the methods for selection base wavelet based on the results of the algorithm for denoising signals was evaluated.

As a result of the values of statistical indicators obtained, the best results for the estimation of the signal-to-noise ratio, the mean square error, and the correlation coefficient were obtained using the wavelets determined by the criterion of the relation of mutual information to the relative entropy.

It was found that in many cases, the difference between the values of the criterion estimated is insignificant. However, it may be noted that the selection of the optimal wavelets determined by the criterion of the ratio of mutual information to the relative entropy for most test signals clearly defined.

In the Matlab Fuzzy Logic Toolbox environment, a multi-criteria optimization model for choosing a base wavelet based on fuzzy logic tools was developed and studied. Base wavelets have been established, which defined as optimal for processing of selected test signals.

The algorithm for searching base wavelets using the genetic algorithm has been studied, which allow obtaining a set of optimal parameters for the further implementation of algorithms for denoising signals. Two models of the algorithm developed:

- based on the mean square error as a fitness function;
- based on the value of the universal signal quality index as a fitness function.

It was found that the best results were obtained by the parameters, which determined by the criterion of the universal signal quality index for signals with an initial noise level $SNR = 5dB$, that provided an opportunity to improve the results of denoising signals by 4-10%.

Key words: wavelet domain, base wavelets, optimal wavelets, selection criteria, multicriterion optimization.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Лагун І. Метод нечіткої багатокритеріальної оптимізації вибору базових малохвильових функцій / І.І. Лагун, А.Й. Наконечний // Комп'ютерні технології друкарства. – 2017. – № 37. – С. 64-73.
2. Лагун І. І. Загальна класифікація сигналів та їх опрацювання / І. І. Лагун, Р. А. Наконечний // Методи та прилади контролю якості. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ. – 2009. - №22. С. 71–75.
3. Лагун І. І. Основні підходи до вибору оптимального малохвильового базису / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”, сер. : Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2009. – № 639. – С. 70-75.
4. Лагун І. І. Вибір малохвильових базових функцій для опрацювання одновимірних сигналів / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2014. – № 802. – С. 3–8.

5. Лагун І. І. Оптимізація пошуку базових малохвильових функцій з використанням генетичного алгоритму / І. І. Лагун, Р. А. Наконечний // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2015. – № 821. – С. 30–36.

6. Lagun I. Selection of wavelet basis for the effectiveness processing of signals / I. Lagun, A. Nakonechnyi. // Вестник Брестского государственного технического университета, 2016. – №5 – С. 69–73.

7. Lagun I. Using fuzzy logic to optimise the selection of mother wavelets / I. Lagun, A. Nakonechnyi, V. Samoty // Technical Transactions – Electrical Engineering – 2018. – №3 – pp. 107 – 114.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

8. Лагун А. Використання вейвлет-перетворення для приховування інформації в нерухомих зображеннях / А. Лагун, І. Лагун // Матеріали ІІ науково-технічної конференції «Захист інформації і безпека інформаційних систем», 30 травня – 1 червня 2013 р. – Львів. – 2013. – С. 98–99.

9. Лагун І. І. Індекс структурної подібності як критерій вибору базової малохвильової функції для обробки зображень / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Збірник тез доповідей І Міжнародної конференції з автоматичного управління та інформаційних технологій «ІСАСІТ-2011». – Львів, 2011. – С. 15.

10. Лагун І. І. Оцінка якості зображень при фільтрації сигналів різними базисними малохвильовими функціями / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Збірник тез доповідей ХІ Міжнародної наукової конференції з контролю і управління в складних системах «КУСС-2012» – Вінниця, 2012. – С. 101.

11. Лагун І. І. Використання універсального індексу якості сигналу при виборі оптимальних малохвильових базових функцій // І. І. Лагун, А. Й. Наконечний, Р. І. Стахів // ІСАСІТ-2015. Матеріали 3-ої Міжнародної конференції з автоматичного управління та інформаційних технологій, м.Київ, 11-13 грудня 2015 р. – К. : 2015. – С. 132–135.

12. Nakonechnyy A. Wavelet basis functions to one-dimensional signal processing / A. Nakonechnyy, I. Lagun //Матеріали 2-ої міжнародної науково-технічної конференції «International Conference on Automatic Control and Information Technology 2013 (ICACIT'13)», 7 – 8 грудня 2013 р., Краків. – [Електронне видання] – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. – Систем. вимоги: Pentium ; 32 Mb RAM ; Windows 95, 98, 2000, XP ; MS Word 97-2003.

13. Lagun I. Using the Fuzzy Logic to Optimize the Selection of Mother Wavelets/ A. Nakonechnyy, I. Lagun, V. Samotyuy //Матеріали 4-ої міжнародної науково-технічної конференції «International Conference on Automatic Control and Information Technology 2017 (ICACIT'17)», 13 – 16 грудня 2017 р., Краків. – [Електронне видання] – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. – Систем. вимоги: Pentium ; 32 Mb RAM ; Windows 95, 98, 2000, XP ; MS Word 97-2003.

Наукові праці, які додатково відображають результати дисертації:

14. Лагун І.І. Використання дискретного малохвильового перетворення для виявлення аномалій мережевого трафіку / І. І. Лагун, А. Е. Лагун // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2011. – № 695. – С. 88–94.

15. Лагун А. Е. Використання вейвлет-перетворення для приховування інформації в нерухомих зображеннях / А. Е. Лагун, І. І. Лагун // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер. : Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2013. – № 774. – С. 60–65.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	15
ВСТУП.....	16
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПОДАННЯ ТА ОПРАЦЮВАННЯ СИГНАЛІВ У ЧАСО-ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ	24
1.1. Загальний аналіз методів подання сигналів в часовій та частотній областях.....	24
1.2. Методи подання сигналів в часо-частотній області	27
1.2.1. Короткочасове (віконне) перетворення Фур'є.....	28
1.2.2. Подання сигналів в часо-частотній області за Габором	29
1.2.3. Використання малохвильової області для подання сигналів.....	31
1.3. Класифікація сигналів та методи їх опрацювання.....	40
1.4. Вибір напрямку та формулювання задач дослідження	47
РОЗДІЛ 2 . ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ТА ВИБОРУ БАЗОВИХ МАЛОХВИЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ОПРАЦЮВАННЯ ОДНОВИМІРНИХ СИГНАЛІВ.....	50
2.1. Основні характеристики малохвильових функцій	50
2.2. Класифікація базових малохвильових функцій	53
2.3. Аналіз особливостей формування базових малохвильових функцій основних сімейств	57
2.3.1. Малохвильова функція Хаара.....	57
2.3.2. Базові малохвильові функції Добеші	59
2.3.3. Сімейство малохвильових функцій Симлети.....	62
2.3.4. Малохвильові функції Койфмана (койфлети).....	64
2.4. Алгоритм швидкого малохвильового перетворення для часо-частотного представлення сигналів	66
2.5. Вибір базових малохвильових функцій для реалізації алгоритмів фільтрації та компресії сигналів	70
2.6. Методи оцінки ефективності малохвильового перетворення сигналів....	73
2.6.1. Середньоквадратичне відхилення (MSE) як оцінка якості опрацьованого сигналу	73

	13
2.6.2. Відношення сигнал/шум (SNR) як оцінка якості опрацьованого сигналу	74
2.6.3. Обчислення коефіцієнта кореляції як оцінки подібності реконструйованого сигналу	74
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2	76
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ВИБОРУ БАЗОВИХ МАЛОХВИЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГНАЛІВ	77
3.1. Метод вибору базових функцій на основі критерію відношення енергії до ентропії Шеннона (Energy to Shannon Entropy Ratio).....	78
3.2. Метод вибору базових функцій на основі критерію оцінки коефіцієнта кореляції	84
3.3. Метод вибору ефективних базових функцій на основі оцінки інформаційних критеріїв	86
3.4. Метод нечіткої багатокритеріальної оптимізації вибору базових малохвильових функцій.....	92
3.4.1. Аналіз методів побудови функції належності нечітких множин	95
3.4.2. Побудова нечіткої моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції	97
3.5. Вибір оптимальних базових функцій на основі максимальної ефективності результатів опрацювання сигналів	101
3.5.1. Застосування генетичного алгоритму для пошуку оптимальних базових малохвильових функцій в процесі очищення сигналу	101
3.5.2. Універсальний індекс якості як оцінка ефективності опрацьованого сигналу	105
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3	107
РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ВИБОРУ БАЗОВИХ МАЛОХВИЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ	109
4.1. Дослідження оптимізаційного методу на основі критерію відношення енергії до ентропії Шеннона	110

4.2. Дослідження оптимізаційного методу на основі критерію оцінки коефіцієнта кореляції.....	114
4.3. Дослідження оптимізаційного методу на основі критерію оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії	119
4.4. Ефективність енергетичного, кореляційного та інформаційного критеріїв вибору базових функцій при малохвильовому перетворенні сигналів	124
4.5. Аналіз та дослідження багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції в середовищі Matlab на основі нечіткої логіки.....	128
4.6. Програмна реалізація однокритеріального та багатокритеріального методів вибору базових малохвильових функцій у середовищі GUI Matlab	137
4.7. Дослідження оптимізаційного методу на основі генетичного алгоритму	139
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 4	143
ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ.....	145
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	147
ДОДАТОК 1. ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ МЕТОДІВ ВИБОРУ БАЗОВИХ МАЛОХВИЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ В ПАКЕТІ МАТЛАВ.....	158
ДОДАТОК 2. АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ	169
ДОДАТОК 3. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ.....	173

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- Cr – коефіцієнт кореляції двох дискретних послідовностей (англ. *Correlation coefficient*);
- EER – відношення енергії малохвильових коефіцієнтів до ентропії розподілу енергії Шеннона (англ. *Energy to Shannon Entropy ratio*);
- IER – відношення взаємної інформації до відносної ентропії сигналу (англ. *Mutual information to relative entropy ratio*);
- MSE – середньо-квадратична похибка (англ. *Mean Square Error*) ;
- SNR – відношення сигнал/шум (англ. *Signal-to-noise ratio*);
- UQI – універсальний індекс якості (англ. *Universal Quality Index*);
- ГА – генетичний алгоритм;
- ДМП – дискретне малохвильове перетворення;
- ДЧМР – дискретні в часі малохвильові ряди;
- ДПФ – дискретне перетворення Фур'є;
- НМ – нечітка множина;
- ОДМП – обернене дискретне малохвильове перетворення;
- ФВЧ – фільтр високих частот;
- ФНЧ – фільтр низьких частот.

ВСТУП

Актуальність теми дисертації. Актуальним напрямком розвитку сучасних комп'ютерних систем є аналіз, оброблення, зберігання та передавання інформації, представленої за допомогою різних типів сигналів. Однак для аналізу та опрацювання сигналів, частота яких змінюється в часі, звичайний спектр є переважно малоінформативним. З огляду на це, широкого розповсюдження набули методи часо-частотного представлення сигналів, найпоширеніші з яких використовують малохвильове (вейвлет) перетворення [2, 24, 27, 28, 46, 63, 77].

Алгоритми дискретного малохвильового перетворення знайшли широке застосування при аналізі тонкої структури сигналів і зображень в комп'ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ, для компресії та очищення від шуму в спеціалізованих комп'ютерних системах, що є особливо актуальним в таких галузях науки й техніки як радіотехніка, енергетика, зв'язок, геофізика, медицина та ін. [42, 43, 51, 61, 72, 78, 97, 104].

При цьому ефективність представлення сигналів у малохвильовій області, їх аналіз та опрацювання суттєво залежать від вибору базових функцій, які при цьому використовуються. Ефективний вибір таких функцій забезпечує необхідну точність апроксимації інформативних сигналів у часо-частотній області, дозволяє реалізувати якісну декомпозицію і зосередити енергію сигналу в невеликій кількості значущих ненульових коефіцієнтів.

На сьогоднішній день процедура вибору базових малохвильових функцій недостатньо досліджена і у більшості випадків відбувається необґрунтовано. У переважній більшості, при виборі базової малохвильової функції, враховуються такі характеристики, як розмір носія, кількість нульових моментів та гладкість базових функцій. Проте, вказані властивості надають лише математичний опис базових малохвильових функцій, який не дозволяє отримати явних рекомендацій щодо їх практичного застосування для аналізу та опрацювання різних типів сигналів. Тому, з метою пошуку оптимальних малохвильових функцій в сучас-

ній техніці обробки сигналів використовуються підходи, в основі яких лежать енергетичні, кореляційні та інформаційні критерії [83, 88, 99, 100, 107-109].

Розглянуті у даній роботі нові підходи до вибору оптимальних малохвильових функцій базуються на доробку багатьох світових вчених, зокрема: М. Вікергойзера [106], І. Добеші [80-82], Д. Донохо [84, 85], Р. Койфмана [75], С. Маллата [41, 93, 94], Й. Мейера [95], Ч. Чуї [77, 78] та ін. Вагомий внесок у розвиток теоретичних і прикладних засад часо-частотного представлення сигналів внесли також вітчизняні автори: В.К. Задірака [20, 21], А.Й. Наконечний [44-49], Р.А. Воробель [11], Б.П. Русин [24], В.О. Геранін, Я.Я. Рушицький, Л.Д. Писаренко [13], Прокопенко І. Г. [55] та ін.

Теоретичні дослідження та практичні застосування існуючих підходів до вибору оптимальних малохвильових функцій для відповідних типів сигналів проводилися в таких галузях, як медична діагностика, біомедична інженерія, вібродіагностика, дефектоскопія, ультразвукова діагностика, енергетика та системна інженерія. Однак, на даний час не існує ніяких узагальнених рекомендацій та практичних підходів для вибору материнських малохвильових функцій для широкого кола сигналів.

З огляду на це, актуальним є наукове завдання визначення ефективності існуючих та пошуку нових методів та алгоритмів ефективного вибору базових малохвильових функцій для сигналів, інструментарієм аналізу й опрацювання яких є малохвильове перетворення.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тема дисертаційної роботи відповідає науковому напряму кафедри «Комп'ютеризовані системи автоматики» – «Комп'ютеризовані системи автоматики та їх компоненти: принципи побудови, моделювання, методи аналізу і синтезу». Дисертація виконана в межах науково-дослідних робіт: «Розроблення методів та засобів цифрової обробки інформації на базі її малохвильового (вейвлет) перетворення», (номер державної реєстрації 0109U008855), яка виконувалась з 02.07.2010р. по 10.12.2012р.; ДБ/КІБЕР «Розроблення методів і засобів вимірювання, автоматизації, опрацювання та захисту інформації в базисі кіберфізич-

них систем» за науковим напрямом «Розроблення методів та засобів цифрового опрацювання одно- та багатовимірних неперіодичних сигналів представлених у різних областях перетворення», (номер державної реєстрації 0115U000446), яка виконувалася з 1.01.2015 р. по 31.12.2017 р.

Мета і завдання дослідження. Мета роботи полягає у підвищенні ефективності вибору базових малохвильових функцій, які б забезпечували високу точність подання і швидкодію перетворення сигналів у часо-частотній області та дозволяли зосередити енергію сигналу в невеликій кількості значущих коефіцієнтів. Для досягнення поставленої мети у роботі необхідно вирішити такі основні завдання:

- провести класифікацію різних типів сигналів та існуючих базових малохвильових функцій;
- здійснити аналіз та вибрати методи та засоби представлення сигналів в малохвильовій області;
- провести аналіз існуючих методів вибору базових малохвильових функцій;
- удосконалити існуючі та розробити нові методи вибору базових малохвильових функцій;
- дослідити ефективність запропонованих методів, алгоритмів та критеріїв вибору базових малохвильових функцій;
- провести комп'ютерне моделювання алгоритмів вибору базових малохвильових функцій.

Об'єкт дослідження – процеси перетворення та опрацювання неперіодичних одновимірних сигналів

Предмет дослідження – методи перетворення та опрацювання цифрових сигналів з використанням часо-частотної області.

Методи дослідження – методи цифрової обробки сигналів, методи математичного аналізу, методи оптимізації, теорії рядів і цифрової фільтрації, спектрального та малохвильового (вейвлет) аналізів, математичне та комп'ютерне моделювання.

Наукова новизна одержаних результатів. На основі проведених теоретичних та практичних досліджень отримано такі наукові результати:

Вперше:

– розроблено метод багатокритеріальної оптимізації вибору базових малохвильових функцій для опрацювання одновимірних неперіодичних сигналів, який на відміну від відомих базується на основі апарату нечіткої логіки, що дозволило підвищити ефективність вибору базових малохвильових функцій.

– запропоновано та обґрунтовано використання універсального індексу якості сигналу як нового критерію вибору базових малохвильових функцій, який на відміну від відомих дозволяє здійснювати вибір базових малохвильових функцій на основі сукупності оцінок корельованості, зміни середнього значення та динамічного діапазону опрацьованого сигналу, що дозволило підвищити якісні характеристики малохвильового перетворення в процесі очищення сигналів від шуму.

Вдосконалено:

– метод вибору базових малохвильових функцій з використанням генетичного алгоритму на основі досягнення максимальної ефективності результатів опрацювання сигналів, який відрізняється від відомих використанням критерію універсального індексу якості сигналу, що дало змогу підвищити ефективність очищення сигналів від шуму.

Отримали подальший розвиток:

– методи оцінки ефективності вибору малохвильових базових функцій за критерієм співвідношення енергії малохвильових коефіцієнтів та ентропії розподілу енергії Шеннона, який відрізняється від відомих використанням співвідношення норми енергії коефіцієнтів апроксимації до ентропії детальних коефіцієнтів; за критерієм оцінки коефіцієнта взаємної кореляції, який на відміну від існуючого використовує взаємну кореляцію між аналізованим сигналом та малохвильовими коефіцієнтами; за інформаційним критерієм, який відрізняється від відомих використанням співвідношення взаємної інформації до відносної ентропії аналізованого сигналу, що дозволило зосередити енергію сигналу в

невеликій кількості значущих коефіцієнтів, забезпечити необхідну точність апроксимації та найбільш повне представлення сигналів у часо-частотній області.

Практичне значення одержаних результатів. Розроблено нові та удосконалено існуючі методи та алгоритми ефективного вибору базових малохвильових функцій, які можуть бути використані для розроблення та удосконалення апаратно-програмних засобів опрацювання сигналів у спеціалізованих комп'ютерних системах, комп'ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ, системах для вимірювання параметрів випадкових процесів і полів, системах ідентифікації сигналів, системах автоматичного контролю технологічних процесів та ін., що дозволить підвищити ефективність опрацювання сигналів, в тому числі зображень та відеосигналів, з огляду на підвищення швидкодії передачі таких сигналів та якісного їх перетворення у часо-частотній області.

Отримані практичні результати полягають в тому, що

- розроблена модель багатокритеріальної оптимізації вибору базових малохвильових функцій дозволяє вирішити проблему неоднозначності вибору оптимальної малохвильової функції та підвищити ефективність представлення сигналів у малохвильовій області, їх аналіз та опрацювання;

- розроблені та вдосконалені методи з використанням енергетичних, кореляційних та інформаційних критеріїв підвищили ефективність вибору базових функцій як в часовій, так і в часо-частотній областях;

- розроблений метод з використанням генетичного алгоритму та універсального індексу якості сигналу забезпечує можливість зменшення рівня шуму у сигналі в межах 4-10 % у порівнянні з методом оптимізації на основі оцінки середньоквадратичної похибки.

- використання методу вибору базової малохвильової функції на основі інформаційного критерію дозволяє підвищити точність реконструкції сигналу на 15-20% у порівнянні з використанням енергетичного та кореляційного критеріїв.

– розроблене програмне забезпечення для вибору базових малохвильових функцій, дозволяє використовувати його в апаратно-програмних засобах опрацювання сигналів в комп'ютерних системах.

Проведені автором дослідження використані для практичних розробок в рамках науково-дослідної роботи ДБ/КІБЕР «Розроблення методів і засобів вимірювання, автоматизації, опрацювання та захисту інформації в базисі кіберфізичних систем» за науковим напрямом «Розроблення методів та засобів цифрового опрацювання одно- та багатовимірних неперіодичних сигналів представлених у різних областях перетворення»; теоретичні та практичні результати використані в курсі лекцій «Цифрові методи обробки сигналів та зображень», який читається для студентів спеціальностей «Комп'ютерні науки» та «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» Національного університету «Львівська політехніка», а також при виконанні магістерських робіт і наукових досліджень аспірантів.

Отримані теоретичні та експериментальні результати є основою для подальшого розвитку існуючих та розробки нових методів вибору базових малохвильових функцій для опрацювання як одновимірних, так і багатовимірних сигналів у комп'ютерних системах.

Особистий внесок здобувача. Основні положення та результати досліджень дисертації одержані автором самостійно. У роботах, виконаних у співавторстві, здобувачеві належить: [29] – застосування апарату нечіткої логіки для побудови системи багатокритеріальної оптимізації ефективного вибору базових малохвильових функцій для опрацювання одновимірних неперіодичних сигналів; [31] – визначення впливу типу базової малохвильової функції на якість вбудовування цифрових водяних знаків у нерухоме зображення; [32] – проведено аналіз і запропоновано класифікацію сигналів, що базується на поділі сигналів за їх характером зміни та інформативним змістом та дано загальні рекомендації щодо опрацювання різних типів сигналів.; [33] – проаналізовано основні підходи до вибору оптимальних малохвильових базових функцій та визначено оцінку ентропії розподілу квадратів модулів малохвильових коефіцієнтів.

як основний критерій вибору; [35] – проаналізовано можливість застосування дискретного малохвильового перетворення для виявлення аномалій трафіку комп'ютерних мереж; [37] – запропоновано метод визначення ефективності базових малохвильових функцій для опрацювання одновимірних сигналів за критерієм мінімального середньоквадратичного відхилення та ентропійного критерію; [38] – запропоновано використання генетичного алгоритму для пошуку оптимальних базових малохвильових функцій в процесі очищення сигналів від шуму та використання мінімального середньоквадратичного відхилення як фітнес-функції ГА; [89] – досліджено ефективність критеріїв співвідношення енергії малохвильових коефіцієнтів та ентропії розподілу енергії Шеннона, відношення взаємної інформації до відносної ентропії та оцінки коефіцієнта взаємної кореляції між аналізованим сигналом та його малохвильовими коефіцієнтами для оптимального вибору базових малохвильових функцій при опрацюванні різних типів одновимірних сигналів; [90] – система багатокритеріальної оптимізації ефективного вибору базових малохвильових функцій із застосуванням апарату нечіткої логіки для опрацювання одновимірних неперіодичних сигналів; [30] – визначення впливу різних базових малохвильових функцій на якість вбудовування цифрових водяних знаків у нерухоме зображення; [34] – визначено доцільність використання індексу структурної подібності для оцінки результатів фільтрації зображень з використанням певних типів базових малохвильових функцій; [36] – визначення впливу різних базових малохвильових функцій на якість фільтрації зображень; [39] – розглянуто можливість застосування індексу структурної подібності як критерію вибору базової малохвильової функції; [91] – основні принципи побудови системи багатокритеріальної оптимізації ефективного вибору базових малохвильових функцій із застосуванням апарату нечіткої логіки; [98] – визначено оптимальні базові малохвильові функції для опрацювання одновимірних сигналів за критерієм мінімального середньоквадратичного відхилення та ентропійного критерію;

Апробація результатів дисертації. За результатами досліджень були представлені доповіді на таких конференціях: I Міжнародна конференція з ав-

томатичного управління та інформаційних технологій «ІСАСІТ-2011» (м. Львів, 15-17 грудня, 2011 р.); XI Міжнародна наукова конференція з контролю і управління в складних системах «КУСС-2012», (м. Вінниця, 9-11 жовтня, 2012 р); II Міжнародна науково-технічна конференція «Захист інформації та безпека інформаційних систем» (м. Львів, 30 травня - 1 червня 2013 р); The Second International Conference on Automatic Control and Information Technology (ICASIT-2013, Cracow, Poland, December 7-8, 2013); 3-тя Міжнародна конференція з автоматичного управління та інформаційних технологій, (м. Київ, 11-13 грудня 2015 р), The Fourth International Conference on Automatic Control and Information Technology (ICASIT-2017, Cracow, Poland, December 13-16, 2017).

Публікації. Результати досліджень опубліковані у 15 наукових працях повністю відображають основні результати дисертації, з них 6 статей у наукових фахових виданнях України, 1 стаття у науковому фаховому виданні України, яке включене до міжнародних наукометричних баз, 2 статті у наукових періодичних виданнях інших держав, одна з яких у виданні, яке включене до міжнародних наукометричних баз.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається з вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел з 110 найменувань та додатків. Загальний обсяг дисертації 175 сторінок, з яких основний текст викладено на 123 сторінках друкованого тексту, містить 74 рисунки, 10 таблиць та список використаних джерел на 11 сторінках.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПОДАННЯ ТА ОПРАЦЮВАННЯ СИГНАЛІВ У ЧАСО-ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ

Зазвичай сигнали, незалежно від їх фізичної природи, подають як певні функції часу $s(t)$. Такі представлення є загальноприйнятими математичними абстракціями фізичних сигналів. Математичні моделі сигналів повинні відповідати фізичним представленням сигналів, для опису яких вони призначені. Вибір моделей залежить від обсягу та характеру апріорної інформації про фізичні сигнали.

На різних етапах обробки сигналів, форми їх математичного опису можуть змінюватися шляхом відповідних операцій перетворення сигналів.

Будь-який сигнал можна подавати в різних областях – часовій, частотній, часо-частотній або просторовій, але в кожному конкретному випадку одне подання може виявитися більш інформативним для опрацювання сигналу, ніж інші подання.

Якщо область визначення сигналу неперервна, то такий сигнал відноситься до неперервного або аналогового. Дискретні сигнали відповідають множині дискретних значень для певних відліків часу. Надалі в роботі будуть розглядатися сигнали в дискретній області, а саме цифрові сигнали.

1.1. Загальний аналіз методів подання сигналів в часовій та частотній областях

Поданням сигналу в часовій області є представлення сигналу певною функцією часу (динамічне представлення сигналу), причому форма запису функції часу може бути різною. Найбільш поширеними є дві елементарні функції – одинична функція Хевісайда $\sigma(t)$ та дельта-функція Дірака $\delta(t)$ [10, 23, 59].

Розглянемо часове подання сигналу $s(t)$, при якому як базисні функції використовують одиничні імпульсні функції – дельта-функції. Математичний опис такої функції задається так:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \neq 0 \\ \infty & \text{при } t = 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Реальний сигнал можна представити деякою сумою одиничних імпульсів, що виникають в послідовні моменти часу. Ці імпульси розташовуються через однаковий часовий інтервал Δ , а їх амплітуди визначаються огинаючою сигналу $s(t)$ (рис. 1.1.а).

$$s(t) \approx \tilde{s}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t_k) (\sigma(t - t_k + \Delta/2) - \sigma(t - t_k - \Delta/2)) \quad (1.2)$$

З іншого боку, будь-який сигнал $s(t)$ можна наближено представити у вигляді сходинок (рис. 1.1.б), висота яких є різницею значень сигналу у двох сусідніх відліках часу $s(t_k) - s(t_{k+1})$. Таке представлення сигналу $s(t)$, використовує як базисну функцію – функцію Хевісайда, яка математично задається таким чином:

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t > 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

і використовується для опису розривних та/або обмежених в часі сигналів.

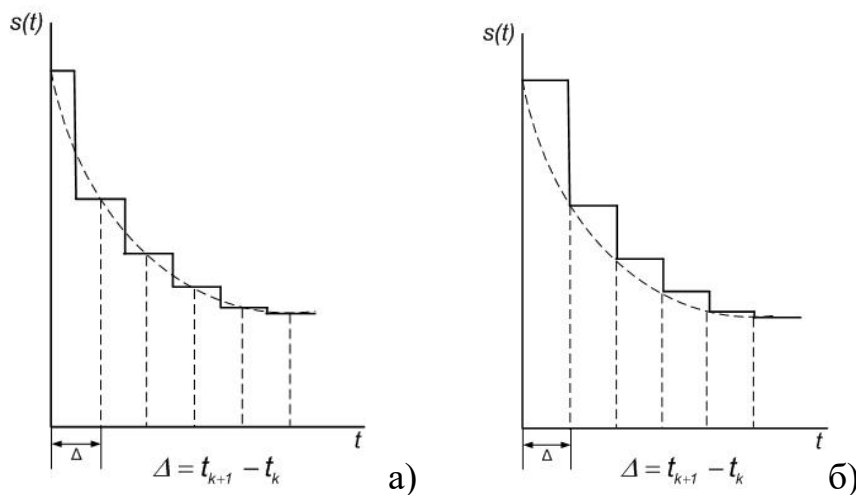


Рис. 1.1. Подання сигналу за допомогою дельта-функції (а) та за допомогою функції Хевісайда (б)

$$\begin{aligned} s(t) \approx \tilde{s}(t) &= s(t_0)\sigma(t - t_0) + (s(t_1) - s(t_0))\sigma(t - t_1) + (s(t_2) - s(t_1))\sigma(t - t_2) + \dots = \\ &= s(t_0)\sigma(t - t_0) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} (s(t_k) - s(t_{k-1})) \cdot \sigma(t - t_0 - k \cdot \Delta) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Крім того, за певних обмежень, сигнал як функція часу, задана на деякому часовому відрізку, може бути представлена у вигляді тригонометричного ряду, кожен член якого є найпростішою гармонійною функцією часу (косинус, синус). Функція часу та її спектр є взаємно залежними, а отже подання сигналу в часовій області можна замінити на подання в частотній області.

Частотна область дозволяє провести аналіз частотних складових сигналу. Перетворення Фур'є пов'язує між собою просторове (часове) подання сигналів з частотним. Математичною основою для подання сигналів в частотній області є ряди Фур'є для періодичних сигналів і інтегральне перетворення Фур'є для неперіодичних сигналів [1, 10, 22].

З допомогою ряду Фур'є реалізується розклад несинусоїдного періодичного сигналу на синусоїдні компоненти:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t, \quad (1.5)$$

де $a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos k\omega_1 t dt$, $b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin k\omega_1 t dt$ – спектральні коефіцієнти,

$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ – кутова частота; $\frac{A_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt$ – постійна складова сигналу; $k\omega_1$ – k -

та гармоніка сигналу.

Вираз (1.5) також можна записати у вигляді:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k), \quad (1.6)$$

де $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ – амплітуда k -ої гармоніки; $\varphi_k = \arctg \frac{b_k}{a_k}$ – початкова фаза.

Множина амплітуд гармонік $\{A_k\}$ формує амплітудний спектр сигналу, а множина фаз $\{\varphi_k\}$ – фазовий.

Як правило, всі реальні сигнали обмежені у часі і тому є неперіодичними. Розклад періодичної функції в ряд Фур'є можна узагальнити і на випадок неперіодичної функції, яка може розглядатися як граничний випадок періодичної функції при необмежено зростаючому періоді $T \rightarrow \infty$. В цьому випадку частот-

ний інтервал між сусідніми гармоніками $\omega_1 = 2\pi/T$ прямує до нуля і спектр стає неперервним. При переході від границь і суми до інтегралу відбуваються такі заміни: $T \rightarrow \infty$; $\omega_1 \rightarrow d\omega$; $2\pi m/T = \omega$, де ω – це миттєва частота, яка змінюється безперервно, а $d\omega$ – її приріст. Тоді інтегральне пряме перетворення Фур'є матиме вигляд [1, 40, 49, 58]:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt, \quad (1.7)$$

де $S(\omega)$ – це комплексна функція частоти або спектральна функція, а інтегральне зворотне перетворення має вигляд:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{-j\omega t} d\omega. \quad (1.8)$$

Спектральна функція $S(\omega)$ називається спектральною густиною. Аналогічно до періодичної функції, неперіодична має неперервний спектр амплітуд і фаз:

$$|S(\omega)| = \sqrt{(\operatorname{Re}(S(\omega)))^2 + (\operatorname{Im}(S(\omega)))^2}, \quad (1.9)$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(S(\omega))}{\operatorname{Re}(S(\omega))}. \quad (1.10)$$

Зв'язок між часовою і частотною областями представлення сигналу відображений у вигляді тотожності Парсеваля [40]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega, \quad (1.11)$$

а саме значення повної енергії сигналу, визначені в часовій і частотній областях, є однаковими.

1.2. Методи подання сигналів в часо-частотній області

З метою повнішого вивчення поведінки спектра аналогового сигналу, який отриманий шляхом перетворення Фур'є, необхідно додатково одержати повні відомості про сигнал в часовому просторі, включаючи інформацію про майбутню поведінку сигналу. Крім того, якщо сигнал змінюється протягом малого проміжку часу, то це впливає на весь його спектр [52, 62].

Наприклад, в граничному випадку, перетворення Фур'є дельта-розкладу $\delta(t - t_0)$ з базисом в точці t_0 буде визначатися виразом $e^{-jt_0\omega}$, який перекриває весь частотний простір. Тому в багатьох застосуваннях, зокрема аналізі нестационарних сигналів або обробці сигналів в реальному масштабі часу, використання класичного перетворення Фур'є буде недостатнім.

1.2.1. Короткочасове (віконне) перетворення Фур'є

Одним з інструментів спектрального аналізу сигналів є короткочасове або віконне перетворення Фур'є.

В основі віконного перетворення Фур'є лежить поділ сигналу на сегменти (вікна), у межах яких він буде стаціонарним, та застосуванням дискретного перетворення Фур'є для кожного з цих сегментів. Кожний фрагмент сигналу множиться на вагову (віконну) функцію $\Omega(t - \tau)$, ширина якої повинна бути рівна ширині вікна.

$$S(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot \Omega(t - \tau) e^{-j\omega t} dt \quad (1.12)$$

На відміну від звичайного перетворення Фур'є, віконне перетворення є функцією частоти та часу, що дозволяє отримати розподіл частот по часовій осі. У більшості випадків як віконні функції використовуються вікна Хемінга, Ханна, Кайзера.

Основним недоліком віконного перетворення Фур'є є обмеження, пов'язані з невизначеністю Гейзенберга, внаслідок чого постає проблема роздільної спроможності. При збільшенні ширини вікна зростає точність частотної характеристики сигналу і зменшується точність часової (і навпаки).

Віконне перетворення Фур'є не дозволяє змінювати ширину вікна в процесі перетворення, тому віконна функція є фіксованою протягом усього перетворення.

1.2.2. Подання сигналів в часо-частотній області за Габором

Недоліки віконного перетворення Фур'є в часо-частотній області сигналу були розглянуті Д. Габором, який запропонував використовувати функцію Гауса для одержання функції-вікна g . Оскільки перетворення Фур'є функції Гауса є також функцією Гауса, то одночасно локалізується обернене перетворення Фур'є [40, 49].

Використання функції Гауса для часової локалізації дозволяє оптимізувати розмір вікна, що досягається шляхом:

$$g_{\alpha}(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} e^{-\frac{t^2}{4\alpha}}, \quad (1.13)$$

де α – додатна фіксована константа, що визначає ширину вікна.

Тоді, для будь-якого заданого значення $\alpha > 0$ перетворення Габора, функція $s(t)$ визначається наступним чином [49]:

$$(G_b^{\alpha} s)(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} s(t) g_{\alpha}(t - b) dt. \quad (1.14)$$

Отже, функція $(G_b^{\alpha} s)(\omega)$ локалізує перетворення Фур'є функції $s(t)$ навколо $t = b$.

Для визначення ширини вікна використовується поняття стандартного відхилення, або середньоквадратичної тривалості:

$$\Delta g_{\alpha} = \frac{1}{\|g_{\alpha}\|_2} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} t^2 g_{\alpha}^2(t) dt}. \quad (1.15)$$

Інша форма перетворення Габора визначається наступним чином:

$$G_{b,\omega}^{\alpha}(t) = e^{j\omega t} g_{\alpha}(t - b). \quad (1.16)$$

$$(G_b^{\alpha} s)(\omega) = \left\langle s, G_{b,\omega}^{\alpha} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \overline{G_{b,\omega}^{\alpha}(t)} dt. \quad (1.17)$$

Отже, замість розгляду $G_b^{\alpha} s$ як локалізації перетворення Фур'є функції $s(t)$, можна трактувати це як організацію вікна функції $s(t)$ при використанні функції-вікна $G_{b,\omega}^{\alpha}$:

$$\langle s, G_{b,\omega}^\alpha \rangle = \langle S, H_{b,\omega}^\alpha \rangle. \quad (1.18)$$

В [49] зазначено, що дослідження сигналу $s(t)$ в точці $t = b$ при використанні функції вікна $G_{b,\omega}^\alpha$, еквівалентне дослідженню спектра $S(\omega)$ сигналу в околі частоти $\omega = \eta$ при використанні функції вікна $H_{b,\omega}^\alpha$. Добуток ширини часового вікна $G_{b,\omega}^\alpha$ і частотного вікна $H_{b,\omega}^\alpha$ відповідає прямокутному часо-частотному вікну. Таке вікно розташоване в часо-частотному просторі і визначає локалізацію сигналу.

$$\left[b - \sqrt{\alpha}, b + \sqrt{\alpha} \right] \times \left[\omega - \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}, \omega + \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \right] \quad (1.19)$$

Ширина $2\sqrt{\alpha}$ часового вікна відповідає “ширині часо-частотного вікна”, а ширина $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ частотного вікна відповідає “висоті часо-частотного вікна”.

Недоліком перетворення Габора є те, що ширина часо-частотного вікна не змінюється при спостереженні спектра на всіх частотах, що обмежує використання цього перетворення для дослідження сигналів з високими та низькими частотами. Широке вікно буде з високою достовірністю виявляти низькочастотні компоненти сигналу, але ця ширина буде надлишковою для виявлення гармонік з високою частотою.

Крім того, для перетворення Габора часо-частотне вікно є жорстким і тому малопридатним для дослідження сигналів з широким спектром. Таким чином, замість обробки сигналів з використанням перетворення Фур’є використовується більш перспективний метод обробки, що базується на інтегральному малохвильовому (wavelet) перетворенні сигналів. При застосуванні такого перетворення забезпечується особливий ступінь вільності масштабного параметра, який робить часо-масштабне вікно гнучким, тобто забезпечує звуження або розширення часо-частотного вікна відповідно на високих і низьких частотах.

1.2.3. Використання малохвильової області для подання сигналів

Подання сигналів у малохвильовій області використовує відомий підхід, що представляє сигнал у вигляді зваженої суми простих складових (як правило, базових функцій $\psi_i(t)$), помножених на коефіцієнти C_i [3, 23, 48, 50]:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n c_i \psi_i(t) \quad (1.20)$$

де $\psi_i(t)$ – базові функції, c_i – вагові коефіцієнти. Оскільки базові функції $\psi_k(t)$ є функціями визначеного вигляду, то коефіцієнти C_i містять інформацію про певний сигнал. Таким чином, існує можливість подання довільних сигналів за допомогою рядів з різними базовими функціями. Якщо порівняти подання сигналів за допомогою малохвильових функцій з перетворенням Фур'є, то перші в найпростішому випадку здійснюють перетворення сигналу не по всій часовій осі, а локально за місцем розташування. Тому, якщо базовою функцією буде синусоїдноподібна функція, то реалізується перетворення Фур'є, яке добре характеризує сигнали тільки в частотній області. Однак, при аналізі швидкоплинних неперіодичних (стаціонарних, нестаціонарних) сигналів таке перетворення є цілком непридатним. Крім того, апаратна реалізація пристроїв опрацювання сигналів в таких випадках є дуже складною.

В різних технічних задачах виникає потреба у поданні сигналу, яке б містило інформацію про його поведінку одночасно в часовій і частотній областях на малих часових відрізках (наприклад, при компресії сигналів). При цьому виникає потреба аналізу частотного вмісту сигналу навіть в деякі миттєві відліки часу. Проте роздільні здатності подання в часовій (Δt) і частотній (Δf) областях не можуть бути дуже малими одночасно і визначаються нерівністю Гайзенберга [48, 49, 50]

$$\Delta t \Delta f \geq \frac{1}{2} \quad (1.21)$$

Нерівність (1.21) показує, що роздільні здатності за частотою і часом є взаємозалежними. Тому можна досягнути високої роздільної здатності в часовій області представлення сигналу при забезпеченні низької роздільної здатності в

частотній, і навпаки, висока роздільна здатність за частотою зменшує роздільну здатність за часом.

Таким чином, для найкращого виконання умов нерівності Гайзенберга (1.21) і отримання найповнішої корисної часо-частотної інформації про сигнал, потрібно використовувати такі базові функції, в яких ширина смуги ділиться навпіл, подібно до того, як це відбувається в каскадних октавних смугових фільтрах.

Перед тим, як перейти до аналізу необхідних базових функцій для отримання повнішої інформації про сигнал, порівняємо вплив на характеристики сигналу імпульсної та синусоїдної функцій. Оскільки інтервал, на якому імпульсна функція не дорівнює нулю є дуже малим, то ця функція погано забезпечує інформацією про частотну поведінку сигналу. З іншого боку, за рахунок необмеженої в часі області визначення синусоїдної функції, остання не дозволяє характеризувати сигнал в часовій області. Отже, при знаходженні відповідних базових функцій потрібно визначити певну множину таких функцій $\psi(t)$, кожна з яких має скінченну основу різної ширини. Різниця у величині основ дозволяє використовувати часові і частотні особливості по-різному. Наприклад, за допомогою функцій з широкою інформативною областю можна дослідити великі часові діапазони сигналу і точно розпізнати низькочастотні деталі, а за допомогою функції з вузьким базисом потрібно досліджувати малі діапазони часової області сигналу і тому точніше визначати деталі в цьому часовому діапазоні.

Зазначеним вимогам найбільше відповідають базові малохвильові функції, які є функціями, що задовольняють наступні допустимі умови [17]:

- протягом часу існування функція повинна бути коливною;
- функція повинна бути швидко зростаючою і швидко спадною в напрямку нуля;
- інтеграл протягом часу існування функції повинен дорівнювати нулеві:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0.$$

Функції, що задовольняють допустимі умови, є широкосмуговими і не можуть мати складових нульової і нескінченної частоти. Так як значна кількість сигналів у навколишньому середовищі є широкосмуговими та мають обмежену тривалість, то вимога відсутності граничних частот частково обмежує використання базових малохвильових функцій.

Правильний вибір базових малохвильових функцій із зазначеними вище властивостями для малохвильового аналізу істотно впливає на ефективність самого малохвильового перетворення. Множини базових функцій $\{\psi_i\}$ будуються як масштабовані і зміщені версії однієї материнської базової функції ψ , яка має такий вигляд:

$$\psi_{(a,b)}(t) = a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1.22)$$

Функція $\psi_{(a,b)}(t)$ є масштабованою в a разів і зміщеною на $a^{-1}b$ базовою малохвильовою функцією. При дискретному малохвильовому перетворенні проводяться заміни $a = 2^{-j}$, $i = b/a$, $b = 2^{-j}i$, тоді масштабування відбувається шляхом множення x на масштабуючий коефіцієнт (в більшості випадків кратний 2). Тоді вигляд базової функції зміниться – $\psi(2^j t)$, де j – будь-яке ціле число. Оскільки функція ψ має скінченну ненульову основу, то для охоплення цілого сигналу, її необхідно зміщувати вздовж осі часу. Таке зміщення можна представити у вигляді: $\psi(2^j t - i)$, $i \in Z$. Якщо врахувати, що множенням на $2^{j/2}$ реалізується ортонормований базис, то остаточний вираз для дискретної базової малохвильової функції буде таким:

$$\psi_{j,i}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - i) \quad (1.23)$$

Вираз (1.23) є основою для обчислень дискретного малохвильового перетворення та малохвильових рядів.

Розглянемо основні властивості малохвильового перетворення, які використовуються для аналізу сигналів. Під час обробки сигналів велике значення має

величина флуктуації, а саме коливання навколо усереднених значень. Малохвильове перетворення дозволяє оцінити величину таких флуктуацій [17, 35].

Нехай сигнал $s(t)$ заданий на інтервалі від 0 до 1, а найкраща роздільча здатність при дискретизації цього сигналу забезпечується при поділі інтервалу на 16 частини. Отже, результатом є 16 усереднених значень сигналу, який можна зобразити за допомогою гістограми, зображеної на рис. 1.3.а.

