

ВІДГУК

офіційного опонента **Перегудова Володимира Володимировича**
на дисертацію **Фиса Михайла Михайловича**

**"Математичні моделі розподілу густини надр планет та їх
гравітаційних полів",**

поданої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук
за спеціальністю 05.24.01 – "Геодезія, фотограмметрія та картографія".

На розгляд представлено дисертацію, автореферат та 40 наукових праць, у яких опубліковані основні результати досліджень дисертанта.

Дисертація складається зі вступу, 5 розділів, висновків, списку використаних джерел зі 195 найменувань, додатку і викладена на 255 сторінках тексту, містить 24 рисунки та 40 таблиць.

1. Актуальність теми досліджень

Шлях до вирішення проблем вивчення внутрішньої будови планет і Землі зокрема, що є ключовим до пізнання утворення та еволюції тіл Сонячної системи, на наш погляд, потребує комплексного підходу з використанням як експериментальних, так і теоретичних методів в різних областях знань. Без сумніву, астрономогеодезія та гравіметрія були і залишаються основними джерелами інформації для визначення фігури і гравітаційного поля Землі. В останні десятиліття супутникові орбітальні дані дозволили визначити аномалії сили тяжіння, які пов'язані з неоднорідною будовою планет. Основною фізичною характеристикою неоднорідності надр планет є густина, яка генерує гравітаційне поле і суттєво впливає на інші геофізичні поля.

На жаль, не існує прямих методів експериментального визначення густини надр навіть Землі (найглибші свердловини близько 12 км), не кажучи про інші планети. Тому теоретичні дослідження є невід'ємною складовою отримання вагомих результатів. Представлена робота базується на використанні взаємозв'язку між зовнішнім і внутрішнім гравітаційним полем та розподілом густини в надрах планети.

Наукова проблема, що вирішується у роботі, полягає у встановленні зв'язку тривимірних розподілів мас надр еліпсоїдальних планет з їх потенціалами. Визначені закономірності послужили основою розробки

методики апроксимації розподілів мас планет та її використання для дослідження внутрішньої будови планет.

В роботі доведено, що досягненню визначеної мети заважав брак наукового теоретичного обґрунтування, який окреслив основні завдання дисертаційної роботи. Базовими для підготовки дисертаційних досліджень є науково-дослідні роботи, виконані відповідно до напрямків наукової діяльності Інституту геодезії Національного університету «Львівська політехніка».

2. Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків, рекомендацій дисертації та її завершеність.

Дисертант виконав аналіз стану робіт з вивчення планетарних характеристик, розглянувши перспективні напрямки вдосконалення досліджень основних внутрішніх параметрів та гравітаційних полів небесних тіл. Встановлено, що для тіл несферичної форми необхідне використання рядів, елементи яких не є кульовими функціями. Використання еліпсоїдальних функцій дає можливість представляти зовнішній потенціал еліпсоїда при врахуванні меншої кількості членів. Запропонована система неортогональних функцій дозволяє визначати зовнішній і внутрішній потенціал в залежності від коефіцієнтів розкладу у всьому просторі. Це обумовлює необхідність дослідження різних представлень потенціалу еліпсоїда.

Згідно з результатами виконаних аналітичних досліджень обґрунтовано застосування двох біортогональних систем тривимірних многочленів в еліпсоїді. Доведено основні властивості вказаних систем зі встановленням їх квазіортогональності, виведені формули Родріга для трьох змінних приведені рекурентні співвідношення та знайдені аналітичні зображення для основних параметрів еліпсоїда, встановлені нерівності, які визначають обмеження на їх значення. З урахуванням методів Абеля та Чезаро запропонована методика покращення умов рівномірної збіжності, яка показала свою ефективність при наближенні одновимірного розподілу мас моделі многочленами Лежандра.

Дисертантом також запропоновано систему неортогональних гармонічних функцій u_{mkk} , яка дає представлення гравітаційного поля еліпсоїдальної планети всюди збіжними рядами при відомих коефіцієнтах b_{mkk} . Аналіз визначення виведених формул обчислення функцій u_{mkk} з використанням

геометричних характеристик тривісного еліпсоїда виконаний за точними та наближеними співвідношеннями. Достовірність висновків автора в роботі підтверджується тим, що при виконанні досліджень використовувались апробовані методи апроксимації функцій, елементи теорії потенціалу еліпсоїда, добре відомі положення математичного аналізу, алгебри матриць, а також те, що вони базувались на геофізичних даних.

