

Національний університет “Львівська політехніка”

Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Титаренко Роман Юрійович

УДК 624.012.45


ДИСЕРТАЦІЯ
НАДІЙНІСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК,
ПІДСИЛЕНИХ ПРИ ДІЇ НАВАНТАЖЕННЯ
05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук
(доктора філософії)


Ідентичність усіх примірників дисертації

ЗАСВІДЧУЮ:

*Учений секретар спеціалізованої
вченої ради*

 Холод П.Ф.

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

 Р.Ю. Титаренко

Науковий керівник Хміль Роман Євгенович, кандидат технічних наук, доцент

Львів – 2018

АНОТАЦІЯ

Титаренко Р.Ю. Надійність залізобетонних балок, підсилених при дії навантаження.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди. Національний університет «Львівська політехніка», Міністерство освіти і науки України, Львів, 2018.

Дисертація присвячена розробці принципів методик оцінки надійності непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених при дії навантаження різними методами: нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури або композитної стрічки, а також влаштуванням залізобетонної обойми.

У *першому розділі* проведено огляд технічної літератури по тематиці досліджень, а саме: представлено існуючі методи підсилення залізобетонних згинаних елементів, виконано аналіз досліджень надійності непідсилених й підсилених залізобетонних конструкцій, розглянуто стан питання розрахунку фактичних показників надійності елементів після підсилення (в умовах проведення робіт із реконструкції), виокремлено ключові невирішені задачі в області дисертаційного дослідження та причини їх виникнення. Крім того, було проаналізовано основні підходи до оцінки надійності будівельних конструкцій, в розрізі ймовірного моделювання їх роботи, а також використання різних нормативних документів та методів досліджень.

Дослідженням й розробкою ефективних методів оцінки надійності будівельних конструкцій різних видів (в т.ч. пошкоджених), впровадженням ймовірнісних підходів до їх розрахунку (з врахуванням статистичної природи характеристик досліджуваних конструкцій), а також розвитком математичної теорії надійності як науки розпочали займатись в 20-х роках ХХ століття. Виділимо тут роботи В.В. Болотіна, Д. Вела, Ф. Дюпрата, Е. Енга, С. Зхенга, Р.І. Кінаша, Є.В. Клименка, К.А. Корнелла, А.П. Кудзіса, А.І. Лантуха-Ляценка, Х. Лоу, М. Майера, А.В. Махінька, Г.О. Медсена, В.А. Пашинського, А.В. Перельмутера, С.Ф. Пічугіна,

В.Г. Пошивача, В.Д. Райзера, А.Р. Ржаніцина, М.В. Савицького, О.В. Семка, Н.С. Стрелецького, С.Б. Усаковського, Н.Ф. Хоціалова, В.С. Шмуклера, Г. Шпете.

Враховуючи фактори суб'єктивності при підборі критеріїв забезпечення надійності, складності побудови математичних апаратів її розрахунку, а також контролю стохастичних параметрів резерву несучої здатності конструкцій, надійність підсилених залізобетонних елементів стала предметом досліджень у світі відносно недавно – з кінця ХХ століття. Серед інших, відзначимо роботи Р. Аль-Махаїді, С.Г. Альсаєда, Х.А. Барроса, О.П. Воскобійник, Б.Р. Еллінгвуда, Дж.Р. Касас, Е.М. Окейла, Н. Плевріса, П.О. Сунака та Е. Фер'єра в цьому напрямку.

На основі аналізу наведених вище робіт можна констатувати, що дослідження надійності будівельних конструкцій є дуже актуальною проблемою на даний час. Проте водночас тут є необхідність відзначити, що питання надійності залізобетонних згинаних елементів, підсилених при дії навантаження, є вивчене недостатньо і потребує подальшої розробки. Більше того, нині немає єдиного підходу до оцінки надійності таких конструкцій (див. передумови вище). Виходячи з цього, виникає необхідність більш глибокого вивчення критеріїв забезпечення надійності залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження, а також розробки методики оцінки їх надійності. Проведений аналіз досліджень дозволив сформулювати основні задачі представленої роботи.

У другому розділі розглянуто фундаментальні засади сучасної теорії надійності будівель та споруд, а також представлено поетапну розробку принципів аналітичних методик оцінки надійності (в частині безвідмовності) балок, підсилених різними методами при дії навантаження.

Розробка методик велась на основі розрахункових моделей нормального перерізу балок відповідно до різних норм проектування, а також методу статистичної лінеаризації. Крім того, було адаптовано до залізобетонних конструкцій існуючу методику оцінки надійності, розроблену під керівництвом проф. С.Ф. Пічугіна, а також використано загальновідомі положення теорії ймовірностей і математичної статистики та рекомендації їх застосування до будівельних конструкцій.

Вихідними умовами для розробки методик стали наступні припущення: 1) досліджувані балки не мають пошкоджень на момент підсилення; 2) розглядається прямокутний переріз, нормальний до поздовжньої осі балки з недостатньою міцністю на згин; 3) контрольовані міцнісні, деформативні й геометричні параметри резерву несучої здатності підсилених балок, а також їх рівня навантаження в момент підсилення є випадкові змінні, підпорядковані нормальному закону розподілу і взаємозалежні; 4) оскільки змінюваність навантаження на конструкцію є часто мала порівняно зі змінюваністю тих же міцнісних, деформативних чи геометричних характеристик – значення згинального моменту від зовнішнього навантаження приймається детермінованим.

Принциповою особливістю розроблених методик була пропозиція врахування як стохастичного параметру рівня навантаження досліджуваних балок в момент підсилення. Це дало можливість максимально точно змоделювати фактичний вплив усіх випадкових параметрів на резерв несучої здатності конструкцій.

Програмою теоретичних досліджень було передбачено застосування наступних методів підсилення: 1) нарощування розтягнутої стрижневої арматури класу А400С; 2) нарощування розтягнутої композитної арматури – вуглепластикової стрічки типу SikaCarbodur; 3) влаштування залізобетонної обійми з розтягнутою стрижневою арматурою класу А400С.

Розроблені методики дали можливість оперувати стохастичними міцнісними (бетон, арматурна сталь, вуглепластикові стрічки) й геометричними (розміри поперечного перерізу до і після підсилення) параметрами резерву несучої здатності, а також рівня навантаження (коефіцієнти використання додаткових перерізів стрижневої арматури, стрічки та бетону) балок в момент підсилення. Крім того, для балок, підслених нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури та вуглепластикової стрічки при дії навантаження були розроблені методики оцінки надійності, базовані на оперуванні випадковими деформативними параметрами – відповідно до моделі нормального перерізу за чинними національними нормами проектування.

У третьому розділі наведено результати апробації запропонованих методик (для всіх методів підсилення балок при дії навантаження), а також виконано аналіз отриманих значень якісних і кількісних показників надійності – індексів надійності β та ймовірностей безвідмовної роботи $P(\beta)$ відповідно.

Розрахунок несучої здатності нормальних перерізів підсилених балок було проведено на основі даних експериментально-теоретичних досліджень, здійснених у лабораторії кафедри «Будівельні конструкції та мости» Національного університету «Львівська політехніка».

Досліджувані балки було виготовлено в заводських умовах з бетону класів С45/55 (проектний розмір 100x200x2100 мм, підсилення додатковою стрижневою арматурою), С25/30 (проектний розмір 120x220x2100 мм, підсилення вуглепластиковою стрічкою), С30/35 (проектний розмір 100x200x2100 мм, підсилення залізобетонною обоймою) і армовано двома плоскими каркасами. Армвання балок: розтягнута стрижнева арматура з 2 \emptyset 14 мм класу А400С, стиснута дротяна арматура з 2 \emptyset 5 мм класу Вр-І; розтягнута стрижнева арматура з 2 \emptyset 12 мм класу А300С, стиснута стрижнева арматура з 2 \emptyset 8 мм класу А500С; розтягнута стрижнева арматура з 2 \emptyset 14 мм класу А500С, стиснута стрижнева арматура з 2 \emptyset 8 мм класу А400С – відповідно для кожного з наведених вище методу підсилення. Армвання поперечного перерізу балок усіх типів – подвійне, симетричне. Додаткову стрижневу арматуру влаштовували відповідно з 2 \emptyset 10, 2 \emptyset 12 та 2 \emptyset 14 мм класу А400С, шляхом її приварювання до існуючої арматури балки через коротиші \emptyset 20 мм. Композитну стрічку типу SikaCarbodur S512 товщиною 1,2 мм та шириною 25 мм приклеювали до нижньої грані досліджуваних балок. Проектні розміри обойми підсилення складала: 20 мм з сторони верхньої грані та боків і 50 мм на нижній грані балки. Клас бетону обойми – С40/50; розтягнута стрижнева арматура влаштовувалась з 2 \emptyset 8, 2 \emptyset 10 та 2 \emptyset 12 мм класу А400С.

Для встановлення статистичних характеристик (математичних сподівань і дисперсій) випадкових геометричних параметрів проводилися натурні заміри ширини й висоти балок усіх типів, які виконували в десяти поперечних перерізах по довжині кожної балки (точність складала 0,1 мм).

Випробування балок ступінчастим навантаженням відбувалося за схемою «чистого згину» (зосередженими силами прикладеними в третинах прольоту балки з передачею навантаження через траверсу) у віці 28 діб й старшому. Приріст навантаження приймався рівним 0,05 – 0,01 від M_{ult} (де M_{ult} , для всіх варіантів підсилення, – руйнівний згинальний момент до і після підсилення). Відповідно до цієї схеми навантаження досліджувалась робота і напружено-деформований стан конструкцій.

Підсилення балок шляхом нарощування стрижневої арматури виконувалося при рівнях діючого навантаження 0,0; 0,3; 0,5; 0,75 від $M_{ult,0}$; шляхом нарощування розтягнутої композитної арматури – при рівнях діючого навантаження 0,0; 0,25; 0,5; 0,75 від $M_{ult,0}$; шляхом влаштування залізобетонної обойми – при рівнях діючого навантаження 0,0; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9 від $M_{ult,0}$ (де $M_{ult,0}$, для всіх випадків, – несуча здатність нормального перерізу непідсиленої (еталонної) балки).

На основі аналізу отриманих значень показників надійності β та $P(\beta)$, встановлено їх рекомендаційний характер для балок, підсилених розглянутими методами при дії різних рівнів навантаження.

У четвертому розділі описано математичне моделювання роботи підсилених балок у програмному комплексі «МІРАЖ–2015», виконано порівняльний аналіз результатів теоретичних досліджень, здійснено оцінку ефективності методів підсилення (в розрізі очікуваних рівнів надійності), запропоновано часткові коефіцієнти надійності для балок, підсилених різними методами при дії навантаження, а також подано ряд рекомендацій щодо забезпечення безвідмовності таких конструкцій.

Для дослідження напруженого стану підсилених балок на кожному етапі завантаження в програмному комплексі було розроблено їх кінцево-елементні моделі. Розрахунок проводився із урахуванням фізичної нелінійності матеріалів та їх розрахункових фізико-механічних властивостей, які вводилися в прийняті закони деформування. За результатами розрахунку отримано деформовані схеми, мозаїки переміщень та епюри згинальних моментів для всіх методів підсилення і рівнів навантаження досліджуваних балок.

Виконано порівняльний аналіз результатів досліджень із розрахунковими значеннями граничних згинальних моментів, отриманих відповідно до розрахунків за нормами проектування. Зафіксовано задовільну збіжність суміжних значень.

Запропоновано часткові коефіцієнти надійності ξ для розрахунку непошкоджених прямокутних залізобетонних згинаних елементів, підсилених різними методами (нарощуванням розтягнутої стрижневої та композитної арматури, а також влаштуванням залізобетонної обойми) при дії різних рівнів навантаження та подано ряд рекомендацій щодо забезпечення параметрів експлуатаційної надійності таких конструкцій.

Ключові слова: залізобетонна балка, підсилення, рівень навантаження, стрижнева арматура, композитна стрічка, обойма, стохастичність, оцінка надійності, ймовірність безвідмовної роботи, методика.

Список публікацій здобувача.

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Хміль Р.Є. Аналіз методів оцінки надійності залізобетонних конструкцій / Р.Є. Хміль, Р.Ю. Титаренко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2016. – Вип. 32. – С. 282–289. *(Особистий внесок автора: огляд технічної літератури по тематиці досліджень, аналіз методів оцінки надійності залізобетонних конструкцій).*

2. Хміль Р.Є. Особливості оцінювання надійності підсилених залізобетонних елементів / Р.Є. Хміль, Р.Ю. Титаренко // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – 2016. – Вип. 63. – С. 91–97. *(Особистий внесок автора: аналіз особливостей оцінки надійності підсилених залізобетонних елементів), (НМБД Index Copernicus).*

3. Титаренко Р.Ю. Основні стохастичні параметри при оцінюванні надійності залізобетонних балок, підсилених додатковим армуванням / Р.Ю. Титаренко, Р.Є. Хміль // Вісник Національного університету «Львівська політехніка», серія «Теорія і практика будівництва». – 2017. – № 877. – С. 206–211. *(Особистий внесок автора: розробка пропозицій щодо прийняття в розрахунок основних стохастичних*

параметрів до аналітичної методики оцінювання надійності залізобетонних балок, підсилених додатковим армуванням).

4. Титаренко Р.Ю. Принципи оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених додатковою стрижневою арматурою за дії навантаження / Р.Ю. Титаренко, Р.Є. Хміль // Вісник Львівського національного аграрного університету, серія «Архітектура і сільськогосподарське будівництво». – 2018. – № 19. – С. 94–97. *(Особистий внесок автора: розробка принципів розрахунку надійності залізобетонних балок, підсилених додатковою стрижневою арматурою при дії навантаження).*

5. Титаренко Р.Ю. Методика оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених залізобетонною обоймою. / Р.Ю. Титаренко, Р.Є. Хміль // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2018. – Вип. 36. – С. 406–412. *(Особистий внесок автора: розробка методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених залізобетонною обоймою).*

6. Khmil R. Development of the procedure for the estimation of reliability of reinforced concrete beams, strengthened by building up the stretched reinforcing bars under load / R. Khmil, R. Tytarenko, Y. Blikharskyu, P. Vegeera. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. – Vol. 5, No. 7 (95). – P. 32–42. *(Особистий внесок автора: апробування принципової методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених нарощуванням розтягнутої арматури при дії навантаження, адаптованої до національних норм проектування), (НМБД Scopus).*

Тези доповідей всеукраїнських та міжнародних наукових конференцій:

7. Хміль Р.Є. Надійність підсилених залізобетонних елементів / Р.Є. Хміль, Р.Ю. Титаренко // II міжнародна науково-практична виставка-конференція молодих учених та студентів «Інновації у будівництві», Луцьк, 20–22 жовтня 2016 р.: Тези доповідей. – Луцьк: ЛНТУ, 2016. (посилання на ел. джерело: <https://sites.google.com/site/innovations2016conf/tezy-dopovidej>). *(Особистий внесок автора: аналіз особливостей оцінки надійності підсилених залізобетонних елементів).*

8. Khmil R. Reliability Evaluation of Strengthened Reinforced Concrete Members / R. Khmil, R. Tytarenko // VI Міжнародний молодіжний науковий форум «Litteris et Artibus», Львів, 24–26 листопада 2016 р.: Матеріали. – Львів, 2016. – С. 136–137. *(Особистий внесок автора: аналіз попередніх досліджень надійності підсилених залізобетонних елементів).*

9. Титаренко Р. Ю. Проектування підсилених залізобетонних балок із заданим рівнем надійності / Р.Ю. Титаренко, Р.Є. Хміль // 6-а Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті», Харків, 19–21 квітня 2017 р.: Тези доповідей. – Харків: УкрДУЗТ, 2017. – С. 166–168. *(Особистий внесок автора: розробка рекомендацій щодо оцінки прогнозованої надійності підсилених залізобетонних балок).*

10. Хміль Р. Є. Надійність залізобетонних балок, підсилених нарощуванням розтягнутої арматури при дії навантаження / Р.Є. Хміль, Р.Ю. Титаренко // Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції: робоча програма та тези доповідей II Науково-практичної конференції, 24–25 травня 2018 р., Київ. – 2018. – С. 49–52. *(Особистий внесок автора: розробка принципової методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених нарощуванням розтягнутої арматури при дії навантаження).*

ABSTRACT

Tytarenko R. Yu. Reliability of reinforced concrete beams, strengthened under load.

The thesis for earning the scientific Candidate's degree in Technical Sciences (PhD) on specialty 05.23.01 – Building Constructions, Buildings and Structures. Lviv Polytechnic National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2018.

The thesis is devoted to developing of the principle methods for reliability assessment of intact rectangular reinforced concrete beams, strengthened under the action of load by the stretched reinforcing bars or composite tape, as well as of reinforced concrete jacket.

The first chapter reviews the technical literature on research topics, namely: existing methods of reinforcing concrete reinforced concrete members are presented, an analysis of reliability studies of non-reinforced and reinforced reinforced concrete structures is

performed, the state of the issue of calculating the actual parameters of members reliability after reinforcement (in the conditions of performance of reconstruction works) is considered, the key unsolved problems in the field of dissertation research and the reasons for their occurrence are identified. In addition, the main approaches to assessing the reliability of building structures, in the context of the probabilistic modeling of their work, as well as the use of various normative documents and research methods were analyzed.

The research and development of effective methods for assessing the reliability of building structures of various types (including damaged ones), the implementation of probabilistic approaches for their calculation (taking into account the statistical nature of the characteristics of the investigated constructions), as well as the development of the mathematical theory of reliability as science began to engage in the 20 years of XX century. Let's highlight here works of A. Anga, V.V. Bolotina, C.A. Cornella, F. Duprata, N.F. Khotsialova, R.I. Kinasha, Ye.V. Klymenka, A.P. Kudzisa, A.I. Lantukha-Lyashchenka, H. Low, H.O. Madsena, M. Maiera, A.V Makhinka, V.A. Pashynskogo, A.V. Perelmutera, S.F. Pichugina, V.G. Poshyvacha, V.D. Rayzera, A.R. Rzhanitsyna, M.V. Savytskogo, O.V. Semka, V.S. Shmuklera, G. Shpete, N.S. Streletskogo, S.B. Usakovskogo, D. Vala, S. Zhanga.

Given the factors of subjectivity in selecting criteria for ensuring reliability, the complexity of the construction of mathematical apparatus for its calculation, as well as control of stochastic parameters of the reserve of bearing capacity of structures, the reliability of reinforced concrete members became the subject of research in the world relatively recently – from the end of XX century. Among others, we note the works of R. Al-Mahaidi, S.H. Alsayeda, J.A. Barrosa, J.R. Casas, B.R. Ellingwooda, E. Ferriera, A.M. Okeila, N. Plevrisa, P.O. Sunaka and O.P. Voskobiynyk in this direction.

On the basis of the analysis of the above works it can be stated that the study of the reliability of building structures is a very topical problem at the present time. However, at the same time, there is a need to note that the issues of reliability of reinforced concrete flexural members reinforced under the influence of the load are not sufficiently studied and need further development. Moreover, there is currently no single approach to assessing the reliability of such structures (see the background above). Proceeding from

this, there is a need for a deeper study of the criteria for ensuring the reliability of reinforced concrete beams reinforced by various methods under the influence of loading, as well as the development of a methodology for assessing their reliability. The conducted analysis of the research allowed to formulate the main tasks of the submitted work.

The second chapter deals with the fundamental principles of the modern theory of the reliability of buildings and structures, as well as the step-by-step development of basic analytical methods for assessing the reliability (in the part of failure-free operation) of beams reinforced by different methods under the action of the load.

The development of the techniques was carried out on the basis of the calculated models of the normal section of beams in accordance with different design standards, as well as the method of statistical linearization. In addition, an existing methodology for assessing reliability, developed under the guidance of S.F. Pichugina, was adapted to reinforced concrete structures, and also used the well-known provisions of the theory of probability and mathematical statistics and recommendations for their application to building constructions.

The initial conditions for the development of the techniques were the following assumptions: 1) the beams under investigation do not have damage at the moment of amplification; 2) is considered a rectangular section, normal to the longitudinal axis of the beam with insufficient bending strength; 3) controlled strength, deformation and geometric parameters of the load bearing capacity of the reinforced beams, as well as their load level at the moment of amplification, are random variables, are subordinated to the normal distribution law and are interdependent; 4) since the variation of the load on the structure is often small in comparison with the variability of the same strength, deformation or geometric characteristics - the value of the bending moment from the external load is taken deterministic.

The principal feature of the developed techniques was the proposal to consider as a stochastic parameter of the level of load of the studied beams at the moment of amplification. This made it possible to accurately simulate the actual impact of all random parameters on the reserve of bearing capacity of structures.

The program of theoretical studies provided for the use of the following methods of amplification: 1) the expansion of the stretched reinforcing bars A400C class; 2) expansion of the stretched composite reinforcement – carbon fiber tape of type SikaCarbodur; 3) installation of reinforced concrete jacket with a stretched reinforcing bars of class A400C.

The developed techniques allowed to operate stochastic strength (concrete, reinforcing steel, carbon fiber tape) and geometrical (dimensions of the cross section before and after amplification) by the parameters of the load bearing capacity, as well as the level of loading (coefficients of the use of additional sections of rod valves, tapes and concrete) beams in moment of gain. In addition, for the beams, reinforced by the extension of stretched rod valves and carbon fiber tape, under the action of load, methods for assessing reliability based on the operation of random deformation parameters were developed - in accordance with the normal sectional pattern according to the current national design standards.

The third chapter presents the results of approbation of the proposed methods (for all methods of strengthening the beams under the action of the load), as well as an analysis of the obtained values of qualitative and quantitative reliability indicators – the reliability indexes β and the probabilities of the failure-free operation $P(\beta)$, respectively.

The calculation of the bearing capacity of the normal sections of reinforced beams was performed on the basis of experimental and theoretical studies carried out at the laboratory of the Department of Building Structures and Bridges at the Lviv Polytechnic National University.

The studied beams were made in factory conditions from concrete of classes C45/55 (design size 100x200x2100 mm, reinforcement with additional reinforcing bars), C25/30 (design size 120x220x2100 mm, reinforcement with carbon fiber tape), C30/35 (design size 100x200x2100 mm, reinforcement reinforced concrete clip) and is reinforced by two flat carcasses. Reinforcement of beams: stretched rod fittings with 2Ø14 mm class A400C, compressed wire armature with 2Ø5 mm; stretched rod fittings with 2Ø12 mm class A300C, compressed reinforcing bars with 2Ø8 mm class A500C; stretched reinforcing bars with 2Ø14 mm class A500C, compressed reinforcing bars with 2Ø8 mm class

A400C – respectively for each of the above method of amplification. Reinforcement of cross-section of beams of all types – double, symmetrical. The additional rod fixture was arranged in accordance with 2Ø10, 2Ø12 and 2Ø14 mm class A400C, by welding it to the existing beam reinforcement through the Ø20 mm shorter. A composite tape of SikaCarbodur S512 type, 1.2 mm thick and 25 mm wide, was glued to the bottom of the studied beams. The design dimensions of the reinforcement tapes were: 20 mm from the side of the upper face and sides and 50 mm on the lower side of the beam. Concrete class by clips - C40/50; stretched reinforcing bars were arranged from 2Ø8, 2Ø10 and 2Ø12 mm class A400C.

In order to establish statistical characteristics (mathematical expectations and dispersions) of random geometric parameters, the natural measurements of the width and height of beams of all types performed in ten cross-sections along the length of each beams were carried out (the accuracy was 0.1 mm).

Testing of beams by step loading was carried out according to the scheme of «pure bending» (with the concentrated forces applied in the tertials of the passage of the beam with the transfer of loading through the traverse) at the age of 28 days and older. Load growth was assumed to be equal to 0.05-0.01 from M_{ult} (where M_{ult} , for all amplification variants, is a destructive bending moment before and after amplification). In accordance with this load scheme, robot and strained-deformed state of constructions were investigated.

Strengthening of beams by increasing the rod's armature was carried out at levels of active loading 0,0; 0.3; 0.5; 0.75 from $M_{ult,0}$; by building up stretched composite reinforcement – at levels of active loading 0,0; 0.25; 0.5; 0.75 from $M_{ult,0}$; by arrangement of reinforced concrete cartons – at levels of active loading 0,0; 0.3; 0.5; 0.7; 0.9 from $M_{ult,0}$ (where $M_{ult,0}$, for all occasions, is the bearing capacity of the normal section of the non-amplified (reference) beam).

On the basis of the analysis of the obtained values of the reliability indexes β and $P(\beta)$, their recommendation character for the beams amplified by the considered methods under the action of different levels of loading, is established.

The fourth chapter describes the mathematical modeling of reinforced beams in the software complex «MIPAJK-2015», compares the analysis of the results of theoretical studies, assesses the effectiveness of the methods of amplification (in terms of the expected levels of reliability), provides partial reliability coefficients for the beams amplified by various methods under action load, as well as a number of recommendations for ensuring the reliability of such structures.

To study the tense state of reinforced beams at each stage of loading in their software complex, their finite-element models were developed. The calculation was made taking into account the physical nonlinearity of materials and their calculated physical and mechanical properties, which were introduced in the adopted laws of deformation. According to the results of the calculation, deformed schemes, moving mosaics and bending moments for all methods of amplification and loading levels of the studied beams were obtained.

The comparative analysis of the research results with the estimated values of the limiting bending moments obtained in accordance with the calculations according to the design standards was performed. A satisfactory convergence of adjacent values is recorded.

The partial coefficients of reliability ξ are proposed for calculation of intact rectangular reinforced concrete beams reinforced by different methods (by expanding the stretched reinforcing bars and composite reinforcement, as well as the arrangement of reinforced concrete jacket) under the influence of different load levels, and a number of recommendations for ensuring the parameters of operational reliability of such structures are given.

Keywords: reinforced concrete beam, strengthening, level of loading, reinforcing bars, composite tape, jacket, stochasticity, reliability assessment, probability of failure-free operation, method.

The publications list of the applicant.

Articles in scientific specialized editions of Ukraine:

1. Khmil R.Ye. Analysis of evaluation's methods of the reliability of reinforced concrete structures / R.Ye. Khmil, R.Yu. Tytarenko // Resource-saving materials,

constructions, buildings and structures: the collection of scientific works. – Rivne, 2016. – No. 32. – P. 282–289. (*The author's personal contribution: review of technical literature on research topics, analysis of the methods for assessing of reliability of RC structures*).

2. Khmil R.Ye. The features of reliability evaluation of strengthened reinforced concrete members / R.Ye. Khmil, R.Yu. Tytarenko // Bulletin of the Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture. – 2016. –No. 63. – P. 91–97. (*The author's personal contribution: analysis of the features of reliability evaluation of strengthened RC members*), (*SMDB Index Copernicus*).

3. Tytarenko R.Yu. The basic stochastic parameters in assessing of the reliability of reinforced concrete beams strengthened by additional reinforcement bars / R.Yu. Tytarenko, R.Ye. Khmil // Bulletin of the Lviv Polytechnic National University, Series «Theory and Building Practice». – 2017. – No. 877. – P. 206–211. (*The author's personal contribution: development of the proposals for acceptance into the calculation of the main stochastic parameters to the analytical method for assessing of reliability of RC beams strengthened by additional reinforcement*).

4. Tytarenko R.Yu. Principles of reliability evaluation of reinforced concrete beams, strengthened with additional reinforcing bars under loading / R.Yu. Tytarenko, R.Ye. Khmil // Bulletin of the Lviv National Agrarian University, Series «Architecture and Agricultural Construction». – 2018. – No. 19. – P. 94–97. (*The author's personal contribution: development of the principles for calculating of reliability of RC beams, strengthened with additional reinforcing bars under load*).

5. Tytarenko R.Yu. The method of reliability evaluation of reinforced concrete beams, strengthened by reinforced concrete jacket / R.Yu. Tytarenko, R.Ye. Khmil // Resource-saving materials, constructions, buildings and structures: the collection of scientific works. – Rivne, 2018. – No. 36. – P. 406–412. (*The author's personal contribution: development of the method of reliability evaluation of RC beams, strengthened by reinforced concrete jacket*).

6. Khmil R. Development of the procedure for the estimation of reliability of reinforced concrete beams, strengthened by building up the stretched reinforcing bars under load / R. Khmil, R. Tytarenko, Y. Blikharsky, P. Vegera. // Eastern-European

Journal of Enterprise Technologies. – 2018. – Vol. 5, No. 7 (95). – P. 32–42. (*The author's personal contribution: testing of the principle method of reliability evaluation of RC beams, strengthened under loading by increasing stretched reinforcing bars, adapted to the national design standards*), (SMDB Scopus).

Theses of reports of all-ukrainian and international scientific conferences:

7. Kmil R.Ye. Reliability of strengthened reinforced concrete members / R.Ye. Khmil, R.Yu. Tytarenko // II international scientifically practical exhibition-conference young scientists and students «Innovations in construction», Lutsk, October 20–22, 2016: Theses of reports. – Lutsk, 2016. (link to an electronic source: <https://sites.google.com/site/innovations2016conf/tezy-dopovidej>). (*The author's personal contribution: analysis of the features of reliability evaluation of strengthened RC members*).

8. Khmil R. Reliability Evaluation of Strengthened Reinforced Concrete Members / R. Khmil, R. Tytarenko // VI International youth science forum «Litteris et Artibus», Lviv, November 24–26, 2016: Materials. – Lviv, 2016. – P. 136–137. (*The author's personal contribution: analysis of the previous investigations of reliability of strengthened RC members*).

9. Tytarenko R.Yu. Design of strengthened reinforced concrete beams with the preset level of reliability / R.Yu. Tytarenko, R.Ye. Khmil // 6th International scientific and technical conference «The problems of reliability and durability of engineering structures and buildings on the railway transport», Kharkiv, April 19–21, 2017: Theses of reports. – Kharkiv, 2017. – P. 166–168. (*The author's personal contribution: development of the recommendations of evaluation of predicted reliability of strengthened RC beams*).

10. Khmil R. Ye. The reliability of reinforced concrete beams, strengthened under loading by increasing stretched reinforcing bars / R.Ye. Khmil, R.Yu. Tytarenko // The buildings and structures of special function: modern materials and constructions: work program and theses of reports of 2nd scientific and practical conference, May 24–25, 2018, Kyiv. – 2018. – P. 49–52. *The author's personal contribution (The author's personal contribution: development of the principle method of reliability evaluation of RC beams, strengthened under loading by increasing stretched reinforcing bars)*.

ЗМІСТ

| | |
|--|-----------|
| ВСТУП..... | 20 |
| РОЗДІЛ 1. РОЗВИТОК ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ НАДІЙНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД В УМОВАХ ЇХ РЕКОНСТРУКЦІЇ..... | 26 |
| 1.1. Аналітичний огляд основних методів підсилення залізобетонних згинаних конструкцій | 26 |
| 1.2. Загальна характеристика ймовірнісного розрахунку будівельних конструкцій. Сучасна теорія надійності будівель та споруд..... | 32 |
| 1.3. Етапи розвитку вирішення проблеми оцінки надійності залізобетонних елементів | 36 |
| 1.4. Ймовірнісний підхід до розрахунку будівельних конструкцій. Аналіз основних методів оцінки надійності будівельних конструкцій | 40 |
| 1.5. Стан питання та особливості оцінки показників фактичної надійності підсилених залізобетонних конструкцій, що знаходяться в експлуатації | 45 |
| 1.6. Висновки до розділу | 51 |
| РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА ПРИНЦИПОВИХ МЕТОДИК ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК, ПІДСИЛЕНИХ ПРИ ДІЇ НАВАНТАЖЕННЯ..... | 53 |
| 2.1. Постановка мети і задач теоретичного дослідження | 53 |
| 2.2. Передумови проведення теоретичного дослідження надійності балок після підсилення | 54 |
| 2.3. Інструменти теоретичного дослідження. Методика розрахунку несучої здатності нормального перерізу непідсиленої балки згідно з національними нормами проектування [30]..... | 56 |

| | |
|--|----|
| 2.4. Розробка принципів методик оцінки надійності балок, підсилених різними методами при дії навантаження, на основі силової розрахункової моделі перерізу [92] | 57 |
| 2.4.1. Модель I. Балка без підсилення | 57 |
| 2.4.2. Модель II. Балка, підсилена додатковою сталеву стрижневою арматурою | 60 |
| 2.4.3. Модель III. Балка, підсилена додатковою композитною арматурою | 63 |
| 2.4.4. Модель IV. Балка, підсилена залізобетонною обіймою | 66 |
| 2.5. Розробка принципової методики оцінки надійності балки, підсиленої нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури при дії навантаження, на основі деформаційної розрахункової моделі перерізу [30, 32] | 74 |
| 2.6. Розробка принципової методики оцінки надійності балки, підсиленої композитною стрічкою при дії навантаження, на основі деформаційної розрахункової моделі перерізу [30, 32] | 83 |
| 2.7. Висновки до розділу | 88 |

РОЗДІЛ 3. РЕЗУЛЬТАТИ ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ НАДІЙНОСТІ ПІДСИЛЕНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК

| | |
|---|-----|
| 3.1. Оцінювання стохастичності геометричних параметрів залізобетонних балок до влаштування підсилення | 89 |
| 3.2. Оцінювання надійності теоретичних моделей непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження | 92 |
| 3.2.1. Надійність непідсиленої балки з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні | 92 |
| 3.2.2. Надійність балки, підсиленої додатковою сталеву стрижневою арматурою при різних рівнях діючого навантаження (схема підсилення № 1) | 97 |
| 3.2.3. Надійність балки, підсиленої зовнішньою композитною арматурою при різних рівнях діючого навантаження (схема підсилення № 2) | 110 |

| | |
|--|------------|
| 3.2.4. Надійність балки, підсиленої залізобетонною обоймою при різних рівнях діючого навантаження (схема підсилення № 3) | 118 |
| 3.3. Висновки до розділу | 130 |
| РОЗДІЛ 4. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ НАДІЙНОСТІ ПІДСИЛЕНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК | 132 |
| 4.1. Створення 3D кінцево-елементної моделі балок, підсилених різними методами при дії навантаження у ПК «МІРАЖ-2015» | 132 |
| 4.2. Порівняльний аналіз результатів досліджень та оцінка ефективності методів підсилення балок | 141 |
| 4.3. Розрахунок коефіцієнтів запасу для отриманих рівнів надійності підсилених балок | 145 |
| 4.4. Рекомендації щодо забезпечення безвідмовності балок, підсилених при дії навантаження різними методами..... | 147 |
| 4.5. Висновки до розділу | 150 |
| ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ..... | 151 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ | 153 |
| Додаток 1. Довідки про впровадження | 169 |
| Додаток 2. Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x | 172 |
| Додаток 3. Список публікацій за темою дисертації. Відомості про апробацію результатів дисертації | 197 |

ВСТУП

Актуальність теми. Залізобетон справедливо вважається найбільш ефективним композитним матеріалом для зведення прогонових згинаних елементів будівель та споруд по всьому світу. На сьогоднішній день такі елементи знаходяться в експлуатації не менше 50...60 років і, як наслідок, дуже часто стають фізично й морально застарілими. Також багато інших чинників викликають необхідність у реконструкції або підсиленні існуючих будівель: зміна норм проектування у частині навантажень і впливів, зміна функціонального призначення, технологічного обладнання та ін. Виходячи з цього, ефективність використання різних методів підсилення залізобетонних згинаних елементів є однією із актуальних задач досліджень на даний час. Тут варто додати, що найбільш ефективними, з точки зору часу та складності влаштування підсилення, його економічної вартості й впливу на напружений стан конструкції, є методи нарощування розтягнутої стрижневої арматури або композитної стрічки, а також влаштування залізобетонної обойми.

У свою чергу, ймовірнісні методи розрахунку будівельних конструкцій нині набувають все більшого розповсюдження, оскільки дозволяють проводити кількісну оцінку надійності конструкції (у вигляді показника ймовірності безвідмовної роботи), а також призначати гарантований рівень її надійності на стадії проектування. На жаль, станом на сьогодні, ймовірнісні методи в практиці розрахунку майже не використовують, беручи до уваги складність їх математичних апаратів, відсутність єдиної об'єктивної методики оцінки надійності, а також достатньої нормативної бази розрахунку (більшість стохастичних параметрів резерву несучої здатності конструкцій мають великі статистичні розкиди).

Дослідження впливу стохастичних параметрів резерву несучої здатності на загальний рівень надійності конструкції є також надзвичайно актуальною задачею на даний час. І якщо вплив таких стохастичних параметрів як геометричні розміри елементів та характеристики матеріалів (міцнісні, деформаційні і т.п.) для непідсилених конструкцій є достатньо добре вивчені за останній період, то рівень навантаження на конструкцію в момент підсилення – ні. Тому врахування та

дослідження впливу цього параметру було однією з головних задач дисертаційної роботи.

Таким чином, враховуючи значний ріст обсягів робіт із реконструкції елементів будівель і споруд на українських теренах, а також продовження роботи з адаптації європейських стандартів у сфері проектування будівельних конструкцій, зокрема Eurocode 0 (EN 1990), питання розрахунку надійності підсилених будівельних конструкцій набуває все більшого значення. Додатково, імплементація нових норм для розрахунку залізобетонних конструкцій в практику проектування викликає необхідність апробування деформаційної моделі в розрізі надійнісного проектування.

Дисертаційна робота присвячена розв'язанню актуальної науково-технічної проблеми дослідження надійності залізобетонних балок, підсилених при дії навантаження різними методами, а також забезпечення необхідного рівня їх безвідмовної роботи, на основі розроблення принципової методики оцінки надійності таких конструкцій.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тема дисертації відповідає науковому напрямку кафедри будівельних конструкцій та мостів Національного університету «Львівська політехніка». Дисертація виконана в межах науково-дослідної роботи «Теоретичні та експериментальні дослідження звичайних та попередньо напружених залізобетонних, металевих, дерев'яних та інших конструкцій будівель, споруд, мостів і фундаментів та методів їх підсилення» (номер державної реєстрації 0117U007366).

Метою роботи є розроблення принципів методик оцінки надійності непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження, які б відображали реальні умови експлуатації досліджуваних конструкцій. Принциповою особливістю методик є пропозиція врахування як стохастичного параметру рівня навантаження балок в момент підсилення, що дасть можливість максимально точно моделювати фактичний вплив усіх випадкових параметрів на резерв несучої здатності.

Досягнення поставленої мети передбачає реалізацію наступних **основних задач дослідження:**

– розробити принципові методики оцінки надійності (в частині безвідмовності) непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження, використовуючи при цьому дві моделі розрахункового перерізу підсилених балок: силову модель згідно з інженерною методикою [92] та деформаційну модель згідно з чинними нормами проектування [30];

– для перевірки придатності запропонованих методик провести їх апробування на реальних залізобетонних балках, підсилених при дії навантаження різними схемами, і здійснити аналіз отриманих показників надійності – індексу надійності β та ймовірності безвідмовної роботи $P(\beta)$;

– оцінити рівень впливу стохастичної складової прийнятих в розрахунок параметрів резерву несучої здатності балок після підсилення, а також ефективність того чи іншого методу підсилення з точки зору забезпечення надійності конструкцій;

– розробити в програмному комплексі «МІРАЖ–2015» 3D кінцево-елементну модель підсилених балок та провести порівняльний аналіз отриманих результатів розрахунку величин граничних згинальних моментів з відповідними результатами, отриманими при розрахунку за нормами проектування [30, 92];

– встановити значення часткових коефіцієнтів надійності ξ для розглянутих типів підсилених балок, надати практичні рекомендації щодо вибору найбільш раціональної методики оцінки надійності (в залежності від прийнятої моделі розрахункового перерізу конструкції) та забезпечення безвідмовності балок після підсилення.

Об’єктом дослідження є підсилення непошкоджених прямокутних залізобетонних балок при дії навантаження різними методами.

Предметом дослідження є надійність непошкоджених прямокутних залізобетонних балок після підсилення різними методами при дії навантаження.

Методи дослідження: математичні методи теорії надійності, теорії ймовірностей і математичної статистики при розробленні принципових методик

розрахунку кількісних показників надійності (ймовірностей безвідмовної роботи) балок після підсилення, а також аналізі й оцінюванні точності отриманих результатів, методи натурного огляду, числові та аналітичні методи будівельної механіки та механіки твердого деформованого тіла (зокрема, метод кінцевих елементів) при створенні 3D кінцево-елементної моделі балок підсилених під навантаженням.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

– розроблено принципові методики оцінки надійності (в частині безвідмовності) непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження;

– вперше визначено та включено в методику розрахунку надійності значення коефіцієнтів γ , які враховують діючий в момент підсилення рівень навантаження конструкції;

– отримано нові теоретичні результати розрахунку показників надійності (безвідмовності) згинаних залізобетонних елементів, підсилених різними методами при дії навантаження – індексів надійності β та ймовірності безвідмовної роботи $P(\beta)$;

– оцінено рівень впливу стохастичної складової прийнятих в розрахунок параметрів резерву несучої здатності балок після підсилення, а також ефективність того чи іншого методу підсилення на загальний рівень надійності конструкцій;

– удосконалено кінцево-елементні нелінійні моделі розрахунку залізобетонних згинаних елементів, підсилених різними методами при дії навантаження, з отриманням теоретичних результатів дослідження на згин;

– встановлено та запропоновано значення часткових коефіцієнтів надійності ξ , які рекомендується використовувати при розрахунку згинаних залізобетонних елементів, підсилених при дії навантаження, в розрізі забезпечення їх безвідмовності.

Практичне значення отриманих результатів полягає в можливості використання розроблених принципових методик оцінки надійності при проектуванні залізобетонних згинаних елементів, підсилених різними методами при

дії навантаження, зокрема, при закладанні їх проектних рівнів надійності. Запропоновані методики дають можливість з достатньо високою точністю оцінювати фактичну надійність таких елементів, в т.ч. кількісно – за допомогою встановлення ймовірностей безвідмовної роботи $P(\beta)$, забезпечуючи при цьому економічність та ефективність прийнятих конструктивних рішень з підсилення. В свою чергу, приведені в роботі значення часткових коефіцієнтів надійності ξ рекомендовано використовувати при розрахунку розглянутих типів згинаних залізобетонних елементів, підсилених при дії навантаження.

Отримані результати дослідження впроваджені при обстеженні конструкцій корпусу № 902 виробництва ВХіКС ММ, залізобетонних конструкцій естакади по кварталу № 1, залізобетонної естакади від ТЕЦ до ст. 215, естакади до корпусу 745 цеху паропостачання від ТОВ «Карпатнафтохім» (м. Калуш), а також при розрахунку перекриття багатоквартирного житлового будинку з вбудовано-прибудованими приміщеннями громадського призначення та підземним паркінгом (м. Львів, вул. Очеретяна, 29, 31, 31-А, 31-В) від ДП «Містопроект» (м. Львів).

Особистий внесок здобувача. Усі основні наукові результати дисертаційної роботи одержані автором самостійно. В публікаціях у співавторстві здобувачеві належить: [1] – огляд технічної літератури по тематиці досліджень, аналіз методів оцінки надійності залізобетонних конструкцій; [2] – аналіз особливостей оцінки надійності підсилених залізобетонних елементів; [3] – розробка пропозицій щодо прийняття в розрахунок основних стохастичних параметрів до аналітичної методики оцінювання надійності залізобетонних балок, підсилених додатковим армуванням; [4] – розробка принципів розрахунку надійності залізобетонних балок, підсилених додатковою стрижневою арматурою при дії навантаження; [5] – розробка методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених залізобетонною обіймою; [6] – апробування принципової методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених нарощуванням розтягнутої арматури при дії навантаження, адаптованої до національних норм проектування; [7] – аналіз особливостей оцінки надійності надійності підсилених залізобетонних елементів; [8] – аналіз попередніх досліджень надійності підсилених залізобетонних елементів; [9] – розробка рекомендацій щодо

оцінки прогнозованої надійності підсилених балок; [10] – розробка принципової методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених нарощуванням розтягнутої арматури при дії навантаження.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи представлені та обговорені на II міжнародній науково-практичній виставці-конференції молодих учених та студентів «Інновації у будівництві» (Луцьк, 2016 р.), на VI міжнародному молодіжному науковому форумі «Litteris et Artibus», GAC conference (Львів, 2016 р.), на VI міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті» (Харків, 2017 р.), на міжнародній науково-технічній конференції присвяченій пам'яті д.т.н., професора Клименка Федора Єлисейовича «Ефективні технології і конструкції в будівництві та архітектура села» (Дубляни, 2018 р.), на II науково-практичній конференції «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції» (Київ, 2018 р.), на IX міжнародній науково-технічній конференції «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди» (Рівне, 2018 р.), на семінарах кафедри «Будівельні конструкції та мости» Національного університету «Львівська політехніка» (2016 – 2018 рр.).

Публікації. Основні положення дисертаційної роботи та результати досліджень опубліковані у 10 друкованих працях, серед них: 6 статей у наукових фахових виданнях України, з яких 2 включено в наукометричні бази даних, а також 4 тези доповідей всеукраїнських та міжнародних наукових конференцій.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів основної частини, загальних висновків, списку використаних джерел із 161 найменування та 3 додатків. Робота викладена на 200 сторінках машинописного тексту, у тому числі містить 133 сторінки основного тексту, 16 сторінок списку використаних джерел, 31 таблицю, 34 рисунки та 32 сторінки додатків.

РОЗДІЛ 1. РОЗВИТОК ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ НАДІЙНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД В УМОВАХ ЇХ РЕКОНСТРУКЦІЇ

1.1. Аналітичний огляд основних методів підсилення залізобетонних згинаних конструкцій

Будівництво як галузь промислового виробництва посідає одне із провідних місць у промисловій діяльності будь-якого розвиненого суспільства та забезпечує динамічний розвиток економіки держави, а також робочі місця для населення. У нашій державі сфера будівництва розвивається досить швидкими темпами (варто лише оглянутися довкола як можна побачити безліч новобудов), використовуючи новітні світові тенденції в проектуванні. Фактично, на сьогоднішній день, будівництво – один із найважливіших секторів економіки України, що забезпечує роботою тисячі людей.

Але, не можна не відзначити також і той факт, що у багатьох країнах світу, в тому числі і в Україні, зараз існує складна економічна ситуація у багатьох сферах матеріального виробництва, невід'ємною частиною якого є будівництво. Враховуючи це, все більше уваги приділяється ефективнішому використанню конструкцій вже зведених будівель та споруд при їх переоснащенні чи реконструкції, а не новому будівництві. Оскільки в процесі експлуатації будівель і споруд їх монолітні чи збірні залізобетонні (залізобетон – найбільш поширений у світі конструктивний матеріал) несучі елементи часто пошкоджуються внаслідок корозії арматури і руйнування бетону, що призводить до зниження несучої здатності і, як наслідок, виникнення аварійних ситуацій, в наших умовах такий ефект може бути усунутий шляхом відновлення та підсилення конструкцій різноманітного призначення, в першу чергу, за допомогою нарощування перерізу додатковим армуванням, або ж влаштуванням різного виду обойм (без зміни розрахункової схеми та напруженого стану конструкцій). Ці види підсилення є надзвичайно ефективні як з точки зору значного збільшення не тільки міцності нормальних чи похилих перетинів конструкції, що підсилюється, а й її деформативності

(обмеження прогинів та ширини розкриття тріщин) – наприклад, за рахунок попереднього напруження додаткової робочої сталеві чи композитної арматури (CFRP) (див. рис. 1.4, 1.7).

Приклади нарощування додатковою арматурою та обіймами підсилення зображено нижче на рис. 1.1–1.6.

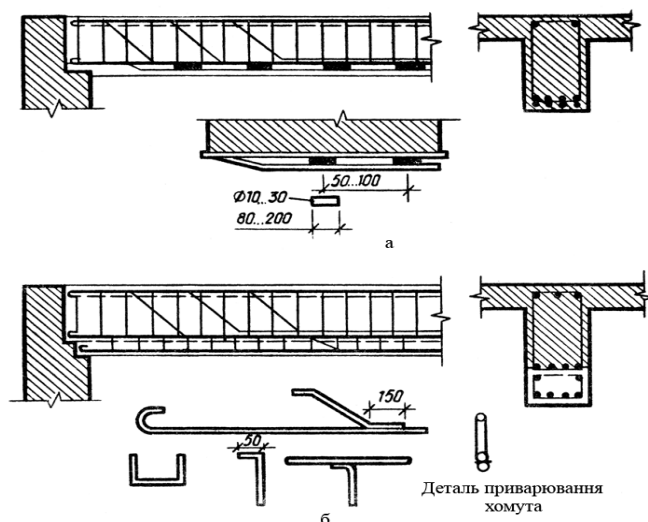


Рис. 1.1. Деталь армування при підсиленні розтягнутої зони залізобетонних балок нарощуванням зовнішньою додатковою арматурою.

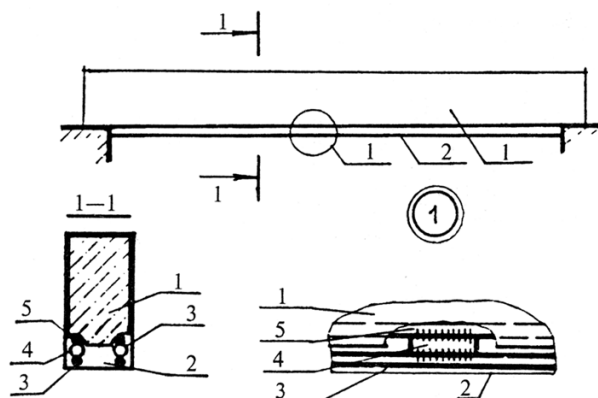


Рис. 1.2. Нарощування балок знизу за незначного збільшення їх несучої здатності:

1 – балка, що підсилюється;

2 – залізобетонне нарощування;

3 – повздожжня арматура підсилення;

4 – арматурні коротиші;

5 – оглена арматура балки (частини з кроком 0,1 м).

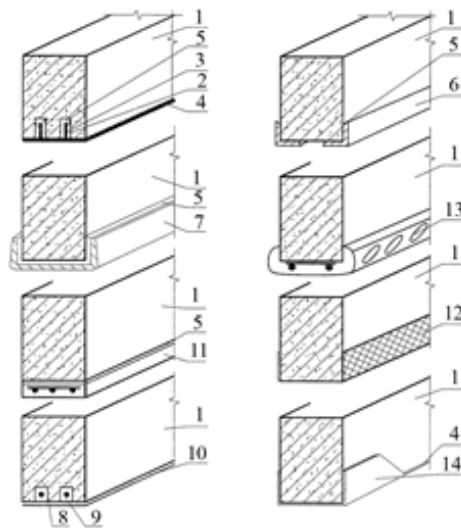


Рис. 1.3. Підсилення зовнішнім армуванням:

- 1 – залізобетонна балка; 2 – отвір; 3 – анкер стрижневий;
 4 – листовая арматура; 5 – полімеррозчин; 6 – кутник;
 7 – швелер; 8 – паз; 9 – арматура підсилення;
 10 – обмазка з полімеррозчину; 11 – збірний залізобетонний елемент;
 12 – скловолокно або графітові волокна; 13 – тонкий лист;
 14 – анкерна пластина.

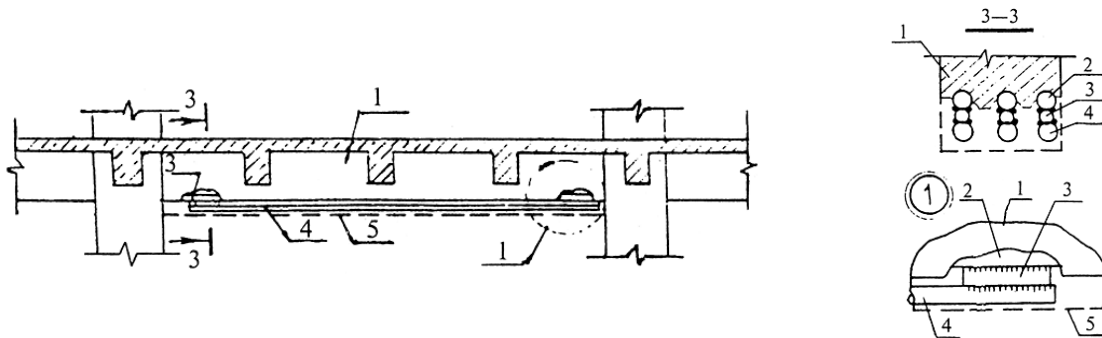


Рис. 1.4. Установлення додаткової термонапруженої арматури:

- 1 – балка, що підсилюється; 2 – оголена робоча арматура балки;
 3 – арматурні коротиші, приварені до оголеної арматури;
 4 – додаткова термонапружена арматура
 (приварювати до коротишів у нагрітому вигляді);
 5 – торкрет-бетон або густа цементно-піщана штукатурка.

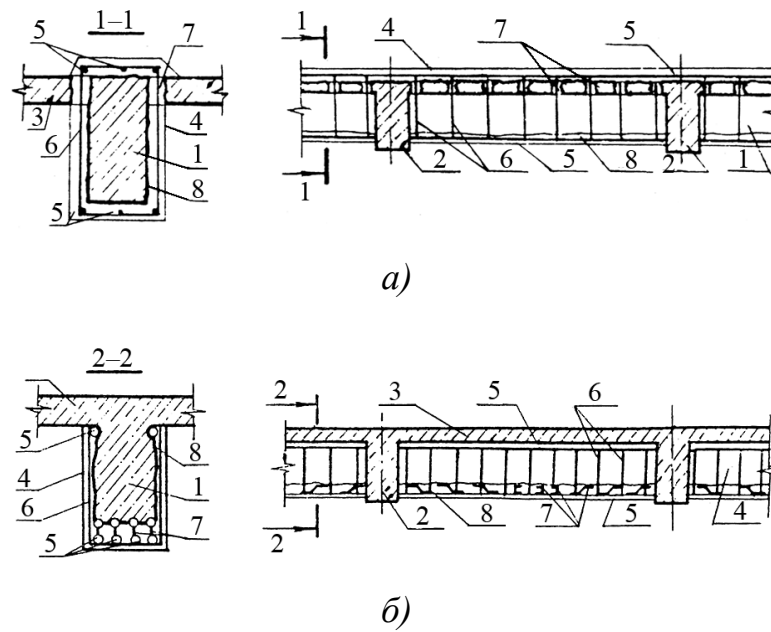


Рис. 1.5. Влаштування залізобетонної обойми (див. варіанти а, б):
 1 – підсилювані другорядні балки; 2 – головні балки; 3 – плита;
 4 – залізобетонна обойма; 5 – повздожжня арматура обойми;
 6 – хомути обойми; 7 – отвори в плиті для пропуску хомутів і укладки бетону;
 8 – поверхня балок, підготовлена до бетонування.

