

Відгук

На дисертацію Фиса Михайла Михайловича «Математичні моделі розподілу густини надр планет та їх гравітаційних полів», що представлена на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук по спеціальності 05.24.01 – геодезія, фотограмметрія та картографія в спеціалізовану вчену раду Д 35.052.12 при Національному університеті «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України.

Дисертація обсягом 255 с., 24 таблиці, 40 рисунків, складається із вступу, п'яти розділів з висновками до кожного з них і загального висновку по всій роботі, 195 найменувань використаних джерел, додатку з таблицею інтегралів. Обсяг і оформлення дисертації в цілому відповідає вимогам ДАК України.

У **вступі** коротко висвітлена історія вивчення гравітаційного потенціалу Землі, завдання дисертаційного дослідження, визначені: його мета, актуальність, наукова новизна, практичне значення отриманих результатів і положення, які винесені на захист.

Розділ 1 присвячений вивченню стану планетарних характеристик: способами представлення гравітаційних полів планет і їх моделям, методам визначення фігур планет і розподілу їх мас. Обґрунтована важливість єдиного підходу до вивчення інтегральних характеристик небесних тіл, проаналізовані сучасні методи визначення їх основних внутрішніх параметрів і способи їх обчислень. Запропонована система неортогональних функцій, яка дає можливість, в залежності від коефіцієнтів розкладу, обчислювати і зовнішні, і внутрішні потенціали після того, як досліджена збіжність його представлень.

В **розділі 2** розглянуто математичний апарат, використаний для апроксимації тривимірних розподілів мас в еліпсоїдальних планетах, а саме: визначені дві системи біортогональних тривимірних многочленів $\{W_{mnk}\}$, $\{g_{mnk}\}$, досліджені їх основні властивості, приведені для них рекурентні співвідношення і їх аналітичні представлення. За допомогою нерівності Бесселя та рівності Персеваля доведена біортогональність двох вище згаданих систем многочленів і доведена збіжність у середньому для використаних кусково-неперервних

функцій. Запропоновані способи покращення збіжності рядів і на прикладі використання моделі PREM показана ефективність застосованої методики.

Розділ 3 присвячений практичним аспектам використання біортогональних функцій для аналізу гравітаційного потенціалу: запропоновано його зображення в комплексній формі, досліджена структура стоксових сталих на основі представлення потенціалу в декартовій системі координат, а також запропонована система гармонічних функцій U_{mnk} , що представляють гравітаційне поле всюди збіжними рядами, якщо відомі коефіцієнти b_{mnk} для дво- і тривісєвого еліпсоїдів. На конкретних прикладах, показана ефективність застосованих методів при побудові модельних розподілів мас планет.

В **розділі 4** розглянута побудова тривимірних моделей розподілу мас планет, що фактично зводиться до визначення коефіцієнтів b_{mnk} . При цьому використовують дані: про зовнішнє гравітаційне поле і про потенціал на поверхні планети. Запропоновано використання трансформант потенціалу з метою отримання точніших моделей розподілу планетарних мас. Розроблено наближений метод представлення розподілу мас з використанням коефіцієнтів розкладу без зведення до проблеми моментів і модернізовано наближений метод створення його тривимірних моделей. Наведені оцінки точності таких наближень. З метою спрощення обчислень усі дані приводились до загальнопланетарної системи координат. Створені алгоритми як точного, так і наближеного методів обчислення коефіцієнтів розкладу з врахуванням степеневих моментів включно до другого порядку. Розраховано можливі значення густини в центрах планет Сонячної системи.

У **розділі 5** подано формули для визначення внутрішнього потенціалу кульової та еліпсоїдальної планети на основі досліджень потенціалу еліпсоїда. Показана необхідність наближення кусково-неперервних функцій розподілу мас многочленами Лежандра, розглянуті різні способи таких наближень і умови їх збіжності. Дана методика реалізована на прикладі моделі PREM, на основі чого підтверджена її ефективність. Дано алгоритм обчислення інтегральних характеристик тривимірної еліпсоїдальної планети з метою дослідження її

гідростатичної рівноваги і реалізовано принцип мінімуму енергії на основі використання наведених методів.