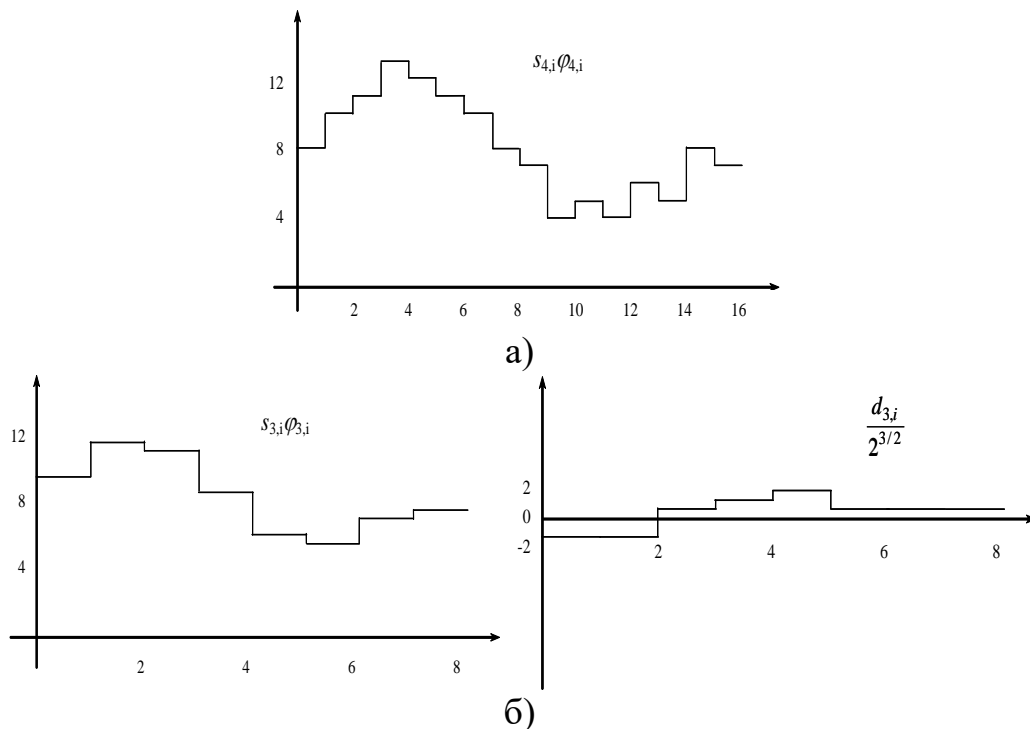


Рис. 1.3. Дискретизовані значення сигналу $s(t)$ для інтервалів довжиною $1/16$ – а); усереднені та різницеві значення на інтервалах довжиною $1/8$ – б).

Сигнал матиме наступний вигляд:

$$s(t) = \sum_{i=0}^{15} s_{4,i} \varphi_{4,i}(t) \quad (1.24)$$

де $s_{4,i} = \frac{s\left(\frac{i}{16}\right)}{4}$; $\varphi_{4,i}$ – це функція з одиничною нормою, яка має ширину $1/16$, а

висоту 4. В загальному випадку функція $\varphi_{j,i}$ має вигляд $\varphi_{j,i}(t) = 2^{j/2} \varphi(2^j t - i)$, причому j визначає кількість операцій усереднення початкової дискретизованої функції. Ця функція відповідає масштабуючій функції.

Вираз (1.27) є результатом малохвильового перетворення сигналу і визначає флуктуації сигналу для різних масштабів j і в різних точках i , які містяться в коефіцієнтах $d_{j,i}$. Коефіцієнт $s_{0,0}$ містить загальну середню величину сигналу на цілому інтервалі. Функція $\psi(t)$ відноситься до малохвильової функції.

У випадку практичного використання для достатньо гладких сигналів, які мають сплески на деяких коротких часових відрізках, більшість різницевих коефіцієнтів $d_{j,i}$ є дуже малими, що дозволяє ними нехтувати. Таким чином, нулі або малі значення різницевих коефіцієнтів визначають гладкі області сигналу [35].

Розглянемо основні характеристики дискретного малохвильового перетворення, яке використовує дискретні в часі вхідні сигнали $s[n]$, $n \in Z$. Багаторівневий розклад $s[n]$ на j октавах, які мають значення $j = 1, \dots, J$, здійснюється за допомогою наступного перетворення [44]:

$$s[n] = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k \in Z} c_{j,k} h_j[n - 2^j k] + \sum_{k \in Z} b_{J,k} g_J[n - 2^J k]. \quad (1.28)$$

Вираз $h_j[n - 2^j k]$ є синтезуючою малохвильовою функцією, дискретний еквівалент якої є $2^{-j/2} \psi(2^{-j}(t - 2^j k))$. Для забезпечення якісного відтворення використовується додаткова базова синтезуюча масштабна функція $g_J[n - 2^J k]$.

При прямому ДМП обчислюються малохвильові коефіцієнти $c_{j,k}$ для $j = 1, \dots, J$ і масштабні коефіцієнти $b_{J,k}$ згідно з виразами:

$$\text{ДМП} \{s[n]; 2^j, k 2^j\} = c_{j,k} = \sum_n s[n] h_j^*[n - 2^j k], \quad (1.29)$$

$$b_{J,k} = \sum_n s[n] g_J^*[n - 2^J k], \quad (1.30)$$

де $h_j^*[n - 2^j k]$ аналізуюча дискретна малохвильова функція; $g_J^*[n - 2^J k]$ аналізуюча масштабна функція.

Ще одна схема обчислення ДМП використовує блоки фільтрів. Нехай дві імпульсні послідовності отримано на виходах високопропускнуго фільтру $h[n]$ і

низькопропускнуго – $g[n]$. Тоді малохвильові і масштабні функції можна отримати за допомогою наступного ітеративного процесу [44, 48]:

$$g_1[n] = g[n], \quad (1.31)$$

$$h_1[n] = h[n], \quad (1.32)$$

$$g_{j+1}[n] = \sum_k g_j[k] g[n - 2k], \quad (1.33)$$

$$h_{j+1}[n] = \sum_k h_j[k] g[n - 2k], \quad (1.34)$$

тобто тут здійснюється перехід від однієї октави j до наступної $(j+1)$ шляхом використання інтерполяційного оператора

$$f[n] \rightarrow \sum_k f[k] g[n - 2k], \quad (1.35)$$

який передбачається як дискретний еквівалент розширення $f(t) \rightarrow 2^{-1/2} f(t/2)$.

З врахуванням (1.28) і (1.31) – (1.35), вираз для одного рівня розкладу дискретного малохвильового перетворення можна записати

$$s[n] = \sum_{k \in Z} c_{j+1,k} h_{j+1}[n - 2^{j+1}k] + \sum_{k \in Z} b_{j+1,k} g_{j+1}[n - 2^{j+1}k]. \quad (1.36)$$

Якщо врахувати вирази (1.33), (1.34) і ортонормальність базових функцій, то можна отримати формули для швидкого дискретного малохвильового перетворення:

$$c_{j+1,k} = \sum_k b_{j,k} h_j^*[n - 2^j k], \quad (1.37)$$

$$b_{j+1,k} = \sum_k b_{j,k} g_j^*[n - 2^j k]. \quad (1.38)$$

Схема обчислення ДМП відповідає банку октавносмугових фільтрів [48]. Пряме ДМП відповідає банку аналізуючого фільтра, а обернене – банку синтезуючого фільтра. При отриманні N вхідних вибірок в процесі ДМП обчислюється $N2^{-1} + N2^{-2} + \dots + N2^{-J} \approx N$ коефіцієнтів. Октавний параметр j є обмежений ($j \geq 1$), і тому частота вибірки малохвильових коефіцієнтів завжди мен-

ша, ніж частота вибірок сигналу. З огляду на це, даний процес має іншу назву – підсмугового кодування.

Структурну схему прямого та оберненого ДМП наведено на рис. 1.5. У верхній частині схеми виконується низькочастотна фільтрація, в результаті якої формується деяка апроксимація сигналу – низькочастотна підсмуга. Нижня частина схеми показує високочастотну складову, а саме деталізацію сигналу.

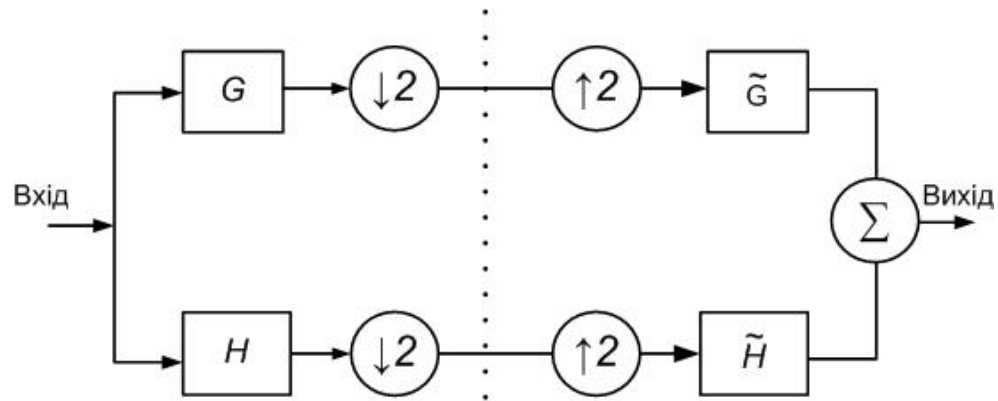


Рис. 1.5. Схема двохсмугового банку фільтрів

Для обчислення коефіцієнтів апроксимації та деталізації аргументи вагових коефіцієнтів фільтрів повинні бути: $h_{-l} = h(-l)$ та $g_{-l} = g(-l)$. У наступних блоках схеми виконується прорідження сигналів на виході фільтрів у два рази.

У правій частині схеми виконується малохвильова реконструкція сигналу. Ця процедура використовує операції інтерполяції та фільтрації фільтрами реконструкції \tilde{H} і \tilde{G} , які визначають фільтрацію фільтрами h_{-l} та g_{-l} відповідно. Операція інтерполяції з фактором 2 є зворотною до децимації з фактором 2 та здійснюється шляхом збільшення у два рази числа складових додаванням нульових компонентів. При додаванні сигналів, отриманих на виході фільтрів \tilde{H} і \tilde{G} , формується сигнал, який подібний до вхідного, тобто відбувається його відтворення на початковому рівні.

З проведеного аналізу можна зробити наступний висновок:

– малохвильове перетворення, яке володіє рухомим частотно-часовим вікном, однаково добре виявляє і низькочастотні і високочастотні характеристики сигналів, на відміну від перетворення Габора, недоліком якого є жорстке часо-

частотне вікно, і тому воно є малоприсадиим для дослідження сигналів з широким спектром (рис. 1.6);

– базовими малохвильовими функціями можуть бути довільні функції, які задовольняють певні допустимі умови. Локалізація сигналу за допомогою таких функцій може відбуватися і в часовій, і в частотній областях. При цьому роздільні здатності в часі і за частотою є взаємозалежними і визначаються нерівністю Гайзенберга.

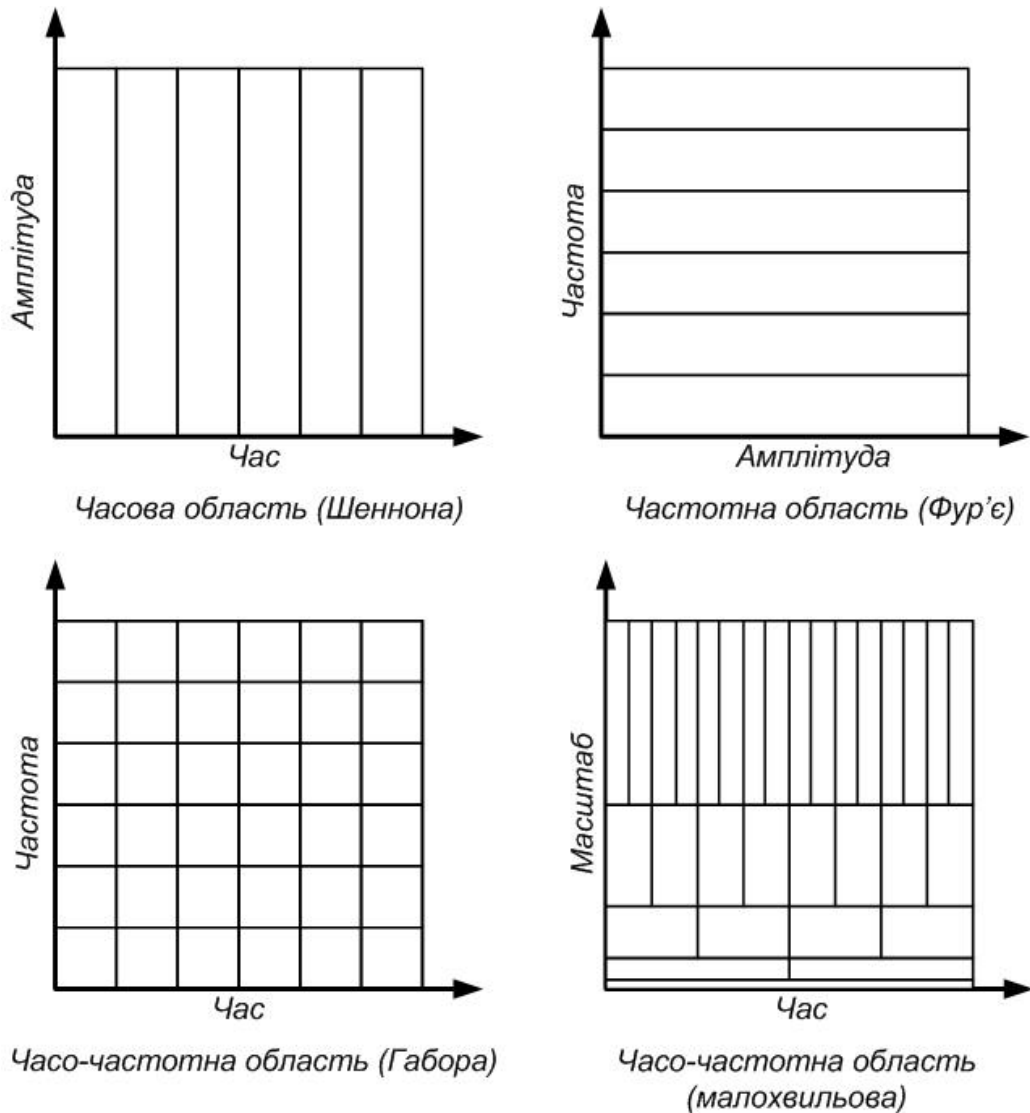


Рис.1.6. Роздільні здатності за часом та за частотою основних методів подання сигналів

1.3. Класифікація сигналів та методи їх опрацювання

Для зручності перетворення та опрацювання сигналів доцільно провести їх класифікацію. Загалом, існуючий математичний апарат для аналізу сигналів досить широко представлений і використовується на практиці залежно від типів сигналів, характеру їх зміни, необхідної точності перетворення та опрацювання [1, 3, 4, 7, 8, 10, 14, 15, 21, 48, 58].

Детерміновані сигнали – це сигнали, які можна описати явними математичними залежностями і значення яких у будь-який момент часу або в довільній точці простору (або залежно від будь-яких інших аргументів) є апіорно відомими або можуть бути досить точно визначені.

Сигнали, зміни яких неможливо описати явними математичними залежностями, оскільки вони мають випадковий характер, відносяться до *випадкових*. Як правило, їх сукупність оцінюється статистичними характеристиками процесу, які вони утворюють, і характеризуються законами розподілу ймовірностей, кореляційними функціями, спектральними густинами енергії. У випадку, якщо сигнали відносяться до ергодичних, то усі характеристики можуть бути оцінені по одній реалізації в часі.

Реально, на практиці сигнали носять випадковий характер. Здебільшого існують *квазідетерміновані сигнали*, що описуються функціями з невідомими випадковими параметрами.

Детерміновані сигнали поділяються на:

- періодичні сигнали;
- неперіодичні сигнали.

До *періодичних* відносяться гармонійні та полігармонійні сигнали. Для періодичних сигналів виконується загальна умова $s(t) = s(t + kT)$, де $k = 1, 2, 3, \dots$ – будь-яке ціле число, T - період, що є кінцевим відрізком незалежної змінної.

Гармонійні сигнали (або синусоїдні), описуються наступними виразами :

$$s(t) = A \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi); \quad s(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1.39)$$

де $A, f_0, \omega_0, \varphi, \phi$ – постійні величини, які є інформаційними параметрами сигналу: A – амплітуда, f_0 – циклічна частота основної гармоніки в герцах, $\omega_0 = 2\pi f_0$ – кутова частота в радіанах, φ і ϕ – початкова фаза кута в радіанах. Період одного коливання $T = 1/f_0$.

Полігармонійні сигнали є найбільш поширеною групою періодичних сигналів і описуються сумою гармонійних коливань:

$$s(t) = \sum_{n=0}^N A_n \sin(2\pi f_n t + \varphi_n), \quad (1.40)$$

або безпосередньо функцією

$$s(t) = y(t \pm kT_p), \quad (1.41)$$

де $k = 1, 2, 3, \dots$, T_p – період одного повного коливання сигналу $y(t)$, заданого на одному періоді. Значення $f_p = 1/T_p$ називають основною частотою коливань. Полігармонійні сигнали є сумою певної постійної складової ($f_0 = 0$) і довільної (у межі - нескінченної) кількості гармонійних складових з довільними значеннями амплітуд A_n і фаз φ_n з періодами, кратними періоду основної частоти f_p . Частотний спектр полігармонійних сигналів дискретний.

Як було зазначено вище, періодичний сигнал будь-якої довільної форми може бути зображений у вигляді суми гармонійних коливань з частотами, кратними основній частоті коливань f_p . Для цього достатньо розкласти один період сигналу в ряд Фур'є з кроком по частоті, що дорівнює основній частоті коливань $f = f_p$ [4]:

$$s(t) = \sum_{k=0}^K (a_k \cdot \cos(2\pi \cdot k \cdot f \cdot t) + b_k \cdot \sin(2\pi \cdot k \cdot f \cdot t)), \quad (1.42)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \cdot dt, \quad a_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos(2\pi \cdot k \cdot f \cdot t) \cdot dt, \quad b_k = \\ &= \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(2\pi \cdot k \cdot f \cdot t) \cdot dt. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Кількість членів ряду Фур'є $k = k_{\max}$ звичайно обмежується максимальними частотами f_{\max} гармонійних складових у сигналах таким чином, щоб $f_{\max} < kf_p$.

Інформаційними характеристиками полігармонійного сигналу можуть бути як певні особливості форми сигналу (розмах від мінімуму до максимуму, екстремальне відхилення від середнього значення, і т.п.), так і параметри певних гармонік у цьому сигналі. Наприклад, для прямокутних імпульсів інформаційними характеристиками є період повторення, тривалість і шпаруватість. При аналізі складних періодичних сигналів інформаційними характеристиками є [58]:

поточне середнє значення за певний час, наприклад, за період:

$$s_m = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} s(t) \cdot dt \quad (1.44)$$

постійна складова одного періоду:

$$s_p = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \cdot dt \quad (1.45)$$

середньовипрямлене значення:

$$s_a = \frac{1}{T} \int_0^T |s(t)| \cdot dt \quad (1.46)$$

середньоквадратичне значення:

$$\|s(t)\| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt} \quad (1.47)$$

В техніці полігармонічні сигнали, зустрічаються набагато частіше ніж ті, що описуються простою гармонічною функцією.

Наступним класом сигналів є *неперіодичні*, до яких відносяться майжеперіодичні і аперіодичні або перехідні сигнали. Донедавна основним інструментом їхнього аналізу була частотна область подання.

Майжеперіодичні сигнали близькі за своєю формою і спектральними характеристиками до полігармонійних. Вони є сумою двох і більше гармонійних сигналів, проте не з кратними, а з довільними частотами, відношення яких є ір-

раціональними числами. Через це основний період сумарних коливань є нескінченно великим. Математичне подання таких сигналів подібне до полігармонійних. Частотний спектр майжеперіодичних сигналів є дискретним.

Аперіодичні або перехідні сигнали становлять основну групу неперіодичних сигналів і задаються довільними функціями часу.

До аперіодичних сигналів відносяться також імпульсні сигнали, які часто розглядаються у вигляді окремого класу. Імпульси є сигналами, як правило, визначеної й досить простої форми, що існують у межах скінченних часових інтервалів.

Частотний спектр аперіодичних сигналів неперервний і може містити будь-які гармоніки в частотному інтервалі $[0, \infty]$. Для його обчислення використовується інтегральне перетворення Фур'є, яке можна отримати при переході у виразі (1.31) від сумування до інтегрування при $f \rightarrow 0$ і $kf \rightarrow f$.

$$s(t) = \int_0^{\infty} (a(f) \cdot \cos(2\pi ft) + b(f) \cdot \sin(2\pi ft)) df = \int_0^{\infty} S(f) \cdot \cos(2\pi ft - \varphi(f)) df \quad (1.48)$$

$$a(f) = \int_0^T s(t) \cdot \cos(2\pi ft) \cdot dt, \quad b(f) = \int_0^T s(t) \cdot \sin(2\pi ft) \cdot dt \quad (1.49)$$

$$S(f) = \sqrt{a(f)^2 + b(f)^2}, \quad \varphi(f) = \arctg \frac{b(f)}{a(f)} \quad (1.50)$$

Частотні функції $a(f)$, $b(f)$ і $S(f)$ є не амплітудними значеннями відповідних гармонік на певних частотах, а розподілом спектральної щільності амплітуд цих гармонік на частотній шкалі.

У випадку аналізу радіоімпульса його рівняння має вигляд:

$$s(t) = u(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \quad (1.51)$$

де $\cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$ – гармонійне коливання заповнення радіоімпульса, $u(t)$ – огинаюча радіоімпульса. Положення головного піку спектра радіоімпульса на частотній шкалі відповідає частоті заповнення f_0 , а його ширина визначається тривалістю радіоімпульса. Чим більша тривалість радіоімпульса, тим менше ширина головного частотного піка.

Крім детермінованих сигналів, великий клас складають *випадкові* сигнали. В загальному випадку випадковий сигнал є одноразовим відтворенням випадкового фізичного явища або фізичного процесу, причому зареєстрований в одиничному спостереженні сигнал не відтворюється при повторних спостереженнях і не може бути описаний явною математичною залежністю. При реєстрації випадкового сигналу реалізується лише один з можливих варіантів випадкового процесу, а досить повний і точний опис процесу в цілому можна зробити тільки після багаторазового повторення спостережень і обчислення певних статистичних характеристик сигналу. Конкретна реалізація процесу, що описує випадкове явище, формує вибіркочну функцію сигналу (або реалізацію). Сукупність усіх можливих сигнальних вибіркочних функцій, які може дати випадкове явище, формує *випадковий* або *стохастичний процес*.

Випадкові процеси поділяються на *стаціонарні* і *нестационарні*. У свою чергу стаціонарні випадкові процеси бувають *ергодичними* та *неергодичними*. Подальша класифікація нестационарних випадкових процесів проводиться за особливостями їх нестационарностей.

До *стаціонарних* випадкових процесів належать такі процеси, імовірнісні властивості яких не залежать від початку відліку часу.

Якщо фізичне явище описується випадковим процесом, то властивість цього явища можна оцінити у будь-який момент часу шляхом усереднення за сукупністю сигнальних вибіркочних функцій, що утворюють випадковий процес.

Середнє значення (перший момент) випадкового процесу у момент часу t_1 можна обчислити, взявши миттєві значення всіх вибіркочних функцій ансамблю у момент часу t_i , додавши ці значення і розділивши на число вибіркочних функцій. Автокореляція (змішаний момент) значень випадкового процесу в два різні моменти часу обчислюється шляхом усереднення за ансамблем добутків миттєвих значень в моменти часу t_i та $t_i + \tau$. Таким чином, середнє значення $\mu_x(t_i)$ та автокореляційна функція $R_{xx}(t_i, t_i + \tau)$ випадкового процесу $\{x(t_i)\}$ визначаються відповідно наступними чином [6, 16]:

$$\mu_x(t_i) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_i), \quad (1.52)$$

$$R_{xx}(t_i, t_i + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_i) \cdot x_k(t_i + \tau). \quad (1.53)$$

У загальному випадку, коли $\mu_x(t_1)$ та $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$, визначені рівняннями (1.52), (1.53), залежать від моменту часу t_1 , то випадковий процес $\{x(t)\}$ є *нестационарним*. У випадку, коли $\mu_x(t_1)$ та $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$ не залежать від моменту часу t_1 , то випадковий процес називається *слабо стационарним* або *стационарним* в широкому сенсі. Середні значення слабо стационарного процесу є постійним, а автокореляційна функція залежить лише від зміщення часу, тобто $\mu_x(t_1) = \mu_x$ та $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = R_{xx}(\tau)$.

Для визначення повного набору функцій розподілу, які задають структуру випадкового процесу $\{x(t)\}$, потрібно обчислювати нескінченну кількість моментів і змішаних моментів вищих порядків. У тому випадку, коли усі моменти і змішані моменти інваріантні в часі, випадковий процес $\{x(t)\}$ називається *строго стационарним* або *стационарним* в вузькому сенсі [6, 16].

У багатьох випадках характеристики стационарного випадкового процесу можна обчислити усереднюючи по часу в межах окремих сигнальних вибірко-вих функцій, які входять в ансамбль. У цьому випадку всі характеристики випадкового процесу можна проаналізувати шляхом дослідження властивостей тільки однієї сигнальної реалізації. Такі процеси відносяться до *ергодичних*. Для ергодичних процесів середні значення і автокореляційні функції, отримані усередненням за часом (як і інші характеристики, обчислені усередненням за часом), рівні аналогічним характеристикам, знайденим усередненням за ансамблем, тобто $\mu_x(k) = \mu_x$ та $R_{xx}(\tau, k) = R_{xx}(\tau)$. Ергодичні випадкові процеси завжди є *стационарними*. Всі *нестационарні* випадкові процеси *неергодичні*, однак *неергодичними* можуть бути й *стационарні* випадкові процеси. Ергодичні випадкові процеси утворюють дуже важливий клас випадкових процесів, оскільки всі властивості ергодичних процесів можна визначити за єдиною сигнальною вибі-

рковою функцією. На практиці стаціонарні випадкові процеси зазвичай є ергодичними. Саме з цієї причини властивості стаціонарних випадкових явищ часто можна визначити за однією сигнальною реалізацією.

До *нестаціонарних* випадкових процесів відносяться всі випадкові процеси, що не задовольняють умовам стаціонарності. Якщо не накладаються додаткові обмеження, то властивості нестаціонарних випадкових процесів зазвичай залежать від часу і можуть бути встановлені лише шляхом усереднення в окремі моменти часу за ансамблем вибірових функцій, які створюють процес. На практиці часто не вдається отримати достатню кількість реалізацій для точної оцінки властивостей процесу. Наслідком цього є відставання в розвитку практичних методів дослідження та аналізу нестаціонарних випадкових процесів.

У деяких випадках нестаціонарні випадкові процеси вдається подати таким чином, щоб спростити їх аналіз. При цьому дані випадкового сигналу вдається представити у вигляді випадкового процесу, всі вибірові функції якого мають вигляд $x(t) = a(t) \cdot u(t)$, де $u(t)$ – сигнальна вибірова функція стаціонарного випадкового процесу, $a(t)$ – детермінована функція.

Таким чином, дані представляються нестаціонарним випадковим процесом, усі сигнальні вибірові функції якого мають загальне детерміноване тлумачення. Якщо нестаціонарний випадковий процес має такий вигляд, то для опису його властивостей не завжди потрібне усереднення за ансамблем. Іноді багато важливих властивостей вдається оцінити за єдиною сигнальною вибіровою функцією, як і для ергодичних стаціонарних процесів.

Аналіз методів часо-частотного представлення сигналів дозволив прийти до висновку, що опрацювання різних типів сигналів залежить від особливостей їх формування [32].

Найбільшою універсальністю та практичним застосуванням серед існуючих ортогональних перетворень характеризується перетворення Фур'є, яке ефективно використовується для аналізу періодичних сигналів, що змінюються в широкому діапазоні частот, але одночасно має низьку ефективність при аналізі неперіодичних сигналів.

Перетворення Габора та короткочасове (віконне) перетворення Фур'є є також малопридатними для аналізу неперіодичних сигналів з широким спектральним вмістом, оскільки їх часо-частотні вікна є жорсткими і незмінними в усьому діапазоні частот.

Тому, для аналізу та синтезу неперіодичних сигналів в часо-частотній області найефективніше використовувати малохвильове (вейвлет) перетворення, оскільки воно володіє рухомим частотно-часовим вікном та дає можливість здійснювати ефективну декореляцію сигналів одночасно в часовій та частотній областях. Базові функції малохвильового перетворення мають роздільну здатність за часом, що зменшується з масштабом і роздільну здатність за частотою, що збільшується з масштабом. Ця властивість малохвильового перетворення надає йому велику перевагу при аналізі випадкових сигналів. Крім того фінітність базових функцій дозволяє проводити малохвильовий аналіз нестационарних процесів.

1.4. Вибір напрямку та формулювання задач дослідження

В результаті проведеного аналізу [33, 37] визначено, що правильний вибір базових функцій істотно впливає на ефективність малохвильового перетворення. Загалом, вибір базових малохвильових функцій залежить від таких основних характеристик, як розмір носія, кількість нульових моментів та гладкість базових функцій. Проте, наявність цих характеристик, ще не дозволяє обрати одну або декілька малохвильових функцій, використання яких забезпечувало б необхідну якість опрацювання сигналу, а саме необхідну точність апроксимації інформативних сигналів у часо-частотній області, якісну декомпозицію і зосередження енергії сигналу в невеликій кількості значущих ненульових коефіцієнтів та досягати при цьому високої швидкодії перетворення та мінімізації необхідного об'єму пам'яті.

У вибраному напрямку необхідно вирішити наступні задачі:

- 1) провести аналіз методів формування базових малохвильових функцій;

2) вибрати найбільш типові сімейства базових малохвильових функцій для проведення подальших досліджень;

2) провести аналіз існуючих критеріїв вибору базових малохвильових функцій та здійснити вибір найбільш ефективних, які забезпечували б покращення результатів опрацювання сигналів для конкретних випадків;

3) розробити нові та покращити існуючі методи ефективного вибору базових малохвильових функцій;

4) провести дослідження на основі комп'ютерного моделювання ефективності методів оптимізації та критеріїв вибору базових малохвильових функцій.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

1. На основі проведеного аналізу методів подання сигналів встановлено, що для аналізу та синтезу неперіодичних сигналів в часо-частотній області доцільно використовувати малохвильове (вейвлет) перетворення.

2. На основі проведеного аналізу існуючих методів вибору базових малохвильових функцій встановлено, що вони не задовольняють споживачів, оскільки передбачають лише або перебір малохвильових перетворень відносно різних базових функцій або ж використовують різні алгоритми швидкого перебору при цьому не вказується відносно яких параметрів здійснюється вибір і які методи оптимізації при цьому використовуються.

3. Проведено класифікацію сигналів та способів їх опрацювання, що дозволило точніше окреслити напрями подальших наукових досліджень; зокрема відзначено, що малохвильове перетворення доцільно використовувати для аналізу неперіодичних широкосмугових сигналів.

4. Встановлено, що загальними вимогами до формування базових малохвильових функцій є локалізація за часом та за частотою, рівність нулю середнього значення функції, властивість самоподібності та коливний характер.

5. В результаті аналізу встановлено, що правильний вибір базових малохвильових функцій із вказаними вище властивостями істотно впливає на ефективність малохвильового перетворення загалом.

6. Визначено, що подальші дисертаційні дослідження базуються на використанні методів малохвильового перетворення, аналізу існуючих та розробленні нових оптимізаційних методів вибору малохвильових базових функцій для опрацювання неперіодичних сигналів.

РОЗДІЛ 2 . ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ТА ВИБОРУ БАЗОВИХ МАЛОХВИЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ОПРАЦЮВАННЯ ОДНОВИМІРНИХ СИГНАЛІВ

2.1. Основні характеристики малохвильових функцій

При застосуванні малохвильового перетворення використовується властивість малохвильових функцій ефективно апроксимувати деякі класи сигналів із використанням незначної кількості ненульових коефіцієнтів. Така ситуація виникає при аналізі, синтезі та опрацюванні сигналів, зокрема при стисненні, фільтрації або швидких обчисленнях. Тому формування малохвильової функції $\psi(t)$ повинно відбуватися з використанням максимальної кількості малохвильових коефіцієнтів, які наближаються до нуля. Тоді перетворений сигнал буде мати декілька значущих малохвильових коефіцієнтів і більшість майже нульових, що вказують на високу роздільну здатність. Найбільший вплив на вибір малохвильової функції мають розмір носія, кількість нульових моментів та гладкість малохвильових функцій [41, 48, 73, 74, 77, 80-82, 96].

Ортогональність. Важливою властивістю малохвильової функції є її ортогональність. Ортогональні базові функції дозволяють ефективно апроксимувати певні типи сигналів за допомогою малої кількості коефіцієнтів. Причому кожен ортогональний малохвильовий коефіцієнт містить відповідну частину інформації про сигнал і не має жодної надлишковості в цьому представленні [41]. Крім того, властивість ортогональності дозволяє отримати компоненти розкладу сигналу, параметри яких не корелюють між собою. Така умова підвищує ефективність процедури подальшої оцінки цих параметрів при аналізі сигналів.

Розмір носія. Встановлено, що розмір носія впливає на похибку апроксимації сигналів у часо-частотній області, особливо для скінченних їх функціональних залежностей.

Зокрема, якщо сигнал має ізольовану особливість в точці t_0 , яка міститься всередині материнської малохвильової функції $\psi_{j,i}(t)$, то малохвильові коефіціє-

нти $\langle s(t), \psi_{j,i} \rangle$ можуть мати велику амплітуду. Крім того, якщо компактний носій має розмір N , то існує N малохвильових функцій $\psi_{j,i}$ для кожного масштабу 2^j , що містять точку t_0 . Таким чином, для зменшення кількості малохвильових коефіцієнтів з великою амплітудою потрібно зменшити розмір носія ψ . В свою чергу, чим менший розмір носія, тим менша похибка буде при розкладанні сигналу [17, 41, 54].

Кількість нульових моментів. Малохвильова функція $\psi(t)$ має M нульових моментів, якщо

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^m \psi(t) dt = 0, \quad \text{при } 0 \leq m < M \quad (2.1)$$

Отже малохвильова функція $\psi(t)$ ортогональна будь-якому многочлену степеня $M-1$. Крім того, якщо сигнал $s(t)$ є гладкою функцією і $\psi(t)$ має багато нульових моментів, то малохвильові коефіцієнти $\langle s(t), \psi_{j,i} \rangle$ є малими для кожного масштабу 2^j . Це пояснюється тим, що гладкі функції добре апроксимуються многочленом Тейлора зі степенем m . Якщо $m < M$, то малохвильові функції є ортогональними многочлену Тейлора, в результаті чого отримуються коефіцієнти з амплітудою близькою до нуля для невеликих масштабів.

Розмір носія функції і кількість нульових моментів є незалежними величинами. Однак для ортогональних функцій, існує певна закономірність [41]: якщо материнська малохвильова функція $\psi(t)$ має M нульових моментів, то її найменший носій дорівнює $2M-1$. Таким чином, постає задача вибору між кількістю нульових моментів і розміром носія.

З огляду на це, при виборі базових функцій враховується наступне: якщо сигнал має декілька ізольованих особливостей і є гладким між цими особливостями, тоді необхідно використовувати базову функцію з великою кількістю нульових моментів. Такий підхід дозволяє для малих масштабів отримати велику кількість незначних малохвильових коефіцієнтів. Проте, якщо кількість особливостей збільшується, то доцільно зменшувати розмір носія за рахунок зменшення кількості нульових моментів [41].

Гладкість малохвильових функцій. Вважається, що функція має гладкість порядку N , якщо вона N разів диференційована і N -на похідна неперервна. Таким чином, порядок гладкості – це деяке ціле число. Відомо, що кількість нульових моментів і гладкість базових функцій пов'язані між собою [81, 93], однак характер такого зв'язку може бути різним, залежно від виду розглянутого сімейства малохвильових функцій. Для гладких функцій найкраща апроксимація її високочастотних компонент переважно забезпечується великою кількістю нульових моментів, а не регулярністю малохвильової функції. Також важливо враховувати, що результат апроксимації залежить не тільки від гладкості та кількості нульових моментів базової функції, але і від структури самого сигналу. Можна стверджувати, що гладкість базових функцій є важливою для подання сигналів з поліноміальною залежністю.

Наприклад, якщо порядок гладкості функції дорівнює N , то ця функція може ефективно використовуватися як базова для подання полінома степеня, який менший за N . В цьому випадку усі малохвильові коефіцієнти дорівнюватимуть нулю.

Загалом, гладкість малохвильової функції $\psi(t)$ впливає на рівень похибки, що з'являється в процесі порогової обробки і квантування під час обчислення малохвильових коефіцієнтів. Оскільки відновлення сигналу за малохвильовими коефіцієнтами відбувається згідно виразу

$$s(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle s(t), \psi_{j,i} \rangle \tilde{\psi}_{j,i} \quad (2.2)$$

з похибкою e , то ця похибка буде додана до коефіцієнта $\langle s(t), \psi_{j,i} \rangle$ як компонента $e \psi_{j,i}$ сигналу, що відновлюється. Таким чином, для гладкої малохвильової функції похибка відновлення також буде мати гладку форму. В практичних застосуваннях при обробці зображень за допомогою малохвильового перетворення похибка з гладкою формою є менш помітна, ніж «негладка» похибка за умови, що похибка та перетворене зображення мають приблизно однакову енергію [49].

2.2. Класифікація базових малохвильових функцій

Відомо, що будь-яка локалізована функція $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ відноситься до малохвильових, якщо для неї визначено функцію $\psi^* \in L^2(\mathbb{R})$ таким чином, що сімейства $\{\psi_{jk}\}$ і $\{\psi_{jk}^*\}$ є парними базисами функціонального простору $L^2(\mathbb{R})$ [45, 48].

Тому, довільна малохвильова функція ψ , незалежно від того, ортогональна вона чи ні, дозволяє будь-яку функцію з простору $L^2(\mathbb{R})$ зобразити у вигляді ряду, коефіцієнти якого визначаються інтегральним малохвильовим перетворенням цієї функції відносно ψ^* .

На цей час існує достатньо багато малохвильових функцій. Загальна класифікація базових малохвильових функцій може бути представлена наступним чином [54, 60, 68,]:

«Грубими» малохвильовими функціями є малохвильові функції Гауссового типу, Морле і «мексиканського капелюха» (МНАТ). Вони мають мінімум властивостей, що забезпечують повноцінні можливості в техніці перетворення сигналів:

- масштабуюча функція φ у них відсутня;
- аналіз не є ортогональним;
- базова функція ψ не має компактного носія;
- можливість реконструкції не гарантована;
- можлива безперервна декомпозиція;
- симетричність, функція ψ задається явно;
- швидкі алгоритми перетворень і точна реконструкція неможливі.

Нескінченні регулярні малохвильові функції – це безперервні малохвильові функції Мейера, які мають такі властивості:

- наявність масштабуючої функції φ та ортогональний аналіз;

- функції ψ і φ не визначені явно;
- функції ψ і φ не мають компактного носія;
- малохвильові функції симетричні і регулярні у нескінченності;
- швидкий алгоритм перетворень не підтримується.

Для цих малохвильових функцій можливі такі методи аналізу, як безперервні перетворення і дискретні перетворення без FIR фільтрів.

До нескінченних регулярних малохвильових функцій належить також дискретна малохвильова функція Мейєра, яка допускає апроксимацію за допомогою FIR-фільтра і підтримує неперервне і дискретне перетворення.

Ортогональні малохвильові функції з компактним носієм – це малохвильові функції Добеші, Симлети і Койфлети. Їх основні властивості:

- масштабуюча функція φ і аналіз належать до ортогонального типу;
- функції мають певну кількість нульових моментів;
- функції ψ і φ мають компактний носій;
- можливі неперервні і дискретні перетворення із застосуванням швидкого малохвильового перетворення;
- забезпечується принципова можливість реконструкції сигналів і функцій.

До недоліків можна віднести:

- недостатню періодичність;
- малохвильові функції Добеші є несиметричні;
- малохвильові функції Симлети – близькі до симетричних;
- малохвильові функції Койфлети – асиметричні.

До *біортогональних парних малохвильових функцій з компактним носієм* належать *B*-сплайнові біортогональні малохвильові функції, які мають наступні властивості:

- масштабуюча функція φ і аналіз належать до біортогонального типу;

- обидві функції ψ і φ для декомпозиції та реконструкції мають компактний носій;
- ψ і φ для декомпозиції мають моменти зникнення;
- ψ і φ для реконструкції можуть мати періодичність.
- для аналізу використовується безперервне малохвильове перетворення і дискретне малохвильове перетворення з використанням алгоритму швидкого малохвильового перетворення;
- для функцій характерною є симетрія з фільтрами, а також можливість отримання необхідних властивостей для розкладання та відновлення;
- основним недоліком є відсутність ортогональності.

Комплексні малохвильові функції мають мінімальні властивості. Це є малохвильові функції Гауса, Морле, Шеннона і частотні B -сплайнові малохвильові функції. Їх характерними особливостями є наступні:

- функція φ відсутня;
- аналіз не ортогональний;
- функція ψ не має компактного носія;
- властивості реконструкції не гарантуються;
- можливий аналіз типу комплексної декомпозиції;
- через неможливість використання швидкого алгоритму і реконструкції існують труднощі застосування.

В таблиці 2.1 представлено основні сімейства малохвильових функцій та їх властивості [90].

Основні сімейства малохвильових функцій та їх властивості

Властивості	Сімейства базових малохвильових функцій									
	Гауса	МНАТ	Морле	Меєра	Меєра дискр.	Хаара	Добеші	Симлети	Койфлети	Біортогональні
Нескінченна регулярність	+	+	+	+						
Довільна регулярність							+	+	+	+
Ортогональність (біортогональність) з компактним носієм						+	+	+	+	+
Симетричність	+	+	+	+	+	+				+
Асиметричність									+	
Майже симетричність								+		
Довільне число нульових моментів							+	+	+	+
Існування функції φ				+		+	+	+	+	+
Нульові моменти для φ									+	
Ортогональний (біортогональний) аналіз				+		+	+	+	+	+
Точна реконструкція	+	+		+		+	+	+	+	+
KIX фільтри					+	+	+	+	+	+
Неперервне перетворення	+	+	+	+		+	+	+	+	+
Дискретне перетворення				+	+	+	+	+	+	+
Швидкий алгоритм			+		+	+	+	+	+	+
Явний вираз	+	+	+			+				
Апроксимація з KIX фільтрами					+					

Проаналізувавши таблицю 2.1, можна стверджувати, що існує більше однієї материнської малохвильової функції з однаковими властивостями. Варто зазначити, що ці властивості надають лише математичний опис базових малохвильових функцій, який не дозволяє отримати явних рекомендацій щодо їх практичного застосування для аналізу та опрацювання різних типів нестационарних сигналів.

2.3. Аналіз особливостей формування базових малохвильових функцій основних сімейств

Для проведення подальших досліджень необхідно обрати сімейства малохвильових функцій, основними властивостями яких є ортогональність, наявність масштабуючої функції, можливість реконструкції та можливість дискретного перетворення, для аналізу та опрацювання дискретних неперіодичних сигналів. Відповідно до табл.2.1. такими властивостями характеризуються малохвильові функції сімейств Добеші, Койфлет, Симлет та функція Хаара. Проведемо аналіз особливостей формування базових малохвильових функцій обраних сімейств.

2.3.1. Малохвильова функція Хаара

Малохвильова функція Хаара є найпростішою з відомих малохвильових функцій. Аналітично вона записується так:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq t < \frac{1}{2} \\ -1, & \text{при } \frac{1}{2} \leq t < 1, \\ 0, & \text{інакше} \end{cases} \quad (2.3)$$

а її вигляд наведений на рис. 2.1.

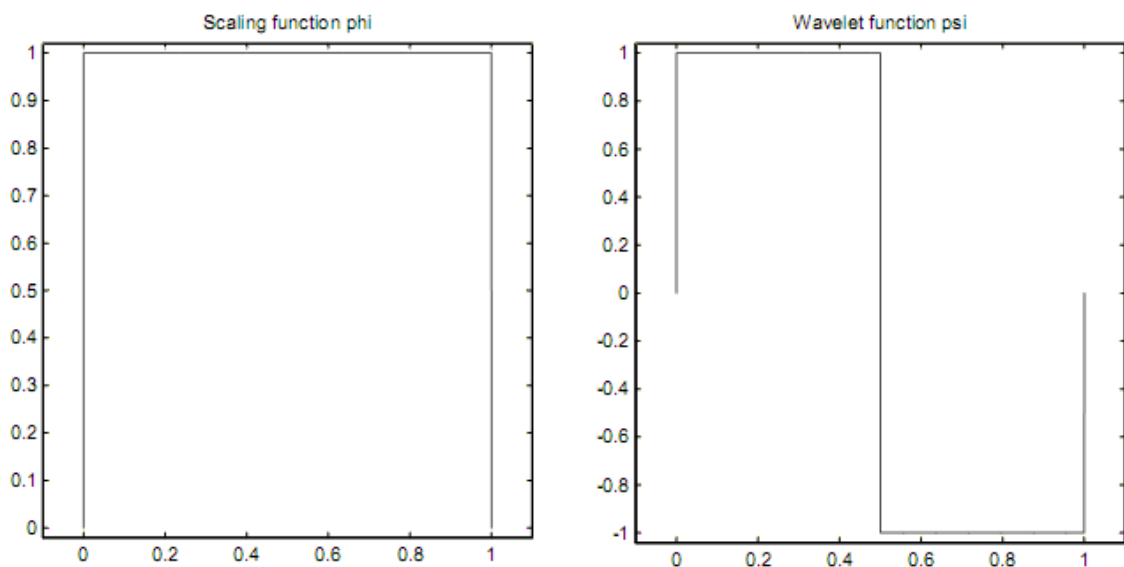


Рис. 2.1. Масштабуюча та малохвильова функції Хаара

Малохвильова функція Хаара має властивість локальності, оскільки її область визначення обмежена та становить $2M-1=1$. Усі вищі моменти малохвильової функції Хаара відмінні від нуля і лише нульовий момент, а саме інтеграл від самої функції, набуває нульового значення.