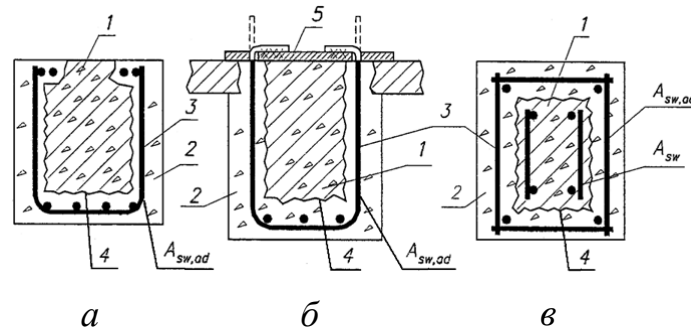


Рис. 1.6. Підсилення зони зрізу конструкцій збільшенням поперечного перерізу залізобетонною сорочкою (див. зліва направо):
 а – сорочкою при прямокутному перерізі;
 б – сорочкою при тавровому перерізі; в – обоймою;
 1 – конструкція, що підсилюється; 2 – монолітний бетон;
 3 – додаткова поперечна арматура; 4 – насічка поверхні;
 5 – анкерна пластина.

Приклади стендів (розміщених в лабораторіях кафедри «Будівельних конструкцій та мостів» НУ «Львівська політехніка») для випробувань залізобетонних балок, підсилюваних найбільш ефективними способами при дії навантаження (створення реальних умов проведення робіт із реконструкції), а саме влаштування додаткової попередньо напруженої стрижневої арматури, нарощування розтягнутої стрижневої арматури, а також влаштування залізобетонної обойми приведені нижче на рис. 1.7–1.9 відповідно.

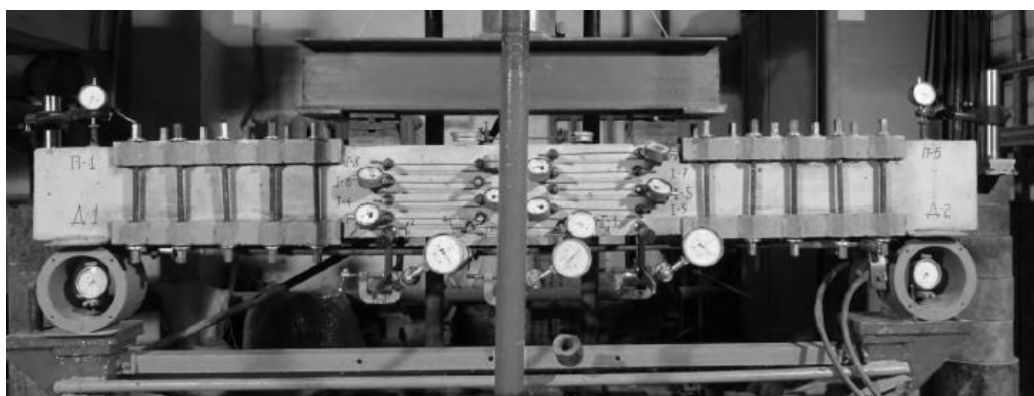


Рис. 1.7. Загальний вигляд стенда з балкою під навантаженням перед виконанням електротермічного попереднього напруження додаткової стрижневої арматури.



Рис. 1.8. Загальний вигляд стенда для випробувань балок, підсилюваних нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури при дії навантаження (шляхом її приварювання через коротиші).

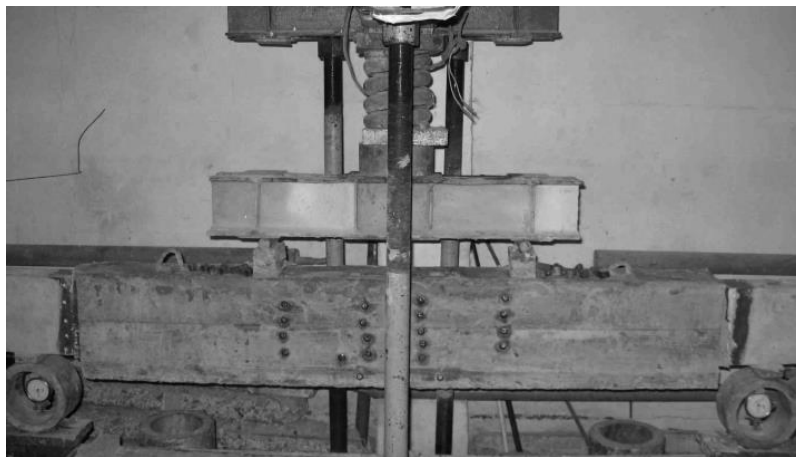


Рис. 1.9. Загальний вигляд станда з балкою, підсиленою залізобетонною обоймою при дії навантаження (після демонтажу опалубки).

Отже, підсумовуючи розглянутий вище матеріал, робимо висновок, що причини та способи підсилення залізобетонних згинаних конструкцій проаналізовано в роботах багатьох українських та іноземних авторів. Відзначимо тут імена Є.М. Бабича [3], А.Я. Барашикова [7, 8, 10], З.Я. Бліхарського [12, 14–17], О.П. Борисюка [19, 20], А.Б. Голишева [23], Д.І. Дубіжанського [33–35], Блалі Ель Мостафи [11], С. Кіма [133], А.П. Крамарчука [44], Д.Н. Лазовського [47, 48], І.В. Мельника [58, 59], Ф. Мінеллі [143], А.Я. Мурина [60], Н.М. Онуфрієва [62], С. Рафікі [148], Є.Р. Хіло [102] та інших. Узагальнюючи приведені дані в цих роботах, причини, які викликають необхідність підсилення залізобетонних балок, можна звести до наступних:

- зміна положень діючих нормативних документів, які можуть містити більш жорсткі вимоги щодо несучої здатності і жорсткості конструкцій, спроектованих за нормами СРСР;
- недопустимі відхилення конструкцій та будівель загалом по двох групах граничних станів (неприйнятні руйнування, деформації, тріщини та прогини), за рахунок наочних оглядів при проведенні планових календарних технічних експертиз;
- значний ріст промислового виробництва (за рахунок більш активного використання існуючих площ), що призводить до збільшення навантажень на несучі конструкції (в нашому випадку – балки) таких будівель і споруд;

– вдосконалення і зміна технологічних процесів ведуть за собою заміну і перестановку більш сучасного обладнання, що, в свою чергу, також призводить до збільшення фактичних навантажень.

Отже, всі вищенаведені положення вказують на необхідність попереднього підсилення тих чи інших згинаних несучих елементів будівель та споруд.

У роботах [12, 17, 20, 27, 33, 43, 44] показано, що найбільш економічним та ефективним методом, враховуючи виконання конструктивно-технологічних вимог, є метод підсилення балок нарощуванням бетону в стиснутій зоні або встановленням додаткової арматури в розтягнутій. Причому, навіть при наближенні відносної висоти стиснутої зони до граничного значення $\xi \rightarrow \xi_R$ при початковому армуванні, можливе встановлення додаткової арматури, бо зростає міцність бетону в часі, а повзучість бетону стиснутої зони сприяє «опусканню» нейтральної осі, збільшенню висоти стиснутої зони і зменшенню напружень в бетоні. Метод підсилення нарощуванням робочої арматури (збільшення армування розтягнутої зони) дозволяє ефективно використовувати початкову арматуру для сумісної роботи з арматурою підсилення [83].

Отже, завдяки сумісній роботі початкового і додаткового армування можливе значне підвищення несучої здатності і жорсткості таких конструкцій. До того ж, підсилення за допомогою нарощування додатковою арматурою можна виконувати без зупинки технологічних процесів, а методи її кріплення (наприклад, зварювання) до основної робочої арматури балки забезпечують реальне включення в роботу додаткової арматури разом з існуючою, що підвищує і фактор економічності підсилення.

1.2. Загальна характеристика ймовірнісного розрахунку будівельних конструкцій. Сучасна теорія надійності будівель та споруд

Створюючи будівлю чи споруду, проектом завжди передбачають певний теоретичний рівень надійності її конструкцій та вузлів. Залежно від якості і характеристик окремих конструктивних елементів та їх монтажу початкова надійність трохи менша, ніж теоретична. З першого дня існування будівлі чи

споруди в їх вузлах та конструкціях відбуваються зміни, які призводять до погіршення закладених у проекті характеристик і показників. Залежно від значущості та інтенсивності ці зміни бувають різні: одні спричиняють погіршення комфорту приміщень, інші – руйнування всієї споруди чи аварії; одні можна швидко усунути, інші взагалі неусувні; одні в часі перебігають повільно й безперервно, інші – випадково й безсистемно. Проте всі ці зміни через певний час порушують загальну роботоздатність системи. Таким чином, узагальнюючи вищенаведене, можна зробити наступний висновок: протягом усього терміну нормального функціонування будівлі чи споруди (їх життєвого циклу) є ймовірність (можливість) виходу з ладу або ж усієї будівлі, або ж її окремих конструктивних елементів. Чим така ймовірність менша (виражена відповідним показником), тим надійніша сама споруда [52].

На сьогоднішній день методологія проектування будівельних конструкцій окреслює наступні два якісно відмінні методи визначення безпечної області існування будівельних конструкцій [46]:

1) метод граничних станів (метод часткових коефіцієнтів надійності) [13, 20, 63, 64];

2) ймовірнісний метод (метод теорії надійності) [18, 22, 57, 61, 71, 89, 125, 140].

Концепція методу граничних станів покладена в основу чинних українських [30, 32], європейських [122] та американських [108] норм проектування будівельних конструкцій. Відповідно до методу граничних станів область безпечних станів конструктивного елемента можна описати за допомогою граничної нерівності, яка з однієї сторони складається з детермінованих (визначених, точних, чітких) величин узагальненої несучої здатності конструктивного елемента, а з іншої – узагальненого розрахункового зусилля [46].

Гарантія неруйнування (ймовірність безвідмовної роботи – відповідно до методу теорії надійності) тут забезпечується частковими коефіцієнтами надійності (по навантаженню, по матеріалу, по відповідальності споруд і т.д.), які, в свою чергу, встановлюються із врахуванням стохастичної (випадкової) мінливості параметрів навантажень, міцності і умов роботи конструкцій. Часткові коефіцієнти

надійності визначаються статистичним методом (згідно з відомими законами розподілу випадкових величин параметрів міцності і навантажень), проте, в умови граничних нерівностей, ці коефіцієнти вводяться як детерміновані величини. У реальних умовах проектування будь-яких будівельних конструкцій (в даному випадку – залізобетонних) практично завжди відбувається за невизначених умов: геометричні розміри елементів, характеристики матеріалів, навантаження і впливи є стохастичними (випадковими) змінними чи функціями.

У своїй праці [46] автор зазначає, що з точки зору методики прийняття технічних рішень умова неруйнування методу граничних станів відповідає мінімаксному критерію (ММ), тобто позиції крайньої обережності. У даному випадку це означає те, що людина (проектант), яка прийматиме технічне рішення, не може отримати гірший результат, ніж той на який вона орієнтується (обраний варіант тут повністю виключає ризик). Однак, тут необхідно додати, що у методі граничних станів існує ризик при призначенні величин тих чи інших часткових коефіцієнтів надійності і характеристичних (нормативних) значень параметрів міцності і діючих навантажень, тобто на рівні визначення мінімального значення узагальненої несучої здатності і максимального значення узагальненого навантаження [46].

Нині людство має достатньо велику кількість наукових і технічних знань, завдяки яким будівництво стало надійним, швидким та економічним. Саме задля того, щоб будівлі та споруди були безпечними та довговічними (фундаментальні складові надійності) й були розроблені методи теорії надійності, які вдосконалюються і розвиваються до цих пір [52].

Під час проектування, виготовлення окремих елементів і будівництва загалом створюється певний рівень надійності конструкції чи будівельного об'єкту в цілому; потім, в період експлуатації, цей рівень реалізується, так як проявляється здатність об'єкту виконувати свої функції протягом заданого терміну служби, яка і називається «надійністю» [52]. Ситуація, за якої об'єкт не буде спроможний виконувати свої функції, називається «відмовою», а мірою надійності тут виступає ймовірність безвідмовної роботи протягом заданого терміну служби [52].

Рівні надійності, які досягаються, отримуються за рахунок різноманітних витрат на створення конструкції і призводять до різного числа відмов протягом періоду служби і, як наслідок, до різної кількості втрат. Тому для більш економічного будівництва необхідно знизити надійність, а для зниження витрат на ремонт і обслуговування, в свою чергу, необхідно цю надійність підвищити. Логічним вирішенням цієї проблеми буде певний доцільний рівень надійності, наближений по можливості до оптимального рівня (як практично майже неможливо встановити). Метою проектування тут є створення будівельної конструкції з необхідним доцільним рівнем надійності, тобто з заданим (визначеним) ризиком відмови [52].

Найбільш поширене на сьогоднішній день визначення надійності, згідно зі стандартом ISO 2394 [130], наступне: «Надійність – здатність споруди чи її елемента виконувати задані функції протягом всього проектного строку експлуатації». У ДБН В.1.2–14–2009 [29] цей термін не значно відрізняється: «Надійність будівельного об'єкта – це властивість об'єкта виконувати задані функції протягом заданого проміжку часу». У свою чергу, в Єврокодi EN 1990:2002 [122] додається наступне: «Надійність зазвичай представляється в ймовірнісних показниках».

Як зазначалось вище, визначений рівень надійності при проектуванні відповідно до методу граничних станів (напівімовірнісний метод розрахунку – згідно з ДБН В.2.6–98:2009 [30]) забезпечується завдяки виконанню умови, що мінімальна розрахункова величина несучої здатності перевищує зусилля від максимальних розрахункових величин навантажень, а випадковий характер вищезгаданих невизначених умов враховується за допомогою системи коефіцієнтів надійності.

Проте, метод граничних станів не дозволяє оцінювати надійність конструкцій за допомогою кількісних показників і, відповідно, проектувати конструкції із заданим рівнем надійності. Більше того, можливі випадки, коли надійність елементів відповідальних будівель та споруд класу наслідків СС3, згідно з ДБН В.1.2–14–2009 [29], виявляється нижчою за надійність конструкцій будівель та споруд класу наслідків СС1 [77].

Підсумовуючи вищенаведений матеріал, відзначимо, що сучасні норми проектування, які регламентують вимоги до розрахунку і проектування конструкцій будівель та споруд, формально не розглядають можливість виникнення аварій внаслідок стохастичних властивостей параметрів міцності і навантажень (умови неруйнування методу граничних станів не містять в явному вигляді ймовірності безвідмовної роботи) [46, 78–81]. Виходячи з цього, можна зробити висновок, що розрахунок залізобетонних конструкцій як систем, що містять випадкові параметри, слід вести в ймовірнісній постановці на основі методів теорій ймовірностей та випадкових функцій [77], а гарантія ненастання граничного стану певного елемента будівлі чи споруди може бути забезпечена з визначеною ймовірністю – ймовірністю безвідмовної роботи.

Таким чином, ймовірнісний підхід до розрахунку будівельних конструкцій дозволяє проектувати їх із заданим (фактичним) рівнем надійності (так зване «надійнісне проектування») і, як наслідок, отримувати ефективні проектні рішення [77, 78]. Крім того, ймовірнісний підхід є більш раціональний (порівняно з розглянутим вище напівймовірнісним) – він дозволяє повніше й точніше враховувати фактор економічності при проектуванні (особливо це стосується підсилених залізобетонних конструкцій – див. п. 1.5), що є надзвичайно важливою його перевагою.

Сучасна теорія надійності будівельних конструкцій застосовується в практиці для вдосконалення методів нормування правил розрахунку при проектуванні (головне завдання на теперішній час) і контролі при виготовленні конструкцій [52].

1.3. Етапи розвитку вирішення проблеми оцінки надійності залізобетонних елементів

Становлення і розвиток базових основ забезпечення надійності та сучасне загальноприйняте трактування самого цього поняття в сфері будівництва пов'язується, в першу чергу, з роботами [79, 81] радянського вченого А.Р. Ржаніцина (початок 50-х років ХХ століття). У цих роботах були закладені вихідні положення сучасної теорії надійності будівель і споруд, а саме показана статистична природа

характеристик міцності матеріалів й параметрів навантаження, а також доведено необхідність ймовірнісної оцінки роботоздатності будівлі чи споруди.

Власне, самі ж вихідні ідеї статистичного підходу до оцінки міцності конструкцій були сформульовані та наведені ще в роботах М. Майера [141] та Н.Ф. Хоціалова [105] наприкінці 20-х років минулого століття, які з часом набули подальшого розвитку і вдосконалення в праці Н.С. Стрелецького [93]. Проте, попри значущість викладених там ідей на той час, завершену математичну модель розрахунку надійності конструкцій, а також принципові положення концепції безпеки споруди були розроблені саме А.Р. Ржаніциним. Ці положення, на думку вченого, представляють собою ключові засади усієї теорії надійності, як ймовірнісне вирішення наступної проблеми:

$$Z = R/Q \geq 1 \quad (1.1)$$

в припущенні, що узагальнені опір окремого елемента R , навантаження Q і резерв міцності Z є змінними випадкового характеру, мають нормальний розподіл і взаємно не корелюють (незалежні). Вирішенням цієї проблеми стала формула для визначення коефіцієнта запасу, названого А.Р. Ржаніциним «характеристикою безпеки»:

$$\gamma = \frac{\xi - 1}{\sqrt{A_R^2 \xi^2 + A_Q^2}}, \quad (1.2)$$

де ξ – коефіцієнт запасу, який являє собою відношення середньої очікуваної несучої здатності до середнього очікуваного ефекту від навантаження (робочих напружень); A_Q – коефіцієнт мінливості навантаження (відношення стандарту навантаження до його середнього значення); A_R – коефіцієнт мінливості несучої здатності; γ – характеристика безпеки (інша назва – індекс надійності, коефіцієнт, що залежить від ймовірності руйнування (відмови) конструкції й призначається в залежності від наслідків такого можливого руйнування).

Пізніше цей підхід в науковій літературі отримав назву «метод другого моменту» («second-moment method») (ще одна назва – «метод двох моментів») і став основою проектування залізобетонних (й загалом будівельних) конструкцій заданої надійності [50]. Перевагою такого підходу є його простота. Єдиним ж недоліком – обмеженість використання нормального закону в окремих випадках.

Наступні десять років після створення А.Р. Ржаніциним своєї концепції – період стрімкого розвитку теорії надійності конструкцій будівель й споруд, яка використовує основні принципи теорії ймовірностей і математичної статистики. З того часу дослідження надійності розвинулося у потужну окрему науку (цей розвиток не зупиняється й по сьогодні), спричинивши при цьому виникнення такого нового терміну як «надійнісне проектування».

Серед послідовників вищезгаданих першовідкривачів «надійності» будівель та споруд варто відзначити імена В.В. Болотіна [18] та В.Д. Райзера [78], які відзначилися ще й як прикладні науковці з дослідження проблеми надійності при проектуванні будівельних конструкцій.

Той же В.В. Болотін, виходячи зі своїх фундаментальних досліджень, у своїй монографії [18] систематизував, узагальнив й описав наступні взаємопов'язані наукові принципи (власне, за твердженнями самого вченого, тут відбувся так званий перехід «від елементарних методів теорії ймовірностей до методів теорії випадкових функцій»):

а) зовнішні впливи на будь-яку будівельну конструкцію та її поведінку в процесі експлуатації є випадковими процесами, які протікають й змінюються в часі;

б) надійність ототожнюється із ймовірністю знаходження параметрів конструкції в деякій допустимій області, викид параметрів з цієї області трактується як відмова;

в) відмова конструкції являється наслідком поступового накопичення пошкоджень.

Початком періоду бурхливого розвитку теорії надійності будівельних конструкцій (насамперед – залізобетонних) в країнах Європи та Північної Америки можна вважати роботу К.А. Корнелла 1969 року [118] (ним виведений так званий

«індекс безпеки», завдяки чому стало можливим визначення надійності конструкцій й при інших законах розподілу випадкових величин).

Варто також додати, що у 1982 році А.Р. Ржаніциним видано навчальний посібник з курсу будівельної механіки [80], в якому детально описується методика розрахунку надійності конструкцій будівель та споруд.

Достатньо цікавою для розрахунку надійності є робота М. Голіцкі [128], в якій продемонстровано, що альтернативні комбінації впливів на споруду (на відміну від базових) при перевірці граничних станів можуть призвести до достатньо великих коливань у зміні рівня надійності всієї споруди в залежності від співвідношення цих впливів у загальне навантаження.

Подальший розвиток теорії надійності пов'язаний з працями таких західних вчених як Г. Аугусти [2], Е. Баслер [114], Д. Вел [157], О. Дітлевсен й Х. Медсен [119], Е. Енг [111], А.П. Кудзіс [45], П. Тофт-Крістенсен і М. Бейкер [155], Ф. Фрейденталь [127], Г. Шпете [107]. Найбільш сучасні їх послідовники – Ф. Дюпрат [120], С. Зхенг [161], С.Дж. Квон [136], Х. Лоу [139], Ю. Тенг [154], М. Фебер [123, 124], праці яких стосуються забезпечення надійності невідсилених залізобетонних балкових конструкцій, мостових великопролітних конструкцій, плит, колон, збірних конструкцій, плоских рам і просторових каркасів, а також сейсмічної надійності, надійності конструкцій, що перебувають під впливом агресивних середовищ, будівель й споруд в цілому.

В незалежній Україні багато наукових робіт присвячено проблемам оцінки надійності сталевих і сталезалізобетонних конструкцій (полтавська «школа» проф. С.Ф. Пічугіна [61, 69–74]) та загальним принципам і проблемам розвитку теорії надійності («школа» проф. А.І. Лантуха-Ляценка [49, 50]). Зокрема, в монографії [71] викладено нові підходи до оцінки надійності нових сталевих конструкцій, а в роботі [69] запропоновано характеристику вразливості конструктивного елемента, а також проаналізовано живучість будівельних конструкцій. Р.І. Кінаш, у свою чергу, пропонує методику оцінювання надійності залізобетонних ферм за умов неповної інформації про їх роботу [38].

Крім того, в області досліджень та оцінки надійності конструкцій будівель та споруд різного призначення варто відзначити праці українських науковців Є.А. Бакуліна [4], С.А. Гудзя [28], А.Д. Єсипенко [36], О.Є. Зими [37], Є.В. Клименка [40, 41], Г.Х. Масюка [55], А.В. Махінька [56, 57], І.О. Пархоменко [65], В.А. Пашинського [66, 67], А.В. Перельмутера [68–70], В.Г. Пошивача [75, 76], М.В. Савицького [84, 85], О.В. Семка [61, 87–91], С.Б. Усаковського [98–100] та Т.Ю. Шевченка [106].

Проте, поруч із прогресивними рішеннями розробленими у всіх вищенаведених роботах, проблема оцінки надійності конструкцій, підсилених при дії навантаження, залишалася відкритою.

1.4. Ймовірнісний підхід до розрахунку будівельних конструкцій. Аналіз основних методів оцінки надійності будівельних конструкцій

Ймовірнісні методи розрахунку будівельних конструкцій базуються на методиці математичної теорії надійності [78, 81, 119]. Згідно концепції теорії надійності розрахунок будівельних конструкцій слід вести у вигляді функції безпеки, в яку можна включити такі стохастичні параметри як міцність окремих матеріалів, діючі навантаження, геометричні розміри, накопичення пошкоджень і т.п. Ця функція безпеки встановлює гарантовану ймовірність безвідмовної роботи конструкції протягом заданого періоду часу [46].

Область безпечного використання конструкції визначається шляхом нормування ймовірності її руйнування. В практиці нормування застосовуються два основних підходи [46]:

- 1) визначення індексів надійності (reliability indexes);
- 2) визначення допустимого рівня ризику (admissible level of risk).

Відмінність цих двох підходів, згідно з [46], полягає в тому, що в першому випадку нормується ймовірність відмови, а в другому – добуток ймовірності відмови на кількісну характеристику наслідків. Основним недоліком цих двох підходів автор виділяє той, що в них відсутній єдиний об'єктивний критерій

незруйновності конструкції, що обумовлено припущеннями про стохастичні закони розподілу параметрів міцності і навантаження.

Зазначимо, що для нашої роботи в подальшому будемо використовувати перший підхід.

Головним завданням і метою абсолютно всіх вчених в області дослідження надійності конструкцій будівель та споруд було і залишається розвиток та вдосконалення принципів її оптимальної оцінки у функції часу, за рахунок визначання різноманітними засобами й методами показника ймовірності безвідмовної роботи.

В процесі розвитку теорії надійності будівель та споруд, станом на даний час, існує достатньо багато методів визначення ймовірності безвідмовної роботи залізобетонних конструкцій, які дозволяють визначати межі її області для випадкових змінних, що розподілені не по нормальному закону (на відміну від вищезгаданого в п. 1.3 «методу двох моментів»). Серед цих методів виділимо основні, найбільш поширені у практиці розрахунку, які у своїй монографії [78] сформулював В.Д. Райзер.

1. *Метод «гарячих точок».* Тут місцева наближена апроксимація розподілу вихідних величин здійснюється в так званій «гарячій точці» – точці підгонки. Ця апроксимація має виконуватися на межі області відмови в точці з максимальною щільністю розподілу всіх вихідних величин, так як в околицях даної точки зосереджені найбільш ймовірні їх сполучення.

В даному випадку розглядається наступний алгоритм знаходження ймовірності безвідмовної роботи конструкції.

Нехай x_1, x_2, \dots, x_n – вихідні випадкові величини з відомими інтегральними $F_{x,i}$ і диференціальними $f_{x,i}$ функціями розподілення. Межа області безвідмовної роботи тут задана наступним рівнянням:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0. \quad (1.3)$$

На першій ітерації (на межі області $g = 0$) довільно обирається згадана вище точка підгонки (x_1, x_2, \dots, x_n) . Після визначення її координат та перевірки умови

безвідмовної роботи, обчислюється ймовірність безвідмовної роботи. Ітерації тут необхідно виконувати до того часу, поки обрана в черговий раз точка підгонки не виявиться «гарячою точкою».

Перевагою даного методу є його універсальність і простота алгоритму. Недолік методу полягає в тому, що функція g , що визначає область відмови, повинна бути всюди диференційною. Також можна відзначити певну складність в оцінці точності розрахунку.

2. *Метод статистичних випробувань.* Для оцінки ймовірності відмови в даному випадку виконується достатньо велике число статистичних випробувань по схемі Бернуллі (на кожному випробуванні утворюються випадкові реалізації усіх вихідних випадкових величин). Частота появи відмови v тут розглядається як оцінка її ймовірності P_f :

$$v = k/m \approx P_f, \quad (1.4)$$

де k – число відмов; m – загальне число випробувань.

Метод є надзвичайно простий і універсальний, проте він потребує обов'язкового аналізу наближення оцінки v до шуканої ймовірності P_f , яка, в свою чергу, залежить від числа випробувань m .

Найбільш поширені методи такого аналізу базуються на таких граничних теоремах:

а) Бернуллі, яка стверджує, що при $m \rightarrow \infty, v \rightarrow P_f$, а також має асимптотично нормальне розподілення;

б) Хінчіна, яка стверджує, що середні частоти v при $m \rightarrow \infty$ прагнуть до її математичного сподівання;

в) Ліндсберга-Леві, яка стверджує, що середні значення частоти v мають асимптотично нормальне розподілення.

Детальний алгоритм визначення частоти відмов і побудови гістограми функції резерву міцності наведений у вже згаданій монографії В.Д. Райзера [78].

Загалом, метод статистичних випробувань з достатньою точністю дозволяє визначити ймовірність відмови залізобетонних конструкцій.

Перевагою даного методу є його простота і універсальність. Недоліком ж є те, що при оцінці малих ймовірностей P_f із задовільною достовірністю може знадобитися значне число випробувань.

3. *Метод Монте-Карло* та його різноманітні модифікації. Є найбільш ефективним і широко застосовуваним (дає менший розкид оцінки ймовірності відмови роботи конструкції в порівнянні з попередніми методами), проте, й найбільш складним, методом статистичного моделювання. Він заснований на одержанні великої кількості реалізацій стохастичного (випадкового) процесу, який формується у такий спосіб, щоб його ймовірнісні характеристики збігалися з аналогічними величинами задачі, яку потрібно розв'язати. Яскравий та наочний приклад використання методу Монте-Карло для оцінки надійності конструкцій – робота Р. Мельчерса і М. Ахаммеда [142].

В даному випадку інтеграл P_f можна записати наступним чином:

$$\bar{P}_f \approx \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m F_R Q_i, \quad (1.5)$$

де m – число випробувань.

На кожному випробуванні по щільності ймовірностей величини Q моделюється її реалізація Q_i й визначається значення функції розподілення величини R при аргументі Q . Потім визначається середнє з цих значень по усім проведеним випробуванням.

Перевагою даного методу є його простота і підвищена ефективність в порівнянні з методом оцінки ймовірності по частоті (менша потреба в часі на автоматизований розрахунок).

Недоліком методу є те, що в багатомірному випадку одна із функцій розподілення величин R і Q повинна бути наперед задана. Крім того, аналіз точності і достовірності результату тут необхідно виконувати з використанням асимптотичних розподілень отриманої оцінки, а не шуканої ймовірності як у

попередньому методі. Для цього використовуються більш складні і менш ефективні відомі процедури.

Відомо також декілька модифікацій методу Монте-Карло, в яких ефективність методу зростає за рахунок зменшення дисперсії оцінки.

Згідно з п. В.2 ДБН В.1.2-14-2009 [29] основним показником надійності конструкції є ймовірність її відмови $P_f(T_{ef})$, тобто ймовірність того, що за визначений період часу виникне відмова заданого виду

$$P_f(T_{ef}) = Prob\{g(\tilde{x}_i, \dots, \tilde{x}_n) < 0/T_{ef}\}, \quad (1.6)$$

де символ $Prob\{A/T\}$ визначає ймовірність реалізації події A протягом періоду часу T ; T_{ef} – термін експлуатації будівлі чи споруди; $g(\tilde{x}_i, \dots, \tilde{x}_n)$ – функція роботоздатності (ефективності) будівлі чи споруди; $\tilde{x}_i, \dots, \tilde{x}_n$ – параметри, які характеризують випадкові значення впливів, міцнісних і геометричних характеристик, часу та інших факторів.

В загальному випадку роботоздатність можна визначити як

$$g = R - E, \quad (1.7)$$

де R – опір елемента; E – результат впливів.

Безвідмовність згідно з п. В.2 [29] можна також охарактеризувати за допомогою дальності відмови β (індексом надійності – [156, 158]), яка наближено пов'язана з ймовірністю P_f співвідношенням

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - P_f), \quad (1.8)$$

де $\Phi(z)$ – функція нормованого розподілу ймовірностей роботоздатності g .

При використанні в розрахунках нормального розподілу ймовірностей функції $g(\tilde{x}_i, \dots, \tilde{x}_n)$ значення β набуває наступного вигляду:

$$\beta = \mu_g / \sigma_g, \quad (1.9)$$

де μ_g – середнє значення g ; σ_g – стандартне відхилення.

Для інших розподілів функції $g(\tilde{x}_i, \dots, \tilde{x}_n)$ індекс β є тільки умовною мірою надійності [29].

У свою чергу, для розрахунку та аналізу напруженого стану залізобетонних конструкцій в Україні використовується ПК «ЛІРА-САПР» – багатофункціональний програмний комплекс, в основу якого покладено метод кінцевих елементів (МКЕ) [86]. Даний ПК дозволяє здійснювати розрахунки будівельних конструкцій будь-якої конфігурації, враховуючи при цьому фізичну нелінійність матеріалів (із використанням їх реальних фізико-механічних характеристик) [152, 153], а також моделювати покрокове завантаження досліджуваних конструкцій. Розробкою займаються такі вчені як А.С. Городецький [24–26], В.С. Шмуклер [25] та інші.

Версію ПК «МІРАЖ–2015» буде використано для аналізу майбутніх теоретичних досліджень.

1.5. Стан питання та особливості оцінки показників фактичної надійності підсилених залізобетонних конструкцій, що знаходяться в експлуатації

Дослідженням оцінки надійності підсилених залізобетонних конструкцій активно розпочали займатися з початку ХХІ століття, насамперед беручи до уваги ефективність самих методів підсилення, а також збільшення обсягів робіт з відновлення та реконструкції несучих елементів будівель та споруд по всьому світу. Серед вчених, які займаються питанням дослідження надійності залізобетонних конструкцій, підсилених при дії навантаження, відзначимо імена С.Г. Альсаєда [110], Х.А. Барроса [138], Б.Р. Еллінгвуда [158], Дж.Р. Касас [156] та інших.

Науковець з університету Короля Сауда (Ер-Ріяд, Саудівська Аравія) С.Г. Альсаєд у своїй роботі [110] запропонував дослідження впливу закріплених ззовні вуглепластикових (CFRP) стрічок підсилення на надійність залізобетонних балок з недостатньою міцністю на зсув за проектного навантаження. Для встановлення цього питання було випробувано шість залізобетонних балок прольотом 2,0 м (дві з них були без додаткового підсилення, чотири – з додатковим підсиленням за допомогою CFRP-стрічок шириною 50 мм в зонах максимальних зсувних зусиль). Аналіз надійності, за спрощеним ймовірнісним алгоритмом

базованим на методі Монте-Карло, тут був проведений для діапазону номінальних навантажень – від експлуатаційного до граничного.

Параметри, що враховувалися, були наступні: ефект орієнтації стрічок, вплив ширини стрічки та інтервалу між ними. Отримані результати продемонстрували, що за робочого навантаження 60% і менше від руйнівного, балка буде достатньо надійною для всіх значень орієнтації CFRP-стрічок в діапазоні $30...60^\circ$ до поздовжньої осі балки. В свою чергу, коли прикладене навантаження складало 70% й більше від руйнівного – бажана надійність досягалася лише за умови зміни ширини стрічок чи їх кроку (збільшення інтервалу між стрічками від 100 до 150 мм – відповідно з результатами випробувань), або ж одночасно й одного, й іншого.

Варто також додати, що номінальна міцність на зсув залізобетонних балок, підсилених за допомогою вуглепластикових стрічок, тут була отримана за допомогою рівнянь, запропонованих в нормах ACI 440.2R-02 [109].

Загалом, роботу С.Г. Альсаєда [110] можна вважати надзвичайно актуальною й наочною в отриманих результатах, крім того, вона є однією з найповніших стосовно опису підходу до оцінки надійності саме підсилених залізобетонних конструкцій, однак, після її детального аналізу, можна зробити наступні висновки й виокремити такі недоліки:

а) використаний тип підсилення немає єдиного підходу до розрахунку (на сьогодні українські норми проектування підсилень з FRP-систем відсутні);

б) оцінку надійності виконували на основі розрахунку міцнісних параметрів, отриманих згідно американських норм проектування ACI (необхідна адаптація до вітчизняних норм);

в) як показує практика проведення робіт із реконструкції, найбільш поширені аварійні ситуації в залізобетонних балкових конструкціях, здебільшого, виникають через перевищення проектних максимальних згинальних зусиль, а не зсувних (переважно забезпечені з великими запасами).

Цікавою, з точки зору встановлення оцінки надійності підсилених залізобетонних конструкцій, є робота Х.А. Барроса [138] – доцента з університету

Мінью (Азурем, Португалія). Основною перевагою цієї роботи над попередньою є та, що аналіз надійності в ній був проведений відповідно до експериментальних результатів міцності на зсув більш ніж для 250 залізобетонних балок, підсилених при дії навантаження закріпленням зовнішніх FRP-систем. Для оцінки надійності автором було використано: різноманітні перерізи балок – прямокутні, таврові, двотаврові; широкий діапазон параметрів підсилення – орієнтація FRP-стрічок, їх крок, ширина тощо; найбільш поширені типи підсилення FRP-стрічками, залежно від виду перерізу балок.

В даному випадку найкраща збіжність отриманих коефіцієнтів безпеки була досягнута відповідно до положень європейських норм проектування CNR-DT200 [117], гірша – відповідно до положень вже згаданих вище норм ACI 440.2R-02 [109]. Проте, згідно аналізу результатів показників надійності таких підсилених конструкцій, великий розкид коефіцієнтів безпеки (від 43 до 57 % – для суміжних значень відповідно до двох норм проектування) не може забезпечити чіткого й єдиного критерію розуміння впливу на загальну надійність, власне, самого підсилення FRP-системами. Крім того, ще одним недоліком цієї роботи можна вважати той, що в ній повним чином не досліджено і не враховано такого явища як значний вплив поперечної арматури залізобетонної балки (що було б тут надзвичайно актуальною задачею), який великим чином компенсує внесок зовнішнього підсилення при встановленні об'єктивної оцінки надійності в даному дослідженні – характеристики (коефіцієнта) безпеки.

Досконалішою за попередні роботи, з точки зору врахування спільної роботи елементів підсиленої залізобетонної конструкції і підходу до оцінки її надійності, є робота Б.Р. Еллінгвуда та А.-Х. Цюрейка [158] – професорів з Технологічного Інституту Джорджії (Атланта, США). Ці вчені запропонували методику оцінки надійності згинаних залізобетонних елементів, підсилених зовнішнім закріпленням FRP композитів. Найважливішою перевагою цієї методики є та, що застосована вона до підсилених залізобетонних елементів, які мають недостатню міцність на згин (дослідження стосувалось міцності нормальних перетинів, а не похилих – на відміну від розглянутих вище наукових праць [110, 138]). Даний фактор надає роботі

Б.Р. Еллінгвуда та А.-Х. Цюрейка виключної актуальності для реальних умов реконструкції згинаних залізобетонних елементів. Більше того, для встановлення оцінки надійності підсилених конструкцій, науковці у своїх дослідженнях використали не тільки залізобетонні балки, як згинані елементи, а й плити.

Публікація професорів Б.Р. Еллінгвуда та А.-Х. Цюрейка [158] наочно продемонструвала можливість розроблення методики визначення оцінки надійності згинаних залізобетонних елементів, підсилених при дії навантаження FRP-пластинами, на основі досягнення граничного стану відповідно до американських норм проектування АСІ 318-05 [108]. В свою чергу, закріплені при дії навантаження до нижніх граней згинаних залізобетонних елементів (великопролітних балок та плит) FRP-пластини включаються в роботу конструкції на певному етапі та збільшують її міцність та деформативність.

Аналіз надійності тут запропоновано проводити на основі методики встановлення відповідної оцінки надійності для таких підсилених залізобетонних елементів за їх наступних можливих відмов: текучості поздовжньої робочої арматури, роздроблення стиснутої зони бетону або ж порушенні зчеплення вуглепластикової пластини.

Іншими словами, згідно з [158], граничний стан $g(X) = 0$, визначений відповідно до норм АСІ 318-05 [108], може бути записаний у вигляді:

$$M < M_u, \quad (1.10)$$

де M – згинальний момент, визначений за нормами [108]; M_u – граничний згинальний момент від прикладеного постійного і змінного навантаження.

Алгоритм визначення оцінки надійності підсиленого залізобетонного елемента детально описаний для однієї з балок досліджуваної серії (решта випадків, згідно з [158], обробляється аналогічним чином – у роботі представлено резюме з усіма результатами).

Припустивши, що через зміну експлуатаційного використання конструкції номінальне змінне навантаження збільшиться на 50%, до нижньої грані залізобетонної балки (армованої згідно американських норм AISC 360-05 [112])

були додані FRP-пластини підсилення, щоб забезпечити додаткову несучу здатність. Необхідна несуча здатність при згині була забезпечена склеюванням двох армуючих шарів FRP-пластин до нижньої грані залізобетонної балки. Власне, аналіз надійності, що проводився згідно ймовірнісного методу Монте-Карло як для непідсилених, так і для підсилених FRP-пластинами елементів, базувався на статистичних даних (які відображали стохастичні параметри моделювання матеріалів) попередніх досліджень, що стосувалися визначення ймовірностей відмов конструкцій (Галамбоса у 1982 та МакГрегора у 1996 році). Надійність підсилених конструкцій (як балок, так і плит), в першу чергу, залежала від якості встановлення FRP-пластин та виражалася через наступний критерій – показник надійності для згинаних елементів β (ще одна назва – індекс надійності).

Загалом, роботу Б.Р. Еллінгвуда та А.-Х. Цюрейка [158] можна назвати фундаментальною у сфері дослідження надійності згинаних залізобетонних елементів, підсилених при дії навантаження за допомогою FRP-пластин, оскільки вона дає чітку методику визначення критерію оцінки надійності таких елементів – індексу надійності β , а отримані у ній результати можуть стати відправною точкою зростання інтересу науковців щодо питань підходів до оцінки надійності залізобетонних елементів, підсилених FRP-композитами. Єдиним ж її недоліком можна назвати той, що вона адаптована до американських норм проектування.

Дж.Р. Касас [156] із Технічного Університету Каталонії (Барселона, Іспанія) запропонувала методику знаходження розрахункових коефіцієнтів (факторів) безпеки згинаних елементів залізобетонних мостів, підсилених CFRP-стрічками, для аналізу їх надійності (дана методика була застосована до конструкцій семи існуючих залізобетонних мостів із недостатньою міцністю на згин). Згідно з отриманими результатами, якщо глобальний коефіцієнт (фактор) безпеки такої підсиленої конструкції дорівнює 0,85 – він відповідає рівню безпеки з індексом надійності $\beta = 3,5$. За таких умов, відповідно до праці [156], запропонована модель розрахунку фактора безпеки є актуальною щодо згаданих вище досліджуваних згинаних елементів залізобетонних мостів, підсилених CFRP-стрічками. Також слід додати, що згідно проведених досліджень науковець встановила залежність –

значення коефіцієнта (фактора) безпеки строго пов'язане із прийнятою моделлю прогнозованого порушення зчеплення елементів конструкції. Недолік роботи [156] – можливість застосування лише для великопролітних балкових конструкцій.

В.М. Кербхері в своїй роботі [131] використав два найбільш поширені прогностичні підходи (статистичні методи прогнозування) для отримання оцінок надійності щодо довготривалого погіршення цілого ряду характеристик матеріалу підсилення (в даному випадку – зволжених вуглецю або епоксидної смоли), які потім порівнюються з експериментальними даними, отриманими протягом періоду трьохрічного впливу. Отримані прогнози надійності порівнювались з коефіцієнтами (факторами) безпеки, запропонованими в нормах проектування АСІ 440.2R-02 [109]. Недоліком праці [131] можна назвати той, що підхід до прогнозування надійності (описаний тут двома статистичними методами) можна застосувати лише для конструкції самого підсилення.

В Україні ж найбільш близькою за тематикою досліджень, що стосуються оцінки надійності підсилених залізобетонних елементів, є робота [94] науковців Луцького НТУ П.О. Сунака, А.В. Шостака, С.В. Синього та О.П. Сунака. Їх публікація описує методикау визначення надійності підсилених шаром сталевібробетону залізобетонних елементів при реконструкції будівель і споруд. Були отримані залежності для детермінованого розрахунку міцності нормальних перетинів балки комплексного перерізу та виконаний розрахунок балки на надійність (оцінка надійності тут була проведена методом статистичної лінеаризації). Крім того, у роботі [94] фігурує формула для визначення характеристики безпеки β_s , наведена також у посібнику А.Р. Ржаніцина [80]:

$$\beta_s = \frac{\bar{M}_u - \bar{M}}{\sqrt{\hat{M}_u + \hat{M}}} \quad (1.11)$$

де \bar{M}, \hat{M} – середнє значення та дисперсія згинального моменту, що діє в поперечному перерізі елемента від зовнішнього навантаження; \bar{M}_u, \hat{M}_u – середнє значення та дисперсія несучої здатності елемента.

В загальному, публікація науковців [94] Луцького НТУ є актуальною, через описаний надійнісний підхід до розрахунку підсиленого згинаючого елемента (враховує випадковий характер введених у розрахунок величин). Недоліком ж можна назвати малопоширений в Україні тип підсилення залізобетонних конструкцій (сталевібробетон), а також не врахування в теорії розрахунку навантаження, яке практично завжди наявне під час підсилення.

Також дуже цікавою є робота О.П. Воскобійник [22] із Полтавського НТУ ім. Ю. Кондратюка, в якій цілий розділ присвячено дослідженню проектного й фактичного рівня безвідмовності різних типів сталезалізобетонних конструкцій (СЗБК) на всіх етапах їх життєвого циклу. Зокрема, тут була розроблена і наведена методика визначення ймовірності відмови й забезпеченості розрахункового опору СЗБК, що утворюються при підсиленні залізобетонних згинальних елементів із різним ступенем пошкоджень за допомогою жорсткої сталевий арматури.

Значний прогрес у сфері розроблення методів визначення оцінки надійності підсиленних будівельних конструкцій, який відбувся у ХХІ столітті, зумовлений, насамперед, загальним розвитком теорії надійності будівель і споруд та активним розвитком і впровадженням сучасних матеріалів та систем для підсилення несучих конструкцій будівель та споруд. Дослідження окремих питань щодо оцінки надійності підсиленних залізобетонних конструкцій наведені в наукових працях таких вчених як Р. Аль-Махаїді [146], Дж. Веселек [160], Е.М. Окейл [144], Н. Плевріс [147] та Е. Фер'єр [126].

1.6. Висновки до розділу

На підставі аналізу існуючої літератури по тематиці досліджень, а також наявних методів та підходів до оцінки надійності непідсиленних й підсиленних згинаних залізобетонних елементів, що знаходяться в експлуатації, можна сформулювати наступні висновки:

1. На сьогоднішній день найбільш ефективними методами підсилення згинаних залізобетонних елементів є нарощування бетону в стиснутій зоні або додаткового армування в розтягнутій. Наведені вище методи в подальшому будуть використані

при розрахунку надійності теоретичних моделей балок, підсилених при дії навантаження.

2. Розрахунок будівельних конструкцій (в тому числі й підсилених) як систем, що містять стохастичні параметри, рекомендовано вести в ймовірнісній постановці, оскільки в такому випадку виникає можливість встановлювати гарантований рівень їх надійності на стадії проектування.

3. Майже всі проведені дослідження надійності стосуються нових проектних конструкцій. Більше того, в національних нормах, які регулюють принципи забезпечення надійності конструкцій не розроблено підходу до оцінки надійності конструктивних елементів, які знаходяться в експлуатації та потребують підсилення.

4. Станом на даний час практично відсутні дослідження надійності залізобетонних балок, підсилених при дії навантаження, а також не розроблено єдиної об'єктивної методики оцінки надійності таких конструкцій. Це можна пояснити значним рівнем суб'єктивності при підході до закладання проектних стохастичних параметрів резерву несучої здатності, а також їх значними статистичними розкидами, що, в свою чергу, обумовлює відсутність достатньої нормативної бази з розрахунку надійності.

5. Порівняння різних методів підсилення, використаних при розрахунку надійності теоретичних моделей балок, в сукупності з оперуванням різними рівнями навантаження в момент підсилення, дасть можливість максимально точно оцінити їх ефективність за тих чи інших умов роботи конструкції (в розрізі забезпечення її безвідмовності).

6. Питання розробки та апробування методик оцінки надійності залізобетонних елементів (в тому числі й підсилених при дії навантаження – моделювання фактичних умов роботи при їх реконструкції) на основі розрахункової моделі нормального перерізу згідно з новими національними нормами проектування залізобетонних конструкцій нині набуває все більшої актуальності.

РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА ПРИНЦИПОВИХ МЕТОДИК ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК, ПІДСИЛЕНИХ ПРИ ДІЇ НАВАНТАЖЕННЯ

2.1. Постановка мети і задач теоретичного дослідження

Аналіз існуючої літератури по тематиці досліджень, а також наявних методів та підходів до оцінки надійності непідсилених й підсилених згинаних залізобетонних елементів показав, що на даний час не розроблено єдиної об'єктивної методики оцінки надійності залізобетонних згинаних елементів, підсилених при дії навантаження. На основі цього були поставлені наступні *мета і задачі теоретичного дослідження*.

Мета роботи – розробити та запропонувати принципові методики оцінки надійності непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження, які б відображали реальні умови експлуатації досліджуваних конструкцій. Принципова особливість методик – пропозиція врахування як стохастичного параметру рівня навантаження балок в момент підсилення, що дасть можливість максимально точно моделювати фактичний вплив усіх випадкових параметрів на резерв несучої здатності.

Досягнення поставленої мети передбачає реалізацію наступних *основних задач дослідження*:

– розробити принципові методики оцінки надійності (в частині безвідмовності) непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження, використовуючи при цьому дві моделі розрахункового перерізу підсилених балок: силову модель згідно з інженерною методикою [92] та деформаційну модель згідно з чинними нормами проектування [30];

– для перевірки придатності запропонованих методик провести їх апробування на реальних залізобетонних балках, підсилених при дії навантаження різними схемами, і здійснити аналіз отриманих показників надійності – індексу надійності β та ймовірності безвідмовної роботи $P(\beta)$;

– оцінити рівень впливу стохастичної складової прийнятих в розрахунок параметрів резерву несучої здатності балок після підсилення, а також ефективність

того чи іншого методу підсилення з точки зору забезпечення надійності конструкцій;

– розробити в програмному комплексі «МІРАЖ–2015» 3D кінцево-елементну модель підсилених балок та провести порівняльний аналіз отриманих результатів розрахунку величин граничних згинальних моментів з відповідними результатами, отриманими при розрахунку за нормами проектування [30, 92];

– встановити значення часткових коефіцієнтів надійності ξ для розглянутих типів підсилених балок, надати практичні рекомендації щодо вибору найбільш раціональної методики оцінки надійності (в залежності від прийнятої моделі розрахункового перерізу конструкції) та забезпечення безвідмовності балок після підсилення.

2.2. Передумови проведення теоретичного дослідження надійності балок після підсилення

Переважає більшість стохастичних параметрів резерву несучої здатності залізобетонних конструкцій описується нормальним законом їх розподілу (розподілом Гауса) [54, 77, 80]. До таких стохастичних параметрів можна віднести міцність та деформативність матеріалів, геометричні розміри перерізів, а також, в окремих випадках, частину діючих навантажень (постійні, кранові і т.п.) [77–81].

Нормальний закон розподілу (який найчастіше зустрічається в практиці проектування для опису розподілів випадкових величин) відіграє дуже важливу роль в теорії ймовірностей і займає серед інших законів розподілу особливе місце. Головною особливістю цього закону, яка виділяє його серед інших, є та, що він є граничним законом, до якого наближаються всі інші закони розподілу. Суму достатньо великої кількості незалежних (або малозалежних) стохастичних величин, які підлягають будь-яким законам розподілу, наближено можна описати нормальним законом, і це виконується тим точніше, чим більша кількість стохастичних величин сумується [77].

Міцність та деформативність окремих матеріалів конструкцій, які визначаються експериментальним шляхом за стандартними методиками, мають значний розкид і,

відповідно, є випадковими параметрами (статистичний характер міцності та деформативності). Звідси випливає, що криві розподілу цих параметрів є асиметричними, а також обмеженими знизу нульовим значенням. Виходячи з цього, було наближено прийнято, що параметри міцності та деформативності матеріалів (бетону, сталеві і композитної арматури) розподілені згідно з нормальним законом. Крім того, як показали результати теоретичного дослідження (див. п. 3.2, розд. 3), введені в розрахунок надійності коефіцієнти, що описують діючий рівень навантаження при підсиленні – також підпорядковані нормальному закону їх розподілу. Зазначимо, що в чинних національних нормах проектування залізобетонних конструкцій [30] стохастична природа міцності згаданих вище матеріалів враховується за рахунок такого поняття як «характеристична міцність», з гарантованою 95 % забезпеченістю (довірчою ймовірністю).

На основі вищенаведеного, оцінку надійності проводили методом статистичної лінеаризації [77, 80]. На практиці дуже часто зустрічаються випадки, коли функція випадкових величин (в даному випадку – функція згинального моменту \tilde{M}_{ult}), яка досліджується, не є строго лінійною, проте майже не відрізняється від такої і при вирішенні задачі може наближено розглядатися як лінійна. Таке припущення має місце в тому випадку, коли випадкові зміни параметрів $\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_n$ є незначними (5...25%). Величина статистичної мінливості стохастичних параметрів будівельних конструкцій відповідає цим вимогам [77].

Для обчислення статистичних характеристик функції \tilde{M}_{ult} здійснюється її лінеаризація шляхом розкладу в ряд Тейлора в околиці центру розподілу випадкових аргументів (в точці їх математичного сподівання) [80, 94]. У більшості випадків для вирішення такої задачі не потрібно знати закони розподілу стохастичних параметрів, а можна обмежитися їх числовими характеристиками: математичними сподіваннями та дисперсіями [77].

Вихідні умови, обмеження та припущення до проведення теоретичного дослідження:

– розглядається прямокутний переріз, нормальний до поздовжньої осі балки з недостатньою міцністю на згин;

- досліджувані балки не мають пошкоджень на момент підсилення;
- контрольовані міцнісні, деформативні й геометричні параметри резерву несучої здатності, а також рівня навантаження балок в момент підсилення є випадкові змінні, підпорядковані нормальному закону розподілу і взаємозалежні;
- оскільки змінюваність навантаження на конструкцію є часто мала порівняно зі змінюваністю тих же міцнісних, деформативних чи геометричних характеристик – значення згинального моменту від зовнішнього навантаження приймається детермінованим.

2.3. Інструменти теоретичного дослідження. Методика розрахунку несучої здатності нормального перерізу непідсиленої балки згідно з національними нормами проектування [30]

Нині в Україні відбувається перехід від проектування залізобетонних конструкцій за нормами [92], базованих на силовій розрахунковій моделі, до проектування за нормами [30], базованих на деформаційній моделі розрахунку конструкцій. Виходячи з цього, нижче запропоновані принципові методики оцінки надійності, розроблені на основі обох цих моделей.

Крім того, для розробки методик було адаптовано до підсилених залізобетонних конструкцій існуючу методику оцінки надійності нових проектних конструкцій [71], розроблену під керівництвом проф. С.Ф. Пічугіна, а також використано загальновідомі тези теорії ймовірностей [21] та рекомендації застосування цих тез до будівельних конструкцій [54].