Основні положення дисертації доповідались і обговорювались на міжнародних конференціях, 6 симпозиумах, 3 всесоюзних і на 4 українських конференціях. Результати дисертаційних досліджень автора мали належне висвітлення у наукових виданнях, як закордонних, так і вітчизняних, опубліковані в 40 наукових роботах, серед яких: 4 – наукометричні, 20 фахові і 16 – наукові збірники і тези конференцій. Зміст автореферату з достатньою повнотою відображає основні положення дисертації, що виносяться на захист.

Уважно ознайомившись з основними положеннями дисертації і головними науковими і практичними результатами автора, можна зробити наступні висновки:

1. **Актуальність** теми дисертаційного дослідження обумовлена найперше тим, що вона природнім чином вписується в державну програму: «Дослідження мантиї Землі і континентального шельфу», яка очолює список пріоритетних напрямків розвитку і фінансування науки в Україні, а в цілому – вивчення внутрішньої будови Землі, планет і їх еволюції, є однією із центральних проблем сучасної науки. Окрім того, робота автора є істотною складовою частиною кафедральної теми: «Математичне моделювання в геодезії, геофізиці і прогнозуванням розвитку територій на основі їх картографування та урахування функціональних властивостей і впливу геодинамічних процесів», яка є одним із напрямків Інституту геодезії: «Дослідження фігури та зовнішнього гравітаційного поля Землі та планет, створення геоінформаційних систем, програмних продуктів і баз геопросторових даних».

Першопричиною основних труднощів при вивченні будови Землі і планет є недоступність їх надр для безпосереднього спостереження. Єдиним засобом їх вивчення є математичне моделювання на основі даних про їх зовнішнє гравітаційне поле. Основні ідеї такого моделювання, що задіяні в дисертації, були сформульовані Г. О. Мещеряковим і автором ще в кінці ХХ століття. З того часу з'являється дуже багато нових даних про гравітаційне поле Землі і планет. Їх використання вимагало істотного вдосконалення точності математичних

процедур моделювання внутрішнього потенціалу планет та функції розподілу мас у середині їх надр. Ця дуже складна і необхідна аналітична робота виконана в дисертації і знаменує собою новий етап в дослідженнях внутрішньої структури Землі і планет, який відрізняється більш точними математичними рішеннями та програмним забезпеченням високого рівня.

2. Обґрунтованість наукових положень висновків та рекомендацій автора підтверджена:

а) ретельним дослідженнями точності вдосконалених автором методик представлення внутрішнього потенціалу планет і функцій розподілу їх мас, що дозволяє зробити впевнений висновок про їх ефективність;

б) порівнянням різних підходів при моделюванні параметрів внутрішнього гравітаційного поля планет і розподілу їх мас та інших характеристик з метою наочного підтвердження оптимальності запропонованих автором рішень;

в) математичною коректністю підходів при розробці вдосконалених методів моделювання потенціалу і функцій розподілу мас, що підтверджується повномасштабними дослідженнями умов збіжності цих зображень, наприклад залежності критерію збіжності від кількості членів суми для двох розподілів, тощо. Використовуються також з метою забезпечення надійності висновків з пропозиції автора, різні методи аналізу збіжності (по Чезаре, по Абелю та ін.).

3. Достовірність висновків автора підтверджується використанням, на всіх етапах дисертаційного дослідження, числових прикладів, які демонструють дієвість запропонованих нових методик, наприклад, порівняння точних і апроксимованих значень потенціалів кульової та еліпсоїдальної планети, порівнянням точного та апроксимаційного значень енергії для кулі і еліпсоїда, тощо. Крім того, дослідження автора є спадкоємним продовженням класичних робіт про геопотенціал, започаткованих А. К. Клеро, А. Пуанкаре, Ф. Р. Гельмертом, Г. Моріцем, С. М. Молоденським, Г. О. Мещеряковим, проте на більш високому математичному рівні.