Масштабуюча функція для малохвильової функції Хаара має вигляд

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{інакше} \end{cases} \quad (2.4)$$

Перетворення Фур'є (1.7) для базової функції Хаара має наступний вигляд [52, 67]:

$$\psi(\omega) = je^{-j\omega/2} \left(\frac{4}{\omega} \sin \frac{\omega}{4} \right), \quad (2.5)$$

та представлено на рис.2.2.

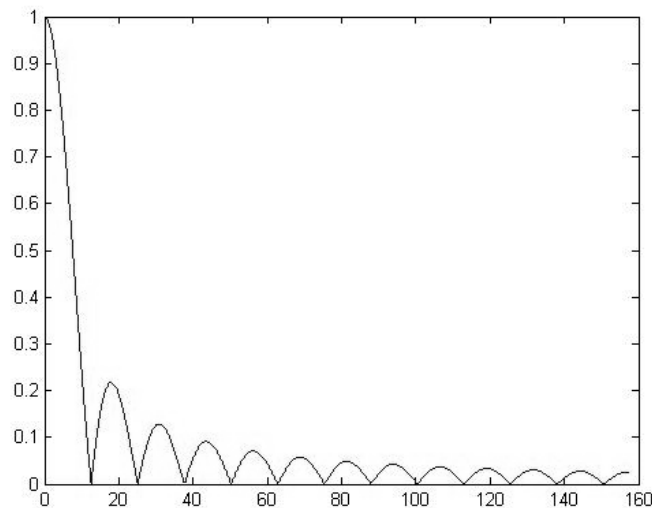


Рис. 2.2. Спектр базової малохвильової функції Хаара

Отже, в часовій області функція Хаара є малохвильовою функцією з компактним носієм на проміжку $[0,1]$. Основними недоліками малохвильової функції є несиметричність її форми, наявність різких перепадів на границях в часовій області та розривів функції. Внаслідок чого, малохвильова функція Хаара погано локалізована в частотній області та неефективна при розкладанні сигналів, представлених за допомогою гладких функцій. Перевагами малохвильової функції Хаара є простота застосування, швидкість перетворення та ефективність використання пам'яті.

2.3.2. Базові малохвильові функції Добеші

Для підвищення ефективності малохвильового перетворення необхідно здійснювати пошук масштабуючих та малохвильових функцій $\varphi(t)$ і $\psi(t)$ з відповідним компактним носієм і M нульовими моментами. Саме малохвильові функції Добеші можуть забезпечити виконання таких вимог.

У випадку необхідності забезпечення M нульових моментів малохвильової функції $\psi(t)$ фільтруюча функція $H_0(\omega)$ повинна мати наступний вигляд [60]

$$H_0(\omega) = \left(\frac{1 + e^{-j\omega}}{2} \right)^M S(\omega), \quad (2.6)$$

де $S(\omega)$ – тригонометричний многочлен, $k = 0 \dots M-1$. Коефіцієнти фільтра $\{h_n\}$ масштабуючої функції $\varphi(t)$ мають задовільняти наступні умови [60]:

$$\sum_n h_n = \sqrt{2}; \quad \sum_n (-1)^n n^k h_n = 0, \quad (2.7)$$

де $S(\omega)$

Оскільки масштабуюча функція пов'язана з фільтруючою функцією $H_0(\omega)$ наступним виразом:

$$\hat{\varphi}(\omega) = H_0(\omega) H_0\left(\frac{\omega}{2}\right) H_0\left(\frac{\omega}{2^2}\right) H_0\left(\frac{\omega}{2^3}\right) \dots, \quad (2.8)$$

то для фільтруючої функції повинна виконуватися умова

$$|H_0(\omega)|^2 + |H_0(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad (2.9)$$

Початково визначається фільтруюча функція $H_0(\omega)$ згідно виразу (2.6), що відповідає умові (2.9). З цією метою визначається функція $M_0(\omega)$:

$$|H_0(\omega)|^2 = \left(\frac{(1 + \cos \omega - j \sin \omega)^2}{4} \right)^M |S(\omega)|^2 \quad (2.10)$$

$$M_0(\omega) = \left(\cos^2 \frac{\omega}{2} \right)^L T(\omega) \quad (2.11)$$

де $M_0(\omega) = |H_0(\omega)|^2$, $T(\omega) = |S(\omega)|^2$.

Фільтруюча функція $H_0(\omega)$ згідно виразу (2.6) відповідає умові (2.9), якщо функція $T(\omega)$ є тригонометричним поліномом вигляду $P\left(\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\right)$. Для знаходження фільтруючої функції потрібно знайти квадратний корінь з $M_0(\omega)$.

Так, для формування малохвильової функції Добеші *db2*, кількість нульових моментів M буде дорівнювати 2, тригонометричний поліном $S(\omega)$ матиме першу степінь, а фільтруюча функція буде мати наступний вигляд:

$$H_0(\omega) = \left(\frac{1 + e^{-j\omega}}{2}\right)^2 S(\omega) \quad (2.12)$$

Шляхом заміни тригонометричних функцій на комплексну змінну $z = e^{-j\omega}$ обчислюється $M_0(\omega)$,:

$$\begin{aligned} M_0(\omega) &= \left(1 - \sin^2 \frac{\omega}{2}\right)^2 P\left(\sin^2 \frac{\omega}{2}\right) = \left(\frac{1 + \frac{z^2 + 1}{2z}}{2}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{1 - \frac{z^2 + 1}{2z}}{2}\right) = \\ &= -\frac{1}{8z^3} (z + 1)^4 (z - (2 + \sqrt{3}))(z - (2 - \sqrt{3})) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Остаточний вираз для фільтруючої функції запишеться як

$$H_0(\omega) = \frac{1}{8} (1 + e^{-j\omega})^2 (1 + \sqrt{3} + (1 - \sqrt{3})e^{-j\omega}) \quad (2.14)$$

і значення коефіцієнтів фільтра згідно умов (2.7):

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} & h_1 &= \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ h_2 &= \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} & h_3 &= \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Графічне зображення масштабуючої та малохвильової функцій Добеші *db2* наведено на рис. 2.3.

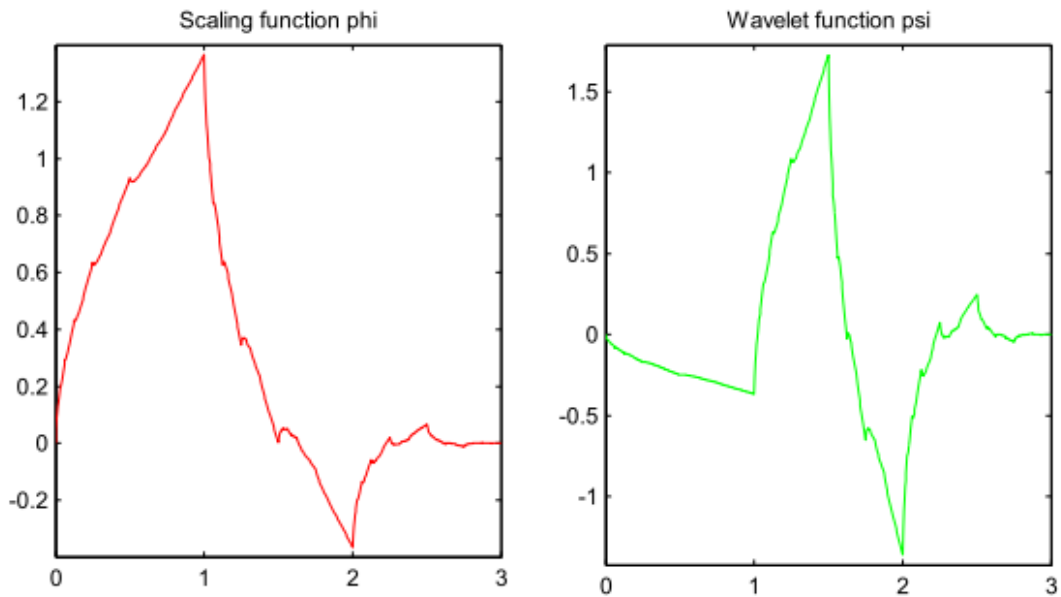


Рис. 2.3. Масштабуюча та малохвильова функції Добеші *db2*

Коефіцієнти для базових малохвильових функцій Добеші більш високих порядків, можуть бути отримані аналогічно.

Отже, сімейство малохвильових функцій Добеші має наступні переваги:

- мінімальний розмір носія $\varphi(t)$ і $\psi(t)$ становить $2M-1$, де M – кількість нульових моментів малохвильової функції $\psi(t)$; що дозволяє отримати максимальний ефект при стисканні сигналів;

- гладкість малохвильових функцій зростає з числом нульових моментів, що дозволяє отримати більшу ефективність процесу оберненого малохвильового перетворення ;

В процесі малохвильового перетворення застосування малохвильових функцій Добеші дозволяє ефективно зберігати енергію сигналів і перерозподіляти цю енергію в більш компактну форму.

Недоліком малохвильових функцій Добеші є асиметричність (зокрема, для малих значень M).

2.3.3. Сімейство малоохвильових функцій Симлети

В практичних застосуваннях важливою властивістю, яку повинні забезпечувати малоохвильові функції є властивість симетрії. В такому випадку коефіцієнти фільтра є симетричними відносно деякого коефіцієнта і фільтруюча функція має наступний вигляд:

$$H_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^M h_n e^{-jn\omega} = e^{-jM\frac{\omega}{2}} \sqrt{2} \sum_{n=0}^M h_n \cos\left(\frac{M}{2} - n\right)\omega \quad (2.16)$$

Якщо коефіцієнти фільтра є асиметричними, то фільтруюча функція буде такою:

$$H_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^M h_n e^{-jn\omega} = e^{-jM\frac{\omega}{2}} \sqrt{2} j \sum_{n=0}^M h_n \sin\left(\frac{M}{2} - n\right)\omega \quad (2.17)$$

Спільним для розглянутих випадків є наявність лінійної фази $\phi(\omega) = a\omega + b$ для фільтруючої функції $H_0(\omega)$. Як було зазначено раніше малоохвильові функції, які є одночасно симетричними і мають компактний носій – це малоохвильові функції Хаара. Для симетричних малоохвильових функцій фаза частотної фільтруючої функції дорівнює нулю. Для забезпечення майже симетричних властивостей потрібно забезпечити мінімальну фазу, що накладає певні умови на вибір тригонометричного полінома $S(\omega)$.

Таким чином відбувається перехід до сімейства малоохвильових функцій – Симлетів, основою формування яких є отримання малоохвильової функції, яка має мінімальну асиметрію.

Для подальших досліджень важливим є те, що фільтруюча функція $H_0(\omega)$ є добутком множників вигляду $(z - z_i)(z - \bar{z}_i)$ або $(z - r_i)$, де z, z_i є комплексними змінними, r_i – дійсними, а тому на результуючу фазу впливає кожен із розглянутих множників.

Записавши комплексні змінні z, z_i у вигляді $z = e^{-j\omega}$, $z_i = R_i e^{ja_i}$, отримаємо значення добутку:

$$(z - z_i)(z - \bar{z}_i) = \left(e^{-j\omega} - R_i e^{ja_i}\right) \left(e^{-j\omega} - R_i e^{-ja_i}\right) = e^{j\omega} \left(e^{j\omega} - 2R_i \cos a_i + R_i^2 e^{-j\omega}\right)$$

Тоді фаза фільтруючої функції $H_0(\omega)$ буде мати наступний вигляд:

$$\phi_i(\omega) = \operatorname{arctg} \left(\frac{(1 - R_i^2) \sin \omega}{(1 + R_i^2) \cos \omega - 2R_i \cos a_i} \right). \quad (2.18)$$

В свою чергу для множника $z - r_i = e^{j\omega} \left(e^{\frac{j\omega}{2}} - r_i e^{-\frac{j\omega}{2}} \right)$ фаза дорівнює

$$\phi_i(\omega) = \operatorname{arctg} \left(\frac{(1 + r_i) \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}{(1 - r_i)} \right) \quad (2.19)$$

Щоб побудувати масштабуючу і малохвильову функції сімейства симлетів потрібно перебрати всі пари комплексно спряжених коренів і побудувати частотну фільтруючу функцію $H_0(\omega)$ з мінімальною фазою.

Приклад масштабуючої та малохвильової функцій сімейства Симлетів *sym8* наведено на рис. 2.4.

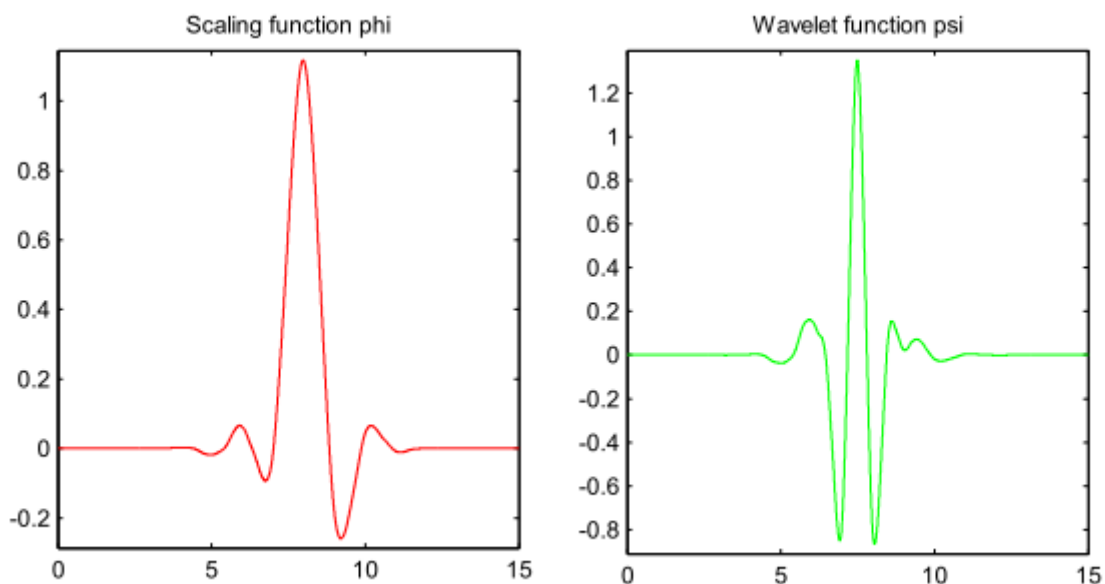


Рис. 2.4. Графіки масштабуючої та малохвильової функцій симлета *sym8*

Загалом, Симлети – це ортогональні та майже симетричні малохвильові функції, які були запропоновані І. Добеші як модифікації малохвильового сімейства функцій Добеші. Властивості двох малохвильових сімейств схожі, причому властивість симетрії забезпечує мінімальні фазові спотворення. Малохвильові функції Симлети співпадають з малохвильовими функціями Добеші до 4 порядку.

2.3.4. Малохвильові функції Койфмана (койфлети)

Відомо, що нульові моменти малохвильової функції $\psi(t)$ для сигналу гладкої форми зменшують величину малохвильових коефіцієнтів $d_{jk} = (s, \psi_{jk})$ із збільшенням значення j [60]. Проте це не стосується коефіцієнтів $a_{jk} = (s, \varphi_{jk})$. Нехай носій масштабуючої функції $\varphi(t)$ міститься в околі точки t_0 . Тоді носій зсуненої масштабуючої функції $\varphi_{jk}(t) = \sqrt{2^j} (2^j t - k)$, буде знаходитися в околі точки $t_{jk} = \frac{k}{2^j}$. Тоді для великих значень J і гладкого сигналу $s(t)$ можна записати

$$a_{jk} = (s, \varphi_{jk}) = \frac{1}{\sqrt{2^J}} s\left(\frac{k}{2^J}\right) \quad (2.20)$$

Останній вираз дозволяє отримати малохвильові коефіцієнти в зменшеному масштабі. Тоді можна отримати нульові моменти функцій φ і ψ .

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = 1; \quad \int_{-\infty}^{\infty} t^k \varphi(t) dt = 0, \quad k = \overline{1..M-1}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} t^k \psi(t) dt = 0 \quad k = \overline{0..M-1}. \quad (2.21)$$

Функції $\varphi(t)$ і $\psi(t)$ з компактними носіями, які задовільняють умови (2.21) називаються Койфлетами. В частотній області умови (2.21) будуть мати наступний вигляд:

$$\hat{\varphi}(0) = 1; \quad \hat{\varphi}^{(k)}(0) = 0, \quad k = \overline{1..M-1}; \quad \hat{\psi}^{(k)}(0) = 0, \quad k = \overline{0..M-1} \quad (2.22)$$

Число M називається порядком койфлета. Частотна фільтруюча функція $H_0(\omega)$ для койфлетів є такою ж, як і для малохвильових функцій Добеші:

$$H_0(\omega) = \left(\frac{1 + e^{-j\omega}}{2} \right)^M S(\omega) \quad (2.23)$$

Як було зазначено раніше, для фільтруючої функції $H_0(\omega)$ також повинна виконуватися умова

$$|H_0(\omega)|^2 + |H_0(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad (2.24)$$

Нехай, для побудови малохвильових функцій койфлетів порядок койфлета буде парним, а саме $M = 2N$. Тоді, враховуючи що

$$\left(\frac{1+e^{-j\omega}}{2}\right)^{2N} = e^{-j\omega N} \cos^{2N}\left(\frac{\omega}{2}\right), \quad (1-e^{-j\omega})^{2N} = e^{-j\omega N} \left(2j \sin\left(\frac{\omega}{2}\right)\right)^{2N}, \quad (2.25)$$

отримуємо

$$\cos^{2N}\left(\frac{\omega}{2}\right)P_1(\omega) = 1 + \sin^{2N}\left(\frac{\omega}{2}\right)P_2(\omega) \quad (2.26)$$

де $P_1(\omega)$, $P_2(\omega)$ – тригонометричні поліноми.

Для виконання умови (2.25) потрібно знайти поліном

$$P_1(\omega) = \sum_{i=0}^{N-1} C_{N-1+i}^i \sin^{2i}\left(\frac{\omega}{2}\right) + \sin^{2N}\left(\frac{\omega}{2}\right)U(\omega), \quad (2.27)$$

де $U(\omega)$ – тригонометричний поліном, коефіцієнти якого підбирають, доки не виконається умова (2.25). Знайдені таким чином коефіцієнти визначають масштабуючу та малохвильову функцію Койфлетів. На рис. 2.5 зображено Койфлети 2-го порядку.

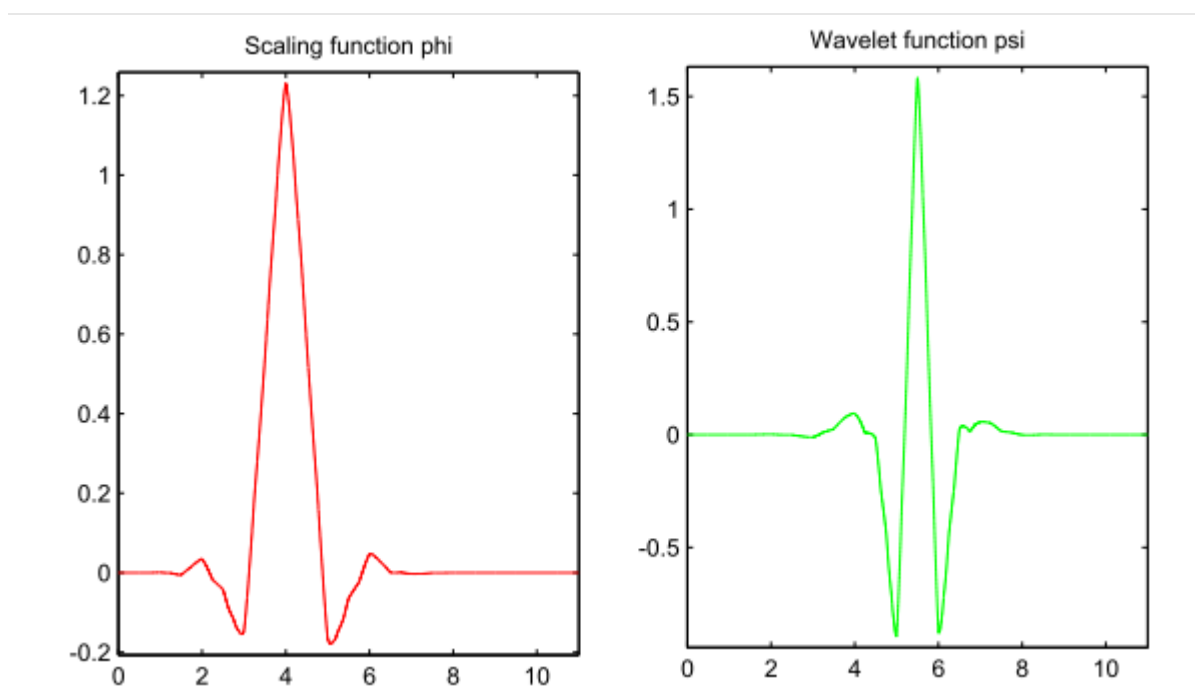


Рис. 2.5. Масштабуюча та малохвильова функції Койфлет *coif2*

Отже, малохвильові функції Койфлет є сімейством з особливостями:

– кількість нульових моментів малохвильових функцій Койфлет становить $2M$, а масштабуючих функцій $2M-1$;

– мінімальний розмір носія $\varphi(t)$ і $\psi(t)$ становить $3M-1$;

Малохвильові функції Койфлет є більш симетричними ніж малохвильові функції Добеші, що забезпечує майже лінійні фазові характеристики. Однак, розкид значень коефіцієнтів по гладкості у малохвильових функцій Койфлет більший ніж у малохвильових функцій Добеші того ж порядку.

2.4. Алгоритм швидкого малохвильового перетворення для часо-частотного представлення сигналів

Частотне представлення малохвильових функцій є основою для швидкого малохвильового перетворення, що базується на пірамідальному алгоритмі Маллата і проріджуванні спектра малохвильових функцій за частотою. Класична структура такого алгоритму передбачає рекурсивну реконструкцію сигналу в частотній області і представляє ітераційний алгоритм, який використовує фільтрацію, причому кількість ітерацій може бути будь-якою [41, 47, 93, 94, 103].

За допомогою пірамідального алгоритму обробляється скінченний набір вхідних даних, які складаються з N вибірок, де N – кратне двом (рис. 2.6). Таке представлення розглядається як розмір вхідного блока. Вхідні дані обробляються за допомогою двох фільтруючих функцій, кожна з яких створює вихідний потік довжиною вдвічі меншою за довжину вхідного потоку. Перша половина вихідних даних перетворюється функціональною залежністю низькочастотного фільтра G , який описується наступним виразом:

$$\varphi(t) = \sum_{k=0}^{M-1} c[k] \varphi(2t - k), \quad (2.28)$$

де M – кількість коефіцієнтів в масштабуючій функції $\varphi(t)$.

Друга половина вихідних даних перетворюється функціональною залежністю високочастотного фільтра H , згідно з рівнянням

$$\psi(t) = \sum_k (-1)^k c[1 - k] \varphi(2t - k), \quad (2.29)$$

де $\psi(t)$ – малохвильова функція.

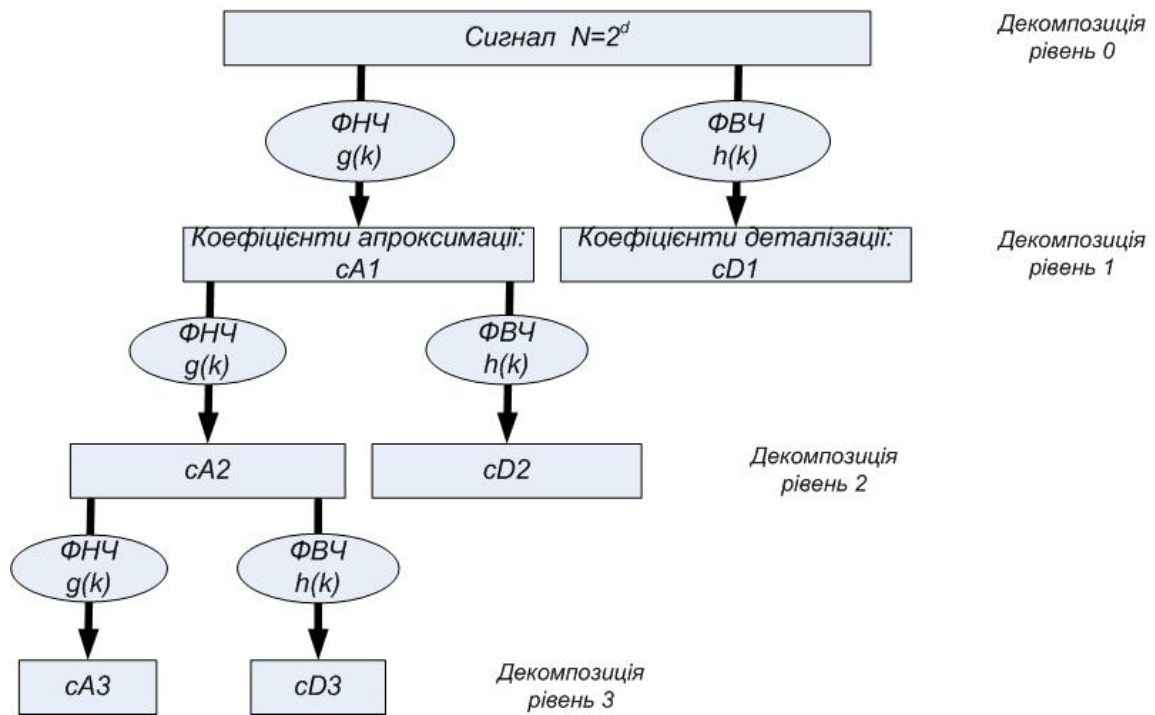


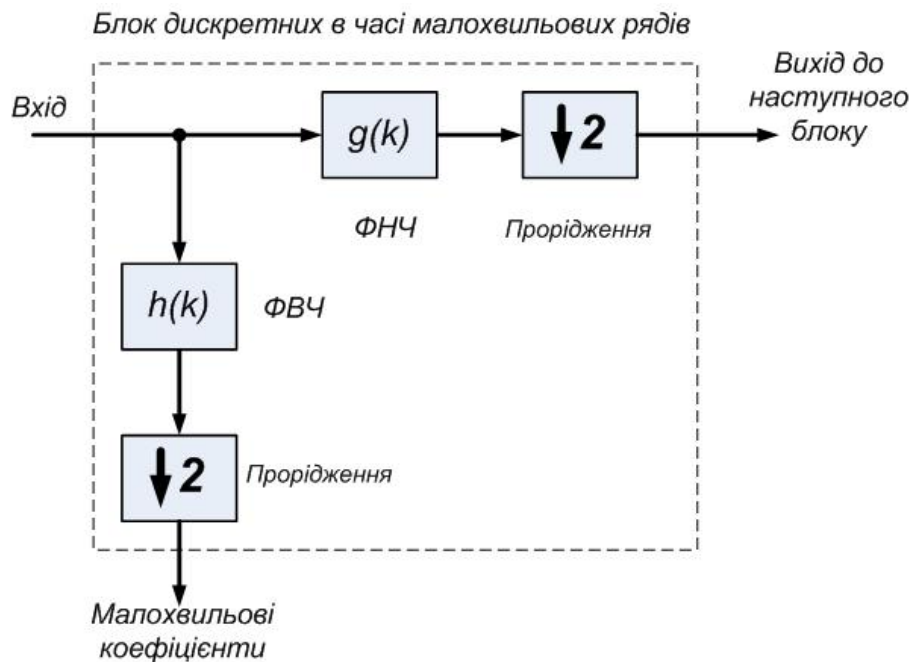
Рис. 2.6. Загальна структура пірамідального алгоритму Маллата

Результати низькочастотних фільтрувань містять найбільше інформації про оригінальний вхідний сигнал, а результати високочастотних фільтрувань містять різницю між справжнім вхідним сигналом та реконструйованим сигналом, якщо це відновлення базувалось лише на інформації, яку представляють елементи низькочастотного фільтрування.

Малохвильові функції високого порядку (тобто такі, що мають більше ненульових малохвильових коефіцієнтів) містять більше інформації на низьких рівнях фільтрування. Тому в процесі малохвильової компресії даних є важливим розклад малохвильових функцій, завдяки якому можна звести елементи високих рівнів фільтрування майже до нуля.

Розглянемо структурну схему окремого блоку малохвильового розкладу, яка наведена на рис. 2.7 [48]. Ця структура може бути використана для перетворення зі змінною роздільною здатністю, а також для ортогонального і біортогонального перетворень або квадратурного дзеркального фільтрування, однак при цьому для кожного випадку будуть специфічними вимоги до фільтрових коефіцієнтів. Фільтри низької ФНЧ $g(k)$ і високої ФВЧ $h(k)$ частоти безпосередньо пов'язані з базовою функцією малохвильового перетворення. За допомогою

ФВЧ здійснюється згортка базової малохвильової функція) з вхідними сигналами, створюючи при цьому набори малохвильових коефіцієнтів.



Оскільки більша частина інформації міститься в результуючій послідовності ФНЧ, необхідним є здійснення наступних кроків перетворень цих елементів для отримання нових наборів даних, розмір кожного з них буде в два рази меншим від розміру попереднього вхідного набору. Кожен крок наступного перетворення результатів попереднього низькочастотного фільтрування трактується як рівень дискретного малохвильового перетворення (ДМП). Якщо кількість вхідних вибірок $N = 2^d$, то можна здійснити максимум d рівнів перетворення. В результаті виконання останнього рівня отримуються один низькочастотний і один високочастотний коефіцієнти. Отриманий на останньому рівні низькочастотний коефіцієнт, як і високочастотні коефіцієнти, отримані на попередніх рівнях, також називається малохвильовим коефіцієнтом.

Низькочастотний сигнал і малохвильові коефіцієнти визначають часову область подання сигналу. Структура результатів ДМП називається пірамідальною, оскільки на виході кожного наступного рівня обробки стає менше коефіцієнтів і, нарешті, окремий останній коефіцієнт визначається в кінці фільтрової лінійки (вершині піраміди).

Найнижча можлива частота, яка може бути представлена в малохвильовому розкладі, обмежується кількістю вибірок в початковому блоці, на відміну від перетворення Фур'є, в якому при розкладанні залучаються всі частоти аж до нульової, завдяки його необмеженій основі [47]. Таким чином, послідовність рівнів ДМП є вмістом із все нижчими та нижчими частотами.

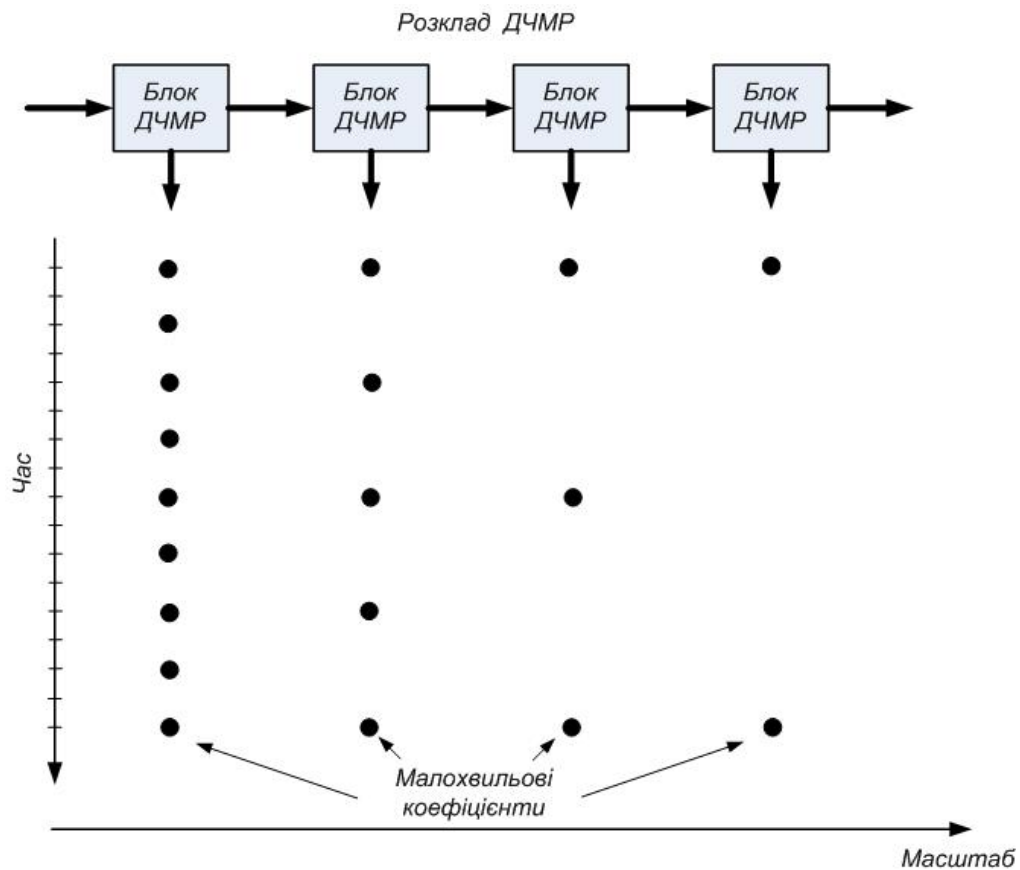


Рис. 2.8. Структура обчислення ДМП

Очевидно, що в процесі ДМП, для досягнення високих степенів компресії, необхідно мати вхідні блоки збільшених розмірів, а отже, необхідно реалізувати і більшу кількість рівнів розкладу.

Відповідно до ДМП, існує обернене дискретне малохвильове перетворення (ОДМП). Структури ДМП і ОДМП є ідентичні, а операції в них відбуваються у зворотному порядку. ОДМП сприймають низькочастотні ряди і малохвильові коефіцієнти і відтворюють (синтезують) оригінальні, дискретні в часі послідовності. Субдискретизація або прорідження зі степенем 2 замінюється в цьому випадку на процес відновлення вибірок, які чергуються нулями між кожною вибіркою.

2.5. Вибір базових малохвильових функцій для реалізації алгоритмів фільтрації та компресії сигналів

Необхідно відзначити, що основний алгоритм фільтрації та алгоритм компресії сигналів дуже схожі між собою. В основі цих алгоритмів лежать три етапи:

- 1) розкладання сигналу;
- 2) порогова обробка коефіцієнтів або ж відповідне квантування та кодування;
- 3) реконструкція сигналу.

На першому етапі з допомогою дискретного малохвильового перетворення проводиться декомпозиція сигналу з використанням відповідних малохвильових функцій. На другому етапі вибирається частина коефіцієнтів для порогової обробки, зберігаючи неушкодженими коефіцієнти апроксимації відповідного рівня. На третьому етапі на основі модифікованих коефіцієнтів, проводиться реконструкція сигналу зворотнім дискретним малохвильовим перетворенням.

Для реалізації компресії та фільтрації сигналів важливим питанням є наявність достатньої кількості інформації для реконструкції сигналу з заданою якістю. Тому однією з вимог до базових малохвильових функцій є забезпечення найбільш повної реконструкції сигналу при зворотному малохвильовому перетворенні [30, 31].

Таким чином, на якість стиснення сигналу та очищення його від завад може істотно впливати вид і порядок базової малохвильової функції [36]. На даний час існує гостра потреба в пошуку малохвильових базових функцій, оптимальних стосовно критерію відношення стиснення до якості відновленого сигналу. Тому, для існуючих алгоритмів стиснення та очищення сигналів від завад основними вимогами є:

- максимальне послаблення рівня завад та стиснення, при збереженні корисних складових сигналу;
- можливість відновлення сигналу з відповідною якістю.

Отже, з одного боку необхідно обрати таку базову малохвильову функцію, яка б дозволяла отримати мінімальне значення середньоквадратичного відхилення відтвореного сигналу від оригінального, з іншого боку забезпечити максимально-можливу ступінь стиснення сигналу при задовільній його якості.

Усі алгоритми малохвильової фільтрації побудовані на наступних властивостях малохвильового розкладу:

– оскільки шуми та завади мають низький рівень енергії, то інформація про інформативну складову сигналу $S(n)$ утримується лише у невеликій кількості коефіцієнтів малохвильового розкладу, інші коефіцієнти прирівнюються до нуля;

– шумові складові рівномірно «перерозподіляються» по усіх рівнях малохвильового розкладу, зокрема, якщо значення шумових складових є некорельовані й мають однакову дисперсію, то коефіцієнти їх розкладу відносно базису ортогональних малохвильових функцій також некорельовані між собою і мають однакову дисперсію.

Якщо вважати x як вхідний інформативний сигнал, а y , як функцією n -зашумлених вибірок, то:

$$y_i = x_i + \sigma \cdot \varepsilon_i, \quad i = 1 \dots n, \quad (2.30)$$

де ε_i є Гаусівський білий шум $N(0, 1)$, σ – рівень шуму, який може бути відомим або невідомим.

Мета фільтрування полягає в тому, щоб відтворити вхідну інформативну функціональну залежність x з зашумлених даних $y = (y_1, \dots, y_n)$, з мінімальною похибкою. Переважно припускається, що вибіркові точки рівномірно розподіляються і $n = 2^j$ для деякого $j \in N$. Такі припущення дозволяють реалізувати дискретне малохвильове перетворення (ДМП) і обернену його форму з використанням швидкого алгоритму Маллата.

Ортогональність ДМП дозволяє реалізувати функцію перетворення білого шуму. Отже, якщо y_{jk} (j – рівень розкладу, k – індекс коефіцієнта на цьому

рівні) є малохвильовими коефіцієнтами перетворення (2.30) у малохвильовому домені, то:

$$y_{jk} = w_{jk} + \sigma \cdot \varepsilon_{jk}, \quad (2.31)$$

де w_{jk} – малохвильові коефіцієнти інформативного сигналу $x(n)$, що складаються з апроксимуючих та деталізуючих коефіцієнтів, а ε_{jk} Гаусівський білий шум $N(0,1)$.

Загалом, деталізуючі коефіцієнти з малими значенням можна розглядати як шум з рівномірним спектром і вони можуть бути відкинуті. Такий підхід, у якому кожний коефіцієнт порівнюється з порогом, відноситься до порогової малохвильової обробки.

Порогова обробка малохвильових коефіцієнтів застосовується лише до коефіцієнтів деталізації d_{jk} , а не до масштабуючих коефіцієнтів. З допомогою порогоування виділяються значимі коефіцієнти, абсолютні значення яких вище порогу певного рівня λ , який може бути функцією рівня розкладу j й індексу k , тобто: $\lambda = \lambda(j,k)$, однак в переважній більшості це лише функція j : $\lambda = \lambda(j)$. В останньому випадку цей поріг залежить лише від рівня. Результируючі малохвильові коефіцієнти отримані в процесі «жорсткого» або «м'якого» порогоування, представляються відповідно наступними виразами:

$$\delta_{\lambda}^H(d_{jk}) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } |d_{jk}| \leq \lambda \\ d_{jk}, & \text{якщо } |d_{jk}| > \lambda \end{cases}, \quad (2.32)$$

$$\delta_{\lambda}^S(d_{jk}) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } |d_{jk}| \leq \lambda \\ d_{jk} - \lambda, & \text{якщо } |d_{jk}| > \lambda \\ d_{jk} + \lambda, & \text{якщо } |d_{jk}| < -\lambda \end{cases}, \quad (2.33)$$

Від вибору граничного рівня шуму (дисперсії шуму) залежать якісні характеристики, які оцінюються у вигляді відношення сигнал/шум. Задання малих значень порогу λ зберігає інформацію про шумову складову в коефіцієнтах деталізації, а тому приводить до незначного збільшення відношення сигнал/шум. При високих значеннях порогу втрачається частина коефіцієнтів, які

несуть корисну інформацію. Пошук оптимального значення рівня порогоування означає визначення такого порогу, при якому забезпечується найбільше значення відношення сигнал/шум. Крім того, якість усунення впливу шуму сигналу залежить також і від способу мультиплікативного порогового перемасштабування [85].

Таким чином, якість очищення сигналів від шумів з використанням ДМП залежить від наступних основних параметрів [37, 98]:

- типу вибраної базової малохвильової функції;
- рівня розкладу;
- функції порогу,
- правила вибору порогу;
- способу перемасштабування порогу.

2.6. Методи оцінки ефективності малохвильового перетворення сигналів

Для оцінки ефективності малохвильового перетворення сигналів найбільш часто використовуються наступні критерії: похибка середньоквадратичного відхилення, відношення сигнал/шум та коефіцієнт кореляції між аналізованим сигналом S та очищеним від шуму \tilde{S} [84].

2.6.1. Середньоквадратичне відхилення (MSE) як оцінка якості опрацьованого сигналу

На даний час найбільш вживаною оцінкою якості опрацьованого сигналу є середньоквадратичне відхилення (MSE) [84]. В переважній більшості критерій MSE застосовується для оцінки якості малохвильової функції, що визначається ідеальною реконструкцією сигналу. Вона представляється як [85]:

$$MSE_t = \frac{\sum_{i=1}^N (s - \tilde{s})^2}{N}, \quad (2.34)$$

де S – вихідний сигнал, \tilde{S} – реконструйований сигнал.

Крім того MSE може бути використана для оцінки вкладу деталізуючих малохвильових коефіцієнтів і представлена у вигляді :

$$MSE_f = \frac{\sum_{i=1}^N (c - c_{Noise})^2}{N}, \quad (2.35)$$

де c – малохвильові коефіцієнти вихідного сигналу, c_{Noise} – малохвильові коефіцієнти шумової складової сигналу. У цьому випадку MSE може використовуватися у якості частотного критерію.

Малохвильове перетворення може вважатися найбільш ефективним, у тому випадку, коли оцінка MSE є мінімальною.

2.6.2. Відношення сигнал/шум (SNR) як оцінка якості опрацьованого сигналу

Відношення сигнал/шум (SNR) показує на скільки сигнал спотворений шумом [41, 94].

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^N s_i^2}{\sum_{i=1}^N |s_i - \tilde{s}_i|^2} \right), \quad (2.36)$$

де S – вихідний сигнал, \tilde{S} – реконструйований сигнал.

Даний критерій вважається найбільш універсальним критерієм якості, що застосовується для визначення ефективності опрацювання сигналу при реалізації алгоритмів фільтрації. Чим вищим є значення коефіцієнта SNR, тим вищою є якість реконструйованого сигналу.

2.6.3. Обчислення коефіцієнта кореляції як оцінки подібності реконструйованого сигналу

Коефіцієнт кореляції визначає міру подібності дискретних послідовностей вихідного та відновленого сигналу. Чим наближенішим є значення коефіцієнта кореляції до 1 тим більш подібним є реконструйований сигнал до вихідного.

$$Cr = \frac{\sum_{i=1}^N (s_i - \bar{s})(\tilde{s}_i - \bar{\tilde{s}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (s_i - \bar{s})^2 \sum_{i=1}^N (\tilde{s}_i - \bar{\tilde{s}})^2}}, \quad (2.37)$$

де S – вихідний сигнал, \tilde{S} – реконструйований сигнал.

Основною перевагою використання цих критеріїв є простота їх математичного виразу та незначні обчислювальні затрати при їх програмній реалізації.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

1. Встановлено, що основними характеристиками малохвильових функцій є ортогональність, розмір носія, кількість нульових моментів та гладкість, показано вплив цих характеристик на ефективність застосування базових малохвильових функцій.

2. На основі аналізу та наведеної класифікації базових малохвильових функцій встановлено, що усі функції можна розділити на «грубі» малохвильові функції, нескінченні регулярні малохвильові функції, ортогональні та біортогональні малохвильові функції з компактним носієм, а також комплексні малохвильові функції.

3. Проаналізовано особливості формування базових функцій та визначено функції сімейств Добеші, Симлетів та Койфлетів, як такі, що є широкоживаними на практиці і можуть вважатися як основні для проведення подальших досліджень.

4. Для проведення подальших досліджень обгрунтовано доцільність використання пірамідального алгоритму Маллата, який дозволяє вирішувати задачі фільтрації та компресії сигналів шляхом пороговування коефіцієнтів розкладу на різних масштабах (різних рівнях), що в свою чергу вимагає проведення оптимізації вибору малохвильових функцій для забезпечення необхідної точності апроксимації інформативних сигналів у часо-частотній області, якісної декомпозиції та повної реконструкції сигналу.