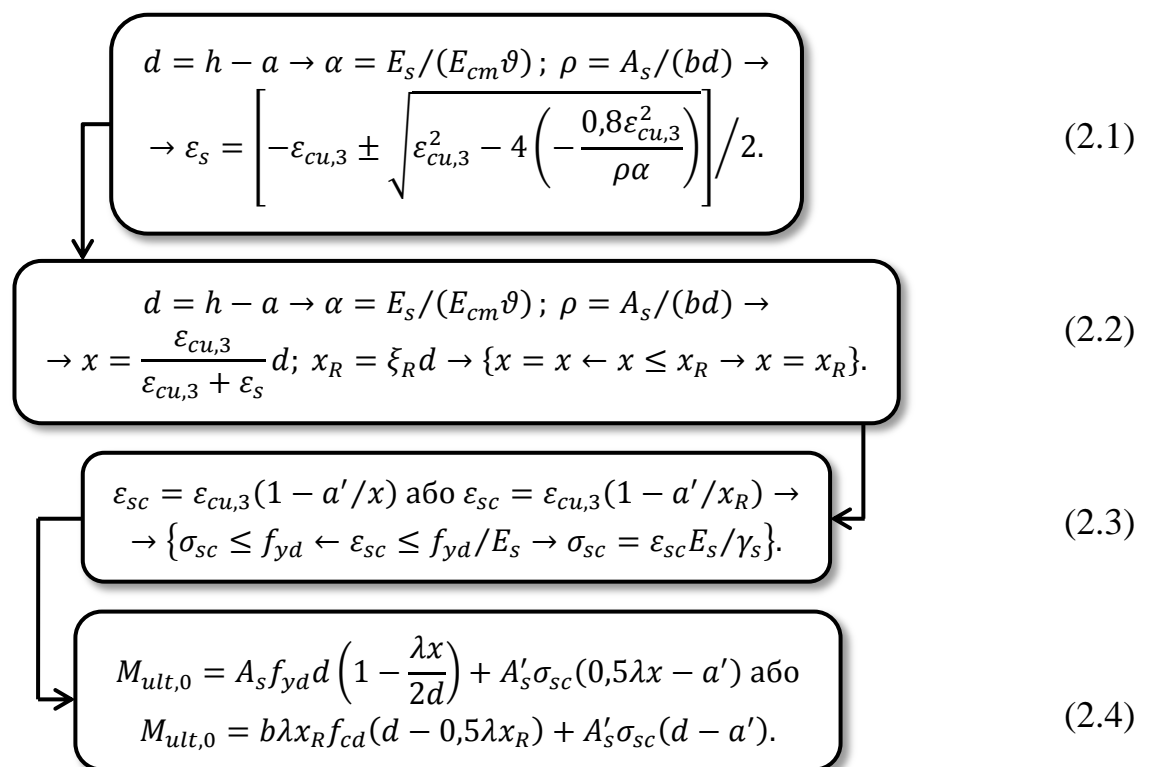
Розроблені методики дали можливість оперувати стохастичними міцнісними (бетон, арматурна сталь, вуглепластикова стрічка) й геометричними (розміри поперечного перерізу до і після підсилення) параметрами резерву несучої здатності, а також рівня навантаження (коефіцієнти використання додаткових перерізів стрижневої арматури, композитної стрічки та бетону обойми) балок в момент підсилення. Більше того, для моделей балок, підсилених при дії навантаження стрижневою та композитною арматурою, були також розроблені принципові методики оцінки надійності, базовані на оперуванні випадковими деформативними

параметрами – відповідно до моделі розрахунку нормального перерізу згідно з національними нормами проектування [30].

Блок-схема визначення несучої здатності нормального перерізу непідсиленої балки (див. п. 6.5.1, 6.5.3 [13]), адаптована до методики розрахунку за чинними нормами проектування [30, 32], приведена нижче в табл. 2.1.

Табл. 2.1.

Блок-схема розрахунку несучої здатності нормального перерізу непідсиленої балки з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні



2.4. Розробка принципів методик оцінки надійності балок, підсилені різними методами при дії навантаження, на основі силової розрахункової моделі перерізу [92]

2.4.1. Модель I. Балка без підсилення

Випадкове значення граничного згинального моменту, що сприймається непідсиленою балкою з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні (при виконанні умови $\xi \leq \xi_R$):

$$\tilde{M}_{ult,0} = f(\tilde{\sigma}_c, \tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_{sc}, \tilde{b}, \tilde{d}) = \tilde{\sigma}_c \tilde{b} x (\tilde{d} - 0,5\tilde{x}) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (\tilde{d} - a'), \quad (2.5)$$

де $\tilde{\sigma}_c$ – випадкове значення опору бетону на стиск для першої групи граничних станів; $\tilde{\sigma}_s$ – випадкове значення міцності нижньої робочої стрижневої арматури на розтяг; $\tilde{\sigma}_{sc}$ – випадкове значення міцності верхньої конструктивної стрижневої арматури на стиск; A_s – площа перерізу розтягнутої стрижневої арматури; A'_s – площа перерізу стиснутої стрижневої арматури; \tilde{d} – випадкове значення корисної висоти перерізу непідсиленої балки (див. рис. 2.1); a' – відстань від центру ваги стиснутої стрижневої арматури до верхньої грані поперечного перерізу (див. рис. 2.1); \tilde{x} – випадкове значення висоти стиснутої зони бетону, яке в даному випадку знайдемо за формулою:

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}}, \quad (2.6)$$

де \tilde{b} – випадкове значення ширини перерізу непідсиленої балки (див. рис. 2.1).

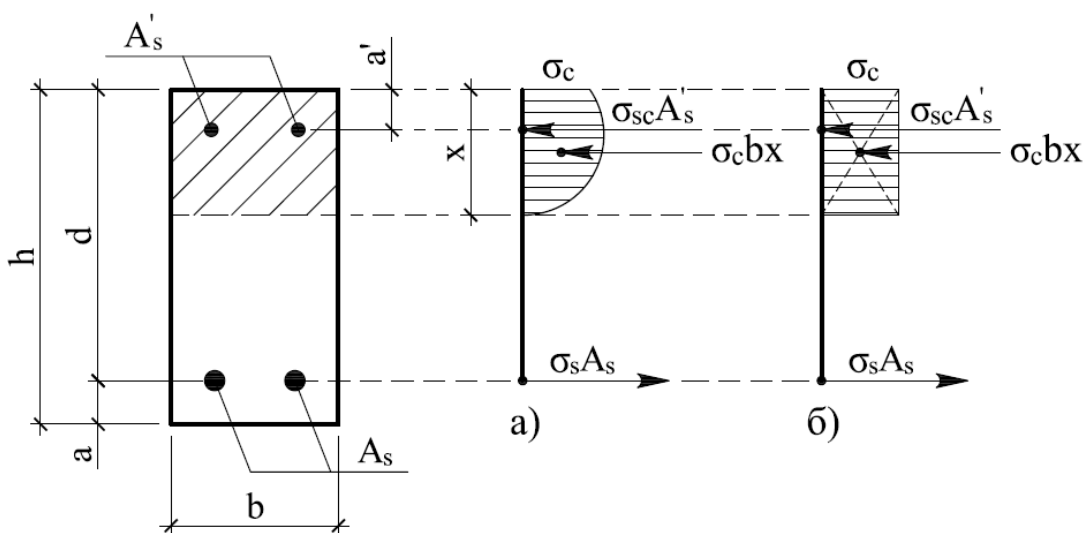


Рис. 2.1. Схема діючих зусиль. Епюра напружень в нормальному перерізі непідсиленої балки, при $\xi \leq \xi_R$: а) дійсна криволінійна; б) розрахункова.

Підставляємо вираз (2.6) для \tilde{x} в формулу (2.5) з подальшим спрощенням:

$$\begin{aligned}\tilde{M}_{ult,0} &= \tilde{\sigma}_c \tilde{b} \frac{\tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \left(\tilde{d} - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \right) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (\tilde{d} - a') = \\ &= \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{d} - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} (\tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s)^2 - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a'.\end{aligned}\quad (2.7)$$

Враховуючи загальну формулу (2.5), для математичного сподівання граничного згинального моменту отримуємо наступний вираз:

$$\bar{M}_{ult,0} = \bar{\sigma}_s A_s \bar{d} - \frac{0,5}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A'_s)^2 - \bar{\sigma}_{sc} A'_s a', \quad (2.8)$$

де $\bar{\sigma}_s$, $\bar{\sigma}_{sc}$, $\bar{\sigma}_c$, \bar{d} , \bar{b} – математичні сподівання міцності арматури на розтяг і стиск, опору бетону на стиск, а також корисної висоти та ширини перерізу відповідно.

Нижче запишемо коефіцієнти для визначення стандарту граничного згинального моменту невідсиленої балки $\hat{M}_{ult,0}$ – у вигляді часткових похідних функції $\bar{M}_{ult,0} = f(x_1, \dots, x_n)$ за змінними x_1, \dots, x_n .

Таким чином, для математичних сподівань параметрів міцності матеріалів $\bar{\sigma}_s$, $\bar{\sigma}_{sc}$, $\bar{\sigma}_c$ коефіцієнти D_{σ_s} , $D_{\sigma_{sc}}$, D_{σ_c} набувають наступного вигляду:

$$D_{\sigma_s} = \frac{\partial \bar{M}_{ult,0}}{\partial \bar{\sigma}_s}; \quad D_{\sigma_{sc}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult,0}}{\partial \bar{\sigma}_{sc}}; \quad D_{\sigma_c} = \frac{\partial \bar{M}_{ult,0}}{\partial \bar{\sigma}_c}. \quad (2.9)$$

У свою чергу, для математичних сподівань параметрів геометрії перерізу \bar{d} , \bar{b} коефіцієнти D_d , D_b будуть такі:

$$D_d = \frac{\partial \bar{M}_{ult,0}}{\partial \bar{d}}; \quad D_b = \frac{\partial \bar{M}_{ult,0}}{\partial \bar{b}}. \quad (2.10)$$

Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x – див. формули (Д.2.1), дод. 2. Числові ж значення коефіцієнтів отримуємо, підставивши в отримані вирази (Д.2.1) математичні сподівання випадкових аргументів.

Стандарт граничного згинального моменту тут визначається як

$$\hat{M}_{ult,0} = \sqrt{(D_{\sigma_c} \hat{\sigma}_c)^2 + (D_{\sigma_s} \hat{\sigma}_s)^2 + (D_{\sigma_{sc}} \hat{\sigma}_{sc})^2 + (D_b \hat{b})^2 + (D_d \hat{d})^2}, \quad (2.11)$$

де $\hat{\sigma}_c$, $\hat{\sigma}_s$, $\hat{\sigma}_{sc}$, \hat{b} , \hat{d} – стандарти змінних x_1, \dots, x_n .

Для оцінки надійності невідсиленої балки обчислюємо характеристику безпеки (індекс надійності – [156, 158]), яка в даному випадку має наступний вигляд:

$$\beta = \frac{\bar{M}_{ult,0} - M_{ult,0}}{\hat{M}_{ult,0}}, \quad (2.12)$$

де $M_{ult,0}$ – розрахункова несуча здатність нормального перерізу невідсиленої балки.

Таким чином, на основі отриманої вище характеристики безпеки, кількісну оцінку надійності невідсиленої балки (у вигляді показника ймовірності її відмови) встановлюємо за допомогою функції помилок (більш відомої як функції Лапласа) $f(\beta)$ [72]:

$$Q(\beta) = 0,5 - f(\beta). \quad (2.13)$$

У свою чергу, ймовірність безвідмовної роботи невідсиленої балки (або ж її надійність) визначається згідно з наступним виразом:

$$P(\beta) = 0,5 + f(\beta). \quad (2.14)$$

2.4.2. Модель II. Балка, підсилена додатковою сталевую стрижневою арматурою

Випадкове значення граничного згинального моменту, що сприймається балкою, підсиленою додатковою сталевую стрижневою арматурою, з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні (при збереженні умови $\xi \leq \xi_R$):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= f(\tilde{\sigma}_c, \tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_{s,add}, \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}, \tilde{\sigma}_{sc}, \tilde{b}, \tilde{d}_{red}) = \\ &= \tilde{\sigma}_c \tilde{b} \tilde{x} (\tilde{d}_{red} - 0,5 \tilde{x}) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (\tilde{d}_{red} - a'), \end{aligned} \quad (2.15)$$

де $\tilde{\sigma}_{s,add}$ – випадкове значення міцності на розтяг додаткової стрижневої арматури; \tilde{d}_{red} – випадкове значення приведеної корисної висоти перерізу підсиленої балки (див. рис. 2.2); \tilde{x} – випадкове значення висоти стиснутої зони бетону, яке в даному випадку знайдемо за формулою:

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}}, \quad (2.16)$$

де $A_{s,add}$ – площа перерізу додаткової розтягнутої стрижневої арматури; $\tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}$ – випадкове значення коефіцієнта використання перерізу додаткової розтягнутої стрижневої арматури, яке залежить від рівня навантаження на балку до підсилення.

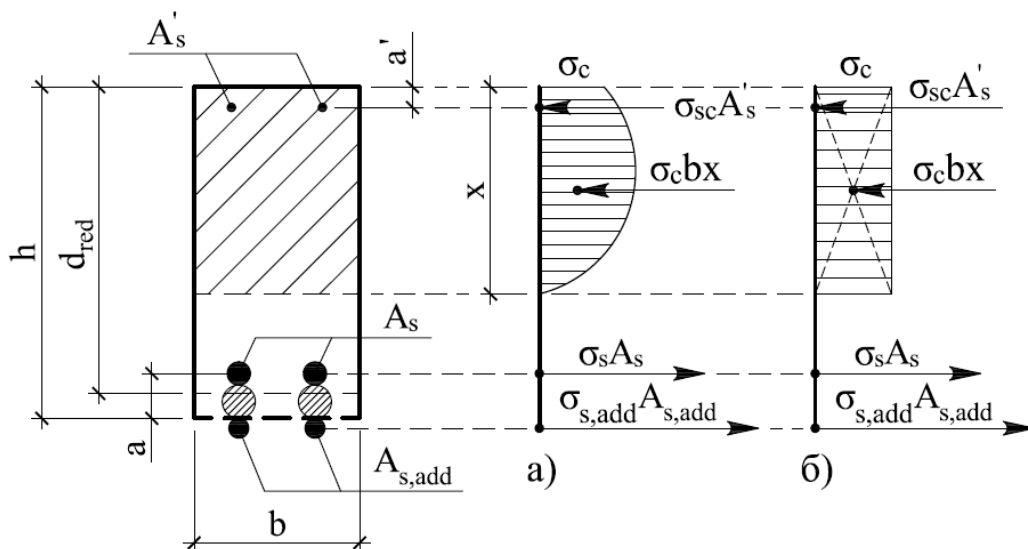


Рис. 2.2. Схема діючих зусиль. Епюра напружень в нормальному перерізі балки, підсиленої додатковою стрижневою арматурою, при $\xi \leq \xi_R$:

а) дійсна криволінійна; б) розрахункова.

Підставляємо вираз (2.16) для \tilde{x} в формулу (2.15) з подальшим спрощенням:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= \tilde{\sigma}_c \tilde{b} \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \times \\ &\times \left(\tilde{d}_{red} - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \right) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (\tilde{d}_{red} - a') = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{d}_{red} + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{d}_{red} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a' - \\
&- \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \left(\tilde{\sigma}_s^2 A_s^2 + \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{sc} A'_s \right) - \\
&- \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \left(\tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2} - \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{\sigma}_{sc} A'_s \right) + \\
&+ \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \left(\tilde{\sigma}_{sc} A'_s \tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \right) = \\
&= \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{d}_{red} + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{d}_{red} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a' - \\
&- \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \left(\tilde{\sigma}_s^2 A_s^2 + \tilde{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2} + \tilde{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \right) - \\
&- \frac{\tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{\sigma}_{sc} A'_s - \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} = \\
&= \left(\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \right) \tilde{d}_{red} - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \left(\tilde{\sigma}_s^2 A_s^2 + \tilde{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2} + \tilde{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \right) - \\
&- \frac{\tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s \left(\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \right)}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a'. \quad (2.17)
\end{aligned}$$

Математичне сподівання граничного згинального моменту одержимо, підставивши в отриманий вище спрощений вираз (2.17) математичні сподівання випадкових аргументів – аналогічно розробленому вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2).

Нижче запишемо коефіцієнти для визначення стандарту граничного згинального моменту підсиленої балки \hat{M}_{ult} – у вигляді часткових похідних функції $\bar{M}_{ult} = f(x_1, \dots, x_n)$ за змінними x_1, \dots, x_n .

Таким чином, для математичних сподівань параметрів міцності матеріалів $\bar{\sigma}_{s,add}$, $\bar{\sigma}_s$, $\bar{\sigma}_{sc}$, $\bar{\sigma}_c$ й рівня навантаження $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$ коефіцієнти $D_{\sigma_{s,add}}$, $D_{\gamma_{s,dis}^{add}}$, D_{σ_s} , $D_{\sigma_{sc}}$, D_{σ_c} набувають наступного вигляду:

$$D_{\sigma_{s,add}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_{s,add}}; \quad D_{\gamma_{s,dis}^{add}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}; \quad D_{\sigma_s} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_s}; \quad D_{\sigma_{sc}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_{sc}}; \quad D_{\sigma_c} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_c}. \quad (2.18)$$

У свою чергу, для математичних сподівань параметрів геометрії перерізу після підсилення \bar{d}_{red} , \bar{b} коефіцієнти $D_{d_{red}}$, D_b будуть такі:

$$D_{d_{red}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{d}_{red}}; D_b = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{b}}. \quad (2.19)$$

Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x – див. формули (Д.2.2), дод. 2. Числові ж значення коефіцієнтів отримаємо, підставивши в отримані вирази (Д.2.2) математичні сподівання випадкових аргументів.

Стандарт граничного згинального моменту тут визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_{\sigma_c} \hat{\sigma}_c)^2 + (D_{\sigma_s(tot)} \hat{\sigma}_s)^2 + (D_{\gamma_{s,dis}^{add}} \hat{\gamma}_{s,dis}^{add})^2 + (D_{\sigma_{sc}} \hat{\sigma}_{sc})^2 + (D_b \hat{b})^2 + (D_{d_{red}} \hat{d}_{red})^2}, \quad (2.20)$$

де коефіцієнт $D_{\sigma_s(tot)} = D_{\sigma_s} + D_{\sigma_{s,add}}$ (за умови, що $\hat{\sigma}_s = \hat{\sigma}_{s,add}$); $\hat{\sigma}_c$, $\hat{\sigma}_s$, $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$, $\hat{\sigma}_{sc}$, \hat{b} , \hat{d}_{red} – стандарти змінних x_1, \dots, x_n .

Для оцінки надійності підсиленої балки використовуємо формули (2.12...2.14), як для розробленого вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2), за винятком того, що M_{ult} тут – розрахункова несуча здатність нормального перерізу підсиленої балки.

2.4.3. Модель III. Балка, підсилена додатковою композитною арматурою

Випадкове значення граничного згинального моменту, що сприймається балкою, підсиленою додатковою композитною арматурою (вуглепластиковою стрічкою), з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні (при збереженні умови $\xi \leq \xi_R$):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= f(\tilde{\sigma}_c, \tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_f, \tilde{\gamma}_{f,dis}, \tilde{\sigma}_{sc}, \tilde{b}, \tilde{d}_{red}) = \\ &= \tilde{\sigma}_c \tilde{b} \tilde{\chi} (\tilde{d}_{red} - 0,5\tilde{\chi}) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (\tilde{d}_{red} - a'), \end{aligned} \quad (2.21)$$

де $\tilde{\sigma}_f$ – випадкове значення міцності на розтяг додаткової композитної арматури; \tilde{d}_{red} – випадкове значення приведеної корисної висоти перерізу підсиленої балки (див. рис. 2.3); \tilde{x} – випадкове значення висоти стиснутої зони бетону, яке в даному випадку знайдемо за формулою:

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}}, \quad (2.22)$$

де A_f – площа перерізу додаткової розтягнутої композитної арматури; $\tilde{\gamma}_{f,dis}$ – випадкове значення коефіцієнта використання перерізу додаткової розтягнутої композитної арматури, яке залежить від рівня навантаження на балку до підсилення.

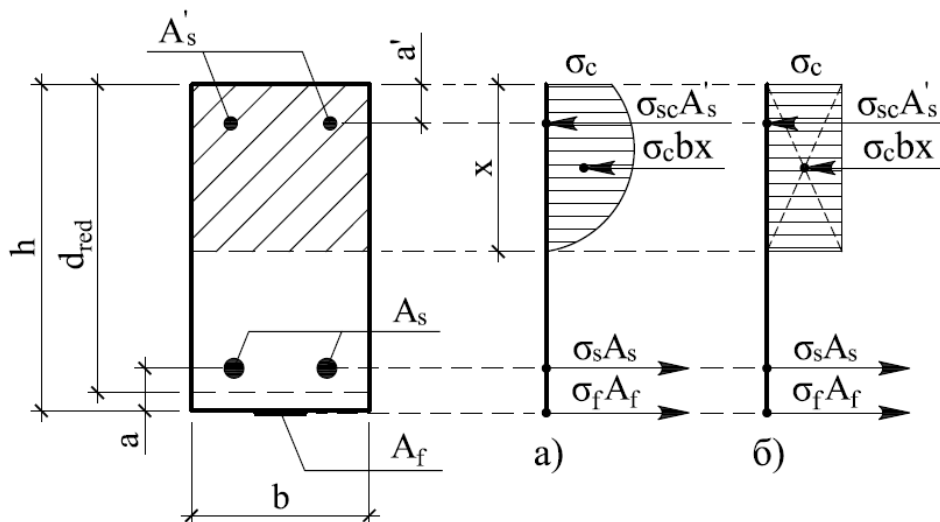


Рис. 2.3. Схема діючих зусиль. Епюра напружень в нормальному перерізі балки, підсиленої додатковою композитною арматурою, при $\xi \leq \xi_R$:

а) дійсна криволінійна; б) розрахункова.

Підставляємо вираз (2.22) для \tilde{x} в формулу (2.21) з подальшим спрощенням:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= \tilde{\sigma}_c \tilde{b} \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \left(\tilde{d}_{red} - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} \right) + \\ &+ \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (\tilde{d}_{red} - a') = \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{d}_{red} + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} \tilde{d}_{red} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a' - \\ &- \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} (\tilde{\sigma}_s^2 A_s^2 + \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} - \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{sc} A'_s) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} (\tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} \tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_f^2 A_f^2 \tilde{\gamma}_{f,dis}^2 - \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} \tilde{\sigma}_{sc} A'_s) + \\
& + \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} (\tilde{\sigma}_{sc} A'_s \tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} - \tilde{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2) = \\
= & \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{d}_{red} + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} \tilde{d}_{red} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a' - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} (\tilde{\sigma}_s^2 A_s^2 + \tilde{\sigma}_f^2 A_f^2 \tilde{\gamma}_{f,dis}^2 + \tilde{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2) - \\
& - \frac{\tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} \tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} \tilde{\sigma}_{sc} A'_s - \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} = \\
= & (\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis}) \tilde{d}_{red} - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} (\tilde{\sigma}_s^2 A_s^2 + \tilde{\sigma}_f^2 A_f^2 \tilde{\gamma}_{f,dis}^2 + \tilde{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2) - \\
& - \frac{\tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis})}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b}} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a'. \tag{2.23}
\end{aligned}$$

Математичне сподівання граничного згинального моменту одержимо, підставивши в отриманий вище спрощений вираз (2.23) математичні сподівання випадкових аргументів – аналогічно розробленому вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2).

Нижче запишемо коефіцієнти для визначення стандарту граничного згинального моменту підсиленої балки \bar{M}_{ult} – у вигляді часткових похідних функції $\bar{M}_{ult} = f(x_1, \dots, x_n)$ за змінними x_1, \dots, x_n .

Таким чином, для математичних сподівань параметрів міцності матеріалів $\bar{\sigma}_f, \bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_{sc}, \bar{\sigma}_c$ й рівня навантаження $\bar{\gamma}_{f,dis}$ коефіцієнти $D_{\sigma_f}, D_{\gamma_{f,dis}}, D_{\sigma_s}, D_{\sigma_{sc}}, D_{\sigma_c}$ набувають наступного вигляду:

$$D_{\sigma_f} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_f}; D_{\gamma_{f,dis}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{f,dis}}; D_{\sigma_s} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_s}; D_{\sigma_{sc}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_{sc}}; D_{\sigma_c} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_c}. \tag{2.24}$$

У свою чергу, для математичних сподівань параметрів геометрії перерізу після підсилення \bar{d}_{red}, \bar{b} коефіцієнти $D_{d_{red}}, D_b$ будуть такі:

$$D_{d_{red}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{d}_{red}}; D_b = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{b}}. \tag{2.25}$$

Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x – див. формули (Д.2.3), дод. 2. Числові ж значення коефіцієнтів отримуємо, підставивши в отримані вирази (Д.2.3) математичні сподівання випадкових аргументів.

Стандарт граничного згинального моменту тут визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_{\sigma_c} \hat{\sigma}_c)^2 + (D_{\sigma_s} \hat{\sigma}_s)^2 + (D_{\sigma_f} \hat{\sigma}_f)^2 + (D_{\gamma_{f,dis}} \hat{\gamma}_{f,dis})^2 + (D_{\sigma_{sc}} \hat{\sigma}_{sc})^2 + (D_b \hat{b})^2 + (D_{d_{red}} \hat{d}_{red})^2}, \quad (2.26)$$

де $\hat{\sigma}_c, \hat{\sigma}_s, \hat{\sigma}_f, \hat{\gamma}_{f,dis}, \hat{\sigma}_{sc}, \hat{b}, \hat{d}_{red}$ – стандарти змінних x_1, \dots, x_n .

Для оцінки надійності підсиленої балки використовуємо формули (2.12...2.14), як для розробленого вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2), за винятком того, що M_{ult} тут – розрахункова несуча здатність нормального перерізу підсиленої балки.

2.4.4. Модель IV. Балка, підсилена залізобетонною обоймою

Оскільки висота стиснутої зони бетону балки, підсиленої залізобетонною обоймою, може розташовуватися як в межах висоти бетону підсилення, так і в межах висоти бетону існуючої балки, необхідно розробити два варіанти алгоритму оцінки надійності такої конструкції. Далі розглянемо побудову алгоритму для кожного із можливих варіантів.

Варіант 1. Нижня межа стиснутої зони бетону підсиленої балки знаходиться в межах висоти бетону підсилення h'_{add} (див. рис. 2.4, а).

Випадкове значення граничного згинального моменту, що сприймається балкою, підсиленою залізобетонною обоймою, з врахуванням розташування арматури у верхній зоні основного перерізу (при збереженні умови $\xi \leq \xi_R$):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= f(\tilde{\sigma}_{c,add}, \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}, \tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_{s,add}, \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}, \tilde{B}, \tilde{d}_{red}) = \\ &= \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{B} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} \tilde{x} (\tilde{d}_{red} - 0,5\tilde{x}), \end{aligned} \quad (2.27)$$

де $\tilde{\sigma}_{c,add}$ – випадкове значення опору бетону обойми на стиск для першої групи граничних станів; $\tilde{\sigma}_s$ – випадкове значення міцності стрижневої арматури на розтяг, розташованої в існуючій балці; $\tilde{\sigma}_{s,add}$ – випадкове значення міцності стрижневої арматури на розтяг, розташованої в обоймі; \tilde{B} – випадкове значення ширини перерізу балки після підсилення (див. рис. 2.4, а); \tilde{d}_{red} – випадкове значення приведеної корисної висоти перерізу підсиленої балки (див. рис. 2.4, а); $\tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}$ – випадкове значення коефіцієнта використання перерізу бетону обойми, яке залежить від рівня навантаження на балку до підсилення; \tilde{x} – випадкове значення висоти стиснутої зони бетону (див. рис. 2.4, а), яке в даному випадку знайдемо за формулою:

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{B} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}}, \quad (2.28)$$

де A_s – площа перерізу розтягнутої стрижневої арматури, розташованої в існуючій балці; $A_{s,add}$ – площа перерізу розтягнутої стрижневої арматури, розташованої в обоймі; $\tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}$ – випадкове значення коефіцієнта використання перерізу розтягнутої стрижневої арматури, розташованої в обоймі, яке залежить від рівня навантаження на балку до підсилення.

Підставляємо вираз (2.28) для \tilde{x} в формулу (2.27) з подальшим спрощенням:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{B} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{B} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times \\ &\times \left(\tilde{d}_{red} - 0,5 \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{B} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} \right) = \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{d}_{red} + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{d}_{red} - \\ &- \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{B} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} (\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add})^2 = \\ &= (\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}) \tilde{d}_{red} - \\ &- \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{B} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} (\tilde{\sigma}_s^2 A_s^2 + 2 \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} + \tilde{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add 2}). \quad (2.29) \end{aligned}$$

Математичне сподівання граничного згинального моменту одержимо, підставивши в отриманий вище спрощений вираз (2.29) математичні сподівання випадкових аргументів – аналогічно розробленому вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2).

Нижче запишемо коефіцієнти для визначення стандарту граничного згинального моменту підсиленої балки \hat{M}_{ult} – у вигляді часткових похідних функції $\bar{M}_{ult} = f(x_1, \dots, x_n)$ за змінними x_1, \dots, x_n .

Таким чином, для математичних сподівань параметрів міцності матеріалів $\bar{\sigma}_{s,add}$, $\bar{\sigma}_s$, $\bar{\sigma}_{c,add}$ й рівня навантаження $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$, $\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}$ коефіцієнти $D_{\sigma_{s,add}}$, $D_{\gamma_{s,dis}^{add}}$, D_{σ_s} , $D_{\sigma_{c,add}}$, $D_{\gamma_{c,dis}^{add}}$ набувають наступного вигляду:

$$\begin{aligned} D_{\sigma_{s,add}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_{s,add}}; & D_{\gamma_{s,dis}^{add}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}; & D_{\sigma_s} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_s}; \\ D_{\sigma_{c,add}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_{c,add}}; & D_{\gamma_{c,dis}^{add}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

У свою чергу, для математичних сподівань параметрів геометрії перерізу після підсилення \bar{d}_{red} , \bar{B} коефіцієнти $D_{d_{red}}$, D_B будуть такі:

$$D_{d_{red}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{d}_{red}}; \quad D_B = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{B}}. \quad (2.31)$$

Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x – див. формули (Д.2.4), дод. 2. Числові ж значення коефіцієнтів отримаємо, підставивши в отримані вирази (Д.2.4) математичні сподівання випадкових аргументів.

Стандарт граничного згинального моменту тут визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_{\sigma_{c,add}} \hat{\sigma}_{c,add})^2 + (D_{\gamma_{c,dis}^{add}} \hat{\gamma}_{c,dis}^{add})^2 + (D_{\sigma_s} \hat{\sigma}_s)^2 + (D_{\sigma_{s,add}} \hat{\sigma}_{s,add})^2 + (D_{\gamma_{s,dis}^{add}} \hat{\gamma}_{s,dis}^{add})^2 + (D_B \hat{B})^2 + (D_{d_{red}} \hat{d}_{red})^2}, \quad (2.32)$$

де $\hat{\sigma}_{c,add}$, $\hat{\gamma}_{c,dis}^{add}$, $\hat{\sigma}_s$, $\hat{\sigma}_{s,add}$, $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$, \hat{B} , \hat{d}_{red} – стандарти змінних x_1, \dots, x_n .

Для оцінки надійності підсиленої балки використовуємо формули (2.12...2.14), як для розробленого вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2), за винятком того, що M_{ult} тут – розрахункова несуча здатність нормального перерізу підсиленої балки.

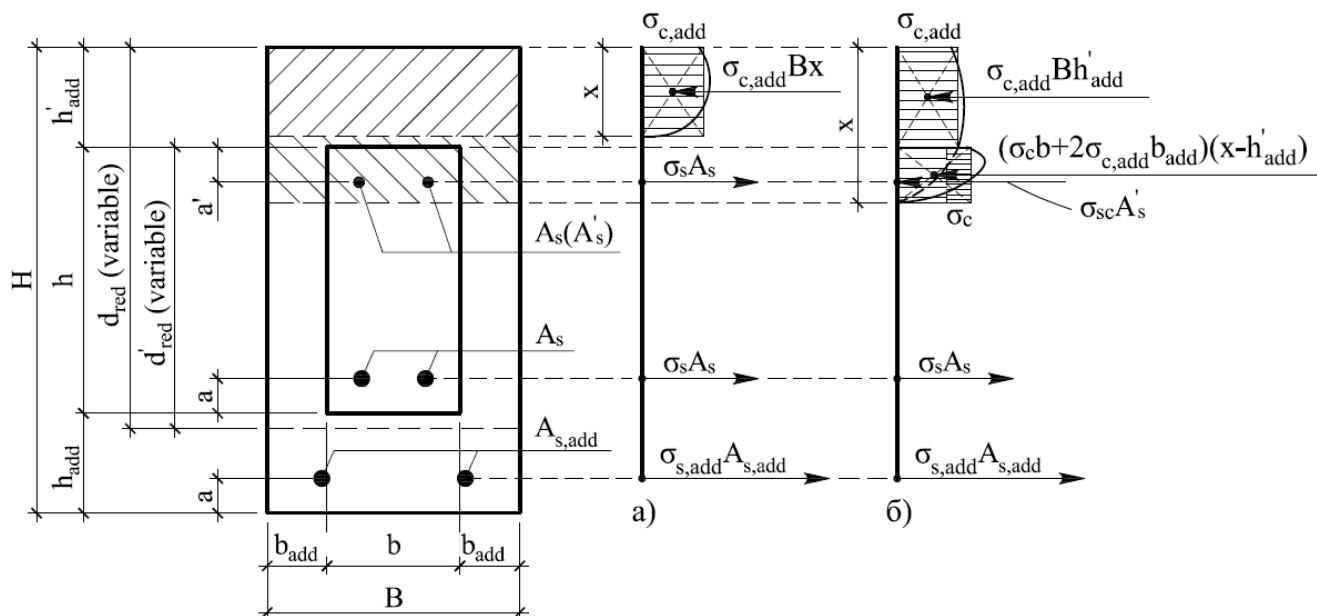


Рис. 2.4. Схема діючих зусиль і суміщена епюра напружень (дійсна криволінійна та розрахункова відповідно) в нормальному перерізі балки, підсиленої залізобетонною обоймою, при $\xi \leq \xi_R$: а) $x \leq h'_{add}$; б) $x > h'_{add}$.

Варіант 2. Нижня межа стиснутої зони бетону підсиленої балки знаходиться в межах висоти бетону існуючої балки h (див. рис. 2.4, б).

Випадкове значення граничного згинального моменту, що сприймається балкою, підсиленою залізобетонною обоймою, з врахуванням різних класів бетону (існуючої балки та обойми) й розташування арматури у верхній зоні основного перерізу (при збереженні умови $\xi \leq \xi_R$):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= f(\tilde{\sigma}_c, \tilde{\sigma}_{c,add}, \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}, \tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_{s,add}, \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}, \tilde{\sigma}_{sc}, \tilde{b}, \tilde{b}_{add}, \tilde{d}'_{red}, \tilde{h}'_{add}) = \\ &= (\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add})(\tilde{x} - \tilde{h}'_{add})(\tilde{d}'_{red} + 0,5\tilde{h}'_{add} - 0,5\tilde{x}) + \\ &+ \tilde{\sigma}_{c,add}(\tilde{b} + 2\tilde{b}_{add})\tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}(\tilde{d}'_{red} + 0,5\tilde{h}'_{add}) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s(\tilde{d}'_{red} - a'), \end{aligned} \quad (2.33)$$

де $\tilde{\sigma}_c$ – випадкове значення опору бетону існуючої балки на стиск для першої групи граничних станів; $\tilde{\sigma}_{sc}$ – випадкове значення міцності стрижневої арматури на стиск, розташованої в існуючій балці; A'_s – площа перерізу стиснутої стрижневої арматури, розташованої в існуючій балці; \tilde{b} , $2\tilde{b}_{add}$ – випадкові значення ширини основного та додаткового перерізу відповідно (див. рис. 2.4, б); \tilde{d}'_{red} – випадкове значення приведеної відстані від верхньої стиснутої грані основного перерізу до центру ваги всієї розтягнутої стрижневої арматури балки після підсилення (див. рис. 2.4, б); \tilde{h}'_{add} – випадкове значення висоти додаткового перерізу над верхньою стиснутою гранню основного перерізу (див. рис. 2.4, б); a' – відстань від центру ваги стиснутої стрижневої арматури, розташованої в існуючій балці, до верхньої стиснутої грані бетону існуючої балки (див. рис. 2.4, б); \tilde{x} – випадкове значення висоти стиснутої зони бетону (див. рис. 2.4, б), яке тут знайдемо за формулою:

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s - \tilde{\sigma}_{c,add} (\tilde{b} + 2\tilde{b}_{add}) \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} + \tilde{h}'_{add}. \quad (2.34)$$

Підставляємо вираз (2.34) для \tilde{x} в формулу (2.33) з подальшим спрощенням:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= [\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s - \tilde{\sigma}_{c,add} (\tilde{b} + 2\tilde{b}_{add}) \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}] \times \\ &\times \left[\tilde{d}'_{red} - \frac{\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s - \tilde{\sigma}_{c,add} (\tilde{b} + 2\tilde{b}_{add}) \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}}{2(\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add})} \right] + \\ &+ \tilde{\sigma}_{c,add} (\tilde{b} + 2\tilde{b}_{add}) \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} (\tilde{d}'_{red} + 0,5 \tilde{h}'_{add}) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (\tilde{d}'_{red} - a') = \\ &= \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{d}'_{red} + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{d}'_{red} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a' + 0,5 \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b} \tilde{h}'_{add}{}^2 \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} + \\ &+ \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{h}'_{add}{}^2 \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times \\ &\times (\tilde{\sigma}_s^2 A_s^2 + \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{sc} A'_s - \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} - \\ &- 2\tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}) - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times \\ &\times (\tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}{}^2 - \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{\sigma}_{sc} A'_s - \\ &- \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} - 2\tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} (\tilde{\sigma}_{sc} A'_s \tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 - \\
& \quad - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} - 2\tilde{\sigma}_{sc} A'_s \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}) + \\
& \quad + \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times (\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} \tilde{\sigma}_s A_s + \\
& \quad + \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} \tilde{\sigma}_{sc} A'_s - \\
& \quad - \tilde{\sigma}_{c,add}^2 \tilde{b}^2 \tilde{h}'_{add}{}^2 \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2} - 2\tilde{\sigma}_{c,add}^2 \tilde{b} \tilde{b}_{add} \tilde{h}'_{add}{}^2 \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2}) + \\
& \quad + \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times (2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} \tilde{\sigma}_s A_s + \\
& \quad + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} \tilde{\sigma}_{sc} A'_s - \\
& \quad - 2\tilde{\sigma}_{c,add}^2 \tilde{b} \tilde{b}_{add} \tilde{h}'_{add}{}^2 \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2} - 4\tilde{\sigma}_{c,add}^2 \tilde{b}_{add}^2 \tilde{h}'_{add}{}^2 \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2}) = \\
& = (\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}) \tilde{d}'_{red} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s a' + \tilde{\sigma}_{c,add} (0,5 \tilde{b} + \tilde{b}_{add}) \tilde{h}'_{add}{}^2 \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} - \\
& \quad - \frac{0,5}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times \left[\begin{aligned} & \tilde{\sigma}_s^2 A_s^2 + \tilde{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2} + \tilde{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 + \\ & + \tilde{\sigma}_{c,add}^2 \tilde{h}'_{add}{}^2 (\tilde{b}^2 + 4\tilde{b} \tilde{b}_{add} + 4\tilde{b}_{add}^2) \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2} \end{aligned} \right] - \\
& \quad - \frac{\tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} (\tilde{\sigma}_s A_s - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s) - \tilde{\sigma}_s A_s \tilde{\sigma}_{sc} A'_s}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}} + \\
& \quad + \frac{\tilde{\sigma}_{c,add} (\tilde{b} + 2\tilde{b}_{add}) \tilde{h}'_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add} (\tilde{\sigma}_s A_s + \tilde{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add} - \tilde{\sigma}_{sc} A'_s)}{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} + 2\tilde{\sigma}_{c,add} \tilde{b}_{add} \tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}}. \tag{2.35}
\end{aligned}$$

Математичне сподівання граничного згинального моменту одержимо, підставивши в отриманий вище спрощений вираз (2.35) математичні сподівання випадкових аргументів – аналогічно розробленому вище випадку з невідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2).

Нижче запишемо коефіцієнти для визначення стандарту граничного згинального моменту підсиленої балки \hat{M}_{ult} – у вигляді часткових похідних функції $\bar{M}_{ult} = f(x_1, \dots, x_n)$ за змінними x_1, \dots, x_n .

Таким чином, для математичних сподівань параметрів міцності матеріалів $\bar{\sigma}_{s,add}$, $\bar{\sigma}_s$, $\bar{\sigma}_{sc}$, $\bar{\sigma}_{c,add}$, $\bar{\sigma}_c$ й рівня навантаження $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$, $\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}$ коефіцієнти $D_{\sigma_{s,add}}$, $D_{\gamma_{s,dis}^{add}}$, D_{σ_s} , $D_{\sigma_{sc}}$, $D_{\sigma_{c,add}}$, $D_{\gamma_{c,dis}^{add}}$, D_{σ_c} набувають наступного вигляду:

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_{s,add}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_{s,add}}; D_{\gamma_{s,dis}^{add}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}; D_{\sigma_s} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_s}; D_{\sigma_{sc}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_{sc}}; \\
D_{\sigma_{c,add}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_{c,add}}; D_{\gamma_{c,dis}^{add}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}; D_{\sigma_c} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_c}.
\end{aligned} \tag{2.36}$$

У свою чергу, для математичних сподівань параметрів геометрії перерізу після підсилення \bar{h}'_{add} , \bar{d}'_{red} , \bar{b}_{add} , \bar{b} коефіцієнти $D_{h'_{add}}$, $D_{d'_{red}}$, $D_{b_{add}}$, D_b будуть такі:

$$D_{h'_{add}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{h}'_{add}}; D_{d'_{red}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{d}'_{red}}; D_{b_{add}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{b}_{add}}; D_b = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{b}}. \tag{2.37}$$

Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x – див. формули (Д.2.5), дод. 2. Числові ж значення коефіцієнтів отримаємо, підставивши в отримані вирази (Д.2.5) математичні сподівання випадкових аргументів.

Стандарт граничного згинального моменту тут визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{\begin{aligned} & (D_{\sigma_c} \hat{\sigma}_c)^2 + (D_{\sigma_{c,add}} \hat{\sigma}_{c,add})^2 + (D_{\gamma_{c,dis}^{add}} \hat{\gamma}_{c,dis}^{add})^2 + (D_{\sigma_s} \hat{\sigma}_s)^2 + \\ & + (D_{\sigma_{s,add}} \hat{\sigma}_{s,add})^2 + (D_{\gamma_{s,dis}^{add}} \hat{\gamma}_{s,dis}^{add})^2 + (D_{\sigma_{sc}} \hat{\sigma}_{sc})^2 + \\ & + (D_b \hat{b})^2 + (D_{b_{add}} \hat{b}_{add})^2 + (D_{d'_{red}} \hat{d}'_{red})^2 + (D_{h'_{add}} \hat{h}'_{add})^2 \end{aligned}}, \tag{2.38}$$

де $\hat{\sigma}_c$, $\hat{\sigma}_{c,add}$, $\hat{\gamma}_{c,dis}^{add}$, $\hat{\sigma}_s$, $\hat{\sigma}_{s,add}$, $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$, $\hat{\sigma}_{sc}$, \hat{b} , \hat{b}_{add} , \hat{d}'_{red} , \hat{h}'_{add} – стандарти змінних x_1, \dots, x_n .

Для оцінки надійності підсиленої балки використовуємо формули (2.12...2.14), як для розробленого вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2), за винятком того, що M_{ult} тут – розрахункова несуча здатність нормального перерізу підсиленої балки.

Принципова блок-схема розрахунку показників для оцінки надійності нормального перерізу непошкодженого прямокутного залізобетонного згинаного елемента, підсиленого залізобетонною обіймою при дії навантаження, наведена нижче на рис. 2.5.

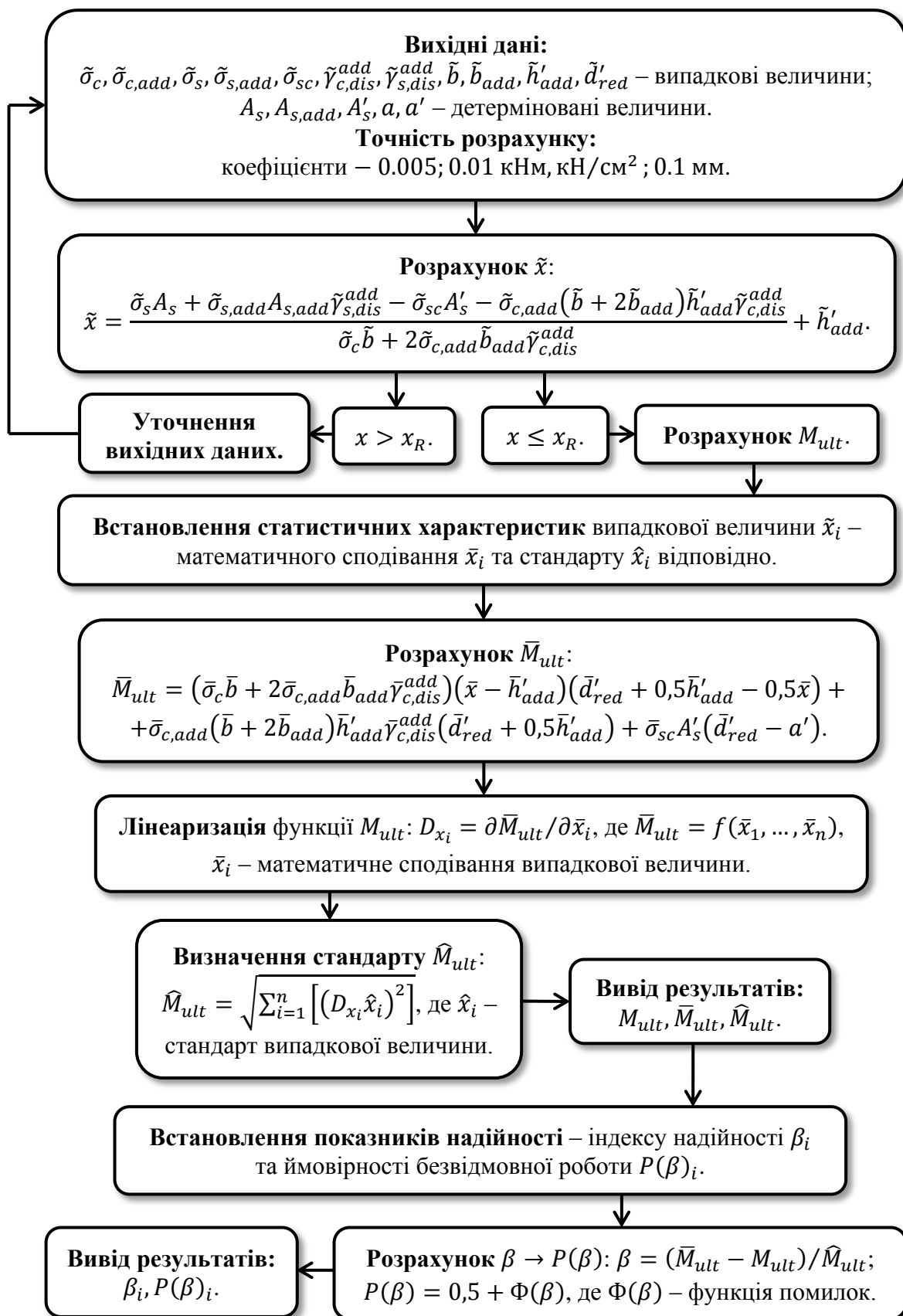


Рис. 2.5. Принципова блок-схема розрахунку показників надійності непошкодженої прямокутної балки, підсиленої залізобетонною обіймою при дії навантаження.

2.5. Розробка принципової методики оцінки надійності балки, підсиленої нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури при дії навантаження, на основі деформаційної розрахункової моделі перерізу [30, 32]

Модифікуючи вирази для α та ρ блок-схеми табл. 6.7 [13], для балки, підсиленої додатковою сталеву стрижневою арматурою при дії навантаження, випадкові параметри $\tilde{\alpha}$ (коефіцієнт приведення площі перерізу всієї розтягнутої арматури до площі перерізу бетону) та $\tilde{\rho}$ (коефіцієнт армування перерізу балки після підсилення) можна записати наступним чином:

$$\tilde{\alpha} = \tilde{E}_{s,aver} / (\tilde{E}_{cm} \vartheta); \quad \tilde{\rho} = A_{s,tot} / (\tilde{b} \tilde{d}_{red}), \quad (2.39)$$

де $\tilde{E}_{s,aver}$ – випадкова величина усередненого значення модуля пружності всієї розтягнутої стрижневої арматури в підсиленій балці; \tilde{E}_{cm} – випадкова величина середнього значення початкового модуля пружності бетону; $A_{s,tot} = A_s + A_{s,add}$ – загальна площа всієї розтягнутої стрижневої арматури підсиленої балки (див. рис. 2.6); \tilde{d}_{red} – випадкове значення приведеної корисної висоти перерізу підсиленої балки (див. рис. 2.6); $\vartheta = 0,25$ – коефіцієнт, що враховує кількість стрижнів усієї розтягнутої арматури в підсиленій балці.

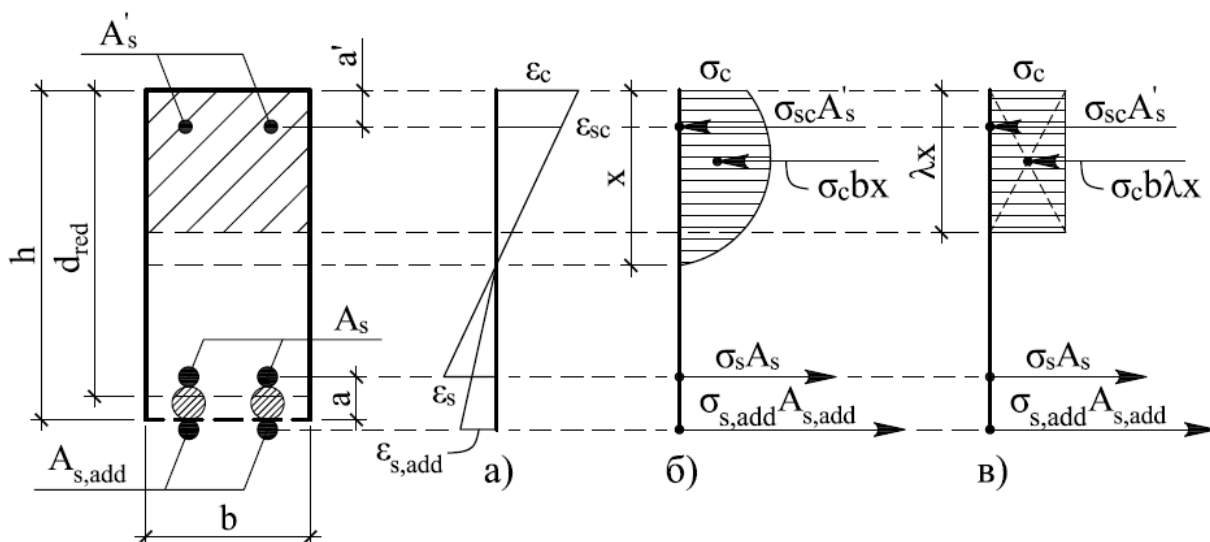


Рис. 2.6. Напружено-деформований стан в нормальному перерізі балки, підсиленої додатковою стрижневою арматурою (згідно з положеннями [30, 32]): епюра деформацій (а); дійсна криволінійна (б) й розрахункова (в) епюра напружень.

Модифікуючи залежність для ε_s блок-схеми табл. 6.7 [13], випадкове значення усередненої дійсної величини деформацій всієї розтягнутої стрижневої арматури в підсиленій балці $\tilde{\varepsilon}_{s,mid}$ знайдемо за наступною формулою:

$$\tilde{\varepsilon}_{s,mid} = 0,5\tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left[-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 - 4 \left(-\frac{0,8\varepsilon_{cu,3}^2}{\tilde{\rho}\tilde{\alpha}} \right)} \right], \quad (2.40)$$

де $\varepsilon_{cu,3}$ – фіксована гранична величина деформацій крайніх фібр стиснутої зони бетону; $\tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid}$ – випадкове значення коефіцієнта, що враховує відсоток включення в роботу додаткової розтягнутої арматури за відношенням до максимального використання міцності всієї розтягнутої арматури підсиленої конструкції (залежить від рівня навантаження на балку до підсилення).

Варіант I. Випадкове значення граничного згинального моменту \tilde{M}_{ult} , що сприймається балкою з довільним внутрішнім армуванням, підсиленою додатковою стрижневою арматурою, з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні (при виконанні умови $x > x_R$):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= f(\tilde{\sigma}_c, \tilde{E}_{cm}, \tilde{E}_{s,aver}, \tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid}, \tilde{f}_y, \tilde{E}'_s, \tilde{\varepsilon}_{sc}, \tilde{b}, \tilde{d}_{red}) = \\ &= \tilde{f}_c \tilde{b} \lambda \tilde{x} (\tilde{d}_{red} - 0,5\lambda \tilde{x}) + \tilde{\sigma}_{sc} A'_s (\tilde{d}_{red} - a'), \end{aligned} \quad (2.41)$$

де \tilde{x} – гранична випадкова висота стиснутої зони бетону, яка в даному випадку рівна

$$\tilde{x} = \tilde{x}_R = \tilde{\xi}_R \tilde{d}_{red} = \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,0}} \tilde{d}_{red}, \quad (2.42)$$

тут $\tilde{\xi}_R$ – граничне випадкове значення відносної висоти стиснутої зони бетону підсиленої балки; $\tilde{\varepsilon}_{s,0}$ – граничне випадкове значення відносних пружних деформацій всієї розтягнутої стрижневої арматури підсиленої балки:

$$\tilde{\varepsilon}_{s,0} = \tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\tilde{f}_{yk}}{\tilde{E}_{s,aver}}. \quad (2.43)$$

Варіант II. В свою чергу, використовуючи вирази (6.28), (6.29) [13] (при виконанні умови $x \leq x_R$), формулу для знаходження випадкового значення згинального моменту \tilde{M}_{ult} запишемо наступним чином:

$$\tilde{M}_{ult} = (A_s + A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}) \tilde{f}_{yk} \tilde{d}_{red} \left(1 - \frac{\lambda \tilde{x}}{2 \tilde{d}_{red}} \right) + A'_s \tilde{\sigma}_{sc} (0,5 \lambda \tilde{x} - a'), \quad (2.44)$$

де \tilde{f}_{yk} – випадкове значення міцності основної та додаткової розтягнутої стрижневої арматури на границі текучості; $\tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}$ – випадкове значення коефіцієнта використання перерізу додаткової стрижневої арматури (залежить від рівня навантаження на балку до підсилення); $\lambda = 0,8$ – коефіцієнт заміни криволінійної епюри напружень у стиснутій зоні бетону підсиленої балки, значення якого приведено в п. 2.4 [13]; \tilde{x} – дійсна висота стиснутої зони бетону, яка в даному випадку рівна

$$\tilde{x} = \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,mid}} \tilde{d}_{red}. \quad (2.45)$$

Очевидно, що задача пошуку випадкової величини дійсної висоти стиснутої зони бетону підсиленої балки \tilde{x} – див. формулу (2.45) – зводиться до знаходження випадкового значення усередненої величини деформацій всієї розтягнутої стрижневої арматури $\tilde{\varepsilon}_{s,mid}$. При цьому необхідно перевірити умову (див. також формулу (2.42) для \tilde{x}_R)

$$\tilde{x} = \tilde{x} \leftarrow \tilde{x} \leq \tilde{x}_R \rightarrow \tilde{x} = \tilde{x}_R. \quad (2.46)$$

Випадкове значення дійсної величини деформацій стиснутої арматури знайдемо за наступним виразом:

$$\tilde{\varepsilon}_{sc} = \varepsilon_{cu,3} (1 - a' / \tilde{x}), \quad (2.47)$$

де a' – відстань від центру ваги стиснутої дрютяної арматури до верхньої грані поперечного перерізу підсиленої балки (див. рис. 2.6).