3. Наукове значення отриманих результатів, їх новизна полягають у наступному:

1) дістав подальшого розвитку метод апроксимації кусково-неперервних функцій в еліпсоїді на основі двох біортогональних систем многочленів. Встановлені властивості цих систем, що дають можливість використати їх для побудови тривимірних розподілів густини мас всередині планети, введено систему неортогональних функцій u_{mnk} , гармонічних поза небесним тілом, фігурою якого є тривісний еліпсоїд, потенціал планети з допомогою u_{mnk} описується всюди збіжними рядами, які у випадку сферичної планети, збігаються з рядами за зовнішніми кульовими функціями;

2) показана можливість представлення потенціалу планети сумою негармонічних функцій для розв'язання прямих і дослідженні обернених задач гравіметрії, знайдено формальне представлення для значення δ_0 функції густини в центрі мас еліпсоїдальної планети, визначені межі зміни δ_0 для небесних тіл Сонячної системи, які необхідно враховувати при побудові модельних розподілів мас надр планет;

3) аналітичні вирази кульових функцій (зовнішніх та внутрішніх) в прямокутній системі координат дають можливість використовувати їх в задачах супутникової та фізичної геодезії, а також при дослідженні внутрішньої неоднорідної структури планет;

4) методика зведення даних спостережень в загальнопланетарну систему відліку, що зменшує кількість обчислень у процесі побудови тривимірних моделей, розгляд часткового випадку обґрунтовує можливість використання стокових постійних без їх попереднього перетворення, удосконалено

Наближений метод побудови тривимірних розподілів густини мас з метою спрощення алгоритму та запропонований новий підхід до їх визначення, застосування поверхневих інтегралів для зображення стоксових постійних (до четвертого порядку включно) дало можливість визначати однозначно функцію розподілу густини мас та її похідних;

5) виведені формули обчислення потенціалу еліпсоїда для деяких розподілів мас використані для обчислення потенціалу кульової та еліпсоїдальної планети і гравітаційної енергії, Запропоновано метод наближення кусково-неперервних одновимірних функцій розподілу густини надр еліпсоїдальної та сферичної планети з використанням многочленів Лежандра різними способами, досліджені умови збіжності, а також обґрунтований вибір оптимальної кількості додатків у сумі.

4. Практичне значення результатів роботи полягає в:

- розробці методики апроксимації розподілів мас планет та її використання для дослідження внутрішньої будови планет;
- обчисленні на основі розроблених алгоритмів та програмних продуктів значень модельних розподілів густини мас всередині Марса та інтерпретації основних марсіанських гравітаційних аномалій ;
- представленні тривимірних розподілів густини надр Місяця;
- використанні для інтерпретації гравітаційних аномалій Землі, а методики обчислення основних інтегральних величин – при вивченні планетарних геодинамічних процесів.

5. Рекомендації щодо використання результатів дисертації.

Результати дисертаційної роботи можуть бути використані для інтерпретації гравітаційних аномалій Землі, а методика обчислення основних інтегральних величин – при вивченні планетарних геодинамічних процесів. Представлення потенціалу всюди збіжними рядами дає можливість практичного дослідження збіжності рядів за сферичними функціями, які описують гравітаційні поля планет.

Результати роботи впроваджені у навчальному процесі Національного університету “Львівська політехніка”, зокрема у процесі викладання навчальної дисципліни “Картографія” для базового напрямку 6.080101 “Геодезія, картографія та землеустрій” та дисципліни “Фізика Землі” магістерського напрямку “Космічна геодезія”.

6. Повнота викладення результатів дисертації в опублікованих працях.

Основні положення виконаних досліджень опубліковані в 40 наукових працях, у тому числі в 24 статтях у фахових виданнях, 4 з яких у міжнародних наукометричних базах.

7. Відповідність автореферату змісту дисертаційної роботи.

Зміст автореферату відображає зміст основних розділів дисертації. Стиль викладу матеріалу, науково-технічну мову дисертації можна вважати задовільними.

8. Зауваження по дисертаційній роботі та автореферату

1. На стор. 10. наводиться формула (2): $U(P) = f \int \frac{\delta(Q)}{r(P,Q)} d\tau$. Автор не розкриває змісту величин f, r . З навчальної літератури середини 20 століття можна здогадатися, що величина f - постійна тяжіння. У сучасній світовій науковій літературі з геодезії і геофізики постійна тяжіння позначається буквою G . Дисертант використовує застаріле позначення постійної тяжіння без пояснень, так як ніби це позначення є загальноприйнятим.