5. Запропоновано, для оцінки ефективності малохвильового перетворення сигналів та алгоритмів фільтрації на їх основі, використовувати критерії, які базуються на оцінках: похибки середньоквадратичного відхилення, відношення сигнал/шум та коефіцієнта кореляції між аналізованим сигналом S та очищеним від шуму \tilde{S} .

РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ВИБОРУ БАЗОВИХ МАЛОХВИЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГНАЛІВ

Як зазначалося в розділі 1, базові малохвильові функції характеризуються такими основними властивостями як ортогональність, симетрія і компактність носія. Ці властивості відіграють певну роль при виборі базової малохвильової функції для аналізу сигналу. Так, ортогональність малохвильових функцій забезпечує ефективне розкладання сигналу в неперекривних смугах частот та високу обчислювальну ефективність при реалізації дискретного малохвильового перетворення. Симетричність надає малохвильовим функціям властивості лінійного фазового фільтра, що є важливим при здійсненні операцій фільтрації сигналів, так як її відсутність може призвести до спотворення фази. Компактність носія забезпечує відмінність від нуля значень малохвильової функції на кінцевому інтервалі, що дозволяє ефективно представляти сигнали, які мають локалізовані особливості.

Проте, ці основні властивості надають лише математичний опис базових малохвильових функцій, який не дозволяє отримати явних рекомендацій щодо їх практичного застосування для аналізу та опрацювання певних типів сигналів. З огляду на це, доцільним є формування певної бібліотеки базових функцій, оптимальний вибір яких визначатиметься за деяким критерієм для визначених типів сигналів. Тому, з метою пошуку оптимальних малохвильових функцій, в техніці обробки сигналів були розроблені підходи, в основі яких лежать певні критерії.

В результаті проведеного аналізу наукових праць [70, 79, 83, 88, 92, 99, 100, 101, 107, 108, 109], в яких були описані різні критерії вибору базових малохвильових функцій для опрацювання певних типів сигналів було встановлено, що найбільш поширеними є енергетичні, ентропійні та кореляційні критерії. Метою даного розділу є дослідження ефективності критеріїв вибору базових малохвильових функцій для аналізу та синтезу різних типів сигналів.

3.1. Метод вибору базових функцій на основі критерію відношення енергії до ентропії Шеннона (Energy to Shannon Entropy Ratio)

Основною метою аналізу сигналів є отримання максимального об'єму корисної інформації з вхідного сигналу шляхом його перетворення та обробки. Причому, аналіз будь-якого сигналу припускає вибір областей, в яких його поведінка характеризується або регулярністю, або наявністю особливостей.

Як відомо, енергія сигналу є одним з основних параметрів, які характеризують реальні сигнали.

$$E_1 = \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t) dt, \quad (3.1)$$

де E_1 – енергія сигналу $S(t)$.

Так як реальні сигнали є фінітними, то інтеграл є визначеним і результатом є певне число:

$$E_1 = \int_0^T S^2(t) dt, \quad (3.2)$$

де T – тривалість сигналу.

Спектральна енергія $E_2(\omega)$ визначається як:

$$E_2(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega, \quad (3.3)$$

де $S(\omega)$ – спектр сигналу.

Якщо обмежити область визначення інтегралу смугою частот, в межах якої передається максимальна енергія сигналу, то інтеграл (3.3) стає визначеним в цій частотній області [50]:

$$E_2(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_m}^{\omega_m} |S(\omega)|^2 d\omega, \quad (3.4)$$

де $2\omega_m$ – ширина частотної смуги.

Теорема Парсеваля дозволяє встановити зв'язок між енергією сигналу в часовій області та енергією в частотній області [50]:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_m}^{\omega_m} |S(\omega)|^2 d\omega = (1 - \xi) E_1, \quad (3.5)$$

де ξ – величина, яка визначає втрату енергії поза межами спектральної смуги.

Для дискретних сигналів в часовій області визначається як:

$$E_s = \sum_n |s(n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_k |S(k)|^2, \quad (3.6)$$

де E_s – енергія сигналу у часовому просторі, N – кількість відліків дискретного сигналу.

Так як для досліджень обрано ортогональні малохвильові базиси, то згідно теореми Парсеваля, зв'язок енергії сигналу та енергії його малохвильових коефіцієнтів можна представити у вигляді:

$$E_c = \sum_m \sum_n |C_{n,m}|^2, \quad (3.7)$$

$$\sum_n |s(n)|^2 = \sum_m \sum_n |C_{m,n}|^2, \quad (3.8)$$

де E_c – енергія сигналу у малохвильовому просторі, $C_{m,n}$ – коефіцієнти дискретного малохвильового перетворення.

При розкладанні сигналу з використанням малохвильових перетворень, енергія сигналу може бути розподілена на різних рівнях розкладу по-різному. Енергія на кожному m рівні декомпозиції сигналу може бути розрахована згідно виразу:

$$E_{C_m} = \sum_n |C_{m,n}|^2. \quad (3.9)$$

Нормовані значення E_{C_m} представимо як відносну енергію малохвильового перетворення на рівні m :

$$p_m = \frac{E_{C_m}}{E_C}. \quad (3.10)$$

Сума усіх відносних енергій $\sum_m p_m = 1$. Отже, розподіл $\{p_m\}$ можна розглядати як часо-масштабну щільність. Це надає можливість використання відповідних характеристик для виявлення характерних ознак та особливостей сигналу в часовій і частотній областях. До того ж, чим вища енергія буде отримана з аналізованого сигналу, тим ефективнішим буде малохвильове перетворення сигналу. Такий розподіл буде залежати як від особливостей самого сигналу, так і від обраної базової функції. Тому розподіл енергії сигналу може бути використаний як критерій вибору базової малохвильової функції [70].

Важливо також відзначити, що значну роль при аналізі та опрацюванні сигналів на основі малохвильового перетворення має спектральний розподіл енергії малохвильових коефіцієнтів. Кількісною мірою такого розподілу енергії є ентропія Шеннона [75]:

$$En = -\sum_m p_m \cdot \log p_m, \quad (3.11)$$

Ентропія малохвильових коефіцієнтів є мірою впорядкованості/невпорядкованості сигналу, що дозволяє отримати корисну інформацію про основний динамічний процес, пов'язаний з сигналом. Загалом, впорядкований процес можна розглядати як періодичний одночастотний сигнал (сигнал з вузькосмуговим спектром). Малохвильове представлення такого сигналу буде відображене на одному рівні декомпозиції, тобто всі відносні малохвильові енергії будуть практично рівні нулю за винятком рівня декомпозиції, який містить репрезентативну частоту сигналу. Отже, чим меншим буде значення ентропії

Шеннона, тим вищою буде концентрація енергії при малохвильовому перетворенні сигналу.

Сигнал, що представляє випадковий процес можна розглядати як сигнал з неупорядкованою поведінкою. Малохвильове представлення такого сигналу буде мати значний внесок на всіх частотних діапазонах. Крім того, можна очікувати, що всі внески будуть однакового порядку. Отже, відносна енергія малохвильового представлення сигналу буде практично однаковою для всіх рівнів декомпозиції.

Таким чином, критерій для оцінки ефективності обраної базової малохвильової функції може бути визначений за допомогою співвідношення енергії та ентропії Шеннона.

$$EER = \frac{E_c}{En}, \quad (3.12)$$

При багаторівневому розкладанні сигналу, оцінку співвідношення енергії та ентропії Шеннона можна проводити зокрема для кожного рівня, так як малохвильові коефіцієнти в простий спосіб надають повну інформацію про локальні енергії на різних масштабах. Це дає можливість обрати оптимальну кількість рівнів розкладання сигналу. Тому вираз (3.12) можна представити як:

$$EER_m = \frac{E_{c_m}}{En_m}, \quad (3.13)$$

де m – рівень розкладання сигналу.

Під час проведення експериментальних досліджень було встановлено, що для деяких сигналів при розрахунку значень за критерієм, що визначається виразом (3.13) постає проблема невизначеності оптимальної малохвильової функції. Для прикладу, реалізація даного критерію в пакеті Matlab для тестового сигналу 'bumps.mat' наведена на рис. 3.1.

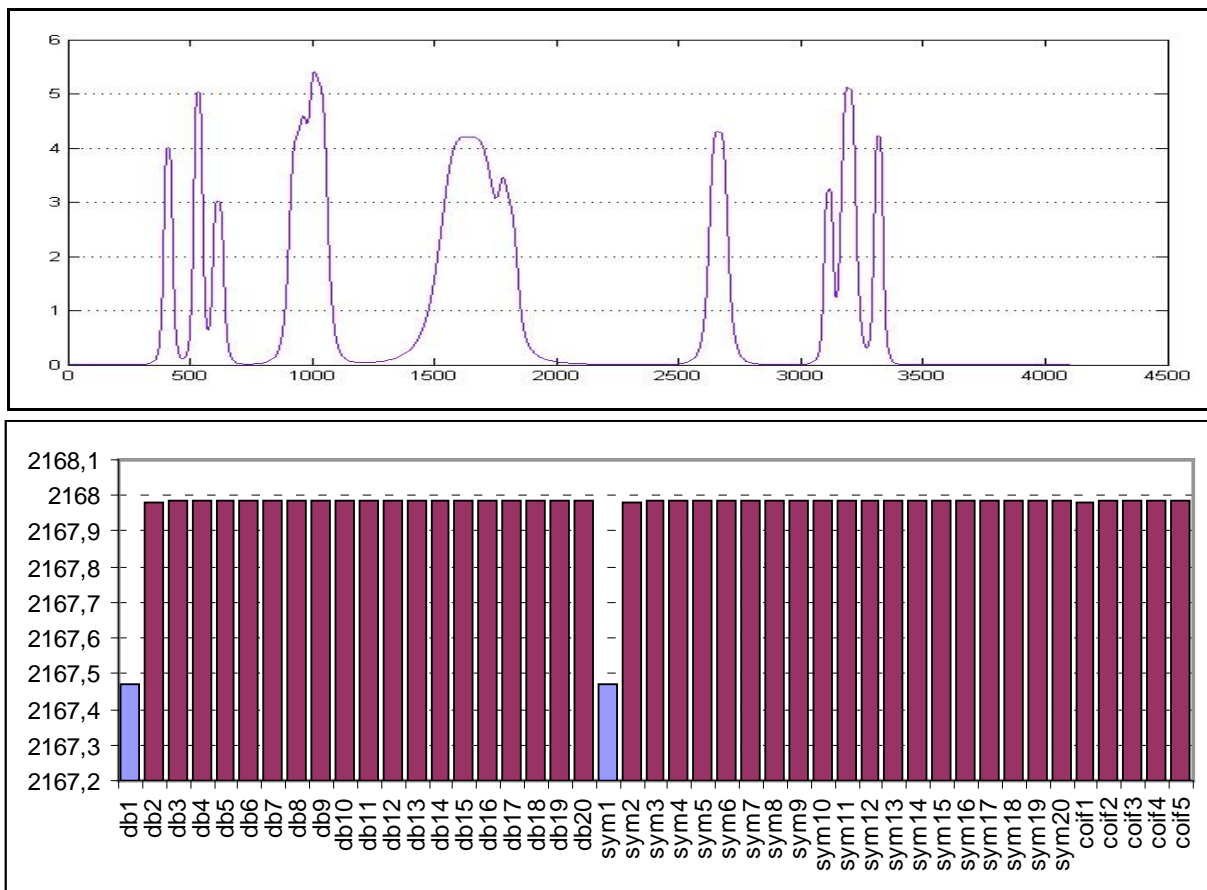


Рис. 3.1. Реалізація обчислень за критерієм EER згідно виразу (3.12) для тестового сигналу ‘bumps.mat’

Як показано на рис. 3.1. різниця між максимальним та мінімальним значеннями для критерію EER становить 0,02%.

Оскільки, коефіцієнти апроксимації a_n представляють низькочастотну складову сигналу і містять найбільш значимі компоненти сигналу й менш спотворені шумом, то чим більша енергія буде зосереджена у цих коефіцієнтах вже на першому рівні розкладу, тим якісніші будуть наступні етапи опрацювання сигналу.

Нехай частка енергії апроксимуючих коефіцієнтів у загальній енергії опрацьованого сигналу визначається коефіцієнтом [79]:

$$\gamma_E = \frac{\sum_n |a_n|^2}{\sum_n |a_n|^2 + \sum_n |d_n|^2} \quad (3.14)$$

де a_n – коефіцієнти апроксимації, d_n – деталізуючі коефіцієнти дискретного малохвильового перетворення.

Чим більш наближене значення γ_E до 1, тим більше енергії зосереджено в коефіцієнтах апроксимації. Деталізуючі коефіцієнти містять певну інформацію про особливості сигналу на усіх рівнях розкладання і є сконцентрованими навколо цих особливостей. Тому, чим меншою є ентропія розподілу енергії деталізуючих малохвильових коефіцієнтів d_n , тим краще вони виявляють ці особливості сигналу. Для приведення критеріїв до одного масштабу, використаємо нормовану ентропію:

$$En(d_n) = -\sum_n \frac{p_n \cdot \log p_n}{\log n} \rightarrow \min, \quad (3.15)$$

$$p_n = \frac{|d_n|^2}{\sum_n |d_n|^2}. \quad (3.16)$$

Таким чином, критерій відношення енергії до ентропії Шеннона для оцінки ефективності обраної базової малохвильової функції може бути визначений за допомогою наступного співвідношення:

$$EER = \frac{\gamma_E}{En(d)}, \quad (3.17)$$

На рис.3.2 зображено діаграму значень за критерієм EER, розрахованих згідно виразу 3.17 для тестового сигналу 'bumps.mat'.

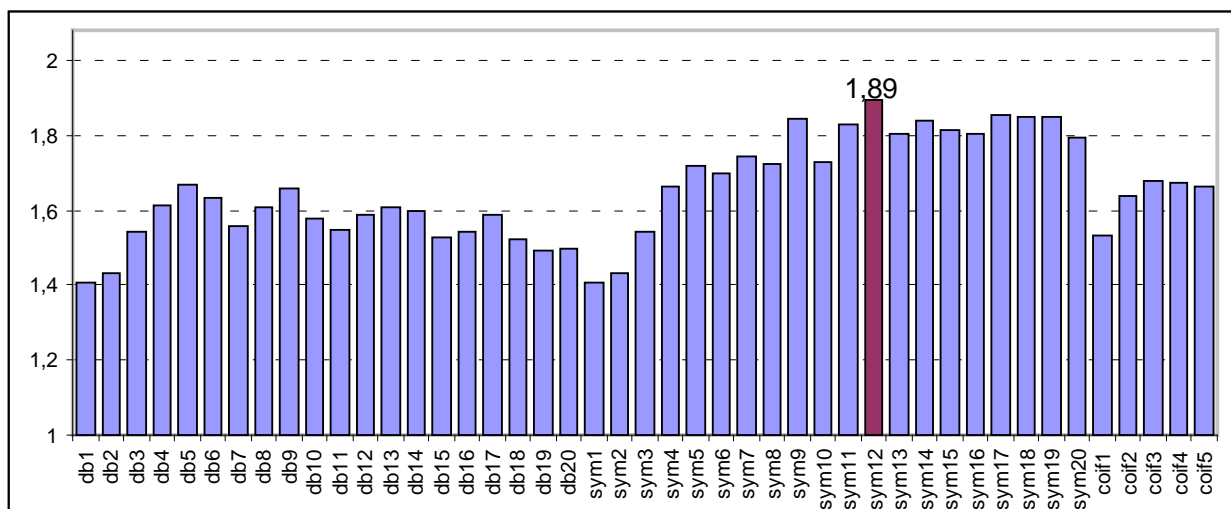


Рис. 3.2. Реалізація обчислень за модифікованим критерієм EER згідно виразу (3.17) для тестового сигналу 'bumps.mat'

Порівняння діаграм на рис.3.1 та рис.3.2 дозволяє стверджувати, що різниця між максимальним та мінімальним значеннями для критерію EER, отриманими згідно виразу (3.17) становить 26%. Отже, на підставі отриманих результатів можна зробити висновок, що вибір базових малохвильових функцій має більшу ефективність при застосуванні модифікованого критерію EER.

3.2. Метод вибору базових функцій на основі критерію оцінки коефіцієнта кореляції

Загалом, як відомо, малохвильове перетворення визначає подібність між аналізованим сигналом і масштабованою версією базової малохвильової функції. Для визначення ступеня подібності обох сигналів використовується поняття кореляції. В роботах [99, 100] було запропоновано використання коефіцієнта взаємної кореляції як критерію вибору базової малохвильової функції.

$$CORR = \frac{COV_{S\psi}}{\sigma_S \cdot \sigma_\psi}, \quad (3.18)$$

де $CORR$ – коефіцієнт кореляції між аналізованим сигналом та базовою малохвильовою функцією;

$COV_{S\psi}$ – взаємна коваріація послідовностей;

σ_S та σ_ψ – стандартні відхилення послідовностей.

Абсолютне значення коефіцієнта кореляції може змінюватися в межах від 0 до 1. Отже, чим більша подібність між сигналом та базовою малохвильовою функцією, тим більшим буде наближення до 1 коефіцієнта кореляції.

Отже, базова малохвильова функція, яка забезпечує максимальну кореляцію з аналізованим сигналом, буде найбільш оптимальною для подальшого опрацювання цього сигналу.

На рис.3.3 наведено діаграму значень обчислених за критерієм $CORR$ згідно виразу 3.18 для тестового сигналу 'bumps.mat'.

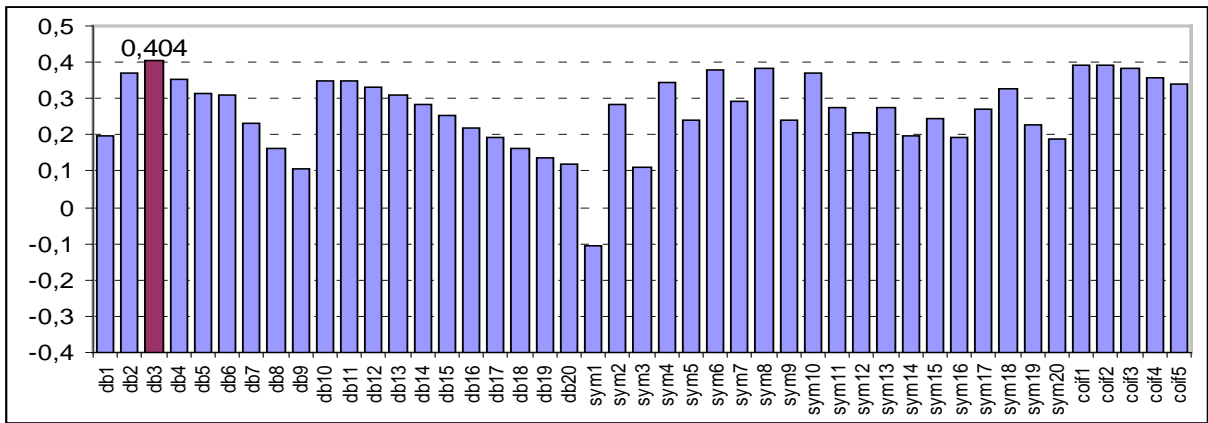


Рис. 3.3. Реалізація обчислень за критерієм CORR для тестового сигналу 'bumps.mat'

Однак, якщо вихідний сигнал є зашумлений, то така подібність є неважливою, особливо при значному рівні шуму. Тому, в такому випадку, більш доцільніше визначати подібність сигналу та малохвильових коефіцієнтів, а саме коефіцієнтів апроксимації, при умові що значна кількість шумових коефіцієнтів міститься в детальних коефіцієнтах.

$$Cr = \frac{COV_{SW}}{\sigma_S \cdot \sigma_W}, \quad (3.19)$$

де Cr – коефіцієнт кореляції між аналізованим сигналом та малохвильовими коефіцієнтами апроксимації;

COV_{SW} – взаємна коваріація послідовностей;

σ_S та σ_W – стандартні відхилення послідовностей сигналу та малохвильових коефіцієнтів.

На рис.3.4 представлено діаграму значень для критерію Cr , розрахованих згідно виразу 3.19 для тестового сигналу 'bumps.mat'.

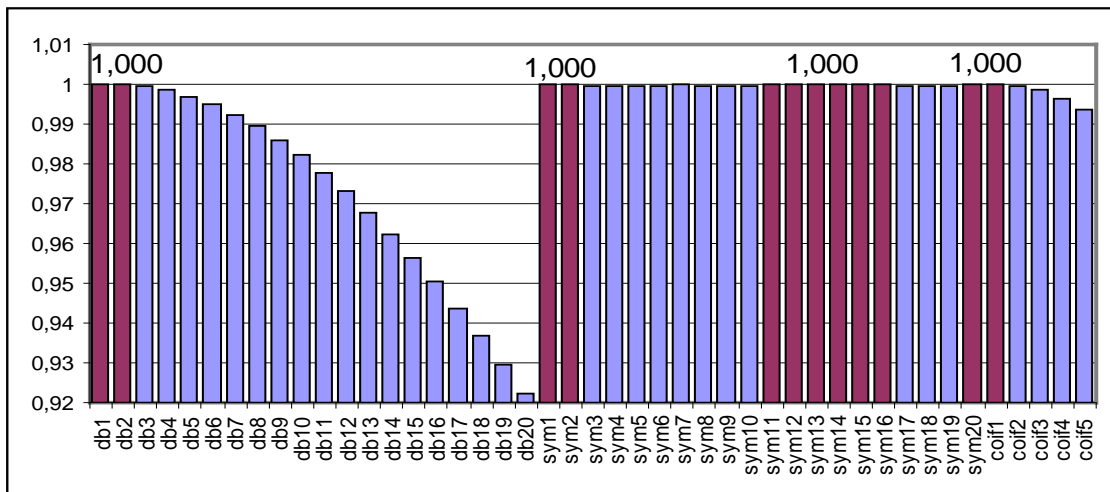


Рис. 3.4. Реалізація обчислень за критерієм C_r для оцінки подібності між аналізованим сигналом та малохвильовими коефіцієнтами для тестового сигналу 'bumps.mat'

Як видно з рис. 3.4 недоліком даного критерію є неможливість встановлення єдиної оптимальної малохвильової функції, оскільки в результаті обчислень отримано 12 однакових значень для даного критерію.

Отже, на підставі отриманих результатів можна зробити висновок, що для аналізу та опрацювання сигналів з низьким рівнем шуму вибір базової малохвильової функції доцільно здійснювати за критерієм максимальної кореляції між аналізованим сигналом та малохвильовою функцією.

Для сигналів з високим рівнем шуму базова малохвильова функція, обрана за критерієм максимальної кореляції між аналізованим сигналом та малохвильовими коефіцієнтами апроксимації буде найбільш оптимальною для подальшого опрацювання цього сигналу.

3.3. Метод вибору ефективних базових функцій на основі оцінки інформаційних критеріїв

Якщо кореляція характеризує лише лінійний зв'язок змінних, то інформація характеризує будь-який зв'язок. Причому тип зв'язку може бути абсолютно будь-яким і, більш того, невідомим. Тому, в роботах [25, 88, 106, 107] розглядається можливість застосування основних положень теорії інформації для кількісного порівняння між собою таких різнотипних залежностей як сигнал та відповідні йому коефіцієнти малохвильового перетворення. Малохвильове перет-

ворення застосовується переважно для аналізу та опрацювання сигналів, які мають певну інформаційну невизначеність, тому застосування такої інформаційної міри як ентропія є доцільним.

Відношення енергії до ентропії Шеннона, яке визначається виразом (3.13) оцінює лише енергетичний вміст малохвильових коефіцієнтів. Для того, щоб отримати їх інформаційний вміст та порівняти його з інформаційним вмістом сигналу, пропонується використовувати такі інформаційні критерії як *спільна ентропія, умовна ентропія та взаємна інформація* [107].

Відповідно до основних постулатів теорії інформації [76], якщо обидва джерела якимось чином пов'язані між собою, то слід очікувати, що подія одного джерела дозволяє робити деяке припущення про подію іншого, тобто джерела обмінюються взаємною інформацією. Нехай, сигнал S – перше джерело з ймовірністю розподілу $p(s)$ та малохвильові коефіцієнти C – друге джерело з ймовірністю розподілу $p(c)$. Ймовірність появи пари подій $p(s, c)$ – спільна ймовірність розподілу сигналу та малохвильових коефіцієнтів. Тоді, умовна ймовірність $p(C|S)$ – ймовірність виникнення події C за умови, що відбулася подія S . Така інформаційна система схематично зображена на рис. 3.5.

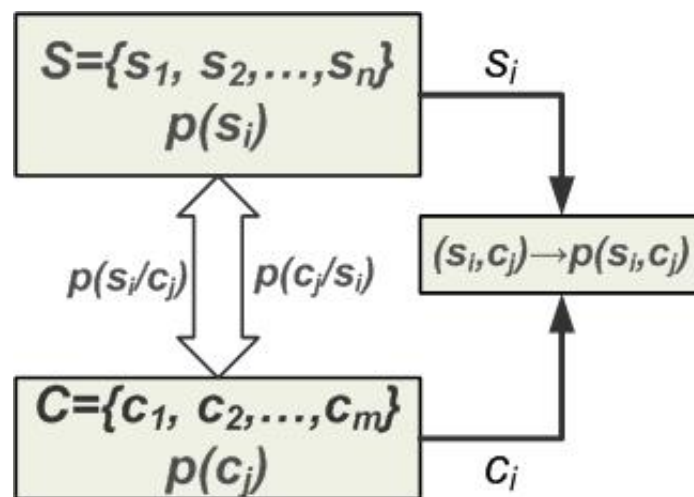


Рис. 3.5. Спільна та умовні ймовірності розподілу сигналу та малохвильових коефіцієнтів

Зв'язок між спільною ентропією, умовною ентропією і взаємною інформацією можна зобразити за допомогою діаграми Венна, наведено на рис.3.6.

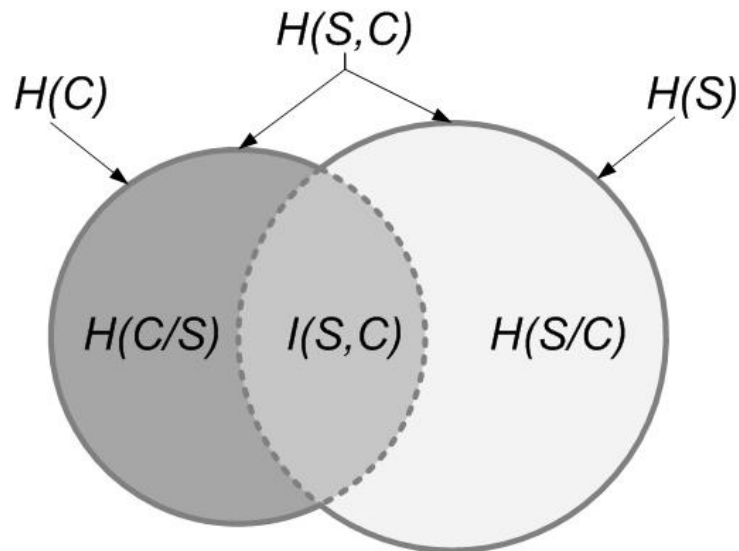


Рис. 3.6. Зв'язок між спільною ентропією, умовною ентропією і взаємною інформацією сигналу S та малохвильових коефіцієнтів C .

Взаємна інформація $I(S,C)$ представлена як перетин двох послідовностей даних. Чим більша взаємна інформація, тим більш схожі дві послідовності даних. Умовні ентропії $H(S/C)$ або $H(C/S)$ відображають інформацію, винятково для кожної відповідної послідовності даних, в той час як спільна ентропія $H(S,C)$ включає в себе всю інформацію з двох послідовностей даних.

Зв'язок, представлений на рис. 3.6 може бути використаний для вибору ефективної малохвильової функції. Чим більше інформації про сигнал S міститимуть малохвильові коефіцієнти C , які утворилися в результаті ДМП, тим ефективнішою є малохвильова функція.

Ентропія сигналу $H(S)$ та ентропія малохвильових коефіцієнтів $H(C)$ представляються відповідно наступними виразами [107]:

$$H(S) = -\sum_{s \in S} p(s) \cdot \ln p(s) \quad (3.20)$$

$$H(C) = -\sum_{c \in C} p(c) \cdot \ln p(c) \quad (3.21)$$

де $p(s)$ та $p(c)$ – ймовірності розподілу сигналу та малохвильових коефіцієнтів відповідно.

Спільна ентропія двох джерел інформації визначається як математичне сподівання інформації всіх пар подій. Спільна ентропія двох дискретних джерел інформації, а саме сигналу та його малохвильових коефіцієнтів, $H(S, C)$ дозволяє визначити загальний інформаційний вміст цих послідовностей [26, 76]:

$$H(S, C) = - \sum_{s \in S} \sum_{c \in C} p(s, c) \cdot \ln p(s, c), \quad (3.22)$$

де $p(s, c)$ – спільна ймовірність розподілу сигналу та його малохвильових коефіцієнтів.

Для даного випадку, умовна ентропія $H(C | S)$ представляє середню кількість інформації, яка міститься в малохвильових коефіцієнтах C за наявності статистичного взаємозв'язку з сигналом S [26, 76]:

$$H(C | S) = - \sum_{s \in S} p(s) \sum_{c \in C} p(c | s) \cdot \ln p(c | s), \quad (3.23)$$

де $p(c | s) = \frac{p(s, c)}{p(s)}$ – умовна ймовірність розподілу малохвильових коефіцієнтів відносно розподілу сигналу.

Взаємна інформація $I(S; C)$ визначається як середня кількість інформації, яку містять малохвильові коефіцієнти про сигнал [26, 76]:

$$I(S, C) = - \sum_{s \in S} \sum_{c \in C} p(s, c) \ln \frac{p(s, c)}{p(s)p(c)}, \quad (3.24)$$

де $p(s, c)$ – спільна ймовірність розподілу сигналу та його малохвильових коефіцієнтів, $p(s)$ та $p(c)$ – ймовірності розподілу сигналу та малохвильових коефіцієнтів відповідно

Запишемо вираз (3.24) через ентропії сигналу та його малохвильових коефіцієнтів:

$$I(S,C) = -H(S,C) + H(S) + H(C). \quad (3.25)$$

де $H(S,C)$ – спільна ентропія сигналу та його малохвильових коефіцієнтів, $H(S)$ – ентропія сигналу, $H(C)$ – ентропія малохвильових коефіцієнтів.

На рис.3.7 представлено діаграму значень за критерієм *взаємної інформації*, розрахованих згідно виразу 3.25 для тестового сигналу ‘bumps.mat’.

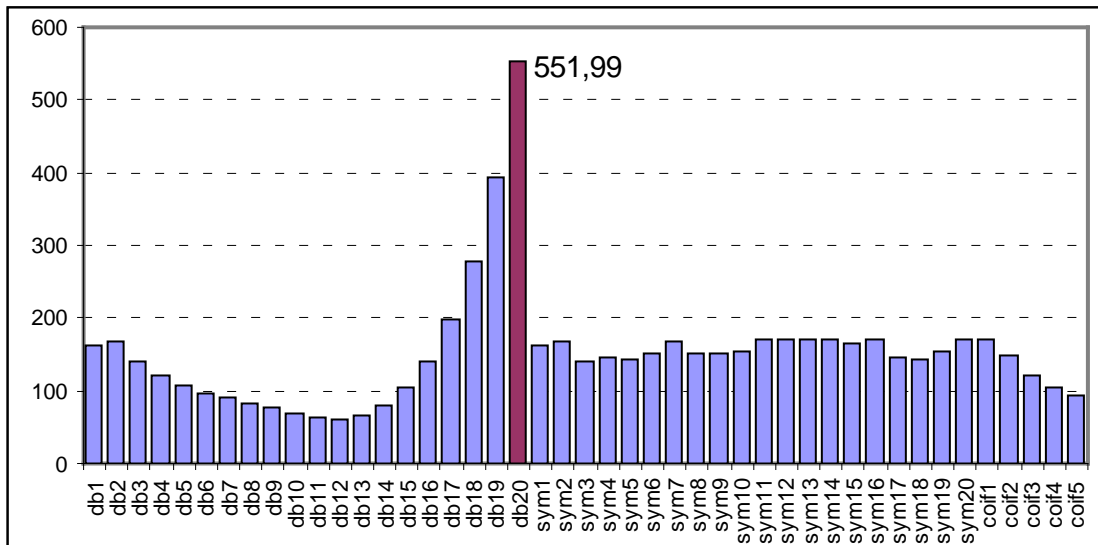


Рис. 3.7. Реалізація за критерієм взаємної інформації для оцінки кількості взаємної інформації між аналізованим сигналом та малохвильовими коефіцієнтами для тестового сигналу ‘bumps.mat’

Отже, базова малохвильова функція, яка забезпечить максимальну взаємну інформацію між сигналом та його малохвильовими коефіцієнтами буде оптимальною для подальшого опрацювання цього сигналу. Для даного випадку максимальна взаємна інформація отримана для малохвильової функції db20.

Ще однією характеристикою в теорії інформації є відносна ентропія або дивергенція Кульбака-Лейблера, що є мірою відстані між двома розподілами ймовірностей, визначеними в одному і тому ж алфавіті. На протизагу взаємній інформації, що є мірою віддаленості двох змінних в межах одного розподілу, відносна ентропія визначає відстань між розподілами [76].

$$D(S \parallel C) = \sum_{i \in S, C} p(S_i) \ln \frac{p(S_i)}{p(C_i)} \quad (3.26)$$

У випадку, коли необхідно встановити схожість розподілів, то відносна ентропія дозволяє визначити таку схожість з досить великою точністю. Якщо $p(s) = p(c)$, то $D(S \parallel C) = 0$.

На рис.3.8 представлено діаграму значень, побудовану за критерієм відносної ентропії, яка розрахована згідно виразу 3.26 для тестового сигналу 'bumps.mat'.

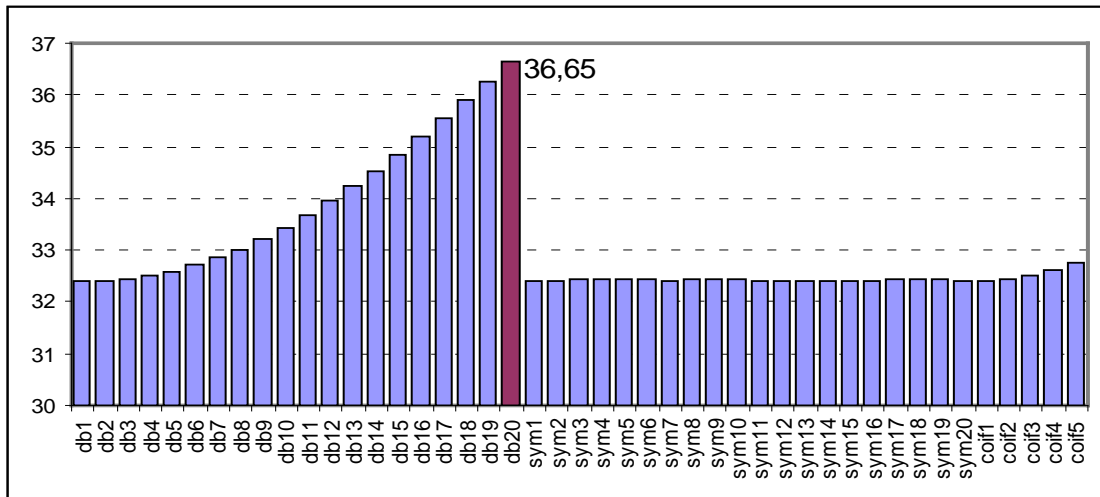


Рис. 3.8. Реалізація за критерієм відносної ентропії для оцінки відстані між розподілами аналізованого сигналу та малохвильових коефіцієнтів для тестового сигналу 'bumps.mat'

Отже, базова малохвильова функція, яка забезпечить мінімальну відносну ентропію між сигналом та його малохвильовими коефіцієнтами буде оптимальною для подальшого опрацювання цього сигналу. Як показано на рис.38 оптимальною базовою функцією є db20.

Таким чином, беручи до уваги необхідність забезпечення максимальної взаємної інформації та мінімальної відносної ентропії, може бути встановлений критерій для оцінки ефективності обраної базової малохвильової функції який представляється наступним співвідношенням:

$$IER = \frac{I(S, C)}{D(S \parallel C)} \quad (3.27)$$

На рис.3.9 наведено діаграму значень критерію IER , розрахованих згідно виразу 3.27 для тестового сигналу 'bumps'.

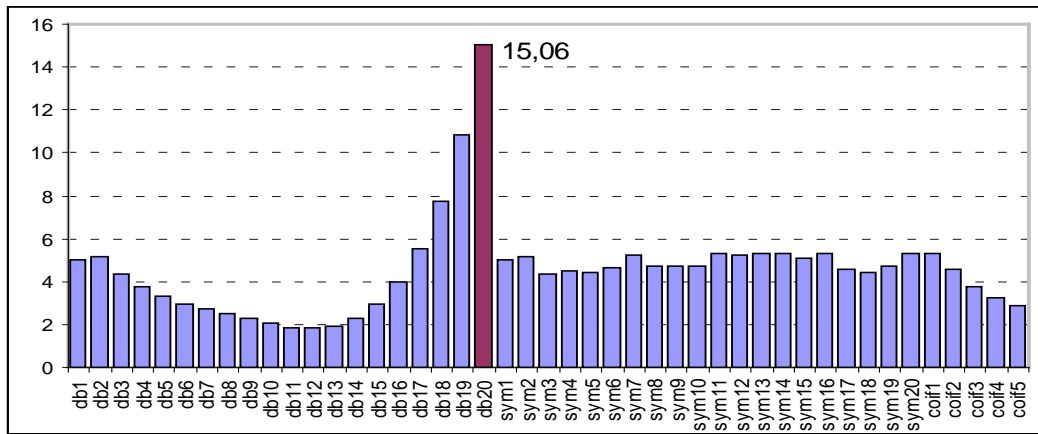


Рис. 3.9. Реалізація за критерієм *IER* для тестового сигналу ‘bumps’

Отже, базова малохвильова функція, яка забезпечує максимальну величину відношення взаємної інформації до відносної ентропії аналізованого сигналу буде найбільш оптимальною для подальшого опрацювання цього сигналу.

3.4. Метод нечіткої багатокритеріальної оптимізації вибору базових малохвильових функцій

Отже, в результаті попередніх досліджень визначено три основні критерії вибору базової малохвильової функції. Це критерії, основою яких є енергетичні, ентропійні та кореляційні залежності:

- критерій відношення енергії до ентропії Шеннона;
- критерій відношення взаємної інформації до відносної ентропії;
- критерій оцінки коефіцієнта кореляції.

Проведений аналіз приводить до висновку, що не завжди можна досягнути однозначності вибору базової малохвильової функції за згаданими вище трьома критеріями. Тому, виникає необхідність переходу до узагальненого критерію.

Багатокритеріальна оптимізація – це один з важливих розділів теорії прийняття рішень. Цей вибір проводить особа, що приймає рішення, яке полягає у виділенні оптимального значення $X_{оп}$. У процедурах прийняття рішень особа, яка приймає рішення, надає інформацію про принцип оптимальності. При цьому головну роль відіграє інформація про відносну важливість критеріїв.

Особливість багатокритеріальних задач оптимізації полягає в тому, що часткові критерії є суперечливі, тобто поліпшення одного призводить до погіршення інших критеріїв. Такі критерії (вихідні параметри) відносяться до конфліктних.

У багатокритеріальній оптимізації можна визначити як ступінь впливу часткових (окремих) критеріїв на варіанти рішень, так і сукупну оцінку всіх часткових критеріїв варіантів рішень методом згортки цих критеріїв.

На даний час, вирішення задачі багатокритеріальної оптимізації, коли неможливо оптимізувати всі конфліктні критерії на 100%, а лише кожен з них до певної міри, дозволяє нечітка логіка.

При побудові математичної моделі можливі ситуації, коли відомі функціональна залежність кожної характеристики і залежність обмежень від параметрів. Так, у випадку коли побудова моделі добре структурована, її відносять до моделі з повною визначеністю, а коли відсутня достатня інформація про функціональні залежності кожної характеристики і залежності обмежень від параметрів, то такий процес відноситься до моделювання в умовах повної або часткової невизначеності.

Задання критеріїв в умовах невизначеності може бути реалізовано різними способами:

- нечітким інтервалом [66];
- лінгвістичними змінними [109];
- нечіткими функціями, тобто у вигляді нечіткого рівняння, коефіцієнти або змінні якого є нечіткою множиною (НМ).

Показники якості задаються на вербальному рівні і можуть бути представлені у вигляді функцій нечітких змінних або у вигляді лінгвістичної змінної. Тоді, для кожного критерію на числовій прямій X задається функція належності нечіткої змінної, що визначається відповідно до змістовного сенсу цього критерію.

Алгоритм розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації на основі теорії НМ повинен включати наступні основні послідовні кроки [5, 57, 66, 69]:

- представлення критеріїв як нечітких множин, заданих на універсальній множині варіантів за допомогою функцій належності;
- визначення функцій належності нечітких множин на основі експертної інформації;
- ранжування варіантів на основі перетину нечітких множин-критеріїв, які відповідають відомій в теорії прийняття рішень схемі Беллмана-Заде;
- ранжування критеріїв методом парних порівнянь і облік отриманих рангів як ступенів концентрацій відповідних функцій належності.

Основними перевагами схеми Беллмана – Заде для нашого випадку можна вважати:

- можливість відмовитися від необхідності попереднього виділення області Парето;
- поняття «оптимальне рішення» віднести до максимального ступеня виконання поставлених завдань.

Відомо, що у класичній багатокритеріальній задачі оптимізації [65] порівняння рішень про перевагу певного критерію здійснюється не безпосередньо, а за допомогою заданих на множині X числових функцій f_1, f_2, \dots, f_m , або критеріїв, причому множина X_i – область визначення критеріїв f_i .

Будь-який розв’язок задачі багатокритеріальної оптимізації можна розглядати як нечітку підмножину значень цільової функції (критеріїв) наступним чином: необхідно визначити такий елемент $x^* \in C$, де $C \subseteq X$, який оптимізує (надалі максимізує) задані критерії. Підмножина C визначається обмеженням конкретного завдання на множині рішень, при цьому $x \in C$ – допустиме рішення, C – множина допустимих рішень. Отже, загалом багатокритеріальна оптимізація з нечіткими критеріями – це набір (f_1, \dots, f_n, C) , де f_1, f_2, \dots, f_n є нечіткими функціями на множині X , а C – звичайна (чітка) підмножина X . Формально задача може бути представлена у вигляді:

$$\begin{cases} f_1 \rightarrow \max \\ \vdots \\ f_n \rightarrow \max \\ x \in C \end{cases} \quad (3.28)$$

Будь-яке значення x в області визначення f_i можна розглядати як нечітку множину на C з вектором значень належності $\mu_x = \{\mu_1, \dots, \mu_k\}$.

3.4.1. Аналіз методів побудови функції належності нечітких множин

Задачі багатокритеріальної оптимізації вимагають побудови функції належності. Найбільш поширеними методами побудови функції належності нечітких множин є прямі та непрямі методи експертних оцінок [69].

Прямі методи визначаються тим, що експерт безпосередньо задає правила визначення значень функції належності, яка характеризує дане поняття. Тому, як правило, ці методи використовуються для опису понять, які характеризуються вимірювальними властивостями.

При використанні непрямих методів, значення функції належності вибираються таким чином, щоб задовольнити раніше сформульовані умови. Експертна інформація є тільки вихідними даними для подальшої обробки. Додаткові умови можуть накладатися як на вигляд отримуваної інформації, так і на процедуру обробки. Непрямі методи використовуються для опису складних та важко формалізованих понять. В таких випадках використовуються тільки рангові вимірювання при попарному порівнянні об'єктів. Перевага непрямих методів над прямими – в стійкості по відношенню до спотворень. З метою використання того чи іншого методів проведемо їх короткий аналіз.

Прямий метод для одного експерта. Відповідно до цього методу значення функції належності задаються в параметричній формі. Найбільш поширеними є функції, які мають 2, 3 або 4 параметри та задаються аналітичними виразами (табл.3.1) [64].

Таблиця 3.1.

Параметричні функції належності

Вид функції належності	Аналітичний вираз	Параметри
Трикутна	$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \text{ або } x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c \end{cases}$	(a, c) – носій нечіткої множини; b – координата максимуму.
Трапецієподібна	$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \text{ або } x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \end{cases}$	(a, d) – носій нечіткої множини; $[b, c]$ – ядро нечіткої множини.
Гаусова	$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-b)^2}{2c^2}\right)$	b – координата максимуму; c – коефіцієнт концентрації.
Сигмоїдна	$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-c))}$	a – коефіцієнт крутизни; c – координата переходу через 0.5
Сингтонна	$\mu(x) = \begin{cases} 1, & x = a \\ 0, & x \neq a \end{cases}$	a – чітке число представлене у вигляді нечіткої множини

Непрямий метод для одного експерта. Відповідно до цього методу значення функції належності визначаються на основі матриць парних порівнянь по кожному критерію [57]

$$\begin{aligned} \mu_1 &= (1 + s_{21} + s_{31} + \dots + s_{k1})^{-1}; \\ \mu_2 &= (s_{12} + 1 + s_{32} + \dots + s_{k2})^{-1}; \\ &\dots\dots\dots \\ \mu_k &= (s_{1k} + s_{2k} + s_{3k} + \dots + 1)^{-1}. \end{aligned} \tag{3.29}$$

де s_{ij} – елементи матриці парних порівнянь по шкалі Сааті.