Виходячи з виконання умови $\tilde{\varepsilon}_{sc} \leq \tilde{f}_y / \tilde{E}'_s$ (2.48) та модифікуючи залежності для σ_{sc} блок-схеми табл. 2.1, випадкове значення міцності дротяної арматури на стиск, розташованої в існуючій балці, запишемо як

$$\tilde{\sigma}_{sc} = \tilde{\varepsilon}_{sc} \tilde{E}'_s \rightarrow \text{умова (2.48) виконується;} \quad (2.49)$$

$$\tilde{\sigma}_{sc} = \tilde{f}_y \rightarrow \text{умова (2.48) не виконується,} \quad (2.50)$$

де \tilde{E}'_s – випадкове значення модуля пружності верхньої стиснутої арматури підсиленої балки; \tilde{f}_y – випадкове значення міцності верхньої стиснутої арматури підсиленої балки на границі текучості.

Варіант II. Враховуючи залежності (2.40), (2.47...2.50) підставляємо вираз (2.45) для \tilde{x} в формулу (2.44) з подальшим поетапним спрощенням:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= (A_s + A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}) \tilde{f}_{yk} \tilde{d}_{red} \left(1 - \frac{\lambda \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,mid}} \tilde{d}_{red}}{2 \tilde{d}_{red}} \right) + \\ &+ A'_s \tilde{\sigma}_{sc} \left(0,5 \lambda \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,mid}} \tilde{d}_{red} - a' \right) = (A_s + A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}) \tilde{f}_{yk} \tilde{d}_{red} - \\ &- 0,5 \lambda (A_s + A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}) \tilde{f}_{yk} \tilde{d}_{red} \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,mid}} + 0,5 \lambda \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,mid}} A'_s \tilde{\sigma}_{sc} \tilde{d}_{red} - \\ &- A'_s \tilde{\sigma}_{sc} a' = (A_s + A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}) \tilde{f}_{yk} \tilde{d}_{red} - \\ &- \frac{0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} \tilde{d}_{red} [(A_s + A_{s,add} \tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}) \tilde{f}_{yk} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \tilde{E}'_s]}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \tilde{b} \tilde{d}_{red} \tilde{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \tilde{E}_{s,aver}}} \right)} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \tilde{E}'_s a' (0,5 \lambda + 1) + \\ &+ \frac{A'_s \tilde{E}'_s a'^2}{\tilde{d}_{red}} \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \tilde{b} \tilde{d}_{red} \tilde{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \tilde{E}_{s,aver}}} \right) \right]. \quad (2.51) \end{aligned}$$

У випадку невиконання умови (2.48) вираз (2.51) для \tilde{M}_{ult} зазнає наступної зміни: замість добутку $(\tilde{\varepsilon}_{sc} \times \tilde{E}'_s)$ для знаходження $(\tilde{\sigma}_{sc})$ підставляємо (\tilde{f}_y) – див. залежності (2.49) та (2.50) відповідно.

Математичне сподівання граничного згинального моменту \bar{M}_{ult} одержимо, підставивши в отриманий вище спрощений вираз (2.51) математичні сподівання випадкових аргументів – аналогічно розробленому вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2).

Нижче запишемо коефіцієнти для визначення стандарту граничного згинального моменту підсиленої балки \hat{M}_{ult} – у вигляді часткових похідних функції $\bar{M}_{ult} = f(x_1, \dots, x_n)$ за змінними x_1, \dots, x_n .

Таким чином, для математичних сподівань параметрів міцності й деформативності матеріалів $\bar{E}_{cm}, \bar{E}_{s,aver}, \bar{f}_{yk}, \bar{E}'_s, (\bar{f}_y)$, а також рівня навантаження $\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}, \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$, коефіцієнти $D_{E_{cm}}, D_{E_{s,aver}}, D_{f_{yk}}, D_{E'_s}, (D_{f_y}), D_{\gamma_{s,inc}^{mid}}, D_{\gamma_{s,dis}^{add}}$ набувають наступного вигляду:

$$D_{E_{cm}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}_{cm}}; D_{E_{s,aver}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}_{s,aver}}; D_{f_{yk}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{f}_{yk}}; D_{E'_s} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}'_s}; D_{f_y} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{f}_y};$$

$$D_{\gamma_{s,inc}^{mid}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}}; D_{\gamma_{s,dis}^{add}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}. \quad (2.52)$$

У свою чергу, для математичних сподівань параметрів геометрії перерізу після підсилення \bar{b}, \bar{d}_{red} коефіцієнти $D_b, D_{d_{red}}$ будуть такі:

$$D_b = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{b}}; D_{d_{red}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{d}_{red}}. \quad (2.53)$$

Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x – див. формули (Д.2.6), дод. 2. Числові ж значення коефіцієнтів отримаємо, підставивши в отримані вирази (Д.2.6) математичні сподівання випадкових аргументів.

У випадку невиконання умови (2.48) вираз для знаходження коефіцієнта $D_{d_{red}}$ зазнає наступної зміни: замість добутку $(\bar{\epsilon}_{sc} \times \bar{E}'_s)$ для знаходження $(\bar{\sigma}_{sc})$ підставляємо (\bar{f}_y) – див. залежності (2.49) та (2.50) відповідно (аналогічно модифікації виразу (2.51) для \tilde{M}_{ult}).

Стандарт граничного згинального моменту тут визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_{E_{cm}} \hat{E}_{cm})^2 + (D_{E_{s,aver}} \hat{E}_{s,aver})^2 + (D_{f_{yk}} \hat{f}_{yk})^2 + (D_{E'_s} \hat{E}'_s)^2 + (D_{\gamma_{s,inc}^{mid}} \hat{\gamma}_{s,inc}^{mid})^2 + (D_{\gamma_{s,dis}^{add}} \hat{\gamma}_{s,dis}^{add})^2 + (D_b \hat{b})^2 + (D_{d_{red}} \hat{d}_{red})^2}, \quad (2.54)$$

де \hat{E}_{cm} , $\hat{E}_{s,aver}$, \hat{f}_{yk} , \hat{E}'_s , $\hat{\gamma}_{s,inc}^{mid}$, $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$, \hat{b} , \hat{d}_{red} – стандарти змінних x_1, \dots, x_n .

У випадку невиконання умови (2.48) вираз (2.54) зазнає наступної зміни: замість доданку $(D_{E'_s} \hat{E}'_s)^2$ необхідно підставити $(D_{f_y} \hat{f}_y)^2$ (коефіцієнти $D_{E'_s}$, D_{f_y} – див. отримані вирази Д.2.6).

Для оцінки надійності підсиленої балки використовуємо формули (2.12...2.14), як для розробленого вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2), за винятком того, що M_{ult} тут – розрахункова несуча здатність нормального перерізу підсиленої балки.

Варіант I. Враховуючи залежності (2.40), (2.47...2.50) підставляємо вираз (2.42) для \tilde{x} в формулу (2.41) з подальшим поетапним спрощенням:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ult} &= \tilde{\sigma}_c \tilde{b} \lambda \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,mid}} \tilde{d}_{red} \left(\tilde{d}_{red} - 0,5 \lambda \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,mid}} \tilde{d}_{red} \right) + \\ &\quad + \tilde{\varepsilon}_{sc} \tilde{E}'_s A'_s (\tilde{d}_{red} - a') = \\ &= \tilde{\sigma}_c \tilde{b} \lambda \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,mid}} \tilde{d}_{red}^2 - 0,5 \tilde{\sigma}_c \tilde{b} \lambda^2 \left(\frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{s,mid}} \right)^2 \tilde{d}_{red}^2 + \\ &\quad + \tilde{\varepsilon}_{sc} \tilde{E}'_s A'_s \tilde{d}_{red} - \tilde{\varepsilon}_{sc} \tilde{E}'_s A'_s a' = \\ &= \frac{\tilde{\sigma}_c \tilde{b} \varepsilon_{cu,3} \lambda \tilde{d}_{red}^2}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 - 4 \left[-0,8 \varepsilon_{cu,3}^2 / \left(\frac{A_{s,tot} \tilde{E}_{s,aver}}{\tilde{b} \tilde{d}_{red} \tilde{E}_{cm} \vartheta} \right) \right]} \right)} + \\ &\quad \frac{0,5 \tilde{\sigma}_c \tilde{b} \varepsilon_{cu,3}^2 \lambda^2 \tilde{d}_{red}^2}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 - 4 \left[-0,8 \varepsilon_{cu,3}^2 / \left(\frac{A_{s,tot} \tilde{E}_{s,aver}}{\tilde{b} \tilde{d}_{red} \tilde{E}_{cm} \vartheta} \right) \right]} \right) \right]^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\tilde{\varepsilon}_{sc}\tilde{E}'_sA'_s\tilde{d}_{red} - \tilde{\varepsilon}_{sc}\tilde{E}'_sA'_sa' = \\
& = \frac{\tilde{\sigma}_c\tilde{b}\varepsilon_{cu,3}\lambda\tilde{d}_{red}^2}{\varepsilon_{cu,3} - 0,5\tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\tilde{\gamma}_{s,dis}^{full} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\tilde{b}\tilde{d}_{red}\tilde{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\tilde{E}_{s,aver}}}} - \\
& - \frac{0,5\tilde{\sigma}_c\tilde{b}\varepsilon_{cu,3}^2\lambda^2\tilde{d}_{red}^2}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\tilde{b}\tilde{d}_{red}\tilde{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\tilde{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2} + \\
& +\tilde{\varepsilon}_{sc}\tilde{E}'_sA'_s\tilde{d}_{red} - \tilde{\varepsilon}_{sc}\tilde{E}'_sA'_sa'. \tag{2.55}
\end{aligned}$$

У випадку невиконання умови (2.48) вираз (2.55) для \tilde{M}_{ult} зазнає наступної зміни: замість добутку $(\tilde{\varepsilon}_{sc} \times \tilde{E}'_s)$ для знаходження $(\tilde{\sigma}_{sc})$ підставляємо (\tilde{f}_y) – див. залежності (2.49) та (2.50) відповідно.

Математичне сподівання граничного згинального моменту \bar{M}_{ult} одержимо, підставивши в отриманий вище спрощений вираз (2.55) математичні сподівання випадкових аргументів – аналогічно розробленому вище випадку з невідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2).

Нижче запишемо коефіцієнти для визначення стандарту граничного згинального моменту підсиленої балки \hat{M}_{ult} – у вигляді часткових похідних функції $\bar{M}_{ult} = f(x_1, \dots, x_n)$ за змінними x_1, \dots, x_n .

Таким чином, для математичних сподівань параметрів міцності й деформативності матеріалів $\bar{E}_{s,aver}$, \bar{E}'_s , $\bar{\varepsilon}_{sc}$, (\bar{f}_y) , $\bar{\sigma}_c$, \bar{E}_{cm} , а також рівня навантаження $\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}$, коефіцієнти $D_{E_{s,aver}}$, $D_{E'_s}$, $D_{\varepsilon_{sc}}$, (D_{f_y}) , D_{σ_c} , $D_{E_{cm}}$, $D_{\gamma_{s,inc}^{mid}}$ набувають наступного вигляду:

$$\begin{aligned}
D_{E_{s,aver}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}_{s,aver}}; \quad D_{E'_s} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}'_s}; \quad D_{\varepsilon_{sc}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\varepsilon}_{sc}}; \quad D_{f_y} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{f}_y}; \\
D_{\sigma_c} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_c}; \quad D_{E_{cm}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}_{cm}}; \quad D_{\gamma_{s,inc}^{mid}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}}. \tag{2.56}
\end{aligned}$$

У свою чергу, для математичних сподівань параметрів геометрії перерізу після підсилення \bar{d}_{red} , \bar{b} коефіцієнти $D_{d_{red}}$, D_b будуть такі:

$$D_{d_{red}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{d}_{red}}; D_b = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{b}}. \quad (2.57)$$

Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x – див. формули (Д.2.7), дод. 2. Числові ж значення коефіцієнтів отримаємо, підставивши в отримані вирази (Д.2.7) математичні сподівання випадкових аргументів.

У випадку невиконання умови (2.48) вираз для знаходження коефіцієнта $D_{d_{red}}$ зазнає наступної зміни: замість добутку $(\bar{\varepsilon}_{sc} \times \bar{E}'_s)$ для знаходження $(\bar{\sigma}_{sc})$ підставляємо (\bar{f}_y) – див. залежності (2.49) та (2.50) відповідно (аналогічно модифікації виразу (2.55) для \tilde{M}_{ult}).

Стандарт граничного згинального моменту тут визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{(D_{\sigma_c} \hat{\sigma}_c)^2 + (D_{E_{cm}} \hat{E}_{cm})^2 + (D_{E_{s,aver}} \hat{E}_{s,aver})^2 + (D_{\gamma_{s,inc}^{mid}} \hat{\gamma}_{s,inc}^{mid})^2 + (D_{E'_s} \hat{E}'_s)^2 + (D_{\varepsilon_{sc}} \hat{\varepsilon}_{sc})^2 + (D_b \hat{b})^2 + (D_{d_{red}} \hat{d}_{red})^2}, \quad (2.58)$$

де $\hat{\sigma}_c$, \hat{E}_{cm} , $\hat{E}_{s,aver}$, $\hat{\gamma}_{s,inc}^{mid}$, \hat{E}'_s , $\hat{\varepsilon}_{sc}$, \hat{b} , \hat{d}_{red} – стандарти змінних x_1, \dots, x_n .

У випадку невиконання умови (2.48) вираз (2.58) зазнає наступної зміни: замість суми $(D_{E'_s} \hat{E}'_s)^2 + (D_{\varepsilon_{sc}} \hat{\varepsilon}_{sc})^2$ необхідно підставити $(D_{f_y} \hat{f}_y)^2$ (коефіцієнти $D_{E'_s}$, $D_{\varepsilon_{sc}}$, D_{f_y} – див. отримані вирази Д.2.7).

Для оцінки надійності підсиленої балки використовуємо формули (2.12...2.14), як для розробленого вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2), за винятком того, що M_{ult} тут – розрахункова несуча здатність нормального перерізу підсиленої балки.

Принципова блок-схема розрахунку показників для оцінки надійності нормального перерізу непошкодженого прямокутного залізобетонного згинаного елемента, підсиленого нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури при дії навантаження, наведена нижче на рис. 2.7.

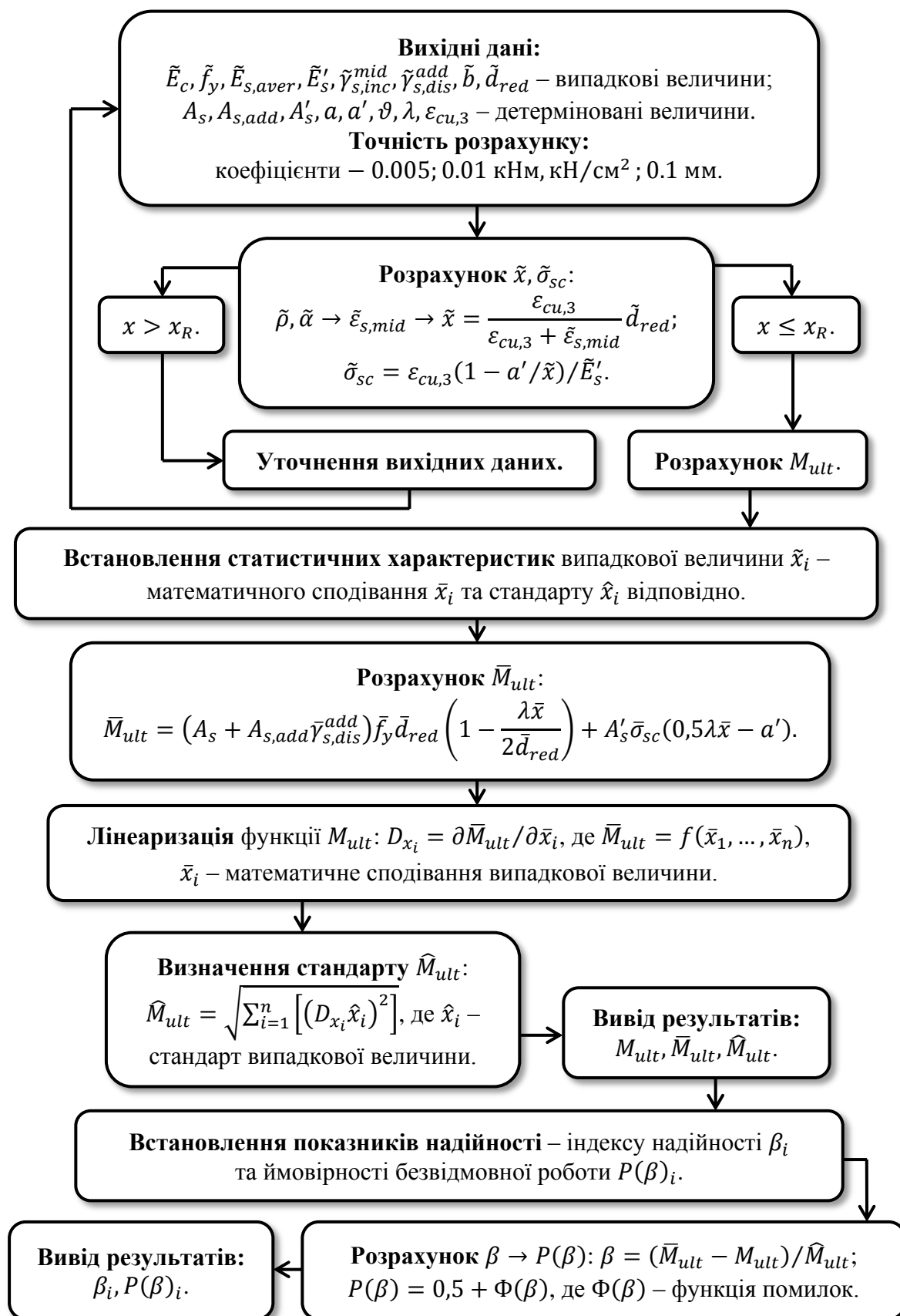


Рис. 2.7. Принципова блок-схема розрахунку показників надійності непошкодженої прямокутної балки, підсиленої нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури при дії навантаження.

2.6. Розробка принципової методики оцінки надійності балки, підсиленої композитною стрічкою при дії навантаження, на основі деформаційної розрахункової моделі перерізу [30, 32]

Аналогічно алгоритму п. 2.5, розд. 2, модифікуючи вирази для α та ρ блок-схеми табл. 6.7 [13], для балки, підсиленої композитною стрічкою при дії навантаження, випадкові параметри $\tilde{\alpha}$ (коефіцієнт приведення площі перерізу розтягнутого армування до площі перерізу бетону) та $\tilde{\rho}$ (коефіцієнт армування перерізу балки після підсилення) запишемо у вигляді:

$$\tilde{\alpha} = (\tilde{E}_s + \tilde{E}_f) / (\tilde{E}_{cm} \vartheta); \quad \tilde{\rho} = A_{tot} / (\tilde{b} \tilde{d}_{red}), \quad (2.59)$$

де \tilde{E}_s , \tilde{E}_f – випадкові значення модулів пружності розтягнутої стрижневої арматури та композитної стрічки відповідно; \tilde{E}_{cm} – випадкова величина середнього значення початкового модуля пружності бетону; $A_{tot} = A_s + A_f$ – загальна площа розтягнутого армування балки після підсилення (див. рис. 2.8); \tilde{d}_{red} – випадкове значення приведеної корисної висоти перерізу балки після підсилення (див. рис. 2.8); $\vartheta = 0,5$ – коефіцієнт, що враховує кількість стрижнів розтягнутої арматури в підсиленій балці.

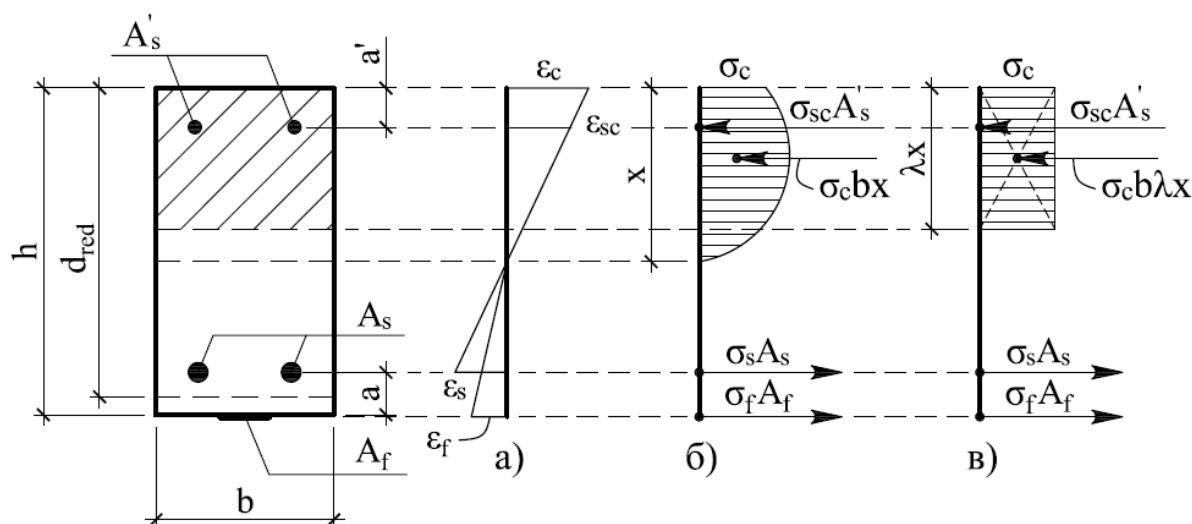


Рис. 2.8. Напружено-деформований стан в нормальному перерізі балки, підсиленої композитною стрічкою (згідно з положеннями [30, 32]): еюра деформацій (а); дійсна криволінійна (б) й розрахункова (в) еюра напружень.

Випадкове значення усередненої дійсної величини деформацій розтягнутого армування в підсиленій балці $\tilde{\epsilon}_{mid}$, в даному випадку, знайдемо за наступною формулою:

$$\tilde{\epsilon}_{mid} = 0,5\tilde{\gamma}_{f,inc}^{mid} \left[-\epsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\epsilon_{cu,3}^2 - 4 \left(-\frac{0,8\epsilon_{cu,3}^2}{\tilde{\rho}\tilde{\alpha}} \right)} \right], \quad (2.60)$$

де $\tilde{\gamma}_{f,inc}^{mid}$ – випадкове значення коефіцієнта, що враховує відсоток включення в роботу композитної стрічки за відношенням до максимального використання міцності розтягнутого армування підсиленої балки.

У свою чергу, вираз для знаходження випадкового значення граничного згинального моменту \tilde{M}_{ult} , що сприймається балкою, підсиленою композитною стрічкою, з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні (при виконанні умови $x \leq x_R$) набуде наступного вигляду:

$$\tilde{M}_{ult} = (\tilde{f}_y A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis}) \tilde{d}_{red} \left(1 - \frac{\lambda \tilde{x}}{2\tilde{d}_{red}} \right) + A'_s \tilde{\sigma}_{sc} (0,5\lambda \tilde{x} - a'), \quad (2.61)$$

де \tilde{f}_y – випадкове значення міцності розтягнутої стрижневої арматури на границі текучості; $\tilde{\gamma}_{f,dis}$ – випадкове значення коефіцієнта використання перерізу композитної стрічки; \tilde{x} – дійсна висота стиснутої зони бетону, яка в даному випадку рівна

$$\tilde{x} = \frac{\epsilon_{cu,3}}{\epsilon_{cu,3} + \tilde{\epsilon}_{mid}} \tilde{d}_{red}. \quad (2.62)$$

Випадкове значення міцності стрижневої арматури на стиск $\tilde{\sigma}_{sc}$ знайдемо тут за вищенаведеною формулою (2.49).

Таким чином, врахувавши умову (2.47) для знаходження дійсної величини деформацій стиснутої арматури $\tilde{\epsilon}_{sc}$, умови (2.59), (2.60), а також підставивши вираз (2.62) для \tilde{x} в формулу (2.61) з подальшим поетапним спрощенням, отримаємо:

$$\begin{aligned}
\bar{M}_{ult} &= (\tilde{f}_y A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis}) \tilde{d}_{red} \left(1 - \frac{\lambda \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{mid}} \tilde{d}_{red}}{2 \tilde{d}_{red}} \right) + \\
&+ A'_s \tilde{\sigma}_{sc} \left(0,5 \lambda \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{mid}} \tilde{d}_{red} - a' \right) = (\tilde{f}_y A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis}) \tilde{d}_{red} - \\
&- 0,5 \lambda (\tilde{f}_y A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis}) \tilde{d}_{red} \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{mid}} + 0,5 \lambda \frac{\varepsilon_{cu,3}}{\varepsilon_{cu,3} + \tilde{\varepsilon}_{mid}} A'_s \tilde{\sigma}_{sc} \tilde{d}_{red} - A'_s \tilde{\sigma}_{sc} a' = \\
&= (\tilde{f}_y A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis}) \tilde{d}_{red} - \\
&- \frac{0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} \tilde{d}_{red} (\tilde{f}_y A_s + \tilde{\sigma}_f A_f \tilde{\gamma}_{f,dis} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \tilde{E}'_s)}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \tilde{\gamma}_{f,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \tilde{b} \tilde{d}_{red} \tilde{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot} (\tilde{E}_s + \tilde{E}_f)}} \right)} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \tilde{E}'_s a' (0,5 \lambda + 1) + \\
&+ \frac{A'_s \tilde{E}'_s a'^2}{\tilde{d}_{red}} \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \tilde{\gamma}_{f,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \tilde{b} \tilde{d}_{red} \tilde{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot} (\tilde{E}_s + \tilde{E}_f)}} \right) \right]. \quad (2.63)
\end{aligned}$$

Математичне сподівання граничного згинального моменту \bar{M}_{ult} одержимо, підставивши в отриманий вище спрощений вираз (2.63) математичні сподівання випадкових аргументів – аналогічно розробленому вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2).

Нижче запишемо коефіцієнти для визначення стандарту граничного згинального моменту підсиленої балки \hat{M}_{ult} – у вигляді часткових похідних функції $\bar{M}_{ult} = f(x_1, \dots, x_n)$ за змінними x_1, \dots, x_n .

Таким чином, для математичних сподівань параметрів міцності й деформативності матеріалів \bar{f}_y , $\bar{\sigma}_f$, \bar{E}_{cm} , \bar{E}_s , \bar{E}_f , \bar{E}'_s , а також рівня навантаження $\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}$, $\bar{\gamma}_{f,dis}$, коефіцієнти D_{f_y} , D_{σ_f} , $D_{E_{cm}}$, D_{E_s} , D_{E_f} , $D_{E'_s}$, $D_{\gamma_{f,inc}^{mid}}$, $D_{\gamma_{f,dis}}$ набувають наступного вигляду:

$$\begin{aligned}
D_{f_y} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{f}_y}; \quad D_{\sigma_f} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\sigma}_f}; \quad D_{E_{cm}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}_{cm}}; \quad D_{E_s} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}_s}; \quad D_{E_f} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}_f}; \\
D_{E'_s} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{E}'_s}; \quad D_{\gamma_{f,inc}^{mid}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}}; \quad D_{\gamma_{f,dis}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{f,dis}}. \quad (2.64)
\end{aligned}$$

У свою чергу, для математичних сподівань параметрів геометрії перерізу після підсилення \bar{b} , \bar{d}_{red} коефіцієнти D_b , $D_{d_{red}}$ будуть такі:

$$D_b = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{b}}; D_{d_{red}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{d}_{red}}. \quad (2.65)$$

Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x – див. формули (Д.2.8), дод. 2. Числові ж значення коефіцієнтів отримаємо, підставивши в отримані вирази (Д.2.8) математичні сподівання випадкових аргументів.

Стандарт граничного згинального моменту тут визначається як

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{\begin{aligned} & (D_{f_y} \hat{f}_y)^2 + (D_{\sigma_f} \hat{\sigma}_f)^2 + \\ & + (D_{E_{cm}} \hat{E}_{cm})^2 + (D_{E_s} \hat{E}_s)^2 + (D_{E_f} \hat{E}_f)^2 + (D_{E'_s} \hat{E}'_s)^2 + \\ & + (D_{\gamma_{f,inc}^{mid}} \hat{\gamma}_{f,inc}^{mid})^2 + (D_{\gamma_{f,dis}} \hat{\gamma}_{f,dis})^2 + (D_b \hat{b})^2 + (D_{d_{red}} \hat{d}_{red})^2 \end{aligned}}, \quad (2.66)$$

де \hat{f}_y , $\hat{\sigma}_f$, \hat{E}_{cm} , \hat{E}_s , \hat{E}_f , \hat{E}'_s , $\hat{\gamma}_{f,inc}^{mid}$, $\hat{\gamma}_{f,dis}$, \hat{b} , \hat{d}_{red} – стандарти змінних x_1, \dots, x_n .

Для оцінки надійності підсиленої балки використовуємо формули (2.12...2.14), як для розробленого вище випадку з непідсиленою балкою (див. п. 2.4.1, розд. 2), за винятком того, що M_{ult} тут – розрахункова несуча здатність нормального перерізу підсиленої балки.

Принципова блок-схема розрахунку показників для оцінки надійності нормального перерізу непошкодженого прямокутного залізобетонного згинаного елемента, підсиленого композитною стрічкою при дії навантаження, наведена нижче на рис. 2.9.

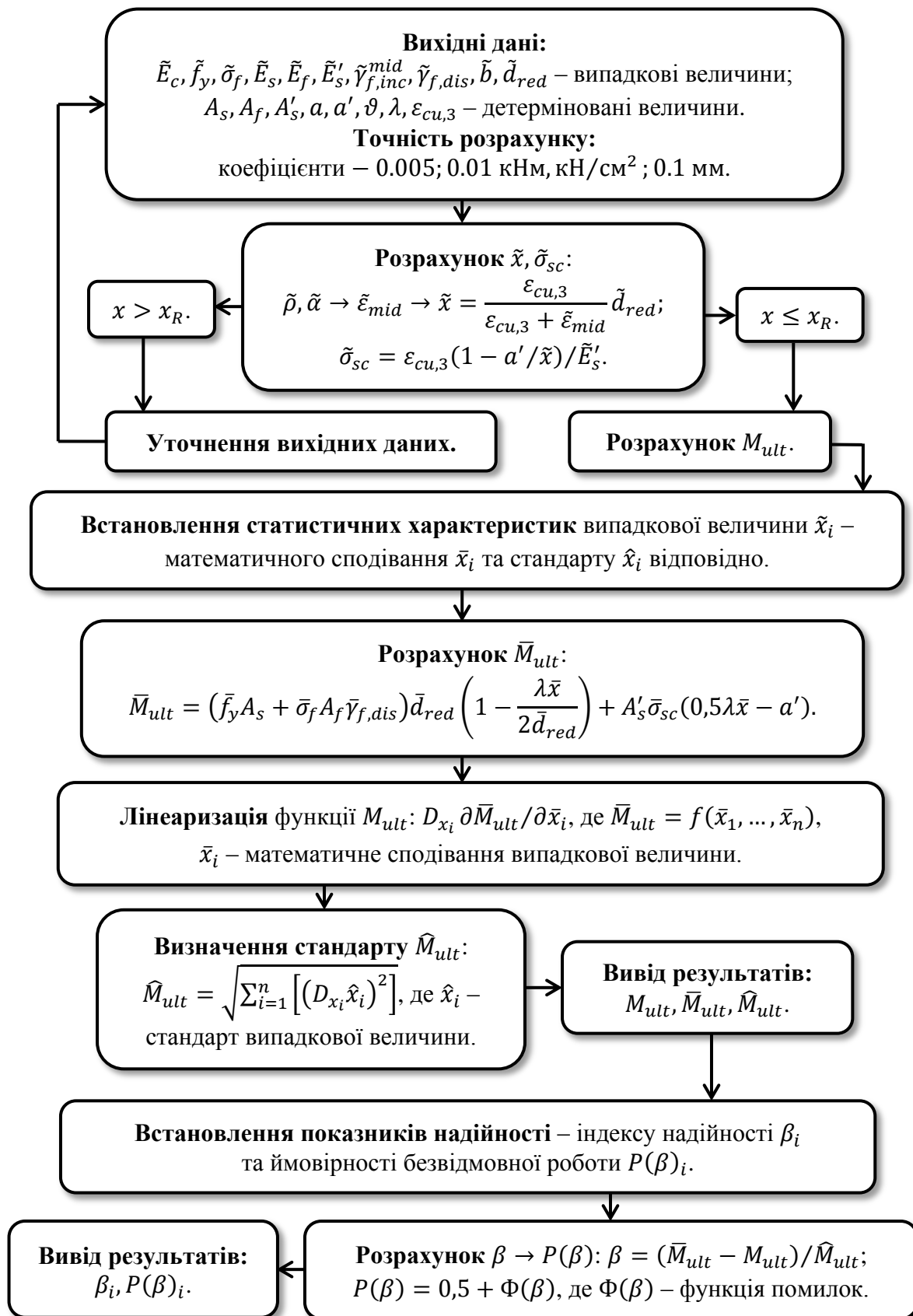


Рис. 2.9. Принципова блок-схема розрахунку показників надійності непошкодженої прямокутної балки, підсиленої композитною стрічкою при дії навантаження.

2.7. Висновки до розділу

1. На основі розрахункових моделей перерізу згідно з різними нормами проектування залізобетонних конструкцій [30, 92] розроблено принципові методики оцінки надійності (в частині безвідмовності) непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених за допомогою нарощування розтягнутої стрижневої арматури [30, 92], композитної стрічки [30, 92], а також влаштування залізобетонної обойми [92] при дії навантаження.

2. Принциповою особливістю розроблених методик є пропозиція врахування як стохастичного параметру рівня навантаження балок в момент підсилення, що дає можливість максимально точно моделювати фактичний вплив усіх стохастичних параметрів на резерв несучої здатності конструкцій.

3. Запропоновані методики дозволяють оперувати стохастичними міцнісними (бетон, арматурна сталь, композитна стрічка) й геометричними (розміри поперечного перерізу до і після підсилення) параметрами резерву несучої здатності, а також рівня навантаження (коефіцієнти використання додаткових перерізів стрижневої арматури, композитної стрічки та бетону) балок на момент підсилення. Більше того, для балок, підсилених нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури та композитної стрічки при дії навантаження були розроблені методики оцінки надійності, базовані на оперуванні випадковими деформативними параметрами – відповідно до розрахункової моделі нормального перерізу за чинними національними нормами проектування залізобетонних конструкцій [30].

4. Насамкінець, за допомогою розроблених вище принципових методик можна оцінювати надійність балок після підсилення як якісно (визначення індексів надійності β), так й кількісно (встановлення коефіцієнтів $P(\beta)$), що дає можливість проектувати їх із заданим рівнем надійності – ймовірністю безвідмовної роботи, і що, в тому числі, може бути предметом майбутніх досліджень.

РОЗДІЛ 3. РЕЗУЛЬТАТИ ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ НАДІЙНОСТІ ПІДСИЛЕНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК

3.1. Оцінювання стохастичності геометричних параметрів залізобетонних балок до влаштування підсилення

Для встановлення статистичних характеристик (математичних сподівань і дисперсій) випадкових геометричних параметрів (ширини \tilde{b} й корисної висоти \tilde{d}) попередньо проводилися натурні заміри ширини й висоти балок усіх типів (до влаштування підсилення), які виконували в десяти поперечних перерізах по довжині кожної балки (точність складала 0,1 мм).

Проектні геометричні параметри досліджуваних зразків, а також їх вигляд у лабораторних умовах перед виконанням замірів подано нижче в табл. 3.1 та на рис. 3.1 відповідно.

Табл. 3.1.

Проектні геометричні параметри досліджуваних зразків

| Серія | Проектні розміри поперечного перерізу $b \times h$, мм | К-ть |
|-------|---|------|
| БП-1 | 100×200 | 6 |
| БП-2 | 120×220 | 6 |



Рис. 3.1. Підсилювані залізобетонні балки серій БП-1 та БП-2
(на рис. зліва та справа відповідно) перед проведенням натурних замірів.

Табл. 3.2.

Стохастичність геометричних параметрів залізобетонних балок серії БП-1

| Перетин | БП-1-01 | | БП-1-02 | | БП-1-03 | |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | b , мм | h , мм | b , мм | h , мм | b , мм | h , мм |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 99.3 | 201.8 | 98.2 | 202.7 | 97.7 | 205.3 |
| 2 | 98.8 | 204.5 | 99.1 | 205.1 | 97.2 | 204.3 |
| 3 | 99.1 | 205.1 | 99.9 | 205.2 | 98.1 | 201.5 |
| 4 | 98.5 | 203.9 | 98.2 | 204.2 | 100.1 | 202.3 |
| 5 | 97.9 | 204.1 | 99.4 | 205.1 | 99.7 | 203.6 |
| 6 | 98.5 | 203.7 | 98.7 | 201.8 | 101.0 | 204.1 |
| 7 | 98.7 | 201.4 | 98.3 | 202.4 | 100.5 | 207.0 |
| 8 | 99.1 | 199.8 | 97.8 | 200.2 | 101.0 | 205.7 |
| 9 | 98.9 | 197.9 | 96.8 | 200.3 | 99.0 | 204.6 |
| 10 | 98.7 | 198.2 | 97.9 | 199.2 | 98.6 | 199.1 |
| Середні значення | 98.8 | 202.0 | 98.4 | 202.6 | 99.3 | 203.8 |
| Перетин | БП-1-04 | | БП-1-05 | | БП-1-06 | |
| | b , мм | h , мм | b , мм | h , мм | b , мм | h , мм |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 1 | 100.5 | 198.1 | 99.2 | 200.7 | 99.9 | 202.1 |
| 2 | 98.9 | 198.4 | 99.5 | 205.1 | 100.8 | 205.5 |
| 3 | 98.0 | 199.1 | 98.8 | 203.7 | 101.6 | 204.1 |
| 4 | 99.4 | 199.7 | 98.6 | 203.2 | 99.7 | 203.6 |
| 5 | 99.7 | 199.1 | 99.7 | 202.9 | 101.1 | 202.1 |
| 6 | 99.9 | 200.6 | 100.1 | 201.2 | 100.4 | 201.8 |
| 7 | 100.6 | 201.8 | 99.8 | 200.9 | 99.8 | 200.4 |
| 8 | 98.7 | 202.1 | 97.6 | 199.1 | 98.7 | 199.4 |
| 9 | 99.8 | 202.3 | 98.7 | 199.2 | 99.6 | 198.2 |
| 10 | 99.6 | 199.9 | 98.6 | 198.5 | 100.3 | 198.8 |
| Середні значення | 99.5 | 200.1 | 99.1 | 201.5 | 100.2 | 201.6 |

Стохастичність геометричних параметрів залізобетонних балок серії БП-2

| Перетин | БП-2-01 | | БП-2-02 | | БП-2-03 | |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | b , мм | h , мм | b , мм | h , мм | b , мм | h , мм |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 110.4 | 220.9 | 116.7 | 220.2 | 117.7 | 218.9 |
| 2 | 117.5 | 221.8 | 116.3 | 221.2 | 116.5 | 221.8 |
| 3 | 120.5 | 222.9 | 119.1 | 221.5 | 119.6 | 222.1 |
| 4 | 122.1 | 222.5 | 119.2 | 220.3 | 118.1 | 221.9 |
| 5 | 123.3 | 222.8 | 119.9 | 221.2 | 119.0 | 221.0 |
| 6 | 123.7 | 223.8 | 119.4 | 222.0 | 119.6 | 222.8 |
| 7 | 123.1 | 223.1 | 119.3 | 221.7 | 120.2 | 222.1 |
| 8 | 124.7 | 223.4 | 118.8 | 222.3 | 122.4 | 223.1 |
| 9 | 125.6 | 222.9 | 118.0 | 222.1 | 117.9 | 222.6 |
| 10 | 124.9 | 220.7 | 119.6 | 221.7 | 118.2 | 221.9 |
| Середні значення | 121.6 | 222.5 | 118.6 | 221.4 | 118.9 | 221.8 |
| Перетин | БП-2-04 | | БП-2-05 | | БП-2-06 | |
| | b , мм | h , мм | b , мм | h , мм | b , мм | h , мм |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 1 | 115.0 | 218.8 | 123.4 | 219.2 | 115.8 | 219.1 |
| 2 | 116.2 | 221.7 | 124.2 | 221.7 | 117.0 | 221.3 |
| 3 | 115.8 | 220.5 | 123.3 | 221.5 | 118.1 | 219.5 |
| 4 | 116.1 | 222.7 | 122.0 | 222.5 | 119.4 | 220.2 |
| 5 | 120.1 | 222.4 | 123.1 | 222.9 | 118.7 | 223.0 |
| 6 | 120.5 | 223.3 | 121.2 | 221.3 | 119.1 | 223.9 |
| 7 | 119.0 | 222.1 | 118.8 | 222.0 | 119.5 | 221.7 |
| 8 | 119.8 | 221.0 | 117.5 | 222.6 | 117.9 | 222.1 |
| 9 | 120.3 | 220.8 | 118.0 | 220.6 | 118.6 | 222.2 |
| 10 | 120.6 | 218.1 | 116.6 | 218.5 | 116.9 | 220.8 |
| Середні значення | 118.3 | 221.1 | 120.8 | 221.3 | 118.1 | 221.4 |

Отже, враховуючи результати натурних замірів геометричних розмірів підсилюваних залізобетонних балок серій БП-1 та БП-2 (див. табл. 3.2 та 3.3 відповідно), отримуємо наступні середні значення ширини і висоти поперечних перерізів:

- для балок серії БП-1 – $b_{aver} = 99,2$ мм, $h_{aver} = 201,9$ мм;
- для балок серії БП-2 – $b_{aver} = 119,4$ мм, $h_{aver} = 221,6$ мм.

3.2. Оцінювання надійності теоретичних моделей непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження

3.2.1. Надійність непідсиленої балки з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні

Розрахунок несучої здатності прямокутного нормального залізобетонного перерізу з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні (за умови виконання умови $\xi \leq \xi_R$) виконано двома методами:

- 1) методом, що використовує деформаційні залежності (нелінійно-деформаційна методика – згідно з [30]) [13];
- 2) лінеаризації (прямий ймовірнісний розрахунок) [77, 80, 94].

Усі наведені нижче позначки геометричних розмірів, а також розрахункових характеристик матеріалів подано відповідно до вимог чинних норм проектування [30].

Вихідні дані приймаємо відповідно до напрацьованих методик експериментальних випробувань залізобетонних балок науковців НУ «Львівська політехніка» – див роботу [83]. Крім того, оперуємо тут розрахунковими величинами міцності матеріалів, а також геометричних параметрів конструкції.

1. Проектні розміри поперечного перерізу непідсиленої балки (див. рис. 2.1):

$$b \times h = 100 \times 200 \text{ мм}; a = 27 \text{ мм}; a' = 12,5 \text{ мм}.$$

2. Бетон класу С45/55: $f_{cd} = 30$ МПа; $E_{cm} = 39,5$ ГПа;

$$\varepsilon_{cu3,cd} = 0,00219; \vartheta = 0,5; \xi_R = 0,557 \text{ – за табл. 2.1 [13].}$$

3. Розтягнута арматура з 2Ø14 А400С: $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 400/1,1 = 363,6$ МПа;

$$E_s = 210 \text{ ГПа}; A_s = 308 \text{ мм}^2 = 3,08 \text{ см}^2.$$

4. Стиснута дротяна арматура з 2Ø5 Вр-I: $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 395/1,1 = 359,1$ МПа;

$$E'_s = 170 \text{ ГПа}; A'_s = 39,2 \text{ мм}^2 = 0,39 \text{ см}^2.$$

5. Випадкові параметри системи:

- міцність бетону \tilde{f}_c ;
- міцність арматурної сталі \tilde{f}_y ;
- ширина перерізу \tilde{b} ;
- корисна висота перерізу \tilde{d} .

Розрахунок за нелінійно-деформаційною методикою. Розрахунок міцності нормального перерізу непідсиленої балки з довільним армуванням виконаємо за спрощеним алгоритмом [13], який адаптовано до вимог чинних норм проектування [30] та використовує деформаційні залежності. Тут слід також відзначити, що у формулах наведених нижче замість випадкових параметрів розглядаються їх відповідні розрахункові значення.

Несучу здатність непідсиленої балки визначаємо за блок-схемою табл. 2.1.

1. Корисна висота перерізу d :

$$d = 200 - 27 = 173 \text{ мм.} \quad (3.1)$$

2. Параметри α та ρ :

$$\alpha = 210 / (39,5 \cdot 0,5) = 10,63; \quad \rho = 308 / (100 \cdot 173) = 0,0178, \quad (3.2)$$

де коефіцієнт 0,5 (див. вираз для α) враховує кількість стрижнів розтягнутої арматури (в даному випадку – 2 шт.).

3. За залежністю (6.46) [13] знаходимо дійсне значення ε_y :

$$\varepsilon_y = \varepsilon_s = \left[-0,00219 \pm \sqrt{0,00219^2 - 4 \cdot \left(-\frac{0,8 \cdot 0,00219^2}{0,0178 \cdot 10,63} \right)} \right] / 2 = 0,00354. \quad (3.3)$$

4. Фактична (реальна) висота стиснутої зони перерізу x :

$$x = \frac{0,00219}{0,00219 + 0,00354} \cdot 173 = 66,1 \text{ мм.} \quad (3.4)$$

5. Гранична висота стиснутої зони перерізу x_R :

$$x_R = 0,557 \cdot 173 = 96,4 \text{ мм.} \quad (3.5)$$

6. Перевіряємо умову

$$x \leq x_R \rightarrow x = 66,1 \text{ мм.} \quad (3.6)$$

7. Визначаємо гранично можливі деформації ε_{sc} у стиснутій арматурі:

$$\varepsilon_{sc} = 0,00219 \cdot (1 - 12,5/66,1) = 0,00178. \quad (3.7)$$

8. При цьому напруження у стиснутій арматурі σ_{sc} становитимуть:

$$\begin{aligned} \sigma_{sc} &= 0,00178 \cdot 1,7 \cdot 10^5 / 1,1 = 275,1 \text{ МПа} < f_{yd} = 359,1 \text{ МПа} \rightarrow \\ &\rightarrow \sigma_{sc} = 275,1 \text{ МПа.} \end{aligned} \quad (3.8)$$

9. Отже, несуча здатність нормального перерізу непідсиленої балки $M_{ult,0}$ складатиме:

$$\begin{aligned} M_{ult,0} &= 308 \cdot 363,6 \cdot 173 \cdot \left(1 - \frac{0,8 \cdot 66,1}{2 \cdot 173}\right) + \\ &+ 39,2 \cdot 275,1 \cdot (0,5 \cdot 0,8 \cdot 66,1 - 12,5) = 16,56 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 16,56 \text{ кНм.} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Слід також відзначити, що несуча здатність, визначена згідно з інженерною методикою за нормами проектування [92] (як для балки з подвійним армуванням, при $\xi \leq \xi_R$) – див. формули (2.5), (2.6) п. 2.4.1 розділу 2, становила

$$\begin{aligned} M_{ult,0} &= 30 \cdot 100 \cdot 32,6 \cdot (173 - 0,5 \cdot 32,6) + 359,1 \cdot 39,2 \times \\ &\times (173 - 12,5) = 17,58 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 17,58 \text{ кНм,} \end{aligned} \quad (3.10)$$

де розрахункова висота стиснутої зони перерізу

$$x = \frac{363,6 \cdot 308 - 359,1 \cdot 39,2}{30 \cdot 100} = 32,6 \text{ мм.} \quad (3.11)$$

Оцінка надійності непідсиленої балки методом статистичної лінеаризації.
Випадкові значення міцності бетону й арматурної сталі, а також геометричних

параметрів перерізу непідсиленої балки є статистично незалежними величинами. Таким чином, на основі наведених вище розрахункових характеристик матеріалів і геометричних розмірів перерізу визначаємо їх статистичні характеристики (математичні сподівання і стандарти відповідно) [72]:

$$1. \text{ Бетон C45/55: } \bar{\sigma}_c = f_{cd}/(1 - 1,64V_c) = 30/(1 - 1,64 \cdot 0,135) = 38,5 \text{ МПа} = \\ = 3,85 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_c = 0,135 \text{ (табл. 3.1 [30])} \rightarrow \\ \rightarrow \hat{\sigma}_c = 0,135\bar{\sigma}_c = 0,135 \cdot 3,85 = 0,52 \text{ кН/см}^2.$$

$$2. \text{ Арматура A400C: } \bar{\sigma}_s = f_y/(1 - 1,64V_s) = 390/(1 - 1,64 \cdot 0,0437) = \\ = 420,1 \text{ МПа} = 42,01 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_s = 0,0437 \\ \text{(табл. П.3.12 [54])} \rightarrow \hat{\sigma}_s = 0,0437\bar{\sigma}_s = 0,0437 \cdot 42,01 = 1,84 \text{ кН/см}^2.$$

$$3. \text{ Дротяна арматура Вр-I: } \bar{\sigma}_{sc} = f_y/(1 - 1,64V_s) = 395/(1 - 1,64 \cdot 0,06) = \\ = 438,1 \text{ МПа} = 43,81 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_s = 0,06 \\ \text{(табл. П.3.12 [54])} \rightarrow \hat{\sigma}_{sc} = 0,06\bar{\sigma}_{sc} = 0,06 \cdot 43,81 = 2,63 \text{ кН/см}^2.$$

4. Параметри геометрії перерізу $b \times d$ (див. рис. 2.1, табл. 3.2):

$$\bar{b} = 99,2 \text{ мм, де коефіцієнт варіації}$$

$$V_b = 0,008 \rightarrow \hat{b} = 0,008\bar{b} = 0,008 \cdot 99,2 = 0,79 \text{ мм} \approx 0,8 \text{ мм};$$

$$\bar{d} = \bar{h} - \bar{a} = 201,9 - 27,0 = 174,9 \text{ мм, де коефіцієнт варіації}$$

$$V_d = 0,011 \rightarrow \hat{d} = 0,011\bar{d} = 0,011 \cdot 174,9 = 1,92 \text{ мм} \approx 1,9 \text{ мм}.$$

Математичні сподівання \bar{b} , \bar{d} визначали виходячи з даних натурних замірів ширини й висоти балок [83], які виконували в десяти поперечних перерізах по довжині кожної балки (точність складала 0,1 мм).

Відповідно, використовуючи методику норм [92], за отриманою вище формулою (2.8) обчислюємо математичне сподівання граничного згинального моменту $\bar{M}_{ult,0}$, який здатна сприйняти непідсилена балка:

$$\bar{M}_{ult,0} = 42,01 \cdot 3,08 \cdot 17,49 - \frac{0,5}{3,85 \cdot 9,92} \cdot (42,01 \cdot 3,08 - 43,81 \cdot 0,39)^2 - \\ - 43,81 \cdot 0,39 \cdot 1,25 = 2\,076,6 \text{ кН} \cdot \text{см} = 20,77 \text{ кНм}. \quad (3.12)$$

За формулами (Д.2.1) встановимо коефіцієнти для знаходження стандарту граничного згинального моменту $\hat{M}_{ult,0}$:

$$\begin{aligned}
 D_{\sigma_s} &= \frac{3,08}{3,85 \cdot 9,92} \cdot (3,85 \cdot 9,92 \cdot 17,49 - 42,01 \cdot 3,08 + 43,81 \cdot 0,39) = 44,81 \text{ см}^3; \\
 D_{\sigma_{sc}} &= \frac{0,39}{3,85 \cdot 9,92} \cdot (-3,85 \cdot 9,92 \cdot 1,25 + 42,01 \cdot 3,08 - 43,81 \cdot 0,39) = 0,66 \text{ см}^3; \\
 D_{\sigma_c} &= \frac{0,5}{3,85^2 \cdot 9,92} \cdot (42,01 \cdot 3,08 - 43,81 \cdot 0,39)^2 = 42,89 \text{ см}^3; \\
 D_d &= 42,01 \cdot 3,08 = 129,39 \text{ кН}; \\
 D_b &= \frac{0,5}{3,85 \cdot 9,92^2} \cdot (42,01 \cdot 3,08 - 43,81 \cdot 0,39)^2 = 16,64 \text{ кН}. \tag{3.13}
 \end{aligned}$$

За формулою (2.11) обчислюємо стандарт граничного згинального моменту:

$$\begin{aligned}
 \hat{M}_{ult,0} &= \sqrt{(42,89 \cdot 0,52)^2 + (44,81 \cdot 1,84)^2 + (0,66 \cdot 2,63)^2 +} \\
 &\quad + (16,64 \cdot 0,08)^2 + (129,39 \cdot 0,19)^2} = \\
 &= 89,0 \text{ кН} \cdot \text{см} = 0,89 \text{ кНм}. \tag{3.14}
 \end{aligned}$$

За відношенням до розрахункового значення граничного згинального моменту, який може сприйматися непідсиленою балкою в нормальному перерізі, обчислюємо характеристику безпеки (індекс надійності) – див. формулу (2.12), а також кількісні показники надійності: ймовірність відмови балки – див. формулу (2.13), а також ймовірність її безвідмовної роботи – див. формулу (2.14). Отже,

$$\beta = \frac{20,77 - 17,58}{0,89} = 3,58 \rightarrow Q(\beta) = 1,72 \cdot 10^{-4}; P(\beta) = 0,999828. \tag{3.15}$$

Значення функції Лапласа від значення аргументу β , в даному випадку, знайшли за допомогою формули «=НОРМСТРАСП(β) – 0,5» програми «Microsoft Excel».

3.2.2. Надійність балки, підсиленої додатковою сталеву стрижневою арматурою при різних рівнях діючого навантаження (схема підсилення № 1)

Розрахунок несучої здатності прямокутного нормального перерізу залізобетонної балки, підсиленої додатковою сталеву стрижневою арматурою при різних рівнях діючого навантаження, з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні (за умови виконання умови $\xi \leq \xi_R$) виконано двома методами – аналогічно розробленому вище пункту з непідсиленою балкою.

Вихідні дані приймаємо відповідно до п. 3.2.1 даного розділу, за винятком додаткових параметрів необхідних для розрахунку підсиленої конструкції.