4. Наукова новизна представленого автором дослідження полягає найперше у вирішенні на більш високому математичному рівні важливої проблеми зв'язку

потенціалу і розподілу мас еліпсоїдальної планети. Вдосконалена з цією метою методика апроксимації кусково-неперервних функцій. Крім того:

- вперше для представлення поля планет у просторі запропонована система неортогональних функцій, яка є гармонійною поза еліпсоїдом, а також отримано представлення потенціалу планети всюди збіжними рядами;

- отримані більш точні вирази для зовнішніх і внутрішніх кульових функцій в прямокутній системі координат;

- обчислені значення густини в центрі еліпсоїдальної планети та визначені границі її зміни;

- вперше розроблено алгоритм зведення динамічного стиснення та стоксових сталей в загальнопланетарну систему відліку;

- запропоновано новий ефективний наближений метод обчислення функції розподілу густини мас і формули обчислення потенціалу еліпсоїда для деяких розподілів мас;

- отримані формули для визначення потенціалу та енергії еліпсоїдальної тривимірної планети і запропоновано новий метод дослідження еліпсоїдної гідростатичної рівноваги планет.

Всі наведені розробки автора є значним вкладом у вирішення проблеми вивчення внутрішньої будови Землі і планет Сонячної системи.

5. Практичне значення отриманих автором результатів полягає в розробці методики апроксимації мас планет та її використання для вивчення внутрішньої будови планет. Методика знайшла практичне застосування при виконанні держдоговірної (№ 1870088611) науково-дослідної роботи №4493 «Аналіз і дослідження гравіметричних і гравітаційних фігур Марса та його супутників» в ЦНДГА і К (м. Москва). Результати дисертації використані при виконанні теми ДБ «Референс в 2002-2003 рр.» і при виконанні міжнародного проекту РОІ ГІД (2007-2008 рр.). Запропоновані автором методи, як бачимо, є досить універсальними. При появі, наприклад, більш точних референс моделей планети Землі, або нових, більш надійних даних про їх гравітаційне поле, розроблені автором методи можна зразу ж застосувати. Фактично результати дисертації можуть забезпечувати постійний моніторинг планет і постійне уточнення знань

про їх внутрішню структуру. Крім того результати роботи широко впроваджені в навчальний процес в НУ «Львівська політехніка».

На жаль, в дисертації відображена історія дослідження лише гравітаційного потенціалу Землі і нічого не сказано про історію вивчення самого розподілу мас, при тому, що таке вивчення є одним із пріоритетних в дисертації. Немає ніяких посилань на роботи Г. Джеффра, який перший дав розподіл щільності мас з глибиною для планет земної групи і є фактично піонером порівняльної планетології. Дисертація має також незначні недоліки в оформленні: нумерація сторінок у змісті дещо зміщена, зустрічаються описки, повтори, пропуски слів, є помилки у формулах (с. 50), неправильна їх нумерація (с. 80, 128, 162). На с. 172 є посилання на таблицю, номер якої відсутній, нестандартною є нумерація формул і рисунків у розділі 4, немає посилань на 8 робіт, які є в списку літератури.

Проте відмічені недоліки не вплинули на основні результати і висновки дисертаційного дослідження. Його автор на даний час є одним із ведучих фахівців в галузі математичного моделювання в геодезії і дослідженнях фігури та потенціалу планет, а також в програмному забезпеченні цих досліджень. Ці результати є значним і своєчасним досягненням сучасної геодезії в Україні. По важливості, науковій новизні результатів і практичній їх значимості дисертація М. М. Фиса задовольняє усім вимогам до докторських робіт по геодезії, а її автор заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора технічних наук по спеціальності 05.24.01 – геодезія, фотограмметрія і картографія.

Офіційний опонент,

доктор фізико-математичних наук, професор,
зав. кафедри математичного моделювання
факультету кібернетики МЕНУ МОН,
м. Рівне



Й. В. Джуно

Й. В. Джуно

04.05.2016.