Загалом, нечітке рішення \tilde{D} є результатом перетину локальних критеріїв $\tilde{G}_1 \div \tilde{G}_3$:

$$\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cap \tilde{G}_3 = \left\{ \frac{\min_{i=1,n} \mu_{G_i}(x_1)}{x_1}, \frac{\min_{i=1,n} \mu_{G_i}(x_2)}{x_2}, \dots, \frac{\min_{i=1,n} \mu_{G_i}(x_k)}{x_k} \right\}, \quad (3.30)$$

Для випадку нерівноважних критеріїв вираз (3.30) набуває наступного вигляду:

$$\tilde{D} = \left\{ \frac{\min_{i=1,n} (\mu_{G_i}(x_1))^{w_i}}{x_1}, \frac{\min_{i=1,n} (\mu_{G_i}(x_2))^{w_i}}{x_2}, \dots, \frac{\min_{i=1,n} (\mu_{G_i}(x_k))^{w_i}}{x_k} \right\}, \quad (3.31)$$

де w_i – коефіцієнт відносної важливості критерію G_i .

Вагові коефіцієнти нормуються наступною умовою:

$$w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n = 1 \quad (3.32)$$

Для визначення коефіцієнтів w_i , необхідно сформувати матриці парних порівнянь важливості критеріїв.

У підсумку найкращою базовою малохвильовою функцією в конкретному випадку слід вважати ту, яка має найбільшу ступінь належності:

$$\mu_D(x^*) = \max_{i=1,2,3,\dots,n} \mu_{G_i}(x_i) \quad (3.33)$$

3.4.2. Побудова нечіткої моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції

Отже, нехай $X = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ – множина базових малохвильових функцій, один з елементів якої $x^* \in C$, де $C \subseteq X$, оптимізує (максимізує) задані критерії EER , IER та Cr , а $G = \{G_1, G_2, G_3\}$ – множина критеріїв, за якими проводиться оцінка ефективності застосування базових малохвильових функцій [29, 90, 91], де

- G_1 – критерій *EER*;
- G_2 – критерій *IER*;
- G_3 – критерій *Cr*.

Так як локальні критерії вимірюються в різних одиницях, а їх масштаби не співрозмірні, неможливим є порівняння якості отриманих результатів за кожним критерієм. Тому, необхідно привести масштаби цих критеріїв до єдиного безрозмірного масштабу шляхом нормалізації.

Нормалізація критеріїв проводиться наступним чином [65]:

$$G_i = \frac{G_i - G_{i,\min}}{G_{i,\max} - G_{i,\min}} \quad (3.34)$$

Критерії G_i представляються у вигляді нечіткої множини \tilde{G}_i на універсальній множині базових малохвильових функцій X [64].

$$\tilde{G}_i = \left(\frac{\mu_{G_i}(x_1)}{x_1}, \frac{\mu_{G_i}(x_2)}{x_2}, \dots, \frac{\mu_{G_i}(x_k)}{x_k} \right), \quad (3.35)$$

де $\mu_{G_i}(x_j)$ – число в діапазоні $[0,1]$, яким оцінюється ступінь належності базової малохвильової функції x_j нечіткій множині \tilde{G}_i . Чим більше значення $\mu_{G_i}(x_j)$, тим вищою є оцінка базової малохвильової функції x_j за критерієм G_i .

Кожен з критеріїв може бути як простим нечітким числом G_i , так і лінгвістичною змінною $G_i = \{G_{iL}, G_{iM}, G_{iH}\}$, де L , M і H – позначають поняття «низька», «середня» і «висока» для відповідного i -го критерію. Зважаючи на велику кількість базових малохвильових функцій, для знаходження функції належності використаємо прямий метод одного експерта.

Конкретний вигляд функцій належності визначається на основі різних додаткових припущень з урахуванням специфіки даної невизначеності. Кривими для опису функцій належності доцільно обрати монотонно зростаючі або спадні сигмоїди, так як вони найбільш придатні для задання лінгвістичних термів природної мови.

Оскільки, мета оптимізації, в нашому випадку полягає в максимізації заданих критеріїв, то відповідні функції належності $\mu_{G_i}(X)$ можна представити у вигляді параметричної сигмоїдної функції (табл.3.1) з параметрами $a=12$ та $c=0.6$, графік якої зображено на рис.3.10.

$$\mu_G(x_i) = \frac{1}{1 + \exp(-12 \cdot (x_i - 0.6))} \quad (3.36)$$

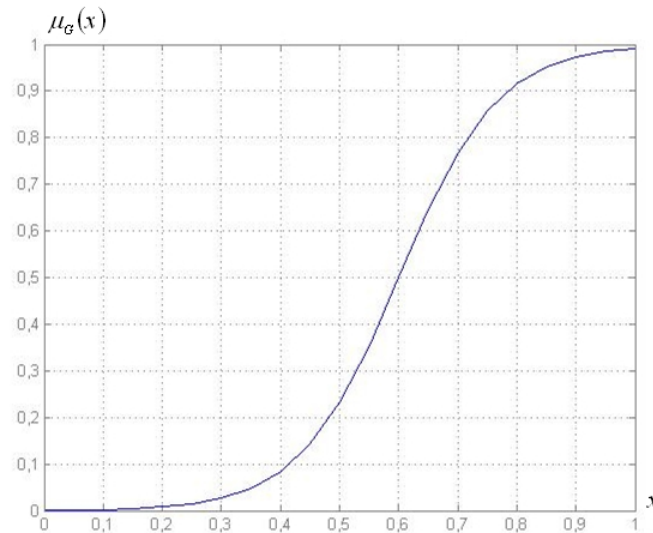


Рис.3.10. Сигмоїдна функція належності з параметрами $a=12$ та $c=0.6$

В результаті отримано наступне нечітке рішення при рівнозначних критеріях:

$$\tilde{D} = \left\{ \frac{\min(\mu_{G_1}(x_1), \mu_{G_2}(x_1), \mu_{G_3}(x_1))}{x_1}, \frac{\min(\mu_{G_1}(x_2), \mu_{G_2}(x_2), \mu_{G_3}(x_2))}{x_2}, \dots, \frac{\min(\mu_{G_1}(x_k), \mu_{G_2}(x_k), \mu_{G_3}(x_k))}{x_k} \right\} \quad (3.37)$$

Для визначення відносної ваги критеріїв визначаються вагові коефіцієнти w_i методом формування матриць парних порівнянь цих критеріїв.

На основі аналізу ефективності критеріїв проведеному за результатами опрацювання різних типів сигналів [89, 90] формуються наступні експертні парні порівняння:

1. Слабка перевага G_2 над G_1 ;
2. Суттєва перевага G_2 над G_3 ;
3. Суттєва перевага G_1 над G_3 ;

Сформована матриця парних порівнянь за шкалою Сааті [57] наведена в табл.3.2.

Таблиця 3.2.

Матриця парних порівнянь критеріїв

[A]	G_1	G_2	G_3	Вектор пріоритетів	Ваговий коефіцієнт критерію
G_1	1	$\frac{1}{3}$	5	1,186	0,295
G_2	3	1	5	2,5	0,62
G_3	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1	0,34	0,084
Сума:				4,026	1

Матриця парних порівнянь є діагональною та обернено-симетричною. Ступеням належності нечіткої множини (3.31) відповідають координати власного вектора $W=(w_1, w_2, \dots, w_k)^T$ матриці A. Власний вектор знаходиться за допомогою наступної системи рівнянь [57]:

$$\begin{cases} A \times W = \lambda_{\max} \times W \\ w_1 + w_2 + \dots + w_k = 1 \end{cases} \quad (3.38)$$

З виразів (3.38) обчислюються вагові коефіцієнти критеріїв $G_1 \div G_3$:
 $w_1 = 0,3$; $w_2 = 0,6$; $w_3 = 0,1$.

Отже, нечітка множина, яка необхідна для вибору ефективної базової малохвильової функції визначається з наступного виразу:

$$\tilde{D} = \left\{ \frac{\min(\mu_{G_1}(x_1)^{0.3}, \mu_{G_2}(x_1)^{0.6}, \mu_{G_3}(x_1)^{0.1})}{x_1}, \frac{\min(\mu_{G_1}(x_2)^{0.3}, \mu_{G_2}(x_2)^{0.6}, \mu_{G_3}(x_2)^{0.1})}{x_2}, \dots, \frac{\min(\mu_{G_1}(x_k)^{0.3}, \mu_{G_2}(x_k)^{0.6}, \mu_{G_3}(x_k)^{0.1})}{x_k} \right\} \quad (3.39)$$

Множина обраних критеріїв є незамкнутою, її можна доповнити з урахуванням більш детальних вимог до вибору конкретної малохвильової функції. Крім того, кожен критерій може розглядатися як згортка локальних показників на більш низькому рівні ієрархії.

3.5. Вибір оптимальних базових функцій на основі максимальної ефективності результатів опрацювання сигналів

Практично усі існуючі методи вибору малохвильового базису ґрунтуються на принципі схожості сигналу і базової малохвильової функції. Дослідження в цій області показали, що цей принцип не завжди дозволяє визначити оптимальну малохвильову базову функцію для обробки сигналу. З огляду на це, в роботі запропоновано здійснювати такий вибір на основі максимальної ефективності результатів опрацювання сигналів малохвильовими базовими функціями.

3.5.1. Застосування генетичного алгоритму для пошуку оптимальних базових малохвильових функцій в процесі очищення сигналу

Генетичний алгоритм (ГА) належить до класу стохастичних алгоритмів глобальної оптимізації. Як і інші алгоритми цієї групи, він орієнтований на пошук найбільш оптимального розв'язку в умовах неможливості повного перебору варіантів.

Відмінності ГА від інших алгоритмів випадкового пошуку полягають у наступному [9]:

– ГА використовує не самі характеристики, а їх коди, які формуються в ланцюжки кінцевої довжини; у процесі ітерацій ці ланцюжки тестуються й видозмінюються;

– пошук відбувається не в точках простору, а на основі популяції точок;

– ГА використовує інформацію про минулі отримані розв'язки, що забезпечує концентрацію розв'язків у найбільш ефективних областях простору;

– ГА використовує лише оцінки розв'язків, а не їх похідні або інші параметри.

Загалом, ГА використовує три фундаментальні генетичні оператори: вибір, схрещування (кросинговер) і мутацію [9].

ГА побудований на правилі «виживає найпридатніший» і дозволяє отримувати оптимальне рішення після серії повторних обчислень з використанням генетичних операторів. Розмір популяції та ймовірність норми для схрещуван-

ня і мутації відносяться до контрольних параметрів генетичного алгоритму. Алгоритм генерує чергові популяції додаткових рішень, які представлені хромосомою, тобто вирішення завдання триває до отримання прийнятних результатів, продуктивність яких оцінюється у фітнес-функції [53].

Так як основною метою оптимізації є усунення шуму та зведення до мінімуму різниці між вихідним сигналом і очищеною версією цього сигналу як фітнес-функцію використано середньоквадратичну похибку та універсальний індекс якості [34, 38].

На рис.3.11 наведена узагальнена блок-схема пошуку оптимальних базових малохвильових функцій та параметрів очищення сигналу від шуму з використанням ГА.

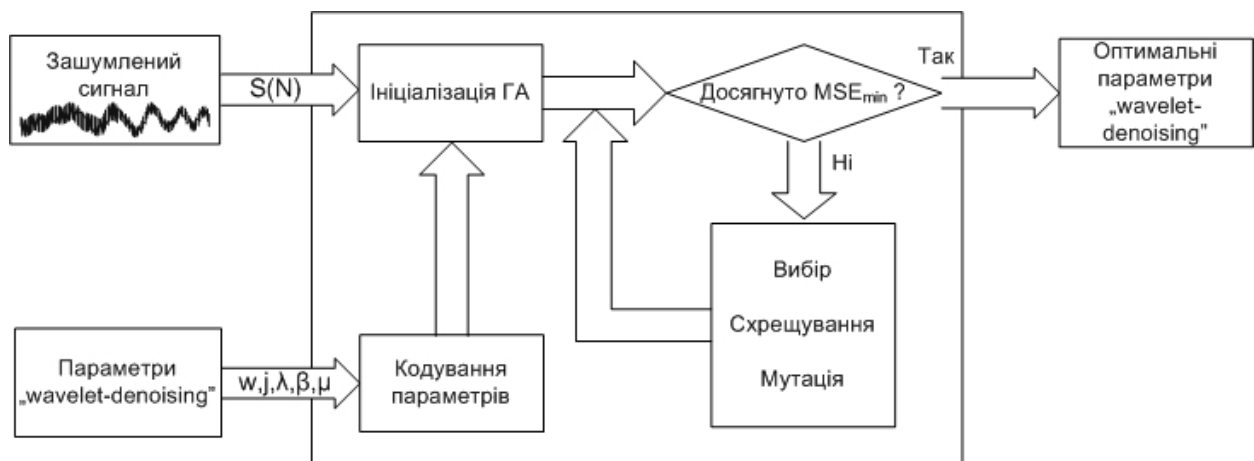


Рис.3.11. Узагальнена блок-схема пошуку оптимальних параметрів очищення сигналу від шуму з використанням генетичного алгоритму

На перший вхід схеми поступає зашумлений сигнал $S(N)$, а на другий набір параметрів компенсації шуму $(w, j, \lambda, \beta, \mu)$. Оптимізація згаданих характеристик реалізується за допомогою ГА. Коли задовольняється критерій оптимізації, завершується робота ГА.

В результаті оптимізації отримується масив характеристик компенсації шуму $(w, j, \lambda, \beta, \mu)$. Таким чином в процесі очищення сигналів виконуються наступні етапи:

1. ДМП зашумленого сигналу з використанням отриманого масиву оптимальних малохвильових коефіцієнтів.

2. Порогування шумових коефіцієнтів сигналу з використанням оптимального порогу та одержання модифікованих компонент сигналу.

3. Реконструкція сигналу з використанням ОДМП.

Значення параметрів для компенсації шуму вибирались наступними:

- малохвильова функція w : Добеші (db1...db20), Койфлети (coif1...coif5), Симлети (sym1...sym8);
- рівень розкладання j : 1-10;
- λ : «soft», «hard»;
- правило вибору порогу β : «heursure», «rigsure», «sqrtwolog», «minimax»;
- метод перемасштабування порогу μ : no scaling (one), single level (sln), multiple level (mln).

Параметри для видалення шуму, повинні бути представлені в двійковому вигляді. Таким чином, вони кодуються рядком з 15 двійкових розрядів, як наведено на рис.3.12.

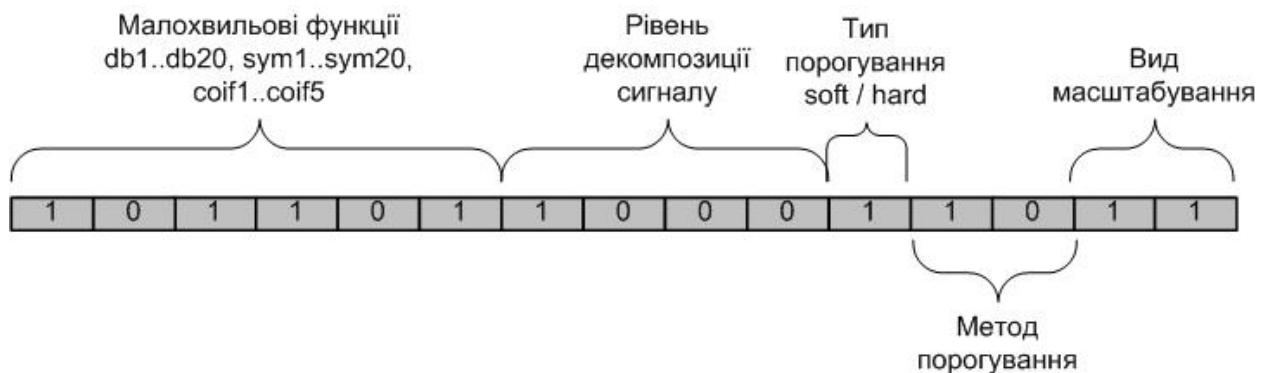


Рис.3.12. Параметри для видалення шуму, представлені в двійковому вигляді.

Такі основні параметри ГА, як розмір популяції (N_p), ймовірність кросингову (P_k) і ймовірності мутації (P_m) мають значний вплив на продуктивність ГА та результати його реалізації.

Розмір популяції ГА визначає кількість кандидатів для розв'язку в кожному поколінні. Вибір відповідного розміру популяції є фундаментальним фактором при застосуванні ГА. Якщо чисельність популяції занадто мала, то ГА може сходитися передчасно через недостатність інформації, яка представлена на пошуковому просторі. З іншого боку, значний розмір популяції потребує більше оцінок за одне покоління, що може призвести до швидкої збіжності. Крім

того, збільшення числа особин веде до збільшення обсягу займаної пам'яті та часу роботи алгоритму. У проведеному дослідженні, в першу чергу було задіяно відносно невеликий розмір популяції $N_p=8$. Потім чисельність популяції зростала до тих пір, поки не було знайдено найбільш оптимальне рішення, а саме $N_p=40$.

Вибір величини ймовірності мутацій залежить від поставленого завдання. Для багатьох завдань, застосовується мала кількість мутацій, оскільки високий рівень мутації може дати по суті випадковий пошук [49, 53]. У даному дослідженні, ймовірність мутацій $P_M=\{0.01, 0.1, 0.3\}$ була визначена на основі порівняльних досліджень при $N_p=40$.

Вибір початкової популяції впливає на конвергенцію ГА. Адже, з невідповідною відправною точкою, ГА може сходитися неоптимально. Оскільки початкові популяції генеруються випадковим чином, одним із шляхів вирішення цієї проблеми є запуск ГА кілька разів, щоб перевірити узгодженість.

Ще однією проблемою, пов'язаною з оптимізацією ГА є критерії, які використовуються для зупинки програми ГА. Ці критерії встановлені наступним чином:

1. Якщо максимальна кількість поколінь (N_s) буде досягнута, програма зупиняється ГА. В даному дослідженні N_s встановлюється у 100.

2. ГА зупиняється, коли фітнес-функція досягає свого найефективнішого значення протягом ряду поколінь.

Основною метою ефективного опрацювання сигналу є усунення шуму та зведення до мінімуму середньоквадратичної похибки (MSE) між вихідним сигналом і очищеною версією цього сигналу. З огляду на це як фітнес-функцію доцільно використовувати значення середньоквадратичної похибки, що розраховується згідно виразу (2.35) .

Проведений аналіз дає підстави вважати, що застосування генетичного алгоритму для визначення оптимальних базових малохвильових функцій є достатньо ефективним для процесу фільтрації сигналів, так як правильний вибір не тільки базової малохвильової функції, але і таких основних параметрів компен-

сації шуму, як рівень розкладання, тип функції порогоування, правило вибору порогу і його рівня та метод перемасштабування порогу забезпечують комплексний підхід до вибору малохвильової функції та її параметрів і мають важливе значення для підвищення ефективності процесу очищення сигналу від шуму. Наведені властивості забезпечують перевагу використання генетичного алгоритму у порівнянні з розглянутими раніше методами.

3.5.2. Універсальний індекс якості як оцінка ефективності опрацьованого сигналу

В 2002 році Zhou Wang та Alan C Bovik запропонували новий підхід до оцінки якості зображень [105], а саме оцінювання сигналу за яскравістю, контрастністю і структурними спотвореннями.

$$Q = \frac{4 \cdot \bar{S} \cdot \bar{\tilde{S}} \cdot \sigma_{S\tilde{S}}}{(\bar{S}^2 + \bar{\tilde{S}}^2)(\sigma_S^2 + \sigma_{\tilde{S}}^2)}, \quad (3.40)$$

де S – вихідний сигнал;

\tilde{S} – реконструйований сигнал;

\bar{S} – середнє значення вихідного сигналу;

$\bar{\tilde{S}}$ – середнє значення реконструйованого сигналу;

σ_S – дисперсія вихідного сигналу;

$\sigma_{\tilde{S}}$ – дисперсія реконструйованого сигналу;

$\sigma_{S\tilde{S}}$ – коефіцієнт взаємної кореляції між вихідним сигналом і опрацьованим.

Дана оцінка отримала назву – універсальний індекс якості (UQI – Universal Quality Index). З того часу даний критерій був удосконалений і модифікований для роботи з різними типами зображень.

В роботі [105] універсальний індекс якості представлено як добуток трьох компонентів:

$$Q = Q_{corr} \cdot Q_{dyn} \cdot Q_{mean} = \frac{\sigma_{S\tilde{S}}}{\sigma_S \cdot \sigma_{\tilde{S}}} \cdot \frac{2 \cdot S \cdot \tilde{S}}{(\bar{S})^2 + (\bar{\tilde{S}})^2} \cdot \frac{2 \cdot \sigma_S \cdot \sigma_{\tilde{S}}}{\sigma_S^2 + \sigma_{\tilde{S}}^2}, \quad (3.41)$$

Перша компонента $Q_{corr} = \frac{\sigma_{S\tilde{S}}}{\sigma_S \cdot \sigma_{\tilde{S}}}$ – це оцінка корельованості вихідного сигналу і отриманого в результаті опрацювання, яка змінюється в діапазоні $[-1;1]$. Друга $Q_{dyn} = \frac{2 \cdot \bar{S} \cdot \bar{\tilde{S}}}{(\bar{S})^2 + (\bar{\tilde{S}})^2}$ – оцінка зміни середнього значення отриманого сигналу відносно вихідного. Третя складова $Q_{mean} = \frac{2 \cdot \sigma_S \cdot \sigma_{\tilde{S}}}{\sigma_S^2 + \sigma_{\tilde{S}}^2}$ дає оцінку зміни динамічного діапазону сигналів S і \tilde{S} .

Враховуючи наведені вище тлумачення, в роботі пропонується використання універсального індексу якості для оцінки ефективності результатів опрацювання одновимірних сигналів в процесі їх малохвильового перетворення [39]. Така оцінка є особливо придатною при опрацюванні малопотужних сигналів та сигналів з високим рівнем шумів.

Таким чином, пропонується ще один критерій оптимальності. При реалізації фітнес-функції генетичного алгоритму доцільно використовувати універсальний індекс якості (3.40) опрацьованого сигналу.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3

1. Проаналізовано метод вибору базових функцій на основі критерію співвідношення енергії малохвильових коефіцієнтів та ентропії розподілу енергії Шеннона . Встановлено, що даний критерій не дає однозначних результатів для багатьох типів тестових сигналів. Виходячи з цього запропоновано модифікований метод, який базується на визначенні відношення норми енергії коефіцієнтів апроксимації до ентропії детальних коефіцієнтів, що забезпечує однозначність вибору базових функцій

2. Проведено аналіз вибору базових функцій на основі критерію оцінки коефіцієнта взаємної кореляції між аналізованим сигналом та базовою малохвильовою функцією. Встановлено, що при значному зашумленні аналізованого сигналу, даний критерій є малоефективний. Показано, що при використанні критерію оцінки коефіцієнта взаємної кореляції між аналізованим сигналом та малохвильовими коефіцієнтами можна досягнути кращих результатів.

3. Встановлено, що відношення енергії до ентропії Шеннона оцінює лише енергетичний вміст малохвильових коефіцієнтів. З метою отримання їх інформаційного вмісту та порівняння його з інформаційним вмістом сигналу проаналізовано використання таких інформаційних критеріїв як спільна ентропія, умовна ентропія, взаємна інформація та відносна ентропія, яка визначає відстань між двома розподілами. На основі проведеного аналізу запропоновано критерій визначення максимальної величини відношення взаємної інформації до відносної ентропії аналізованого сигналу, що дало можливість досягнути більш однозначного вибору оптимальної базової малохвильової функції.

4. Для згаданих вище критеріїв встановлено існування неоднозначності вибору базової малохвильової функції, для вирішення якої запропоновано використання багатокритеріальної оптимізації на основі нечіткої логіки. На основі експертної інформації, за результатами попередніх досліджень, розроблена модель багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції.

5. Запропоновано і обгрунтовано використання поняття універсального індексу якості сигналу як нового критерію вибору базових малохвильових фу-

нкцій, що дозволило краще опрацювати малопотужні сигнали та сигнали з високим рівнем шумів.

6. Запропоновано метод вибору базових малохвильових функцій на основі визначення максимальної ефективності результатів опрацювання сигналів за критеріями середньоквадратичної похибки MSE та універсального індексу якості сигналу.

7. Запропоновано використання генетичного алгоритму для комплексного вибору як базових малохвильових функцій, так і параметрів малохвильового перетворення.

РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ВИБОРУ БАЗОВИХ МАЛОХВИЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ

В даному розділі представлені результати досліджень та порівняльного аналізу запропонованих методів вибору базових малохвильових функцій.

Для досліджень були обрані наступні сімейства ортогональних функцій з компактним носієм Добеші (db1...db20), Койфлети (coif1...coif5), Симлети (sym1...sym20) та тестові сигнали пакету Matlab: blocks, bumps, doppler, heavy sine, sumlichr, trsin, vonkoch, wcantor [18, 19, 60]. Тестові сигнали обирались таким чином щоби вони відрізнялись як за формою так і за спектральним вмістом (рис. 4.1).

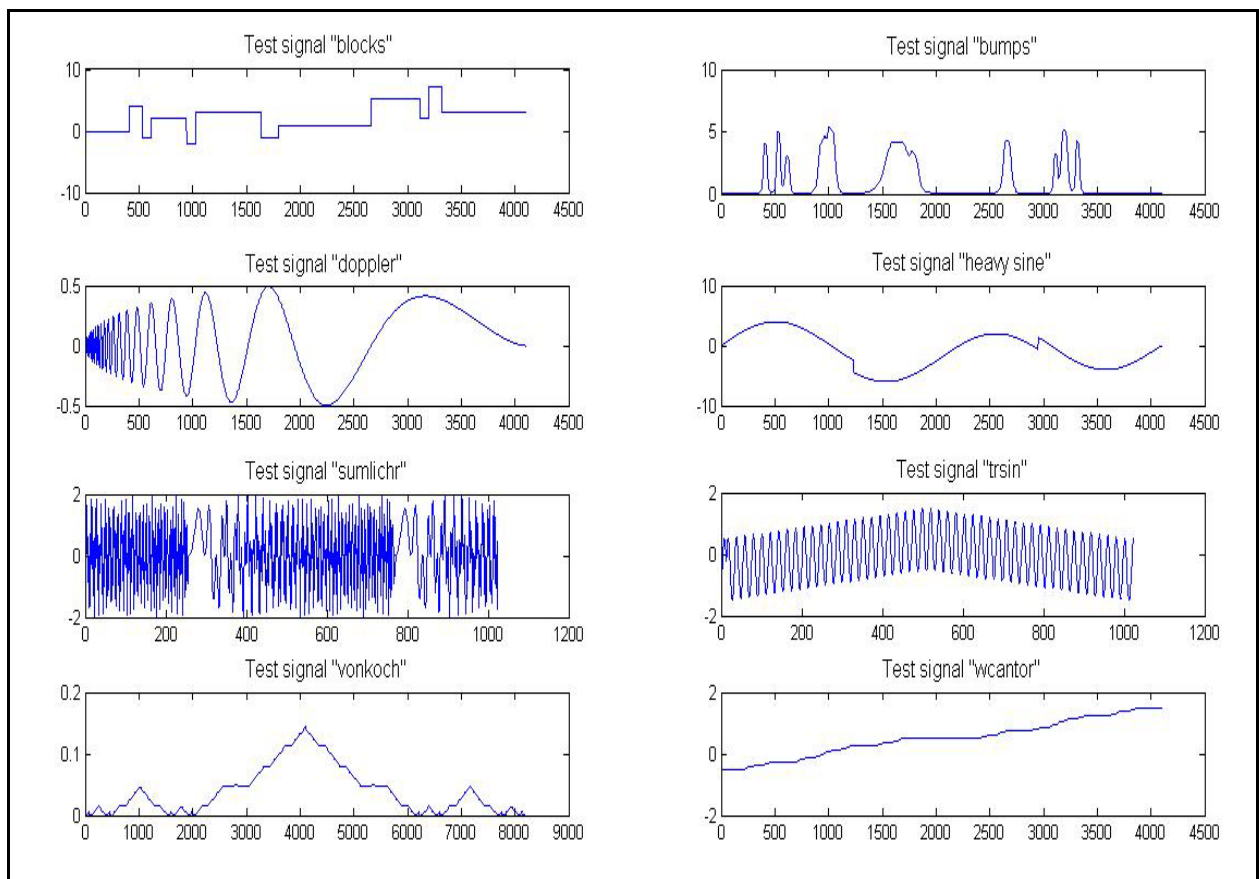


Рис.4.1. Тестові сигнали для дослідження ефективності критеріїв вибору базових малохвильових функцій

Ефективність методів вибору базових малохвильових функцій оцінювалась за результатами реалізації алгоритму очищення сигналів від шуму.

4.1. Дослідження оптимізаційного методу на основі критерію відношення енергії до ентропії Шеннона

Для кожного тестового сигналу та обраних базових функцій засобами Matlab проведемо оцінку значень для критерію відношення енергії до ентропії Шеннона згідно виразу (3.17). Блок-схема алгоритму розрахунку значень для даного критерію представлена на рис.4.2.

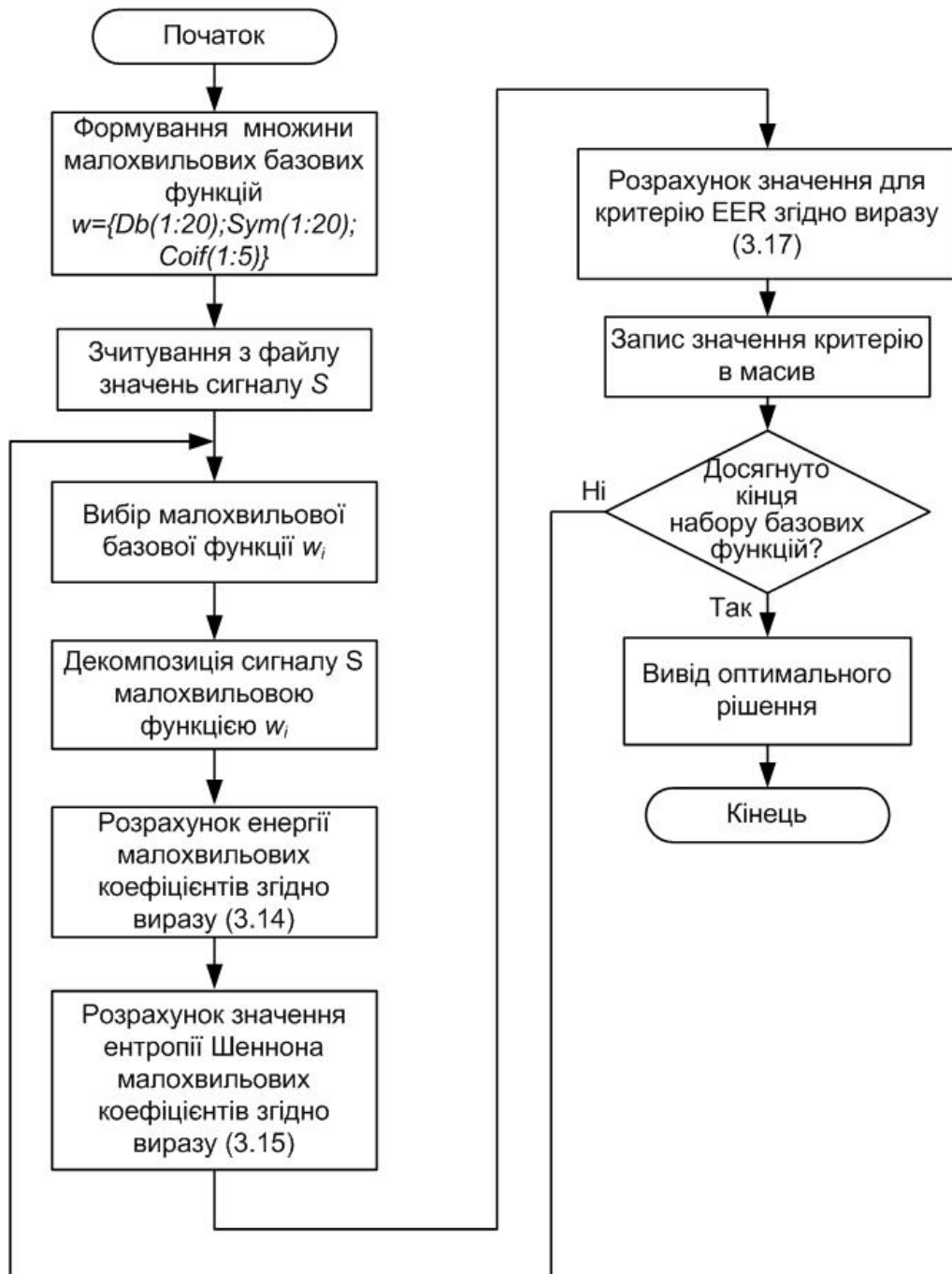


Рис.4.2. Блок-схема алгоритму розрахунку значень для критерію відношення енергії до ентропії Шеннона

Результати розрахунків значень за критерієм EER для кожної малохвильової функції та усіх тестових сигналів представлено у вигляді діаграм на рис. 4.3 –4.10. На кожному з рисунків кращі вибрані базові малохвильові функції виділено чорним кольором.

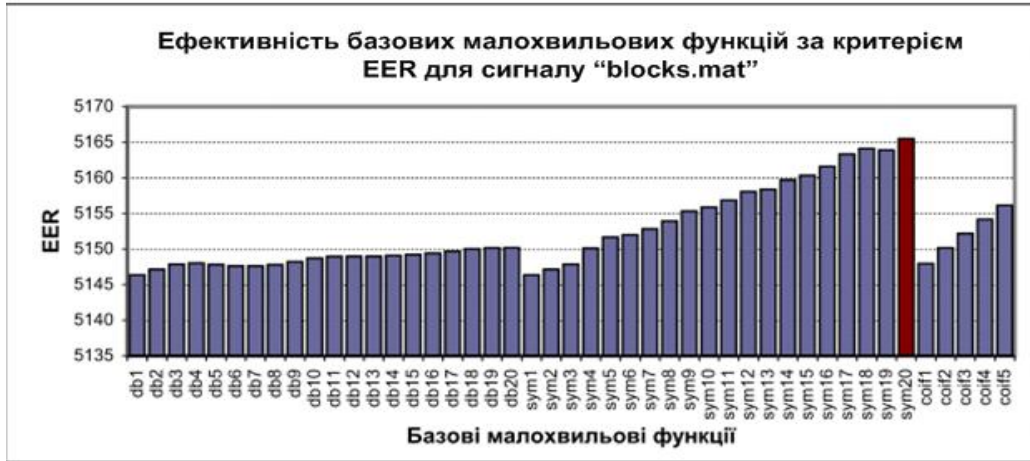


Рис.4.3. Залежність значень за критерієм EER для базових малохвильових функцій та тестового сигналу «blocks.mat»

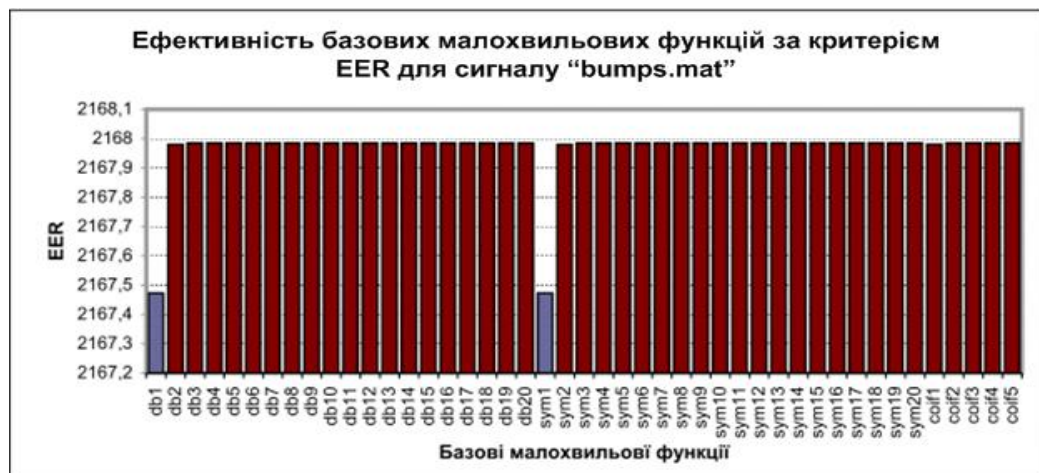


Рис.4.4. Залежність значень за критерієм EER для базових малохвильових функцій та тестового сигналу «bumps.mat»

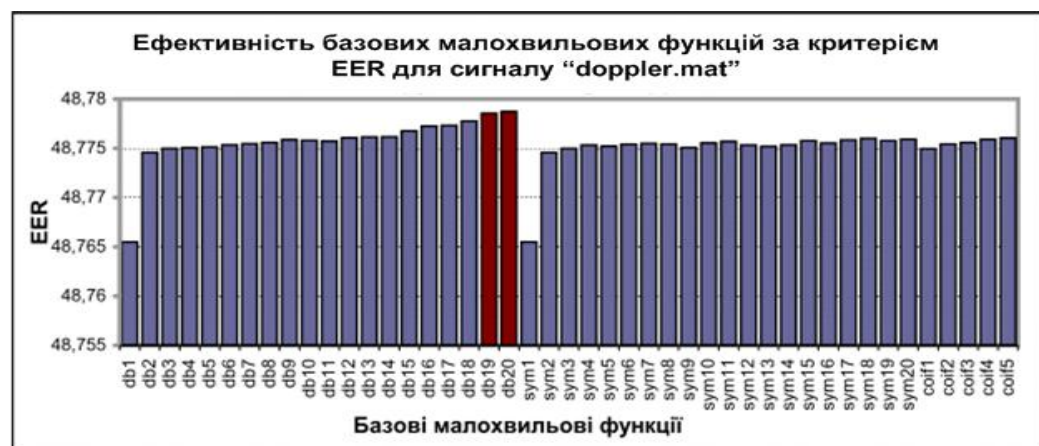


Рис.4.5. Залежність значень за критерієм EER для базових малохвильових функцій та тестового сигналу «doppler.mat»

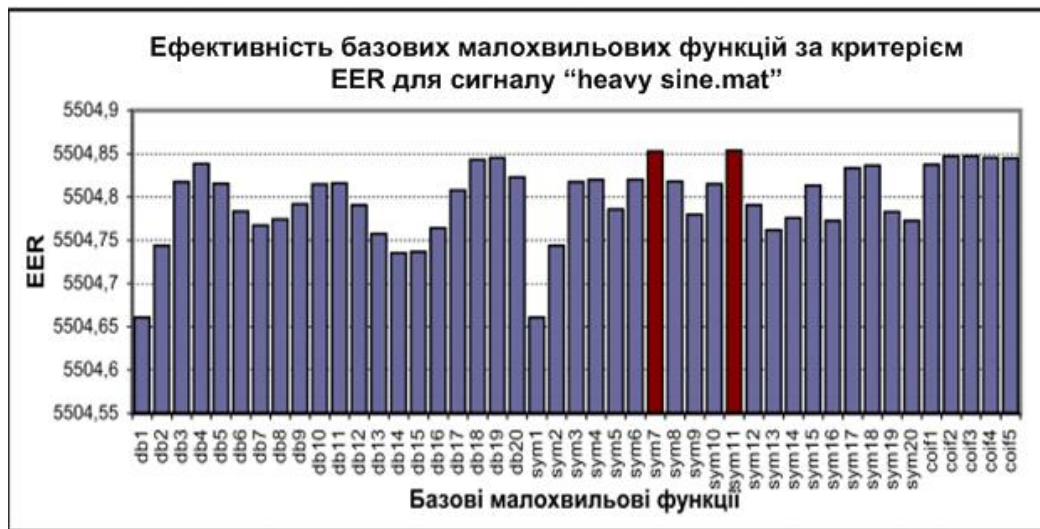


Рис.4.6. Залежність значень за критерієм EER для базових малохвильових функцій та тестового сигналу «heavy sine.mat»



Рис.4.7. Залежність значень за критерієм EER для базових малохвильових функцій та тестового сигналу «sumlichr.mat»

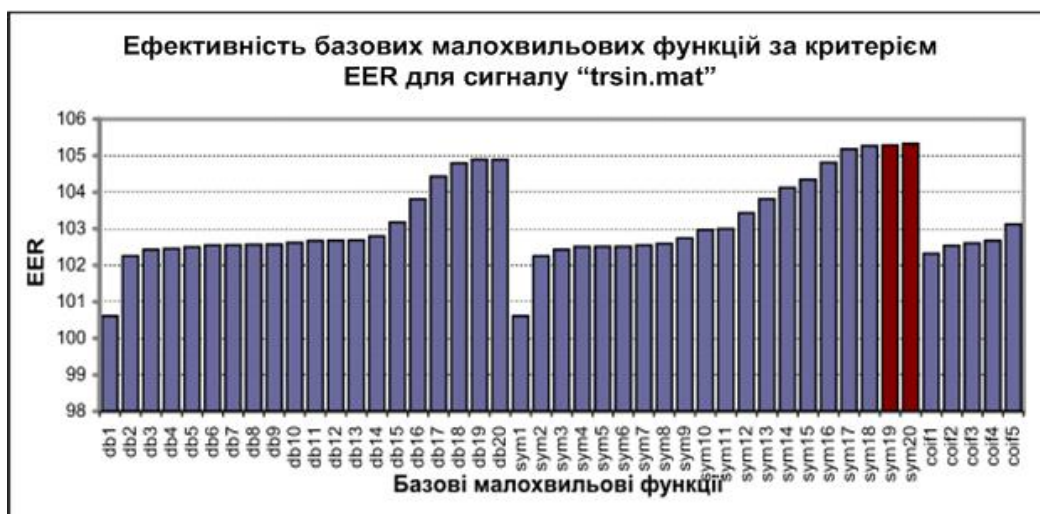


Рис.4.8. Залежність значень за критерієм EER для базових малохвильових функцій та тестового сигналу «trsine.mat»

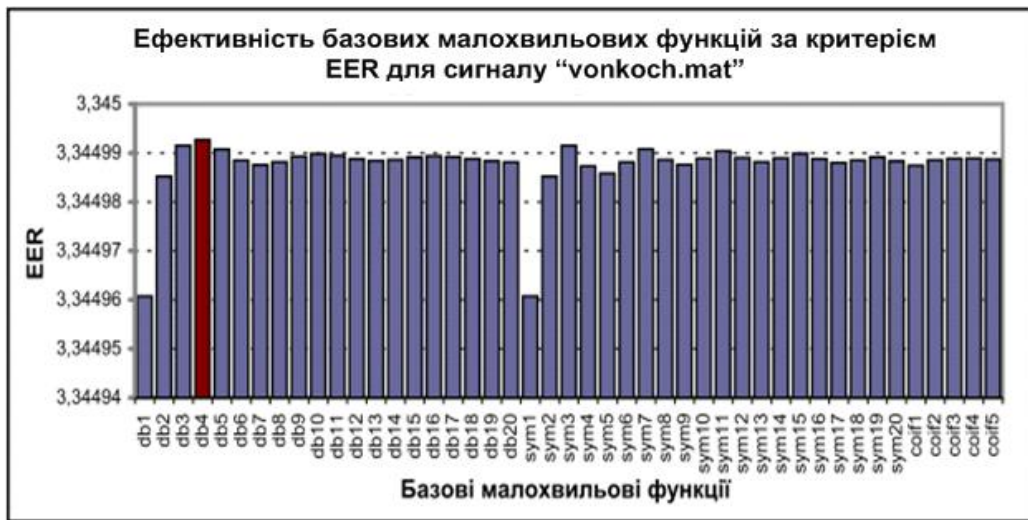


Рис.4.9. Залежність значень за критерієм EER для базових малохвильових функцій та тестового сигналу «vonkoch.mat»



Рис.4.10. Залежність значень за критерієм EER для базових малохвильових функцій та тестового сигналу «wcantor.mat»

В таблиці 4.1 наведено базові малохвильові функції, за допомогою яких отримано кращі значення для критерію EER.

Таблиця 4.1.

Визначені кращими базові малохвильові функції для опрацювання тестових сигналів за критерієм EER

Тестові сигнали	Energy to Shannon Entropy ratio
“blocks”	sym20
“bumps”	sym12
“doppler”	db19, db20
“heavy sine”	sym7, sym11
“sumlichr”	db19, db20
“trsin”	sym19, sym20
“vonkoch”	db4
“wcantor”	sym20

Відповідно до результатів проведених досліджень критерій відношення енергії до ентропії Шеннона не дає однозначно виражених результатів. Проте, можна відзначити, що для сигналів “doppler”, “sumlichr” та “trsin”, які містять гармонічну складову, найбільш ефективними базовими малохвильовими функціями за цим критерієм є функції сімейств Dobeshi та Symlet порядку 19 та 20. А для сигналів “blocks” та “wcantor”, які мають ступінчасту форму, найбільш ефективною базовою малохвильовою функцією є функція сімейства Symlet порядку 20. Для довільно змінних сигналів, зокрема “bumps” та “vonkoch”, які мають функціональні залежності подібні до сигналів зображень, вибір базових функцій є особливо ускладнений (див.рис.4.4 і 4.9)

4.2. Дослідження оптимізаційного методу на основі критерію оцінки коефіцієнта кореляції

В даному випадку проводилася оцінка значень коефіцієнта кореляції для кожного тестового сигналу та обраних базових функцій засобами Matlab згідно виразу (3.18).

Алгоритм обчислення складається з наступних етапів:

1. Вибір функціональної залежності тестового сигналу зі списку обраних для дослідження малохвильових функцій.
2. Здійснення ітерації базової малохвильової функції або тестового сигналу, доки їх розміри не зрівняються.
3. Зсув тестового сигналу або малохвильової функції вздовж осі аргументів, доки максимальне значення обох буде на одній позиції.
4. Обчислення коефіцієнту кореляції CORR між двома сигналами.
5. Запис значення коефіцієнта кореляції CORR в масив.
6. Вибір наступної малохвильової функції і повторення кроків 2-4.

Блок-схема алгоритму розрахунку значень за даним критерієм представлена на рис.4.11.

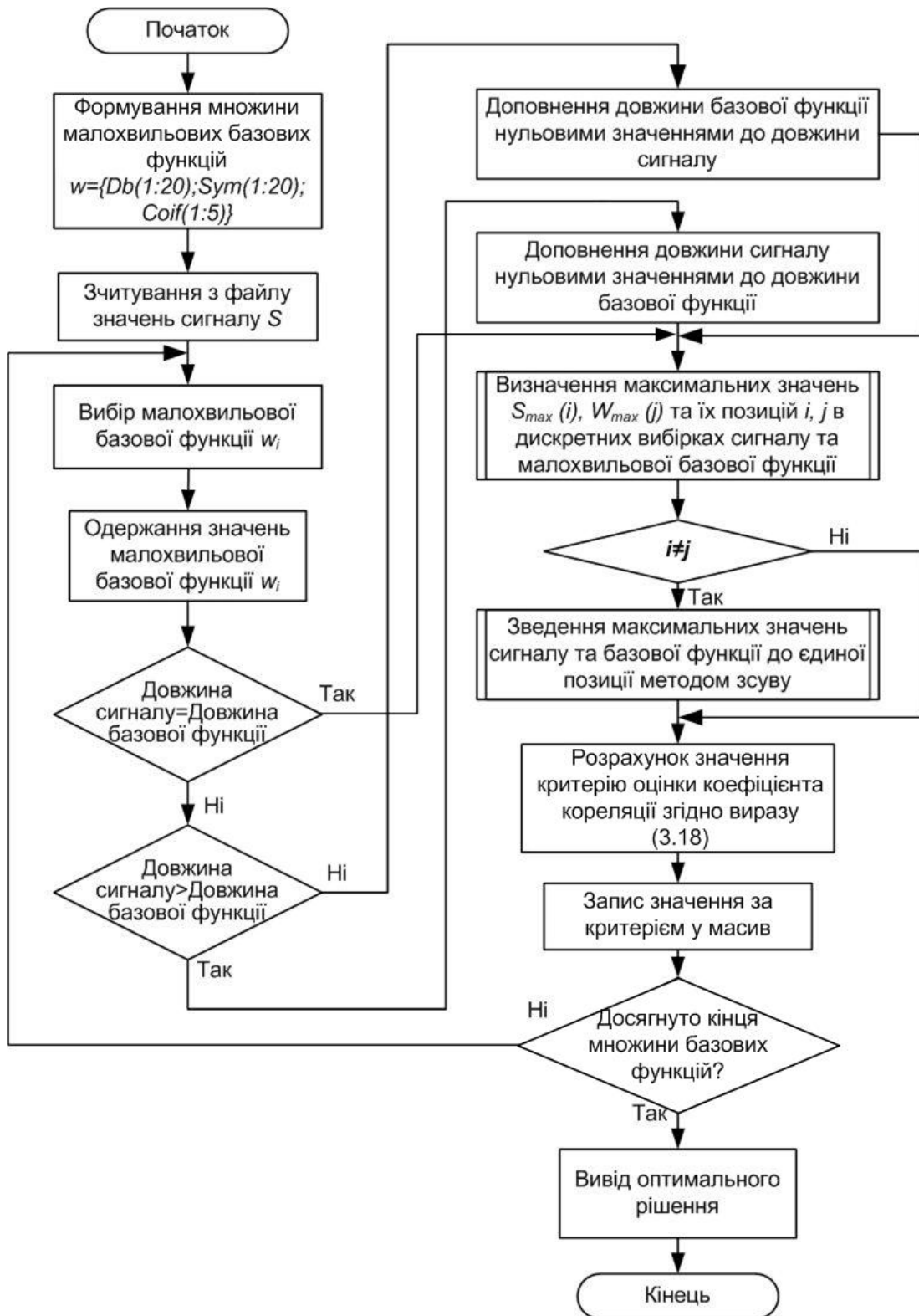


Рис.4.11. Блок-схема алгоритму розрахунку значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції

Результати розрахунку значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції для кожної малохвильової функції представлено у вигляді діаграм для усіх тестових сигналів на рис.4.12 – 4.19.

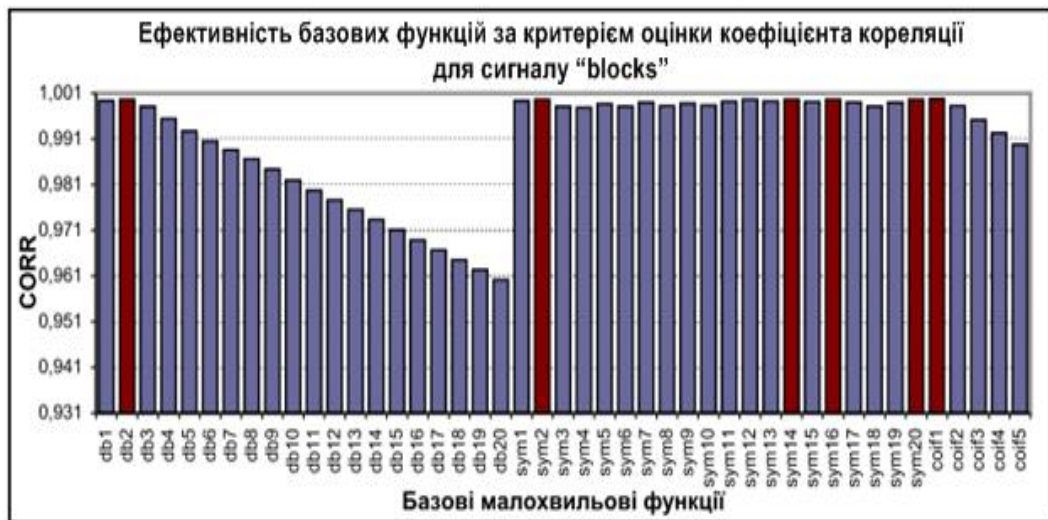


Рис.4.12. Залежність значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «blocks»

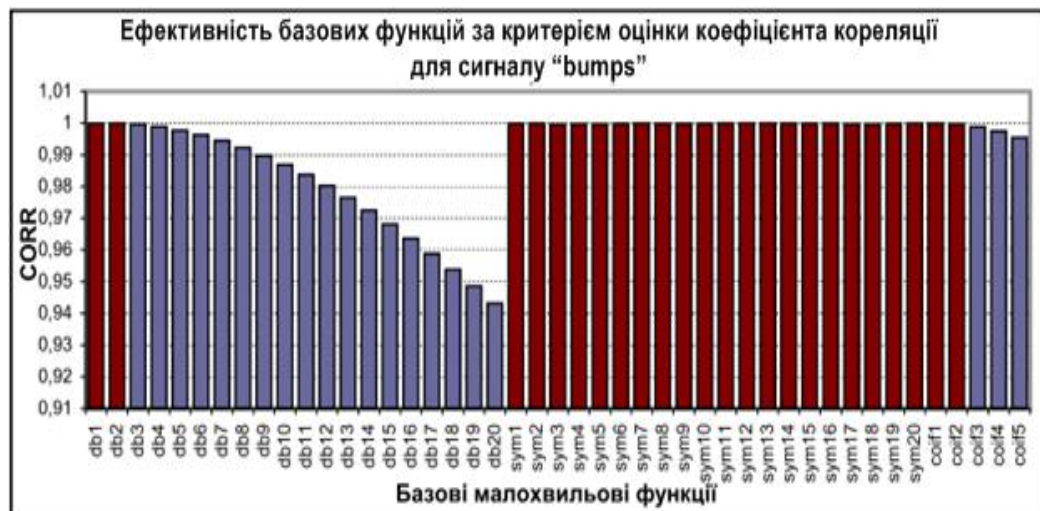


Рис.4.13. Залежність значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «bumps»

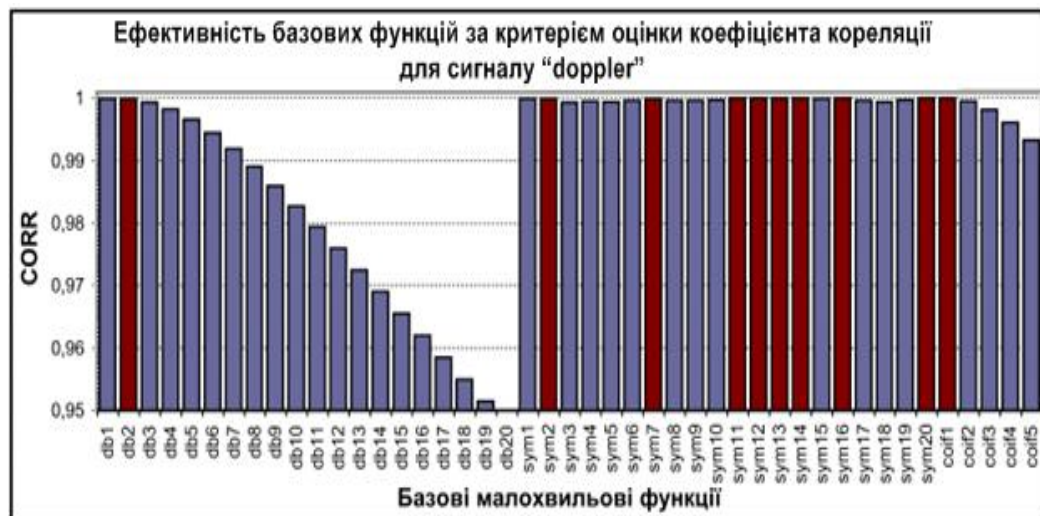


Рис.4.14. Залежність значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «doppler»

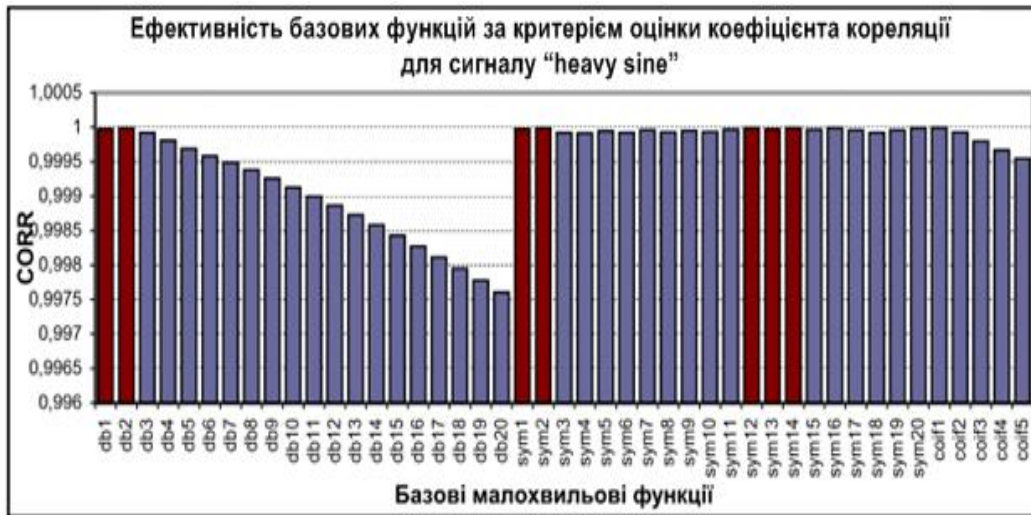


Рис.4.15. Залежність значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «heavy sine»



Рис.4.16. Залежність значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «sumlichr»

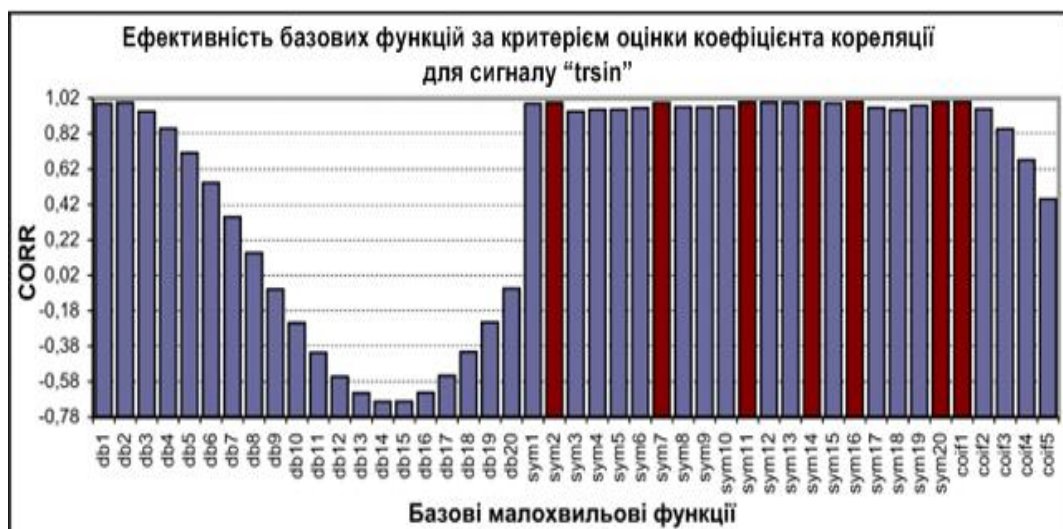


Рис.4.17. Залежність значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «trsin»

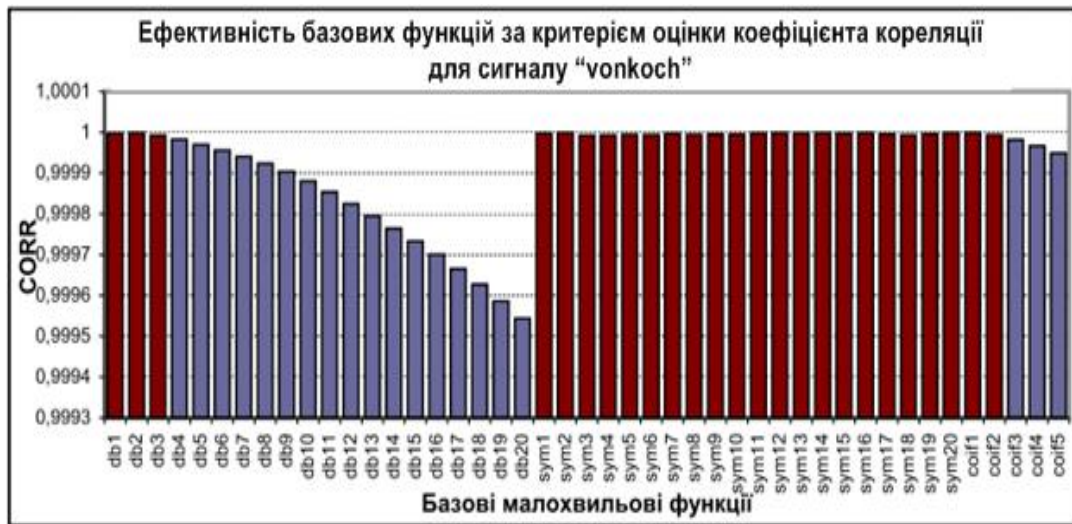


Рис.4.18. Залежність значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «vonkoch»



Рис.4.19. Залежність значень за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «wcantor»

В таблиці 4.2 наведено базові малохвильові функції, за допомогою яких отримано кращі значення коефіцієнта взаємної кореляції для тестових сигналів.

Таблиця 4.2

Базові малохвильові функції для опрацювання тестових сигналів, визначені за критерієм оцінки коефіцієнта кореляції CORR

Тестові сигнали	Correlation Coefficient
“blocks”	db2, sym2, sym14, sym16, coif1
“bumps”	db1, db2, sym, coif1,coif2
“doppler”	db2, sym2, sym7, sym11-sym14, sym20, coif1
“heavy sine”	db1, db2, sym1, sym2, sym12-sym14
“sumlichr”	coif1
“trsin”	sym2, coif1, sym7, sym11, sym14, sym16, sym20
“vonkoch”	db1, db2, db3, sym, coif1, coif2
“wcantor”	db1, db2, sym1, sym2, coif1

Відповідно до результатів проведених досліджень, критерій оцінки коефіцієнта кореляції також не дає однозначних результатів. Проте, можна відзначити, що для усіх тестових сигналів, найбільш ефективними базовими малохвильовими функціями за кореляційним критерієм є усі функції сімейства Symlet. Отже, вибір базової малохвильової функції тільки за даним критерієм є недостатньо ефективним.

4.3. Дослідження оптимізаційного методу на основі критерію оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії

В результаті попереднього дослідження оптимізаційних методів було зроблено висновок про те, що особливої уваги заслуговує метод на основі критерію оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії.

З цією метою для кожного тестового сигналу та обраних базових функцій засобами Matlab проводилася оцінка значень інформаційно-ентропійного критерію згідно виразу (3.27). Блок-схема алгоритму розрахунку значень згідно даного критерію представлена на рис.4.20.

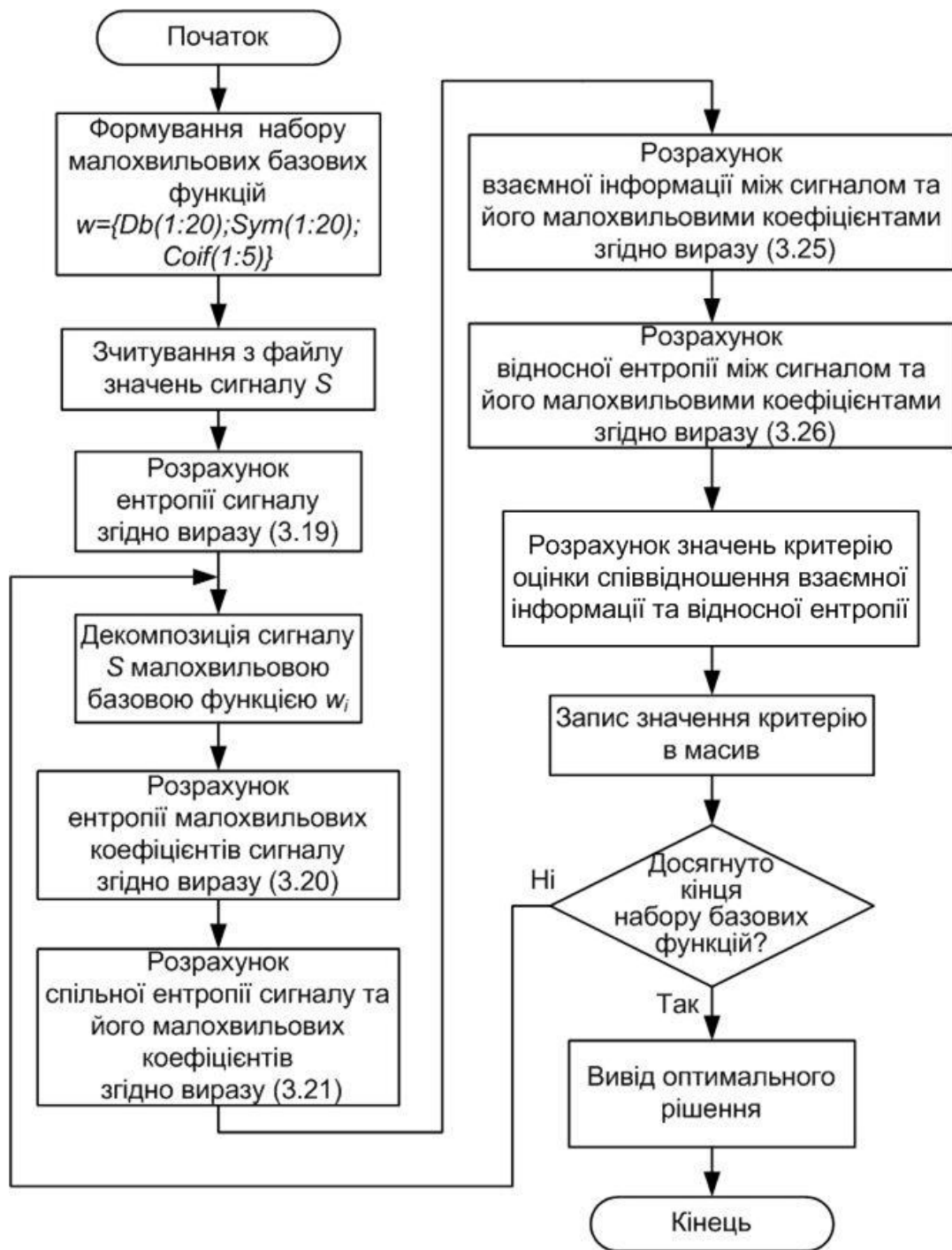


Рис.4.20. Блок-схема алгоритму розрахунку значень за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії

Результати розрахунку значень критерію оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії для кожної малохвильової функції представлені у вигляді діаграм для усіх тестових сигналів на рис.4.21 – 4.28.



Рис.4.21. Залежність значень за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «blocks»



Рис.4. 22. Залежність значень за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «bumps»



Рис.4.23. Залежність значень за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «doppler»



Рис.4.24. Залежність значень за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «heavy sine»



Рис.4.25. Залежність значень за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «sumlichr»



Рис.4.26. Залежність значень за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «trsln»



Рис.4.27. Залежність значень за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «vonkosh»



Рис.4.28. Залежність значень за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії від базових малохвильових функцій для тестового сигналу «wsantor»

На кожному з рисунків чорним кольором виділено базові малохвильові функції, які є найбільш ефективними для опрацювання відповідного тестового сигналу

В таблиці 4.3 наведено базові малохвильові функції, за допомогою яких отримано кращі значення інформаційно-ентропійного критерію для тестових сигналів.

Таблиця 4.3

Оптимальні базові малохвильові функції для опрацювання тестових сигналів, визначені за критерієм оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії

Тестові сигнали	Базові малохвильові функції
“blocks”	db19
“bumps”	db20
“doppler”	sym14, coif1
“heavy sine”	db2, sym2
“sumlichr”	db11
“trsin”	db19
“vonkoch”	db18
“wcantor”	coif1

Відповідно до результатів проведених досліджень, вибір найбільш ефективних базових малохвильових функцій визначених за даним критерієм для усіх тестових сигналів є більш чітко визначений, на відміну від кореляційного та енергетичного критеріїв. Проте, для сигналів doppler, heavy_sine та vonkoch різниця між оціночними значеннями за критерієм IER є незначною та становить 0,1%.

4.4. Ефективність енергетичного, кореляційного та інформаційного критеріїв вибору базових функцій при малохвильовому перетворенні сигналів

Згідно результатів проведеного аналізу для енергетичного, кореляційного та інформаційного критеріїв (таблиці 4.1 – 4.3), можна зробити висновок, що не існує однозначної відповідності між видами тестових сигналів і базовими малохвильовими функціями для кожного дослідженого критерію. Таким чином, для встановлення ефективності кожного з критеріїв, доцільно проводити подальші дослідження визначених базових малохвильових функцій, наведених в таблицях 4.1 – 4.3.

Так як, одним з найпоширеніших напрямків опрацювання сигналів методами дискретного малохвильового перетворення є очищення сигналу від шуму

та завад, то для подальших досліджень проводилося накладання шуму на кожний тестовий сигнал (рис. 4.29) та подальше його знешумлення з використанням базових малохвильових функцій, визначених як найефективніші за кожним з критеріїв.

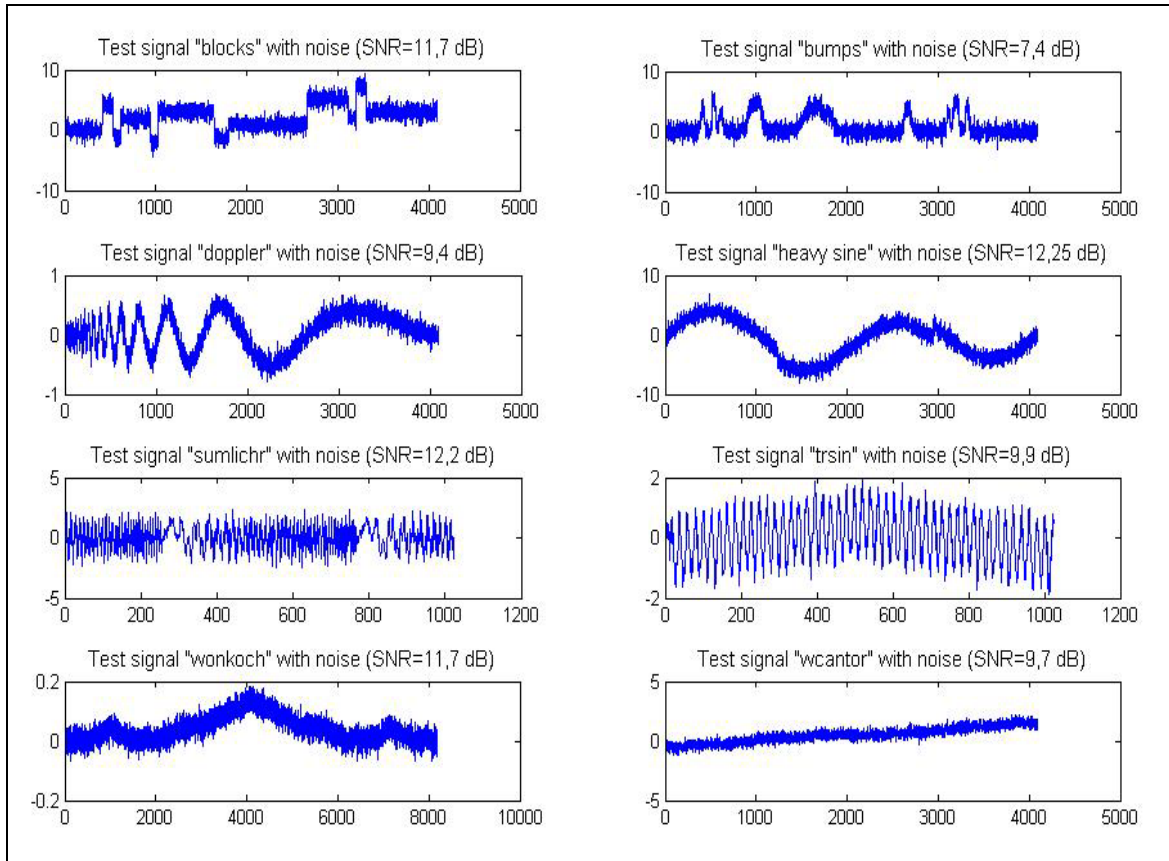


Рис.4.29. Тестові сигнали з нанесеним шумом, які використовуються для дослідження ефективності критеріїв вибору базових малохвильових функцій

Для знешумлення тестових сигналів використаний алгоритм порогової фільтрації та функція пакету Matlab для автоматичного видалення шуму `wden` з наступними характеристиками [18, 60]:

- адаптивний вибір порогу за принципом незміщеної оцінки ризику Штейна;

- жорстка порогова обробка коефіцієнтів деталізації;

- фіксоване значення порогу для всіх рівнів розкладання сигналу.

Для кожного відновленого сигналу проводилося обчислення відношення сигнал/шум, похибка середньоквадратичного відхилення та коефіцієнт кореляції між аналізованим сигналом S та очищеним від шуму \tilde{S} .

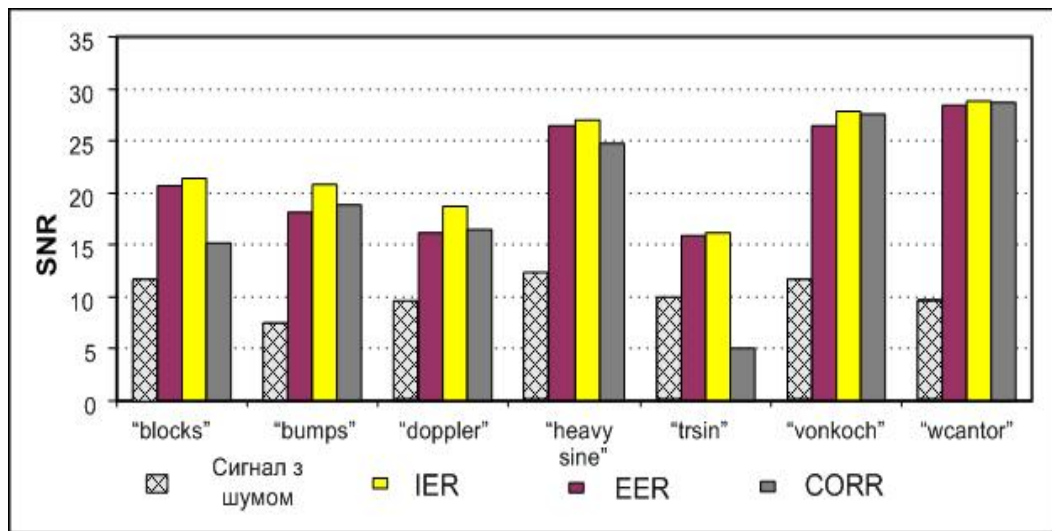
В результаті досліджень отримано множину значень оцінок співвідношення сигнал/шум (SNR), середньоквадратичної похибки (MSE) та коефіцієнта кореляції для найбільш ефективних базових функцій, визначених кожним з критеріїв для усіх тестових сигналів. Результати експериментальних досліджень очищення тестових сигналів від шуму з використанням базових малохвильових функцій, визначених як найефективніші за кожним критерієм на основі оцінок SNR, MSE та коефіцієнта кореляції C_r наведено у таблиці 4.4.

Таблиця 4.4

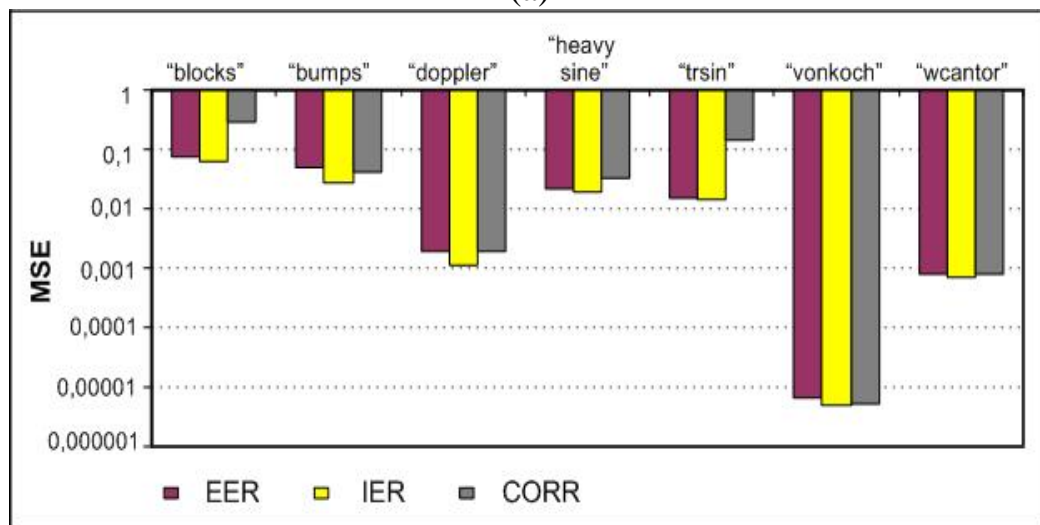
Результати експериментальних досліджень очищення тестових сигналів від шуму з використанням базових малохвильових функцій, визначених як найефективніші за енергетичним, кореляційним та інформаційним критеріями

Тестовий сигнал з шумом	SNR, dB (noise signal)	Значення за критерієм EER			Значення за критерієм IER			Значення за критерієм COOR		
		SNR, dB	MSE	C_r	SNR, dB	MSE	C_r	SNR, dB	MSE	C_r
“blocks”	11,7	20,7	0,076	0,9956	21,32	0,064	0,9964	15,15	0,286	0,9839
“bumps”	7,4	18,16	0,0498	0,9923	20,84	0,0267	0,9960	18,9	0,042	0,9936
“doppler”	9,4	16,18	0,0019	0,9884	18,74	0,0011	0,9935	16,45	0,0019	0,9890
“heavy sine”	12,25	26,37	0,0221	0,9988	26,98	0,0191	0,9989	24,7	0,0328	0,9983
“trsin”	9,9	15,85	0,0147	0,9871	16,14	0,0140	0,9878	5,05	0,1413	0,8693
“vonkoch”	11,7	26,48	6.7e-6	0,9988	27,77	5.0e-6	0,9991	27,58	5.3e-6	0,9991
“wcantor”	9,7	28,4	0,0008	0,9993	28,81	0,0007	0,9993	28,61	0,0008	0,9994

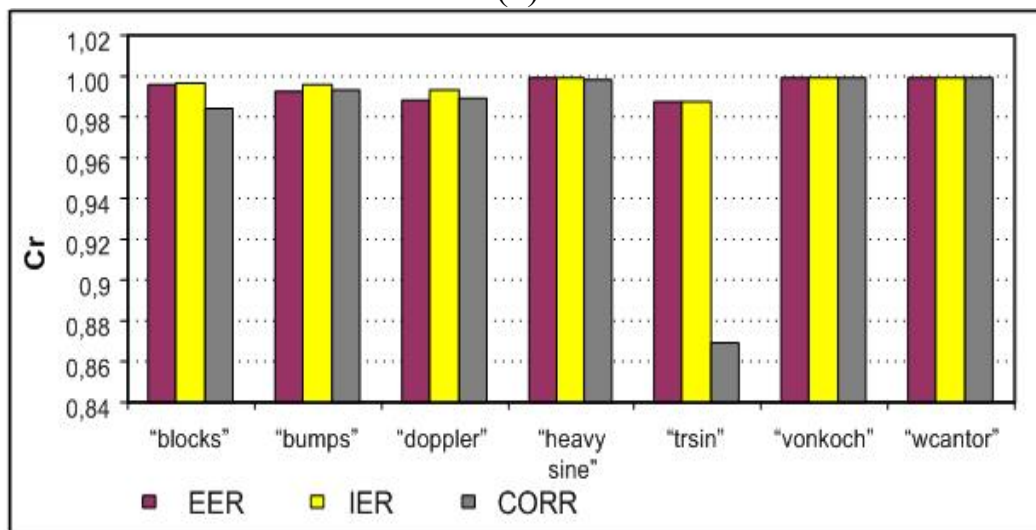
На основі отриманих результатів проводиться порівняння ефективності використання кожної малохвильової базової функції, визначеної за допомогою відповідного критерію. На рис. 4.30 наведені діаграми отриманих значень SNR, MSE та коефіцієнта кореляції C_r , як результат очищення сигналів від шуму з використанням базових малохвильових функцій, представлених у табл.4.1–4.3 та визначених як найефективніші за кожним критерієм.



(a)



(б)



(в)

Рис. 4.30. Порівняння значень: (а) SNR, (б) MSE та (в) коефіцієнта кореляції C_r , отриманих в результаті очищення сигналів від шуму для малошвидливих функцій, визначених за кожним критерієм.

На основі наведених на рис. 4.30 значень статистичних показників найкращі результати за оцінками SNR, MSE та коефіцієнта кореляції отримано з використанням малохвильових функцій, визначених за критерієм відношення взаємної інформації до відносної ентропії.

Аналіз оцінки коефіцієнта кореляції рис.4.30 (в) дозволяє стверджувати, що для більшості сигналів (крім “trsin”) отримано якісні, приблизно однакові результати використовуючи малохвильові функції, що визначені усіма трьома критеріями.

Як показують проведені дослідження, вибір конкретного критерію залежить в основному від типу вхідного сигналу, необхідної заданої точності апроксимації сигналу в часо-частотній області, допустимих програмно-апаратних затрат та часу опрацювання сигналу.

4.5. Аналіз та дослідження багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції в середовищі Matlab на основі нечіткої логіки

Практична реалізація задачі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції здійснюється на базі FIS-редактора систем нечіткого виводу з Fuzzy Logic Toolbox, що входить до складу пакету прикладних програм математичного моделювання Matlab R2011b.

FIS-редактор призначений для створення, збереження, завантаження і виведення на друк систем нечіткого логічного виводу, а також для редагування наступних властивостей:

- типу системи;
- найменування системи;
- кількості вхідних і вихідних змінних;
- найменування вхідних і вихідних змінних;
- параметрів нечіткого логічного виводу.

В процесі побудови систем нечіткого виведення найбільшого поширення набули такі методи як метод Мамдані та метод Сугено.

Метод Мамдані є широко застосовуваний для використання експертних знань, що дозволяє створити більш інтуїтивну модель. Метод Сугено добре узгоджується з оптимізацією і адаптивними методами. Згадані адаптивні методи можуть бути використані для налаштування функцій належності нечіткої системи для створення кращої моделі даних. Найбільш фундаментальна відмінність між методами Мамдані та Сугено полягає у поєднанні чіткого виходу з нечіткими входами. У той час як метод Мамдані використовує техніку дефазифікації нечіткого виходу, метод Сугено використовує зважене середнє для обчислення чіткого виходу, а отже процес дефазифікації пропускається [64]. Виразність і інтерпретованість виходу методу Мамдані губляться в методі Сугено, база правил якого є нечіткою.

Загалом, при великих обсягах вибірки експериментальних даних, ідентифікація за допомогою моделі типу Сугено забезпечує, як правило, більшу точність. Однак, при цьому можуть виникнути труднощі зі змістовною інтерпретацією параметрів нечіткої моделі і з поясненням логічного висновку. З моделлю типу Мамдані таких труднощів не виникає, її параметри легко інтерпретуються змістовно. Результат визначається центром ваги фігури, яка обмежена функцією належності μ_{G_i} нечіткої множини G_i :

$$y = \frac{\sum_{i=1}^k x_k \cdot \mu(x_k)}{\sum_{i=1}^k \mu(x_k)} \quad (4.1)$$

При цьому метод центру ваги має ряд істотних недоліків, а саме:

- діапазон зміни вихідних параметрів D становить лише третину від загальної області визначення;
- вихідна залежність є нелінійною.

Таким чином, провівши аналіз обох методів, які лежать в основі роботи FIS-редактора систем нечіткого виводу пакету Fuzzy Logic Toolbox, можна зробити висновок, що для задач, важливою складовою яких є аргументація прийнятого рішення, більш доцільно використовувати нечіткі моделі типу Ма-

мдані, а для задач, де необхідна вища точність ідентифікації нелінійних залежностей – використання нечіткої моделі типу Сугено.

Виходячи з аналізу проведених досліджень для побудови моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції обирається нечітка модель типу Мамдані. Структурно таку модель можна представити у вигляді наступних блоків (рис. 4.31):

– блок фазифікації вхідних параметрів, на який поступають значення, визначені за кожним з критеріїв та формується відповідні функції належності згідно бази правил;

– блок формування результуючої функції, на який поступають сформовані функції належності та для яких проводиться об'єднання з використанням операції МАХ та отримання результуючої функції;

– блок дефазифікації результуючої функції належності, у якому здійснюється приведення до чіткості вихідної змінної з використанням центроїдного методу.



Рис. 4.31. Структура реалізації нечіткої моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції

Приймемо, що лінгвістичні змінні, які характеризують ефективність базових малохвильових функцій для опрацювання сигналу згідно визначеного критерію використовують наступну терм-множину:

$$T = \{\text{Низький (Low), Середній (Medium), Високий (High)}\}.$$

Терми *Низький (L)*, *Середній (M)*, *Високий (H)* характеризують рівень визначеного критерію. На етапі фазифікації задаються функції належності для терм-множин вхідних та вихідних лінгвістичних змінних.

Множина критеріїв $G = \{G_1, G_2, G_3\}$ представляється трьома лінгвістичними змінними:

$EER = \{EER_L, EER_M, EER_H\};$

$IER = \{IER_L, IER_M, IER_H\};$

$Cr = \{Cr_L, Cr_M, Cr_H\}.$

Обирається сигмоїдна функція (табл.3.1) як функція належності для кожної вхідної лінгвістичної змінної (рис.4.32).

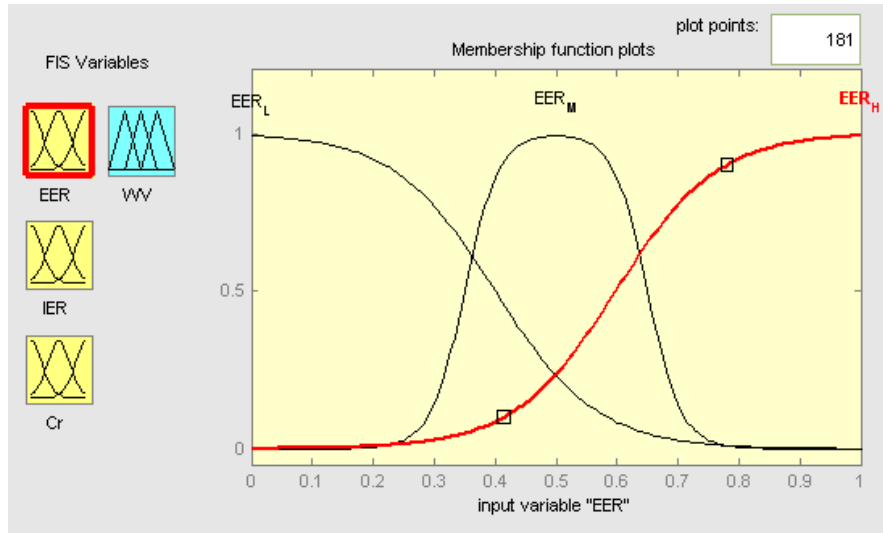


Рис. 4.32. Функція належності для вхідних лінгвістичних змінних

А трапецієдальна функція (табл.3.1) як функція належності для вихідної лінгвістичної змінної (рис.4.33).

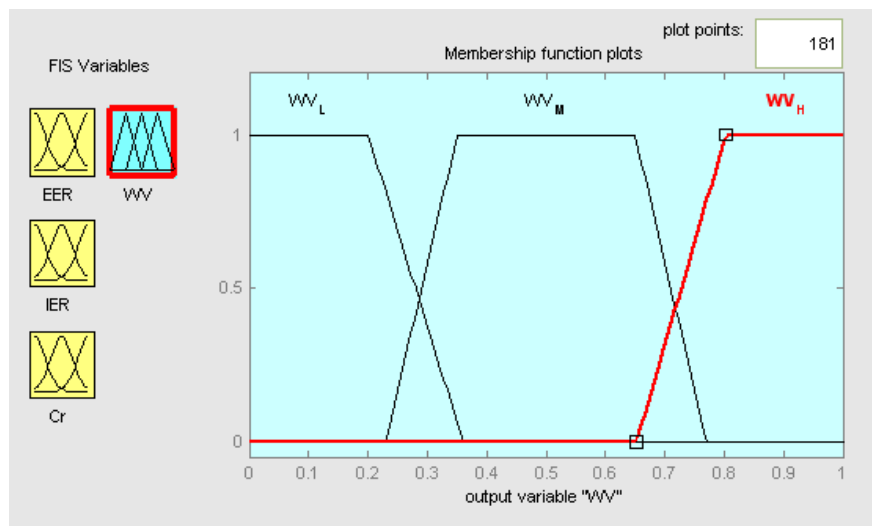


Рис. 4.33. Функція належності для вихідної лінгвістичної змінної

На наступному етапі формується база правил у вигляді структури з трьома входами та одним виходом (табл.4.5).

