

# Інститут прикладної математики та фундаментальних наук

*Освітня програма (спеціалізація):*

## **Інформаційно-комунікаційні технології**

(код 122/1007)

*Спеціальність:*

**Комп'ютерні науки**

(код 122)

*Галузь знань:*

**Інформаційні технології**

(код 12)

### **Перелік дисциплін**

**для вступу на навчання за освітньою програмою підготовки магістр**

- Алгебра та геометрія
- Бази даних та інформаційні системи
- Диференціальні рівняння
- Математичний аналіз
- Програмування
- Теорія ймовірностей та математична статистика

# Дисципліна: Алгебра та геометрія

## Розділ 1. Матриці та визначники. Крамерові системи рівнянь

§ 1. Дії над матрицями. Перестановки та підстановки

§ 2. Означення та властивості визначника  $n$ -го порядку. Розклад визначника за елементами рядка.

Визначник добутку матриць

§ 3. Вироджені та неvirоджені матриці. Обернена матриця

§ 4. Правило Крамера. Метод Гауса. Матричний метод

## Розділ 2. Векторна алгебра

§ 1. Лінійні операції над векторами. Базис та координати. Проекція вектора на вісь. Поділ відрізка у заданому відношенні

§ 2. Скалярний, векторний, мішаний добутки та їх властивості

## Розділ 3. Прямі та площини

§ 1. Основні типи рівнянь прямої на площині. Жмуток прямих. Рівняння площини. Зведення лінійного рівняння до нормального вигляду. Основні рівняння прямої у просторі. Відстань між мимобіжними прямими

## Розділ 4. Криві та поверхні 2-го порядку

§ 1. Канонічні рівняння еліпса, гіперболи, параболи. Ексцентриситет, директриси та дотичні

§ 2. Лінійні перетворення системи координат на площині. Зведення загального рівняння 2-го порядку до канонічного вигляду

§ 3. Поверхні обертання. Канонічні рівняння поверхонь 2-го порядку

## Розділ 5. Многочлени

§ 1. Алгебраїчна та тригонометрична форми комплексного числа. Операції над комплексними числами. Формула Муавра. Добування кореня. Первісні корені

§ 2. Ділення з остачею. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда

§ 3. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратні корені. Основна теорема алгебри. Формули Вієта. Многочлени з дійсними коефіцієнтами

§ 4. Межі дійсних коренів. Теорема Штурма

§ 5. Симетричні многочлени. Результант. Дискримінант

## Розділ 6. Лінійні простори

§ 1. Базис та координати. Вимірність. Лема про лінійні комбінації. Зв'язок між базисами

§ 2. Лінійні підпростори. Лінійні оболонки та гіперплощини. Сума та перетин. Прямі суми

§ 3. Ізоморфізм. Терма про ізоморфні лінійні простори

§ 4. Евклідов простір. Ортонормований базис. Ортогоналізація системи векторів. Матриця Грама. Ортогональне доповнення. Ортогональна проекція вектора на підпростір. Нерівності Коші-Буняковського та Мінковського. Унітарні простори. Ермітові матриці. Унітарні матриці

## Розділ 7. Лінійні системи загального вигляду

§ 1. Базисний мінор. Ранг матриці

§ 2. Теорема Кронекера-Капеллі. Максимальна лінійно незалежна підсистема

§ 3. Підпростір розв'язків однорідної системи. Загальний розв'язок однорідної системи

§ 4. Лінійний многовид розв'язків неоднорідної системи. Метод найменших квадратів

## Розділ 8. Лінійні перетворення

§ 1. Матриці лінійного перетворення в різних базисах та їх зв'язок. Група лінійних перетворень. Ранг, образ, ядро та дефект

§ 2. Власні значення та власні вектори

§ 3. Спряжене лінійне перетворення. Самоспряжені лінійні перетворення. Ортогональні перетворення