1. На першому етапі теоретичного дослідження

підсилення додатковою стрижневою арматурою виконувалось з 2Ø10 A400С:

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 400 / 1,1 = 363,6 \text{ МПа}; E_s = 210 \text{ ГПа}; A_{s,add} = 157 \text{ мм}^2 = 1,57 \text{ см}^2.$$

2. Випадкові параметри системи:

- міцність й деформативність бетону – \tilde{f}_c, \tilde{E}_c відповідно;
- міцність й деформативність арматурної сталі – \tilde{f}_y, \tilde{E}_s відповідно;
- рівень навантаження на балку при підсиленні – див. коефіцієнти $\tilde{\gamma}_{s,dis(i)}^{add}$ та $\tilde{\gamma}_{s,inc(i)}^{mid}$;
- ширина перерізу \tilde{b} ;
- приведена корисна висота перерізу після підсилення \tilde{d}_{red} .

Розрахунок за нелінійно-деформаційною методикою. Несучу здатність балки, підсиленої додатковою стрижневою арматурою при рівні діючого навантаження $0,5M_{ult,0}$, визначаємо за модифікованою блок-схемою табл. 2.1 та п. 2.5 розділу 2, використовуючи тут розрахункові характеристики матеріалів.

1. Приведена корисна висота перерізу балки після підсилення (див. рис. 2.2, 2.6):

$$d_{red} = d + a_{red} = 17,3 + 1,08 = 18,38 \text{ см}, \quad (3.16)$$

де a_{red} – відстань від центру ваги існуючої розтягнутої арматури балки до центру ваги арматури підсилення:

$$a_{red} = \frac{\sigma_{s,add} A_{s,add} (d_{add} - d)}{\sigma_s A_s + \sigma_{s,add} A_{s,add}} = \frac{36,36 \cdot 1,57 \cdot (20,5 - 17,3)}{36,36 \cdot (3,08 + 1,57)} = 1,08 \text{ см}, \quad (3.17)$$

тут d_{add} – відстань від верхньої стиснутої грані бетону балки до центру ваги арматури підсилення, яку приварювали до основної арматури через коротиші з арматури $\varnothing 20$ мм.

2. За формулою (2.39) знайдемо параметри α та ρ :

$$\begin{aligned} \alpha &= 210 / (39,5 \cdot 0,25) = 21,27; \\ \rho &= (308 + 157) / (100 \cdot 183,8) = 0,025, \end{aligned} \quad (3.18)$$

де коефіцієнт $\vartheta = 0,25$ (див. вираз для α) враховує кількість стрижнів розтягнутої арматури (в даному випадку – 4 шт.).

Розрахункове значення коефіцієнта $\gamma_{s,inc(i)}^{mid}$, що враховує відсоток включення в роботу додаткової розтягнутої арматури за відношенням до максимального використання міцності всієї розтягнутої арматури підсиленої конструкції (в залежності від рівня навантаження на балку до підсилення), знаходимо за наступним виразом:

$$\gamma_{s,inc(i)}^{mid} = \frac{\sigma_s A_s + \sigma_{s,add} A_{s,add}}{\sigma_s A_s + \sigma_{s,add} A_{s,add} \gamma_{s,dis(i)}^{add}}, \quad (3.19)$$

де $\gamma_{s,dis(i)}^{add}$ – розрахункове (мінімальне теоретичне або експериментальне – згідно з табл. 4.2 [83]) значення коефіцієнта використання перерізу додаткової стрижневої арматури (коефіцієнта умов роботи – [83]), в залежності від рівня навантаження на балку до підсилення.

Розрахункові значення коефіцієнтів $\gamma_{s,dis(i)}^{add}$, $\gamma_{s,inc(i)}^{mid}$ отримані відповідно до результатів теоретично-експериментальних досліджень (проведених в лабораторіях кафедри будівельних конструкцій та мостів НУ «Львівська політехніка»)

залізобетонних балок, підсилених додатковою стрижневою арматурою при дії навантаження [83], виключно для розрахунку за п. 2.4.2 (модель нормального перерізу [92]) та 2.5 (модель нормального перерізу [30]) розділу 2.

Виходячи з залежностей (2.40, 2.42, 2.44...2.50), встановлюємо нижче розрахункові параметри системи, які необхідні для обчислення несучої здатності підсиленої балки.

3. Дійсне значення деформацій всієї розтягнутої стрижневої арматури $\varepsilon_{s,mid}$:

$$\varepsilon_{s,mid} = 1,061 \cdot 0,5 \cdot \left[-0,00219 \pm \sqrt{0,00219^2 - 4 \cdot \left(-\frac{0,8 \cdot 0,00219^2}{0,025 \cdot 21,27} \right)} \right] =$$

$$= 0,00192. \quad (3.20)$$

4. Фактична (реальна) висота стиснутої зони підсиленого перерізу x :

$$x = \frac{0,00219}{0,00219 + 0,00192} \cdot 183,8 = 97,9 \text{ мм.} \quad (3.21)$$

5. Гранична висота стиснутої зони підсиленого перерізу x_R :

$$x_R = 0,557 \cdot 183,8 = 102,4 \text{ мм.} \quad (3.22)$$

6. Перевіряємо умову

$$x \leq x_R \rightarrow x = 97,9 \text{ мм.} \quad (3.23)$$

7. Визначаємо гранично можливі деформації ε_{sc} у стиснутій арматурі:

$$\varepsilon_{sc} = 0,00219 \cdot (1 - 12,5/97,9) = 0,00191. \quad (3.24)$$

8. При цьому напруження у стиснутій арматурі σ_{sc} становитимуть:

$$\sigma_{sc} = 0,00191 \cdot 1,7 \cdot 10^5 / 1,1 = 295,2 \text{ МПа} < f_{yd} = 359,1 \text{ МПа} \rightarrow$$

$$\rightarrow \sigma_{sc} = 295,2 \text{ МПа.} \quad (3.25)$$

9. Отже, несуча здатність нормального перерізу балки M_{ult} , підсиленої додатковою стрижневою арматурою при рівні діючого навантаження $0,5M_{ult,0}$:

$$\begin{aligned} M_{ult} &= (308 + 157 \cdot 0,830) \cdot 363,6 \cdot 183,8 \cdot \left(1 - \frac{0,8 \cdot 97,9}{2 \cdot 183,8}\right) + \\ &+ 39,2 \cdot 295,2 \cdot (0,5 \cdot 0,8 \cdot 97,9 - 12,5) = \\ &= 23,36 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 23,36 \text{ кНм}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Слід також відзначити, що несуча здатність, визначена згідно з адаптованою інженерною методикою за нормами проектування [92] (як для балки з подвійним армуванням, підсиленої додатковою арматурою, при $\xi \leq \xi_R$) – див. формули (2.15), (2.16) п. 2.4.2 розділу 2, становила

$$\begin{aligned} M_{ult} &= 30 \cdot 100 \cdot 48,4 \cdot (183,8 - 0,5 \cdot 48,4) + \\ &+ 359,1 \cdot 39,2 \cdot (183,8 - 12,5) = 25,59 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 25,59 \text{ кНм}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

де розрахункова висота стиснутої зони підсиленого перерізу

$$x = \frac{363,6 \cdot 308 + 363,6 \cdot 157 \cdot 0,830 - 359,1 \cdot 39,2}{30 \cdot 100} = 48,4 \text{ мм}. \quad (3.28)$$

Розрахункові значення коефіцієнтів $\gamma_{s,dis}^{add}$, $\gamma_{s,inc}^{mid}$, а також несучу здатність нормальних перерізів балок M_{ult} , в залежності від рівня навантаження на момент підсилення і площі перерізу додаткової арматури, подано в табл. 3.4, 3.5 відповідно.

Табл. 3.4.

Розрахункові значення коефіцієнтів $\gamma_{s,dis}^{add}$ та $\gamma_{s,inc}^{mid}$

| № | Арматура підсилення | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|---------------------|--|----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø10 мм | 1,000/1,000 | 0,900/1,035 | 0,830/1,060 | 0,750/1,090 |
| 2 | Ø12 мм | 1,000/1,000 | 0,870/1,060 | 0,790/1,100 | 0,680/1,155 |
| 3 | Ø14 мм | 1,000/1,000 | 0,850/1,080 | 0,750/1,145 | 0,625/1,230 |

Примітки:

- 1) перед похилою рискою наведена величина $\gamma_{s,dis}^{add}$, після риски – $\gamma_{s,inc}^{mid}$;
- 2) приведені значення заокруглені з точністю 0,005.

Несуча здатність нормальних перерізів підсилених балок M_{ult} , кНм

| № | Арматура підсилення | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|---------------------|--|----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø10 мм | 26,91/24,59 | 26,15/23,86 | 25,59/23,34 | 24,97/22,76 |
| 2 | Ø12 мм | 30,72/28,56 | 29,36/27,00 | 28,50/26,17 | 27,29/24,96 |
| 3 | Ø14 мм | 35,05/33,43 | 32,99/30,94 | 31,53/29,29 | 29,71/27,45 |

Примітка:

1) перед похилою ризикою наведена величина, обчислена відповідно до [92], після ризику – відповідно до [30].

Варіант I. Оцінка надійності підсиленої балки методом статистичної лінеаризації. Випадкові значення міцності бетону й арматурної сталі, а також геометричних параметрів перерізу підсиленої балки є статистично незалежними величинами (за умови тотожних класів основної та додаткової стрижневої арматури). Виходячи з цього, на основі наведених вище розрахункових характеристик міцності матеріалів, рівнів навантаження і геометричних розмірів перерізу після підсилення визначаємо їх статистичні характеристики (математичні сподівання й стандарти відповідно) [72]:

1. Додаткова арматура А400С:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{s,add} &= \bar{\sigma}_s = f_y / (1 - 1,64V_s) = 390 / (1 - 1,64 \cdot 0,0437) = \\ &= 420,1 \text{ МПа} = 42,01 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_s = 0,0437 \\ (\text{табл. П.3.12 [54]}) &\rightarrow \hat{\sigma}_{s,add} = 0,0437\bar{\sigma}_{s,add} = 0,0437 \cdot 42,01 = 1,84 \text{ кН/см}^2. \end{aligned}$$

2. Коефіцієнт $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$ при рівні діючого навантаження на балку $0,5M_{ult,0}$:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} &= \gamma_{s,dis}^{add}(mid) = 0,835, \text{ де коефіцієнт варіації} \\ V_{\gamma_{s,dis}^{add}} &= 0,006 \rightarrow \hat{\gamma}_{s,dis}^{add} = 0,006\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} = 0,006 \cdot 0,835 = 0,005. \end{aligned}$$

3. Параметри геометрії перерізу $b \times d_{red(i)}$ (див. рис. 2.2, 2.6, табл. 3.2)

в залежності від діаметра додаткової арматури:

$$\begin{aligned} \bar{d}_{red} &= \bar{d} + a_{red} = 174,9 + 10,8 = 185,7 \text{ мм (2Ø10), де коефіцієнт варіації} \\ V_{d_{red}} &= 0,0103 \rightarrow \hat{d}_{red} = 0,0103\bar{d}_{red} = 0,0103 \cdot 185,7 = 1,91 \text{ мм;} \end{aligned}$$

$\bar{d}_{red} = \bar{d} + a_{red} = 174,9 + 14,0 = 188,9$ мм (2Ø12), де коефіцієнт варіації

$$V_{d_{red}} = 0,0102 \rightarrow \hat{d}_{red} = 0,0102 \bar{d}_{red} = 0,0102 \cdot 188,9 = 1,93 \text{ мм};$$

$\bar{d}_{red} = \bar{d} + a_{red} = 174,9 + 17,0 = 191,9$ мм (2Ø14), де коефіцієнт варіації

$$V_{d_{red}} = 0,01 \rightarrow \hat{d}_{red} = 0,01 \bar{d}_{red} = 0,01 \cdot 191,9 = 1,92 \text{ мм}.$$

Оскільки випадкова величина \tilde{d}_{red} наближається до нормального закону її розподілу (див. табл. 3.2), приймаємо стандарт приведеної корисної висоти перерізу підсиленої балки (для всіх діаметрів додаткової арматури) $\hat{d}_{red} \approx 1,9$ мм.

У свою чергу, статистичні характеристики міцності бетону, основної стрижневої та дротяної арматури балки, а також ширини перерізу після підсилення встановлюємо аналогічно п. 3.2.1 даного розділу.

Параметри рівня навантаження (коефіцієнти $\gamma_{s,dis}^{add}$, $\gamma_{s,inc}^{mid}$): математичні сподівання коефіцієнтів $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$, $\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}$, а також їх стандарти $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$, $\hat{\gamma}_{s,inc}^{mid}$, в залежності від рівня навантаження на момент підсилення і площі перерізу додаткової арматури, подано в табл. 3.6, 3.7 відповідно.

Табл. 3.6.

Математичні сподівання коефіцієнтів $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$ та $\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}$

| № | Арматура підсилення | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|---------------------|--|----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø10 мм | 1,000/1,000 | 0,905/1,035 | 0,835/1,060 | 0,760/1,090 |
| 2 | Ø12 мм | 1,000/1,000 | 0,870/1,060 | 0,790/1,100 | 0,685/1,155 |
| 3 | Ø14 мм | 1,000/1,000 | 0,850/1,080 | 0,760/1,135 | 0,645/1,215 |

Примітки:

- 1) перед похилою рискою наведена величина $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$, після риски – $\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}$;
- 2) приведені значення заокруглені з точністю 0,005.

Стандарти коефіцієнтів $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$ та $\hat{\gamma}_{s,inc}^{mid}$

| № | Арматура підсилення | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|---------------------|--|----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø10 мм | -/- | 0,005/- | 0,005/- | 0,01/- |
| 2 | Ø12 мм | -/- | -/- | -/- | 0,005/- |
| 3 | Ø14 мм | -/- | -/- | 0,01/0,01 | 0,02/0,015 |

Примітки:

- 1) перед похилою рискою наведена величина $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$, після риски – $\hat{\gamma}_{s,inc}^{mid}$;
- 2) приведені значення заокруглені з точністю 0,005.

Математичні сподівання коефіцієнтів $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$ визначали як середнє арифметичне їх розрахункових значень для балок-близнюків – $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} = \gamma_{s,dis}^{add}(mid)$ – згідно з табл. 4.2 теоретично-експериментальних досліджень [83].

Оскільки випадкові величини $\tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}$, $\tilde{\gamma}_{s,inc}^{mid}$ наближаються до нормального закону їх розподілу, приймаємо стандарти коефіцієнтів (для всіх рівнів навантаження на момент підсилення та діаметрів арматури нарощування) $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add} \approx \hat{\gamma}_{s,inc}^{mid} \approx 0,005$.

Таким чином, використовуючи методикау норм [92], за отриманою вище спрощеною формулою (2.17) обчислюємо математичне сподівання граничного згинального моменту \bar{M}_{ult} , який здатна сприйняти балка, підсилена додатковою стрижневою арматурою при рівні діючого навантаження $0,5M_{ult,0}$:

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_{ult} &= 42,01 \cdot (3,08 + 1,57 \cdot 0,835) \cdot 18,57 - 43,81 \cdot 0,39 \cdot 1,25 - \frac{0,5}{3,85 \cdot 9,92} \times \\
 &\quad \times ([42,01 \cdot 3,08]^2 + [42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,835]^2 + [43,81 \cdot 0,39]^2) - \\
 &\quad - \frac{42,01^2 \cdot 3,08 \cdot 1,57 \cdot 0,835 - 43,81 \cdot 0,39 \cdot 42,01 \cdot (1,57 \cdot 0,835 + 3,08)}{3,85 \cdot 9,92} = \\
 &= 3\,037,4 \text{ кН} \cdot \text{см} = 30,37 \text{ кНм}. \tag{3.29}
 \end{aligned}$$

За формулами (Д.2.2) встановимо коефіцієнти для знаходження стандарту граничного згинального моменту \hat{M}_{ult} :

$$\begin{aligned}
D_{\gamma_{s,dis}}^{add} &= 42,01 \cdot 1,57 \cdot 18,57 - \frac{1,57 \cdot 42,01}{3,85 \cdot 9,92} \times \\
&\quad \times (42,01 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,835 - 43,81 \cdot 0,39) = 935,74 \text{ кН} \cdot \text{см}; \\
D_{\sigma_s,add} &= 1,57 \cdot 0,835 \cdot 18,57 - \frac{1,57 \cdot 0,835}{3,85 \cdot 9,92} \times \\
&\quad \times (42,01 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,835 - 43,81 \cdot 0,39) = 18,6 \text{ см}^3; \\
D_{\sigma_s} &= 3,08 \cdot 18,57 - \frac{3,08}{3,85 \cdot 9,92} \times \\
&\quad \times (42,01 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,835 - 43,81 \cdot 0,39) = 43,7 \text{ см}^3; \\
D_{\sigma_{sc}} &= \frac{0,39}{3,85 \cdot 9,92} \cdot (42,01 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,835 - 43,81 \cdot 0,39) - \\
&\quad - 0,39 \cdot 1,25 = 1,22 \text{ см}^3; \\
D_{\sigma_c} &= \frac{0,5}{3,85^2 \cdot 9,92} \cdot ([42,01 \cdot 3,08]^2 + [42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,835]^2 + [43,81 \cdot 0,39]^2) + \\
&\quad + \frac{42,01^2 \cdot 3,08 \cdot 1,57 \cdot 0,835 - 43,81 \cdot 0,39 \cdot 42,01 \cdot (1,57 \cdot 0,835 + 3,08)}{3,85^2 \cdot 9,92} = \\
&\quad = 95,26 \text{ см}^3; \\
D_{d_{red}} &= 42,01 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,835 = 184,46 \text{ кН}; \\
D_b &= \frac{0,5}{3,85 \cdot 9,92^2} \cdot ([42,01 \cdot 3,08]^2 + [42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,835]^2 + [43,81 \cdot 0,39]^2) + \\
&\quad + \frac{42,01^2 \cdot 3,08 \cdot 1,57 \cdot 0,835 - 43,81 \cdot 0,39 \cdot 42,01 \cdot (1,57 \cdot 0,835 + 3,08)}{3,85 \cdot 9,92^2} = \\
&\quad = 36,97 \text{ кН}. \tag{3.30}
\end{aligned}$$

За формулою (2.20) обчислюємо стандарт граничного згинального моменту:

$$\begin{aligned}
\hat{M}_{ult} &= \sqrt{(935,74 \cdot 0,005)^2 + (95,26 \cdot 0,52)^2 +} \\
&\quad + ([43,7 + 18,6] \cdot 1,84)^2 + (1,22 \cdot 2,63)^2 + = \\
&\quad + (36,97 \cdot 0,08)^2 + (184,46 \cdot 0,19)^2 \\
&= 129,9 \text{ кН} \cdot \text{см} = 1,3 \text{ кНм}. \tag{3.31}
\end{aligned}$$

За відношенням до розрахункового значення граничного згинального моменту, який може сприйматися підсиленою балкою в нормальному перерізі, обчислюємо

характеристику безпеки (індекс надійності) – див. формулу (2.12), а також кількісні показники надійності: ймовірність відмови балки – див. формулу (2.13), а також ймовірність її безвідмовної роботи – див. формулу (2.14). Отже,

$$\beta = \frac{30,37 - 25,59}{1,3} = 3,68 \rightarrow Q(\beta) = 1,17 \cdot 10^{-4}; P(\beta) = 0,999883. \quad (3.32)$$

Значення функції Лапласа від значення аргументу β тут, як і в попередньому випадку з невідсиленою балкою, знайшли за допомогою формули «= НОРМСТРАСП(β) – 0,5» програми «Microsoft Excel».

Варіант II. Оцінка надійності підсиленої балки за розробленим алгоритмом п. 2.5 розділу 2 з використанням методик чинних норм [30, 32]. Випадкові значення міцнісних ($\bar{f}_{yk}, \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}, \bar{f}_y$) та деформаційних ($\bar{E}_{cm}, \bar{E}_{s,aver}, \bar{E}'_s$) характеристик бетону й арматурної сталі, а також геометричних параметрів перерізу після підсилення ($\bar{b} \times \bar{d}_{red}$) є статистично незалежними величинами (за умови тотожних класів основної та додаткової стрижневої арматури). Виходячи з цього, на основі наведених вище розрахункових характеристик міцності й деформативності матеріалів, рівнів навантаження і геометричних розмірів перерізу визначаємо їх статистичні характеристики (математичні сподівання й стандарти відповідно) [72]:

$$1. \text{ Бетон C45/55: } \bar{E}_{cm} = E_{cm} / (1 - 1,64V_{E_{cm}}) = 39,5 / (1 - 1,64 \cdot 0,044) = 42,6 \text{ ГПа} = \\ = 4,26 \cdot 10^3 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_{E_{cm}} = 0,044 \text{ (табл. П.3.8 [54])} \rightarrow$$

$$\rightarrow \hat{E}_{cm} = 0,044\bar{E}_{cm} = 0,044 \cdot 4,26 \cdot 10^3 = 0,19 \cdot 10^3 \text{ кН/см}^2.$$

2. Основна та додаткова арматура А400С:

$$\bar{E}_{s,aver} = 191,3 \text{ ГПа} = 19,13 \cdot 10^3 \text{ кН/см}^2,$$

де коефіцієнт варіації $V_{E_{s,aver}} = 0,062$ (табл. П.3.15 [54]) \rightarrow

$$\rightarrow \hat{E}_{s,aver} = 0,062\bar{E}_{s,aver} = 0,062 \cdot 19,13 \cdot 10^3 = 1,19 \cdot 10^3 \text{ кН/см}^2.$$

3. Коефіцієнт $\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}$ при рівні діючого навантаження на балку $0,5M_{ult,0}$:

$$\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} = 1,059 - \text{див. формулу (3.19) п. 3.2.2, де коефіцієнт варіації}$$

$$V_{\gamma_{s,inc}^{mid}} = 0,002 \rightarrow \hat{\gamma}_{s,inc}^{mid} = 0,002\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} = 0,002 \cdot 1,059 = 0,002 \text{ (див. табл. 3.7).}$$

4. Дротяна арматура Вр-I: $\bar{E}'_s = 152,7 \text{ ГПа} = 15,27 \cdot 10^3 \text{ кН/см}^2$,

де коефіцієнт варіації $V_{E'_s} = 0,062$ – як для арм. класу А400С (табл. П.3.15 [54]) →

$$\rightarrow \hat{E}'_s = 0,062 \bar{E}'_s = 0,062 \cdot 15,27 \cdot 10^3 = 0,95 \cdot 10^3 \text{ кН/см}^2.$$

У свою чергу, статистичні характеристики міцності стрижневої розтягнутої ($\bar{f}_{yk}, \bar{V}_{s,dis}^{add}$) та дротяної стиснутої (\bar{f}_y) арматури балки, а також геометричних параметрів перерізу після підсилення ($\bar{b} \times \bar{d}_{red}$) – аналогічно розробленій вище оцінці надійності підсиленої балки за методикою норм [92].

Щоб зменшити обсяги записів математичних обчислень коефіцієнтів D_x (подані нижче), підкореневий вираз, який не зазнає змін при диференціюванні (див. формулу (2.51) для \bar{M}_{ult}), позначимо наступним чином:

$$0,00219^2 + \frac{3,2 \cdot 0,00219^2 \cdot 9,92 \cdot 18,57 \cdot 4,26 \cdot 10^3 \cdot 0,25}{(3,08 + 1,57) \cdot 19,13 \cdot 10^3} = A. \quad (3.33)$$

Відповідно до цього, використовуючи методику чинних норм [30], за отриманою вище спрощеною формулою (2.51) обчислюємо математичне сподівання граничного згинального моменту \bar{M}_{ult} , який здатна сприйняти балка, підсилена додатковою стрижневою арматурою при рівні діючого навантаження $0,5M_{ult,0}$:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{ult} &= (3,08 + 1,57 \cdot 0,835) \cdot 42,01 \cdot 18,57 - \\ &\quad - \frac{0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,00219 \cdot 18,57 \cdot}{0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot (-0,00219 \pm \sqrt{A})} \times \\ &\quad \times ([3,08 + 1,57 \cdot 0,835] \cdot 42,01 - 0,00219 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3) - \\ &\quad - 0,00219 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3 \cdot 1,25 \cdot (0,5 \cdot 0,8 + 1) + \frac{0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3 \cdot 1,25^2}{18,57} \times \\ &\quad \times (0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot [-0,00219 \pm \sqrt{A}]) = \\ &\quad = 2\,759,6 \text{ кН} \cdot \text{см} = 27,6 \text{ кНм}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

За формулами (Д.2.6) встановимо коефіцієнти для знаходження стандарту граничного згинального моменту \hat{M}_{ult} :

$$\begin{aligned}
D_{E_s,aver} &= \mp \frac{0,4 \cdot 0,8 \cdot 1,059 \cdot 0,00219^3 \cdot 9,92 \cdot 18,57^2 \cdot 4,26 \cdot 10^3 \cdot 0,25}{(3,08 + 1,57) \cdot (19,13 \cdot 10^3)^2 \cdot \sqrt{A}} \times \\
&\quad \times \frac{(3,08 + 1,57 \cdot 0,835) \cdot 42,01 - 0,00219 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3}{(0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot [-0,00219 \pm \sqrt{A}])^2} \mp \\
&\quad \mp \frac{0,8 \cdot 1,059 \cdot 0,00219^2 \cdot 9,92 \cdot 4,26 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3 \cdot 1,25^2}{(3,08 + 1,57) \cdot (19,13 \cdot 10^3)^2 \cdot \sqrt{A}} = \\
&\quad = -0,0113 \text{ cm}^3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\gamma_s,mid} &= \frac{-0,5 \cdot 0,00219 \pm 0,5\sqrt{A}}{(0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot [-0,00219 \pm \sqrt{A}])^2} \cdot 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,00219 \cdot 18,57 \times \\
&\quad \times ([3,08 + 1,57 \cdot 0,835] \cdot 42,01 - 0,00219 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3) + \\
&\quad + \frac{0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3 \cdot 1,25^2}{18,57} \cdot (-0,5 \cdot 0,00219 \pm 0,5\sqrt{A}) = 301,55 \text{ кН} \cdot \text{см};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\gamma_s,add} &= 1,57 \cdot 42,01 \cdot 18,57 - \frac{0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,00219 \cdot 18,57 \cdot 1,57 \cdot 42,01}{0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot (-0,00219 \pm \sqrt{A})} = \\
&\quad = 976,55 \text{ кН} \cdot \text{см};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{f_{yk}} &= (3,08 + 1,57 \cdot 0,835) \cdot 18,57 - \\
&\quad - \frac{0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,00219 \cdot 18,57 \cdot (3,08 + 1,57 \cdot 0,835)}{0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot (-0,00219 \pm \sqrt{A})} = 65,01 \text{ cm}^3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{E_s'} &= \frac{0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,00219^2 \cdot 18,57 \cdot 0,39}{0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot (-0,00219 \pm \sqrt{A})} - 0,00219 \cdot 0,39 \cdot 1,25 \times \\
&\quad \times (0,5 \cdot 0,8 + 1) + \frac{0,39 \cdot 1,25^2}{18,57} \cdot (0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot [-0,00219 \pm \sqrt{A}]) = \\
&\quad = 0,0019 \text{ cm}^3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{E_{cm}} &= \pm \frac{0,4 \cdot 0,8 \cdot 1,059 \cdot 0,00219^3 \cdot 9,92 \cdot 18,57^2 \cdot 0,25}{(3,08 + 1,57) \cdot 19,13 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{A}} \times \\
&\quad \times \frac{(3,08 + 1,57 \cdot 0,835) \cdot 42,01 - 0,00219 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3}{(0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot [-0,00219 \pm \sqrt{A}])^2} \pm \\
&\quad \pm \frac{0,8 \cdot 1,059 \cdot 0,00219^2 \cdot 9,92 \cdot 0,25 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3 \cdot 1,25^2}{(3,08 + 1,57) \cdot 19,13 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{A}} = 0,0507 \text{ cm}^3;
\end{aligned}$$

$$D_{d_{red}} = (3,08 + 1,57 \cdot 0,835) \cdot 42,01 -$$

$$\begin{aligned}
& \frac{0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,00219 \cdot ([3,08 + 1,57 \cdot 0,835] \cdot 42,01 - 0,00219 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3)}{0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot (-0,00219 \pm \sqrt{A})} \pm \\
& \pm \frac{0,4 \cdot 0,8 \cdot 1,059 \cdot 0,00219^3 \cdot 9,92 \cdot 18,57 \cdot 4,26 \cdot 10^3 \cdot 0,25}{(3,08 + 1,57) \cdot 19,13 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{A}} \times \\
& \times \frac{(3,08 + 1,57 \cdot 0,835) \cdot 42,01 - 0,00219 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3}{(0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot [-0,00219 \pm \sqrt{A}])^2} - \\
& - \frac{0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3 \cdot 1,25^2}{18,57^2} \cdot (0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot [-0,00219 \pm \sqrt{A}]) \pm \\
& \pm \frac{0,8 \cdot 1,059 \cdot 0,00219^2 \cdot 9,92 \cdot 4,26 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3 \cdot 1,25^2}{(3,08 + 1,57) \cdot 19,13 \cdot 10^3 \cdot 18,57 \cdot \sqrt{A}} = \\
& = 161,23 \text{ кН}; \\
D_b = & \pm \frac{0,4 \cdot 0,8 \cdot 1,059 \cdot 0,00219^3 \cdot 18,57^2 \cdot 4,26 \cdot 10^3 \cdot 0,25}{(3,08 + 1,57) \cdot 19,13 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{A}} \times \\
& \times \frac{(3,08 + 1,57 \cdot 0,835) \cdot 42,01 - 0,00219 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3}{(0,00219 + 0,5 \cdot 1,059 \cdot [-0,00219 \pm \sqrt{A}])^2} \pm \\
& \pm \frac{0,8 \cdot 1,059 \cdot 0,00219^2 \cdot 4,26 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,39 \cdot 15,27 \cdot 10^3 \cdot 1,25^2}{(3,08 + 1,57) \cdot 19,13 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{A}} = \\
& = 21,77 \text{ кН.} \tag{3.35}
\end{aligned}$$

За формулою (2.54) обчислюємо стандарт граничного згинального моменту:

$$\begin{aligned}
\hat{M}_{ult} = & \sqrt{(0,0507 \cdot 0,19 \cdot 10^3)^2 + (-0,0113 \cdot 1,19 \cdot 10^3)^2 +} \\
& + (65,01 \cdot 1,84)^2 + (0,0019 \cdot 0,95 \cdot 10^3)^2 + \\
& + (301,55 \cdot 0,005)^2 + (976,55 \cdot 0,005)^2 + \\
& + (21,77 \cdot 0,08)^2 + (161,23 \cdot 0,19)^2} = \\
& = 124,7 \text{ кН} \cdot \text{см} = 1,25 \text{ кНм.} \tag{3.36}
\end{aligned}$$

За відношенням до розрахункового значення граничного згинального моменту, який може сприйматися підсиленою балкою в нормальному перерізі, обчислюємо характеристику безпеки (індекс надійності) – див. формулу (2.12), а також кількісні показники надійності: ймовірність відмови балки – див. формулу (2.13), а також ймовірність її безвідмовної роботи – див. формулу (2.14). Отже,

$$\beta = \frac{27,6 - 23,36}{1,25} = 3,39 \rightarrow Q(\beta) = 3,49 \cdot 10^{-4}; P(\beta) = 0,999651. \quad (3.37)$$

Значення функції Лапласа від значення аргументу β тут, як і в попередньому випадку з невідсиленою балкою, знайшли за допомогою формули «=НОРМСТРАСП(β) – 0,5» програми «Microsoft Excel».

Отже, встановивши вище усі статистичні характеристики прийнятих в розрахунок змінних параметрів резерву несучої здатності, а також рівня навантаження балок в момент підсилення, на основі розроблених принципових методик (див. п. 2.4.2, 2.5) обчислимо якісні та кількісні показники надійності досліджуваних конструкцій – індекси надійності β і ймовірності безвідмовної роботи $P(\beta)$ відповідно. Отримані результати цих показників зведемо в подані нижче табл. 3.8 та 3.9.

Табл. 3.8.

Індекс надійності β_i

| № | Арматура підсилення | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|---------------------|--|----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø10 мм | 3,70/3,41 | 3,71/3,41 | 3,68/3,39 | 3,65/3,37 |
| 2 | Ø12 мм | 3,73/3,46 | 3,72/3,43 | 3,69/3,41 | 3,67/3,38 |
| 3 | Ø14 мм | 3,77/3,49 | 3,74/3,46 | 3,73/3,44 | 3,70/3,41 |

Примітка:

1) перед похилою ризикою наведена величина, обчислена за алгоритмом I-го варіанту, після ризику – за алгоритмом II-го варіанту.

Табл. 3.9.

Ймовірність безвідмовної роботи $P(\beta)_i$

| № | Арматура підсилення | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|---------------------|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø10 мм | 0,999892/ 0,999675 | 0,999896/ 0,999675 | 0,999883/ 0,999651 | 0,999869/ 0,999624 |
| 2 | Ø12 мм | 0,999904/ 0,999730 | 0,999900/ 0,999698 | 0,999888/ 0,999675 | 0,999879/ 0,999638 |
| 3 | Ø14 мм | 0,999918/ 0,999758 | 0,999908/ 0,999730 | 0,999904/ 0,999709 | 0,999892/ 0,999675 |

Примітка:

1) перед похилою ризикою наведена величина, обчислена за алгоритмом I-го варіанту, після ризику – за алгоритмом II-го варіанту.

3.2.3. Надійність балки, підсиленої зовнішньою композитною арматурою при різних рівнях діючого навантаження (схема підсилення № 2)

Розрахунок несучої здатності прямокутного нормального перерізу залізобетонної балки, підсиленої зовнішньою композитною стрічкою CFRP при різних рівнях діючого навантаження, з врахуванням розташування арматури у стиснутій зоні (за умови виконання умови $\xi \leq \xi_R$) виконано двома методами – аналогічно розробленому вище пункту 3.2.2 з балкою, підсиленою додатковою стрижневою арматурою.

Вихідні дані приймаємо відповідно до напрацьованих методик експериментальних випробувань залізобетонних балок науковців НУ «Львівська політехніка» – див роботу [59].

1. Проектні розміри поперечного перерізу балки до підсилення (див. рис. 2.3, 2.8):

$$b \times h = 120 \times 220 \text{ мм}; a = 30 \text{ мм}; a' = 18 \text{ мм}.$$

2. Бетон класу C25/30: $f_{cd} = 17 \text{ МПа}; E_{cm} = 32,5 \text{ ГПа};$

$$\varepsilon_{cu3,cd} = 0,003; \vartheta = 0,5; \xi_R = 0,698 \text{ – за табл. 2.1 [13] для арматури класу А300С}.$$

3. Розтягнута стрижнева арматура з 2Ø12 А300С:

$$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 300/1,1 = 272,7 \text{ МПа}; E_s = 210 \text{ ГПа}; A_s = 226 \text{ мм}^2 = 2,26 \text{ см}^2.$$

4. Стиснута стрижнева арматура з 2Ø8 А500С:

$$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 500/1,15 = 434,8 \text{ МПа}; E'_s = 210 \text{ ГПа}; A'_s = 100,6 \text{ мм}^2 = 1,01 \text{ см}^2.$$

5. Підсилення виконувалось за допомогою композитної стрічки

типу Sika CarboDur S512 товщиною 1,2 мм,

розполовиненої по довжині (тобто шириною 25 мм):

$$A_f = 60,0/2 = 30,0 \text{ мм}^2 = 0,3 \text{ см}^2;$$

$$\sigma_f = 0,85 \cdot 3\,000 = 2\,550 \text{ МПа}; E_f = 162 \text{ ГПа (при квантілі розподілу 5 \%)} [53].$$

6. Випадкові параметри системи:

- міцність й деформативність бетону – \tilde{f}_c, \tilde{E}_c відповідно;
- міцність й деформативність арматурної сталі – \tilde{f}_y, \tilde{E}_s відповідно;
- міцність й деформативність композитної стрічки – $\tilde{\sigma}_f, \tilde{E}_f$ відповідно;

- рівень навантаження на балку при підсиленні – див. коефіцієнти $\tilde{\gamma}_{f,dis(i)}$ та $\tilde{\gamma}_{f,inc(i)}^{mid}$;
- ширина перерізу \tilde{b} ;
- приведена корисна висота перерізу після підсилення \tilde{d}_{red} .

Розрахунок за нелінійно-деформаційною методикою. Несучу здатність балки, підсиленої композитною стрічкою CFRP, визначаємо за модифікованою блок-схемою табл. 2.1 та п. 2.6 розділу 2, використовуючи тут розрахункові характеристики матеріалів.

1. Приведена корисна висота перерізу балки після підсилення (див. рис. 2.3, 2.8):

$$d_{red} = d + a_{red} = 19,0 + 1,69 = 20,69 \text{ см}, \quad (3.38)$$

де a_{red} – відстань від центру ваги розтягнутої стрижневої арматури балки до центру ваги зовнішньої розтягнутої композитної арматури підсилення:

$$a_{red} = \frac{\sigma_f A_f (d_f - d)}{\sigma_s A_s + \sigma_f A_f} = \frac{255 \cdot 0,3 \cdot (22,06 - 19,0)}{27,27 \cdot 2,26 + 255 \cdot 0,3} = 1,69 \text{ см}, \quad (3.39)$$

тут d_f – відстань від верхньої стиснутої грані бетону балки до центру ваги зовнішньої композитної арматури.

2. За формулою (2.59) знайдемо параметри α та ρ :

$$\begin{aligned} \alpha &= (210 + 162)/(32,5 \cdot 0,5) = 22,89; \\ \rho &= (226 + 30)/(120 \cdot 206,9) = 0,0103, \end{aligned} \quad (3.40)$$

де коефіцієнт $\vartheta = 0,5$ (див. вираз для α) враховує кількість стрижнів розтягнутої арматури (в даному випадку – 2 шт.).

Розрахункове значення коефіцієнта $\gamma_{f,inc(i)}^{mid}$, що враховує відсоток включення в роботу композитної стрічки за відношенням до максимального використання міцності розтягнутого армування підсиленої конструкції (в залежності від рівня навантаження на балку до підсилення), знаходимо за наступним виразом:

$$\gamma_{f,inc(i)}^{mid} = \frac{f_y A_s + \sigma_f A_f}{f_y A_s + \sigma_f A_f \gamma_{f,dis(i)}}, \quad (3.41)$$

де $\gamma_{f,dis(i)}$ – розрахункове значення коефіцієнта використання перерізу композитної стрічки (коефіцієнта умов роботи – [83]), в залежності від рівня навантаження на балку до підсилення – згідно з [59].

Розрахункові значення коефіцієнтів $\gamma_{f,dis(i)}$, $\gamma_{f,inc(i)}^{mid}$ отримані на основі результатів експериментальних досліджень (проведених в лабораторіях кафедри будівельних конструкцій та мостів НУ «Львівська політехніка») залізобетонних балок, підсилених композитною стрічкою при дії навантаження [59], виключно для розрахунку за п. 2.4.3 (модель нормального перерізу [92]) та 2.6 (модель нормального перерізу [30]) розділу 2.

Виходячи з залежностей (2.42, 2.46...2.50, 2.60...2.62), встановлюємо нижче розрахункові параметри системи, які необхідні для обчислення несучої здатності підсиленої балки.

3. Дійсне значення деформацій розтягнутого армування ε_{mid} :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mid} &= 0,5 \cdot \left[-0,003 \pm \sqrt{0,003^2 - 4 \cdot \left(-\frac{0,8 \cdot 0,003^2}{0,0103 \cdot 22,89} \right)} \right] = \\ &= 0,00423. \end{aligned} \quad (3.42)$$

4. Фактична (реальна) висота стиснутої зони підсиленого перерізу x :

$$x = \frac{0,003}{0,003 + 0,00423} \cdot 206,9 = 85,9 \text{ мм.} \quad (3.43)$$

5. Гранична висота стиснутої зони підсиленого перерізу x_R :

$$x_R = 0,698 \cdot 206,9 = 144,4 \text{ мм.} \quad (3.44)$$

6. Перевіряємо умову

$$x \leq x_R \rightarrow x = 85,9 \text{ мм.} \quad (3.45)$$

7. Визначаємо гранично можливі деформації ε_{sc} у стиснутій арматурі:

$$\varepsilon_{sc} = 0,003 \cdot (1 - 18,0/85,9) = 0,00237. \quad (3.46)$$

8. При цьому напруження у стиснутій арматурі σ_{sc} становитимуть:

$$\begin{aligned} \sigma_{sc} &= 0,00237 \cdot 2,1 \cdot 10^5 / 1,15 = 432,8 \text{ МПа} < f_{yd} = 434,8 \text{ МПа} \rightarrow \\ &\rightarrow \sigma_{sc} = 432,8 \text{ МПа}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

9. Отже, несуча здатність нормального перерізу балки M_{ult} , підсиленої зовнішньою композитною арматурою:

$$\begin{aligned} M_{ult} &= (272,7 \cdot 226 + 2\,550 \cdot 30) \cdot 206,9 \cdot \left(1 - \frac{0,8 \cdot 85,9}{2 \cdot 206,9}\right) + \\ &+ 100,6 \cdot 432,8 \cdot (0,5 \cdot 0,8 \cdot 85,9 - 18,0) = \\ &= 24,55 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 24,55 \text{ кНм}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Слід також відзначити, що несуча здатність, визначена згідно з адаптованою інженерною методикою за нормами проектування [92] (як для балки з подвійним армуванням, підсиленої композитною стрічкою CFRP, при $\xi \leq \xi_R$) – див. формули (2.21), (2.22) п. 2.4.3 розділу 2, становила

$$\begin{aligned} M_{ult} &= 17 \cdot 120 \cdot 46,3 \cdot (206,9 - 0,5 \cdot 46,3) + \\ &+ 434,8 \cdot 100,6 \cdot (206,9 - 18) = 25,62 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 25,62 \text{ кНм}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

де розрахункова висота стиснутої зони підсиленого перерізу

$$x = \frac{272,7 \cdot 226 + 2\,550 \cdot 30 - 434,8 \cdot 100,6}{17 \cdot 120} = 46,3 \text{ мм}. \quad (3.50)$$

Розрахункові значення коефіцієнтів $\gamma_{f,dis}$, $\gamma_{f,inc}^{mid}$, а також несучу здатність нормальних перерізів балок M_{ult} , в залежності від рівня навантаження на момент підсилення, подано в табл. 3.10, 3.11 відповідно.

Табл. 3.10.

Розрахункові значення коефіцієнтів $\gamma_{f,dis}$ та $\gamma_{f,inc}^{mid}$

| № | Стрічка CFRP | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|--------------|--|-----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,25M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | 1,2x25 мм | 1,000/1,000 | 0,780/1,140 | 0,650/1,240 | 0,490/1,395 |

Примітки:

- 1) перед похилою рисою наведена величина $\gamma_{f,dis}$, після риски – $\gamma_{f,inc}^{mid}$;
- 2) приведені значення заокруглені з точністю 0,005.

Табл. 3.11.

Несуча здатність нормальних перерізів підсилених балок M_{ult} , кНм

| № | Стрічка CFRP | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|--------------|--|-----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,25M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | 1,2x25 мм | 25,62/24,55 | 22,83/21,83 | 21,12/20,20 | 18,95/18,15 |

Примітка:

- 1) перед похилою рисою наведена величина, обчислена відповідно до [92], після риски – відповідно до [30].

Оцінка надійності підсиленої балки методом статистичної лінеаризації.

Випадкові значення міцності бетону, стрижневої та композитної арматури, а також геометричних параметрів перерізу балки є статистично незалежними величинами. Виходячи з цього, на основі наведених вище розрахункових характеристик міцності матеріалів і геометрії перерізу після підсилення визначаємо їх статистичні характеристики (математичні сподівання й стандарти відповідно) [72]:

$$\begin{aligned}
 1. \text{ Бетон C25/30: } \bar{\sigma}_c &= f_{cd}/(1 - 1,64V_c) = 17/(1 - 1,64 \cdot 0,135) = 21,8 \text{ МПа} = \\
 &= 2,18 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_c = 0,135 \text{ (табл. 3.1 [30])} \rightarrow \\
 &\rightarrow \hat{\sigma}_c = 0,135\bar{\sigma}_c = 0,135 \cdot 2,18 = 0,29 \text{ кН/см}^2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \text{ Розтягнута арматура A300C: } \bar{\sigma}_s &= f_y/(1 - 1,64V_s) = 300/(1 - 1,64 \cdot 0,035) = \\
 &= 318,3 \text{ МПа} = 31,83 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_s = 0,035 \\
 &\text{(табл. П.3.12 [54])} \rightarrow \hat{\sigma}_s = 0,035\bar{\sigma}_s = 0,035 \cdot 31,83 = 1,11 \text{ кН/см}^2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \text{ Стиснута арматура A500C: } \bar{\sigma}_{sc} &= f_y/(1 - 1,64V_s) = 500/(1 - 1,64 \cdot 0,0594) = \\
 &= 554,0 \text{ МПа} = 55,4 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_s = 0,0594 \\
 &\text{(табл. П.3.12 [54])} \rightarrow \hat{\sigma}_{sc} = 0,0594\bar{\sigma}_{sc} = 0,0594 \cdot 55,4 = 3,29 \text{ кН/см}^2.
 \end{aligned}$$

4. Зовнішня розтягнута композитна арматура:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_f &= \sigma_f / (1 - 1,64V_f) = 2\,550 / (1 - 1,64 \cdot 0,08) = \\ &= 2\,935,1 \text{ МПа} = 293,51 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_f = 0,08 \\ (\text{див. примітку (1) нижче)} \rightarrow \hat{\sigma}_f &= 0,08\bar{\sigma}_f = 0,08 \cdot 293,51 = 23,48 \text{ кН/см}^2.\end{aligned}$$

5. Параметри геометрії перерізу $b \times d_{red}$ (див. рис. 2.3, 2.8, табл. 3.3):

$$\begin{aligned}\bar{b} &= 119,4 \text{ мм, де коефіцієнт варіації} \\ V_b = 0,005 \rightarrow \hat{b} &= 0,005\bar{b} = 0,005 \cdot 119,4 = 0,6 \text{ мм;} \\ \bar{d}_{red} = \bar{d} + a_{red} &= 191,6 + 16,9 = 208,5 \text{ мм, де коефіцієнт варіації} \\ V_{d_{red}} = 0,008 \rightarrow \hat{d}_{red} &= 0,008\bar{d}_{red} = 0,008 \cdot 208,5 = 1,67 \text{ мм} \approx 1,7 \text{ мм.}\end{aligned}$$

Математичні сподівання параметрів геометрії перерізу до підсилення (\bar{b} , \bar{d} відповідно) визначали тут виходячи з даних натурних замірів ширини й висоти балок [59] – аналогічно п. 3.2.1.

Примітка:

1) у даному випадку, відповідно до [72], орієнтовно приймаємо коефіцієнт варіації $V_f = 0,08$ і забезпеченість розрахункової міцності композитної стрічки 95% (на відстані 1,64 стандарту від математичного сподівання) – аналогічно випадку з основною стрижневою арматурою балки.

Параметри рівня навантаження (коефіцієнти $\gamma_{f,dis}$, $\gamma_{f,inc}^{mid}$): математичні сподівання коефіцієнтів $\bar{\gamma}_{f,dis}$, $\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}$, в залежності від рівня навантаження на момент підсилення, подано в табл. 3.12.

Табл. 3.12.

Математичні сподівання коефіцієнтів $\bar{\gamma}_{f,dis}$ та $\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}$

| № | Стрічка CFRP | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|--------------|--|-----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,25M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | 1,2x25 мм | 1,000/1,000 | 0,780/1,140 | 0,650/1,240 | 0,490/1,395 |

Примітки:

- 1) перед похилою ризкою наведена величина $\bar{\gamma}_{f,dis}$, після ризки – $\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}$;
- 2) приведені значення заокруглені з точністю 0,005.

Математичні сподівання коефіцієнтів $\bar{\gamma}_{f,dis}$ визначали як $\bar{\gamma}_{f,dis} = \gamma_{f,dis}$ (за одного рівня навантаження досліджувалась одна балка) – на основі результатів експериментальних досліджень [59]. Виходячи з цього, стандарти коефіцієнтів (для всіх рівнів навантаження на момент підсилення) $\hat{\gamma}_{f,dis} = \hat{\gamma}_{f,inc}^{mid} = 0$. В даному випадку, прийнявши коефіцієнт варіації $V_{\gamma_{f,dis}} \approx 0,05$ – з досвіду експлуатації та підсилення залізобетонних згинаних елементів [16, 27, 34, 47, 59, 83] – для розрахунку стандартів згинальних моментів \hat{M}_{ult} застосуємо стандарт коефіцієнтів $\hat{\gamma}_{f,dis} \approx \hat{\gamma}_{f,inc}^{mid} \approx 0,04$.

Таким чином, використовуючи методику норм [92], за отриманою вище формулою (2.23) обчислюємо математичне сподівання граничного згинального моменту \bar{M}_{ult} , який здатна сприйняти балка, підсилена композитною стрічкою CFRP:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{ult} &= (31,83 \cdot 2,26 + 293,51 \cdot 0,3) \cdot 20,85 - 55,4 \cdot 1,01 \cdot 1,8 - \frac{0,5}{2,18 \cdot 11,94} \times \\ &\quad \times ([31,83 \cdot 2,26]^2 + [293,51 \cdot 0,3]^2 + [55,4 \cdot 1,01]^2) - \\ &\quad - \frac{293,51 \cdot 0,3 \cdot 31,83 \cdot 2,26 - 55,4 \cdot 1,01 \cdot (293,51 \cdot 0,3 + 31,83 \cdot 2,26)}{2,18 \cdot 11,94} = \\ &= 3\,027,1 \text{ кН} \cdot \text{см} = 30,27 \text{ кНм}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

За формулами (Д.2.3) встановимо коефіцієнти для знаходження стандарту граничного згинального моменту \hat{M}_{ult} :

$$\begin{aligned} D_{\sigma_f} &= 0,3 \cdot 20,85 - \frac{0,3}{2,18 \cdot 11,94} \times \\ &\quad \times (293,51 \cdot 0,3 + 31,83 \cdot 2,26 - 55,4 \cdot 1,01) = 5,06 \text{ см}^3; \\ D_{\sigma_s} &= 2,26 \cdot 20,85 - \frac{2,26}{2,18 \cdot 11,94} \times \\ &\quad \times (31,83 \cdot 2,26 + 293,51 \cdot 0,3 - 55,4 \cdot 1,01) = 38,09 \text{ см}^3; \\ D_{\sigma_{sc}} &= \frac{1,01}{2,18 \cdot 11,94} \cdot (31,83 \cdot 2,26 + 293,51 \cdot 0,3 - 55,4 \cdot 1,01) - \\ &\quad - 1,01 \cdot 1,8 = 2,22 \text{ см}^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_c} &= \frac{0,5}{2,18^2 \cdot 11,94} \cdot ([31,83 \cdot 2,26]^2 + [293,51 \cdot 0,3]^2 + [55,4 \cdot 1,01]^2) + \\
&+ \frac{293,51 \cdot 0,3 \cdot 31,83 \cdot 2,26 - 55,4 \cdot 1,01 \cdot (293,51 \cdot 0,3 + 31,83 \cdot 2,26)}{2,18^2 \cdot 11,94} = 95,37 \text{ см}^3; \\
D_{d_{red}} &= 31,83 \cdot 2,26 + 293,51 \cdot 0,3 = 159,99 \text{ кН}; \\
D_b &= \frac{0,5}{2,18 \cdot 11,94^2} \cdot ([31,83 \cdot 2,26]^2 + [293,51 \cdot 0,3]^2 + [55,4 \cdot 1,01]^2) + \\
&+ \frac{293,51 \cdot 0,3 \cdot 31,83 \cdot 2,26 - 55,4 \cdot 1,01 \cdot (293,51 \cdot 0,3 + 31,83 \cdot 2,26)}{2,18 \cdot 11,94^2} = \\
&= 17,41 \text{ кН}. \tag{3.52}
\end{aligned}$$

За формулою (2.26) обчислюємо стандарт граничного згинального моменту:

$$\begin{aligned}
\hat{M}_{ult} &= \sqrt{(95,37 \cdot 0,29)^2 + (38,09 \cdot 1,11)^2 + (5,06 \cdot 23,48)^2 + \\
&+ (2,22 \cdot 3,29)^2 + (17,41 \cdot 0,06)^2 + (159,99 \cdot 0,17)^2} = \\
&= 132,0 \text{ кН} \cdot \text{см} = 1,32 \text{ кНм}. \tag{3.53}
\end{aligned}$$

За відношенням до розрахункового значення граничного згинального моменту, який може сприйматися підсиленою балкою в нормальному перерізі, обчислюємо характеристику безпеки (індекс надійності) – див. формулу (2.12), а також кількісні показники надійності: ймовірність відмови балки – див. формулу (2.13), а також ймовірність її безвідмовної роботи – див. формулу (2.14). Отже,

$$\beta = \frac{30,27 - 25,62}{1,32} = 3,52 \rightarrow Q(\beta) = 2,16 \cdot 10^{-4}; P(\beta) = 0,999784. \tag{3.54}$$

Значення функції Лапласа від значення аргументу β тут, як і в попередньому випадку з балкою, підсиленою додатковою стрижневою арматурою, знайшли за допомогою формули «=НОРМСТРАСП(β) – 0,5» програми «Microsoft Excel».

Зазначимо, що при оцінюванні надійності підсиленої балки за розробленим алгоритмом п. 2.6 розділу 2, з використанням методики чинних норм [30, 32], орієнтовно прийняли коефіцієнт варіації $V_{E_f} = 0,02$ [53] і забезпеченість розрахункового модуля пружності композитної стрічки 95% (на відстані 1,64 стандарту від математичного сподівання) [72].

Отже, встановивши вище усі статистичні характеристики прийнятих в розрахунок змінних параметрів резерву несучої здатності, а також рівня навантаження балок в момент підсилення, на основі розроблених принципових методик (див. п. 2.4.3, 2.6) обчислимо якісні та кількісні показники надійності досліджуваних конструкцій – індекси надійності β і ймовірності безвідмовної роботи $P(\beta)$ відповідно. Отримані результати цих показників зведемо в подані нижче табл. 3.13 та 3.14.

Табл. 3.13.

Індекс надійності β_i

| № | Стрічка CFRP | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|--------------|--|-----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,25M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | 1,2x25 мм | 3,52/3,27 | 3,44/3,19 | 3,38/3,14 | 3,30/3,06 |

Примітка:

1) перед похилою ризикою наведена величина, обчислена відповідно до п. 2.4.3, розд. 2, після ризику – відповідно до п. 2.6, розд. 2.

Табл. 3.14.

Ймовірність безвідмовної роботи $P(\beta)_i$

| № | Стрічка CFRP | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|--------------|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,25M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | 1,2x25 мм | 0,999784/ 0,999462 | 0,999709/ 0,999289 | 0,999638/ 0,999155 | 0,999517/ 0,998893 |

Примітка:

1) перед похилою ризикою наведена величина, обчислена відповідно до п. 2.4.3, розд. 2, після ризику – відповідно до п. 2.6, розд. 2.

3.2.4. Надійність балки, підсиленої залізобетонною обіймою при різних рівнях діючого навантаження (схема підсилення № 3)

Розрахунок несучої здатності прямокутного нормального перерізу залізобетонної балки, підсиленої залізобетонною обіймою при різних рівнях діючого навантаження, з врахуванням розташування арматури у верхній зоні основного перерізу (за умови виконання умови $\xi \leq \xi_R$) виконано двома методами:

- 1) інженерним – відповідно до адаптованої методики [92];
- 2) лінеаризації (прямий ймовірнісний розрахунок) [77, 80, 94].

Вихідні дані приймаємо відповідно до напрацьованих методик експериментальних випробувань залізобетонних балок науковців НУ «Львівська політехніка» – див роботу [33].

1. Проектні розміри поперечного перерізу балки до підсилення (див. рис. 2.4):

$$b \times h = 100 \times 200 \text{ мм}; a = 27 \text{ мм}; a' = 19 \text{ мм}.$$

2. Бетон класу С30/35: $f_{cd} = 19,5 \text{ МПа}$; $E_{cm} = 34,5 \text{ ГПа}$;

$$\varepsilon_{cu3,cd} = 0,0028; \vartheta = 0,25; \xi_R = 0,571 \text{ – за табл. 2.1 [13].}$$

3. Розтягнута арматура з 2Ø14 А500С: $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 500/1,15 = 434,8 \text{ МПа}$;

$$E_s = 210 \text{ ГПа}; A_s = 308 \text{ мм}^2 = 3,08 \text{ см}^2.$$

4. Стиснута арматура з 2Ø8 А400С: $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 400/1,1 = 363,6 \text{ МПа}$;

$$E'_s = 210 \text{ ГПа}; A'_s = 100,6 \text{ мм}^2 = 1,01 \text{ см}^2.$$

5. Проектні розміри обойми підсилення (див. рис. 2.4):

$$b_{add} = 20 \text{ мм}; h_{add} = 50 \text{ мм}; h'_{add} = 20 \text{ мм}; a = 25 \text{ мм}.$$

6. Бетон обойми підсилення класу С40/50: $f_{cd} = 27,5 \text{ МПа}$; $E_{cm} = 39 \text{ ГПа}$;

$$\varepsilon_{cu3,cd} = 0,00231; \vartheta = 0,25; \xi_R = 0,570 \text{ – за табл. 2.1 [13].}$$

7. Додаткова стрижнева арматура в обоймі підсилення складалась з 2Ø10 А400С
(на першому етапі теоретичного дослідження):

$$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 400/1,1 = 363,6 \text{ МПа}; E_s = 210 \text{ ГПа}; A_{s,add} = 157 \text{ мм}^2 = 1,57 \text{ см}^2.$$

8. Випадкові параметри системи:

- міцність бетону існуючої балки та обойми підсилення \tilde{f}_c ;
- міцність арматурної сталі \tilde{f}_y ;
- рівень навантаження на балку при підсиленні – див. коефіцієнти використання додаткового перерізу бетону $\tilde{\gamma}_{c,dis(i)}^{add}$ та арматури $\tilde{\gamma}_{s,dis(i)}^{add}$ відповідно;
- ширина перерізу до і після підсилення – \tilde{b} та $(\tilde{b} + 2\tilde{b}_{add})$ відповідно;
- приведена корисна висота перерізу після підсилення \tilde{d}_{red} .

Розрахунок за інженерною методикою. Несучу здатність балки, підсиленої залізобетонною обоймою при рівні діючого навантаження $0,5M_{ult,0}$ було визначено відповідно до адаптованої методики за нормами проектування [92] (як для балки з

подвійним армуванням, підсиленої залізобетонною обоймою, при $\xi \leq \xi_R$), із використанням розрахункових характеристик матеріалів. При цьому розглядався комплексний переріз, що складався з основної (прямокутний переріз існуючої балки) та додаткової (переріз обойми підсилення коробчастого типу) частин конструкції.

1. Приведена відстань від верхньої стиснутої грані основного перерізу до центру ваги всієї розтягнутої арматури (див. рис. 2.4):

$$d'_{red} = d + a_{red} = 17,3 + 1,55 = 18,85 \text{ см}, \quad (3.55)$$

де a_{red} – відстань від центру ваги розтягнутої арматури в існуючій балці до центру ваги додаткової розтягнутої арматури в обоймі підсилення:

$$a_{red} = \frac{\sigma_{s,add} A_{s,add} (d_{add} - d)}{\sigma_s A_s + \sigma_{s,add} A_{s,add}} = \frac{36,36 \cdot 1,57 \cdot (22,5 - 17,3)}{43,48 \cdot 3,08 + 36,36 \cdot 1,57} = 1,55 \text{ см}, \quad (3.56)$$

тут d_{add} – відстань від верхньої стиснутої грані бетону існуючої балки до центру ваги додаткової арматури в обоймі підсилення.

Розрахункові (мінімальні теоретичні – див. табл. 4.5 [33]) значення коефіцієнтів використання додаткового перерізу бетону $\gamma_{c,dis(i)}^{add}$ та арматури $\gamma_{s,dis(i)}^{add}$, в залежності від рівня навантаження на балку до підсилення, отримані відповідно до результатів теоретичних досліджень (проведених в лабораторіях кафедри будівельних конструкцій та мостів НУ «Львівська політехніка») залізобетонних балок, підсилених залізобетонною обоймою при дії навантаження [33], виключно для розрахунку за п. 2.4.4 (модель нормального перерізу [92]) розділу 2.

2. Несуча здатність нормального перерізу балки M_{ult} , підсиленої залізобетонною обоймою при рівні діючого навантаження $0,5M_{ult,0}$ (див. формули (2.33), (2.34) п. 2.4.4):

$$M_{ult} = (19,5 \cdot 100 + 2 \cdot 27,5 \cdot 20 \cdot 0,349) \cdot (70,6 - 20) \times$$

$$\begin{aligned} & \times (188,5 + 0,5 \cdot 20 - 0,5 \cdot 70,6) + \\ & + 27,5 \cdot 140 \cdot 20 \cdot (188,5 + 0,5 \cdot 20) \cdot 0,349 + 363,6 \cdot 100,6 \cdot (188,5 - 19) = \\ & = 30,81 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 30,81 \text{ кНм}, \end{aligned} \quad (3.57)$$

де розрахункова висота стиснутої зони підсиленого перерізу

$$\begin{aligned} x = \frac{434,8 \cdot 308 + 363,6 \cdot 157 \cdot 0,836 - 363,6 \cdot 100,6 - 27,5 \cdot 140 \cdot 20 \cdot 0,349}{19,5 \cdot 100 + 2 \cdot 27,5 \cdot 20 \cdot 0,349} + \\ + 20 = 70,6 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Розрахункові значення коефіцієнтів $\gamma_{c,dis}^{add}$, $\gamma_{s,dis}^{add}$, а також несучу здатність нормальних перерізів балок M_{ult} , в залежності від рівня навантаження на момент підсилення і площі перерізу арматури в обоймі, подано нижче в табл. 3.15, 3.16 відповідно.

Табл. 3.15.

Розрахункові значення коефіцієнтів $\gamma_{c,dis}^{add}$ та $\gamma_{s,dis}^{add}$

| № | Арматура в обоймі | Рівень навантаження на момент підсилення | | | | |
|---|-------------------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,7M_{ult,0}$ | $0,9M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø8 мм | 1,000/1,000 | -/- | -/- | 0,210/0,525 | -/- |
| 2 | Ø10 мм | 1,000/1,000 | 0,440/1,160 | 0,350/0,835 | 0,230/0,495 | 0,075/0,170 |
| 3 | Ø12 мм | 1,000/1,000 | -/- | -/- | 0,245/0,505 | 0,070/0,155 |

Примітки:

- 1) перед похилою рисою наведена величина $\gamma_{c,dis}^{add}$, після риски – $\gamma_{s,dis}^{add}$;
- 2) приведені значення заокруглені з точністю 0,005.

Табл. 3.16.

Несуча здатність нормальних перерізів підсилених балок M_{ult} , кНм

| № | Арматура в обоймі | Рівень навантаження на момент підсилення | | | | |
|---|-------------------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,7M_{ult,0}$ | $0,9M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø8 мм | 30,97 | - | - | 25,36 | - |
| 2 | Ø10 мм | 35,10 | 33,92 | 30,83 | 27,42 | 23,91 |
| 3 | Ø12 мм | 40,01 | - | - | 30,09 | 24,92 |

Оцінка надійності підсиленої балки методом статистичної лінеаризації.
 Випадкові значення міцності бетону й арматурної сталі, а також геометричних параметрів перерізу підсиленої балки є статистично незалежними величинами. Виходячи з цього, на основі наведених вище розрахункових характеристик міцності матеріалів, рівнів навантаження і геометрії перерізу після підсилення визначаємо їх статистичні характеристики (математичні сподівання й стандарти відповідно) [72]:

1. Бетон існуючої балки С30/35:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_c &= f_{cd}/(1 - 1,64V_c) = 19,5/(1 - 1,64 \cdot 0,135) = 25,0 \text{ МПа} = \\ &= 2,50 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_c = 0,135 \text{ (табл. 3.1 [30])} \rightarrow \\ &\rightarrow \hat{\sigma}_c = 0,135\bar{\sigma}_c = 0,135 \cdot 2,50 = 0,34 \text{ кН/см}^2.\end{aligned}$$

2. Бетон обійми підсилення С40/50:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{c,add} &= f_{cd}/(1 - 1,64V_c) = 27,5/(1 - 1,64 \cdot 0,135) = 35,3 \text{ МПа} = \\ &= 3,53 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_c = 0,135 \text{ (табл. 3.1 [30])} \rightarrow \\ &\rightarrow \hat{\sigma}_{c,add} = 0,135\bar{\sigma}_{c,add} = 0,135 \cdot 3,53 = 0,48 \text{ кН/см}^2.\end{aligned}$$

3. Розтягнута арматура в існуючій балці А500С:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_s &= f_y/(1 - 1,64V_s) = 500/(1 - 1,64 \cdot 0,0437) = \\ &= 538,6 \text{ МПа} = 53,86 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_s = 0,0437 \\ &\text{(табл. П.3.12 [54])} \rightarrow \hat{\sigma}_s = 0,0437\bar{\sigma}_s = 0,0437 \cdot 53,86 = 2,35 \text{ кН/см}^2.\end{aligned}$$

4. Стиснута арматура в існуючій балці А400С:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{sc} &= f_y/(1 - 1,64V_s) = 390/(1 - 1,64 \cdot 0,0437) = \\ &= 420,1 \text{ МПа} = 42,01 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_s = 0,0594 \\ &\text{(табл. П.3.12 [54])} \rightarrow \hat{\sigma}_{sc} = 0,0594\bar{\sigma}_{sc} = 0,0594 \cdot 42,01 = 2,50 \text{ кН/см}^2.\end{aligned}$$

5. Розтягнута арматура в обійми підсилення А400С:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{s,add} &= f_y/(1 - 1,64V_s) = 390/(1 - 1,64 \cdot 0,0437) = \\ &= 420,1 \text{ МПа} = 42,01 \text{ кН/см}^2, \text{ де коефіцієнт варіації } V_s = 0,0437 \\ &\text{(табл. П.3.12 [54])} \rightarrow \hat{\sigma}_{s,add} = 0,0437\bar{\sigma}_{s,add} = 0,0437 \cdot 42,01 = 1,84 \text{ кН/см}^2.\end{aligned}$$

6. Коефіцієнт $\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}$ при рівні діючого навантаження на балку $0,5M_{ult,0}$:

$$\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} = \gamma_{c,dis}^{add}(mid) = 0,354, \text{ де коефіцієнт варіації}$$

$$V_{\gamma_{c,dis}^{add}} = 0,0143 \rightarrow \hat{\gamma}_{c,dis}^{add} = 0,0143 \bar{\gamma}_{c,dis}^{add} = 0,0143 \cdot 0,354 = 0,0051.$$

7. Коефіцієнт $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$ при рівні діючого навантаження на балку $0,5M_{ult,0}$:

$$\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} = \gamma_{s,dis}^{add}(mid) = 0,838, \text{ де коефіцієнт варіації}$$

$$V_{\gamma_{s,dis}^{add}} = 0,0024 \rightarrow \hat{\gamma}_{s,dis}^{add} = 0,0024 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} = 0,0024 \cdot 0,838 = 0,002.$$

8. Параметри геометрії перерізу $b \times d'_{red(i)}$ (див. рис. 2.4, табл. 3.2)

в залежності від діаметра арматури в обоймі підсилення:

$$\bar{d}'_{red} = \bar{d} + a_{red} = 174,9 + 11,2 = 186,1 \text{ мм (2}\varnothing\text{8), де коефіцієнт варіації}$$

$$V_{d'_{red}} = 0,0103 \rightarrow \hat{d}'_{red} = 0,0103 \bar{d}'_{red} = 0,0103 \cdot 186,1 = 1,92 \text{ мм} \approx 1,9 \text{ мм};$$

$$\bar{d}'_{red} = \bar{d} + a_{red} = 174,9 + 15,5 = 190,4 \text{ мм (2}\varnothing\text{10), де коефіцієнт варіації}$$

$$V_{d'_{red}} = 0,0101 \rightarrow \hat{d}'_{red} = 0,0101 \bar{d}'_{red} = 0,0101 \cdot 190,4 = 1,92 \text{ мм} \approx 1,9 \text{ мм};$$

$$\bar{d}'_{red} = \bar{d} + a_{red} = 174,9 + 19,8 = 194,7 \text{ мм (2}\varnothing\text{12), де коефіцієнт варіації}$$

$$V_{d'_{red}} = 0,0099 \rightarrow \hat{d}'_{red} = 0,0099 \bar{d}'_{red} = 0,0099 \cdot 194,7 = 1,93 \text{ мм} \approx 1,9 \text{ мм.}$$

9. Параметри геометрії перерізу b_{add}, h'_{add} після влаштування обойми підсилення

(див. рис. 2.4): $\bar{b}_{add} = b_{add,mid} = 22,9$ мм, де коефіцієнт варіації

$$V_{b_{add}} = 0,145 \rightarrow \hat{b}_{add} = 0,145 \bar{b}_{add} = 0,145 \cdot 22,9 = 3,32 \text{ мм} \approx 3,3 \text{ мм};$$

$$\bar{h}'_{add} = h'_{add,mid} = 22,9 \text{ мм, де коефіцієнт варіації}$$

$$V_{h'_{add}} = 0,145 \rightarrow \hat{h}'_{add} = 0,145 \bar{h}'_{add} = 0,145 \cdot 22,9 = 3,32 \text{ мм} \approx 3,3 \text{ мм.}$$

Статистичні ж характеристики ширини перерізу до підсилення – аналогічно п. 3.2.1 даного розділу.

Математичні сподівання геометричних параметрів перерізу після підсилення – $\bar{b}_{add}, \bar{h}'_{add}$ – отримано згідно з табл. 4.2 [33] (див. третю серію балок), з врахуванням середніх значень b_{aver}, h_{aver} , встановлених за табл. 3.2.

Параметри рівня навантаження (коефіцієнти $\gamma_{c,dis}^{add}, \gamma_{s,dis}^{add}$): математичні сподівання коефіцієнтів $\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}, \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$, а також їх стандарти $\hat{\gamma}_{c,dis}^{add}, \hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$, в залежності від рівня навантаження на момент підсилення і площі перерізу арматури в обоймі, подано в табл. 3.17, 3.18 відповідно.

Табл. 3.17.

Математичні сподівання коефіцієнтів $\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}$ та $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$

| № | Арматура в обоймі | Рівень навантаження на момент підсилення | | | | |
|---|-------------------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,7M_{ult,0}$ | $0,9M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø8 мм | 1,000/1,000 | -/- | -/- | 0,210/0,535 | -/- |
| 2 | Ø10 мм | 1,000/1,000 | 0,445/1,160 | 0,355/0,840 | 0,240/0,520 | 0,075/0,170 |
| 3 | Ø12 мм | 1,000/1,000 | -/- | -/- | 0,255/0,525 | 0,075/0,160 |

Примітки:

- 1) перед похилою ризикою наведена величина $\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}$, після ризику – $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$;
- 2) приведені значення заокруглені з точністю 0,005.

Табл. 3.18.

Стандарти коефіцієнтів $\hat{\gamma}_{c,dis}^{add}$ та $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$

| № | Арматура в обоймі | Рівень навантаження на момент підсилення | | | | |
|---|-------------------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,7M_{ult,0}$ | $0,9M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø8 мм | -/- | -/- | -/- | -/0,01 | -/- |
| 2 | Ø10 мм | -/- | 0,005/- | 0,005/0,005 | 0,01/0,025 | -/- |
| 3 | Ø12 мм | -/- | -/- | -/- | 0,01/0,02 | 0,005/0,005 |

Примітки:

- 1) перед похилою ризикою наведена величина $\hat{\gamma}_{c,dis}^{add}$, після ризику – $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add}$;
- 2) приведені значення заокруглені з точністю 0,005.

Математичні сподівання коефіцієнтів $\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}$, $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}$ визначали як середнє арифметичне їх розрахункових значень для балок-близнюків – $\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} = \gamma_{c,dis}^{add}(mid)$, $\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} = \gamma_{s,dis}^{add}(mid)$ – див. табл. 4.5 теоретично-експериментальних досліджень [33].

Оскільки випадкові величини $\tilde{\gamma}_{c,dis}^{add}$, $\tilde{\gamma}_{s,dis}^{add}$ наближаються до нормального закону їх розподілу, приймаємо стандарт коефіцієнта (для всіх рівнів навантаження на момент підсилення та діаметрів арматури в обоймі) $\hat{\gamma}_{c,dis}^{add} \approx 0,005$, $\hat{\gamma}_{s,dis}^{add} \approx 0,01$.

Відповідно до вищенаведеного, використовуючи методику норм [92], за отриманою вище спрощеною формулою (2.35) обчислюємо математичне сподівання граничного згинального моменту \bar{M}_{ult} , який здатна сприйняти балка, підсилена залізобетонною обоймою при рівні діючого навантаження $0,5M_{ult,0}$:

$$\begin{aligned}
\bar{M}_{ult} &= (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838) \cdot 19,04 - 42,01 \cdot 1,01 \cdot 1,9 + \\
&+ 3,53 \cdot 0,354 \cdot (0,5 \cdot 9,92 + 2,29) \cdot 2,29^2 - \frac{0,5}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} \times \\
&\times ([53,86 \cdot 3,08]^2 + [42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838]^2 + [42,01 \cdot 1,01]^2 + \\
&+ [3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354]^2 \cdot [9,92^2 + 4 \cdot 9,92 \cdot 2,29 + 4 \cdot 2,29^2]) - \\
&- \frac{42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 \cdot (53,86 \cdot 3,08 - 42,01 \cdot 1,01) - 53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,01}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} + \\
&+ \frac{3,53 \cdot 9,92 \cdot 2,29 \cdot 0,354 \cdot (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01)}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} + \\
&+ \frac{2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 2,29 \cdot 0,354 \cdot (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01)}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} = \\
&= 3\,869,2 \text{ кН} \cdot \text{см} = 38,69 \text{ кНм}. \tag{3.59}
\end{aligned}$$

За формулами (Д.2.5) встановимо коефіцієнти для знаходження стандарту граничного згинального моменту \hat{M}_{ult} :

$$\begin{aligned}
D_{\gamma_{s,dis}^{add}} &= 42,01 \cdot 1,57 \cdot 19,04 - \frac{42,01 \cdot 1,57}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} \times \\
&\times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01 - 3,53 \cdot 9,92 \cdot 2,29 \cdot 0,354 - \\
&- 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 2,29 \cdot 0,354) = 959,25 \text{ кН} \cdot \text{см};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_{s,add}} &= 1,57 \cdot 0,838 \cdot 19,04 - \frac{1,57 \cdot 0,838}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} \times \\
&\times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01 - 3,53 \cdot 9,92 \cdot 2,29 \cdot 0,354 - \\
&- 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 2,29 \cdot 0,354) = 19,13 \text{ см}^3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_s} &= 3,08 \cdot 19,04 - \frac{3,08}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} \times \\
&\times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01 - 3,53 \cdot 9,92 \cdot 2,29 \cdot 0,354 - \\
&- 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 2,29 \cdot 0,354) = 44,8 \text{ см}^3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_{sc}} &= \frac{1,01}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} \times \\
&\times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01 - 3,53 \cdot 9,92 \cdot 2,29 \cdot 0,354 - \\
&- 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 2,29 \cdot 0,354) - 1,01 \cdot 1,9 = 2,62 \text{ см}^3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\gamma_{c,dis}^{add}} &= (0,5 \cdot 9,92 + 2,29) \cdot 3,53 \cdot 2,29^2 + \frac{3,53 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times ([53,86 \cdot 3,08]^2 + [42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838]^2 + [42,01 \cdot 1,01]^2) - \\
&\quad - \frac{3,53^2 \cdot 0,354 \cdot 2,29^2 \cdot (2,50 \cdot 9,92 + 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times (9,92^2 + 4 \cdot 9,92 \cdot 2,29 + 4 \cdot 2,29^2) + \frac{2 \cdot 3,53 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times (53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,01 - \\
&\quad - 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 \cdot 42,01 \cdot 1,01) + \frac{3,53 \cdot 2,50 \cdot 9,92^2 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) + \\
&\quad + \frac{2 \cdot 3,53 \cdot 2,50 \cdot 9,92 \cdot 2,29 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) = 824,63 \text{ кН} \cdot \text{см};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_{c,add}} &= (0,5 \cdot 9,92 + 2,29) \cdot 2,29^2 \cdot 0,354 + \\
&\quad + \frac{2,29 \cdot 0,354}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times ([53,86 \cdot 3,08]^2 + [42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838]^2 + [42,01 \cdot 1,01]^2) - \\
&\quad - \frac{3,53 \cdot 0,354^2 \cdot 2,29^2 \cdot (2,50 \cdot 9,92 + 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times (9,92^2 + 4 \cdot 9,92 \cdot 2,29 + 4 \cdot 2,29^2) + \frac{2 \cdot 2,29 \cdot 0,354}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times (53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,01 - \\
&\quad - 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 \cdot 42,01 \cdot 1,01) + \frac{2,50 \cdot 9,92^2 \cdot 2,29 \cdot 0,354}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) + \\
&\quad + \frac{2 \cdot 2,50 \cdot 9,92 \cdot 2,29 \cdot 2,29 \cdot 0,354}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) = 82,7 \text{ см}^3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_c} &= \frac{0,5 \cdot 9,92}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
&\quad \times ([53,86 \cdot 3,08]^2 + [42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838]^2 + [42,01 \cdot 1,01]^2) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3,53^2 \cdot 0,354^2 \cdot 9,92 \cdot 2,29^2}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
& \times (0,5 \cdot 9,92^2 + 2 \cdot 9,92 \cdot 2,29 + 2 \cdot 2,29^2) + \frac{9,92}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
& \quad \times (53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,01 - \\
& \quad - 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 \cdot 42,01 \cdot 1,01) - \frac{3,53 \cdot 0,354 \cdot 9,92^2 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
& \quad \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) - \\
& \quad - \frac{2 \cdot 3,53 \cdot 0,354 \cdot 9,92 \cdot 2,29 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
& \quad \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) = 100,27 \text{ см}^3; \\
D_{h'_{add}} & = 3,53 \cdot 0,354 \cdot 2,29 \cdot (9,92 + 2 \cdot 2,29) - \frac{3,53^2 \cdot 0,354^2 \cdot 2,29}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} \times \\
& \quad \times (9,92^2 + 4 \cdot 9,92 \cdot 2,29 + 4 \cdot 2,29^2) + \frac{3,53 \cdot 0,354 \cdot 9,92}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} \times \\
& \quad \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) + \\
& \quad + \frac{2 \cdot 3,53 \cdot 0,354 \cdot 2,29}{2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354} \times \\
& \quad \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) = 122,96 \text{ кН}; \\
D_{d'_{red}} & = 53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 = 221,16 \text{ кН}; \\
D_{b_{add}} & = 3,53 \cdot 0,354 \cdot 2,29^2 + \frac{3,53 \cdot 0,354}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
& \quad \times ([53,86 \cdot 3,08]^2 + [42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838]^2 + [42,01 \cdot 1,01]^2) + \\
& \quad + \frac{3,53^2 \cdot 0,354^2 \cdot 2,29^2}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \cdot (3,53 \cdot 0,354 \cdot 9,92^2 - \\
& \quad - 2 \cdot 2,50 \cdot 9,92^2 - 4 \cdot 2,50 \cdot 9,92 \cdot 2,29 - 4 \cdot 3,53 \cdot 0,354 \cdot 2,29^2) + \\
& \quad + \frac{2 \cdot 3,53 \cdot 0,354}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \cdot (53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - \\
& \quad - 53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,01 - 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 \cdot 42,01 \cdot 1,01) - \\
& \quad - \frac{2 \cdot 3,53^2 \cdot 0,354^2 \cdot 9,92 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \cdot (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -42,01 \cdot 1,01) + \frac{2 \cdot 3,53 \cdot 0,354 \cdot 2,50 \cdot 9,92 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
& \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) = 57,55 \text{ кН}; \\
D_b = & 0,5 \cdot 3,53 \cdot 0,354 \cdot 2,29^2 + \frac{0,5 \cdot 2,50}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
& \times ([53,86 \cdot 3,08]^2 + [42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838]^2 + [42,01 \cdot 1,01]^2) - \\
& - \frac{3,53^2 \cdot 0,354^2 \cdot 2,29^2}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \cdot (0,5 \cdot 2,50 \cdot 9,92^2 + \\
& + 2 \cdot 3,53 \cdot 0,354 \cdot 2,29 \cdot 9,92 + 4 \cdot 3,53 \cdot 0,354 \cdot 2,29^2 - 2 \cdot 2,50 \cdot 2,29^2) + \\
& + \frac{2,50}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \cdot (53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - \\
& - 53,86 \cdot 3,08 \cdot 42,01 \cdot 1,01 - 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 \cdot 42,01 \cdot 1,01) + \\
& + \frac{2 \cdot 3,53^2 \cdot 0,354^2 \cdot 2,29 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \cdot (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - \\
& - 42,01 \cdot 1,01) - \frac{2 \cdot 2,50 \cdot 3,53 \cdot 0,354 \cdot 2,29 \cdot 2,29}{(2,50 \cdot 9,92 + 2 \cdot 3,53 \cdot 2,29 \cdot 0,354)^2} \times \\
& \times (53,86 \cdot 3,08 + 42,01 \cdot 1,57 \cdot 0,838 - 42,01 \cdot 1,01) = 41,41 \text{ кН}. \quad (3.60)
\end{aligned}$$

За формулою (2.38) обчислюємо стандарт граничного згинального моменту:

$$\begin{aligned}
\hat{M}_{ult} = & \sqrt{(100,27 \cdot 0,34)^2 + (82,7 \cdot 0,48)^2 + (44,8 \cdot 2,35)^2 + \\
& + (2,62 \cdot 2,50)^2 + (19,13 \cdot 1,84)^2 + (824,63 \cdot 0,005)^2 + \\
& + (959,25 \cdot 0,01)^2 + (41,41 \cdot 0,08)^2 + \\
& + (221,16 \cdot 0,19)^2 + (57,55 \cdot 0,33)^2 + (122,96 \cdot 0,33)^2} = \\
& = 137,8 \text{ кН} \cdot \text{см} = 1,38 \text{ кНм}. \quad (3.61)
\end{aligned}$$

За відношенням до розрахункового значення граничного згинального моменту, який може сприйматися підсиленою балкою в нормальному перерізі, обчислюємо характеристику безпеки (індекс надійності) – див. формулу (2.12), а також кількісні показники надійності: ймовірність відмови балки – див. формулу (2.13), а також ймовірність її безвідмовної роботи – див. формулу (2.14). Отже,

$$\beta = \frac{38,69 - 30,81}{1,38} = 5,71 \rightarrow Q(\beta) = 5,65 \cdot 10^{-9}; P(\beta) = 0,99999999435. \quad (3.62)$$

Значення функції Лапласа від значення аргументу β тут, як і в попередньому випадку з балкою, підсиленою композитною стрічкою CFRP, знайшли за допомогою формули «=НОРМСТРАСП(β) – 0,5» програми «Microsoft Excel».

Отже, встановивши вище усі статистичні характеристики прийнятих в розрахунок змінних параметрів резерву несучої здатності, а також рівня навантаження балок в момент підсилення, на основі розробленої принципової методики (див. п. 2.4.4) обчислимо якісні та кількісні показники надійності досліджуваних конструкцій – індекси надійності β і ймовірності безвідмовної роботи $P(\beta)$ відповідно. Крім того, для даного методу підсилення, знайдемо також відповідні значення, які набуває ще один кількісний показник надійності – ймовірність відмови конструкції $Q(\beta)_i$. Отримані результати усіх показників зведемо в подані нижче табл. 3.19, 3.20 та 3.21.

Табл. 3.19.

Індекс надійності β_i

| № | Арматура в обоймі | Рівень навантаження на момент підсилення | | | | |
|---|-------------------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,7M_{ult,0}$ | $0,9M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø8 мм | 5,81 | - | - | 5,64 | - |
| 2 | Ø10 мм | 5,83 | 5,76 | 5,71 | 5,67 | 5,59 |
| 3 | Ø12 мм | 5,86 | - | - | 5,71 | 5,62 |

Табл. 3.20.

Ймовірність безвідмовної роботи $P(\beta)_i$

| № | Арматура в обоймі | Рівень навантаження на момент підсилення | | | | |
|---|-------------------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,7M_{ult,0}$ | $0,9M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø8 мм | 0,999999997 | - | - | 0,999999991 | - |
| 2 | Ø10 мм | 0,999999997 | 0,999999996 | 0,999999994 | 0,999999993 | 0,999999989 |
| 3 | Ø12 мм | 0,999999998 | - | - | 0,999999994 | 0,999999990 |

Ймовірність відмови $Q(\beta)_i$

| № | Арматура в обоймі | Рівень навантаження на момент підсилення | | | | |
|---|-------------------|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,7M_{ult,0}$ | $0,9M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø8 мм | $3,12 \times 10^{-9}$ | - | - | $8,50 \times 10^{-9}$ | - |
| 2 | Ø10 мм | $2,77 \times 10^{-9}$ | $4,21 \times 10^{-9}$ | $5,65 \times 10^{-9}$ | $7,14 \times 10^{-9}$ | $1,14 \times 10^{-8}$ |
| 3 | Ø12 мм | $2,31 \times 10^{-9}$ | - | - | $5,65 \times 10^{-9}$ | $9,55 \times 10^{-9}$ |

3.3. Висновки до розділу

1. Використовуючи вихідні дані до попередніх експериментально-теоретичних досліджень напруженого стану балок, підсиленних різними методами при дії навантаження, розроблені принципові методики апробовано й отримано якісні та кількісні показники надійності досліджуваних конструкцій – індекси надійності β та коефіцієнти ймовірності безвідмовної роботи $P(\beta)$ відповідно. Так, для індексів надійності β (при оцінюванні надійності на основі двох розрахункових моделей перерізу) діапазон усіх одержаних значень склав від 3,06 до 5,86 (див. табл. 3.8, 3.13, 3.19), а для ймовірностей безвідмовної роботи $P(\beta)$ – від 0,998893 до 0,999999998 (див. табл. 3.9, 3.14, 3.20). На основі аналізу цих результатів можна констатувати наступну закономірність: рівень надійності більшості балок зростає зі зменшенням рівня навантаження на момент підсилення, а також зі збільшенням відсотка розтягнутого армування перерізу після підсилення, що, в свою чергу, пояснюється відносно незначними коефіцієнтами варіації V_s , V_f – для стрижневої та композитної арматури відповідно.

2. Досліджено вплив усіх проектних стохастичних параметрів, які мають місце в реальних умовах підсилення, на оцінку надійності балок, а саме: міцність (див. п. 2.4.2–2.4.3, розд. 2) й деформативність (див. п. 2.5, 2.6, розд. 2) матеріалів, параметри геометрії поперечного перерізу до і після підсилення, а також, що важливо, рівень навантаження в момент підсилення. Виходячи з аналізу залежностей для знаходження стандартів \hat{M}_{ult} , найменший вплив на рівень надійності підсиленних балок мають такі параметри резерву їх несучої здатності як

міцність і деформативність стиснутої арматури (σ_{sc} та E'_s), а також ширина поперечного перерізу b . Тому при подальших дослідженнях надійності підсилених залізобетонних згинаних елементів даними параметрами (за достатньої точності розрахунку) рекомендовано знехтувати.

3. Крім того, аналізуючи відхилення між значеннями індексів надійності β (див. табл. 3.8, 3.13), отриманими на основі двох розроблених методик (див. п. 2.4.2, 2.5 та 2.4.3, 2.6 відповідно) для балок, підсилених нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури й композитної стрічки, помітна ще одна закономірність. Вона полягає в наступному: для балок, підсилених нарощуванням стрижневої арматури результати знайдені на основі методики базованої на нормах [92] є завищені над результатами отриманими на основі методики базованої на діючих нормах [30] на величину до 7,8 %; для балок, підсилених композитною стрічкою – до 7,3 %. Тобто для оцінки надійності балок, підсилених нарощуванням розтягнутого армування при дії навантаження рекомендовано використовувати методику базовану на розрахунковій моделі нормального перерізу, що наведена у нормах [30]. Дана методика дає менше значення індексу надійності β_i , проте призводить до необхідності проектування більш надійної конструкції підсилення і, відповідно, досягнення вищого рівня надійності балки.

РОЗДІЛ 4. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ НАДІЙНОСТІ ПІДСИЛЕНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК

4.1. Створення 3D кінцево-елементної моделі балок, підсилених різними методами при дії навантаження у ПК «МІРАЖ-2015»

Для постановки задачі нелінійного розрахунку підсилених залізобетонних балок було використано програмний комплекс (далі – ПК) «МІРАЖ–2015» [24–26].

Використання нелінійного процесора ПК «МІРАЖ–2015», призначеного для розв’язання та аналізу фізично й геометрично нелінійних задач покроковим шляхом, дало можливість вирішити ряд наступних завдань, а саме: моделювання методики теоретичних досліджень (див. п. 3.2, розд. 3), а також порівняння значень параметрів напружено-деформованого стану (далі – НДС) досліджуваної конструкції на кожному етапі завантаження – отриманих згідно з розрахунками за нормами [30, 92] та, власне, в ПК «МІРАЖ–2015» відповідно. Крім того, на основі співставлення значень розрахункової несучої здатності балок M_{ult} знайденими згідно з п. 3.2 зі значеннями знайденими тут (див. табл. 4.3), було встановлено та проаналізовано відхилення між ними (при усіх методах підсилення й рівнях навантаження).

В основу розрахунку ПК «МІРАЖ–2015» закладався загальновідомий метод кінцевих елементів (далі – МКЕ) [86].

Кінцево-елементне моделювання фізичної нелінійності матеріалів досліджуваних конструкцій відбувалось з використанням широкої бази бібліотеки законів деформування матеріалів – залежностей «напруження–деформація». Більше того, дана бібліотека дозволяла оперувати практично будь-якими фізично нелійними властивостями того чи іншого матеріалу (бетон, сталеве або композитне армування).

Відповідно до вищенаведеного, метою цього підрозділу були побудова розрахункових моделей прямокутних залізобетонних балок (із опиранням на дві опори згідно з балочною схемою), підсилених різними методами при дії навантаження (див. п. 2.4, розд. 2), використовуючи при цьому закладені у ПК «МІРАЖ–2015» фізично нелінійні кінцеві елементи (далі – КЕ); а також, на основі

розроблених моделей, встановлення напружено-деформованого стану досліджуваних конструкцій.

Отже, для побудови розрахункових моделей підсилених балок використовувались наступні КЕ (див. табл. 4.1):

- КЕ № 210 – фізично нелінійний універсальний просторовий стержневий КЕ, який забезпечує розрахунок усіх видів стержневих систем з урахуванням фізичної нелінійності матеріалу і є аналогом універсального лінійного стержневого КЕ № 10;
- КЕ № 241 – фізично нелінійний універсальний прямокутний КЕ оболонки, який призначений для визначення НДС прямокутних в плані оболонок;
- КЕ № 242 – фізично нелінійний універсальний трикутний КЕ оболонки, який призначений для визначення НДС трикутних в плані оболонок.

Табл. 4.1.

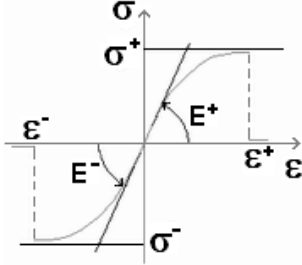
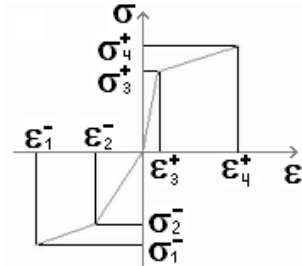
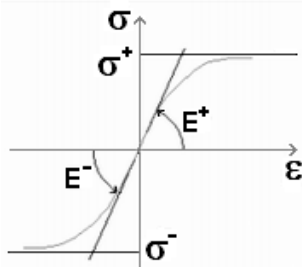
Кінцеві елементи використані в розрахункових моделях

| № КЕ | Назва КЕ | Ознака схеми | Ступені свободи |
|------|--------------------------------|--------------|---------------------------|
| 210 | Просторовий стержневий елемент | 5 | X, Y, Z, UX, UY, UZ |
| 241 | Прямокутний елемент оболонки | | |
| 242 | Трикутний елемент оболонки | | |

У свою чергу, для опису нелінійних жорсткостей матеріалів було використано такі закони нелінійного деформування (див. табл. 4.2):

- експоненційна залежність між напруженнями та деформаціями для врахування реальних характеристик бетону (15-й експоненціальний закон деформування для залізобетону);
- білінійний закон ламаної типу «напруження–деформація» для сталевोї (14-й кусково-лінійний закон деформування);
- експоненційна залежність між напруженнями та деформаціями для врахування реальних характеристик композитної арматури (11-й експоненціальний закон деформування).

Закони деформування використані для фізично нелінійного розрахунку

| Закон деформування | Контрольовані параметри |
|--|--|
| <p>Експоненціальна залежність (15-й закон)</p>  | <p>E_0^- – початкове значення модуля Юнга на стиск; σ^- – граничний опір на стиск; ε^- – гранична деформація на стиск; E_0^+ – початкове значення модуля Юнга на розтяг; σ^+ – граничний опір на розтяг; ε^+ – гранична деформація на розтяг.</p> |
| <p>Білінійний закон ламаної</p>  | <p>ε_i – деформація в проміжній точці; σ_i – напруження в проміжній точці. Обмеження: – горизонтальні ділянки не задавати. Примітки: – ділянки задаються зліва направо (стиск–розтяг); – кількість i-точок – необмежена.</p> |
| <p>Експоненціальна залежність (11-й закон)</p>  | <p>E_0^- – початкове значення модуля Юнга на стиск; σ^- – граничний опір на стиск; E_0^+ – початкове значення модуля Юнга на розтяг; σ^+ – граничний опір на розтяг.</p> |

Жорсткості окремих шарів задавалися згідно з розрахунковими значеннями контрольованих міцнісних й деформативних фізико-механічних властивостей матеріалів бетону, сталеві та композитної арматури, які були встановлені відповідно до національних норм [30] та положень [53].

Таким чином, ПК «МІРАЖ–2015» дозволив вирішити фізично нелінійну задачу з моделювання реальної поведінки залізобетонних згинаних елементів, підсилених при дії навантаження, з їх покроковим завантаженням, що дало можливість поетапно співставити отримані тут параметри з відповідними параметрами, одержаними згідно з розрахунками за нормами [30, 92].

Розрахункова модель невідсиленої балки складалася з 20-ти вузлів та 19-ти КЕ відповідно (див. рис. 4.1).

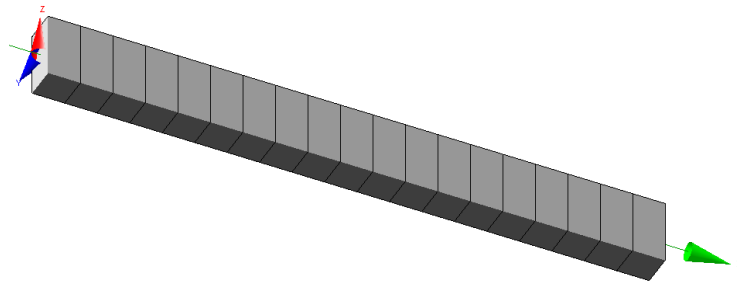


Рис. 4.1. Модель невідсиленої балки.

Моделювання відбувалось шляхом розбиття балки по довжині на 19-ть просторових стержневих КЕ–210, розмірами у плані 10x10 см й висотою 20 см. Розрахунковий проліт складав тут 1,9 м [83]. Опирання виконувалось шарнірно, на дві опори (згідно з балочною схемою). Розміри перерізів і розрахункові значення властивостей матеріалів, а також прив'язку сталеві арматури – див. п. 3.2.1. Нелінійне завантаження відтворювалось за допомогою простого крокового методу (10-ть ступенів). Схему навантаження прийнято відповідно до п. 3.1. Поперечний переріз, деформовану схему та мозаїку переміщень балки при її нелінійному завантаженні подано на рис. 4.2.

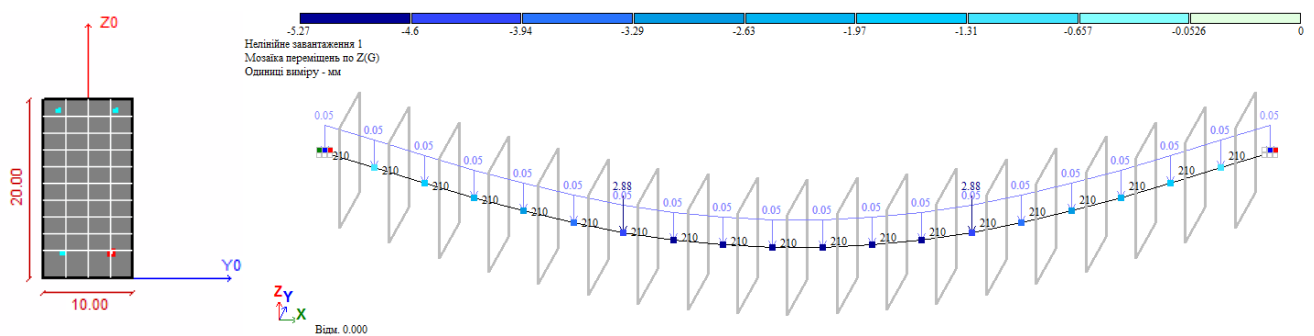


Рис. 4.2. Поперечний переріз, деформована схема та мозаїка переміщень невідсиленої балки вздовж глобальної осі Z.

На рис. 4.3 зображено епюру згинального моменту M_y при граничному ступені завантаження.

Нелінійне завантаження 1
Епюра M_y
Одиниці виміру - τ^*m

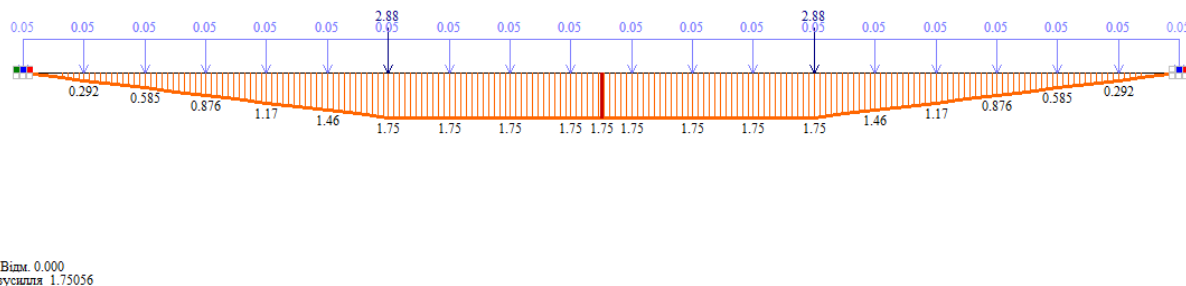


Рис. 4.3. Епюра згинального моменту M_y в непідсиленій балці (відносно місцевої осі Y).

Розрахункова модель балки, підсиленої додатковою стрижневою арматурою при різних рівнях діючого навантаження складалася з 56-ти вузлів та 56-ти КЕ відповідно (див. рис. 4.4).

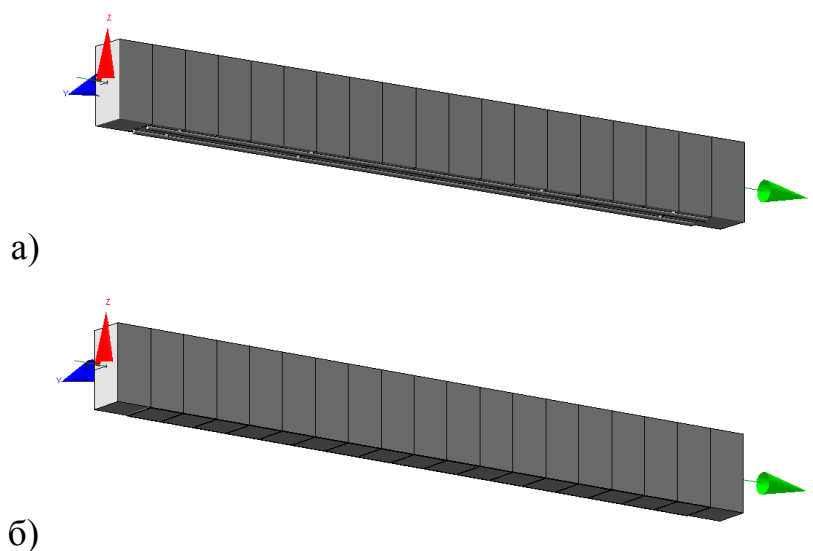


Рис. 4.4. Модель балки, підсиленої додатковою стрижневою арматурою:
а) реальна; б) адаптована.

Моделювання відбувалось шляхом розбиття існуючої балки по довжині на 19-ть просторових стержневих КЕ–210, розмірами у плані 10x10 см й висотою 20 см. Розрахунковий проліт складав тут 1,9 м [83]. Підсилення додатковою стрижневою арматурою моделювалося за допомогою прямокутних (вздовж глобальної осі X , по довжині стрижнів) та трикутних (вздовж глобальної осі Z , з'єднання шарів балки й

стрижнів між собою) елементів оболонки. Переріз та прив'язка прямокутних пластин – еквівалентно перерізу й прив'язці стрижнів додаткової арматури. Опирання виконувалось шарнірно, на дві опори (згідно з балочною схемою). Розміри перерізів і розрахункові значення властивостей матеріалів, а також прив'язку основної та додаткової сталеві арматури – див. п. 3.2.2. Нелінійне завантаження відтворювалось за допомогою простого крокового методу (10-ть ступенів). Схему навантаження прийнято відповідно до п. 3.1. Нормальний переріз існуючої балки, а також деформовану схему та мозаїку переміщень, при її нелінійному завантаженні після підсилення, подано на рис. 4.5.

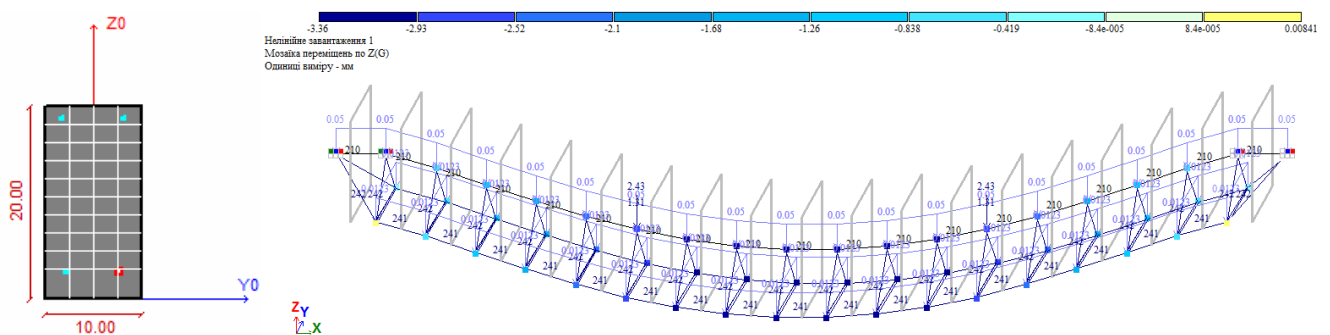


Рис. 4.5. Вихідний переріз. Деформована схема та мозаїка переміщень балки після підсилення вздовж глобальної осі Z (рівень навантаження в момент підсилення – $0,5M_{ult,0}$).

На рис. 4.6 зображено епюру згинального моменту M_y при граничному ступені завантаження після підсилення.

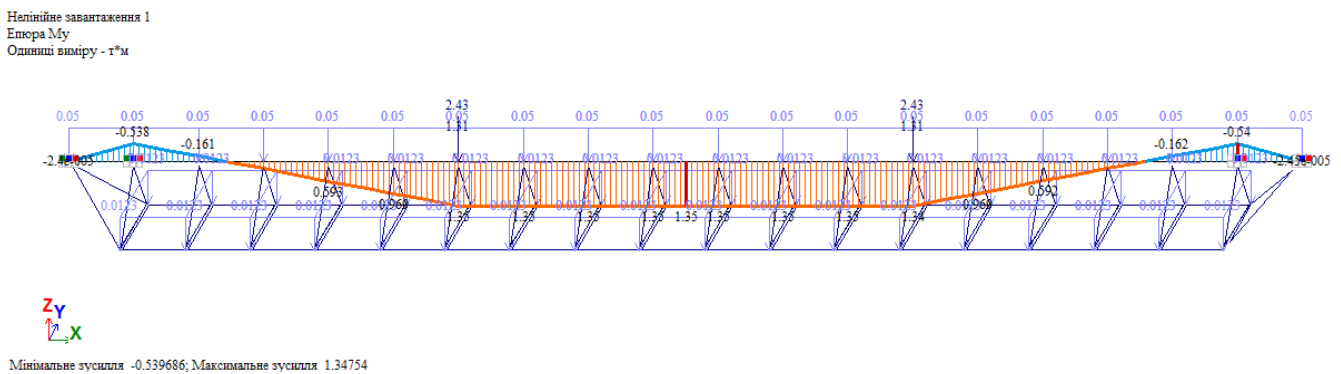


Рис. 4.6. Епюра згинального моменту M_y в балці після підсилення (відносно місцевої осі Y, рівень навантаження в момент підсилення – $0,5M_{ult,0}$).

Розрахункова модель балки, підсиленої зовнішньою композитною арматурою при різних рівнях діючого навантаження складалася з 53-ох вузлів та 53-ох КЕ відповідно (див. рис. 4.7).

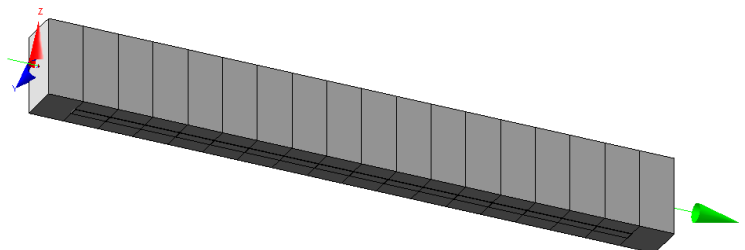


Рис. 4.7. Модель балки, підсиленої зовнішньою композитною арматурою.

Моделювання відбувалось шляхом розбиття існуючої балки по довжині на 18-ть просторових стержневих КЕ–210, розмірами у плані 10x12 см й висотою 22 см. Розрахунковий проліт складав тут 1,8 м [59]. Підсилення композитною стрічкою моделювалося за допомогою прямокутних (вздовж глобальної осі X, по довжині стрічки) та трикутних (вздовж глобальної осі Z, з'єднання шарів балки й стрічки між собою) елементів оболонки. Опирання виконувалось шарнірно, на дві опори (згідно з балочною схемою). Розміри перерізів і розрахункові значення властивостей матеріалів, а також прив'язку сталевий й композитної арматури – див. п. 3.2.3. Нелінійне завантаження відтворювалось за допомогою простого крокового методу (10-ть ступенів). Схему навантаження прийнято відповідно до п. 3.1. Нормальний переріз існуючої балки, а також деформовану схему та мозаїку переміщень, при її нелінійному завантаженні після підсилення, подано на рис. 4.8.

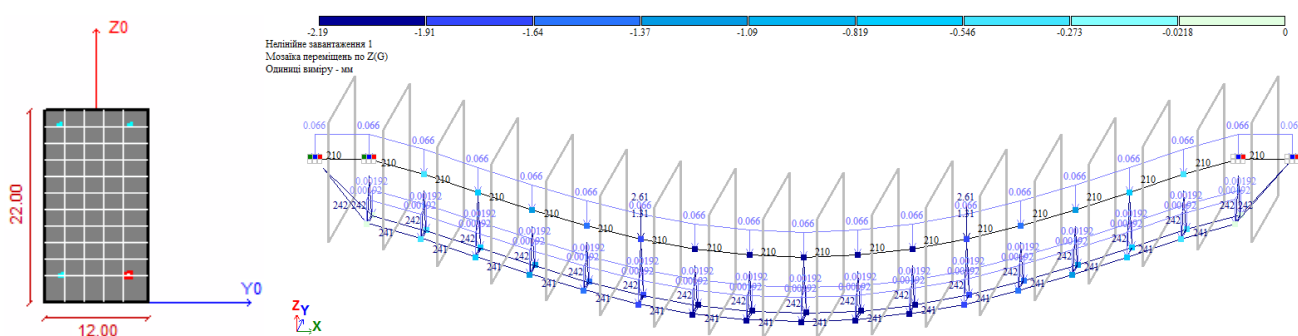


Рис. 4.8. Вихідний переріз. Деформована схема та мозаїка переміщень балки після підсилення вздовж глобальної осі Z (рівень навантаження в момент підсилення – $0,5M_{ult,0}$).

На рис. 4.9 зображено епюру згинального моменту M_y при граничному ступені завантаження після підсилення.