Таблиця 4.5

База правил для формування логічного виводу нечіткої моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції

№ правила	Вхід			Вихід
	$G_1(EER)$	$G_2(IEER)$	$G_3(Cr)$	$Y(WV)$
1	Low	Low	Low	Low
2	Low	Low	Medium	Low
3	Low	Low	High	Low
4	Low	Medium	Low	Low
5	Low	Medium	Medium	Medium
6	Low	Medium	High	Medium
7	Low	High	Low	Medium
8	Low	High	Medium	Medium
9	Low	High	High	Medium
10	Medium	Low	Low	Low
11	Medium	Low	Medium	Low
12	Medium	Low	High	Medium
13	Medium	Medium	Low	Medium
14	Medium	Medium	Medium	Medium
15	Medium	Medium	High	Medium
16	Medium	High	Low	Medium
17	Medium	High	Medium	Medium
18	Medium	High	High	High
19	High	Low	Low	Low
20	High	Low	Medium	Medium
21	High	Low	High	Medium
22	High	Medium	Low	Medium
23	High	Medium	Medium	Medium
24	High	Medium	High	Medium
25	High	High	Low	High
26	High	High	Medium	High
27	High	High	High	High

На останньому етапі, в процесі дефазифікації використовується метод центру ваги для дискретної множини значень функції належності. Реалізація системи нечіткого виведення на етапі дефазифікації дає можливість отримати оцінку ефективності базової малохвильової функції. Крім того, графічний інтерфейс Fuzzy Logic Toolbox дозволяє отримати графіки залежності вихідної величини від кожної із вхідних змінних (рис.4.34).

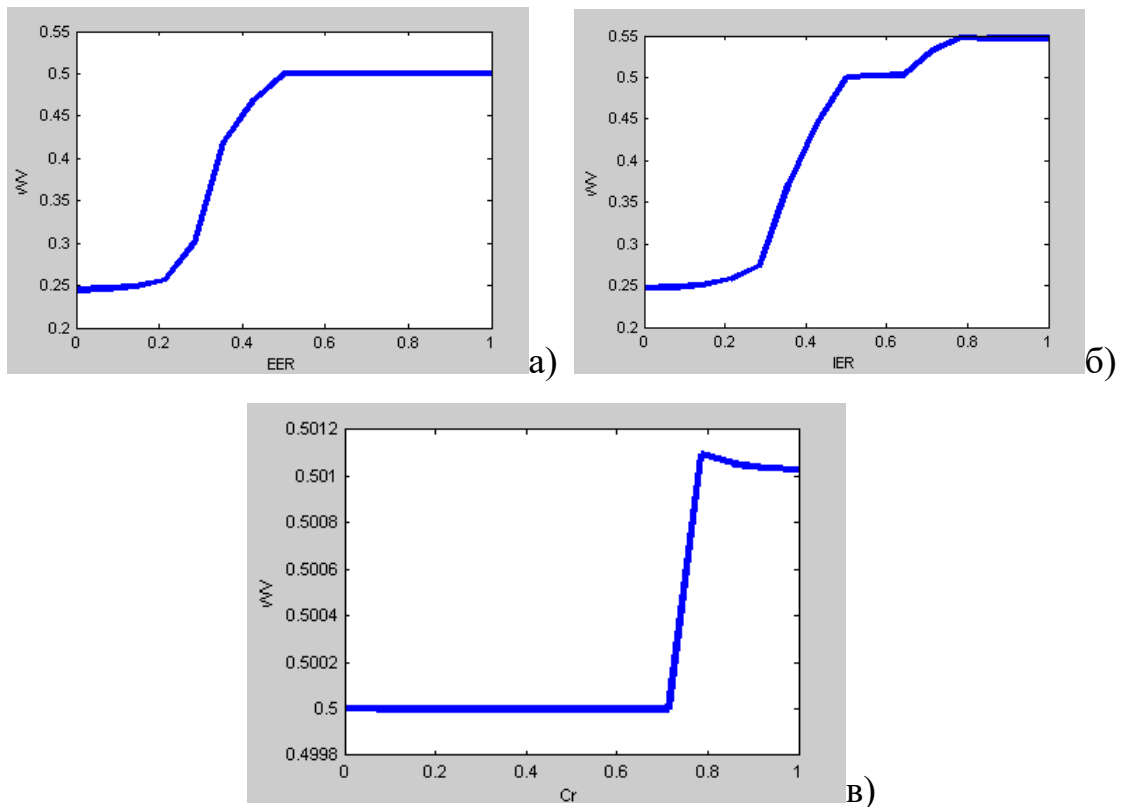


Рис.4.34. Залежності вихідної величини від а) рівня ефективності за критерієм EER, б) рівня за критерієм IER, в) рівня за критерієм Cr

Наведені на рис.4.34 графіки показують залежність рівня ефективності базових малохвильових функцій від рівня кожного з критеріїв.

На основі проведених досліджень отримані кінцеві результати у вигляді розподілу залежності рівня ефективності базової функції від значень визначених за критеріями EER, IER, Cr (рис.4.35 – 4.37).

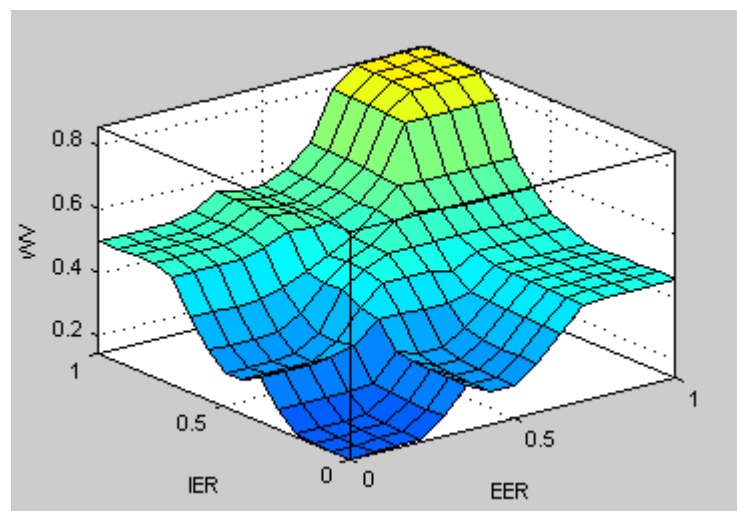


Рис.4.35. Поверхня системи нечіткої моделі відносно вхідних змінних EER, IER

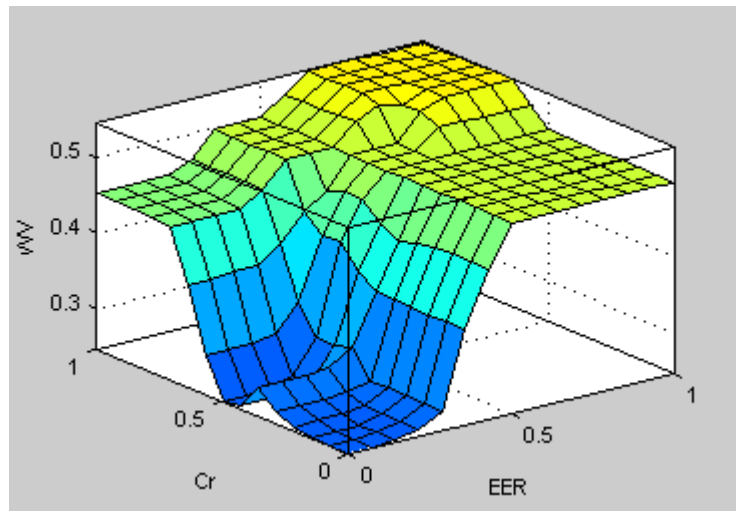


Рис.4.36. Поверхня системи нечіткої моделі відносно вхідних змінних EER, Cr

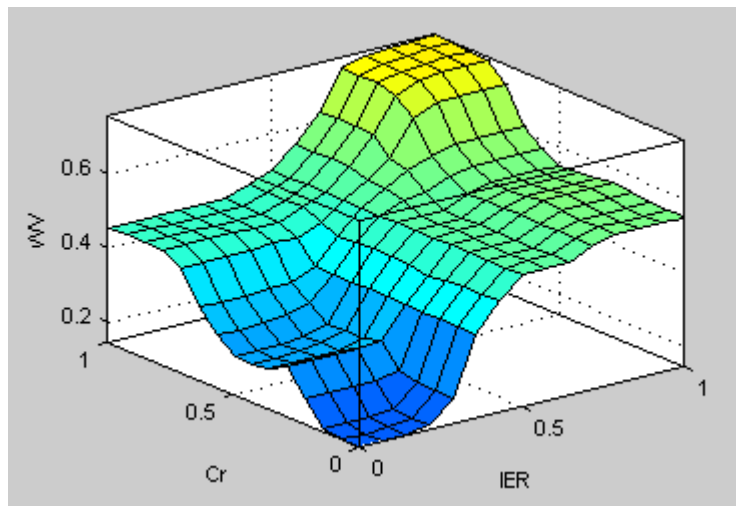


Рис.4.37. Поверхня системи нечіткої моделі відносно вхідних змінних Cr, IER

Для кожного тестового сигналу та обраних базових функцій засобами Matlab проводиться оцінка значень для критеріїв EER, Cr та IER згідно виразів (3.17, 3.18, 3.27) відповідно.

До кожного масиву значень отриманих в результаті попередніх досліджень кожного з критеріїв для усіх тестових сигналів було застосовано розроблену модель багатокритеріальної оптимізації та отримано результати, наведені на рис. 4.38 – 4.43. На кожному з рисунків базові малохвильові функції, які були визначені як найбільш ефективні, виділено чорним кольором.

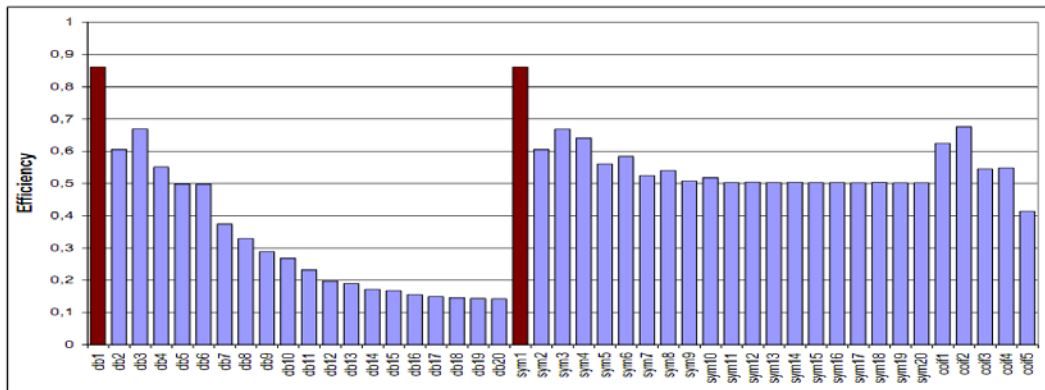


Рис.4.38. Реалізація алгоритму багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу 'blocks.mat'

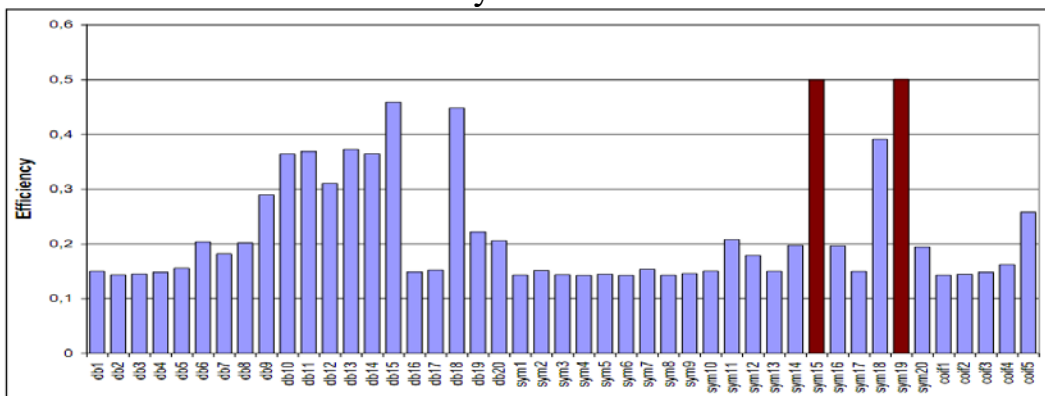


Рис.4.39. Реалізація алгоритму багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу 'bumps.mat'

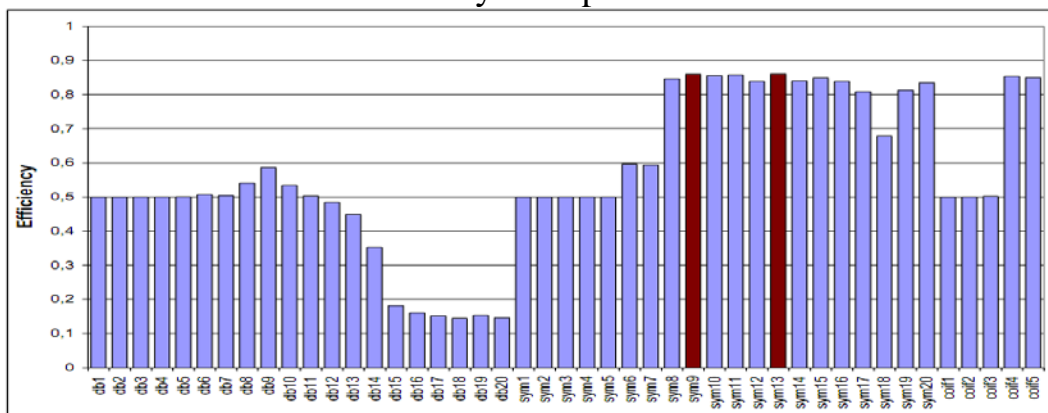


Рис.4.40. Реалізація алгоритму багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу 'doppler.mat'

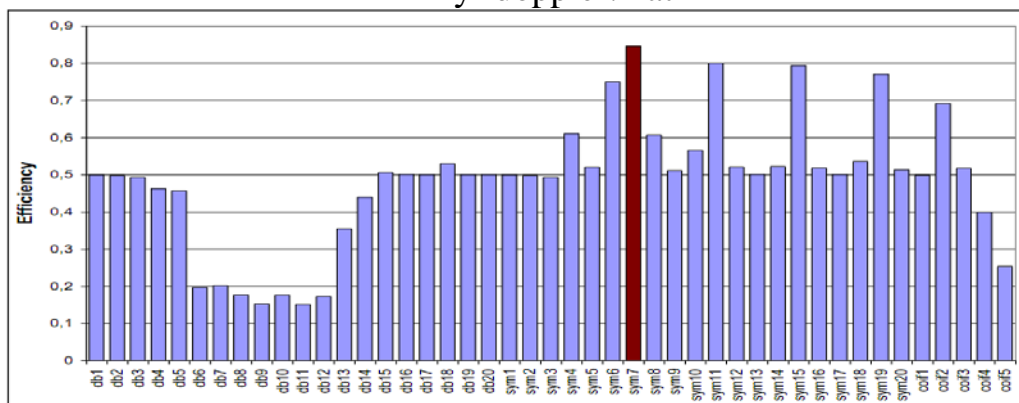


Рис.4.41. Реалізація алгоритму багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу 'trsin.mat'

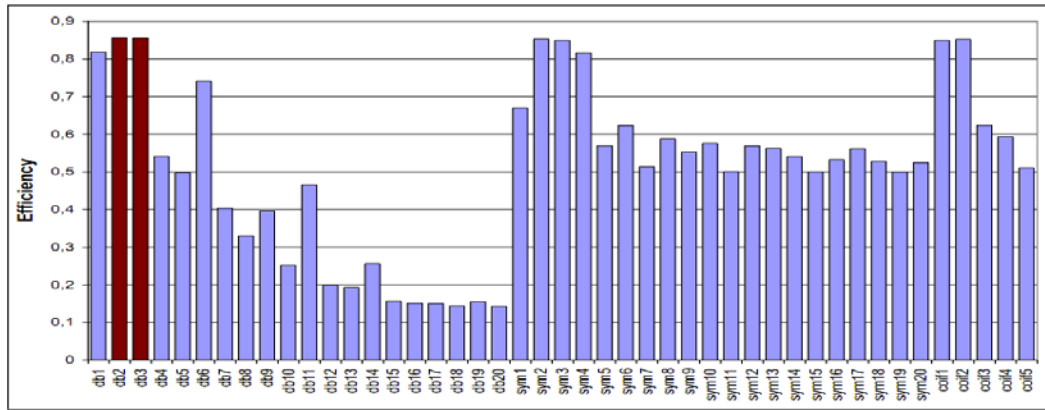


Рис.4.42. Реалізація багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу ‘heavy_sine.mat’

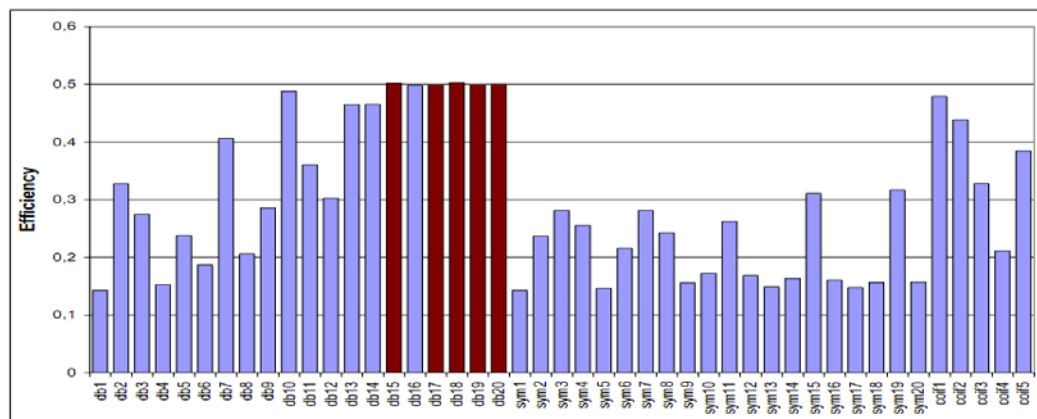


Рис.4.43. Реалізація багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу ‘wcantor.mat’

В таблиці 4.6. наведено базові малохвильові функції, які визначені як найбільш ефективні для кожного тестового сигналу.

Таблиця.4.6

Базові малохвильові функції, визначені як найбільш ефективні, для опрацювання тестових сигналів за методом багатокритеріальної оптимізації

Тестові сигнали	Базові функції
“blocks”	db1, sym1
“bumps”	sym15, sym19
“doppler”	sym9, sym13
“heavy sine”	db2, db3
“trsine”	sym7
“wcantor”	db15, db17, db18, db19, db 20

Відповідно до результатів проведених досліджень методу багатокритеріальної оптимізації, можна відзначити, що для сигналів “doppler” та “trsine”, які містять гармонічну складову, найбільш ефективними базовими малохвильови-

ми функціями за цим критерієм є функції сімейств Symlet порядків 7, 9 та 13. Для сигналу “blocks”, який має ступінчасту форму, найбільш ефективною базовою малохвильовою функцією є функції сімейства Dobeshi та Symlet порядку 1. Для сигналу “wcantor” вибір базових функцій є особливо ускладнений (див.рис.4.4 і 4.9)

4.6. Програмна реалізація однокритеріального та багатокритеріального методів вибору базових малохвильових функцій у середовищі GUI Matlab

На основі проведених досліджень розроблено відповідне програмне забезпечення, що дозволяє здійснювати вибір базової малохвильової функції за одним або кількома критеріями. Для створення програмного додатку з графічним інтерфейсом користувача обрано середовище GUIDE, що входить до складу MatLab.

Розроблений програмний додаток SELECT_WAVELET (додаток Б) складається з одного основного графічного вікна, у якому здійснюється виведення графічної та текстової інформації.

Забезпечено можливість вибору оптимальних базових малохвильових функцій за двома методами: однокритеріальним та багатокритеріальним.

При використанні однокритеріального методу проводиться вибір одного з трьох критеріїв: критерію відношення енергії до ентропії Шеннона (EER), критерію оцінки співвідношення взаємної інформації та відносної ентропії (IER) та критерію оцінки коефіцієнта кореляції (Cr).

При використанні багатокритеріального методу вибір оптимальної базової малохвильової функції виконується для рівнозначних або нерівнозначних критеріїв. Забезпечено наступні вагові коефіцієнти: для рівнозначних критеріїв $w = 1$; для нерівнозначних $w(\text{EER}) = 0.6$, $w(\text{IER}) = 0.3$, $w(\text{CR}) = 0.1$. Для вибору оптимальної базової малохвильової функції використовується метод багатокритеріальної оптимізації з нечіткими критеріями, розглянутий у розділі 3.4.2.

Сигнал, для якого здійснюється вибір оптимальної базової малохвильової функції, повинен бути дискретним, з парною кількістю вибірок і мати розширення файлу *.mat.

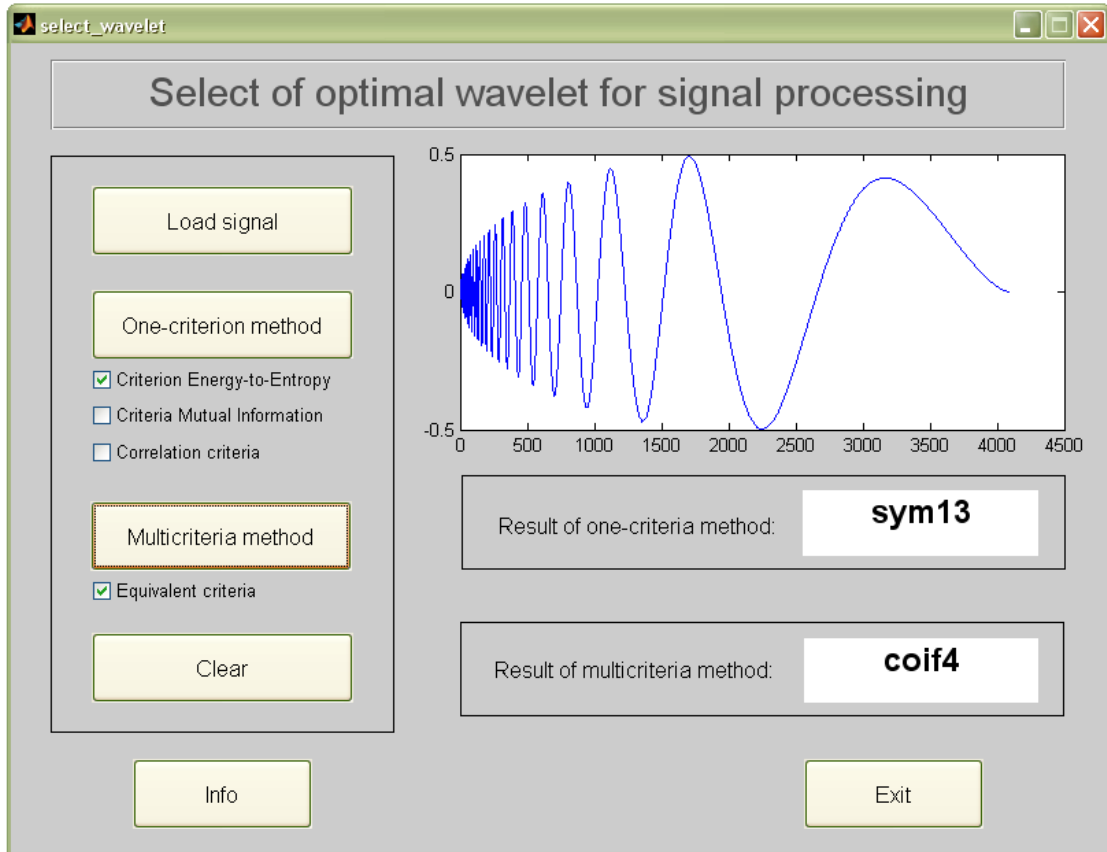


Рис.4.44. Загальний вигляд інтерфейсу користувача програмного додатку SELECT_WAVELET

На рис.4.44. представлено загальний вигляд інтерфейсу користувача, з допомогою якого можна здійснити завантаження сигналу для опрацювання, вибір методу пошуку базової малохвильової функції та відповідного критерію. Кнопка «Load signal» призначена для завантаження сигналу. При використанні однокритеріального методу вибору базової малохвильової функції (кнопка «One-criterion method»), необхідно обрати відповідний критерій. При виборі багатокритеріального методу (кнопка «Multicriteria method»), необхідно або поставити (при використанні рівнозначних критеріїв) або зняти позначку «Equivalent criteria» (при використанні нерівнозначних критеріїв).

4.7. Дослідження оптимізаційного методу на основі генетичного алгоритму

Для розглядуваного випадку основною метою оптимізації є:

- усунення шуму та зведення до мінімуму середньоквадратичної похибки (MSE) між вихідним сигналом і очищеною версією цього сигналу;
- усунення шуму та досягнення максимального значення універсального індексу якості між вихідним сигналом і очищеною версією цього сигналу.

Враховуючи це, як фітнес-функцію доцільно використовувати середньоквадратичну похибку, а також універсальний індексу якості.

На рис.4.45 наведена блок-схема алгоритму пошуку оптимальних параметрів очищення сигналу від шуму з використанням генетичного алгоритму.

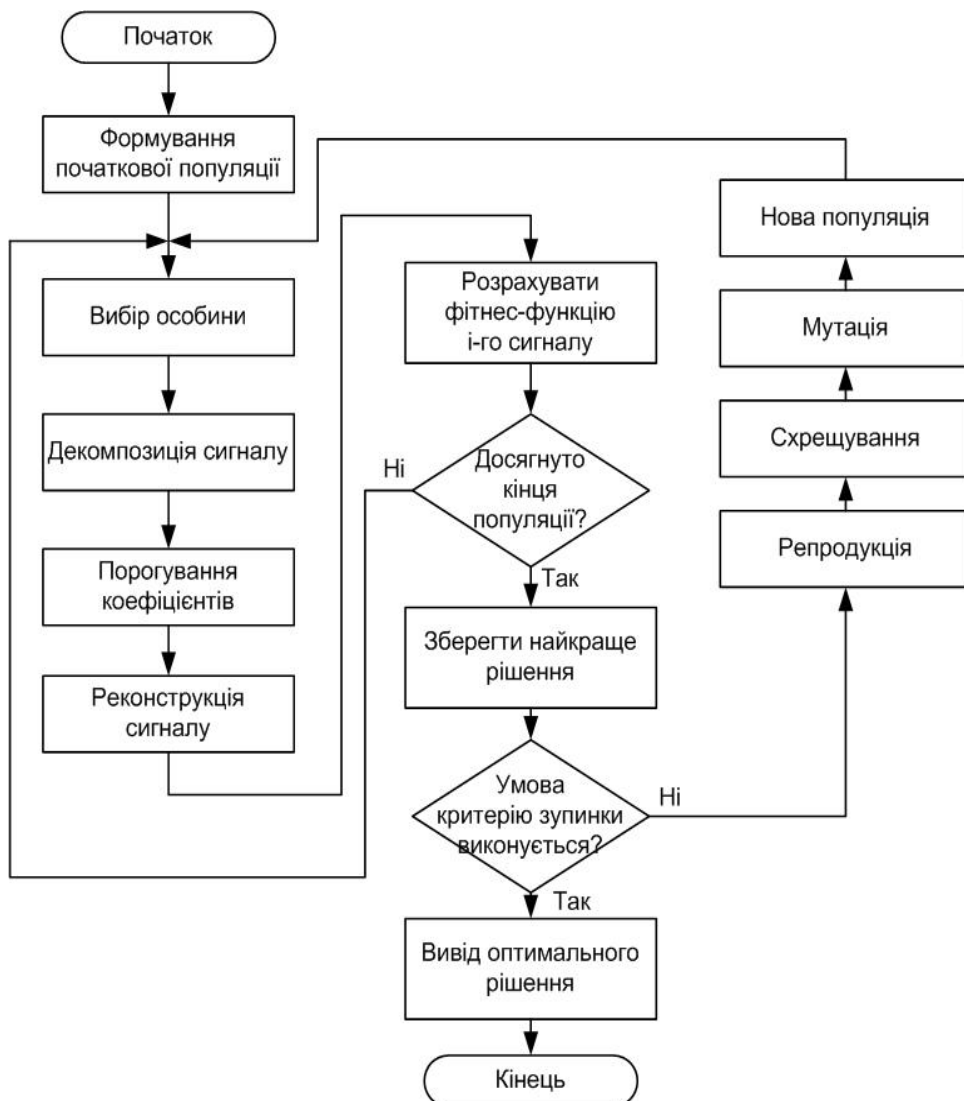


Рис.4.45. Блок-схема алгоритму пошуку оптимальних параметрів очищення сигналу від шуму з використанням генетичного алгоритму

В процесі досліджень, еволюціонування стаціонарного генетичного алгоритму з рівнями популяції від 10 до 40 осіб проводилося протягом 100 поколінь з використанням коефіцієнта кросовера від 60% до 90% та рівнем мутації від 1% до 30%. Встановлено, що найкращі показники були отримані при наступних значеннях характеристик генетичного алгоритму:

- розмір популяції PopulationSize=35,
- кількість поколінь Generations=100,
- PM=0.1,
- P_K=0.9.

В таблиці 4.7 наведено оптимальні характеристики компенсації шуму для кожного тестового сигналу при використанні середньоквадратичної похибки та універсального індексу якості як фітнес-функцій алгоритму оптимізації.

Таблиця 4.7

Оптимальні характеристики компенсації шуму для тестових сигналів при використанні середньоквадратичної похибки (MSE) та універсального індексу якості (UIQ) як фітнес-функцій алгоритму оптимізації

Тестовий сигнал	Критерії оцінки	'blocks'	'bumps'	'doppler'	'heavy sine'	'sumlichr'	'trsin'	'vonkoch'	'wcantor'
Значення фітнес-функції	MSE	0,039	0,028	0,0004	0,013	0,06	0,011	$5,6 \cdot 10^{-6}$	0,0007
	UIQ	0,995	0,995	0,998	0,999	0,916	0,976	0,998	0,999
Малохвильова функція w	MSE	sym1	sym6	sym16	sym18	db12	sym19	coif2	sym13
	UIQ	sym1	db19	sym16	sym18	sym19	db18	coif1	sym9
Рівень розкладання j	MSE	7	5	7	7	5	5	7	7
	UIQ	7	5	7	7	1	6	7	7
Функція пороговування λ	MSE	hard	hard	hard	soft	hard	soft	hard	hard
	UIQ	hard	soft	hard	hard	hard	hard	soft	soft
Правило вибору порогу β	MSE	sqt-wolog	heur-sure	sqt-wolog	rigr-sure	rigr-sure	heur-sure	heur-sure	heur-sure
	UIQ	sqt-wolog	rigr-sure	sqt-wolog	heur-sure	mini-maxi	rigr-sure	heur-sure	heur-sure
Метод перемасштабування порогу μ	MSE	mln	one	mln	one	sln	sln	one	one
	UIQ	sln	one	sln	mln	sln	one	one	sln

Виходячи зі значень параметрів, наведених в таблиці 4.7, можна зробити висновок, що для таких сигналів як *blocks*, *doppler* та *heavy sine* визначено однакові малошвильові функції за двома різними критеріями.

Для порівняння ефективності критеріїв проведено очищення сигналів від шуму з використанням малошвильових функцій та параметрів, отриманих в результаті застосування ГА при різних рівнях шуму у сигналах. Як критерій оцінки ефективності усунення шуму використано відношення сигнал/шум (SNR). На рис. 4.46 – 4.48 показано діаграму значень SNR очищених сигналів при різних значеннях початкового рівня шуму у сигналах.

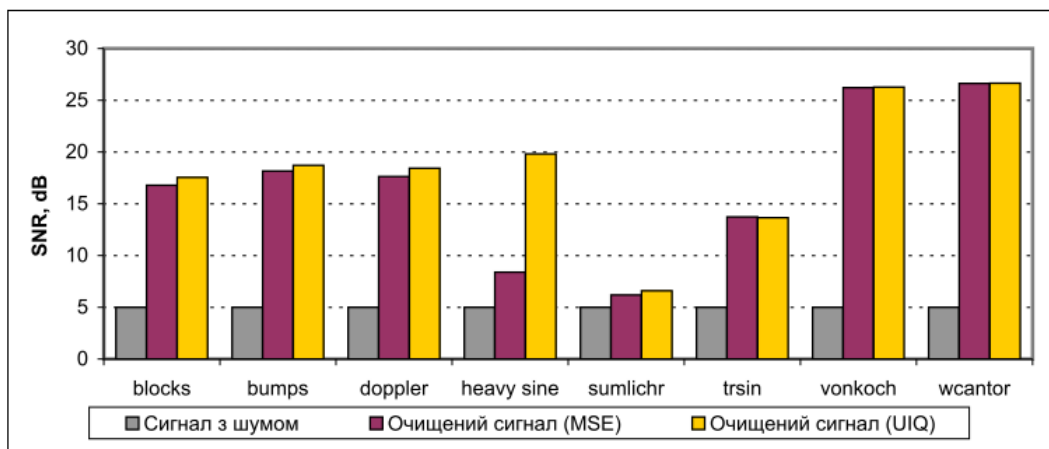


Рис. 4.46. Порівняння значень SNR, отриманих в результаті очищення сигналів від шуму з початковим рівнем SNR=5dB при використанні параметрів, визначених критеріями MSE та UIQ

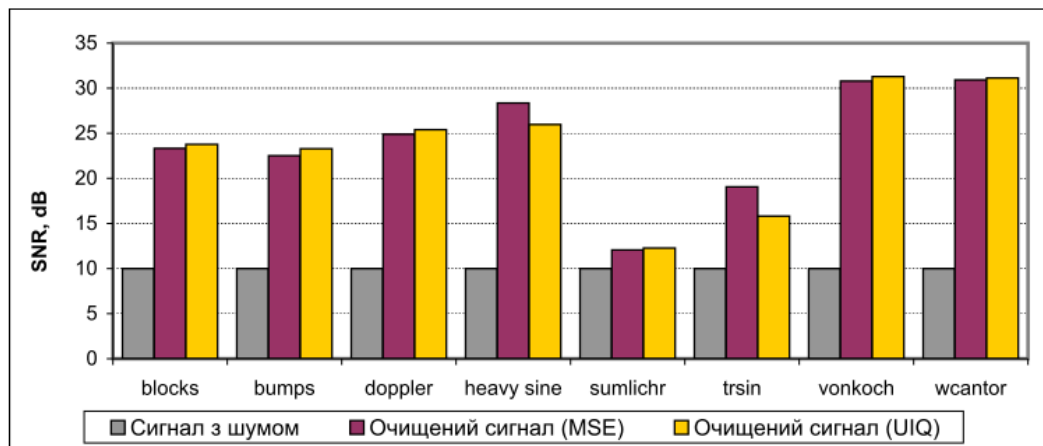


Рис.4.47. Порівняння значень SNR, отриманих в результаті очищення сигналів від шуму з початковим рівнем SNR=10dB при використанні параметрів, визначених критеріями MSE та UIQ

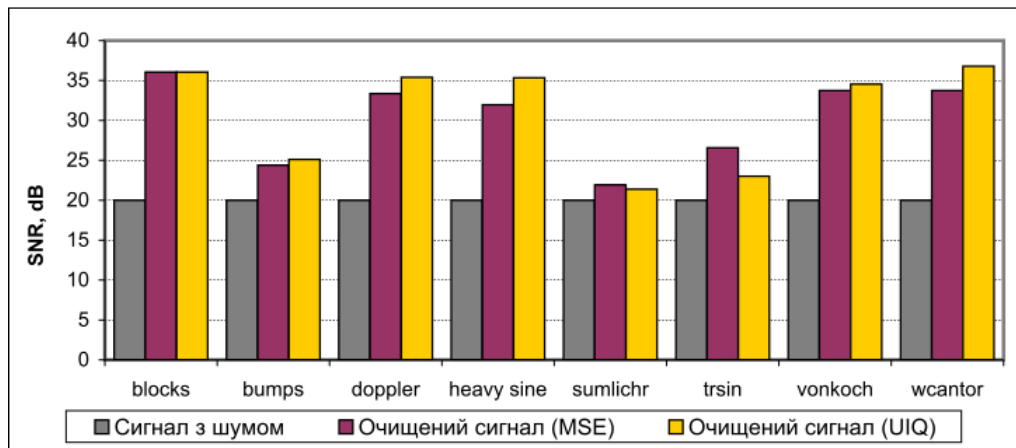


Рис.4.48. Порівняння значень SNR, отриманих в результаті очищення сигналів від шуму з початковим рівнем SNR=20dB при використанні параметрів, визначених критеріями MSE та UIQ

На основі аналізу наведених на рис. 4.46 – 4.48 значень SNR очищених сигналів, можна зробити висновок про те, що найкращі результати отримано при використанні параметрів, визначених критерієм Universal Quality Index для більшості сигналів з початковими рівнями шуму SNR 5 dB, 10 dB та 20 dB. Для сигналу trsin з початковим рівнем шуму SNR 10 dB та 20 dB найкращі результати отримано при використанні параметрів, визначених критерієм MSE. Для фрактальних сигналів vonkoch та wcantor, з початковим рівнем шуму SNR 5 dB та 10 dB, отримано практично однакові значення SNR очищених сигналів при використанні параметрів, визначених критеріями MSE та UIQ.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 4

1. Проведено дослідження оптимального вибору базових малохвильових функцій для різних типів тестових сигналів за критерієм оцінки співвідношення енергії малохвильових коефіцієнтів та ентропії розподілу енергії Шеннона. Для сигналів “doppler”, “sumlichr” та “trsin”, які містять високочастотну гармонічну складову, найбільш ефективними базовими малохвильовими функціями за даним критерієм є функції сімейств Dobeshi та Coiflet порядку 19 та 20. Для сигналів “blocks” та “wcantor”, які мають ступінчасту форму, найбільш ефективною базовою малохвильовою функцією є функція сімейства Symlet порядку 20.

2. Проведено дослідження оптимального вибору базових малохвильових функцій для різних типів тестових сигналів за критерієм оцінки коефіцієнта взаємної кореляції між аналізованим сигналом та базовою малохвильовою функцією. Встановлено, що даний критерій не дає однозначних результатів для всіх типів тестових сигналів, тому вибір базової малохвильової функції лише за даним критерієм є неефективним.

3. Проведено дослідження оптимальності вибору базових малохвильових функцій для різних типів тестових сигналів за критерієм оцінки максимальної величини відношення взаємної інформації до відносної ентропії аналізованого сигналу. Встановлено, що, у більшості випадків, різниця між оціночними значеннями для даного критерію є незначною. Так, для сигналів doppler, heavy_sine, sumlichr, vonkoch вона становить 0,1%. Проте, необхідно відзначити, що вибір найбільш ефективних базових малохвильових функцій визначених за критерієм Mutual information to relative entropy ratio для усіх тестових сигналів є конкретно визначений для більшості тестових сигналів.

4. Дослідження ефективності використання малохвильових базових функцій, визначених за кожним з критеріїв при очищенні сигналів від шуму методом порогової фільтрації показало, що на основі оцінки статистичних показників SNR, MSE та коефіцієнта кореляції найкращих результатів можна досягнути у випадку використання оптимізаційного критерію оцінки відношення взаємної інформації до відносної ентропії.

5. Розроблено та досліджено модель багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції в середовищі Matlab Fuzzy Logic Toolbox. Отримано базові малохвильові функції, визначені як оптимальні для опрацювання обраних тестових сигналів. Відзначено, що такий метод дозволяє однозначно визначати необхідну базову малохвильову функцію при існуванні неоднозначності визначення за різними критеріями.

6. Досліджено алгоритм пошуку базових малохвильових функцій з використанням генетичного алгоритму, який дозволяє отримати набір оптимальних параметрів для подальшої реалізації алгоритмів очищення сигналів від шуму. Розроблено дві моделі алгоритму:

- на основі середньоквадратичної похибки як фітнес-функції;
- на основі значення універсального індексу якості сигналу як фітнес-функції. Показано, що найкращі результати можна отримати при використанні параметрів, визначених за критерієм оцінки значення універсального індексу якості для сигналів з початковим рівнем шуму $SNR=5dB$, що забезпечило можливість покращення результатів очищення сигналів від шуму на 4-10%.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі, на основі виконаних автором досліджень, запроваджено нові та розвинуто відомі теоретичні та практичні засади оптимізаційних методів вибору базових малохвильових функцій. Завдяки цьому розв'язано наукове завдання, яке полягає у визначенні ефективності існуючих та пошуку нових методів та алгоритмів ефективного вибору базових малохвильових функцій для різних типів сигналів, що дозволило забезпечити високу точність подання таких сигналів у часо-частотній області, зосередити енергію сигналу в невеликій кількості значущих коефіцієнтів та підвищити швидкодію перетворення.

1. Проведено класифікацію сигналів та способів їх опрацювання. Визначено, що малохвильове перетворення найефективніше використовувати для опрацювання неперіодичних, широкосмугових, випадкових сигналів, завдяки властивості базових функцій малохвильового перетворення змінювати роздільну здатність за часом та за частотою, а також для аналізу та синтезу неперіодичних широкосмугових сигналів, з-за можливості здійснювати декореляцію сигналів одночасно в часовій та частотній областях.

2. Проведено класифікацію існуючих базових малохвильових функцій. Обрано сімейства малохвильових функцій Добеші, Симлет та Койфлет, як таких, що їх доцільно використовувати в подальших дослідженнях.

3. Вперше розроблено метод багатокритеріальної оптимізації вибору базових малохвильових функцій для опрацювання одновимірних неперіодичних сигналів, на основі апарату нечіткої логіки, що дозволило вирішити проблему неоднозначності вибору оптимальної малохвильової функції та підвищити ефективність представлення сигналів у малохвильовій області, їх аналіз та опрацювання.

4. Вперше запропоновано та обґрунтовано використання універсального індексу якості сигналу як нового критерію вибору базових малохвильових функцій, який дозволяє здійснювати вибір базових малохвильових функцій на основі сукупності оцінок корельованості, зміни середнього значення та динамічного діапазону опрацьованого сигналу, що дозволило підвищити якісні харак-

теристики малохвильового перетворення в процесі очищення сигналів від шуму.

5. Удосконалено метод вибору базових малохвильових функцій з використанням генетичного алгоритму на основі досягнення максимальної ефективності результатів опрацювання сигналів, що дало змогу підвищити ефективність очищення сигналів від шуму за рахунок зменшення рівня шуму у сигналі в межах 4-10 % у порівнянні з методом оптимізації на основі оцінки середньоквадратичної похибки.

6. Отримали подальший розвиток методи оцінки ефективності вибору малохвильових базових функцій за критерієм співвідношення енергії малохвильових коефіцієнтів та ентропії розподілу енергії Шеннона, який відрізняється від відомих використанням співвідношення норми енергії коефіцієнтів апроксимації до ентропії детальних коефіцієнтів; за критерієм оцінки коефіцієнта взаємної кореляції, який на відміну від існуючого використовує взаємну кореляцію між аналізованим сигналом та малохвильовими коефіцієнтами; за інформаційним критерієм, який відрізняється від відомих використанням співвідношення взаємної інформації до відносної ентропії аналізованого сигналу, що дозволило зосередити енергію сигналу в невеликій кількості значущих коефіцієнтів, забезпечити необхідну точність апроксимації та найбільш повне представлення сигналів у часо-частотній області. Встановлено, що використання методу вибору базової малохвильової функції на основі інформаційного критерію дозволяє підвищити точність реконструкції сигналу на 15-20% у порівнянні з використанням методів на основі енергетичного та кореляційного критеріїв.

7. Розроблено програмне забезпечення для вибору базових малохвильових функцій, що дозволяє підвищити ефективність вибору базових функцій, при використанні його в апаратно-програмних засобах опрацювання сигналів в комп'ютерних системах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Айфичер Э. С. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. С. Айфичер, Б. У. Джервис. [2-е изд.]. – Москва: Вильямс, 2004. – 992 с.
2. Астафьева Н. М. Вейлет – анализ: основы теории и примеры применения/ Н. М. Астафьева // Успехи физических наук, Т. 166. – 1996. – № 11. – С. 1145 – 1170.
3. Бабак В. П. Обробка сигналів / В. П. Бабак, В. С. Хандецький, Е. Шрюфер – Київ: Либідь, 1996. – 392 с.
4. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов / С.И. Баскаков. [2-е изд.]. — Москва.: Высшая школа, 1988. – 446 с.
5. Беллман Р. Принятие решений в расплывчатых условиях. Вопросы анализа и процедуры принятия решений / Р. Беллман, Л. Заде. – Москва: Мир, 1976.
6. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. / Дж. Бендат, А. Пирсол. – Москва: Мир, 1989. – 540с.
7. Бодянский Є.В. Вейвлет-нейро-фаззі-система типу-2 та алгоритм її навчання в задачах інтелектуальної обробки інформації / Є.В. Бодянский, О.А. Винокурова // Адаптивні системи автоматичного управління. - 2010. - № 17. - С. 139-148.
8. Брейсуэлл Р. Н. Преобразование Хартли: Пер. с англ. / Р. Н. Брейсуэлл – Москва: Мир, 1990. – 175 с.
9. Бураков М. В. Генетический алгоритм: теория и практика: учебное пособие / М. В. Бураков. - СПб.: ГУАП, 2008. - 164 с.
10. Волощук Ю. І. Сигнали та процеси у радіотехніці / Ю. І. Волощук. – Харків: Компанія "СМІТ", 2003. – 444 с.
11. Воробель Р. А. Логарифмічна обробка зображень / Р. А. Воробель // Нац. акад. наук України, Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка. – К. : Наукова думка, 2012. – 230 с.
12. Воробьев В. И. Теория и практика вейвлет преобразования / В. И. Воробьев, В. Г. Грибунин. – Санкт-Петербург: ВУС, 1999. – 203 с.