§ 4. Жорданова нормальна форма матриці лінійного перетворення

## Розділ 9. Квадратичні форми

§ 1. Спряжений простір. Взаємні базиси

§ 2. Матриця білінійної форми. Квадратична форма, її ранг. Закон інерції

§ 3. Полілінійні функції. Тензори

## Розділ 10. Алгебраїчні структури

§ 1. Група. Підгрупа. Нормальні дільники. Фактор-група. Гомоморфізм груп. Абельові групи

- § 2. Кільце. Ідеал. Фактор-кільце. Гомоморфізм кілець
- § 3. Класифікація полів. Розширення полів. Скінченні поля

#### Література

1. Завало С.Т. Курс алгебри / С.Т. Завало. – К. : Вища шк., 1988.
2. Воеводин В.В. Линейная алгебра / В.В. Воеводин. – М. : Наука, 1974.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру / А.И. Кострикин. – М. : Наука, 1977.

## Дисципліна: Бази даних та інформаційні системи

---

### Розділ 1. Система баз даних. Моделі даних

- § 1. Поняття бази даних
- § 2. Реляційна модель

### Розділ 2. Проектування та моделювання баз даних

- § 1. Функціональні залежності
- § 2. Концептуальне моделювання

### Розділ 3. Стандарти SQL. Захист даних

- § 1. Мова SQL
- § 2. Захист даних

#### Література

1. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных / К. Дж. Дейт. – 8-е изд. – М. : Вильямс, 2005. – 1328 с.
2. Коннолли Т. Базы данных. Проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика / Т. Коннолли, К. Бегг. – 3-е изд. – М. : Вильямс, 2003. – 1436 с.
3. Гарсиа-Молина Г. Системы баз данных : полный курс / Г. Гарсиа-Молина, Дж. Ульман, Дж. Уидом. – М. : Вильямс, 2003.

## Дисципліна: Диференціальні рівняння

---

### Розділ 1. Загальні поняття про диференціальні рівняння, типи їх розв'язків. Порядок диференціального рівняння. Приклади задач, які призводять до поняття диференціального рівняння

- § 1. Основні поняття та означення
- § 2. Загальний інтеграл диференціального рівняння
- § 3. Диференціальне рівняння – математична модель реального процесу

### Розділ 2. Диференціальні рівняння 1-го порядку з відокремлюваними змінними і рівняння, які зводяться до них

- § 1. Загальний інтеграл рівняння з відокремленими змінними
- § 2. Інтегрування рівнянь з відокремлюваними змінними
- § 3. Рівняння з автотельною правою частиною
- § 4. Однорідні рівняння першого порядку. Поняття однорідної функції
- § 5. Рівняння першого порядку з дробово-раціональним аргументом у правій частині

### Розділ 3. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку і методи їх розв'язування. Диференціальні рівняння в повних диференціалах

- § 1. Лінійне однорідне диференціальне рівняння 1-го порядку
- § 2. Метод Бернуллі-Ейлера знаходження розв'язку лінійного неоднорідного рівняння
- § 3. Метод Лагранжа інтегрування лінійних неоднорідних рівнянь 1-го порядку
- § 4. Рівняння Бернуллі та методи його інтегрування
- § 5. Рівняння звідні до лінійних. Інтегрування рівняння Ріккати

### Розділ 4. Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші для нормального диференціального рівняння 1-го порядку

- § 1. Формулювання теореми та її обґрунтування.
- § 2. Доведення теореми.

### Розділ 5. Диференціальні рівняння 1-го порядку не розв'язні відносно похідної. Рівняння Клеро і Лагранжа

- § 1. Застосування методу введення параметра для розв'язання неявних рівнянь.
- § 2. Поняття особливого розв'язку.

§ 3. Рівняння Клеро.

§ 4. Рівняння Лагранжа.

### **Розділ 6. Рівняння вищих порядків та методи їх розв'язання**

§ 1. Рівняння вищих порядків, що не містять шуканої функції.

§ 2. Пониження порядку рівнянь, в які явно входить шукана функція, а незалежна змінна відсутня.

§ 3. Інтегрування однорідних рівнянь вищих порядків.

§ 4. Інтегрування лінійних рівнянь вищих методом пониження.

### **Розділ 7. Лінійні диференціальні рівняння n-го порядку. Властивості їх розв'язків. Методи розв'язку лінійних диференціальних рівнянь n-го порядку зі сталими коефіцієнтами**

§ 1. Лінійні однорідні диференціальні рівняння та властивості їх розв'язків.

§ 2. Поняття характеристичного многочлена. Структура загального розв'язку однорідного рівняння.

§ 3. Метод підбору (невизначених коефіцієнтів) знаходження розв'язку лінійного неоднорідного рівняння.

§ 4. Метод Лагранжа інтегрування лінійних неоднорідних рівнянь вищих порядків.

### **Розділ 8. Системи диференціальних рівнянь 1-го порядку. Лінійні системи диференціальних рівнянь і властивості їх розв'язків. Методи розв'язування лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами**

§ 1. Інтегрування систем методом зведення до рівнянь вищих порядків.

§ 2. Лінійні однорідні системи та властивості їх розв'язків.

§ 3. Побудова характеристичного рівняння лінійної однорідної системи диференціальних рівнянь першого порядку.

§ 4. Загальний розв'язок лінійної однорідної системи.

§ 5. Метод Лагранжа інтегрування неоднорідної системи диференціальних рівнянь.

### **Розділ 9. Стійкість розв'язків диференціальних рівнянь. Означення стійкості по Ляпунову. Типи точок спокою**

§ 1. Поняття асимптотичної стійкості та стійкості за Ляпуновим.

§ 2. Типи точок спокою.

#### **Література**

1. Лавренюк С.П. Курс диференціальних рівнянь / С.П. Лавренюк. – Львів : НТЛ, 1997. – 215 с.

2. Понтрягин Я.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Я.С. Понтрягин. – М. : Наука, 1974.

3. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И.Г. Петровский. – М. : Наука, 1984.

## **Дисципліна: Математичний аналіз**

### **Розділ 1. Числові послідовності. Границі числових послідовностей**

§ 1. Множина дійсних чисел. Теорема Кантора про вкладені відрізки

§ 2. Поняття числової послідовності та границі числової послідовності

§ 3. Властивості збіжних послідовностей

§ 4. Теорема про існування границі монотонної обмеженої послідовності

§ 5. Теорема Больцано-Вейєрштрасса

§ 6. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші збіжності числової послідовності

### **Розділ 2. Границя функції в точці. Неперервні функції. Функції, неперервні на відрізку**

§ 1. Границя функції в точці. Критерій Коші існування границі функції в точці

§ 2. Неперервність функції в точці. Властивості функцій, неперервних в точці

§ 3. Перша та друга важливі границі

§ 4. Функції, неперервні на відрізку. Теорема Вейєрштрасса про неперервні на відрізку функції

§ 5. Теорема Коші про проміжні значення неперервної на відрізку функції

§ 6. Рівномірна неперервність

### **Розділ 3. Диференціальне числення функції однієї змінної**

§ 1. Диференційовність функції однієї змінної. Геометрична інтерпретація похідної та диференціалу

§ 2. Правила обчислення похідних. Похідна оберненої функції. Похідна і диференціал складної функції. Похідні функцій, заданих неявно. Похідна параметрично заданої функції

§ 3. Теорема про середнє (Ферма, Ролля, Лагранжа) для диференційовних функцій

- § 4. Знаходження границь невизначеностей за правилами Лопітала
- § 5. Похідні вищих порядків. Формула Тейлора. Застосування формули Тейлора до знаходження границь
- § 6. Застосування методів диференціального числення до дослідження функцій

#### **Розділ 4. Первісна та неозначений інтеграл**

- § 1. Означення і властивості неозначеного інтегралу
- § 2. Основні методи інтегрування (заміна змінних, інтегрування частинами, інтегрування раціональних функцій)

#### **Розділ 5. Означений інтеграл**

- § 1. Означення інтегрованої функції, критерій інтегровності
- § 2. Властивості означеного інтегралу
- § 3. Інтеграл зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца
- § 4. Заміна змінної в означеному інтегралі
- § 5. Інтегрування частинами
- § 6. Застосування означеного інтегралу (довжина дуги кривої, площа криволінійної трапеції, об'єм та бічна площа поверхні тіла обертання)

#### **Розділ 6. Невласні інтеграли. Ознаки збіжності. Головне значення невласного інтегралу**

- § 1. Невласні інтеграли першого та другого роду. Збіжність, абсолютна збіжність. Ознаки збіжності (ознака порівняння, ознаки Діріхле та Абеля)
- § 2. Головне значення невласного інтегралу

#### **Розділ 7. Числові ряди. Ознаки збіжності. Абсолютно та умовно збіжні ряди**

- § 1. Означення числового ряду. Збіжність. Властивості збіжних числових рядів
- § 2. Ознаки збіжності рядів з невід'ємними членами
- § 3. Числові ряди з членами довільних знаків
- § 4. Абсолютно та умовно збіжні ряди. Ознаки Абеля та Діріхле

#### **Розділ 8. Функціональні послідовності та ряди**

- § 1. Збіжність та рівномірна збіжність функціональних послідовностей та рядів, ознаки рівномірної збіжності функціонального ряду.
- § 2. Рівномірна збіжність та неперервність
- § 3. Почленне інтегрування та диференціювання рівномірно збіжних рядів та послідовностей
- § 4. Степеневі ряди. Множина збіжності. Ряд Тейлора

#### **Розділ 9. Диференційовні відображення $R^m \rightarrow R^p$**

- § 1. Означення диференційовного відображення та його похідної
- § 2. Матриця Якобі диференційовного відображення
- § 3. Диференціал відображення
- § 4. Матриця Якобі складної функції
- § 5. Матриця Якобі оберненої функції
- § 6. Теорема про неявну функцію
- § 7. Диференційовність та частинні похідні. Теорема про рівність змішаних частинних похідних однакового порядку, що відрізняються лише порядком диференціювання
- § 8. Похідні та диференціали вищих порядків
- § 9. Формула Тейлора для функцій багатьох змінних

#### **Розділ 10. Екстремуми функцій багатьох змінних**

- § 1. Необхідна умова локального екстремуму
- § 2. Достатня умова локального екстремуму
- § 3. Умовний екстремум. Необхідна умова локального умовного екстремуму (метод множників Лагранжа)
- § 4. Достатня умова локального умовного екстремуму
- § 5. Найбільше та найменше значення функції в замкненій області

#### **Розділ 11. Міра Жордана, вимірні множини. Кратний інтеграл Рімана. Зведення кратного інтегралу до повторного**

- § 1. Означення нижньої та верхньої міри Жордана
- § 2. Означення множини, вимірної за Жорданом

- § 3. Критерій вимірності
- § 4. Означення кратного інтегралу Рімана
- § 5. Властивості кратного інтегралу
- § 6. Зведення кратного інтегралу до повторного
- § 7. Теорема про заміну змінних у кратних інтегралах
- § 8. Полярні, сферичні та циліндричні координати

## **Розділ 12. Властивості диференційовних відображень з ненульовим якобіаном**

- § 1. Властивості неперервно диференційовних відображень областей з ненульовим якобіаном
- § 2. Геометричний зміст модуля якобіана
- § 3. Геометричний зміст знаку якобіана при відображенні областей

## **Розділ 13. Криволінійні інтеграли**

- § 1. Криві в  $R^3$  (еквівалентні параметричні зображення, орієнтація)
- § 2. Криволінійні інтеграли першого та другого роду, властивості
- § 3. Теорема (формула) Гріна
- § 4. Застосування формули Гріна до обчислення площ
- § 5. Криволінійні інтеграли, що не залежать від вибору шляху інтегрування, їх властивості

## **Розділ 14. Поняття поверхні. Поверхневі інтеграли**

- § 1. Параметричне зображення поверхні. Еквівалентні параметричні зображення
- § 2. Дотична площина і нормаль до поверхні. Орієнтація поверхні
- § 3. Поняття площі поверхні
- § 4. Поверхневі інтеграли першого та другого роду
- § 5. Заміна змінних у поверхневих інтегралах. Зведення поверхневих інтегралів до подвійних

## **Розділ 15. Теорія поля**

- § 1. Означення градієнта і похідної за напрямком
- § 2. Означення дивергенції, ротора, циркуляції та потоку векторного поля
- § 3. Означення потенціального та соленоїдного векторного поля
- § 4. Теорема Остроградського-Гаусса
- § 5. Критерій соленоїдності векторного поля в об'ємно однозв'язній області
- § 6. Теорема (формула) Стокса
- § 7. Критерій потенціальності векторного поля

## **Розділ 16. Інтеграли, залежні від параметра**

- § 1. Означення збіжності та рівномірної збіжності інтегралів, залежних від параметра
- § 2. Теорема про неперервність інтегралів, залежних від параметра
- § 3. Теорема про диференціювання інтегралів, залежних від параметра
- § 4. Теорема про інтегрування інтегралів, залежних від параметра

## **Розділ 17. Ряди Фур'є**

- § 1. Тригонометрична система, її властивості
- § 2. Тригонометричний ряд Фур'є
- § 3. Показникова форма ряду Фур'є
- § 4. Ортонормовані системи. Теорема (нерівність) Бесселя. Теорема (рівність) Парсеваля
- § 5. Теорема Рімана-Лебега
- § 6. Достатні умови поточної збіжності рядів Фур'є
- § 7. Почленне інтегрування рядів Фур'є

## **Розділ 18. Інтеграл та перетворення Фур'є**

- § 1. Означення інтегралу Фур'є. Інтегральна формула Фур'є в показниковій формі
- § 2. Пряме та обернене перетворення Фур'є. Властивості перетворення Фур'є
- § 3. Перетворення Фур'є згортки

### **Література**

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз : у 2 ч. / А.Я. Дороговцев. – К. : Либідь, 1993; 1994.
2. Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа : учеб. пособие для вузов / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. – 3-е изд., исправл. – М. : Физматлит, 2001. – 672 с.
3. Ковальчук Б. Основы математического анализа : у 2 ч. / Б. Ковальчук, Й. Шіпка. – Львів : вид. центр ЛНУ ім. І. Франка, 2010.

## Дисципліна: Програмування

---

### Розділ 1. Алгоритмізація

§ 1. Алгоритмізація

### Розділ 2. Програмування на C++

§ 1. Програмування на C++

#### Література

1. Язык Си / М. Уейн и др. – М. : Мир, 1988. – 512 с.
2. Задачи по программированию / С.А. Абрамов и др. – М. : Наука, 1988. – 282 с.
3. Кнут Д. Искусство программирования : в 3 т. / Д. Кнут. – К., 2003.
4. Макконел Дж. Анализ алгоритмов / Дж. Макконел. – М. : Техносфера, 2002. – 304 с.
5. Павловская Т. С/C++. Структурное программирование. Практикум / Т. Павловская, Ю. Щупак. – СПб. : Питер, 2004. – 234 с.

## Дисципліна: Теорія ймовірностей та математична статистика

---

### Розділ 1. Випадкові події

- § 1. Відносна частота випадкової події, ймовірність в дискретному просторі елементарних подій
- § 2. Класичне означення ймовірності. Повна група подій
- § 3. Геометрична ймовірність
- § 4. Сумісні і несумісні події. Теореми додавання сумісних і несумісних подій
- § 5. Залежні і незалежні події. Теореми множення залежних і незалежних подій
- § 6. Формула повної ймовірності. Формула Байєса

### Розділ 2. Випадкові величини

- § 1. Загальне поняття випадкової величини та її функції розподілу
- § 2. Поняття і розподіл дискретних випадкових величин
- § 3. Основні дискретні розподіли та їх властивості (біноміальний, геометричний та пуассонівський розподіли)
- § 4. Абсолютно неперервні розподіли
- § 5. Щільність розподілу і її властивості
- § 6. Основні абсолютно неперервні розподіли та їх властивості (нормальний, показниковий, рівномірний розподіли)
- § 7. Розподіл дискретного випадкового вектора
- § 8. Щільність розподілу абсолютно неперервного випадкового вектора
- § 9. Рівномірний і нормальний розподіли на площині
- § 10. Умовний розподіл
- § 11. Розподіл функцій від випадкових величин
- § 12. Розподіл суми (різниці), частки і добутку двох випадкових величин
- § 13. Поняття і властивості математичного сподівання дискретної випадкової величини
- § 14. Математичне сподівання біноміального, геометричного та пуассонівського розподілів
- § 15. Поняття і властивості дисперсії дискретної випадкової величини
- § 16. Дисперсії біноміального, геометричного та пуассонівського розподілів
- § 17. Математичне сподівання довільної і абсолютно неперервної випадкових величин
- § 18. Математичне сподівання і дисперсія рівномірного, показникового та нормального розподілів
- § 19. Моменти вищих порядків
- § 20. Поняття і властивості умовного математичного сподівання
- § 21. Поняття і властивості коефіцієнта кореляції

### Розділ 3. Граничні теореми теорії ймовірностей

- § 1. Нерівність Чебишова
- § 2. Закон великих чисел. Теореми Хінчина (без доведення), Чебишова, Бернуллі, Маркова
- § 3. Локальна теорема Лапласа
- § 4. Інтегральна теорема Лапласа
- § 5. Поняття і властивості характеристичних функцій випадкових величин

- § 6. Теореми Бохнера-Хінчина, Марцинкевича, Пойа (без доведення)
- § 7. Характеристичні функції основних розподілів
- § 8. Поняття і властивості твірних функцій випадкових величин
- § 9. Центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин
- § 10. Граничні теореми в схемі Бернуллі

#### **Розділ 4. Елементи вибіркової теорії**

- § 1. Предмет та основні задачі математичної статистики
- § 4. Гістограма і полігон вибірки
- § 2. Ймовірно-статистична модель
- § 3. Вибірки. Емпірична функція розподілу. Варіаційний ряд і статистичний ряд розподілу вибірки
- § 5. Граничні теореми для емпіричної функції розподілу (без доведення)
- § 6. Теоретичні та вибіркові моменти. Збіжність за ймовірністю та асимптотична нормальність вибіркових моментів
- § 7. Розподіл порядкових статистик

#### **Розділ 5. Оцінювання невідомих параметрів розподілу**

- § 1. Незміщені та умотивовані оцінки
- § 2. Поняття і властивості оптимальних оцінок
- § 3. Поняття функції правдоподібності, внеску вибірки, функції інформації. Нерівність Рао-Крамера
- § 4. Ефективні оцінки. Експоненціальні моделі. Достатні статистики. Критерій факторизації. Теорема Рао-Блекуела-Колмогорова
- § 5. Повні достатні статистики і рівняння незміщеності. Метод максимальної правдоподібності. Метод моментів
- § 6. Інтервальне оцінювання невідомих параметрів розподілу
- § 7. Розподіл деяких функцій від нормально розподілених випадкових величин. Інтервальні оцінки та методи їх побудови
- § 8. Інтервали надійності для невідомих параметрів нормального розподілу. Асимптотичний інтервал надійності для оцінки невідомої ймовірності події

#### **Розділ 6. Перевірка статистичних гіпотез**

- § 1. Загальні поняття про статистичні гіпотези та статистичні критерії
- § 2. Основні принципи побудови критеріїв узгодженості. Критерії узгодженості про вигляд функції розподілу Колмогорова, Мізеса
- § 3. Критерії узгодженості про вигляд функції розподілу Пірсона
- § 4. Критерій незалежності
- § 5. Перевірка параметричних гіпотез. Критерій Неймана-Пірсона
- § 6. Критерії значущості та інтервальне оцінювання

#### **Література**

1. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев. – М. : Физматлит, 2002. – 410 с.
2. Гихман И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Гихман, А.В. Скороход, М.И. Ядренко. – К. : Вища шк., 1979. – 408 с.
3. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей / В.П. Чистяков. – М. : Наука, 1982. – 256 с.