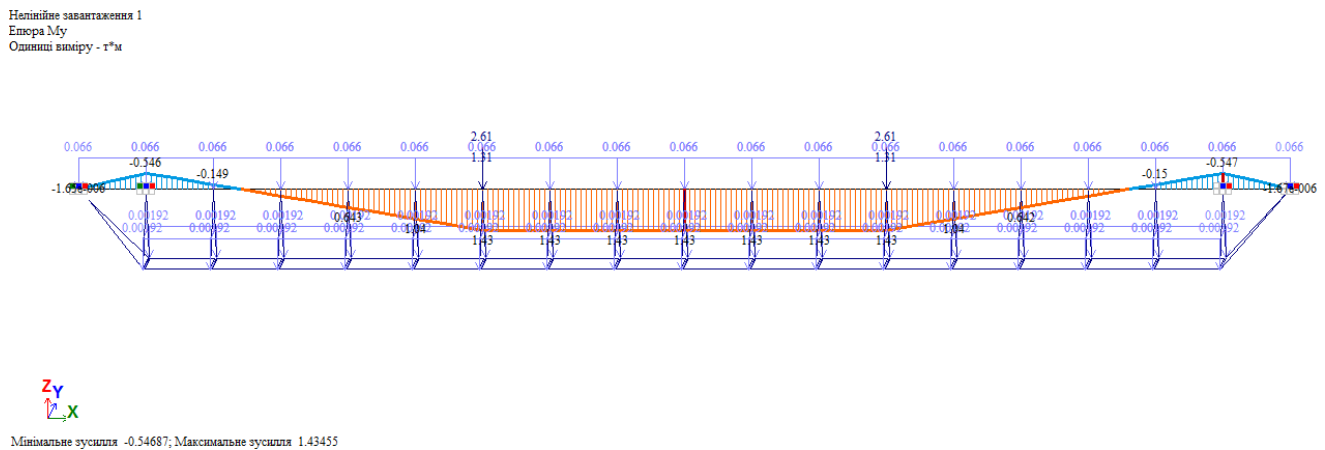


Рис. 4.9. Епюра згинального моменту M_y в балці після підсилення (відносно місцевої осі Y , рівень навантаження в момент підсилення – $0,5M_{ult,0}$).

Розрахункова модель балки, підсиленої залізобетонною обіймою при різних рівнях діючого навантаження складалася з 37-ми вузлів та 35-ти КЕ відповідно (див. рис. 4.10).

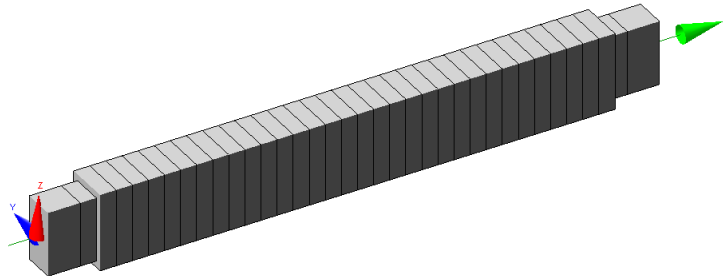


Рис. 4.10. Модель балки, підсиленої залізобетонною обіймою.

Моделювання відбувалось шляхом розбиття існуючої балки по довжині на 19-ть просторових стержневих КЕ–210, розмірами у плані 10x10 см й висотою 20 см. Розрахунковий проліт – 1,9 м [33]. Аналогічно було змодельовано й підсилення залізобетонною обіймою – розміри КЕ–210 (вздовж глобальної осі X , по довжині обійми) тут складали 10x14x24 см. Опирання виконувалось шарнірно, на дві опори (згідно з балочною схемою). Розміри перерізів і розрахункові значення властивостей матеріалів, а також прив'язку бетону та арматури обійми підсилення – див. п. 3.2.4. Нелінійне завантаження відтворювалось за допомогою простого крокового методу (10-ть ступенів). Схему навантаження прийнято відповідно до п. 3.1. Нормальний

переріз існуючої балки, а також деформовану схему та мозаїку переміщень, при її нелінійному завантаженні після підсилення, подано на рис. 4.11.

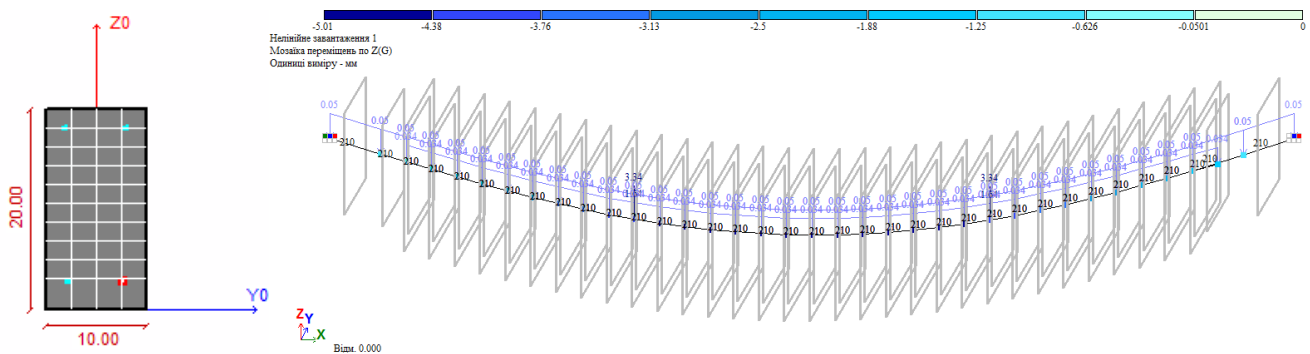


Рис. 4.11. Вихідний переріз. Деформована схема та мозаїка переміщень балки після підсилення вздовж глобальної осі Z (рівень навантаження в момент підсилення – $0,5M_{ult,0}$).

На рис. 4.12 зображено епюру згинального моменту M_y (в існуючій балці та обіймі відповідно) при граничному ступені завантаження після підсилення.

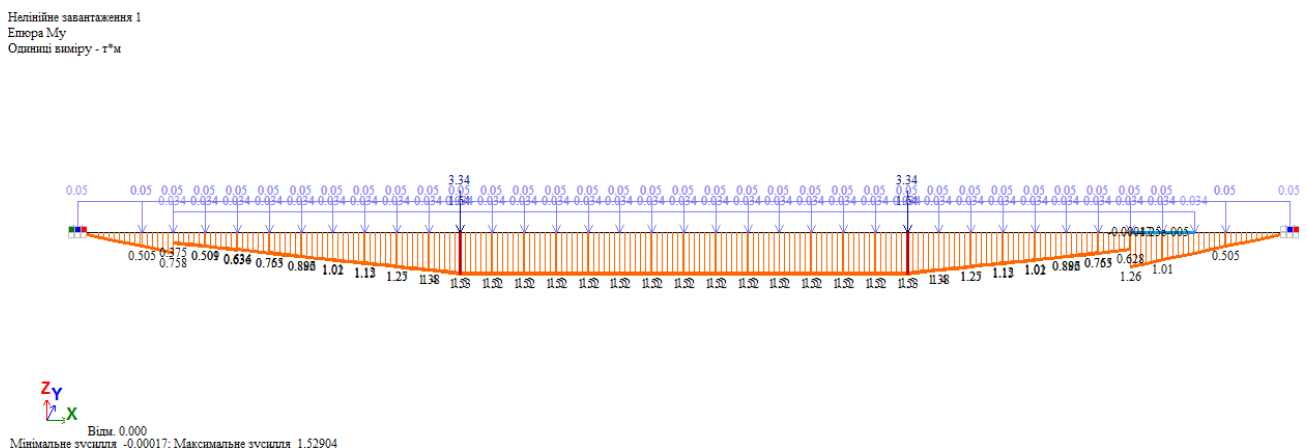


Рис. 4.12. Епюра згинального моменту M_y в балці після підсилення (відносно місцевої осі Y, рівень навантаження в момент підсилення – $0,5M_{ult,0}$).

У процесі нелінійного розрахунку відслідковували зміни НДС балки на кожному наступному кроці завантаження. Аналіз отриманих результатів (див. табл. 4.3–4.5, п. 4.2) підтвердив, що руйнування балок, підсилених різними методами при дії навантаження проходило внаслідок текучості розтягнутої робочої арматури (розташованої в основних перерізах досліджуваних конструкцій) за першою групою граничних станів, що відповідало результатам теоретичних розрахунків (див. п. 3.2).

4.2. Порівняльний аналіз результатів досліджень та оцінка ефективності методів підсилення балок

Проведення нелінійного розрахунку підсилених балок у ПК «МІРАЖ–2015» дало можливість виконати порівняння контрольованих параметрів згинальних моментів M_{ult} із суміжними значеннями, отриманими в результаті теоретичного розрахунку відповідно до п. 3.2, розділу 3.

Значення граничних згинальних моментів M_{ult} , отриманих у результаті нелінійного (в програмному комплексі – див. п. 4.1) та теоретичного (за нормами проектування [30] та [92] – див. п. 3.2) розрахунку балок, підсилених різними методами при дії навантаження, подано нижче в табл. 4.3–4.5.

Табл. 4.3.

Несуча здатність нормальних перерізів балок,
підсилених нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури M_{ult} , кНм

| № | Арматура підсилення | Рівень навантаження на момент підсилення | | |
|---|---------------------|--|----------------|-----------------|
| | | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø10 мм | 23,86/24,35 | 23,34/23,69 | 22,76/23,15 |
| 2 | Ø12 мм | 27,00/27,51 | 26,17/26,62 | 24,96/25,47 |
| 3 | Ø14 мм | 30,94/31,39 | 29,29/29,71 | 27,45/27,86 |

Примітка:

1) перед похилою рискою наведена величина, обчислена відповідно до п. 3.2 (за нормами [30]), після риски – відповідно до п. 4.1.

Табл. 4.4.

Несуча здатність нормальних перерізів балок,
підсилених композитною стрічкою M_{ult} , кНм

| № | Стрічка CFRP | Рівень навантаження на момент підсилення | | |
|---|--------------|--|----------------|-----------------|
| | | $0,25M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | 1,2x25 мм | 21,83/25,14 | 20,20/23,52 | 18,15/20,81 |

Примітка:

1) перед похилою рискою наведена величина, обчислена відповідно до п. 3.2 (за нормами [30]), після риски – відповідно до п. 4.1.

Несуча здатність нормальних перерізів балок,
підсилених за допомогою влаштування залізобетонної обойми M_{ult} , кНм

| № | Арматура в обоймі | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|----------------------|--|----------------|----------------|----------------|
| | | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,7M_{ult,0}$ | $0,9M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø8 мм | - | - | 25,36/25,99 | - |
| 2 | Ø10 мм | 33,92/34,82 | 30,83/31,54 | 27,42/28,36 | 23,91/24,56 |
| 3 | Ø12 мм | - | - | 30,09/30,82 | 24,92/25,97 |

Примітка:

1) перед похилою ризкою наведена величина, обчислена відповідно до п. 3.2 (за нормами [92]), після ризки – відповідно до п. 4.1.

На основі даних табл. 4.3–4.5 встановлено задовільну збіжність між суміжними значеннями результатів теоретичних розрахунків (згідно з п. 3.2 та 4.1 відповідно) – розбіжність склала 1,4...14,1 % за критичним навантаженням (в сторону завищення результатів, отриманих на основі розрахунку в ПК «МІРАЖ–2015»). Це можна пояснити перерозподілом внутрішніх зусиль внаслідок нелінійного завантаження балок та особливостями побудови математичних моделей досліджуваних конструкцій.

Таким чином, отримані вище (див. табл. 4.3–4.5) згідно з результатами нелінійного розрахунку кінцево-елементних моделей підсиленних балок значення граничних згинальних моментів M_{ult} можна вважати адекватними і використовувати при розрахунку показників надійності.

У свою чергу, як видно з результатів розрахунку надійності досліджуваних конструкцій (див. п. 3.2), найбільш ефективним методом підсилення балок при дії навантаження є влаштування залізобетонної обойми з розтягнутою стрижневою арматурою. При використанні цього методу забезпечуються найвищі показники надійності балок після підсилення (див. табл. 3.19–3.21, розд. 3) за рахунок збільшення висоти стиснутої зони бетону над верхньою гранню перерізу існуючої балки.

Графіки залежностей індексу надійності β_i від рівня навантаження на момент підсилення та відсотка розтягнутого армування в перерізі після підсилення (див.

табл. 3.8, 3.13, 3.19 – для всіх методів підсилення балок відповідно) зображено нижче на рис. 4.13–4.15.

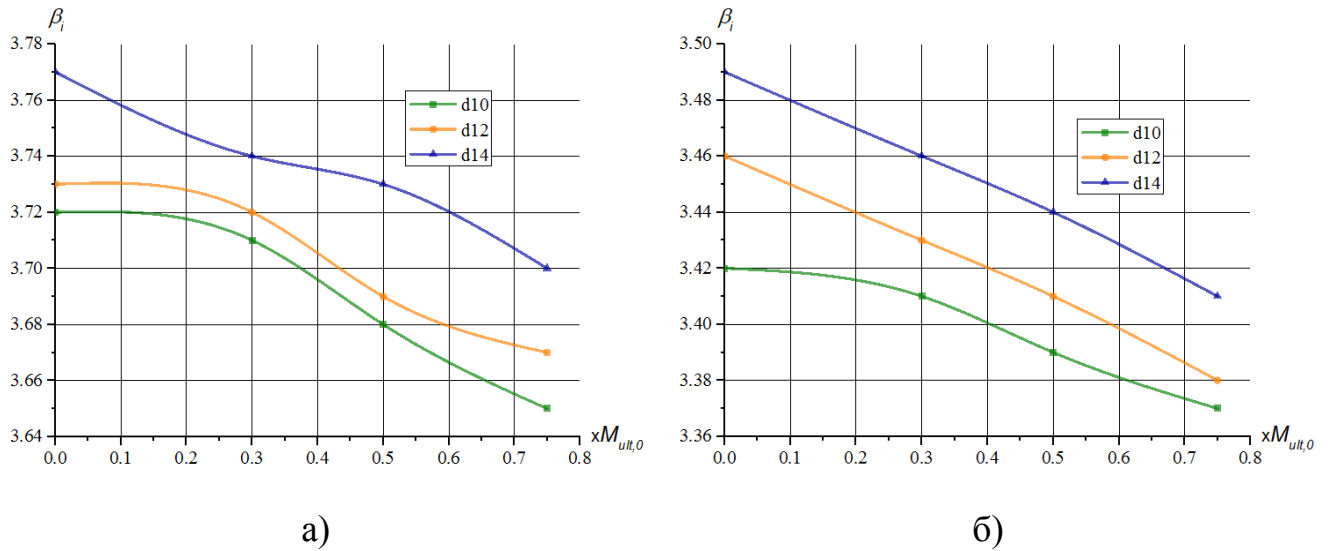


Рис. 4.13. Залежність «рівень навантаження в момент підсилення ($\times M_{ult,0}$) – індекс надійності (β_i)» для балки, підсиленої нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури: а) за методикою п. 2.4.2, розд. 2; б) за методикою п. 2.5, розд. 2.

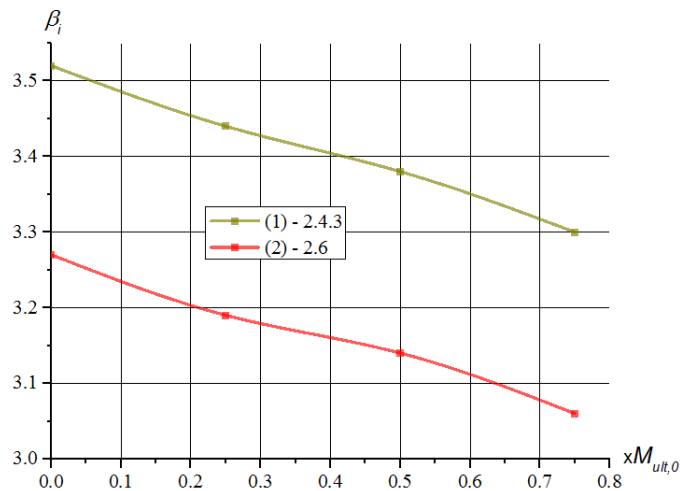


Рис. 4.14. Залежність «рівень навантаження в момент підсилення ($\times M_{ult,0}$) – індекс надійності (β_i)» для балки, підсиленої композитною стрічкою: крива (1) – за методикою п. 2.4.3, розд. 2; крива (2) – за методикою п. 2.6, розд. 2.

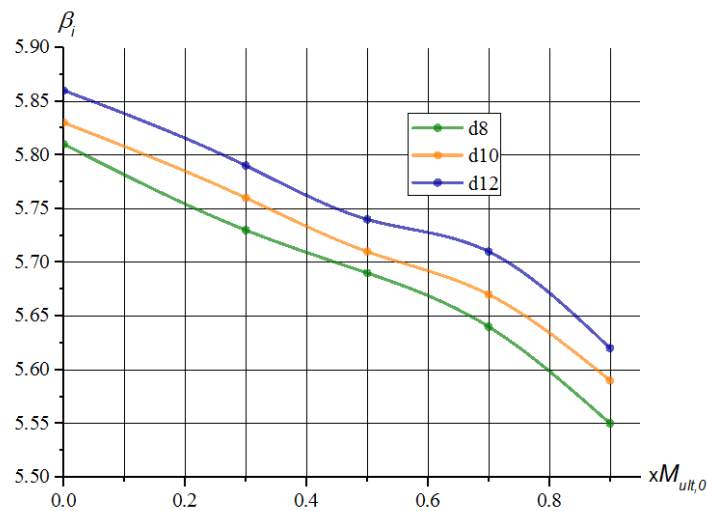


Рис. 4.15. Залежність «рівень навантаження в момент підсилення ($\times M_{ult,0}$) – індекс надійності (β_i)» для балки, підсиленої влаштуванням залізобетонної обойми.

Отримані в дисертаційній роботі значення показників надійності (див. п. 3.2), а також значення аналогічних параметрів, наведені в [29, 156], – індексів надійності β та відповідних ймовірностей відмови $Q(\beta)$ – зведемо в подану нижче порівняльну таблицю 4.6. Тут необхідно відзначити, що значення показників β , $Q(\beta)$, наведені в [29, 156], фіксувалися як для класу наслідків СС2 [29] (див. першу групу граничних станів) та нормальної вартості заходів безпеки щодо досліджуваних конструкцій мостів згідно з [156].

Табл. 4.6.

Індекси надійності β . Ймовірності відмови $Q(\beta)$

| Рівень надійності | Отримані для схем підсилення | | | | | Нормовані | |
|-------------------|--|--|--|--|--|--------------------------------|------------------------------|
| | Стрижневою арматурою | | Стрічкою CFRP | | 3.б. обоймою | Згідно з [29] | Згідно з [156] |
| | На основі [92] | На основі [30] | На основі [92] | На основі [30] | | | |
| Високий (А) | 3,77 ($\approx 8 \times 10^{-5}$) | 3,49 ($\approx 2 \times 10^{-4}$) | 3,52 ($\approx 2 \times 10^{-4}$) | 3,27 ($\approx 5 \times 10^{-4}$) | 5,86 ($\approx 2 \times 10^{-9}$) | 4,75 (5×10^{-6}) | 4,4 ($\approx 10^{-6}$) |
| Середній (В) | 3,71 ($\approx 10^{-4}$) | 3,42 ($\approx 3 \times 10^{-4}$) | 3,41 ($\approx 3 \times 10^{-4}$) | 3,17 ($\approx 8 \times 10^{-4}$) | 5,72 ($\approx 6 \times 10^{-9}$) | 4,45 (10^{-5}) | 4,2 ($\approx 10^{-5}$) |
| Низький (С) | 3,65 ($\approx 10^{-4}$) | 3,37 ($\approx 4 \times 10^{-4}$) | 3,30 ($\approx 5 \times 10^{-4}$) | 3,06 ($\approx 10^{-3}$) | 5,59 ($\approx 10^{-8}$) | 4,27 (5×10^{-5}) | 3,7 ($\approx 10^{-4}$) |

Примітка:

1) в дужках наведена величина $Q(\beta)_i$.

Як видно з таблиці 4.6, знайдені для схем підсилення стрижневою арматурою та стрічкою CFRP значення індексів надійності β та ймовірностей відмови $Q(\beta)$ наближаються до значень, рекомендованих нормами [29] (для нових проектних конструкцій, класу наслідків СС2) та встановлених в дослідженні [156] (для згинаних залізобетонних конструкцій мостів, підсиленних композитним армуванням, за нормальної вартості супровідних заходів безпеки), а також перевищують їх для схеми підсилення залізобетонною обоймою. В свою чергу, отримані для усіх схем підсилення значення індексів надійності β перевищують значення аналогічних показників [156] (при закладанні значної вартості супровідних заходів безпеки, діапазон значень для β складає від 3,1 до 3,7) та є наближені або перевищують їх [29] (при закладанні класу наслідків СС1, діапазон значень для β складає від 3,89 до 4,45). У будь-якому випадку, отримані в дисертаційній роботі результати є обґрунтовані, оскільки ті ж норми [29], за недостатньої розрахункової бази, дають завищені значення індексів надійності β . Більше того, нові проектні конструкції не потребують врахування певних стохастичних параметрів, які, однак, необхідно включати в розрахунок надійності елементів, які підсилюються.

Таким чином, на основі аналізу значень показників надійності β та $Q(\beta)$, поданих в табл. 4.6, експлуатаційний термін служби залізобетонних згинаних елементів, підсиленних при дії навантаження, можна забезпечити на рівні $T_{ef} = 60$ років [29], а, власне, самі показники – вважати такими, що носять рекомендаційний характер (див. також п. 4.4).

4.3. Розрахунок коефіцієнтів запасу для отриманих рівнів надійності підсиленних балок

При встановленні часткових коефіцієнтів надійності ξ (коефіцієнтів запасу – згідно з [80]) для всіх методів підсилення (див. п. 3.2, розд. 3) застосуємо загальновідому формулу, запропоновану А.Р. Ржаніцином [80]:

$$\xi = \frac{1 + \sqrt{\gamma^2(A_R^2 + A_Q^2) - \gamma^4 A_R^2 A_Q^2}}{1 - \gamma^2 A_R^2}, \quad (4.1)$$

де $A_R = \hat{R}/\bar{R}$, $A_Q = \hat{Q}/\bar{Q}$ – мінливості міцності й навантаження, рівні відношенням стандарту відповідної величини до її центру (математичного сподівання); γ – характеристика безпеки (індекс надійності β – див. табл. 3.8, 3.13 та 3.19, розд. 3).

Враховуючи, що при оцінці надійності підсиленних балок було використано детерміноване значення згинального моменту M_{ult} від зовнішнього навантаження, формула (4.1) набуде наступного вигляду:

$$\xi = \frac{1 + \sqrt{\gamma^2 A_R^2}}{1 - \gamma^2 A_R^2}. \quad (4.2)$$

Таким чином, встановивши вище (див. п. 3.2) математичні сподівання $\bar{M}_{ult(i)}$ й стандарти $\hat{M}_{ult(i)}$ граничних згинальних моментів, а також індекси надійності β_i для всіх методів підсилення відповідно, за формулою (4.2) знайдемо часткові коефіцієнти надійності ξ . Отримані результати запропонованих коефіцієнтів зведемо в подані нижче табл. 4.7–4.9.

Табл. 4.7.

Частковий коефіцієнт надійності ξ_i для балок,
підсиленних нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури

| № | Арматура підсилення | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|---------------------|--|----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø10 мм | 1,18/1,17 | 1,18/1,18 | 1,19/1,18 | 1,20/1,19 |
| 2 | Ø12 мм | 1,17/1,16 | 1,18/1,17 | 1,18/1,18 | 1,19/1,18 |
| 3 | Ø14 мм | 1,16/1,16 | 1,17/1,16 | 1,18/1,17 | 1,18/1,18 |

Табл. 4.8.

Частковий коефіцієнт надійності ξ_i для балок, підсилених композитною стрічкою

| № | Стрічка CFRP | Рівень навантаження на момент підсилення | | | |
|---|--------------|--|-----------------|----------------|-----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,25M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,75M_{ult,0}$ |
| 1 | 1,2x25 мм | 1,18/1,17 | 1,18/1,18 | 1,19/1,18 | 1,20/1,19 |

Табл. 4.9.

Частковий коефіцієнт надійності ξ_i для балок,
підсилених за допомогою влаштування залізобетонної обойми

| № | Арматура в обоймі | Рівень навантаження на момент підсилення | | | | |
|---|-------------------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | $0,0M_{ult,0}$ | $0,3M_{ult,0}$ | $0,5M_{ult,0}$ | $0,7M_{ult,0}$ | $0,9M_{ult,0}$ |
| 1 | Ø8 мм | 1,25 | - | - | 1,28 | - |
| 2 | Ø10 мм | 1,25 | 1,26 | 1,26 | 1,27 | 1,28 |
| 3 | Ø12 мм | 1,24 | - | - | 1,27 | 1,28 |

Примітки до табл. 4.7–4.9:

- 1) перед похилою ризикою наведена величина, обчислена відповідно до моделі перерізу [92], після ризику – відповідно до моделі перерізу [30];
- 2) приведені значення заокруглені з точністю 0,01.

4.4. Рекомендації щодо забезпечення безвідмовності балок, підсилених при дії навантаження різними методами

Апробування та аналіз розроблених вище принципів методик оцінки надійності дали можливість створити наступні рекомендації щодо забезпечення експлуатаційної надійності непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження:

- перевірку несучої здатності підсилених залізобетонних згинаних елементів рекомендуємо виконувати відповідно до вимог національних норм проектування [30] або згідно з адаптованою методикою [13], при умові, що стиснута зона бетону розрахункового перерізу буде розташована у верхньому шарі елемента та не потребуватиме влаштування робочого армування після підсилення;

- для оцінки надійності балок, підсилених нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури або композитної стрічки рекомендуємо використовувати

методику базовану на деформаційній розрахунковій моделі нормального перерізу, що наведена у чинних нормах [30] та яка дає менше значення індексу надійності β_i (в середньому до 8 % в порівнянні з силовою розрахунковою моделлю за нормами [92]), проте призводить до необхідності проектування більш надійної конструкції підсилення і, відповідно, досягнення вищого загального рівня надійності балки;

- враховуючи особливості та складність роботи непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження, розрахунок таких конструкцій рекомендуємо виконувати з урахуванням фізичної нелінійності матеріалів, а також за допомогою програмних комплексів типу ПК «МІРАЖ-2015» – при цьому забезпечується задовільна збіжність суміжних результатів (див. п. 4.2) при розрахунку за нормами проектування [30] або адаптованою методикою [13] (підсилення нарощуванням стрижневої арматури або композитної стрічки) та за нормами проектування [92] (підсилення за допомогою влаштування залізобетонної обійми);

- підбір методу підсилення балок необхідно виконувати, виходячи з умови його ефективності (економічність та трудомісткість рішень) в тому чи іншому випадку, – всі розглянуті вище методи, за винятком методів підсилення за допомогою додаткової стрижневої арматури (при розрахунку за п. 2.5 розділу 2) та композитної стрічки (при розрахунку за п. 2.4.3, 2.6), забезпечують середній та високий рівень надійності балок після підсилення – відповідно до рекомендованих значень індексів надійності β , приведених в нормах [29], а також класифікації, розробленої в дослідженні [156];

- оскільки значний вплив на об'єктивну оцінку надійності мають стандартні відхилення \hat{x} змінних параметрів резерву несучої здатності підсилених балок, а також відсоткове відношення добутоків ($D_i \hat{x}_i$) до стандарту згинального моменту $\hat{M}_{ult(i)}$ (див. п. 3.2, розд. 3), надалі, для отримання максимально об'єктивної оцінки надійності, рекомендуємо проводити випробовування якомога більшої кількості дослідних зразків-близнюків, підсилених під навантаженням;

- на основі аналізу залежностей для знаходження стандартів \hat{M}_{ult} очевидно, що найменший вплив на рівень надійності підсилених балок мають такі параметри

резерву їх несучої здатності як міцність і деформативність стиснутої арматури (σ_{sc} та E'_s), а також ширина поперечного перерізу b (див. п. 3.2) – тому при подальших дослідженнях надійності підсилених залізобетонних згинаних елементів даними параметрами (за достатньої точності розрахунку) рекомендовано знехтувати;

- для непошкоджених прямокутних згинаних залізобетонних елементів, підсилених при дії навантаження, запропоновані наступні діапазони значень індексів надійності (при розрахунку на основі силової [92] та деформаційної [30] моделей перерізу відповідно): $\beta = 3,37...3,49$ [30]; $3,65...3,77$ [92] (для методу підсилення нарощуванням розтягнутої стрижневої арматури); $\beta = 3,06...3,27$ [30]; $3,30...3,52$ [92] (для методу підсилення композитною стрічкою) та $\beta = 5,59...5,86$ [92] (для методу підсилення за допомогою влаштування залізобетонної обойми);

- на основі аналізу рекомендацій національних норм, які регулюють принципи забезпечення надійності нових проектних конструкцій [29], а також результатів дослідження показників надійності підсилених залізобетонних конструкцій [156], які пропонують діапазони значень для індексів надійності β від 4,27 до 4,75 (клас наслідків СС2) та від 3,7 до 4,4 (нормальна вартість заходів безпеки) відповідно – отримані в дисертаційній роботі значення індексів надійності β і ймовірностей безвідмовної роботи $P(\beta)$, для всіх методів підсилення балок, можна вважати такими, що носять рекомендаційний характер, оскільки вони наближаються до значень, що відповідають середньому та високому рівням надійності згідно з [29, 156];

- виходячи із запропонованих значень індексів надійності β та отриманих на їх основі часткових коефіцієнтів надійності $\xi = 1,16...1,28$ (див. табл. 4.7–4.9) для всіх методів підсилення (на основі двох [30, 92] моделей перерізу), а також беручи до уваги рекомендації норм [29] щодо орієнтовного терміну експлуатації нових проектних конструкцій будівель і споруд різного призначення, гарантований експлуатаційний термін служби залізобетонних згинаних елементів, підсилених при дії навантаження (моделювання реальних умов експлуатації), можна забезпечити на рівні $T_{ef} = 60$ років – як для нових конструкцій виробничих споруд згідно з [29].

4.5. Висновки до розділу

1. Розроблені кінцево-елементні моделі для аналізу напруженого стану непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених різними методами при дії навантаження, при їх опиранні на дві опори згідно з балочною схемою (з використанням кінцевих елементів № 210, № 241 та № 242) у ПК «МІРАЖ–2015».

2. Порівняльний аналіз результатів дослідження несучої здатності та напруженого стану балок після підсилення, отриманих при розрахунку в програмному комплексі, з результатами розрахунку граничних згинальних моментів ідентичних конструкцій, отриманих відповідно до норм проектування [30, 92], показав задовільну збіжність між суміжними значеннями – розбіжність склала 1,4...14,1 % за критичним навантаженням. Таким чином, отримані згідно з результатами нелінійного розрахунку кінцево-елементних моделей підсилених балок, значення граничних згинальних моментів M_{ult} (див. табл. 4.3–4.5) можна вважати адекватними і використовувати при розрахунку показників надійності.

3. Як найбільш ефективний метод підсилення балок при дії навантаження пропонується використовувати метод влаштування залізобетонної обойми з розтягнутою стрижневою арматурою. При використанні даного методу забезпечуються найвищі показники надійності балок після підсилення (індекси надійності β та коефіцієнти ймовірності безвідмовної роботи $P(\beta)$ – див. розд. 3, табл. 3.19, 3.20 відповідно) за рахунок збільшення висоти стиснутої зони бетону над верхньою гранню перерізу існуючої балки.

4. Запропоновано часткові коефіцієнти надійності $\xi = 1,16...1,28$ для розрахунку непошкоджених прямокутних залізобетонних згинаних елементів, підсилених різними методами при дії навантаження.

5. Розроблено рекомендації щодо забезпечення параметрів гарантованої експлуатаційної надійності (в тому числі безвідмовності) залізобетонних згинаних елементів, підсилених при дії навантаження.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Розроблено методики оцінки надійності (в частині безвідмовності) непошкоджених прямокутних залізобетонних балок, підсилених за допомогою нарощування розтягнутої стрижневої арматури, композитної стрічки, а також влаштування залізобетонної обойми при дії навантаження, принциповою особливістю яких є пропозиція врахування як стохастичного параметру рівня навантаження балок в момент підсилення.

2. Запропоновані методики дали можливість оперувати стохастичними міцнісними (бетон, арматурна сталь, композитна стрічка), деформативними (бетон, арматурна сталь), геометричними (розміри поперечного перерізу до і після підсилення) параметрами резерву несучої здатності, а також рівнем навантаження балок на момент підсилення.

3. При апробуванні розроблених методик були отримані якісні та кількісні показники надійності балок після підсилення – індекси надійності β та ймовірності безвідмовної роботи $P(\beta)$ відповідно. Так, для індексів надійності β діапазон усіх одержаних значень склав 3,06...5,86, а для ймовірностей безвідмовної роботи $P(\beta)$ – 0,998893...0,999999998. На основі рекомендацій національних норм, які регулюють принципи забезпечення надійності нових проектних конструкцій, а також результатів попередніх досліджень було встановлено рекомендативний характер отриманих результатів показників надійності для розглянутих типів підсилених балок.

4. Метод підсилення за допомогою влаштування залізобетонної обойми з розтягнутою стрижневою арматурою – найбільш ефективний метод підсилення балок при дії навантаження. При використанні даного методу забезпечуються найвищі показники надійності $\beta = 5,59...5,86$ балок після підсилення, за рахунок збільшення висоти стиснутої зони бетону над верхньою гранню перерізу існуючої балки.

5. Для оцінки надійності балок, підсилених різними методами при дії навантаження рекомендовано використовувати методику базовану на деформаційній

розрахунковій моделі нормального перерізу, що наведена у чинних нормах проектування залізобетонних конструкцій. Варто відмітити, що хоч дана методика і дає менше значення індексу надійності β_i (для підсилень нарощуванням стрижневою арматурою та композитною стрічкою – в середньому до 8 % при порівнянні з інженерною методикою), проте призводить до необхідності проектування більш надійної конструкції підсилення і, відповідно, досягнення вищого загального рівня надійності балки.

6. Порівняльний аналіз результатів дослідження несучої здатності та напруженого стану балок після підсилення, отриманих при розрахунку в ПК «МІРАЖ–2015», з результатами розрахунку граничних згинальних моментів ідентичних конструкцій, отриманих за нормами проектування, показав задовільну збіжність між значеннями – розбіжність склала 1,4...14,1 % за критичним навантаженням. Таким чином, сформовані в програмному комплексі 3D фізично нелінійні кінцево-елементні моделі балок, підсилені різними методами при дії навантаження, придатні для застосування в реальній практиці моделювання розглянутих у роботі типів згинаних залізобетонних конструкцій.

7. Розроблено рекомендації щодо забезпечення параметрів гарантованої експлуатаційної надійності (в тому числі безвідмовності) непошкоджених прямокутних залізобетонних згинаних елементів, підсилені різними методами при дії навантаження, а також запропоновано значення часткових коефіцієнтів надійності $\xi = 1,16...1,28$, які рекомендується використовувати при інженерному розрахунку таких конструкцій (в розрізі забезпечення їх гарантованого експлуатаційного терміну служби відповідно до ДБН В.1.2-14-2009, що регулюють принципи забезпечення надійності нових конструкцій).

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Альхарири Ваель Ахмад. Экспериментальные исследования изгибаемых железобетонных элементов при сложных режимах нагружений // Зб. наук. праць. Полтава: ПДТУ, 1998. № 2. С. 67–83.
2. Аугусти Г., Баратта А., Кашиати Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании. Пер. с англ. М.: Стройиздат, 1988. 584 с.
3. Бабич Є. М., Довбенко В. С. Підвищення міцності залізобетонних балок полімерною композицією // Зб. наук. праць. Серія: галузеве машинобудування, будівництво. Полтава: ПолтНТУ, 2013. № 4 (39). Т. 1. С. 11–19.
4. Бакулін Є. А. Визначення надійності будівель підвищеного рівня відповідальності з урахуванням факторів ризику: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Бакулін Євгеній Анатолійович. Київ, 2010. 20 с.
5. Бамбура А. М. Аналітичне описання діаграми механічного стану арматури для залізобетонних конструкцій // Будівельні конструкції: Зб. наук. праць. Київ, 2003. № 59. С. 131–136.
6. Бамбура А. М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Бамбура Андрій Миколайович. Харків, 2006. 44 с.
7. Барашиков А. Я., Валовой М. О. Розрахунок підсилених таврових залізобетонних балок за різними методиками // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2010. № 20. С. 445–451.
8. Барашиков А. Я., Малышев А. Н. Оценка технического состояния конструкций зданий и сооружений. К.: Віпол, 1998. 232 с.
9. Барашиков А. Я., Подольский Д. М., Сирота М. Д. Надежность восстанавливаемых и усиливаемых зданий и сооружений. Черкассы, 1993. 44 с.
10. Барашиков А. Я., Сумак О. П., Боярчук Б. А. Експериментальні дослідження згинаних залізобетонних елементів підсилених різними способами //

Ресурсоекономні матеріали, конструкції будівель і споруд: Зб. наук. праць. Рівне: РДТУ, 2000. № 5. С. 294–297.

11. Блалі Ель Мостафа. Порівняння ефективності методів підсилення залізобетонних згинальних елементів: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Блалі Ель Мостафа. Київ, 2005. 13 с.

12. Бліхарський З. Я. Реконструкція та підсилення будівель і споруд: навч. посіб. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2008. 108 с.

13. Бліхарський З. Я., Кархут І. І. Розрахунок і конструювання згинаних залізобетонних елементів: навч. посіб. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2017. 188 с.

14. Бліхарський З. Я., Римар Я. В. Підсилення залізобетонних балок нарощуванням арматури під навантаженням // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2006. № 14. С. 449–454.

15. Бліхарський З. Я., Римар Я. В., Васильєв І. В., Дубіжанський Д. І. Розрахунок підсилених залізобетонних конструкцій з застосуванням деформаційної моделі // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2009. № 19. С. 323–330.

16. Бліхарський З. Я., Римар Я. В., Дубіжанський Д. І. Експериментально-теоретичні дослідження міцності залізобетонних балок, підсилених під навантаженням // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Зб. наук. праць. Серія: Теорія і практика будівництва. Львів, 2007. № 600. С. 19–22.

17. Бліхарський З. Я., Хміль Р. Є., Васильєв І. В. Методика виконання та експериментальні дослідження залізобетонних балок, підсилених обіймою під навантаженням // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2007. № 15. С. 358–363.

18. Болотин В. В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений: монография. М.: Стройиздат, 1971. 255 с.

19. Борисюк А. П., Конончук А. П. Расчет прочности за нормальными сечениями, жесткостью и трещиностойкостью железобетонных балок, усиленных

композитними матеріалами на основі углепластиків в растянутій зоні // *Строительство в прибрежных курортных регионах: материалы 7-й междунар. науч.-практ. конф.* Сочи: СГУ, 2012. С. 84–88.

20. Борисюк О. П., Конончук О. П. Аналіз стану питання підсилення розтягнутої зони та розрахунку за нормальними перерізами згинальних залізобетонних елементів // *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць.* Рівне: НУВГП, 2010. № 20. С. 452–458.

21. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 2001. 575 с.

22. Воскобійник О. П. *Методологія нормування технічних станів сталезалізобетонних конструкцій: дис. ... д-ра техн. наук.* Воскобійник Олена Павлівна. Полтава, 2014. 495 с.

23. Гольшев А. Б., Ткаченко И. Н. Проектирование усиленных железобетонных конструкций производственных зданий и сооружений. К.: Логос, 2001. 172 с.

24. Городецкий А. С., Евзеров И. Д. Компьютерные модели конструкций. М.: АСВ, 2009. 394 с.

25. Городецкий А. С., Шмуклер В. С., Бондарев А. В. Информационные технологии расчёта и проектирования строительных конструкций: учеб. пособие. Харьков: НТУ «ХПИ», 2003. 889 с.

26. Городецкий Д. А., Барабаш М. С., Водопьянов Р. Ю., Титок В. П., Артамонова А. Е. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2013: учеб. пособие. М., 2013. 376 с.

27. Горохов Е. В. Реконструкция промышленных зданий и сооружений. М.: Стройиздат, 1998. 132 с.

28. Гудзь С. А. Надійність і напружено-деформований стан сталевих балок з урахуванням сумісної роботи з огорожувальними конструкціями: дис. ... канд. техн. наук. Гудзь Сергій Анатолійович. Полтава, 2009. 228 с.

29. ДБН В.1.2-14-2009. Загальні принципи забезпечення надійності та безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. К.: Мінрегіонбуд України, 2009. 43 с.

30. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. К.: Мінрегіонбуд України, 2011. 72 с.
31. Дорофеев В. С., Барданов В. Ю. Расчет изгибаемых элементов с учетом диаграммы деформирования бетона: монографія. Одесса: Изд-во ОГАСА, 2003. 210 с.
32. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. К.: Мінрегіонбуд України, 2011. 118 с.
33. Дубіжанський Д. І. Міцність та деформативність залізобетонних балок, посилені залізобетонною обіймою під навантаженням: дис. ... канд. техн. наук. Дубіжанський Дмитро Ігорович. Львів, 2013. 183 с.
34. Дубіжанський Д. І., Бліхарський З. Я. Експериментально-теоретичні дослідження міцності та деформативності залізобетонних балок, підсилені обіймою під навантаженням // Вісник ТНТУ: Зб. наук. праць. Серія: Механіка та матеріалознавство. Тернопіль, 2011. Спецвипуск, частина 1. С. 183–187.
35. Дубіжанський Д. І., Хміль Р. Є., Бліхарський З. Я. Теоретичне визначення міцності залізобетонних балок, підсилені залізобетонною обіймою за дії навантаження за інженерною методикою // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Зб. наук. праць. Серія: Теорія і практика будівництва. Львів, 2012. № 742. С. 70–74.
36. Єсипенко А. Д. Наукові основи забезпечення надійності і безпечної експлуатації будівель та споруд: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Єсипенко Алла Дмитрівна. Дніпропетровськ, 2007. 36 с.
37. Зима О. Є. Надійність сталеві конструкції магістрального трубопроводу: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Зима Олександр Євгенович. Полтава, 2014. 21 с.
38. Кінаш Р. І. Методи нормування тимчасових навантажень та оцінювання надійності будівельних конструкцій за умов неповної інформації: дис. ... д-ра техн. наук. Кінаш Роман Іванович. Київ, 2000. 530 с.

39. Кінаш Р. І., Шульчик І. В. Оцінка надійності залізобетонних ферм покриття на основі обмеженої кількості експериментальних даних // Вісник ДДАБА. 2001. № 1 (26). С. 110–115.

40. Клименко Є. В. Методологія оцінювання, прогнозування та регулювання технічного стану будівель і споруд із залізобетону: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Клименко Євгеній Володимирович. Львів, 2008. 31 с.

41. Клименко Є. В., Дорофєєв В. С. Імовірнісний підхід до оцінювання технічного стану будівель та споруд // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури: Зб. наук. праць. 2006. № 22. С. 113–121.

42. Ковальчук Б. М., Бліхарський З. Я., Хміль Р. Є., Римар Я. В., Титаренко Р. Ю. Методика експериментального дослідження міцності нормальних перетинів залізобетонних балок, підсилених додатковою попередньо напруженою арматурою під навантаженням // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Зб. наук. праць. Серія: Теорія і практика будівництва. Львів, 2015. № 823. С. 21–26.

43. Ковальчук Б. М., Римар Я. В., Бліхарський З. Я., Холод П. Ф. Міцність залізобетонних балок підсилених попередньо напруженою арматурою // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Зб. наук. праць. Серія: Теорія і практика будівництва. Львів, 2017. № 877. С. 109–114.

44. Крамарчук А. П. Міцність згинаних елементів із додатковим армуванням // Вісник ДонНАБА: Зб. наук. праць. Серія: Будівельні конструкції, будівлі та споруди. Макіївка, 2003. Том 1. № 2 (39). С. 26–30.

45. Кудзис А. П. Оценка надежности железобетонных конструкций. Вильнюс: Моклас, 1985. 155 с.

46. Кущенко В. Н. Основные принципы обеспечения безопасности строительных конструкций // Металлические конструкции. Макеевка: Изд-во ДонНАСА, 2009. Том 15. № 2. С. 147–155.

47. Лазовский Д. Н. Усиление железобетонных конструкций эксплуатируемых строительных сооружений: монография. Новополоцк: Изд-во Полоцкого гос. ун-та, 1998. 240 с.

48. Лазовский Д. Н., Масеенок К. В. Расчет усиленных железобетонных элементов // Эффективные строительные материалы, конструкции и технологии: сб. тр. междунар. науч.-практ. конф. Минск: Технопринт, 2000. С. 360–365.

49. Лантух-Лященко А. И. Концепция надежности в Еврокоде // Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика. 2014. № 6. С. 79–88.

50. Лантух-Лященко А. И. Развитие идей надежности в строительной отрасли // Промислове будівництво та інженерні споруди. 2015. № 1. С. 2–8.

51. Лапенко О. І., Муравльов В. В. Прогресивні залізобетонні конструкції // Вісник ДонНАБА: Зб. наук. праць. Серія: Будівельні конструкції, будівлі та споруди. Макіївка, 2011. № 4 (90). С. 180–182.

52. Леденев В. В. Аварии в строительстве. Том 1. Причины аварий зданий и сооружений: учеб. пособие. Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2014. 210 с.

53. Ленты из углеродных волокон для усиления конструкций // Современные материалы и инструменты для строительства и промышленности от ООО «АКС-ЮГ СИСТЕМА»: Издание 2006. Идентификационный №: 02 04 01 01 System Sika® CarboDur® ленты CFRP. URL: <https://systema.dp.ua/p3588344-sikacarbodur-lenty-uglerodnyh.html.pdf>. спецификация (дата звернення: 23.10.2018).

54. Лычев А. С. Надежность строительных конструкций: учеб. пособ. М.: Изд-во АСВ, 2008. 184 с.

55. Масюк Г. Х. Оцінка надійності залізобетонних балок, що зазнають дії малоциклових повторних і знакозмінних навантажень // Збірник наукових праць УкрДУЗТ. 2017. № 169. С. 224–228.

56. Махінько А. В. Надійність елементів металоконструкцій під дією випадкових змінних навантажень: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Махінько Антон Володимирович. Полтава, 2006. 23 с.

57. Махінько А. В. Надійність металевих баштових опор зв'язку: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Махінько Антон Володимирович. Полтава, 2012. 40 с.

58. Мельник І. В., Добрянський Р. З., Давидовський Н. Б. Експериментальні дослідження міцності, жорсткості і тріщиностійкості залізобетонних балок, підсилених вуглепластиками при різних рівнях попереднього навантаження //

Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2011. № 22. С. 814–821.

59. Мельник І. В., Добрянський Р. З., Давидовський Н. Б., Крет В. О. Експериментальні дослідження деформативності залізобетонних балок, підсилених під навантаженням композитною системою Sika Carbodur // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Зб. наук. праць. Серія: Теорія і практика будівництва. Львів, 2012. № 742. С. 124–130.

60. Мурин А. Я. Міцність нормальних перерізів залізобетонних балок підсилених зовнішньою композитною арматурою // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Зб. наук. праць. Серія: Теорія і практика будівництва. Львів, 2008. № 627. С. 155–158.

61. Онищенко О. Г., Пічугін С. Ф., Онищенко В. О., Семко О. В., Стороженко Л. І., Ємельянова І. А., Ландар О. М. Високоєфективні технології та комплексні конструкції в будівництві: монографія. Полтава: ПФ «Форміка», 2009. 404 с.

62. Онуфриев Н. М. Усиление железобетонных конструкций промышленных зданий и сооружений. М.–Л.: Стройиздат, 1965. 342 с.

63. Павліков А. М. Розрахунок міцності залізобетонних елементів у нормальних перерізах, синтезований на основі СНиП 2.03.01-84 та нелінійної деформаційної моделі // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Зб. наук. праць. Серія: Теорія і практика будівництва. Львів, 2010. № 664. С. 128–132.

64. Павліков А. М., Бойко О. В. Застосування нелінійної деформаційної моделі в інженерних розрахунках міцності залізобетонних елементів // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2012. № 23. С. 355–363.

65. Пархоменко І. О. Надійність трубобетонних конструкцій з пошкодженням оболонки: дис. ... канд. техн. наук. Пархоменко Інна Олегівна. Полтава, 2015. 229 с.

66. Пашинський В. А. Інженерна методика оцінювання показників надійності стержнів сталевих кроквяних ферм // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури: Зб. наук. праць. 2017. № 66. С. 48–53.

67. Пашинський В. А. Методологія нормування навантажень на будівельні конструкції: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Пашинський Віктор Антонович. Полтава, 1999. 34 с.

68. Перельмутер А. В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций: монография. М.: Изд-во АСВ, 2007. 254 с.

69. Перельмутер А. В., Пичугин С. Ф. Об оценке уязвимости строительных конструкций // Magazine of Civil Engineering. 2014. № 5. С. 5–14.

70. Перельмутер А. В., Пичугин С. Ф. Расчетные сочетания нагрузок для проверки надежности конструкций (обзор) // Зб. наук. праць Українського інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського. 2015. № 15. С. 4–47.

71. Пичугин С. Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий: монография. М.: Изд-во АСВ, 2011. 456 с.

72. Пичугин С. Ф. Оценка надежности железобетонных балок с углепластиковым внешним армированием // Строительство, материаловедение, машиностроение. Серия: Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения. 2014. № 77. С. 153–157.

73. Пичугин С. Ф. Оценка надежности элементов стальных конструкций // Металлические конструкции. 2008. Том 14. № 4. С. 227–236.

74. Пічугін С. Ф. Надійність технічних систем: навч. посіб. Полтава: ПДТУ, 2000. 157 с.

75. Пошивач В. Г. Вероятностный коэффициент надежности по предельному расчетному значению ветровой нагрузки // Строительство, материаловедение, машиностроение. Серия: Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения. 2009. № 50. С. 414–418.

76. Пошивач В. Г. Надійність та контроль якості згинальних залізобетонних конструкцій: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Пошивач Володимир Генійович. Київ, 1997. 24 с.

77. Пшеничкина В. А., Богомолов А. Н., Чураков А. А. Надежность строительных систем: учеб. пособие. Волгоград: ВолгГАСУ, 2010. 40 с.

78. Райзер В. Д. Теория надежности в строительном проектировании: монография. М.: изд-во АСВ, 1998. 304 с.

79. Ржаницын А. Р. Применение статистических методов в расчетах сооружений на прочность и безопасность // Строительная механика и расчет сооружений. М., 1952. № 6. С. 22–25.

80. Ржаницын А. Р. Строительная механика: учеб. пособие для вузов. М.: Высш. школа, 1982. 400 с.

81. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978. 239 с.

82. Ржаницын А. Р. Экономический принцип расчёта на безопасность // Строительная механика и расчет сооружений. 1973. № 3. С. 3–5.

83. Римар Я. В. Міцність та деформативність залізобетонних балок, підсилених під навантаженням нарощуванням арматури: дис. ... канд. техн. наук. Римар Ярослав Васильович. Львів, 2009. 135 с.

84. Савицький М. В. Основи розрахунку надійності залізобетонних конструкцій в агресивних середовищах: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Савицький Микола Васильович. Дніпропетровськ, 1994. 41 с.

85. Савицький М. В., Пшінько П. О., Зінкевич А. М. Особливості забезпечення надійності та оцінки залишкового ресурсу конструкцій мостів в складних умовах експлуатації // Строительство, материаловедение, машиностроение. Серия: Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения. 2016. № 91. С. 119–124.

86. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.

87. Семко А. В. Учет значительной изменчивости геометрических параметров в расчете сталежелезобетонных конструкций // Бетон и железобетон в Украине. 2001. № 2 (6). С. 20–22.

88. Семко О. В. Застосування теорії ризиків для визначення коефіцієнту надійності за призначенням // Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сб. науч. трудов. Одесса: ОГАСА, 2005. С. 178–185.

89. Семко О. В. Імовірнісні аспекти розрахунку сталезалізобетонних конструкцій. К.: Сталь, 2004. 316 с.

90. Семко О. В. Надійність сталезалізобетонних конструкцій: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Семко Олександр Володимирович. Полтава, 2006. 28 с.

91. Семко О. В. Оцінка ймовірності стану конструкцій за результатами обстежень // Проблеми теорії і практики залізобетону: Зб. наук. статей. Полтава, 1997. С. 414–416.

92. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. М.: Госстрой СССР, 1989. 80 с.

93. Стрелецкий Н. С. Основы статистического учета коэффициента запаса прочности сооружений. М.: Стройиздат, 1947. 95 с.

94. Сунак П. О., Шостак А. В., Синій С. В., Сунак О. П. Методика визначення надійності підсилених шаром сталевібробетону залізобетонних елементів при реконструкції будівель і споруд // Коммунальное хозяйство городов. 2010. № 93. С. 498–503.

95. Титаренко Р. Ю., Хміль Р. Є. Методика оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених залізобетонною обіймою // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2018. № 36. С. 406–412.

96. Титаренко Р. Ю., Хміль Р. Є. Основні стохастичні параметри при оцінюванні надійності залізобетонних балок, підсилених додатковим армуванням // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Зб. наук. праць. Серія: Теорія і практика будівництва. Львів, 2017. № 877. С. 206–211.

97. Титаренко Р. Ю., Хміль Р. Є. Принципи оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених додатковою стрижневою арматурою за дії навантаження // Вісник Львівського національного аграрного університету: Зб. наук. праць. Серія: Архітектура і сільськогосподарське будівництво. 2018. № 19. С. 94–97.

98. Усаковский С. Б. Оценка надежности конструкций с учетом неточности расчетного метода и неполноты исходной информации. Прикладные задачи на основе этой модели // Зб. наук. праць. Серія: галузеве машинобудування, будівництво. Полтава: ПолтНТУ, 2015. № 1 (43). С. 73–80.

99. Усаковский С. Б. Прикладные задачи теории надежности сооружений. О новой парадигме теории расчета сооружений. К.: КНУСА, 2014. 56 с.

100. Усаковский С. Б., Велічко М. М. Про надійність фундаментів існуючих автодорожніх мостів малих прольотів. оцінка статистичних параметрів діючих факторів // Містобудування та територіальне планування: Науково-технічний збірник. Київ: КНУБА, 2012. № 44. С. 509–518.

101. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М.: Мир, 1969. 396 с.

102. Хило Е. Р., Попович Б. С. Усиление строительных конструкций. Львов: Высшая школа, 1985. 155 с.

103. Хміль Р. Є., Титаренко Р. Ю. Аналіз методів оцінки надійності залізобетонних конструкцій // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2016. № 32. С. 282–289.

104. Хміль Р. Є., Титаренко Р. Ю. Особливості оцінювання надійності підсилених залізобетонних елементів // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури: Зб. наук. праць. 2016. № 63. С. 91–97.

105. Хоциалов Н. Ф. Запасы прочности // Строительная промышленность. М., 1929. № 10. С. 10–15.

106. Шевченко Т. Ю. Прогнозування надійності залізобетонних конструкцій логіко-ймовірнісними методами // Зб. наук. праць. Серія: галузеве машинобудування, будівництво. Полтава: ПолтНТУ, 2015. № 1 (43). С. 87–92.

107. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций. Пер. с нем. М.: Стройиздат, 1994. 288 с.
108. ACI 318-05. Building code requirements for reinforced concrete. American Concrete Institute (ACI). Farmington Hills, MI, 2005. 369 p.
109. ACI 440.2R-02. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures. American Concrete Institute (ACI). Farmington Hills, MI, 2002. 80 p.
110. Alsayed S. H., Siddiqui N. A. Reliability of shear-deficient RC beams strengthened with CFRP-strips // Construction and Building Materials. 2013. V. 42. P. 238–247.
111. Ang A. H.-S., Cornell C. A. Reliability bases of structural safety and design // Journal of the Structural Division. 1974. V. 100. N. 9. P. 1755–1769.
112. ANSI/AISC 360-05. Specification for structural steel buildings. Chicago: American Institute of Steel Construction (AISC), 2005. 461 p.
113. Baji H., Ronagh H. A reliability-based investigation into ductility measures of RC beams designed according to fib Model Code 2010 // Structural Concrete. 2015. V. 16. N. 4. P. 546–557.
114. Basler E. Untersuchungen über den Sicherheitsbegriff von Bauwerken // Schweitzer Archiv für angewandte Wissenschaft und Technik. 1961. V. 4.
115. Blikharsky Z., Khmil R. & Vejera P. Shear strength of reinforced concrete beams strengthened by P.B.O. fiber mesh under loading // MATEC Web of Conf. 116, 2017, 02006.
116. Choi J. Comparative study of effective stresses of concrete beams strengthened using carbon-fibre-reinforced polymer and external prestressing tendons // Structure and infrastructure engineering. 2014. V. 10. N. 6. P. 753–766.
117. CNR-DT 200. Guidelines for design, execution and control of strengthening interventions by means of fibre reinforced composites. Rome: National Research Council (CNR), 2004. 164 p.
118. Cornell C. A. A probability-based structural code // ACI-Journal. 1969. V. 66. N. 12. P. 974–985.

119. Ditlevsen O., Madsen H. O. Structural reliability methods: Monograph. Chichester: John & Wiley Sons Ltd, 1996. 384 p.
120. Duprat F. Reliability of RC beams under chloride-ingress // Construction and building materials. 2007. V. 21. N. 8. P. 1605–1616.
121. Ellingwood B. R. Reliability based criteria for reinforced concrete design // Journal of the Structural Division. 1979. V. 105. N. 4. P. 713–727.
122. Eurocode EN 1990:2002. Basis of structural design. Brussels: European Committee for Standardization (CEN), 2002. 87 p.
123. Faber M. H. Basics of structural reliability. Zürich, Switzerland: ETH Swiss Federal Institute of Technology, 2002. 56 p.
124. Faber M. H. Risk and safety in civil engineering: Lecture Notes. Zürich, Switzerland: ETH Swiss Federal Institute of Technology, 2007. 335 p.
125. Feng Y.-F., Gong J.-X., Yang G.-P., Li R.-Q. A probability model for rebar corrosion loss and time-dependent reliability analysis of RC member // Hydro-Science and Engineering. 2014. N. 1. P. 24–32.
126. Ferrier E., Hamelin P. Long-time concrete-composite interface characterization for reliability prediction of RC beam strengthened with FRP // Materials and Structures. 2002. V. 35. N. 9. P. 564–572.
127. Freudenthal F. M. Safety, reliability and structural design // Journal of the Structural Division: Proc. ASCE. 1961. V. 87. N. 3. P. 1–16.
128. Gulvanessian H., Holicky M. Eurocodes: using reliability analysis to combine action effects // Structures and buildings: Proceedings of the institution of civil engineers. London, UK, 2005. V. 158. N. 4. P. 243–252.
129. Hong H. P. Assessment of reliability of aging reinforced concrete structures // Journal of Structural Engineering. 2000. V. 126. N. 12. P. 1458–1465.
130. ISO 2394:1998. General principles on reliability for structures. 2nd ed. Geneva, Switzerland: Ethiopian Standards Agency (ESA), 1998. 77 p.
131. Karbhari V. M., Abanilla M. A. Design factors, reliability, and durability prediction of wet layup carbon/epoxy used in external strengthening // Composites. Part B: Engineering. 2007. V. 38. N. 1. P. 10–23.

132. Khmil R., Tytarenko R., Blikharskyy Y., Vegeera P. Development of the procedure for the estimation of reliability of reinforced concrete beams, strengthened by building up the stretched reinforcing bars under load // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. V. 5. N. 7 (95). P. 32–42.

133. Kim S., Yang K., Byun H., Ashour A. Tests of reinforced concrete beams strengthened with wire rope units // *Engineering Structures*. Kwangju, 2007. V. 29. N. 10. P. 2711–2722.

134. Kos Ž., Gotal Dmitrović L., Klimenko E. Developing a model of a strain (deformation) of a damaged reinforced concrete pillar in relation to a linear load capacity // *Tehnički glasnik: Technical journal*. 2017. V. 11. N. 4. P. 150–154.

135. Kovalchuk V., Markul R., Pentsak A., Parneta B., Gayda O., Braichenko S. Study of the stress-strain state in defective railway reinforced-concrete pipes restored with corrugated metal structures // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. V. 5. N. 1 (89). P. 37–44.

136. Kwon S. J., Park S. S., Nam S. H., Lho B. C. A service life prediction for unsound concrete under carbonation through probability of durable failure // *Journal of the Korea institute for structural maintenance and inspection*. 2008. V. 12. N. 2. P. 49–58.

137. Kybicki J. Badania doświadczalne zarysowanych belek żelbetowych z naklejonymi taśmami kompozytowymi z włókien węglowych // *Prace instytutu techniki*. 2002. Kwartalnik № 4 (124). S. 43–59.

138. Lima J. L., Barros J. A. Reliability analysis of shear strengthening externally bonded FRP models // *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings*. 2011. V. 164. P. 43–56.

139. Low H. Y., Hao H. Reliability analysis of reinforced concrete slabs under explosive loading // *Structural safety*. 2001. V. 23. N. 2. P. 157–178.

140. Lu Y., Gu X. Probability analysis of RC member deformation limits for different performance levels and reliability of their deterministic calculations // *Structural Safety*. 2004. V. 26. N. 4. P. 367–389.

141. Maier M. Die Sicherheit der Bauwerte und ihre Berechnung nach Granz kräften statt nach zulassigen Spannungen. Berlin: Springer Verlag, 1926. 150 p.

142. Melchers R., Ahammed M. A fast approximate method for parameter sensitivity estimation in Monte Carlo structural reliability // *Computers & Structures*. Kidlington, 2004. V. 82. N. 1. P. 55–61.
143. Minelli F., Plizzari G. A., Cairns J. Flexure and shear behavior class of RC beams strengthened by external reinforcement // *Concrete repair, rehabilitation and retrofitting II: Proceedings of the 2nd international conference*. Cape Town, 2009. P. 377–378.
144. Okeil A. M., El-Tawil S., Shahawy M. Flexural reliability of reinforced concrete bridge girders strengthened with carbon fiber-reinforced polymer laminates // *Journal of Bridge Engineering*. 2002. V. 7. N. 5. P. 290–299.
145. Petryna Y., Pfanner D., Stangenberg F., Kratzig W. Reliability of reinforced concrete structures under fatigue // *Reliability Engineering & System Safety*. 2002. V. 77. N. 3 (SI). P. 253–261.
146. Pham H. B., Al-Mahaidi R. Reliability analysis of bridge beams retrofitted with fibre reinforced polymers // *Composite Structures*. 2008. V. 82. N. 2. P. 177–184.
147. Plevris N., Triantafillou T., Veneziano D. Reliability of RC members strengthened with CFRP laminates // *Journal of Structural Engineering*. 1995. V. 121. N. 7. P. 1037–1044.
148. Rafeeqi S. Theoretical model for ultimate moment capacity of RC beams strengthened by unbonded reinforcement // *Arabian journal for science and engineering*. 2014. V. 37. P. 1849–1870.
149. Ribeiro S., Diniz S. Reliability-based design recommendations for FRP-reinforced concrete beams // *Engineering Structures*. 2013. V. 52. P. 273–283.
150. Selejdak J., Khmil R., Blikharsky Z. The influence of simultaneous action of the aggressive environment and loading on strength of RC beams // *MATEC Web of Conf*. 183, 2018, 02002.
151. Shi Y. F., Stewart M. G. Spatial reliability analysis of explosive blast load damage to reinforced concrete columns // *Structural safety*. 2015. V. 53. P. 13–25.

152. Shmukler V. S. Evolutionist approach in rationalization of building structures // Third International structural Engineering and construction Conference (ISEC-03). Shunan, Japan, 2005.
153. Shmukler V., Luchkovsky I. Nonlinear analysis of flexural reinforced concrete structures strength // IABS symposium. Shanghai, China, 2004. V. 88.
154. Tang Y., Jiang C., Li Y. The reliability analysis of existing RC member under multifactor mechanism influencing // Journal of disaster prevention and mitigation engineering. 2005. V. 25. N. 2. P. 135–139.
155. Thoft-Christensen P., Baker M. J. Structural Reliability Theory and Its Applications. Berlin: Springer Verlag, 1982.
156. Trentin C., Casas J. R. Safety factors for CFRP strengthening in bending of reinforced concrete bridges // Composite Structures. 2015. V. 128. P. 188–198.
157. Val D., Bljucer F., Yankelevsky D. Reliability evaluation in nonlinear analysis of reinforced concrete structures // Structural Safety. 1997. V. 19. N. 2. P. 203–217.
158. Wang N. Y., Ellingwood B. R., Zureick A. H. Reliability-based evaluation of flexural members strengthened with externally bonded fiber-reinforced polymer composites // Journal of Structural Engineering-ASCE. 2010. V. 136. P. 1151–1160.
159. Wang Z. Reliability of four-face fired reinforcement concrete columns // Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science. 2008. V. 36. N. 12. P. 125–127.
160. Weselek J., Haussler-Combe U. Bending load capacity of strengthened RC beams with stochastically distributed material properties // Computational Modelling of Concrete Structures. 2014. V. 2. P. 859–869.
161. Zhang S., Zhang C., Chen X. Effect of statistical correlation between ply mechanical properties on reliability of fibre reinforced plastic composite structures // Journal of Composite Materials. Beijing, China, 2015. P. 2935–2945.

Додаток 1. Довідки про впровадження



ТОВ «КАРПАТНАФТОХІМ»

вул. Промислова, 4, м. Калуш, 77306, Івано-Франківська обл., факс (03472) 60425, тел. (03472) 60148
E-mail: mail@knh.com.ua, www.knh.com.ua

АКТ впровадження результатів науково-дослідної роботи

В ТОВ „КАРПАТНАФТОХІМ” протягом 2017-2018 рр. разом зі співробітниками кафедри будівельних конструкцій Національного університету „Львівська політехніка” виконувались роботи з обстеження, визначення технічного стану та розроблення проектних рішень по відновленню, підсиленню залізобетонних конструкцій, які отримали пошкодження різного рівня, а саме залізобетонних конструкцій корпусу №902 цеху з виробництва хлорвінілу виробництва ПХВССіКС, залізобетонних конструкцій естакади по кварталу №1, залізобетонної естакади від ТЕЦ до ст. 215, а також естакади до корпусу 745 цеху парогазопостачання управління забезпечення виробництв.

При виконанні робіт були використані результати дисертаційної роботи Титаренка Романа Юрійовича на тему: ”Надійність залізобетонних балок, підсиленних при дії навантаження”, а саме оцінку надійності прийнятих способів підсилення залізобетонних конструкцій було виконано із використанням розроблених теоретичних методик визначення показників надійності – індексу надійності та коефіцієнта ймовірності безвідмовної роботи.

Начальник управління з промислової
безпеки, охорони праці та екології



Кучер В.В.

МІНІСТЕРСТВО РЕГІОНАЛЬНОГО РОЗВИТКУ,
БУДІВНИЦТВА ТА ЖИТЛОВО-КОМУНАЛЬНОГО
ГОСПОДАРСТВА УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО
ДЕРЖАВНИЙ ІНСТИТУТ ПРОЄКТУВАННЯ МІСТ
"МІСТОПРОЕКТ"

МІСТОПРОЕКТ

79044, м. Львів, вул. Ген. Чупринки, 71. тел.: 032-238-9696, факс: 032-297-1754

www.mistoproekt.com.ua

e-mail: mistoproekt@i.ua

№ 1043/Н-2 від 06.12.2018

Акт впровадження результатів НДР

Запропонована Титаренком Романом Юрійовичом принципова методика оцінки надійності залізобетонних балок, яка ввійшла в дисертаційну роботу «Надійність залізобетонних балок, підсилених при дії навантаження» на здобуття вченого ступеня кандидата технічних наук була використана при розрахунку перекриття багатоквартирного житлового будинку з вбудовано-прибудованими приміщеннями громадського призначення та підземним паркінгом за адресою: вул. Очеретяна, 29, 31, 31-А, 31-В.

Директор

Головний конструктор



[Handwritten signature]

І.Квик



Кук І.С.

Додаток 2. Вирази для знаходження коефіцієнтів D_x

Балка без підсилення (відповідно до п. 2.4.1 розділу 2 – див. формули 2.9, 2.10):

$$\begin{aligned}
 D_{\sigma_s} &= A_s \bar{d} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s^2}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} + \frac{\bar{\sigma}_{sc} A'_s A_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} = \frac{A_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_c \bar{b} \bar{d} - \bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{sc} A'_s); \\
 D_{\sigma_{sc}} &= -A'_s a' + \frac{\bar{\sigma}_s A_s A'_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - \frac{\bar{\sigma}_{sc} A_s'^2}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} = \frac{A'_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (-\bar{\sigma}_c \bar{b} a' + \bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A'_s); \\
 D_{\sigma_c} &= \frac{0,5}{\bar{\sigma}_c^2 \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A'_s)^2; \\
 D_d &= \bar{\sigma}_s A_s; \quad D_b = \frac{0,5}{\bar{\sigma}_c \bar{b}^2} (\bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A'_s)^2. \tag{Д.2.1}
 \end{aligned}$$

Балка, підсилена додатковою сталевюю стрижневою арматурою (відповідно до п. 2.4.2 розділу 2 – див. формули 2.18, 2.19):

$$\begin{aligned}
 D_{\sigma_{s,add}} &= A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} + \frac{\bar{\sigma}_{sc} A'_s A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} = \\
 &= A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} \bar{d}_{red} - \frac{A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A'_s); \\
 D_{\gamma_{s,dis}^{add}} &= \\
 &= \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} + \frac{\bar{\sigma}_{sc} A'_s \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} = \\
 &= \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A'_s); \\
 D_{\sigma_s} &= A_s \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s^2}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} A_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} + \frac{\bar{\sigma}_{sc} A'_s A_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} = \\
 &= A_s \bar{d}_{red} - \frac{A_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A'_s); \\
 D_{\sigma_{sc}} &= \frac{\bar{\sigma}_s A_s A'_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} + \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} A'_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - \frac{\bar{\sigma}_{sc} A_s'^2}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - A'_s a' = \\
 &= \frac{A'_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A'_s) - A'_s a';
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_c} &= \frac{0,5}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} \left(\bar{\sigma}_s^2 A_s^2 + \bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2} + \bar{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \right) + \\
&\quad + \frac{\bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A_s' (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add})}{\bar{\sigma}_c^2 \bar{b}}; \\
D_{d_{red}} &= \bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}; \\
D_b &= \frac{0,5}{\bar{\sigma}_c \bar{b}^2} \left(\bar{\sigma}_s^2 A_s^2 + \bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2} + \bar{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \right) + \\
&\quad + \frac{\bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A_s' (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add})}{\bar{\sigma}_c \bar{b}^2}. \tag{Д.2.2}
\end{aligned}$$

Балка, підсилена додатковою композитною арматурою (відповідно до п. 2.4.3 розділу 2 – див. формули 2.24, 2.25):

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_f} &= A_f \bar{\gamma}_{f,dis} \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_f A_f^2 \bar{\gamma}_{f,dis}^2}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s A_f \bar{\gamma}_{f,dis}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} + \frac{\bar{\sigma}_{sc} A_s' A_f \bar{\gamma}_{f,dis}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} = \\
&= A_f \bar{\gamma}_{f,dis} \bar{d}_{red} - \frac{A_f \bar{\gamma}_{f,dis}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} - \bar{\sigma}_{sc} A_s');
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\gamma_{f,dis}} &= \bar{\sigma}_f A_f \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_f^2 A_f^2 \bar{\gamma}_{f,dis}}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_f A_f}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} + \frac{\bar{\sigma}_{sc} A_s' \bar{\sigma}_f A_f}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} = \\
&= \bar{\sigma}_f A_f \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_f A_f}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} - \bar{\sigma}_{sc} A_s');
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_s} &= A_s \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s^2}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - \frac{\bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} A_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} + \frac{\bar{\sigma}_{sc} A_s' A_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} = \\
&= A_s \bar{d}_{red} - \frac{A_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} - \bar{\sigma}_{sc} A_s');
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_{sc}} &= \frac{\bar{\sigma}_s A_s A_s'}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} + \frac{\bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} A_s'}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - \frac{\bar{\sigma}_{sc} A_s'^2}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} - A_s' a' = \\
&= \frac{A_s'}{\bar{\sigma}_c \bar{b}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} - \bar{\sigma}_{sc} A_s') - A_s' a';
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_c} &= \frac{0,5}{\bar{\sigma}_c^2 \bar{b}} \left(\bar{\sigma}_s^2 A_s^2 + \bar{\sigma}_f^2 A_f^2 \bar{\gamma}_{f,dis}^2 + \bar{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \right) + \\
&\quad + \frac{\bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} - \bar{\sigma}_{sc} A_s' (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis})}{\bar{\sigma}_c^2 \bar{b}};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{d_{red}} &= \bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis}; \\
D_b &= \frac{0,5}{\bar{\sigma}_c \bar{b}^2} (\bar{\sigma}_s^2 A_s^2 + \bar{\sigma}_f^2 A_f^2 \bar{\gamma}_{f,dis}^2 + \bar{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2) + \\
&\quad + \frac{\bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} - \bar{\sigma}_{sc} A_s' (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis})}{\bar{\sigma}_c \bar{b}^2}.
\end{aligned} \tag{Д.2.3}$$

Балка, підсилена залізобетонною обоймою (відповідно до п. 2.4.4 розділу 2 – див. формули 2.30, 2.31). Варіант 1:

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_{s,add}} &= A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add 2}}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} = \\
&= A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} \bar{d}_{red} - \frac{A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}); \\
D_{\gamma_{s,dis}^{add}} &= \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add}}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} = \\
&= \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add}}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}); \\
D_{\sigma_s} &= A_s \bar{d}_{red} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s^2}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} - \frac{A_s \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} = \\
&= A_s \bar{d}_{red} - \frac{A_s}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}); \\
D_{\sigma_{c,add}} &= \frac{0,5}{\bar{\sigma}_{c,add}^2 \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add})^2; \\
D_{\gamma_{c,dis}^{add}} &= \frac{0,5}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add 2}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add})^2; \\
D_{d_{red}} &= \bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}; \\
D_B &= \frac{0,5}{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{B}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add})^2.
\end{aligned} \tag{Д.2.4}$$

Балка, підсилена залізобетонною обіймою (відповідно до п. 2.4.4 розділу 2 – див. формули 2.36, 2.37). Варіант 2:

$$D_{\sigma_{s,add}} = A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} \bar{d}'_{red} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add 2}}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} -$$

$$- \frac{A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} (\bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A'_s)}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} + \frac{A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} \bar{\sigma}_{c,add} (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} =$$

$$= A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} \bar{d}'_{red} - \frac{A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times$$

$$\times [\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A'_s - \bar{\sigma}_{c,add} (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}];$$

$$D_{\gamma_{s,dis}^{add}} = \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{d}'_{red} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} -$$

$$- \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} (\bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A'_s)}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} + \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\sigma}_{c,add} (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} =$$

$$= \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{d}'_{red} - \frac{\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times$$

$$\times [\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A'_s - \bar{\sigma}_{c,add} (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}];$$

$$D_{\sigma_s} = A_s \bar{d}'_{red} - \frac{\bar{\sigma}_s A_s^2}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} - \frac{A_s (\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A'_s)}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} +$$

$$+ \frac{A_s \bar{\sigma}_{c,add} (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} = A_s \bar{d}'_{red} - \frac{A_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times$$

$$\times [\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A'_s - \bar{\sigma}_{c,add} (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}];$$

$$D_{\sigma_{sc}} = -A'_s a' - \frac{\bar{\sigma}_{sc} A_s'^2}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} + \frac{A'_s (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add})}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} -$$

$$- \frac{A'_s \bar{\sigma}_{c,add} (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} = \frac{A'_s}{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} \times$$

$$\times [\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A'_s - \bar{\sigma}_{c,add} (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}] - A'_s a';$$

$$D_{\sigma_{c,add}} = (0,5\bar{b} + \bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add 2} + \frac{\bar{\sigma}_s^2 A_s^2 \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \frac{\bar{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} - \\
& \quad - \left[\bar{h}'_{add}{}^2 (\bar{b}^2 + 4\bar{b} \bar{b}_{add} + 4\bar{b}_{add}^2) \bar{\gamma}_{c,dis}^{add} \right] \times \\
& \quad \times \frac{\bar{\sigma}_{c,add} (\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}) - \bar{\sigma}_{c,add}^2 \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \frac{2[\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} (\bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A_s') - \bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_{sc} A_s'] \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A_s') \times \\
& \quad \times \frac{\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add} - 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} = \\
& = (0,5\bar{b} + \bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add}{}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}^{add} + \frac{\bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add} (\bar{\sigma}_s^2 A_s^2 + \bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} + \bar{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2)}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} - \\
& - \frac{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{h}'_{add}{}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}^{add} (\bar{\sigma}_c \bar{b} + \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}) (\bar{b}^2 + 4\bar{b} \bar{b}_{add} + 4\bar{b}_{add}^2)}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \frac{2\bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add} [\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} (\bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A_s') - \bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_{sc} A_s']}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \frac{\bar{\sigma}_c \bar{b} (\bar{b} + 2\bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add} (\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A_s')}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2}; \\
D_{\gamma_{c,dis}^{add}} & = \bar{\sigma}_{c,add} (0,5\bar{b} + \bar{b}_{add}) \bar{h}'_{add}{}^2 + \frac{\bar{\sigma}_s^2 A_s^2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \frac{\bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}^{add} \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \frac{\bar{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} - \\
& \quad - \left[\bar{\sigma}_{c,add} \bar{h}'_{add}{}^2 (\bar{b}^2 + 4\bar{b} \bar{b}_{add} + 4\bar{b}_{add}^2) \right] \times \\
& \quad \times \frac{\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} (\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}) - \bar{\gamma}_{c,dis}^{add}{}^2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add}}{(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2[\bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}(\bar{\sigma}_sA_s - \bar{\sigma}_{sc}A'_s) - \bar{\sigma}_sA_s\bar{\sigma}_{sc}A'_s]\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \bar{\sigma}_{c,add}(\bar{b} + 2\bar{b}_{add})\bar{h}'_{add}(\bar{\sigma}_sA_s + \bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc}A'_s) \times \\
& \quad \times \frac{\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} - 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} = \\
= & \bar{\sigma}_{c,add}(0,5\bar{b} + \bar{b}_{add})\bar{h}'_{add}{}^2 + \frac{\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}(\bar{\sigma}_s^2A_s^2 + \bar{\sigma}_{s,add}^2A_{s,add}^2\bar{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2} + \bar{\sigma}_{sc}^2A_s'^2)}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} - \\
& - \frac{\bar{\sigma}_{c,add}^2\bar{h}'_{add}{}^2\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}(\bar{\sigma}_c\bar{b} + \bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})(\bar{b}^2 + 4\bar{b}\bar{b}_{add} + 4\bar{b}_{add}^2)}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \frac{2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}[\bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}(\bar{\sigma}_sA_s - \bar{\sigma}_{sc}A'_s) - \bar{\sigma}_sA_s\bar{\sigma}_{sc}A'_s]}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \frac{\bar{\sigma}_{c,add}\bar{\sigma}_c\bar{b}(\bar{b} + 2\bar{b}_{add})\bar{h}'_{add}(\bar{\sigma}_sA_s + \bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc}A'_s)}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2}; \\
D_{\sigma_c} = & \frac{0,5\bar{b}\bar{\sigma}_s^2A_s^2}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \frac{0,5\bar{b}\bar{\sigma}_{s,add}^2A_{s,add}^2\bar{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \frac{0,5\bar{b}\bar{\sigma}_{sc}^2A_s'^2}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \frac{0,5\bar{\sigma}_{c,add}^2\bar{h}'_{add}{}^2(\bar{b}^2 + 4\bar{b}\bar{b}_{add} + 4\bar{b}_{add}^2)\bar{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2}\bar{b}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \frac{[\bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}(\bar{\sigma}_sA_s - \bar{\sigma}_{sc}A'_s) - \bar{\sigma}_sA_s\bar{\sigma}_{sc}A'_s]\bar{b}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} - \\
& - \frac{\bar{\sigma}_{c,add}(\bar{b} + 2\bar{b}_{add})\bar{h}'_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}(\bar{\sigma}_sA_s + \bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc}A'_s)\bar{b}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} = \\
= & \frac{0,5\bar{b}(\bar{\sigma}_s^2A_s^2 + \bar{\sigma}_{s,add}^2A_{s,add}^2\bar{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2} + \bar{\sigma}_{sc}^2A_s'^2)}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \\
& + \frac{\bar{\sigma}_{c,add}^2\bar{h}'_{add}{}^2\bar{b}(0,5\bar{b}^2 + 2\bar{b}\bar{b}_{add} + 2\bar{b}_{add}^2)\bar{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} +
\end{aligned}$$

$$+ \frac{\bar{b}[\bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}(\bar{\sigma}_sA_s - \bar{\sigma}_{sc}A'_s) - \bar{\sigma}_sA_s\bar{\sigma}_{sc}A'_s]}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} -$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}(\bar{b} + 2\bar{b}_{add})\bar{h}'_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}(\bar{\sigma}_sA_s + \bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc}A'_s)}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2};$$

$$D_{h'_{add}} = \bar{\sigma}_{c,add}(\bar{b} + 2\bar{b}_{add})\bar{h}'_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} -$$

$$- \frac{\bar{\sigma}_{c,add}^2\bar{h}'_{add}(\bar{b}^2 + 4\bar{b}\bar{b}_{add} + 4\bar{b}_{add}^2)\bar{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2}}{\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}} +$$

$$+ \frac{\bar{\sigma}_{c,add}(\bar{b} + 2\bar{b}_{add})\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}(\bar{\sigma}_sA_s + \bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc}A'_s)}{\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}};$$

$$D_{d'_{red}} = \bar{\sigma}_sA_s + \bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add};$$

$$D_{b_{add}} = \bar{\sigma}_{c,add}\bar{h}'_{add\ 2}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} + \frac{\bar{\sigma}_s^2A_s^2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} +$$

$$+ \frac{\bar{\sigma}_{s,add}^2A_{s,add}^2\bar{\gamma}_{s,dis}^{add\ 2}\bar{\sigma}_{c,add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} + \frac{\bar{\sigma}_{sc}^2A'_s{}^2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} +$$

$$+ \frac{\bar{b}^2\bar{\sigma}_{c,add}^3\bar{h}'_{add\ 2}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add\ 3}}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} +$$

$$- \frac{2\bar{b}\bar{\sigma}_{c,add}^2\bar{h}'_{add\ 2}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2}(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} - 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2}$$

$$- \frac{2\bar{\sigma}_{c,add}^2\bar{h}'_{add\ 2}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2}[2\bar{b}_{add}(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}) - 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}^2\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}]}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} +$$

$$+ \frac{2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}[\bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}(\bar{\sigma}_sA_s - \bar{\sigma}_{sc}A'_s) - \bar{\sigma}_sA_s\bar{\sigma}_{sc}A'_s]}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} -$$

$$- \frac{2\bar{\sigma}_{c,add}^2\bar{h}'_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add\ 2}\bar{b}(\bar{\sigma}_sA_s + \bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc}A'_s)}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} +$$

$$+ \frac{2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{h}'_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}(\bar{\sigma}_sA_s + \bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc}A'_s)}{(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add})^2} \times$$

$$\times (\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} - 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}) =$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{\sigma}_{c,add} \bar{h}'_{add}{}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} + \frac{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \left(\bar{\sigma}_s^2 A_s^2 + \bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}{}^{add}{}^2 + \bar{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \right)}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} + \\
&\quad + \frac{\bar{\sigma}_{c,add}^2 \bar{h}'_{add}{}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add}{}^2}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} \times \\
&\quad \times \left(\bar{\sigma}_{c,add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \bar{b}^2 - 2 \bar{\sigma}_c \bar{b}^2 - 4 \bar{\sigma}_c \bar{b} \bar{b}_{add} - 4 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right) + \\
&\quad + \frac{2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \left[\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}{}^{add} \left(\bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A_s' \right) - \bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_{sc} A_s' \right]}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} - \\
&\quad - 2 \bar{b} \bar{\sigma}_{c,add} \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \left(\bar{\sigma}_{c,add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} - \bar{\sigma}_c \right) \frac{\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}{}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A_s'}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_b &= 0,5 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{h}'_{add}{}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} + \frac{\bar{\sigma}_s^2 A_s^2 \bar{\sigma}_c}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} + \\
&\quad + \frac{\bar{\sigma}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \bar{\gamma}_{s,dis}{}^{add}{}^2 \bar{\sigma}_c}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} + \frac{\bar{\sigma}_{sc}^2 A_s'^2 \bar{\sigma}_c}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} - \\
&\quad - \frac{0,5 \bar{\sigma}_{c,add}^2 \bar{h}'_{add}{}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add}{}^2 \left[2 \bar{b} \left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right) - \bar{\sigma}_c \bar{b}^2 \right]}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} - \\
&\quad - \frac{2 \bar{\sigma}_{c,add}^2 \bar{b}_{add} \bar{h}'_{add}{}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add}{}^2 \left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} - \bar{\sigma}_c \bar{b} \right)}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} + \\
&\quad + \frac{2 \bar{\sigma}_c \bar{\sigma}_{c,add}^2 \bar{b}_{add}^2 \bar{h}'_{add}{}^2 \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add}{}^2}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} + \\
&\quad + \frac{\bar{\sigma}_c \left[\bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}{}^{add} \left(\bar{\sigma}_s A_s - \bar{\sigma}_{sc} A_s' \right) - \bar{\sigma}_s A_s \bar{\sigma}_{sc} A_s' \right]}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} + \\
&\quad + \frac{\bar{\sigma}_{c,add} \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \left(\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}{}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A_s' \right)}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} \times \\
&\quad \times \left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} - \bar{\sigma}_c \bar{b} \right) - \\
&\quad - \frac{2 \bar{\sigma}_c \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{h}'_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \left(\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_{s,add} A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}{}^{add} - \bar{\sigma}_{sc} A_s' \right)}{\left(\bar{\sigma}_c \bar{b} + 2 \bar{\sigma}_{c,add} \bar{b}_{add} \bar{\gamma}_{c,dis}{}^{add} \right)^2} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 0,5\bar{\sigma}_{c,add}\bar{h}'_{add}{}^2\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} + \frac{0,5\bar{\sigma}_c\left(\bar{\sigma}_s^2A_s^2 + \bar{\sigma}_{s,add}^2A_{s,add}^2\bar{\gamma}_{s,dis}^{add\,2} + \bar{\sigma}_{sc}^2A_s'^2\right)}{\left(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}\right)^2} - \\
&\quad - \frac{\bar{\sigma}_{c,add}^2\bar{h}'_{add}{}^2\bar{\gamma}_{c,dis}^{add\,2}}{\left(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}\right)^2} \times \\
&\quad \times \left(0,5\bar{\sigma}_c\bar{b}^2 + 2\bar{b}\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} + 4\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}^2\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} - 2\bar{\sigma}_c\bar{b}_{add}^2\right) + \\
&\quad + \frac{\bar{\sigma}_c\left[\bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add}\left(\bar{\sigma}_sA_s - \bar{\sigma}_{sc}A_s'\right) - \bar{\sigma}_sA_s\bar{\sigma}_{sc}A_s'\right]}{\left(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}\right)^2} + \\
&+ 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{h}'_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}\left(\bar{\sigma}_{c,add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add} - \bar{\sigma}_c\right)\frac{\bar{\sigma}_sA_s + \bar{\sigma}_{s,add}A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add} - \bar{\sigma}_{sc}A_s'}{\left(\bar{\sigma}_c\bar{b} + 2\bar{\sigma}_{c,add}\bar{b}_{add}\bar{\gamma}_{c,dis}^{add}\right)^2}. \quad (Д.2.5)
\end{aligned}$$

Балка, підсилена додатковою сталевю стрижневою арматурою (відповідно до п. 2.5 розділу 2 – див. формули 2.52, 2.53). Варіант II:

$$\begin{aligned}
D_{E_{cm}} &= -0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}\bar{d}_{red}(A_s + A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add})\bar{f}_{yk} \times \\
&\quad - \left(\pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}{2\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
&\quad \times \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2} + 0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}^2\bar{d}_{red}A_s'\bar{E}_s' \times \\
&\quad - \left(\pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}{2\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
&\quad \times \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2} + \frac{A_s'\bar{E}_s'a'^2}{\bar{d}_{red}} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) = \\
& \frac{0,4 \lambda \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^3 \bar{b} \bar{d}_{red}^2 \vartheta [(A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \bar{E}'_s]}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \\
& = \pm \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 \pm}{\pm \frac{0,8 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \vartheta A'_s \bar{E}'_s a'^2}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{E_{s,aver}} &= -0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} \bar{d}_{red} (A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} \times \\
& - \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{-\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
& \times \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 + 0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} A'_s \bar{E}'_s \times}{\left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{-\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right)} \\
& \times \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 + \frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}} \times}{}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{-\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) = \\
& \frac{0,4 \lambda \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^3 \bar{b} \bar{d}_{red}^2 \bar{E}_{cm} \vartheta [(A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \bar{E}'_s]}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \\
& = \mp \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2}{\mp \frac{0,8 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{E}_{cm} \vartheta A'_s \bar{E}'_s a'^2}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{f_{yk}} &= (A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{d}_{red} - \\
& \frac{0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} \bar{d}_{red} (A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add})}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{E'_s} &= \frac{0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} A'_s}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)} - \\
& \frac{-\varepsilon_{cu,3} A'_s a' (0,5 \lambda + 1) +}{\bar{d}_{red}} \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{f_y} &= \frac{0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} \bar{d}_{red} A'_s}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)} - A'_s a';
\end{aligned}$$

$$D_{\gamma_{s,inc}^{mid}} = 0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} \bar{d}_{red} (A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} \times$$

$$\begin{aligned}
& -0,5\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \\
& \times \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 -}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 +} \\
& \frac{0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} A'_s \bar{E}'_s \left(-0,5\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right)}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 +} \\
& + \frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}} \left(-0,5\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) = \\
& = \frac{-0,5\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2} \times \\
& \times \left[0,5\lambda\varepsilon_{cu,3} \bar{d}_{red} (A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} - 0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} A'_s \bar{E}'_s \right] + \\
& + \frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}} \left(-0,5\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right); \\
D_{\gamma_{s,dis}^{add}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}} = A_{s,add} \bar{f}_{yk} \bar{d}_{red} - \\
& - \frac{0,5\lambda\varepsilon_{cu,3} \bar{d}_{red} A_{s,add} \bar{f}_{yk}}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right)}; \\
D_b &= -0,5\lambda\varepsilon_{cu,3} \bar{d}_{red} (A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
& \times \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 + 0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} A'_s \bar{E}'_s \times}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 + \frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}} \times} \\
& - \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
& \times \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 + \frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}} \times}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 + \frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}} \times} \\
& \times \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) = \\
& \frac{0,4 \lambda \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^3 \bar{d}_{red}^2 \bar{E}_{cm} \vartheta \left[(A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \bar{E}'_s \right]}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \\
& = \pm \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 \pm}{\pm \frac{0,8 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{E}_{cm} \vartheta A'_s \bar{E}'_s a'^2}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}};
\end{aligned}$$

$$D_{d_{red}} = (A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} - 0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} (A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} \times$$

$$\begin{aligned}
& \varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \\
& \times \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 +}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 +} \\
& 0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}\bar{d}_{red}(A_s + A_{s,add}\bar{\gamma}_{s,dis}^{add})\bar{f}_{yk} \left(\pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}{2\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
& + \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 +}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 +} \\
& + 0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}^2 A'_s \bar{E}'_s \frac{\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right)}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 -} \\
& - 0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}^2 A'_s \bar{E}'_s \frac{\bar{d}_{red} \left(\pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}{2\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}} \right)}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 -} \\
& - \frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}^2} \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}} \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) = (A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} - \\
& - \frac{0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} [(A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \bar{E}'_s]}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)} \pm \\
& - \frac{0,4 \lambda \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^3 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta [(A_s + A_{s,add} \bar{\gamma}_{s,dis}^{add}) \bar{f}_{yk} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \bar{E}'_s]}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \pm \\
& - \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2}{\frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}^2} \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]} \pm \\
& \pm \frac{0,8 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{E}_{cm} \vartheta A'_s \bar{E}'_s a'^2}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \bar{d}_{red} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}. \tag{Д.2.6}
\end{aligned}$$

Балка, підсилена додатковою сталевною стрижневою арматурою (відповідно до п. 2.5 розділу 2 – див. формули 2.56, 2.57). Варіант I:

$$\begin{aligned}
D_{E_{s,aver}} &= \bar{\sigma}_c \bar{b} \varepsilon_{cu,3} \lambda \bar{d}_{red}^2 \times \\
& - \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{-\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
& \times \frac{1}{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2 \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{-\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2}}{\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
& -0,5 \bar{\sigma}_c \bar{b} \varepsilon_{cu,3}^2 \lambda^2 \bar{d}_{red}^2 \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^3}{\frac{0,8 \lambda \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^3 \bar{b}^2 \bar{d}_{red}^3 \vartheta \bar{\sigma}_c \bar{E}_{cm}}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}} = \\
& = \pm \frac{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2}{\frac{0,8 \lambda^2 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^4 \bar{b}^2 \bar{d}_{red}^3 \vartheta \bar{\sigma}_c \bar{E}_{cm}}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}} \mp \\
& \mp \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^3}{\frac{0,8 \lambda^2 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^4 \bar{b}^2 \bar{d}_{red}^3 \vartheta \bar{\sigma}_c \bar{E}_{cm}}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}^2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}};
\end{aligned}$$

$$D_{E'_s} = \bar{\varepsilon}_{sc} A'_s \bar{d}_{red} - \bar{\varepsilon}_{sc} A'_s a' = \bar{\varepsilon}_{sc} A'_s (\bar{d}_{red} - a');$$

$$D_{\varepsilon_{sc}} = \bar{E}'_s A'_s \bar{d}_{red} - \bar{E}'_s A'_s a' = \bar{E}'_s A'_s (\bar{d}_{red} - a');$$

$$D_{f_y} = A'_s \bar{d}_{red} - A'_s a' = A'_s (\bar{d}_{red} - a');$$

$$\begin{aligned}
D_{\sigma_c} &= \frac{\bar{b} \varepsilon_{cu,3} \lambda \bar{d}_{red}^2}{\varepsilon_{cu,3} - 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} - \\
& - \frac{0,5 \bar{b} \varepsilon_{cu,3}^2 \lambda^2 \bar{d}_{red}^2}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2};
\end{aligned}$$

$$D_{E_{cm}} = \bar{\sigma}_c \bar{b} \varepsilon_{cu,3} \lambda \bar{d}_{red}^2 \times$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
& \times \frac{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2}{\left(\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right)^3} \\
& - 0,5 \bar{\sigma}_c \bar{b} \varepsilon_{cu,3}^2 \lambda^2 \bar{d}_{red}^2 \frac{-2 \left(\pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right)}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^3} = \\
& = \mp \frac{\frac{0,8 \lambda \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^3 \bar{b}^2 \bar{d}_{red}^3 \vartheta \bar{\sigma}_c}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}}{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2} \pm \\
& \pm \frac{\frac{0,8 \lambda^2 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^4 \bar{b}^2 \bar{d}_{red}^3 \vartheta \bar{\sigma}_c}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^3};
\end{aligned}$$

$$D_{\gamma_{s,inc}^{mid}} = -\bar{\sigma}_c \bar{b} \varepsilon_{cu,3} \lambda \bar{d}_{red}^2 \times$$

$$\begin{aligned}
& -0,5\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \\
& \times \frac{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2 +}{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2 +} \\
& 0,5\bar{\sigma}_c \bar{b} \varepsilon_{cu,3}^2 \lambda^2 \bar{d}_{red}^2 \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \\
& + \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^3}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^3};
\end{aligned}$$

$$D_{d_{red}} = \bar{\sigma}_c \bar{b} \varepsilon_{cu,3} \lambda \times$$

$$\begin{aligned}
& 2\bar{d}_{red} \left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \\
& \times \frac{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2}{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2} \\
& \bar{d}_{red}^2 \left(\pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) \\
& -\bar{\sigma}_c \bar{b} \varepsilon_{cu,3} \lambda \frac{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2}{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2} \\
& -0,5\bar{\sigma}_c \bar{b} \varepsilon_{cu,3}^2 \lambda^2 \frac{2\bar{d}_{red} \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^4} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +0,5\bar{\sigma}_c\bar{b}\varepsilon_{cu,3}^2\lambda^2 \frac{2\bar{d}_{red}^2 \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2} \times \\
& \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}{2\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \\
& \times \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2 + \bar{\varepsilon}_{sc}\bar{E}'_sA'_s = \\
& = \frac{2\bar{\sigma}_c\bar{b}\varepsilon_{cu,3}\lambda\bar{d}_{red}}{\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \mp \\
& \mp \frac{\frac{0,8\lambda\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^3\bar{b}^2\bar{d}_{red}^2\vartheta\bar{\sigma}_c\bar{E}_{cm}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}}{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right)^2} - \\
& \mp \frac{\bar{\sigma}_c\bar{b}\varepsilon_{cu,3}^2\lambda^2\bar{d}_{red}}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2} \pm \\
& \pm \frac{\frac{0,8\lambda^2\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^4\bar{b}^2\bar{d}_{red}^2\vartheta\bar{\sigma}_c\bar{E}_{cm}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}}}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}}{A_{s,tot}\bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^3} + \bar{\varepsilon}_{sc}\bar{E}'_sA'_s;
\end{aligned}$$

$$D_b = \bar{\sigma}_c \varepsilon_{cu,3} \lambda \bar{d}_{red}^2 \times$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2} - \\ & \frac{\bar{\sigma}_c \varepsilon_{cu,3} \lambda \bar{d}_{red}^2}{\left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2} \times \\ & \times \bar{b} \left(\pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \right) - \\ & -0,5\bar{\sigma}_c \varepsilon_{cu,3}^2 \lambda^2 \bar{d}_{red}^2 \frac{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^4} + \\ & +0,5\bar{\sigma}_c \varepsilon_{cu,3}^2 \lambda^2 \bar{d}_{red}^2 \frac{2\bar{b} \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2} \times \\ & \times \frac{\pm 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \frac{\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}}}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\bar{\sigma}_c \varepsilon_{cu,3} \lambda \bar{d}_{red}^2}{\varepsilon_{cu,3} - 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \mp \\
&\quad \frac{0,8 \lambda \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^3 \bar{b} \bar{d}_{red}^3 \vartheta \bar{\sigma}_c \bar{E}_{cm}}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \\
&\mp \left(\varepsilon_{cu,3} - 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3} \pm 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right)^2 - \\
&\quad \frac{0,5 \bar{\sigma}_c \varepsilon_{cu,3}^2 \lambda^2 \bar{d}_{red}^2}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^2} \pm \\
&\quad \frac{0,8 \lambda^2 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \varepsilon_{cu,3}^4 \bar{b} \bar{d}_{red}^3 \vartheta \bar{\sigma}_c \bar{E}_{cm}}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver} \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}}} \\
&\pm \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{s,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{s,tot} \bar{E}_{s,aver}}} \right) \right]^3. \tag{Д.2.7}
\end{aligned}$$

Балка, підсилена композитною стрічкою (відповідно до п. 2.6 розділу 2 – див. формули 2.64, 2.65), після спрощення отриманих виразів:

$$D_{f_y} = A_s \bar{d}_{red} - \frac{0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} \bar{d}_{red} A_s}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{f,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot} (\bar{E}_s + \bar{E}_f)}} \right)};$$

$$D_{\sigma_f} = A_f \bar{\gamma}_{f,dis} \bar{d}_{red} - \frac{0,5 \lambda \varepsilon_{cu,3} \bar{d}_{red} A_f \bar{\gamma}_{f,dis}}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5 \bar{\gamma}_{f,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2 \varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b} \bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot} (\bar{E}_s + \bar{E}_f)}} \right)};$$

$$D_{E_{cm}} = \pm \frac{0,4\lambda\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^3\bar{b}\bar{d}_{red}^2\vartheta(\bar{f}_y A_s + \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \bar{E}'_s)}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f) \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}} \times$$

$$\times \frac{1}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}} \right) \right]^2} \pm$$

$$\pm \frac{0,8\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\vartheta A'_s \bar{E}'_s a'^2}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f) \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}}$$

Примітка:

1) оскільки, на відміну від п. 2.5, розд. 2, математичні сподівання \bar{E}_s , \bar{E}_f тут є окремі змінні (для стрижневої арматури та композитної стрічки відповідно), порядок визначення коефіцієнтів D_{E_s} , D_{E_f} опишемо повністю.

$$D_{E_s} = D_{E_f} = -0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}\bar{d}_{red}(\bar{f}_y A_s + \bar{\sigma}_f A_f \bar{\gamma}_{f,dis} - \varepsilon_{cu,3} A'_s \bar{E}'_s) \times$$

$$\times \frac{\left[\pm 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid} \frac{-\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)^2}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}} \right]}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid} \left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}} \right) \right]^2} \pm$$

$$+ \frac{A'_s \bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}} \left[\pm 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid} \frac{-\frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)^2}}{2 \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2 \bar{b}\bar{d}_{red} \bar{E}_{cm} \vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}} \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= \mp \frac{0,4\lambda\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^3\bar{b}\bar{d}_{red}^2\bar{E}_{cm}\vartheta(\bar{f}_yA_s + \bar{\sigma}_fA_f\bar{\gamma}_{f,dis} - \varepsilon_{cu,3}A'_s\bar{E}'_s)}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)^2\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}} \times \\
&\times \frac{1}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right)\right]^2} \mp \\
&\mp \frac{0,8\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{E}_{cm}\vartheta A'_s\bar{E}'_s a'^2}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)^2\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}}; \\
D_{E'_s} &= \frac{0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}^2\bar{d}_{red}A'_s}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right)} - \\
&\quad -\varepsilon_{cu,3}A'_sa'(0,5\lambda + 1) + \\
&\quad + \frac{A'_sa'^2}{\bar{d}_{red}} \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right) \right]; \\
D_{\gamma_{f,inc}^{mid}} &= \frac{-0,5\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right)\right]^2} \times \\
&\quad \times [0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}\bar{d}_{red}(\bar{f}_yA_s + \bar{\sigma}_fA_f\bar{\gamma}_{f,dis}) - 0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}^2\bar{d}_{red}A'_s\bar{E}'_s] + \\
&\quad + \frac{A'_s\bar{E}'_sa'^2}{\bar{d}_{red}} \left(-0,5\varepsilon_{cu,3} \pm 0,5\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right); \\
D_{\gamma_{f,dis}} &= \bar{\sigma}_fA_f\bar{d}_{red} - \frac{0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}\bar{d}_{red}\bar{\sigma}_fA_f}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right)};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_b = & \pm \frac{0,4\lambda\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^3\bar{d}_{red}^2\bar{E}_{cm}\vartheta(\bar{f}_yA_s + \bar{\sigma}_fA_f\bar{\gamma}_{f,dis} - \varepsilon_{cu,3}A'_s\bar{E}'_s)}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}} \times \\
& \times \frac{1}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right)\right]^2} \pm \\
& \pm \frac{0,8\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^2\bar{E}_{cm}\vartheta A'_s\bar{E}'_s a'^2}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}}; \\
D_{d_{red}} = & \bar{f}_yA_s + \bar{\sigma}_fA_f\bar{\gamma}_{f,dis} - \\
& - \frac{0,5\lambda\varepsilon_{cu,3}(\bar{f}_yA_s + \bar{\sigma}_fA_f\bar{\gamma}_{f,dis} - \varepsilon_{cu,3}A'_s\bar{E}'_s)}{\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right)} \pm \\
& \pm \frac{0,4\lambda\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^3\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta(\bar{f}_yA_s + \bar{\sigma}_fA_f\bar{\gamma}_{f,dis} - \varepsilon_{cu,3}A'_s\bar{E}'_s)}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}} \times \\
& \times \frac{1}{\left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right)\right]^2} - \\
& - \frac{A'_s\bar{E}'_s a'^2}{\bar{d}_{red}^2} \left[\varepsilon_{cu,3} + 0,5\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\left(-\varepsilon_{cu,3} \pm \sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}\right)\right] \pm \\
& \pm \frac{0,8\bar{\gamma}_{f,inc}^{mid}\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{E}_{cm}\vartheta A'_s\bar{E}'_s a'^2}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)\bar{d}_{red}\sqrt{\varepsilon_{cu,3}^2 + \frac{3,2\varepsilon_{cu,3}^2\bar{b}\bar{d}_{red}\bar{E}_{cm}\vartheta}{A_{tot}(\bar{E}_s + \bar{E}_f)}}}.
\end{aligned} \tag{Д.2.8}$$

**Додаток 3. Список публікацій за темою дисертації. Відомості про апробацію
результатів дисертації**

Список публікацій здобувача.

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Хміль Р.Є. Аналіз методів оцінки надійності залізобетонних конструкцій / Р.Є. Хміль, Р.Ю. Титаренко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2016. – Вип. 32. – С. 282–289. *(Особистий внесок автора: огляд технічної літератури по тематиці досліджень, аналіз методів оцінки надійності залізобетонних конструкцій).*

2. Хміль Р.Є. Особливості оцінювання надійності підсилених залізобетонних елементів / Р.Є. Хміль, Р.Ю. Титаренко // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – 2016. – Вип. 63. – С. 91–97. *(Особистий внесок автора: аналіз особливостей оцінки надійності підсилених залізобетонних елементів), (НМБД Index Copernicus).*

3. Титаренко Р.Ю. Основні стохастичні параметри при оцінюванні надійності залізобетонних балок, підсилених додатковим армуванням / Р.Ю. Титаренко, Р.Є. Хміль // Вісник Національного університету «Львівська політехніка», серія «Теорія і практика будівництва». – 2017. – № 877. – С. 206–211. *(Особистий внесок автора: розробка пропозицій щодо прийняття в розрахунок основних стохастичних параметрів до аналітичної методики оцінювання надійності залізобетонних балок, підсилених додатковим армуванням).*

4. Титаренко Р.Ю. Принципи оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених додатковою стрижневою арматурою за дії навантаження / Р.Ю. Титаренко, Р.Є. Хміль // Вісник Львівського національного аграрного університету, серія «Архітектура і сільськогосподарське будівництво». – 2018. – № 19. – С. 94–97. *(Особистий внесок автора: розробка принципів розрахунку надійності залізобетонних балок, підсилених додатковою стрижневою арматурою при дії навантаження).*

5. Титаренко Р.Ю. Методика оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених залізобетонною обоймою. / Р.Ю. Титаренко, Р.Є. Хміль // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2018. – Вип. 36. – С. 406–412. *(Особистий внесок автора:*

розробка методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених залізобетонною обіймою).

6. Khmil R. Development of the procedure for the estimation of reliability of reinforced concrete beams, strengthened by building up the stretched reinforcing bars under load / R. Khmil, R. Tytarenko, Y. Blikharskyu, P. Vegeera. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. – Vol. 5, No. 7 (95). – P. 32–42. *(Особистий внесок автора: апробування принципової методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених нарощуванням розтягнутої арматури при дії навантаження, адаптованої до національних норм проектування), (НМБД Scopus).*

Тези доповідей всеукраїнських та міжнародних наукових конференцій:

7. Хміль Р.Є. Надійність підсилених залізобетонних елементів / Р.Є. Хміль, Р.Ю. Титаренко // II міжнародна науково-практична виставка-конференція молодих учених та студентів «Інновації у будівництві», Луцьк, 20–22 жовтня 2016 р.: Тези доповідей. – Луцьк: ЛНТУ, 2016. (посилання на ел. джерело: <https://sites.google.com/site/innovations2016conf/tezy-dopovidej>). *(Особистий внесок автора: аналіз особливостей оцінки надійності підсилених залізобетонних елементів).*

8. Khmil R. Reliability Evaluation of Strengthened Reinforced Concrete Members / R. Khmil, R. Tytarenko // VI Міжнародний молодіжний науковий форум «Litteris et Artibus», Львів, 24–26 листопада 2016 р.: Матеріали. – Львів, 2016. – С. 136–137. *(Особистий внесок автора: аналіз попередніх досліджень надійності підсилених залізобетонних елементів).*

9. Титаренко Р. Ю. Проектування підсилених залізобетонних балок із заданим рівнем надійності / Р.Ю. Титаренко, Р.Є. Хміль // 6-а Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті», Харків, 19–21 квітня 2017 р.: Тези доповідей. – Харків: УкрДУЗТ, 2017. – С. 166–168. *(Особистий внесок автора: розробка рекомендацій щодо оцінки прогнозованої надійності підсилених залізобетонних балок).*

10. Хміль Р. Є. Надійність залізобетонних балок, підсилених нарощуванням розтягнутої арматури при дії навантаження / Р.Є. Хміль, Р.Ю. Титаренко // Будівлі

та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції: робоча програма та тези доповідей II Науково-практичної конференції, 24–25 травня 2018 р., Київ. – 2018. – С. 49–52. (*Особистий внесок автора: розробка принципової методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсилених нарощуванням розтягнутої арматури при дії навантаження*).

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи представлені та обговорені на II міжнародній науково-практичній виставці-конференції молодих учених та студентів «Інновації у будівництві» (Луцьк, 2016 р.), на VI міжнародному молодіжному науковому форумі «Litteris et Artibus», GAC conference (Львів, 2016 р.), на VI міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті» (Харків, 2017 р.), на міжнародній науково-технічній конференції присвяченій пам'яті д.т.н., професора Клименка Федора Єлисейовича «Ефективні технології і конструкції в будівництві та архітектура села» (Дубляни, 2018 р.), на II науково-практичній конференції «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції» (Київ, 2018 р.), на IX міжнародній науково-технічній конференції «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди» (Рівне, 2018 р.), на семінарах кафедри «Будівельні конструкції та мости» Національного університету «Львівська політехніка» (2016 – 2018 рр.).