13. Геранін В. О. Математичні аспекти хвилькового аналізу. Навч. посібник з 16 лекцій / В. О. Геранін, Л. Д. Писаренко, Я. Я. Рушицький. – К. : НТУУ «КПІ» (ВПФ Укр ІНТЕІ), 2001. – 164 с.
14. Гольденберг А. М. Цифровая обработка сигналов. Справочник / А. М Гольденберг, Б. Д. Матюшкин, М. Н. Поляк – М. : Радио и связь, 1985. – 312 с.
15. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов / И. С. Гоноровский. – Москва: Радио и связь, 1986. – 512 с.
16. Горбань І.І. Теорія ймовірностей і математична статистика для наукових працівників та інженерів/ І.І. Горбань – Київ, 2003. – 244 с.
17. Дремін И. М. Вейвлеты и их использование / И. М. Дремін, О. В. Иванов, В. А. Нечитайло. // Успехи физических наук. – 2001. – №5. – Т.1. – С. 465–501.
18. Дьяконов В. Matlab. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник / В. Дьяконов, И. Абраменкова. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
19. Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории к практике / В. П. Дьяконов. – Москва: СОЛОН-Р, 2002. – 448 с.
20. Задирака В. К. Теория вычисления преобразования Фурье / В. К. Задирака. – Київ: Наукова думка, 1983. – 216 с.
21. Задирака В. К. Цифровая обработка сигналов / В. К. Задирака, С. С. Мельникова. – Київ: Наукова думка, 1993. – 294 с.
22. Залманзон Л. А. Преобразование Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях / Л. А. Залманзон. – Москва: Наука, 1989. – 496 с.
23. Земсков Ю. В. Основы теории сигналов и систем / Ю. В. Земсков. – В.: – ВПИ ВолгГТУ, 2003. – 251 с.
24. Капшій О. В. Вейвлет-перетворення у компресії та попередній обробці зображень / О. В. Капшій, О. І. Коваль, Б. П. Русин. – Львів: Сполом, 2008. – 206 с.

25. Комаров И. Э. Методика количественной оценки значимости вейвлет-базиса / И. Э. Комаров, В. А. Майстренко // Омский научный вестник. – № 3 (93), 2010. – С. 202–206.
26. Кононюк А. Е. Информациология. Общая теория информации : Книга 4 / А. Е. Кононюк. — Киев : Освіта України, 2011
27. Короновский А. А. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения / А. А. Короновский, А. Е. Храмов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 176 с.
28. Кравченко В. Ф., Рвачев В. Л. «Wavelet»-системы и их применение в обработке сигналов / В. Ф. Кравченко, В. Л. Рвачев // Зарубежная радиоэлектроника. – 1996. – № 4. – С. 3-20.
29. Лагун І. Метод нечіткої багатокритеріальної оптимізації вибору базових малохвильових функцій / І.І. Лагун, А.Й. Наконечний // Комп'ютерні технології друкарства. – 2017. – № 37. – С. 64-73.
30. Лагун А. Використання вейвлет-перетворення для приховування інформації в нерухомих зображеннях / А. Лагун, І. Лагун // Матеріали ІІ науково-технічної конференції «Захист інформації і безпека інформаційних систем», 30 травня – 1 червня 2013 р. – Львів. – 2013. – С. 98–99.
31. Лагун А. Е. Використання вейвлет-перетворення для приховування інформації в нерухомих зображеннях / А. Е. Лагун, І. І. Лагун // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер. : Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2013. – № 774. – С. 60–65.
32. Лагун І. І. Загальна класифікація сигналів та їх опрацювання / І. І. Лагун, Р. А. Наконечний // Методи та прилади контролю якості. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ. – 2009. - №22. С. 71–75.
33. Лагун І. І. Основні підходи до вибору оптимального малохвильового базису / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”, сер. : Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2009. – № 639. – С. 70-75.

34. Лагун І.І. Індекс структурної подібності як критерій вибору базової малохвильової функції для обробки зображень / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Збірник тез доповідей I Міжнародної конференції з автоматичного управління та інформаційних технологій «ІСАСІТ-2011». – Львів, 2011.– С. 15.

35. Лагун І.І. Використання дискретного малохвильового перетворення для виявлення аномалій мережевого трафіку / І. І. Лагун, А. Е. Лагун // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2011. – № 695. – С. 88–94.

36. Лагун І.І. Оцінка якості зображень при фільтрації сигналів різними базисними малохвильовими функціями / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Збірник тез доповідей XI Міжнародної наукової конференції з контролю і управління в складних системах «КУСС-2012» – Вінниця, 2012.– С. 101.

37. Лагун І. І. Вибір малохвильових базових функцій для опрацювання одновимірних сигналів / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2014. – № 802. – С. 3–8.

38. Лагун І. І. Оптимізація пошуку базових малохвильових функцій з використанням генетичного алгоритму / І. І. Лагун, Р. А. Наконечний // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2015. – № 821. – С. 30–36.

39. Лагун І. І. Використання універсального індексу якості сигналу при виборі оптимальних малохвильових базових функцій // І. І. Лагун, А. Й. Наконечний, Р. І. Стахів // ІСАСІТ-2015. Матеріали 3-ої Міжнародної конференції з автоматичного управління та інформаційних технологій, м.Київ, 11-13 грудня 2015 р. – К. : 2015. – С. 132–135.

40. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2-х томах. Пер, с франц. – Москва: Мир, 1983. – Т.2. 256 с.

41. Маллат С. Вейвлеты в обработке сигналов / С. Маллат. – М.: Мир, – 2005, 671 с.
42. Мозговой Д. К. Використання вейвлетів в обробці супутникових знімків високого просторового розрізнення / Д. К. Мозговой, В. М. Корчинський, О. В. Кравець // Вісник Дніпропетровського університету. Сер. «Ракетно-космічна техніка», 2009, № 4, Вип. 13, Т.1.
43. Мыслович М. В. Вейвлет-функции для обработки сигналов, сопровождающих работу электротехнического оборудования / М. В. Мыслович, В. Г. Шульга // Технічна електродинаміка. №5, 2001. – С. 3-7.
44. Наконечний А. Й. Малохвильове (wavelet) перетворення як ефективний засіб обробки сигналів / А. Й. Наконечний // Наукові праці конференції «Комп'ютерні технології друкарства: алгоритми, сигнали, системи» «ДРУКО-ТЕХН-96», - Львів.1996. – С. 116.
45. Наконечний А. Й. Малохвильове перетворення і широкосмугові взаємні двозначні функції / А. Й. Наконечний // Вісник ДУ «Львівська політехніка», Автоматика, вимірювання та керування. – 1998. – № 356. – С. 21-31.
46. Наконечний А. Й. Моделювання широкосмугового сигналу і його кореляційне оброблення на основі малохвильового перетворення / А. Й. Наконечний, В. В. Самотий // Науково-прикладний журнал „Технічна електродинаміка” 2004, №5. – С. 70 – 74.
47. Наконечний А. Й. Пірамідальний алгоритм як основа дискретного малохвильового (wavelet) перетворення сигналів / А. Й. Наконечний, Р. А. Наконечний // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Вимірювальна техніка та метрологія». – 1998, № 53. – С. 26–32.
48. Наконечний А. Й. Теорія малохвильового (wavelet) перетворення та її застосування / А. Й. Наконечний. – Львів: Фенікс, 2001. – 278 с.
49. Наконечний А. Й. Цифрова обробка сигналів: навчальний посібник / А. Й. Наконечний, Р. А. Наконечний, В. А. Павлиш. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2010. – 368 с.

50. Наконечний Р. А. Представлення сигналів через базові функції / Р. А. Наконечний // Збірник наукових праць Української академії друкарства “Комп’ютерні технології друкарства”, ”ДРУКОТЕХН-98”. – Львів, 1998. – С. 107–108.
51. Наконечний Р.А. Вимірювання параметрів сигналів з використанням малохвильового перетворення // Збірник наукових праць 3-ої міжнародної конференції “Комп’ютерні технології друкарства”, ”ДРУКОТЕХН-2000”. – Львів, 2000. № 5. – С. 348–352.
52. Новиков Л. В. Основы вейвлет-анализа сигналов. Учебное пособие / Л. В. Новиков. – СПб: 1999. – 152 с.
53. Панченко Т. В. Генетические алгоритмы: учебно-методическое пособие / под ред. Ю. Ю. Тарасевича. – Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2007. – 87 с.
54. Петухов А.П. Введение в теорию базисов всплесков / А. П. Петухов. – СПб: СПбГТУ, 1999. – 132 с.
55. Прокопенко І. Г. Методи і засоби обробки сигналів. Оцінювання параметрів сигналів і завод: Навчальний посібник / І. Г. Прокопенко. – К.: КМУЦА, 1997. – 92 с.
56. Рашкевич Ю. М. Нейроподібні методи, алгоритми та структури обробки сигналів і зображень у реальному часі: Монографія / Ю. М. Рашкевич, Р. О. Ткаченко, І. Г. Цмоць, Д. Д. Пелешко. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2014. – 256 с.
57. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.
58. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. Учебник для вузов / А. Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2003. – 608 с.
59. Смит С. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников/ С. Смит ; пер. с англ. А. Ю. Линовича, С. В. Витязева, И. С. Гусинского. – М.: Додэка-XXI, 2012. – 720 с.

60. Смоленцев, Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н.К. Смоленцев. - 4-е изд., доп. и перераб. - Москва: ДМК Пресс, 2014. - 628 с.
61. Столниц Э. Вейвлеты в компьютерной графике: Пер. с англ. / Э. Столниц, Т. ДеРоуз, Д. Салезин. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – 272 с.
62. Френкс Л. Теория сигналов. Пер. с англ. / под ред. Д. Е. Вакмана. – Москва: Советское радио, 1974. – 344 с.
63. Штарк Г.Г. Применение вейвлетов для цифровой обработки сигналов / Г. Г. Штарк. – Москва: Техносфера, 2007. – 192 с.
64. Штовба С. Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB / С. Д. Штовба. – Москва: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.
65. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления, и приложения / Р. Штойер. – Москва: Радио и связь, 1992. – 504 с.
66. Ягер Р. Нечеткие множества и теория возможностей: Последние достижения / Рональд Р Ягер. – Москва: Радио и связь, 1986. – 408 с.
67. Яковлев А.Н. Основы вейвлет-преобразования сигналов: Учебное пособие / А. Н. Яковлев. – Москва: САЙНС-ПРЕСС, 2003. – 80 с.
68. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования: Учебное пособие. - Новосибирск: НГТУ, 2003. - 104 с.
69. Яхьяева Г. Э. Нечеткие множества и нейронные сети / Г. Э. Яхьяева. – Москва: Бином. Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий, 2010. – 316 с. – (Основы информационных технологий).
70. Akbari M. Faults diagnosis of a girth gear using Discrete Wavelet Transform and Artificial Neural Networks / M. Akbari, H. Homaei, M. Heidari // International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology, vol. 7, № 3, 2007, – pp. 45-55.
71. Bekhtin Yu. Wavelet-based fusion of noisy multispectral images using Spatial Oriented Trees / Yu. Bekhtin, A. Bryantsev, D. Malebo // Proceedings of Embedded Computing (MECO) 2 nd Mediterranean Conference on Budva, Montenegro, 15-20 June 2013, – pp. 113–116.

72. Berger J. Removing noise from music using local trigonometric bases and wavelet packets / J. Berger, R. R. Coifman, M. J. Goldberg // *Journal of the Audio Engineering Society*, October 1994, – 42(10), pp 808–818.
73. Burrus C. S. Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: A Primer / C. S. Burrus, R. A. Gopinath, H. Guo // Prentice Hall Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 1998.
74. Cohen A. Biorthogonal Bases of Compactly Supported Wavelets / A. Cohen, I. Daubechies, J.-C. Feauveau // *Comm. on Pure and Appl. Math*, 1992, – 45. - pp. 485–560.
75. Coifman R. R. Entropy-based algorithms for best basis selection / R. R. Coifman, M. V. Wickerhauser // *IEEE Trans. on Information Theory*, 1992, – 38(2) – pp. 713–718.
76. Cover T.M. Elements of Information Theory, 2nd ed. / T.M. Cover; J.A. Thomas. – Wiley-Interscience: Hoboken, NJ, USA, 2006.
77. Chui C. K. An Introduction to Wavelets / C. K. Chui // Department of Mathematics, Texas A&M University, 1993.
78. Chui C. K. Wavelets: A Tutorial in Theory and Applications / C. K. Chui // Texas AEM University, 1993.
79. Cunha C. An improved scale dependent wavelet selection for data denoising of partial discharge measurement / C. Cunha, A. Carvalho, M. Petraglia, A. Lima. – *IEEE Int. Conf. Solid Dielectr. (ICSD)*, 2013 – pp. 100–104.
80. Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets / I. Daubechies // *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1988 – vol. 41, – № 7. – pp. 909–996.
81. Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets, CBMS-NSF Reg. Conf. Series in Appl. Math. 61, Soc. Ind, Appl, Math. – Philadelphia, 1992.
82. Daubechies I. The wavelet transform, time/frequency localization and signal analysis / I. Daubechies // *IEEE Trans. Inform. Theory*, 1990. – vol. 36. – pp. 961 – 1005.

83. Del Mar Elena M. Optimal selection of wavelet coefficients for electrocardiograph compression / M. del Mar Elena, J. M. Quero, I. Borrego. – ETRI J., 2007– 29, (4) – pp. 530–532.
84. Donoho D.L. De-noising by soft thresholding / D.L. Donoho // IEEE Transactions on Information Theory, 41, 1995 – pp. 613–627.
85. Donoho D. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage / D. Donoho, I. Johnstone // Biometrika, 1994. – vol. 81, pp. 425–455.
86. Dosselmann R. A Formal Assessment of the Structural Similarity Index / R. Dosselmann, X. D. Yang. – Technical Report TR-CS, 2008 – pp. 1–14.
87. Fletcher R. Practical methods of optimization, 2nd Edition / R. Fletcher. – John Wiley & Sons Ltd, 2000 – pp. 100–107.
88. Hong H. Optimal base wavelet selection for ECG noise reduction using a Comprehensive Entropy Criterion / H. Hong, Y. Tan, Y. Wang // Entropy, vol. 17, issue 9, – pp. 6093-6109.
89. Lagun I. Selection of wavelet basis for the effectiveness processing of signals / I. Lagun, A. Nakonechnyi. // Вестник Брестского государственного технического университета, 2016 – №5 – С. 69–73.
90. Lagun I. Using fuzzy logic to optimise the selection of mother wavelets / I. Lagun, A. Nakonechnyi, V. Samoty // Technical Transactions – Electrical Engineering – 2018, – №3, pp 107 – 114.
91. Lagun I. Using the Fuzzy Logic to Optimize the Selection of Mother Wavelets/ A. Nakonechnyy, I. Lagun, V. Samoty //Матеріали 4-ої міжнародної науково-технічної конференції «International Conference on Automatic Control and Information Technology 2017 (ICACIT'17)», 13 – 16 грудня 2017 р., Краків. – [Електронне видання] – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. – Систем. вимоги: Pentium ; 32 Mb RAM ; Windows 95, 98, 2000, XP ; MS Word 97-2003..
92. Lemire D. Wavelet time entropy, T wave morphology and myocardial ischemia / D. Lemire, C. Pharand, J.-C. Rajaonah, B. Dub?e, A.-R. LeBlanc // IEEE Transactions in Biomedical Engineering, vol. 47, №. 7, July 2000.

93. Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation / S. Mallat // IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell, 1989. – vol. 11. – pp. 674–693.
94. Mallat S.A. Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way / S.A. Mallat. – Academic Press, 2008.
95. Meyer Y. Wavelets and operators / Y. Meyer. – Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1992. – P. 223.
96. Misiti M. Wavelet and their applications / M. Misiti, G. Oppenheim, J. Poggi. – USA: ISTE, 2007 – 330 p.
97. Monro D. M. Space-frequency balance in biorthogonal wavelets. / D. M. Monro, B. G. Sherlock // IEEE Inter. Conf. Image Proc., vol. 1. – 1997, pp. 624–627.
98. Nakonechnyy A. Wavelet basis functions to one-dimensional signal processing / A. Nakonechnyy, I. Lagun // Матеріали 2-ої міжнародної науково-технічної конференції «International Conference on Automatic Control and Information Technology 2013 (ICACIT'13)», 7 – 8 грудня 2013 р., Краків. – [Електронне видання] – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. – Систем. вимоги: Pentium ; 32 Mb RAM ; Windows 95, 98, 2000, XP ; MS Word 97-2003.
99. Quandt V.I. Pulmonary crackle characterization: Approaches in the use of discrete wavelet transform regarding border effect, mother-wavelet selection, and subband reduction / V. I. Quandt, E. R. Pacola, S. F. Pichorim, H. R. Gamba, M. A. Sovierzoski // Research on Biomedical Engineering (new title of the Brazilian Journal of Biomedical Engineering). – Accepted 11/05/2015.
100. Rafiee J. Wavelet basis functions in biomedical signal processing / J. Rafiee, M.A. Rafiee, N. Prause, M.P. Schoen // Expert Systems with Applications. – 38, – 2011.
101. Sang Y.-F. Entropy-Based Method of Choosing the Decomposition Level in Wavelet Threshold De-noising / Y.-F. Sang, D. Wang, J.-C. Wu // Entropy, 2010, 12, pp. 1499 – 1513.

102. Shapiro J. M. An Embedded Hierarchical Image Coder using Zerotrees of Wavelet Coefficients / J. M. Shapiro // IEEE transactions on signal processing special issue on wavelets and signal processing. – 1993. – vol. 41, №12. – C. 3445–3464.
103. Shensa M. J. The discrete wavelet transform: Wedding the a trous and Mallat algorithms / M. J. Shensa // IEEE Trans. on Signal Proc. – 1992. - 40(10). – pp.2464-2482.
104. Tang Y.Y, Wavelet Theory and Its Application to Pattern Recognition / Y. Y. Tang, L. H. Yang, J. Liu, H. Ma. – World Scientific, 2000. – 344 p.
105. Wang Z. A universal image quality index / Z. Wang, A. C. Bovik // IEEE Signal Processing Letters. – vol. 9, № 3 – 2002, pp. 81–84.
106. Wickerhauser M. Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software / M. Wickerhauser, A.K. Peters. – Wellesley, MA. – 1994.
107. Wu N. Research on Wavelet Energy Entropy and its application to harmonic detection in power system / N. Wu, Y.Q. Wei // International Journal of Applied Physics and Mathematics, – Vol. 3, No. 1, – 2013, pp. 31 – 33.
108. Yan R. Mutual information-assisted wavelet function selection for enhanced rolling bearing fault diagnosis / R. Yan, M. Shan, J. Cui, Y. Wu // Shock and Vibration, vol. 2015, 9 p.
109. Yang Q. Multi-Level Wavelet Shannon Entropy-Based Method for Single-Sensor Fault Location / Q. Yang, J. Wang / Entropy, – 2015, 17, pp. 7101–7117.
110. Zadeh L. Fuzzy Sets / Lotfi A Zadeh. // Information and Control. – 1965. – №8. – C. 338–353.

ДОДАТОК 1. ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ МЕТОДІВ ВИБОРУ БАЗОВИХ МАЛОХВИЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ В ПАКЕТІ MATLAB

Опис змінних та функцій програмної реалізації

Програмна реалізація алгоритмів методів вибору здійснена на мові програмування системи MatLAB. Система MatLAB є відкритою системою, що дозволяє не тільки використання, але й коригування та модифікацію існуючих процедур та функцій.

Для дослідження ефективності методів вибору базових малохвильових функцій для опрацювання сигналів використано функції пакету Wavelet Toolbox, Optimization Toolbox, Fuzzy Logic Toolbox.

В таблиці представлено опис основних змінних та функцій розроблених програм.

Змінна	Опис
S	– масив значень тестового сигналу
SN	– масив значень зашумленого тестового сигналу
wt	– масив значень малохвильових коефіцієнтів
P_s, P_{wb}, P	– значення ймовірностей розподілу сигналу, малохвильових коефіцієнтів та спільної ймовірності розподілу
H_s, H_{wb}, H	– значення ентропії сигналу, малохвильових коефіцієнтів та спільної ентропії
E_s, E_{wt}	– значення енергії сигналу та енергії малохвильових коефіцієнтів
$Ens, Enwt$	– значення ентропії Шенона для сигналу та малохвильових коефіцієнтів
MI	– значення кількості інформації
D	– значення умовної ентропії
R	– значення коефіцієнта кореляції між

	сигналом та малохвильовими коефіцієнтами
<i>Cr</i>	– значення коефіцієнта кореляції між сигналом та малохвильовою функцією

<i>switch_wavelet()</i>	– функція вибору базової малохвильової функції
<i>en2ratio()</i>	– функція розрахунку значень критерія <i>Energy to Shannon Entropy ratio</i>
<i>coeffcorr()</i>	– функція розрахунку значень критерія <i>Correlation coefficient</i>
<i>miratio()</i>	– функція розрахунку значень критерія <i>Mutual information to relative entropy ratio</i>
<i>index_quality()</i>	– функція розрахунку значень критерія UIQ (універсальний індекс якості)

Програмні коди реалізації алгоритмів в пакеті Matlab для дослідження методів вибору базових малохвильових функцій

```
dwtmode('per');
clc;
% Діалог вибору файлу, що містить дискретну вибірку значень сигналу

file = uigetfile;
d=load(file);
names = fieldnames(d);

S=getfield(d,names{ 1:1 });

% Розрахунок ймовірності розподілу значень сигналу та ентропії сигналу

Ps=1/sqrt(2*pi*var(S))*exp(-(S.^2/std(S)));
Hs=-sum(Ps.*log(Ps));

% Вибір базової малохвильової функції з набору функцій

for m=1:45
```

```

fun=switch_wavelet(m);

% Дискретне малохвильове перетворення сигналу та формування вибірки малохвильових
коєфіцієнтів

[cA,cD]=dwt(S,fun);
wt=[cA cD];

% Розрахунок значень критерію Energy to Shannon Entropy ratio

[Ea,Ena,~]=en2ratio(cA);
[Ewt,Enwt,~]=en2ratio(wt);
[Ed,End,~]=en2ratio(cD);
eer=(Ea*(Ena+End))/(End*(Ea+Ed));
EER(m)=eer;

% Розрахунок значень критерію Correlation coefficient

[~,psi,x]=wavefun(fun);
Cr=wavecorr( S,psi ); cr(m)=Cr;

% Розрахунок значень критерію Mutual information to relative entropy ratio

IER=miratio(S,wt);
ier(m)=IER;

cA=0;cD=0;

end
[~,i]=max(EER);
fun=switch_wavelet(i);
disp(['For criterion "Energy to Shannon Entropy ratio" optimal wavelet is ' fun]);
[~,j]=max(Cr);
fun=switch_wavelet(j);
disp(['For criterion "Correlation coefficient" optimal wavelet is ' fun]);
[~,k]=max(IER);
fun=switch_wavelet(k);
disp(['For criterion "Mutual information to relative entropy ratio" optimal wavelet is ' fun]);

```

Функція вибору базової малохвильової функції:

```

function [rez]=switch_wavelet(a)
switch a
case 1
    wv='db1';
case 2
    wv='db2';
case 3
    wv='db3';
case 4
    wv='db4';
case 5

```



```
wv='db5';  
case 6  
wv='db6';  
case 7  
wv='db7';  
case 8  
wv='db8';  
case 9  
wv='db9';  
case 10  
wv='db10';  
case 11  
wv='db11';  
case 12  
wv='db12';  
case 13  
wv='db13';  
case 14  
wv='db14';  
case 15  
wv='db15';  
case 16  
wv='db16';  
case 17  
wv='db17';  
case 18  
wv='db18';  
case 19  
wv='db19';  
case 20  
wv='db20';  
case 21  
wv='sym1';  
case 22  
wv='sym2';  
case 23  
wv='sym3';  
case 24  
wv='sym4';  
case 25  
wv='sym5';  
case 26  
wv='sym6';  
case 27  
wv='sym7';  
case 28  
wv='sym8';  
case 29  
wv='sym9';  
case 30  
wv='sym10';  
case 31
```

```

wv='sym11';
case 32
wv='sym12';
case 33
wv='sym13';
case 34
wv='sym14';
case 35
wv='sym15';
case 36
wv='sym16';
case 37
wv='sym17';
case 38
wv='sym18';
case 39
wv='sym19';
case 40
wv='sym20';
case 41
wv='coif1';
case 42
wv='coif2';
case 43
wv='coif3';
case 44
wv='coif4';
case 45
wv='coif5';
end
rez=wv;

```

Функція розрахунку значень критерія *Energy to Shannon Entropy ratio*:

```

function [E1,E2, E1E2]=en2ratio(D)
D=abs(D);
E1=sum(D.^2+eps);
p=(D.^2)/E1;
E2=-sum(p.*log(eps+p)/log(length(D)));
E1E2=E1/E2;
end

```

Функція розрахунку значень критерія *Correlation coefficient*:

```

function CR= wavecorr( ss,w )
n=length(ss)-length(w);
if n>0
w =[w zeros(1,n)]; N=length(ss);
end;
if n<0
ss=[ss zeros(1,abs(n)) ]; N=length(w);
end;

```

```

[max_s,i]=max(ss);
[max_phi,j]=max(w);
if (i>j) m=i-j;b=w; else m=j-i;b=ss;end;
for t=1:N
z=t+(N-m); if(z>N) z=t-m; end;
a(t)=b(z);
end;
if (i-j)>0 w=a; else ss=a;end;
a=0;b=0;
[max_ss,J]=max(ss);
[max_w,I]=max(w);
CR=(mean(ss.*w)-mean(ss)*mean(w))/(std(ss)*std(w));
clear n z;
end

```

Функція розрахунку значень критерія *Mutual information to relative entropy ratio*:

```

function [ier]=miratio(S,wt)
R=(mean(S.*wt)-mean(S)*mean(wt))/(std(S)*std(wt));
Pwt=1/sqrt(2*pi*var(wt))*exp(-(wt.^2/std(wt)));
Hwt=-sum(Pwt.*log(Pwt));
P=1/(2*pi*std(S)*std(wt)*sqrt(1-R^2))*exp(-1/(2*(1-R^2))*(S.^2/var(s) + wt.^2/var(wt) -
2*R*(S.*wt)/(std(wt)*std(S))));
H=-sum((P+eps).*log(P+eps));
Hs_wt=-sum((Ps+eps).*log(Pwt+eps));
MI=Hs-H+Hwt; D=Hs_wt-Hs;
ier=MI/D;
end

```

Функція розрахунку значень критерія *UIQ* (універсальний індекс якості):

```

function [Q,est_correlation,est_dyn_diap,est_mean_sygn]=index_quality(x,y)

% Q - універсальний індекс якості сигналу
% est_correlation - оцінка корельованості реконструйованого сигналу та оригіналу
% est_mean_sygn - оцінка зміни середнього значення тестового
% сигналу відносно оригіналу
% est_dyn_diap - оцінка зміни динамічного діапазону тестового
% сигналу відносно оригіналу

est_mean_sygn=(2*sqrt(var(x))*sqrt(var(y)))/(var(x)+var(y));
est_dyn_diap=abs((2*mean(x)*mean(y))/(mean(x)^2+mean(y)^2));
est_correlation=sum((x-mean(x)).*(y-mean(y)))/sqrt(sum((x-mean(x)).^2)*sum((y-mean(y)).^2));
Q=est_mean_sygn*est_dyn_diap*est_correlation;
end

```

Функція пошуку оптимальних параметрів очищення сигналу від шуму з використанням генетичного алгоритму:

```

fun=@(x)(denoise_opt(x,sygn));

```

```

options
gaoptimset('PopulationType','bitstring','PopulationSize',40,'Generations',100,'CrossoverFcn',@cross
oversinglepoint, 'MutationFcn', @mutationuniform, 'SelectionFcn',@selectionstochunif);
[x,fval,reason,output]=ga(fun,15,[],[],[],[],[],[],[],options);
V{1,k-2}=names;
V{2,k-2}=fval;
V{3,k-2}=w;
V{4,k-2}=b;
V{5,k-2}=sorh;
V{6,k-2}=tpr;
V{7,k-2}=scal;
clear global w b sorh tpr scal;
end;

```

Код програмної реалізації однокритеріального та багатокритеріального методів вибору базових малохвильових функцій у GUI Matlab

```

function varargout = select_wavelet(varargin)

% Autor: Ilona Lagun
% Created: 1.09.2016
%
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',    mfilename, ...
    'gui_Singleton', gui_Singleton, ...
    'gui_OpeningFcn', @select_wavelet_OpeningFcn, ...
    'gui_OutputFcn', @select_wavelet_OutputFcn, ...
    'gui_LayoutFcn', [] , ...
    'gui_Callback', []);

if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
global S;
% End initialization code - DO NOT EDIT
end

% --- Executes just before select_wavelet is made visible.
function select_wavelet_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
handles.output = hObject;
guidata(hObject, handles);

end

% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = select_wavelet_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)

```

```

varargout{1} = handles.output;
end

% --- Executes on button press in button_info.
function button_info_Callback(hObject, eventdata, handles)
helpwin('select_wavelet.m');

end

% --- Executes on button press in button_exit.
function button_exit_Callback(hObject, eventdata, handles)
close(gcf);
end

% --- Executes on button press in button_load_signal.
function button_load_signal_Callback(hObject, eventdata, handles)
global S;
dwtmode('per');clc;
[FName,PName] = uigetfile('*.*mat');
file=[PName FName];
if ~isequal(file, 0)
d=load(file);
names = fieldnames(d);
S=getfield(d,names{1:1});
if mod(length(S),2)==1 msgbox('The number of signal samples must be pair!', 'Error of file','error');
end
end
hL=plot(S);
set(hL, 'ButtonDownFcn', @axes1_ButtonDownFcn);
h = waitbar(0, 'Processing...');
for m=1:45
waitbar(m/45,h);
fun=switch_wavelet(m);
[~,psi,x]=wavefun(fun);
Cr=wavecorr( S,psi ); cr(m)=Cr;
[cA,cD]=dwt(S,fun);
wt=[cA cD];
IER=miratio(S,wt);
ier(m)=IER;
[Ea,Ena,~]=en2ratio(cA);
[Ed,End,~]=en2ratio(cD);
EER=(Ea*(Ena+End))/(End*(Ea+Ed));
eer(m)=EER;
end
close(h);
handles.data.IER=ier;
handles.data.CR=cr;
handles.data.EER=eer;
guidata(gcbo, handles);
end

% --- Executes on button press in button_clear.

```

```

function button_clear_Callback(hObject, eventdata, handles)
set(handles.IER_checkbox,'Value',0);
set(handles.CR_checkbox,'Value',0);
set(handles.EER_checkbox,'Value',0);
set(handles.MultiCr_checkbox,'Value',0);
set(handles.rez_text2,'String','');
set(handles.rez_text1,'String','');
handles.data.EER=0;
handles.data.IER=0;
handles.data.CR=0;
cla;
end

```

% --- Executes on button press in MultiCr_checkbox.

```

function MultiCr_checkbox_Callback(hObject, eventdata, handles)
end

```

% --- Executes on button press in button_multicriteria_method.

```

function button_multicriteria_method_Callback(hObject, eventdata, handles)
var_MultiCr_checkbox=get(handles.MultiCr_checkbox,'Value');
EER=handles.data.EER;
IER=handles.data.IER;
Cr=handles.data.CR;
EER=(EER-min(EER))/(max(EER)-min(EER));
IER=(IER-min(IER))/(max(IER)-min(IER));
Cr=(Cr-min(Cr))/(max(Cr)-min(Cr));
m1=1./(1+exp(-12*(EER-0.6)));
m2=1./(1+exp(-12*(IER-0.6)));
m3=1./(1+exp(-12*(Cr-0.6)));
M=zeros(3,45);
if var_MultiCr_checkbox==1
    w1=1;w2=1;w3=1;
else
    w1=0.3;w2=0.6;w3=0.1;
end
M(1,1:45)=m1.^w1;
M(2,1:45)=m2.^w2;
M(3,1:45)=m3.^w3;
MT=M';
for i=1:45
    C=min(MT(i,1:3));
    D(i)=C;
end;
[~,q1]=max(D);
fun=switch_wavelet(q1);
set(handles.rez_text2,'String',fun);
end

```

% --- Executes on button press in EER_checkbox.

```

function EER_checkbox_Callback(hObject, eventdata, handles)
handles = guihandles(hObject);
global S;

```

```

set(handles.IER_checkbox,'Value',0);
set(handles.CR_checkbox,'Value',0);
end

```

```

% --- Executes on button press in IER_checkbox.
function IER_checkbox_Callback(hObject, eventdata, handles)
handles = guihandles(hObject);
global S;
set(handles.EER_checkbox,'Value',0);
set(handles.CR_checkbox,'Value',0);
end

```

```

% --- Executes on button press in CR_checkbox.
function CR_checkbox_Callback(hObject, eventdata, handles)
handles = guihandles(hObject);
global S;
set(handles.EER_checkbox,'Value',0);
set(handles.IER_checkbox,'Value',0);
end

```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function axes1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
end

```

```

% --- Executes on mouse press over axes background.
function axes1_ButtonDownFcn(hObject, eventdata, handles)
end

```

```

% --- Executes on button press in button_onecriterion_method.
function button_onecriterion_method_Callback(hObject, eventdata, handles)
var_IER_checkbox=get(handles.IER_checkbox,'Value');
var_EER_checkbox=get(handles.EER_checkbox,'Value');
var_CR_checkbox=get(handles.CR_checkbox,'Value');
if var_EER_checkbox==1 && var_IER_checkbox==0 && var_CR_checkbox==0
    EER=handles.data.EER;
    [~,i]=max(EER);
elseif var_IER_checkbox==1 && var_EER_checkbox==0 && var_CR_checkbox==0
    IER=handles.data.IER;
    [~,i]=max(IER);
elseif var_CR_checkbox==1 && var_EER_checkbox==0 && var_IER_checkbox==0
    Cr=handles.data.CR;
    [~,i]=max(Cr);
end
fun=switch_wavelet(i);
set(handles.rez_text1,'String',fun);
end

```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function rez_text2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

```

```

if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```
end
end

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function rez_text1_CreateFcn(hObject, ~, ~)
%   See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
end
```


ДОДАТОК 2.**АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ**



ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з наукової роботи
Національного університету
"Львівська політехніка"

проф. Чухрай Н.І.

2018 р.

АКТ

**про використання результатів дисертації Лагун Ілони Ігорівни
«Методи ефективного вибору базових функцій для часо-частотного перетворення
сигналів», представленої на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук
при виконанні науково-дослідної роботи ДБ/КІБЕР «Розроблення методів і засобів
вимірювання, автоматизації, опрацювання та захисту інформації в базисі кіберфізичних
систем»**

Комісія у складі – начальника науково-дослідної частини, к.т.н. доцента Жук Л.В., завідувача відділу науково-організаційного супроводу наукових досліджень, к.т.н. Лазько Г.В., заступника начальника планово-фінансового відділу Чулой Т.М., завідувача кафедри комп’ютеризованих систем автоматики, д.т.н., проф. Наконечного А.Й., цим актом підтверджує, що результати дисертаційної роботи Лагун Ілони Ігорівни на тему «Методи ефективного вибору базових функцій для часо-частотного перетворення сигналів» використані при виконанні науково-дослідної роботи ДБ/КІБЕР «Розроблення методів і засобів вимірювання, автоматизації, опрацювання та захисту інформації в базисі кіберфізичних систем» за науковим напрямом «Розроблення методів та засобів цифрового опрацювання одно- та багатовимірних неперіодичних сигналів представлених у різних областях перетворення», (номер державної реєстрації 0115U000446), а саме: розроблено нові та вдосконалено існуючі методи оптимізації вибору базових функцій для опрацювання у базисі кіберфізичних систем неперіодичних сигналів представлених у малохвильовій області. Ці методи дають змогу підвищити якісні характеристики малохвильового перетворення в процесі очищення сигналів від шуму та компресії сигналів, забезпечити необхідну точність апроксимації та найбільш повне представлення сигналів у часо-частотній області. Використання запропонованих методів при програмно-апаратній реалізації засобів цифрової обробки сигналів, які інтегровані в базисі кіберфізичних систем, дозволяє підвищити ефективність опрацювання вимірювальних одновимірних сигналів та передачі компресованої інформації з допомогою протоколів міжрівневого обміну.

Начальник НДЧ
к.т.н., доцент

Л.В. Жук

Члени комісії:
Зав. відділу НОСНД,
к.т.н.

Г.В. Лазько

/ Заст. начальника ПФВ

Т.М. Чулой

Зав. кафедри КСА
д.т.н., професор

А.Й. Наконечний

Науковий керівник НДР
д.т.н., професор

А.О. Мельник

“ЗАТВЕРДЖУЮ”



Проректор з наукової роботи
Національного університету
«Львівська політехніка»

проф. Чухрай Н.І.

2018 р.

АКТ

про використання результатів дисертації Лагун Ілони Ігорівни на тему «Методи ефективного вибору базових функцій для часо-частотного перетворення сигналів», представленої на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук, при виконанні науково-дослідної роботи кафедри комп'ютеризованих систем автоматики Національного університету «Львівська політехніка» за темою «Розроблення методів та засобів цифрової обробки інформації на базі її малохвильового (вейвлет) перетворення»

Комісія у складі: начальника науково-дослідної частини, к.т.н. доцента Жук Л.В., завідувача відділу науково-організаційного супроводу наукових досліджень, к.т.н. Лазько Г.В., заступника начальника планово-фінансового відділу Чулой Т.М., завідувача кафедри комп'ютеризованих систем автоматики, д.т.н., проф. Наконечного А.Й., цим актом підтверджує, що результати дисертаційної роботи асистента кафедри комп'ютеризованих систем автоматики Лагун Ілони Ігорівни на тему «Методи ефективного вибору базових функцій для часо-частотного перетворення сигналів» використані при виконанні науково-дослідної роботи «Розроблення методів та засобів цифрової обробки інформації на базі її малохвильового (вейвлет) перетворення», (номер державної реєстрації 0109U008855), а саме: розроблено математично-алгоритмічні основи вибору базових функцій для ефективного опрацювання сигналів та зображень у малохвильовій області, орієнтовані на програмно-апаратну реалізацію засобів цифрової обробки сигналів.

Начальник НДЧ
к.т.н., доцент

Л.В. Жук

Члени комісії:

Зав. відділу НОСНД,
к.т.н.

Г.В. Лазько

Заст. начальника ПФВ

Т.М. Чулой

Зав. кафедри КСА
д.т.н., професор

А.Й. Наконечний

“ЗАТВЕРДЖУЮ”



Проректор
з науково-педагогічної роботи
Національного університету
«Львівська політехніка»
_____ доц. Давидчак О.Р.
_____ 2019 р.

АКТ

**про впровадження у навчальний процес
у Національному університеті «Львівська політехніка»
результатів дисертації Лагун Ілони Ігорівни
«Методи ефективного вибору базових функцій для часо-частотного перетворення
сигналів», представленої на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук**

Комісія у складі – зав. кафедри комп'ютеризованих систем автоматики, д.т.н. проф. Наконечного А.Й., професора кафедри комп'ютеризованих систем автоматики, д.т.н. проф. Мичуди З.Р., професора кафедри комп'ютеризованих систем автоматики, д.т.н. проф. Бучми І.М., розглянула питання щодо впровадження результатів дисертаційної роботи Лагун Ілони Ігорівни у навчальний процес Національного університету «Львівська політехніка».

Даний акт складений про те, що в навчальному процесі на кафедрі комп'ютеризованих систем автоматики впроваджені результати дисертаційної роботи Лагун І.І., щодо дослідження ефективності методів вибору базових малошвидлових функцій для опрацювання як одновимірних, так і багатовимірних сигналів, а також застосування критеріїв вибору базових малошвидлових функцій для дослідження ефективності методів очищення сигналів від шуму.

Результати роботи використовуються в лекційних та лабораторних заняттях курсу «Цифрові методи обробки сигналів та зображень», який читається для студентів спеціальностей 122 «Комп'ютерні науки» та 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Голова комісії:
зав. кафедри КСА
д.т.н., професор

А.Й. Наконечний

Члени комісії:
д.т.н., професор

З.Р. Мичуда

д.т.н., професор

І.М. Бучма

ДОДАТОК 3. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Лагун І. І. Метод нечіткої багатокритеріальної оптимізації вибору базових малохвильових функцій / І.І. Лагун, А.Й. Наконечний // Комп'ютерні технології друкарства. – 2017. – № 37. – С. 64-73.
2. Лагун А. Е. Використання вейвлет-перетворення для приховування інформації в нерухомих зображеннях / А. Е. Лагун, І. І. Лагун // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер. : Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2013. – № 774. – С. 60–65.
3. Лагун І. І. Загальна класифікація сигналів та їх опрацювання / І. І. Лагун, Р. А. Наконечний // Методи та прилади контролю якості. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ. – 2009. - №22. С. 71–75.
4. Лагун І. І. Основні підходи до вибору оптимального малохвильового базису / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”, сер. : Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2009. – № 639. – С. 70-75.
5. Лагун І.І. Використання дискретного малохвильового перетворення для виявлення аномалій мережевого трафіку / І. І. Лагун, А. Е. Лагун // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2011. – № 695. – С. 88–94.
6. Лагун І. І. Вибір малохвильових базових функцій для опрацювання одновимірних сигналів / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2014. – № 802. – С. 3–8.
7. Лагун І. І. Оптимізація пошуку базових малохвильових функцій з використанням генетичного алгоритму / І. І. Лагун, Р. А. Наконечний // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : НУ “Львівська політехніка”. – 2015. – № 821. – С. 30–36.

8. Lagun I. Selection of wavelet basis for the effectiveness processing of signals / I. Lagun, A. Nakonechnyi. // Вестник Брестского государственного технического университета, 2016. – №5 – С. 69–73.

9. Lagun I. Using fuzzy logic to optimise the selection of mother wavelets / I. Lagun, A. Nakonechnyi, V. Samoty // Technical Transactions – Electrical Engineering – 2018. – №3 – pp. 107 – 114.

10. Лагун А. Використання вейвлет-перетворення для приховування інформації в нерухомих зображеннях / А. Лагун, І. Лагун // Матеріали II науково-технічної конференції «Захист інформації і безпека інформаційних систем», 30 травня – 1 червня 2013 р. – Львів. – 2013. – С. 98–99.

11. Лагун І.І. Індекс структурної подібності як критерій вибору базової малохвильової функції для обробки зображень / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Збірник тез доповідей I Міжнародної конференції з автоматичного управління та інформаційних технологій «ICACIT-2011». – Львів, 2011.– С. 15.

12. Лагун І.І. Оцінка якості зображень при фільтрації сигналів різними базисними малохвильовими функціями / І. І. Лагун, А. Й. Наконечний // Збірник тез доповідей XI Міжнародної наукової конференції з контролю і управління в складних системах «КУСС-2012» – Вінниця, 2012.– С. 101.

13. Лагун І. І. Використання універсального індексу якості сигналу при виборі оптимальних малохвильових базових функцій // І. І. Лагун, А. Й. Наконечний, Р. І. Стахів // ICACIT-2015. Матеріали 3-ої Міжнародної конференції з автоматичного управління та інформаційних технологій, м.Київ, 11-13 грудня 2015 р. – К. : 2015. – С. 132–135.

14. Nakonechnyy A. Wavelet basis functions to one-dimensional signal processing / A. Nakonechnyy, I. Lagun // Матеріали 2-ої міжнародної науково-технічної конференції «International Conference on Automatic Control and Information Technology 2013 (ICACIT'13)», 7 – 8 грудня 2013 р., Краків. – [Електронне видання] – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. – Систем. вимоги: Pentium ; 32 Mb RAM ; Windows 95, 98, 2000, XP ; MS Word 97-2003.

15. Lagun I. Using the Fuzzy Logic to Optimize the Selection of Mother Wavelets/ A. Nakonechnyy, I. Lagun, V. Samotyuy //Матеріали 4-ої міжнародної науково-технічної конференції «International Conference on Automatic Control and Information Technology 2017 (ICACIT'17)», 13 – 16 грудня 2017 р., Краків. – [Електронне видання] – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. – Систем. вимоги: Pentium ; 32 Mb RAM ; Windows 95, 98, 2000, XP ; MS Word 97-2003.