2. На стор. 21 наведена наступна фраза: «До оберненої задачі теорії потенціалу відноситься також визначення поверхні відносності за відомим гравітаційним полем V є основним предметом вивчення геодезії та проходить без урахування внутрішньої будови планет [92] фігури планети як поверхні рівня (значення функції постійної величини) на основі іншого представлення гравітаційного поля дає альтернативний спосіб їх побудови [100,119,122,129].»

Фраза виглядає як набір випадкових слів. Можливо, фраза повинна складатися з декількох речень.

3. На стор. 22 наведена наступна фраза: «Запуск штучних сателітів на інші планети і супутники також дозволяє суттєво збільшити ступінь сумування розвитку (1.3)». Є два зауваження до цієї фрази.

- Незрозуміло, що має на увазі автор під словом «розвиток». Можливо це неправильний переклад слова ряд.

- Автор посилається на формулу (1.3). однак вона наведена лише на 23 стор. і не має ніякого відношення до ступеня рядів представлення потенціалу.

4. На стор. 31 наведена наступна фраза: «Отже, закон розподілу мас в еліпсоїді в найбільш загальному випадку має бути тривимірним, тобто має вигляд (2)». Є посилання на формулу (2). Однак, формула (2) – це інтегральна формула, що зв'язує потенціал зі щільністю. Можливо, автор мав на увазі формулу (3), в якій щільність розглядається як функція трьох координат.

5. Автор досить вільно використовує позначення. Зокрема в першому розділі (стор. 19) використовуються наступні позначення: U - внутрішній потенціал планети, V - її зовнішній потенціал. У другому розділі (стор. 35) U, V - це вже дві системи многочленів.

6. На стор. 51. формула (2.52) містить протиріччя. Зліва представлена величина з парними індексами, а саме $W_{2m2n2k}(0,0,0)$, праворуч, як частковий випадок дається її значення, коли хоча б один з індексів непарний.

7. На стор. 53 є така фраза: «а) в силу єдності мінімального многочленна

$\rho_N(x, y, z)$, вирази (2.52) тотожні, тобто
$$\sum_{m+n+k=0}^N b_{mk} W_{mk} = \sum_{m+n+k}^N c_{mk} \omega_{mk},$$
 (2.65)».

Є наступні зауваження.

- Рівність (2.52) дає коефіцієнти многочлена $W_{2m2n2k}(0,0,0)$ для центральної точки системи координат і не містить виразів, які б дозволили отримати рівність (2.65).

• У формулі (2.65) зліва записана часткова сума ряду розкладання функції по многочленам W_{mnk} , праворуч – також часткова сума ряду розкладання тієї ж функції по многочленам ω_{mnk} . У зв'язку з тим, що ці многочлени не дорівнюють один одному, і є біортогональними, то часткові суми рядів не можуть збігатися, формула є не коректною. Коректною вона може бути тільки за умови $N \rightarrow \infty$. Однак ця умова автором не приводиться.

8. На стор. 64 пропущено слово в реченні після слова «програмній», а саме: «Відмітимо, що ці формули громіздкі і незручні при їх програмній та приводять до обчислювальних похибок»

9. Всі таблиці в розділі 4 мають номери, які починаються з номера 0, наприклад табл. 0.1, табл. 0.2, тощо.

10. На стор. 120 стандартний гравітаційний параметр fM в табл. 0.3 чомусь має назву Геоцентричної постійної.

11. На стор. 8 автореферату вказано наступне: «Визначення U у внутрішній точці $P(\rho, \theta, \lambda)$ за допомогою кульових функцій розпадається на дві складові: перша – лінійна комбінація внутрішніх кульових функцій в кулі K радіуса ρ , друга – лінійна комбінація зовнішніх функцій відносно K ». Кульові функції – це гармонійні функції трьох змінних. Вони задовольняють рівнянню Лапласа. Проте, як відомо, потенціал сили тяжіння усередині Землі задовольняє рівнянню Пуассона, тобто потенціал сили тяжіння усередині Землі неможливо визначити ніякою лінійною комбінацією гармонійних функцій. Це негармонійна функція.

12. Відсутні описи для всіх величин, що входять у формули (7-9) автореферату.

13. У формулі (7) автореферату є неточність. Під інтегралом одна з функцій, або W_{mnk} , або ω_{mnk} , повинна мати параметри m_1, n_1, k_1 . В протилежному випадку інтеграл завжди рівний верхньому значенню формули і не рівний 0.

14. Є суперечність між формулою (3) і формулою, представленою в третьому абзаці стор. 10. автореферату. Формула (3) виглядає так:

