

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ВОЛОВИК АНДРІЙ ЮРІЙОВИЧ

УДК 621.396.96

ДИСЕРТАЦІЯ

**Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах
з підвищеною функціональною надійністю**

05.12.13 – радіотехнічні пристрої та засоби телекомунікацій
(шифр і назва спеціальності)

05 «Технічні науки»
(галузь знань)

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

 / А. Ю. Воловик /
(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Подається на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Науковий консультант –
Кичак Василь Мартинович,
д.т.н., професор

Ідентичність всіх примірників дисертації

ЗАСВІДЧУЮ:

*Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради*

/ **Микола БЕШЛЕЙ** /

Вінниця – 2023

АНОТАЦІЯ

Воловик А. Ю. Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.12.13 «Радіотехнічні пристрої та засоби телекомунікацій» (172 – Телекомунікації та радіотехніка). – Вінницький національний технічний університет, Національний університет “Львівська політехніка” МОН України, Вінниця, 2023.

Дисертаційна робота присвячена розв'язку науково-прикладної проблеми, сутність якої полягає у розробці на системній основі нових та вдосконаленні відомих методів, пристроїв та алгоритмів формування сигналів–носіїв діагностичних ознак, які у поєднанні з використанням сучасних ІТ– технологій здатні забезпечити регламентовані показники точності, функціональної надійності та ефективності радіонавігаційного обладнання посадкових систем за умови дії широкого спектру несправностей.

У вступі обґрунтована актуальність наукової проблеми, сформульовані мета та задачі досліджень, визначені об'єкт та предмет досліджень, відображені основні наукові результати, їх практичне значення та інші кваліфікаційні параметри, згідно чинного законодавства.

У першому розділі в рамках термінології, запровадженої Технічним Комітетом SAFEPROCESS IFAC, виконана класифікація несправностей та сформульована проблема їх виявлення та локалізації у динамічних системах. У спрощеній та доступній формі виконано огляд основних методів побудови модельно-орієнтованих схем функціональної діагностики, що використовують кількісну математичну модель. Виконано порівняльний аналіз їх якісних показників. Методологія аналізу базувалась на принципах формування залишкового різницевого сигналу як основного джерела діагностичної інформації. На основі порівняльного аналізу сформульований перелік основних завдань для подальших досліджень та висунута гіпотеза, згідно якої переважна більшість прикладних задач функціона-

льної діагностики можуть бути розв'язаними у межах магістрального напрямку, заснованого на концепціях фундаментальних робіт О'Рейлі – Луенбергера та Калмана.

У центрі уваги **другого розділу** знаходились методи синтезу пристроїв відновлення діагностичного типу, порядок яких співпадає з порядком контрольованої системи. У формі розгорнутих тез викладено головні положення теорії функціональних відновників О' Рейлі – Луенбергера, уточнені поняття не відновлюваних компонент вектора стану динамічної системи, сформовані критерії їх виявлення та ідентифікації. У основу розглянутих критеріїв покладено опис динамічної системи у канонічній формі відновлюваності. Вищезазначені матеріали, являють собою відправну теоретичну базу для подальших досліджень. Значна увага приділена синтезу оптимальних відновників у рекурентній формі методом зважених найменших квадратів. Синтез виконано за допомогою спрощеного методу інваріантного занурення Р. Беллмана. Встановлено, що оптимальні пристрої відновлення синтезовані на основі інших критеріїв якості мають аналогічну структуру, а відмінності проявляється лише у значеннях матричного коефіцієнта передачі, який визначаються обсягом доступних апріорних даних. Показано, що формування різницевого сигналу стійкого до сукупності фонових збурень, неминуче присутніх у реальній динамічній системі, являє собою суттєвий момент у задачах, пов'язаних з модельно-орієнтованими методами виявлення та локалізації несправностей. Запропонована структура пристрою відновлення повного порядку з невизначеними входами, встановлені та доказані умови його існування. Підкреслені переваги синтезованих пристроїв відновлення у порівнянні з іншими пристроями, що використовують відновники Луенбергера заниженого порядку, суть яких полягає у збереженні більшого числа ступенів свободи, що залишаються після процесу роз'єднання оцінок виходів від невизначених збурень. Зокрема у такий спосіб вирішувалась задача локалізації несправностей шляхом формування структурованих різницевих сигналів.

У **третьому розділі**, у межах загальної постановки задачі розглянуті питання проектування стохастичних пристроїв відновлення вектора стану динамічних

систем з підвищеною стійкістю до несправностей у сенсорній підсистемі. Запропонована математична модель сенсорної підсистеми з невизначеним станом. Наявність невизначеного стану передбачає існування результатів спостережень різної точності, а несправності у сенсорній підсистемі розглядаються як окремий випадок цієї моделі і інтерпретуються у вигляді аномальних похибок. Наведені факти на користь її змістовності та універсальності.

Показано, що залишаючись у межах байєсового підходу та гаусово-марковських моделей шляхом уведення поняття псевдобайєсової оцінки можна отримувати за рахунок втрати строгої оптимальності практично прийнятний варіант реалізації пристрою відновлення, стійкого до несправностей у каналі спостережень. У тому разі, коли основний інтерес концентрується навколо впливу аномальних похибок на загальну точність процесу відновлення вектора стану достатньо обмежитись бінарним варіантом запропонованої моделі. На основі розробленого підходу та скорегованої моделі каналу спостережень синтезовано низку квазіоптимальних пристроїв відновлення з різними ступенями захисту від аномальних похибок в залежності від кількості та якості доступної апріорної інформації.

Запропоновано метод подолання апріорної невизначеності щодо ймовірності появи аномальних похибок. Показано, що розширення функціональних можливостей пристрою відновлення потребує суттєвих обчислювальних витрат, а збіжність отриманих оцінок вельми повільна. Ці обставини можуть бути вирішальними щодо практичного застосування даного методу з включенням елементів адаптивного прийому сигналів.

Тематика **четвертого розділу** пов'язана з випадками у практичній діяльності, коли несправності у підсистемах регулятора, об'єкта контролю або у каналі спостережень з'являються час від часу епізодично і настільки рідко, що статистичні дані про частоту їх появи відсутні. У такому разі застосування байєсового підходу стає неправомірним, а стандартний фільтр Калмана, налаштований на номінальний режим роботи об'єкта контролю, з часом стає занадто інерційним і повільно реагує на швидкі зміни у результатах окремих спостережень. У зв'язку з цим розглянуто можливі шляхи вирішення цієї проблеми, побудовані на принципах

підвищення чутливості фільтра Калмана до раптових змін з використанням компенсаційних схем. Основу першого напрямку склали роботи, пов'язані з використанням елементів параметричної або (та) структурної адаптації системи у темпі реального часу. Розкриті недоліки таких схем.

Роботи другого напрямку пов'язані з примусовим розширенням смуги пропускання фільтра порівняно з оптимальною. З цією метою застосовувалось обмеження знизу величини матричного коефіцієнта передачі, коваріаційної матриці похибок фільтрації, або тривалості пам'яті фільтра шляхом уведення двох шкальної схеми фільтрації. До недоліків цих схем слід віднести відсутність систематичної процедури вибору нижньої границі значень змінюваних параметрів, неможливість локалізації виявлених несправностей, оскільки характерні зміни у поведінці поточних оцінок фіксуються лише візуально.

Основу робіт третього напрямку склали роботи, що використовують ідею декомпозиції розширеного фільтра Калмана за методом Фрідланда, спеціалізованих фільтрів, чутливих до несправностей та модифікованих стохастичних відновників О'Рейлі – Луенбергера, розв'язаних від невизначених входів. Визначено, що декомпозиція схеми фільтрації за методом Фрідланда є лише квазіоптимальною, а умова її локальної оптимальності полягає у відсутності стохастичної складової у моделі динаміки несправності. Це ускладнює процедуру синтезу роз'єднаної структури, оскільки не гарантує збіжності отриманих оцінок, і не зовсім очевидно, як зазначений недолік можливо обійти чи послабити.

Розглянута задача діагностики несправностей у підсистемах регулятора на основі застосування системи виявляючих фільтрів. В цьому ракурсі подальшого розвитку набув метод сукупного виявлення та ідентифікації раптових змін у окремих складових вектора стану лінійної дискретної системи, у якому невідомими величинами є час появи несправності та її інтенсивність. До складу синтезованої структури входять система первинної обробки, що містить фільтр Калмана налаштований на режим роботи без несправностей та система вторинної обробки зі схемою виявлення несправностей на основі статистичного тесту узагальненого відношення правдоподібності, який використовує оцінки невідомих параметрів за

критерієм максимуму правдоподібності. Основною проблемами методу є обчислювальна складність достатньої статистики, вибір ширини ковзного вікна осереднення та запізнення з уведенням компенсаційного сигналу.

Запропоновано альтернативний метод виводу рівнянь для фільтра Калмана з статистично-невизначеними входами, який на відміну від відомих методів не опирається на теорему про ортогональну проекцію, а базується на означенні функціонального відновника у формі О'Рейлі – Луенбергера, що дає можливість відносно просто контролювати збіжність процесу фільтрації та його оптимальність. Відповідно до доказаних теорем сформовані умови, за яких існує розв'язок задачі декомпозиції та запропонована методика проектування оптимального стохастичного відновника з невизначеними входами.

У **п'ятому розділі**, що завершує теоретичну частину дисертаційної роботи, розглядається низка задач, поєднаних спільною метою – сукупного оцінювання станів лінійних стохастичних систем та супутніх несправностей за наявності збурень, структура яких вважається невизначеною. У змістовному плані розділ побудовано на основі використання результатів фундаментальних робіт Калмана, Луенбергера, О'Рейлі та низки авторських публікацій. Використання геометричного підходу дозволило виконати синтез фільтра, спроможного виявляти несправності та виконувати їх локалізацію за умови відсутності супутніх збурень. Автором цей метод було модифіковано з метою розповсюдження на випадок лінійної дискретної системи, що зазнає впливу множинних несправностей та (або) збурень, структура яких є невизначеною. Задача синтезу виконана для двох варіантів постановки задачі: детермінованої та стохастичної. Результат синтезу представлений у вигляді структури, що складається з двох незалежно працюючих фільтрів калманівського типу, кожен з яких використовує процедуру розщеплення різницевого сигналу і має розмірність нижчу за розмірність досліджуваної системи. Розщеплення відбувається до процесу оцінювання, що дає змогу отримати певну економію обчислювальних ресурсів за рахунок низки маніпуляцій з результатами спостережень: визначення індексу виявлення несправностей, формування локальних матриць виявлення та групування несправностей за порядком індексу виявлення.

Значна увага присвячена методам синтезу фільтрів для роздільного оцінювання несправностей та вектора стану системи, що засновані на концепції Кітанідіса. На відміну від оригіналу, представлена модель є більш розширеною і враховує несправності, що одночасно впливають, як на стан системи, так і на вихідні змінні, а збурення – лише на змінні стану. Синтез фільтра здійснено за допомогою метода зважених найменших квадратів, а до процедури мінімізації долучались елементи варіаційного числення, зокрема метод векторних множників Лагранжа. У тому випадку, коли матриця розподілу несправностей у підсистемі спостережень мала довільний ранг, розширення функціональних можливостей фільтра досягалось за рахунок уведення додаткових обмежень на системні матриці, а оптимізація виконувалась у просторі меншої розмірності, оскільки не усі моди можуть бути відновленими за результатами виконаних спостережень. Розглянуті методи синтезу розширених локально-оптимальних фільтрів для роздільного оцінювання вектора несправностей та стану системи за умови використання математичних моделей дестабілізуючих факторів. Ці фільтри опираються на концепцію Фрідланда. Оскільки оригінальна структура виявилась еквівалентною розширеному фільтру Калмана лише для детермінованих моделей несправностей та збурень, то спроби розповсюдити її на стохастичні моделі наштовхувались на значні труднощі через уведення низки жорстких обмежень, які виконати на практиці було майже неможливо. Суть запропонованого автором методу синтезу полягає в модернізації структури Фрідланда шляхом відмови від автономності роботи компонентів паралельної структури та охопленні їх системою перехресних зв'язків. Ці заходи дозволили послабити обмеження до рівня прийняттого з практичної точки зору та отримати локально-оптимальні характеристики розщепленого фільтра за наявності стохастичних моделей несправностей. Формально-математична сторона синтезу структури розщеплених фільтрів заснована на застосуванні двох крокового ортогонального перетворення до розширеного фільтра Калмана, яке приводило коваріаційні матриці похибок екстраполяції та фільтрації до діагонального вигляду.

У межах розробленої методології, запропоновано метод синтезу локально – оптимального трьох каскадного фільтра розщепленого типу, який на відміну від

відомих, дозволяє враховувати появу несправностей та збурень не тільки у підсистемі «об'єкт-регулятор», а і у підсистемі спостережень. Це забезпечує можливість одночасно, роздільно оцінювати як вектор стану системи, так і вектори присутніх у системі несправностей та збурень. Запропоновано метод синтезу ряду розщеплених фільтрів робастного типу, який базується на припущенні, повної відсутності ймовірнісного опису системних несправностей і збурень та їх представленні довільними функціями часу, що дозволило подолати такі перепони на шляху практичної реалізації розробленого алгоритму, як надмірна складність та великий об'єм необхідної апріорної інформації. Запропонований метод передбачає заміну корегувальних входів у екстраполяторах фільтрів для роздільного оцінювання векторів стану та несправностей підсумковими оцінками, отриманими з попереднього обчислювального циклу та застосуванням у процедурах обчислення коваріаційних матриць похибок оцінювання векторів несправностей та збурень апарату псевдо інверсій Мура – Пенроуза, оскільки за рахунок уведених структурних спрощень коваріаційні матриці відповідних різницевих сигналів стали виродженими. Характерною ознакою синтезованих фільтрів розширеного типу є певний симбіоз розглянутих концепцій.

Основні результати дисертаційної роботи, що присвячені практичним аспектам теорії функціональних відновників діагностичного типу, представлені прикладом авіаційної системи посадки сантиметрового діапазону у **шостому розділі** роботи. Виконано аналіз архітектури посадкової системи та її тактико-технічних характеристик. Наведені довідкові дані щодо формату сигналу, способів розгортання на місцевості та методів первинних вимірювань кутових координат на борту повітряного судна. Оцінена потенційна точність посадкової системи, виконаний аналіз факторів, що сприяють її погіршенню. Запропонований метод побудови бортового пристрою обробки кутової інформації, підвищена точність якого у порівнянні зі стандартом досягається за рахунок використання мікро-ЕОМ з каналом прямого доступу до оперативної пам'яті. На основі аналізу формату радіосигналу та результатів власних експериментальних досліджень показано, що найбільш вразливим місцем системи посадки сантиметрового діапазону є фазовий

канал синхронізації. Запропонована структура тесту на предмет перевірки достовірності та цілісності кутових даних.

Розроблена номінальна математична модель динаміки зміни кута місця повітряного судна у процесі виконання посадкового маневру. Оскільки процес посадки високо динамічний, то практична реалізація фільтрів Калмана здійснюється за умови протиріччя між вимогами підвищеної швидкодії та точності. У зв'язку з цим запропоновано метод синтезу низки квазіоптимальних фільтрів підвищеної швидкодії. В рамках байєсової концепції на основі доопрацьованих моделей виконано порівняльне дослідження якісних показників оптимальних, квазіоптимальних та адаптивних фільтрів з різним ступенем захисту від аномальних похибок у кутомірному каналі в залежності від доступної апріорної інформації щодо властивостей параметричної змінної за критерієм «точність – достовірність – обчислювальні витрати». Згідно отриманих результатів досліджувані фільтри були систематизовані у певному ієрархічному порядку. На основі розробленої номінальної моделі повітряного судна запропоновані два типи моделей динамічних систем за наявності несправностей та збурень. До першого типу відносились моделі, що використовують стандартний канал спостережень у поєднанні з моделлю динаміки, у якій несправності інтерпретувались як збурення, структура яких вважалась не визначеною. У межах моделей цього класу були досліджені характеристики точності оцінювання параметрів траєкторії повітряного судна на етапі вирівнювання – висоти повітряного судна, кута тангажу та швидкості їх зміни для трьох базових структур – фільтрів, що входять до складу пристроїв обробки сигналів з підвищеною стійкістю до несправностей та супутніх збурень, а саме стандартного фільтра Калмана, модифікованого фільтра Кітанідіса та модифікованого фільтра Фрідланда. Заключна частина шостого розділу присвячена результатам моделювання більш складної та практично значимої задачі функціональної діагностики – роздільному оцінюванню як несправностей, так і вектора стану системи за умови сукупної дії невизначених несправностей та збурень, як у каналі спостережень, так і у підсистемі «об'єкт–регулятор» з використанням розширених математичних моделей, віднесених автором до моделей другого типу. Дослідженню підлягали харак-

теристики точності оцінювання параметрів траєкторії повітряного судна для двох різновидів робастних структур, побудованих на основі модифікованих фільтрів Фрідланда та Кітанідіса. Методом напівнатурних випробовувань експериментально підтверджена раніше висунута гіпотеза, що найбільш вірогідним джерелом аномальних похибок у кутовому радіоканалі посадкової системи є збої у роботі системи ФАПЧ, схемах декодування коду Баркера та коду упізнавання команд наведення. Отримана низка залежностей ймовірності справного стану кутомірного радіоканалу від інтенсивності дестабілізуючих факторів, які бралися до уваги у якості апріорних даних при проектуванні пристроїв фільтрації з підвищеною стійкістю до порушень працездатності кутового каналу посадкової системи.

У висновках сформульовано основні результати проведених досліджень, а у додатках містяться основи термінології, частина результатів моделювання, акти впровадження результатів роботи, та список публікацій здобувача.

Ключові слова: модельно-орієнтовані методи виявлення несправностей, дискретна лінійна динамічна система, оптимальні оцінки вектора стану, роздільне оцінювання, збурення з невизначеною структурою, стохастичні системи зі змінними параметрами, псевдо байєсові оцінки, декомпозиція розширеного фільтра Калмана, відновлювач Луенбергера – О'Рейлі, стандартний фільтр Калмана, фільтр Калмана з невизначеними входами, модифіковані фільтри Кітанідіса та Фрідланда.

Список публікацій здобувача:

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Volovik A., Krylik L., Kobylanska I., Kotyra A., Amirgaliyeva S. Methods of stochastic diagnostic type observers. *Proc. SPIE 10808, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments*. 2018. Vol. 108082X4; 7 pages. doi: 10.1117/12.2501693. (Scopus).

2. Volovyk A., Kychak V. Detection Filter Method in Diagnostic Problems for Linear Dynamic Systems. *Visnyk NTUU KPI Serii A – Radiotekhnika Radioaparaturbuduvannia*. 2021. Iss. 84. P. 30–39. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.84>. (Web of Science).

3. Volovyk A., Kychak V., Havrilov D. Discrete Kalman Filter Invariant to Perturbations. *Acta Polytechnica Hungarica*. 2021. Vol 18. No 10. P. 21-41. DOI: 10.12700/APH.18.10.2021.10.2. (SJQR Q2, Web of Science).

4. Volovyk A., Kychak V., Osadchuk A., Zhurakovskiy B. Fault Identification in Linear Dynamic Systems by the Method of Locally Optimal Separate Estimation. In: *Klymash, M., Luntovskyy, A., Beshley, M., Melnyk, I., Schill, A. (eds) Emerging Networking in the Digital Transformation Age*. Lecture Notes in Electrical Engineering, Springer, Cham. 2022. vol 965. P. 634-651. https://doi.org/10.1007/978-3-031-24963-1_37. (Scopus).

5. Volovyk A., Pyrih Y., Urikova O., Masiuk A., Shubyn B., Maksymyuk T. Dynamic System State Estimation with a Resilience to Observation Data Anomalies. *Contemp. Math*. 2024. Vol 5. Iss 1 P. 1-18. DOI: <https://doi.org/10.37256/cm.512024> (Scopus)

6. Volovyk A. Synthesis of quasi-optimal fast filters by the least square criterion. *Advanced Information Systems*. 2023. V. 7. № 2 P. 21-27 <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2023.2.04> (Scopus)

7. Кичак В. М., Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Загорський В. В. Оптимальна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2011. № 3 Т.1. С. 154-161.

8. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Загорський В. В. Адаптивна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2012. № 4. Т.1. С. 62-69.

9. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Загорський В. В. Квазіоптимальна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2012. № 3. Т.1. С. 110-117.

10. Воловик А. Ю., Кичак В. М. Основи теорії функціональних відновлювачів діагностичного типу. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2018. № 3. С. 109-118.

11. Воловик А. Ю., Осадчук О. В., Червак О. П., Шутило М. А. Оптимальне оцінювання систематичних похибок при виконанні комплексних спостережень. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2017. №4(251). С. 214-218.

12. Воловик А. Ю., Осадчук О. В., Васильківський М. В., Червак О. П., Шутило М. А. Діагностика раптових змін у динаміці об'єктів контролю. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2018. № 1(257). С. 88-93.

13. Воловик А. Ю., Гаврілов Д. В., Мозговий В. С. Розробка моделі траєкторних спостережень для авіаційної посадкової системи *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2018. № 6(267). С. 173-182.

14. Воловик А. Ю., Гаврілов Д. В. Апроксимація розширеного фільтра Калмана паралельною двокаскадною структурою. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2019. № 4. С. 107-115.

15. Васильківський М. В., Воловик А. Ю., Паламарчук Р. П. Метод оцінювання джитеру в цифрових радіоприймальних пристроях. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2019. № 2(271). С. 167-173.

16. Воловик А. Ю. Адаптивне оцінювання параметрів руху повітряного судна у режимі дотримання заданої посадкової траєкторії. *Інфокомунікаційні технології та електронна інженерія*. Львів. 2022 Вип. 2. № 2. С. 67–78. DOI: <https://doi.org/10.23939/ict2022.02.067>.

17. Воловик А. Ю. Адаптивне оцінювання стану динамічних систем за наявності несправностей у каналі спостережень. *Вчені записки таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Технічні науки*. 2022. Том 33(72). № 6 С. 35-42. DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2022.6/07>

18. Воловик А. Ю. Локально оптимальні робастні оцінки стану лінійних систем з невизначеними входами. *Вчені записки таврійського національного універ-*

ситету імені В.І. Вернадського. Технічні науки. 2023. Том 34(73). № 2 2023 С. 56-61. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.2.1/09>

19. Воловик А. Ю. Оптимальні оцінки вектора стану для дискретних стохастичних систем з невизначеними збуреннями та шумом. *Інфокомунікаційні технології та електронна інженерія*. Львів. 2023. Вип. 3. № 2. С. 116–125. DOI: <https://doi.org/10.23939/ict2023.09.067>.

Патенти України на корисну модель:

20. Кичак В.М., Осадчук О.В., Воловик А.Ю. Спосіб позиціонування основної й резервної радіолокаційних систем посадки: патент 119334 Україна на корисну модель. № u201702284 ; заявл. 13.03. 2017 ; опубл. 25.09.2017, Бюл. №18. 4 с.

21. Осадчук О. В, Звягін О. С., Савицький А. Ю., Осадчук Я. О., Воловик А. Ю., Червак О. П. Вимірювач газу: патент 137309 Україна на корисну модель. № u201904300 ; заявл. 22.04.2019 ; опубл. 10.10.2019, Бюл. № 19. 4 с.

22. Осадчук О. В, Осадчук В. С., Савицький А. Ю., Осадчук Я. О., Воловик А.Ю. Пристрій для вимірювання тиску: патент 130737 Україна на корисну модель. № u201806229 ; заявл. 04.06.2018 ; опубл. 26.12.2018, Бюл. № 24. 4 с.

23. Осадчук О. В, Звягін О. С., Савицький А. Ю., Осадчук Я. О., Лукін В. В., Воловик А. Ю., Червак О. П. Пристрій для вимірювання тиску: патент 129825 Україна на корисну модель. № u201806234 ; заявл. 04.06.2018 ; опубл. 12.11.2018, Бюл. № 21. 4 с.

24. Осадчук О. В, Звягін О. С., Савицький А. Ю., Осадчук Я. О., Лукін В. В., Воловик А. Ю., Червак О. П. Пристрій для вимірювання тиску: патент 129824 Україна на корисну модель. № u201806226 ; заявл. 04.06.2018 ; опубл. 12.11.2018, Бюл. № 21. 4 с.

Монографії у співавторстві:

25. Кичак В. М., Воловик Ю. М., Воловик А. Ю. Методи та пристрої обробки радіосигналів бортових авіаційних систем посадки : монографія. Вінниця: ВНТУ, 2011. 208с.

26. Navrilov D., Volovyuk A., Koval L., Yarovyi D. Radio engineering frequency meter based on microcontroller for biomedical measurement systems. *Theoretical as-*

pects of modern engineering : [coll.] monograph. Boston: Primedia eLaunch. 2020. P. 246–250. DOI- 10.46299/ISG.2020. MONO.TECH.III

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

27. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Підвищення роздільної здатності азимутального каналу авіаційної системи посадки. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали XIV міжнародної конференції, 5–10 червня 2015 р., Одеса, 2015. С. 63-64.

28. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Оцінка функціональної надійності фазового каналу синхронізації у системі посадки сантиметрового діапазону. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2015, 16–22 березня 2015 р., Київ, 2015. С. 163-165.

29. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Синтез активних РС-фільтрів за наявності обмежень на характеристики згасання та робочої фази. *«Informatics and computer technics problems : Proceedings of the Third International Conference, 27–30 May 2014 p., Chernivtsi, 2014. С. 147-148.*

30. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Аналіз впливу нестабільності коефіцієнтів підсилення операційних підсилювачів на характеристики активних РС-фільтрів. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали XIII міжнародної конференції, 6–12 червня 2014 р., Одеса, 2014. С. 147–148.

31. Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Дискретна фільтрація сигналів за наявності епізодичних змін їх параметрів. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2016, 14–20 березня 2016 р., Київ, 2016. С. 20 -22.

32. Воловик А. Ю. Синтез відновника вектора стану динамічної системи за наявності неконтрольованих збурень. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2017, 20–26 березня 2017 р., Київ, 2017. С. 41-43.

33. Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Формувач різницевого сигналу модельно орієнтованих систем діагностики. *Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування* : Матеріали VI міжнародної конференції, 28–30 березня 2017 р., Вінниця, 2017. С. 31–32.
34. Осадчук О. В., Воловик А.Ю., Осадчук Я. О., Червак О.П. Mathematical modeling of generator parameters based on transistor structure with negative resistance. *Практичне застосування нелінійних динамічних систем в інфокомунікаціях* : Матеріали VI міжнародної конференції. 9–11 листопада 2017, Чернівці. С. 77–78.
35. Воловик А.Ю., Осадчук О.В., Шутило М.А., Червак О.П. Идентификация зарождающихся неисправностей методом раздельного оценивания. *Виміррювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали XVIII міжнародної конференції. 8–13 червня 2018 р., Одеса. С. 92-94.
36. Воловик А.Ю., Мозговий В.С. Оцінка обчислювальних ресурсів алгоритму дискретної оптимальної фільтрації. *Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки, та наносистем* : Матеріали I міжнародної науково-технічної конференції. 14–16 листопада 2019, Вінниця. С. 96–98.
37. Volovik A., Semenov A., Havrilov D., Baraban S., Savytskyi A., Zviahin O. Observation Trajectory Model for Radio-Frequency Aviation Landing Systems. *The Fourth International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo'2019)* : 09–13 September 2019 p., Odessa, Ukraine, 2019. P. 1-5. doi: 10.1109/UkrMiCo47782.2019.9165505. (Індексується Scopus)
38. Havrilov D., Baraban S., Volovyk A., Zviahin O., Semenov A., Savytskyi A.. Real-Time Video Processing System based on Field Programmable Gate Array. *IEEE 14th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)* : 09–13 September 2019 p., Lviv, Ukraine, 2019. P. 192-196. doi:10.1109/STC-CSIT.2019.8929758. (Індексується Scopus)
39. Воловик А. Ю. Теоретичні основи стохастичних діагностичних відновників. *Виміррювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали ювілейної міжнародної науково-технічної конференції, 6–29 червня 2020 р., Одеса, 2020. С. 42-44.

40. Воловик А. Ю. Формування різницевого сигналу в модельно-орієнтованих системах діагностики. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2020, 16-22 листопада 2020р., Київ, 2020. С.18-20.

41. Воловик А. Ю. Базовые определения модельно ориентированных диагностических систем. *Science, society, education: topical issues and development prospects* : 10–12 May 2020, Kharkiv, Ukraine, 2020. P. 228-233.

42. Havrilov D., Volovik A., Yarovyi A., Yarovyi D., Kudriavtsev D. Hardware Implementation of SHA Algorithms on Different FPGA and Speed Comparison. *IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW)* : 21–25 September 2020, Kharkiv, Ukraine, 2020. P. 453-457. doi: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252678. (Scopus)

43. Воловик А.Ю. Стійкість формувачів різницевого сигналу модельно-орієнтованих систем діагностики. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали XXI міжнародної конференції. 3–7 червня 2021 р., Одеса, 2021. С. 17-19.

44. Volovik A., Kychak V., Kudriavtsev D., Havrilov D., Yarovyi A., Krylik L. Simultaneous Estimation in Linear Dynamic Systems with the Indeterminate Structure Disturbances. *IEEE 40th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO)* : 8 May 2020, Kyiv, Ukraine, 2020. P. 651-655. doi: 10.1109/ELNANO50318.2020.9088884. (Scopus)

45. Воловик А. Ю. Застосування адаптивних порогів у системах виявлення і локалізації несправностей. *Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки, та наносистем* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції. 3–5 листопада 2021 р., Вінниця, 2021. URL : <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/spirn/spirn2021/paper/view/13848> (дата звернення 26.09.2022).

46. Воловик А. Ю. Актуальність застосування інформаційно – вимірювальних систем функціонально стійкого керування. *Priority directions of science development* : Abstracts of the 5th International scientific and practical conference, 2–3 March 2020, Lviv, Ukraine, 2020. P. 168-173.

47. Volovyk A., Havrilov D., Koval L. Generalized structure of the model-oriented difference signal former. *Specialized and multi-disciplinary scientific researches* : With proceedings of the international scientific and practical conference, December 11 2020, Amsterdam, The Netherland, 2020. Vol. 2, P. 23-26.

48. Havrilov D., Volovyk A., Koval L., Semenov A., Havrilova N. Design of digital Data Selectors on FPGA in a Laboratory Environment. *IEEE 8th International Conference on Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)* : 05-07 October 2021, Kharkiv, Ukraine, 2021. P. 495-500. doi:10.1109/PICST54195.2021.9772137. (Scopus)

49. Воловик А. Ю., Червак О. П., Шутило М. А. Аналізатор спектру ідеалізованих радіосигналів. *Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки, та наносистем* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції, 3-5 листопада 2021, Вінниця, 2021. URL : <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/spirn/spirn2021/paper/view/13849> (дата звернення 26.09.2022)

50. Havrilov D., Volovyk A., Semenov A., Koval L., Vasykivskyi M., Havrilova N. Research of Electromagnetic Compatibility of Electronic Automotive Equipment. *IEEE 12th International Conference on Electronics and Information Technologies (ELIT)* : 19-21 May 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 170-174. doi: 10.1109/ELIT53502.2021.9501093. (Scopus).

51. Semenov A., Havrilov D., Volovyk A., Stalchenko O., Kulias R., Ilchuk D. Single-Mode and Multimode Operation of the Rectangular Waveguide with a Spherical Ferrite Probe. *IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)* : 26-28 August 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 100-104. doi: 10.1109/UKRCON53503.2021.9575750. (Scopus).

52. Volovik A., Havrilov D., Koval L., Vasykivskyi M., Yarovyi A., Semenov A. Design of Spectrum Analyzer for Radio Signals. *IEEE 16th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM)* : 22-26 February 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 10-14. doi:10.1109/CADSM52681.2021.9385262. (Scopus).

ABSTRACT

Volovyk A.Yu. Model-oriented signal processing methods in radio engineering systems with increased functional reliability. – Qualifying research paper as manuscript.

Thesis for a scientific degree of Doctor of Engineering in the specialty 05.12.13 «Radio Engineering Devices and Telecommunication Means» (172 – Telecommunications and radio engineering). – Vinnytsia National Technical University, Lviv Polytechnic National University of Ministry for Education and Science of Ukraine, Vinnytsia, 2023.

The thesis is devoted to solving the actual applied-science problem of system basis developing new and improve known methods, devices and algorithms for generating diagnostic features signals-carriers, that in combination of the modern IT technologies using are able to provide accuracy regulated indicators, functional reliability and efficiency radio navigation landing systems equipment subject to a wide range of malfunctions.

In the introduction, the relevance of the scientific problem is substantiated, the purpose and objectives of the research are formulated, the object and subject of the research are defined, the main scientific results and other qualification parameters are displayed in accordance to the current legislation.

In **Chapter I** in accordance to the terminology introduced by the Technical Committee SAFEPROCESS IFAC, a fault classification is made and the problem of their detection and localization in dynamic systems is formulated. In a simplified and accessible form, a review of the main methods for constructing model-oriented functional diagnostic algorithms that use a quantitative mathematical model is presented. A comparative analysis of their qualitative indicators has been carried out. The analysis methodology was based on the residual difference signal formation principles as the main source of diagnostic information. Based on a comparative analysis, a list of main tasks for further research was formulated and a hypothesis was put forward, according to the vast majority of functional diagnostics applied problems can be unleashed within the framework of the main direction based on the concepts of O'reilly-Luenberger and Kalman fundamental works.

The focus of **Chapter 2** was on methods for synthesizing diagnostic-type recovery devices, their order coincides with the order of the controlled system. In the form of extended theses, the main theories of functional observers O'Reilly - Luenberger are stated, the concepts of non-restorable components of the dynamic system state vector are clarified, and criteria for their detection and identification are formed. The considered criteria are based on the description of the dynamical system in the observability canonical form. The above materials represent the initial theoretical basis for further research. It has been established that the optimal observation devices synthesized on the basis of other quality criteria have a similar structure, and the differences appear only in the values of the matrix transfer coefficient, that is determined by the amount of available a priori data. It is shown that the formation of a difference signal resistant to a set of background disturbances, that are inevitably present in a real dynamic system, is an essential moment in problems associated with model-based methods for detecting and localizing faults. The proposed structure of an indefinite inputs full order observer, the conditions its existence are established and proved. The advantages of the synthesized observation devices in comparison with other devices, that are used by low-order Luenberger observers, are emphasized. Their essence is to preserve a larger number of freedom degrees that remain after the separation process of outputs estimates from uncertain perturbations. In particular, the fault localization problem was solved in this way by generating structured difference signals.

In **Chapter 3**, within the framework of the problem general formulation, the issues of designing stochastic observers of the dynamic systems state vector with increased resistance to faults in the sensor subsystem are considered. A mathematical model of a sensory subsystem with an indefinite state has been proposed. The presence of an indeterminate state provides for the existence of different accuracy observational results. The sensory subsystem faults are considered as a special case of this model and are interpreted as anomalous errors. Facts are given in favor of its meaningfulness and universality. It is shown that remaining within the framework of the Bayesian approach and Gaussian-Markovian models by introducing the concept of a pseudo-Bayesian estimate it is possible to obtain, due to the loss of strict optimality, a practically acceptable

implementation of a restoration device that is resistant to faults in the measurement channel. In the case when the main interest is concentrated around the influence of anomalous errors on the overall accuracy of the state vector restoration process it is sufficient to confine ourselves to the binary version of the proposed model. On the basis of the developed approach and the observation channel corrected model a number of quasi-optimal observation devices were synthesized with protection different degrees against anomalous errors depending on the quantity and quality of the available a priori information. A method has been proposed for overcoming a priori uncertainty regarding the occurrence anomalous errors. It is shown that the expansion of the observation device functionality requires significant computational costs and the obtained estimates convergence is very slow. These circumstances can be decisive regarding the practical application of this method with the inclusion of adaptive signal reception elements.

In **Chapter 4** is related to cases in practice, when malfunctions in the controller subsystems, the control object or the observation channel appear from time to time sporadically and so rarely that there are no statistical data on the frequency of their occurrence. In this case, the application of the Bayesian approach becomes incorrect and the standard Kalman filter tuned to the nominal operating mode of the test object becomes too inertial over time and slowly responds to rapid changes in the of individual observations results. In this regard, possible ways of solving this problem are considered, based on the principles of increasing the sensitivity of the Kalman filter to sudden changes using compensation algorithms. The basis of the first direction was the work related to the use of parametric or (and) structural adaptation elements of the real time system. Disadvantages of such schemes are revealed. The works of the second direction are connected with the forced expansion of the filter passband in comparison with the optimal one. For this purpose a lower bound was applied to the matrix transfer coefficient value of the filtering errors covariance matrix or the filter memory duration by introducing a two-scale filtering structure. The disadvantages of these algorithms include the lack of a systematic procedure for choosing the lower limit of the variable parameters values the impossibility of localizing the identified faults since the characteristic changes in the behavior of current estimates are fixed only visually.

The basis of the third direction work was the research using the ideas of the extended Kalman filter decomposition by the Friedland method, specialized filters sensitive to faults and modified stochastic observers O'Reilly-Luenberger decoupled from uncertain inputs. It is determined that the decomposition of the filtering algorithm by the Friedland method is only quasi-optimal and the condition for its local optimality is the stochastic component absence in the fault dynamics model. This complicates the procedure for synthesizing the separated structure since it doesn't guarantee the obtained estimates convergence and it is not entirely clear how this shortcoming can be circumvented or weakened. The considered diagnostic faults problem in the control subsystem based on the use of a detecting filters. In this perspective, the method of sudden changes cumulative detection and identification in the individual components of the linear discrete system state vector where the unknown quantities are the occurrence malfunction time and its intensity has gained further development. The synthesized structure includes a primary processing system based on a Kalman filter tuned to operate without faults and a secondary processing system with a fault detection algorithm based on the generalized likelihood ratio statistical test using estimates of unknown parameters by the maximum likelihood criterion. The main problems of the method are the computational complexity of sufficient statistics, the choice of the sliding averaging window width and the delay in introducing the compensation signal. An alternative method for deriving equations for the Kalman filter with statistically uncertain inputs is proposed. Unlike known methods, it does not rely on the orthogonal projection theorem but is based on the definition of a functional observer in the form of O'Reilly-Luenberger that makes it possible to relatively easily control the filtering process convergence and its optimality. According to the proved theorems, conditions for the existence of a solution to the decomposition problem were formed and a method for designing an optimal stochastic observer with uncertain inputs was proposed.

Chapter 5 completes the theoretical part of the thesis. It considers a number of problems united by a common goal - the cumulative estimation of the linear stochastic systems states and related faults in the presence of an indefinite structure disturbances. In terms of content, the section is built on the basis the results of the fundamental Kal-

man, Luenberger, O'Reilli works and a number of author's publications. The use of a geometric approach made it possible to design a filter capable of detecting faults and performing their localization in the absence of accompanying disturbances. This method was modified by the author in order to extend it to the case of a linear discrete system that will experience the multiple faults influence and (or) disturbances whose structure is unknown. The task of synthesis is carried out for two variants of the problem statement: deterministic and stochastic. The synthesis result is presented as a structure that consists of two independently operating Kalman filters each of them uses the difference signal splitting procedure and has a dimension less than the system under study dimension. Splitting occurs before the estimation process this makes it possible to obtain certain savings in computing resources due to a number of manipulations with the observation results: determining the fault detection index, forming local detection matrices and grouping faults according to the detection index order.

Considerable attention is devoted to filter synthesis methods for separate estimation of faults and the system state vector based on the Kitanidis concept. Unlike the original, the presented model is more extended and takes into account faults that simultaneously affect both the system state and the output data at the same time, the perturbation only affects state variables. The synthesis of the filter was carried out using the method of weighted least squares, and variations calculus elements, in particular, the method of Lagrange vector multipliers, were added to the minimization procedure. In the case when the fault distribution matrix in the observation subsystem had an arbitrary rank, the extension of the filter functionality was achieved by introducing additional restrictions on the system matrices and the optimization was performed in a space of lower dimension, since not all modes can be reconstructed from the performed observations results.

Methods for synthesizing extended locally optimal filters for separate estimation of the fault vector and system state under the conditions of using destabilizing factor mathematical models are considered. These filters are based on the Friedland concept. Since the original structure turned out to be equivalent to the extended Kalman filter only for faults and disturbances deterministic models, attempts to extend it to stochastic

models ran into significant difficulties due to the introduction of severe restrictions number that are not feasible in practice. The essence of the synthesis method proposed by the author is to reconstruction the Friedland structure by abandoning the autonomy of the parallel structure components and covering them with a cross-links system. These measures made it possible to weaken the restriction to a level acceptable from a practical point of view and obtain locally optimal characteristics of the split filter in the presence of stochastic fault models. The formal mathematical side of the split filters structure synthesis is based on the application of a two-step orthogonal transformation to the extended Kalman filter, that brought the covariance matrices of extrapolation and filtering errors to a diagonal form. Within the framework of the developed methodology, a method for synthesizing a locally optimal three-stage split-type filter is proposed. Unlike the known methods, the method allows to take into account the appearance of faults and disturbances not only in the "object-regulator" subsystem, but also in the observation subsystem. This provides the ability to simultaneously, separately evaluate both the system state vector and the vectors of faults and disturbances present in the system.

A method for synthesizing a number of split robust filters is proposed, which is based on the assumption that there is a complete absence of a probabilistic description of system faults and disturbances and their representation by arbitrary functions of time. This made it possible to overcome such barriers to the developed algorithm practical implementation as excessive complexity and a large amount of necessary a priori information. The proposed method provides for the replacement of the corrective inputs in the filter separate estimation extrapolators of the state and fault vectors with the final estimates obtained from the previous computational cycle and the use of the Moore-Penrose pseudo inversion apparatus in the covariance matrices calculate procedures of the fault and disturbance vector , since due to the introduced structural simplifications, the covariance matrices of the corresponding difference signals became singular. A characteristic feature of the synthesized extended type filters is a certain symbiosis of the considered concepts.

The practical aspects of the functional observers diagnostic type theory presented by the example of a centimeter range aviation landing system are considered in the **6th**

Chapter of the presented dissertation research. The analysis of the landing system architecture and its tactical and technical characteristics has been carried out. Provided reference data regarding the signal format, patterns of deployment on the ground and primary measurements methods of angular coordinates on the aircraft board. The landing system potential accuracy is assessment and an analysis of the factor contribute to its deterioration is carried out. A method for constructing an on-board device for processing angular information is suggested. Its increased accuracy in comparison with standard means is achieved through the use of a microcomputer with a direct access channel to the RAM. Based on the radio signal format analysis and the results of our own experimental studies, it was shown that the phase synchronization channel is the most critical areas of the centimeter-range landing system. The proposed structure of the test for checking the validity and integrity of the angular data.

A nominal mathematical model of the aircraft's elevation angle dynamics changes in the process of performing a landing approach has been developed. Since the landing process is highly dynamic, the practical implementation of Kalman filters is carried out in a contradiction between the requirements for increased speed and accuracy. In this regard, a method for the synthesis of a number of quasi-optimal filters with increased speed is proposed.

A comparative study of the qualitative indicators of optimal, quasi-optimal and adaptive filters with different degrees of protection against the goniometer channel anomalous errors was carried out within the framework of the Bayesian concept based on improved models. The comparison criterion "accuracy - reliability - computational costs" was chosen depending on the available a priori information about the parametric variable properties. According to the results obtained, the studied filters were systematized in a certain hierarchical order. Based on the developed aircraft movement nominal model, two types of dynamic systems model are proposed in the presence of faults and disturbances. The first type included models that use the standard observation channel in combination with a dynamics model in which faults were interpreted as perturbations whose structure was indefinite. Within the framework of this class models, the estimating accuracy the aircraft trajectory parameters at the leveling stage were studied - the

height of the aircraft, the pitch angle and the their change rate. The studies were undertaken for three basic structures - filters that are part of signal processing devices with increased resistance to faults and accompanying disturbances, namely the standard Kalman filter, the modified Kitanidis filter and the modified Friedland filter.

The final part of this section is devoted to the results of modeling a more complex and practically significant task of functional diagnostics - separately estimated faults and the system state vector under the combined action of uncertain faults and disturbances, both in the observation channel and in the "object-regulator" subsystem using extended mathematical models classified by the author as models of the second type. The characteristics of the aircraft trajectory parameters estimating accuracy for two types of robust structures built on the basis of modified Friedland and Kitanidis filters were subject to study. The test method experimentally confirmed the previously put forward hypothesis - the most reliable source of the angular radio channel landing system anomalous errors are the failure of the phase-locked loop frequency control system, the Barker code decoding and the recognition code of guidance commands. A number of the good state probability dependences of the goniometric radio channel on the destabilizing factors have been obtained. The data were used as a priori information in the design of filtration devices with increased resistance to functionality violations of the landing system angular channel.

In the **conclusions** of the dissertation the main results and recommendations that follow from the research were formulated.

The **appendices** include: lists of the most used terms; additional details of the modeling results, the implementation acts of the dissertation results, list of scientific papers and the author approbations on the performed research topic.

Keywords: model-based fault detection methods, discrete linear dynamic system, the state vector optimal estimates, separate estimation, an indeterminate structure perturbation, variable parameters stochastic systems, pseudo-Bayesian estimates, extended Kalman filter decomposition, Luenberger-O'Reilly observer, filter Kalman with unknown inputs.

The list of author's publications:

Proceedings where basic scientific results of thesis were published

1. Volovik A., Krylik L.; Kobyllyanska I; KotyraA; Amirgaliyeva S. Methods of stochastic diagnostic type observers. *Proc. SPIE 10808, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments. 2018. Vol. 108082X4; 7 pages. doi: 10.1117/12.2501693.* (Scopus).
2. Volovyk A., Kychak V. Detection Filter Method in Diagnostic Problems for Linear Dynamic Systems. *Herald NTUU KPI A series of radio engineering, radio equipment construction.* 2021, Iss. 84. P. 30–39. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.84>. (Web of Science).
3. Volovyk A., Kychak V., Havrilov D. Discrete Kalman Filter Invariant to Perturbations. *Acta Polytechnica Hungarica.* 2021. Vol 18. No 10. P. 21-41. DOI: 10.12700/APH.18.10.2021.10.2. (SJQR Q2, Web of Science).
4. Volovyk A., Kychak V., Osadchuk A., Zhurakovskyy B. Fault Identification in Linear Dynamic Systems by the Method of Locally Optimal Separate Estimation. *In: Klymash, M., Luntovskyy, A., Beshley, M., Melnyk, I., Schill, A. (eds) Emerging Networking in the Digital Transformation Age. Lecture Notes in Electrical Engineering, Springer, Cham. 2022. vol 965. P. 634-651. https://doi.org/10.1007/978-3-031-24963-1_37.* (Scopus).
5. Volovyk A., Pyrih Y., Urikova O., Masiuk A., Shubyn B., Maksymyuk T. Dynamic System State Estimation with a Resilience to Observation Data Anomalies. *Contemp. Math.* 2024. Vol 5. Iss 1 P. 1-18. DOI: <https://doi.org/10.37256/cm.512024> (Scopus).
6. Volovyk A. Synthesis of quasi-optimal fast filters by the least square criterion. *Advanced Information Systems.* 2023. V. 7. № 2 P. 21-27 <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2023.2.04> (Scopus).
7. Kychak V.M., Volovyk Y.M., Volovyk A.Y., Shutlylo M.A., Zahorskyi V.V. Optimal filtration of multi-precision angular measurements in the S-band landing system. *Herald of Khmelnytsky National University. Technical Sciences.* 2011. №3. T.1. P. 154–161.

8. Volovyk Y.M., Volovyk A.Y., Shutylo M.A, Zahorskyi V.V. Adaptive filtering of different-precision angular measurements in the S-band landing system. *Herald of Khmelnytsky National University. Technical Sciences*. 2012. №4. T.1. P. 62-69.
9. Volovyk Y.M., Volovyk A.Y., Shutylo M.A., Zahorskyi V.V. Quasi-optimal filtering of different-precision angular measurements in the S-band landing system. *Herald of Khmelnytsky National University. Technical Science*. 2012. №3. T.1. P.110-117.
10. Volovyk A.Y., Kychak V.M. Theoretical Bases of Diagnostic Type Functional Observers. *Herald of Vinnytsia Politechnical Institute*. 2018. №3. P. 109-118.
11. Volovyk A.Y, Osadchuk A.V., Chervak O.P., Shutylo M.A. Optimum estimation of systematic mistakes when performing complex supervision. *Herald of Khmelnytsky National University. Technical Sciences*. 2017. №4 (251). P. 214-218.
12. Volovyk A.Y, Osadchuk A.V., Vasylykivskyi M.V., Chervak O.P., Shutylo M.A. Diagnostics of sudden changes in objects control dynamics. *Herald of Khmelnytsky National University. Technical Sciences*. 2018. №1 (257). P. 88-93.
13. Volovyk A.Y., Havrilov D.V., Mozghovyi V.S. Development of trajectory supervision model for landing aviation system *Herald of Khmelnytsky National University. Technical Sciences*. 2018. №6 (267). P. 173-182.
14. Volovyk A.Y, Havrilov D.V. Approximation of the expanded filter of Kalman parallel two-cascade structure. *Herald of Vinnytsia Politechnical Institute*. 2019. №4. C. 107-115.
15. Vasylykivskyi M.V., Volovyk A.Y., Palamarchuk R. P. Method of jitter evaluations in digital radio receivers. *Herald of Khmelnytsky National University. Technical Sciences*. 2019. №2 (271). P. 167-173.
16. Volovyk A.Y. Adaptive estimation of aircraft movement parameters in the mode of the set landing path trajectory. *Infocommunication technologies and electronic engineering*. Lviv, 2022. Vol. 2., № 2. P. 67–78. DOI: <https://doi.org/10.23939/ictee2022.02.067>.
17. Volovyk A.Y. Adaptive estimation of the dynamic systems state in the presence of the observation channel faults. *Scientific notes of the V.I. Vernadsky Tavria Na-*

tional University. Series: Technical Sciences. 2022. Vol 33(72). № 6. P. 35-42. DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2022.6/07>.

18. Volovyk A.Y. Locally optimal robust estimates of the linear systems state with indefinite inputs. *Scientific notes of the V.I. Vernadsky Tavria National University. Series. Technical Sciences.* 2023. Vol 34(73). №2. P .56-61. DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.2.1/09>.

19. Volovyk A.Y. The state vector optimal estimates for discrete stochastic systems with uncertain perturbations and noise. *Infocommunication technologies and electronic engineering.* Lviv, 2023. Vol. 3. № 2. P. 116-125. DOI: <https://doi.org/10.23939/ictee2022.02.067>.

Patents of Ukraine for utility model:

20. Kychak V.M., Osadchuk A.V., Volovyk A.Y. Method for positioning the main and backup radar landing systems. Patent 119334. Ukraine. № u201702284. Declared 13.03. 2017. Published 25.09.2017. Bulletin. №18. – 4 p.

21. Osadchuk A.V., Zviahin O.S., Savytskyi A.Y., Osadchuk J.A., Volovyk A.Y., Chervak O.P. Gas meter. Patent 137309 Ukraine. № u 201904300. Declared 22.04.2019. Published 10.10.2019. Bulletin № 19. – 4 p.

22. Osadchuk A.V., Osadchuk V.S., Savytskyi A.Y., Osadchuk J.A., Volovyk A.Y. Pressure measuring device. Patent 130737 Ukraine. № u201806229. Declared 04.06.2018. Published 26.12.2018. Bulletin № 24. - 4 p.

23. Osadchuk A.V., Zviahin O.S., Savytskyi A.Y Osadchuk J.A., Lukin V., Volovyk A.Y., Chervak O.P. Pressure measuring device. Patent 129825 Ukraine. № u 201806234. Declared 04.06.2018. Published 12.11.2018. Bulletin.№ 21-4p.

24. Osadchuk A.V., Zviahin O.S., Savytskyi A.Y Osadchuk J.A., Lukin V., Volovyk A.Y., Chervak O.P. Pressure measuring device. Patent 129824 Ukraine. № u201806226. Declared 04.06.2018. Published 12.11.2018. Bulletin № 21.–4p.

Monographs:

25. Kychak V., Volovyk Y., Volovyk A. Methods and devices for processing radio signals of airborne landing systems : monograph. Vinnytsia: VNTU, 2011. 208 p.

26. Havrilov D., Volovyk A., Koval L., Yarovyi D. Radio engineering frequency meter based on microcontroller for biomedical measurement systems. *Theoretical aspects of modern engineering : [col.] monograph*. Boston: Primedia eLaunch. 2020. P.246–250. DOI- 10.46299/ISG.2020. MONO.TECH.III.

Proceedings that certify an improvement of thesis materials

27. Volovyk Y.M., Volovyk A.Y., Shutlylo M.A, Chervak O.P. Increasing the separation capacity of the azimuth channel of the aircraft landing system. *Measuring and computer technology in technological processes* : Proceedings of the XIV international conference, June 6-12, 2015, Odessa. P. 63-64.

28. Volovyk Y.M., Volovyk A.Y., Shutlylo M.A, Chervak O.P. Evaluation of the functional reliability of the phase synchronization channel in the centimeter range landing system. *Radio engineering fields, signals, devices and systems (RTPSAS)* : Proceedings of the international scientific and technical conference RTPSAS 2015, March 16-22, 2015, Kyiv. P. 163-165

29. Volovyk Y.M., Volovyk A.Y., Shutlylo M.A, Chervak O.P. Synthesis of active RC-filters for the obviousness of the substitution on the characteristics of the working phase extinction. «*Informatics and computer technics problems (PICT-2014)* : Proceedings of the Third International Conference, 27 – 30 May 2014, Chernivtsi, Ukraine. C. 147-148.

30. Volovyk Y.M., Volovyk A.Y., Shutlylo M.A, Chervak O.P. Analysis of the influence of the operational amplifiers gain coefficients instability on the active RS filters characteristics. *Measuring and computer technology in technological processes* : Proceedings of the XIII international conference, June 6-12, 2014, Odessa. P. 147–148.

31. Volovyk A.Y., Shutlylo M.A, Chervak O.P. Discrete filtering of signals for the presence of episodic changes in their parameters. *Radio engineering fields, signals, devices and systems (RTPSAS)* : Proceedings of the international scientific and technical conference RTPSAS 2016, March 14-20, 2016, Kyiv. P. 20 -22.

32. Volovyk A.Y. Synthesis of an observer of the state vector of a dynamical system in the presence of uncontrolled perturbations.. *Radio engineering fields, signals,*

devices and systems (RTPSAS) : Proceedings of the international scientific and technical conference RTPSAS 2017, March 20-26, 2017, Kyiv. P. 41-43.

33. Volovyk A.Y., Shutylo M.A, Chervak O.P. Difference signal shaper for model-based diagnostic systems. *Modern problems of radio electronics, telecommunications and instrumentation* : Proceedings of the VI international conference, March 28-30, 2017, Vinnitsa. P. 31-32.

34. Osadchuk A.V., Volovyk A.Y. Osadchuk J.A., Chervak O.P. Mathematical modeling of generator parameters based on transistor structure with negative resistance. *Practical application of non-linear dynamic systems in infocommunications* : Proceedings of the VI international conference, November 9-11, 2017, Chernivtsi. P. 77–78.

35. Volovyk A.Y., Osadchuk A.V., Shutylo M.A, Chervak O.P. Идентификация зарождающихся неисправностей методом отдельного оценивания. *Measuring and computer technology in technological processes* : Proceedings of the XVIII international conference, June 8-13, 2018, Odessa. P. 92–94.

36. Volovyk A.Y., Mozghovyi V.S. Estimation of computational resources of the discrete optimal filtering algorithm. *Modern problems of infocommunications, radio electronics and nanosystems* : Proceedings of the I International Scientific and Technical Conference, November 14-16, 2019, Vinnitsa. P. 96-98.

37. Volovik A., Semenov A., Havrilov D., Baraban S., Savytskyi A., Zviahin O. Observation Trajectory Model for Radio-Frequency Aviation Landing Systems. *The Fourth International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo '2019)* : 09–13 September 2019 p., Odessa, Ukraine, 2019. P. 1-5. doi: 10.1109/UkrMiCo47782.2019.9165505. (Scopus)

38. Havrilov D., Baraban S., Volovyk A., Zviahin O., Semenov A., Savytskyi A.. Real-Time Video Processing System based on Field Programmable Gate Array. *IEEE 14th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)* : 09–13 September 2019 p., Lviv, Ukraine, 2019. P. 192-196. doi:10.1109/STC-CSIT.2019.8929758. (Scopus)

39. Volovyk A.Y. Theoretical foundations of stochastic diagnostic observers. *Measuring and computer technology in technological processes* : Proceedings of the

anniversary international scientific and technical conference, June 6 - 29, 2020, Odessa. P. 42-44.

40. Volovyk A.Y. Formation of a difference signal in model-based diagnostic systems. *Radio engineering fields, signals, devices and systems (RTPSAS)* : Proceedings of the international scientific and technical conference RTPSAS 2020, November 16-22, 2020, Kyiv. P. 18 -20.

41. Volovyk A.Y. Basic definitions of model-based diagnostic systems. *Science, society, education: topical issues and development prospects (SPC)* : 10–12 May 2020, Kharkiv, Ukraine. P. 228-233.

42. Havrilov D., Volovik A., Yarovy A., Yarovy D., Kudriavtsev D. Hardware Implementation of SHA Algorithms on Different FPGA and Speed Comparison. *IEEE IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW)* : 21–25 September 2020, Kharkiv, Ukraine, 2020. P. 453-457. doi: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252678. (Scopus)

43. Volovyk A.Y. Stability of difference signal generators of model-based diagnostic systems. *Measuring and computer technology in technological processes* : Proceedings of the XXI international conference, June 3 - 7, 2021, Odessa. P. 17-19.

44. Volovik A., Kychak V., Kudriavtsev D., Havrilov D., Yarovy A., Krylik L. Simultaneous Estimation in Linear Dynamic Systems with the Indeterminate Structure Disturbances. *IEEE 40th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO)* : 8 May 2020, Kyiv, Ukraine, 2020. P. 651-655. doi: 10.1109/ELNANO50318.2020.9088884. (Scopus)

45. Volovyk A.Y. Application of adaptive thresholds in systems for detecting and localizing faults. *Modern problems of infocommunications, radio electronics and nanosystems* : Proceedings of the international scientific and technical conference, November 3-5, 2021, Vinnitsa. P. 96-98. (elect. res.) [https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/spirn/spirn2021/paper/view/13848 /](https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/spirn/spirn2021/paper/view/13848/).

46. Volovyk A.Y. The relevance of the application of information-measuring systems of functionally sustainable management. *Priority directions of science development* : Abstracts of the 5th International scientific and practical conference, 2–3 March 2020, Lviv, Ukraine, 2020. P. 168-173.

47. Volovyk A., Havrilov D., Koval L. Generalized structure of the model-oriented difference signal former. *Specialized and multi-disciplinary scientific researches* : With proceedings of the international scientific and practical conference, December 11 2020, Amsterdam, The Netherland, 2020. Vol. 2, P. 23-26.

48. Havrilov D., Volovyk A., Koval L., Semenov A., Havrilova N. Design of Digital Data Selectors on FPGA in a Laboratory Environment. *IEEE 8th International Conference on Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)* : 05-07 October 2021, Kharkiv, Ukraine, 2021. P. 495-500. doi:10.1109/PICST54195.2021.9772137. (Scopus)]

49. Volovyk A.Y., Shutlylo M.A, Chervak O.P. Spectrum analyzer of idealized radio signals. *Modern problems of infocommunications, radio electronics and nanosystems* : Proceedings of the international scientific and technical conference, November 3-5, 2021, Vinnitsa. (elect. res.) <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/spirn/spirn2021/paper/view/13849>

50. Havrilov D., Volovyk A., Semenov A., Koval L., Vasytkivskyi M., Havrilova N. Research of Electromagnetic Compatibility of Electronic Automotive Equipment. *IEEE 12th International Conference on Electronics and Information Technologies (ELIT)* : 19-21 May 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 170-174. doi: 10.1109/ELIT53502.2021.9501093. (Scopus).

51. Semenov A., Havrilov D., Volovyk A., Stalchenko O., Kulas R., Ilchuk D. Single-Mode and Multimode Operation of the Rectangular Waveguide with a Spherical Ferrite Probe. *IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)* : 26-28 August 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 100-104. doi: 10.1109/UKRCON53503.2021.9575750. (Scopus).

52. Volovik A., Havrilov D., Koval L., Vasytkivskyi M., Yarovy A., Semenov A. Design of Spectrum Analyzer for Radio Signals. *IEEE 16th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM)* : 22-26 February 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 10-14. doi:10.1109/CADSM52681.2021.9385262. (Scopus).

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....	39
ВСТУП.....	40
РОЗДІЛ 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА КРИТИЧНИЙ АНАЛІЗ БАЗОВИХ ПРИНЦИПІВ ПОБУДОВИ МОДЕЛЬНО-ОРІЄНТОВАНИХ СИСТЕМ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ДІАГНОСТИКИ.....	67
1.1 Опорні передумови, означення та термінологія	67
1.2 Класифікація несправностей.....	70
1.2.1 Класифікація несправностей за місцем появи	70
1.2.2 Класифікація несправностей за типом поведінки у часовій області	72
1.2.3 Класифікація несправностей за типом математичних моделей	73
1.3 Перелік загальних вимог до систем функціональної діагностики.....	73
1.4 Класифікація методів виявлення та локалізації несправностей.....	74
1.5 Загальна характеристика методів, що не використовують математичні моделі.....	75
1.6 Базові принципи побудови модельно-орієнтованих систем функціональної діагностики	77
1.7 Моделювання діагностичних систем	81
1.8 Узагальнена структура генератора залишкового сигналу	85
1.9 Критерії виявлення несправностей	88
1.10 Критерії локалізації несправностей.....	89
1.11 Локалізація несправностей у сенсорах та підсистемах регулятора	92
1.12 Методи формування різницевого сигналу	94
1.12.1 Методи формування різницевого сигналу, що засновані на відновниках станів	95
1.12.2 Формування різницевого сигналу методом паритетних відносин.....	99
1.12.3 Формування різницевого сигналу методами факторизації	104
1.12.4 Формування різницевого сигналу методами ідентифікації параметрів	105

1.13	Діагностика несправностей у стохастичних системах	106
1.14	Порівняльний аналіз модельно-орієнтованих методів функціональної діагностики та перелік основних задач, що підлягатимуть розв'язку	107
1.15	Інтеграція методів функціональної діагностики	112
1.16	Висновки	116
РОЗДІЛ 2 РОЗРОБКА ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ МОДЕЛЬНО-		
	ОРІЄНТОВАНИХ ДІАГНОСТИЧНИХ ВІДНОВНИКІВ	118
2.1	Постановка задачі поновлення повноформатного вектора стану системи за результатами неповних вимірювань	118
2.2	Аналіз варіантів побудови відновників повного порядку	121
2.3	Керованість та відновлюваність лінійних систем	125
2.3.1	Відновлюваність неперервних лінійних систем	126
2.3.2	Диференціальна форма критерію відновлюваності для лінійних систем ...	128
2.3.3	Відновлюваність лінійних дискретних систем	132
2.4	Підпростір невідновлених станів та його структура	135
2.5	Лінійні дискретні пристрої відновлення.....	139
2.6	Оптимальні лінійні дискретні пристрої відновлення	142
2.6.1	Класичний метод найменших квадратів	143
2.6.2	Рекурентний метод узагальнених найменших квадратів	144
2.6.3	Аналіз та інтерпретація отриманих результатів	148
2.7	Функціональні пристрої відновлення діагностичного типу	151
2.7.1	Передумови введення поняття пристрою відновлення діагностичного типу	151
2.7.2	Теоретичні основи синтезу пристроїв відновлення з невизначеними входами	154
2.7.3	Порядок синтезу пристрою відновлення з невизначеним входом	160
2.8	Надійність процесу виявлення несправностей пристроями відновлення з невизначеними входами	163
2.9	Надійність процесу локалізації несправностей пристроями відновлення з невизначеними входами	165

2.10 Висновки	169
РОЗДІЛ 3 НЕЯВНІ МЕТОДИ ВИЯВЛЕННЯ ТА ЛОКАЛІЗАЦІЇ	
НЕСПРАВНОСТЕЙ У СТОХАСТИЧНИХ СИСТЕМАХ В	
МЕЖАХ ВИКОРИСТАННЯ БАЙЄСОВОЇ МЕТОДОЛОГІЇ.....	
3.1 Постановка задачі	171
3.2 Вивід рівнянь оптимального пристрою відновлення за умови відсутності	
несправностей	172
3.2.1 Векторні операції з параметрами нормального закону розподілу ймовір-	
ностей	173
3.2.2 Вивід рівнянь оптимальної дискретної фільтрації	176
3.3 Обґрунтування вибору математичної моделі несправностей у сенсорній	
підсистемі	179
3.4 Вивід рівнянь оптимального фільтра, малочутливого до впливу	
несправностей у каналі спостережень	183
3.5 Синтез оптимального фільтра, стійкого до статистично незалежних	
несправностей у каналі спостережень	186
3.6 Методи синтезу робастних пристроїв оцінювання за наявності	
аномальних похибок у каналі спостережень.....	190
3.7 Розробка методу подолання апріорної невизначеності щодо ймовірностей	
появи аномальних викидів у каналі спостережень.....	200
3.8 Висновки	202
РОЗДІЛ 4 МЕТОДИ ВИЯВЛЕННЯ ТА ЛОКАЛІЗАЦІЇ НЕСПРАВНОСТЕЙ	
ЗА УМОВИ АПРІОРНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ	
4.1 Постановка задачі	207
4.2 Методи синтезу фільтрів, чутливих до несправностей завдяки обмежен-	
ням на характерні параметри	209
4.3 Діагностика несправностей у сенсорній підсистемі при виконанні	
комплексних спостережень	211
4.4 Діагностика несправностей у підсистемах регулятора на основі	
застосування виявляючих фільтрів	220

4.5 Оптимальні стохастичні пристрої відновлення для дискретних систем з невизначеними збуреннями та шумом.....	230
4.6 Висновки	238
РОЗДІЛ 5 ІДЕНТИФІКАЦІЯ НЕСПРАВНОСТЕЙ МЕТОДАМИ ЛОКАЛЬНО ОПТИМАЛЬНОГО РОЗДІЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ.....	
5.1 Хронологічний аспект та поточний стан розвитку напрямку	242
5.2 Синтез фільтра для роздільного виявлення несправностей та їх ідентифікації в лінійних системах дискретного часу	245
5.2.1 Детермінований варіант постановки задачі	245
5.2.2 Стохастичний варіант постановки задачі	250
5.3 Синтез фільтра для формування сукупності незміщених та ефективних оцінок векторів стану системи та несправностей на основі використання концепції Кітанідіса	258
5.4 Узагальнення оцінок несправностей та вектора стану системи на випадок появи несправностей у каналі спостережень	265
5.5 Ідентифікація несправностей методами локально - оптимального роздільного оцінювання, що базуються на концепції Фрідланда	269
5.5.1 Локально-оптимальна процедура розщеплення розширеного фільтра Калмана	271
5.6 Синтез трьох каскадного фільтра для отримання роздільних оцінок стану системи та несправностей з підвищеною стійкістю до неконтрольованих збурень	279
5.6.1 Синтез процедури розщеплення	282
5.6.2 Синтез робастної структури локально – оптимального фільтра Фрідланда	288
5.6.3 Синтез розширеного робастного фільтра Фрідланда за наявності збурень та несправностей у каналах спостережень	292
5.7 Висновки	297

РОЗДІЛ 6 ПРАКТИЧНИЙ АСПЕКТ ТЕОРІЇ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО ЗАХИСТУ ВІД ПОРУШЕНЬ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ НА ПРИКЛАДІ РАДІОТЕХНІЧНОЇ СИСТЕМИ ПОСАДКИ САНТИМЕТРОВОГО ДІАПАЗОНУ	306
6.1 Місце та роль посадкової системи у складі пілотажного навігаційного комплексу	306
6.2 Базові принципи побудови посадкової системи MLS та аналіз її тактико- технічних характеристик	310
6.3 Аналіз показників точності бортових вимірювань та факторів, що їх обмежують	317
6.3.1 Аналіз потенційної точності	318
6.3.2 Оцінка впливу сукупності хаотично-імпульсних перешкод та флуктуаційних шумів на точність бортових вимірювань	320
6.3.3 Аналіз резервів підвищення інструментальної точності	321
6.4. Розробка структури тесту для контролю достовірності результатів кутових вимірювань на борту ПС	324
6.5 Розробка номінальної динамічної моделі ПС як об'єкта керування	328
6.5.1 Передмова	328
6.5.2 Аналіз загальної форми рівнянь руху ПС	331
6.5.3 Вивід рівнянь поздовжнього руху ПС та їх аналіз	334
6.5.4 Побудова номінальної моделі посадкового маневру на етапі планування	337
6.6 Оцінювання ефективності методів фільтрації стійких до порушень праце- здатності сенсорної підсистеми у режимі планування ПС	339
6.6.1 Аналіз структури обчислювального експерименту та його складових	341
6.6.2 Аналіз ефективності лінійних фільтрів за наявності аномальних похибок у каналі спостережень	344
6.6.3 Аналіз стійкості псевдобайєсових та адаптивних оцінок до впливу аномальних похибок у каналі спостережень	348

6.6.4 Аналіз стійкості фільтрів робастного типу до впливу аномалій у каналі спостережень.....	352
6.6.5 Підсумкові результати порівняльного аналізу.....	354
6.7 Ідентифікація несправностей у підсистемах керування польотом ПС на завершальному етапі виконання посадкового маневру – вирівнюванні	358
6.7.1 Побудова номінальної моделі посадкового маневру на етапі вирівнювання	359
6.7.2 Порівняльний аналіз роздільних властивостей фільтрів Калмана, модифікованих фільтрів за топологією Кітанідіса та Фрідланда	360
6.7.3 Робастні оцінки несправностей та вектора стану системи на фоні шумів і збурень з невизначеною структурою	369
6.8 Аналіз показників стійкості кутомірного каналу до дестабілізуючих факторів за результатами стендових напівнатурних випробовувань	376
6.9 Висновки	382
ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ТА ВИСНОВКИ	395
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	409
ДОДАТОК А. Основи термінології у галузі функціональної діагностики запроваджені технічним комітетом SAFEPROCESS IFAC	436
ДОДАТОК Б. Результати моделювання стандартного фільтра Калмана	442
ДОДАТОК В. Структура стенду для виконання комплексних напівнатурних випробовувань	446
ДОДАТОК Е. Акти впровадження результатів дисертаційної роботи.....	447
ДОДАТОК Ж. Список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.....	457

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

АФ	–	адаптивний фільтр
ЕОМ	–	електронна обчислювальна машина
ЗПС	–	злітно-посадкова смуга
ЛРФ	–	лінійний робастний фільтр
МФК	–	модифікований фільтр Кітанідіса
МФФ	–	модифікований фільтр Фрідланда
ПНК	–	пілотажно-навігаційний комплекс
ППЧ	–	підсилювач проміжної частоти
ПС	–	повітряне судно
ПФ	–	псевдобайесовий фільтр
САК	–	система автоматичного керування
СП	–	система посадки
РФК	–	розширений фільтр Калмана
ФК	–	фільтр Калмана
ФСТ	–	фільтр селекторного типу
ФУС	–	фільтр укороченої структури
ХІП	–	хаотична імпульсна перешкода
ІґАС	–	міжнародна федерація автоматичного керування

ВСТУП

Актуальність наукового напрямку, його джерела та рушійні сили

На рубежах 70–80 рр. минулого століття провідні індустріальні держави, насамперед, колишній СРСР та США при реалізації великомасштабних технічних проектів зіткнулися з проблемою забезпечення належного рівня надійності та гарантування заданого ступеню безпеки. У першу чергу це стосувалось таких пріоритетних областей діяльності, як: авіаційна, оборонна, космічна, енергетична, нафто-газопереробна, металургійна, хіміко-технологічна та ін. Характерною рисою систем зазначеної групи є висока технологічна конвергенція, значна вартість, наявність екстремальних умов та потенційна небезпека у процесі їх експлуатації. Сутність проблеми полягала у тому, що традиційні методи забезпечення безпеки функціонування, засновані на багатократному апаратному резервуванні та введенні систем вбудованого контролю не давали бажаного ефекту по тій простій причині, що за рахунок їх чисельності та технічної складності, вони самі у багатьох випадках ставали джерелами потоків несправностей та відмов. Завдяки цьому концепція штучного введення додаткової надмірності на фізичному рівні, за умови виявленого протиріччя, ставала стримуючим фактором на шляху побудови високонадійних технічних систем, і в деякому сенсі навіть тупиковою.

У той же час, увагу багатьох дослідників привернув той факт, що еволюція живої природи, при відносно невисокому рівні фізичного резервування, за рахунок комплексування фізичної, інформаційної та функціональної надмірності зуміла створити вражаюче життєздатні форми живих організмів. Згодом сформувалася ініціатива розглядати позаштатні стани технічних систем, створених дією пошкоджень, збоїв або відмов як припустимі, і за таких умов формувати адекватний сигнал керування, спрямований на парирування наслідків дії порушень працездатності з метою забезпечення виконання головного завдання технічної системи відповідно до її призначення. Такий тип керування повинен здійснюватись за рахунок перерозподілу внутрішніх ресурсів системи [1,2]. У подальшому він отримав назву відмовостійкого. Проте, можливість такого перерозподілу передбачає дещо

іншу організаційну структуру системи, технологічною основою якої могло б стати створення єдиного інформаційно-обчислювального комплексу, здатного аналізувати стани окремих підсистем за умови присутності можливих типів несправностей та керувати наявними ресурсами. Принциповою відмінністю методів синтезу відмовостійких керувань є те, що вони спрямовані не на зменшення кількості несправностей і відмов у окремих підсистемах, як те передбачали традиційні методи забезпечення надійності, живучості та безвідмовності [3-5], а на забезпечення виконання життєво важливих функцій, коли порушення працездатності якоїсь з підсистем уже відбулися. При цьому вважається, що система вражена несправностями все ж таки залишається у межах керованості та відновлюваності [6]. Відповідно до теореми розподілу [7] оптимальне відмовостійке керування доцільно формувати у два етапи:

1. Спочатку у режимі реального часу формується оптимальна оцінка вектора стану системи за умови дії можливих несправностей, які проявляють себе на фоні завжди присутніх збурень, похибок моделювання, шумів та тощо.

2. На другому етапі, на основі отриманих оцінок, формується відповідний сигнал керування, здатний нейтралізувати вплив виявлених несправностей.

Дотримуючись принципу розподілу, обидва етапи для лінійних систем можна виконувати незалежно один від одного, причому для кожного з них існує відповідна теоретична база. У багатьох випадках, перший етап може мати також самостійне значення, знаходитись поза контуром керування і виконувати діагностичну функцію, а саме – виявлення несправностей, їх локалізацію, а іноді навіть оцінювання розміру нанесених збитків та прогнозування їх наслідків. У представленій дисертаційній роботі основна увага сконцентрована саме на першому етапові, пов'язаному з виконанням діагностичної функції на основі використання функціональних відновників діагностичного типу. Оскільки діагностичні відновники, зазвичай, працюють у режимі реального часу, то найбільш адекватною формою їх опису є опис у термінах змінних стану. Систему контролю, призначену для виявлення несправностей, їх локалізації та оцінюванні ступеню небезпеки у темпі реа-

льного часу прийнято називати системою функціональної діагностики. Типова процедура функціональної діагностики складається із трьох базових етапів:

1. *Виявлення несправності* означає ухвалення бінарного рішення – у системі мають місце порушення працездатності, або ж вона працює у штатному режимі.

2. *Локалізація несправності* фактично визначає місце її розташування.

3. *Ідентифікація несправності* визначає її тип, форму прояви, розміру пошкоджень, причину появи, оцінювання збитків та тощо.

Не усі наведені частини однаково важливі, оскільки це визначається конкретно постановкою задачі, проте етап виявлення несправності є обов'язковим для будь-якої, практично значимої системи. Етап локалізації присутній майже завжди. Етап ідентифікації вимагає додаткових істотних витрат і на практиці реалізується далеко не завжди, особливо для систем, для яких режим реконфігурації не передбачений. Загалом, процес діагностики може містити різні комбінації, проте найбільш часто використовується комбінація 1–2, яка отримала у англійській технічній літературі спеціальну назву–FDI (Fault Detection and Isolation). На сьогоднішній день цю процедуру розглядають як спеціальний тип обробки сигналів [8,9].

На жаль ще дотепер, у переважній більшості практичних застосувань, прийнято використовувати традиційний підхід до діагностики несправностей, у основу якого покладена концепція апаратної надлишковості. Основними проблемами такого підходу є надзвичайно висока вартість резервного обладнання, експлуатаційних витрат на технічне обслуговування, збільшення маси та габаритів, що у низці випадків має критичне значення. На сучасному етапі розвитку високо інтегрованих складних технічних систем реального часу більш доцільним вважається використання спільних вимірів різнотипних фізичних величин з метою перехресного контролю один одного. У такий спосіб приходимо до поняття аналітичної надлишковості. У системах функціональної діагностики, заснованих на концепції аналітичної надлишковості, перевірка на сумісність даних здійснюється шляхом порівняння результатів вимірювань вихідних сигналів та їх оцінок, отриманих за допомогою математичних моделей. Оскільки концепція аналітичної надлишковості передбачає використання математичної моделі системи у обов'язковому по-

рядку, то вона отримала назву модельно-орієнтованої [9,10]. Головна перевага модельно-орієнтованої концепції проявляється у відсутності процесу встановлення резервного обладнання, а значить і немає уведення додаткових джерел несправностей. У зв'язку із цим вона є більш привабливою і може ефективно доповнювати концепцію фізичної надлишковості.

У цьому плані показовим прикладом вищезазначеної проблематики є процес посадки цивільних або військових ПС в умовах I–III метеорологічних категорій ІСАО за допомогою інструментальних посадкових систем, зокрема сантиметрового діапазону. Тут поєднуються загально прийняті стандарти комфортності та надзвичайно високі вимоги до гарантій безпеки – ймовірність льотної пригоди повинна бути не більшою за 10^{-7} , а технічне обладнання і устаткування має суттєву фінансову вартість. У переважній більшості випадків посадка ПС здійснюється за наявності таких несприятливих умов: високий рівень електромагнітних перешкод індустриального або штучного походження, характерний для при аеродромних зон портів, розташованих поблизу великих міст; необхідність виконання з великою точністю складних передпосадкових маневрів протягом обмеженого проміжку часу, що спричиняє додаткове стресове навантаження на екіпаж ПС; обмеженість кратності резервного обладнання та наявність складних експлуатаційних умов. В зазначених умовах неминучість появи короткочасних несправностей, відмов, збоїв у роботі окремих підсистем, аномальних похибок або пропусків окремих результатів спостережень стає об'єктивною реальністю.

Сьогодні демонструє, що існуючий рівень апаратного резервування авіаційно-технічних засобів, радіотехнічного та радіонавігаційного обладнання не дозволяє досягнути необхідного рівня безпеки без використання методів діагностики заснованих на інформаційно-аналітичній надлишковості. Просторово розподілені і функціонально інтегровані радіотехнічні системи різноманітного призначення не зв'язані між собою єдиною мережею керування, що робить неможливим проведення централізованої діагностики у випадку порушення функціонування тої чи іншої підсистеми. Зазначена проблема набирає ще більшої актуальності в ситуаціях, що стосуються критичних етапів польоту, наприклад у разі несприят-

ливих погодних умов або на етапі заходу повітряного судна на посадку, коли час для прийняття життєво важливих рішень обмежений, а помилкове прийняття рішення призводить до неминучих катастрофічних наслідків. В цьому випадку на передній план виходить не проблема локалізації та ідентифікації несправностей, а сам факт її наявності, при цьому причина її появи ігнорується.

Проте, незважаючи на усі негаразди, процес керування посадкою ПС повинен здійснюватись виключно на основі високоточної та достовірної інформації. Для прийняття відповідних рішень, виникає потреба у розробці методів та пристроїв формування діагностичних ознак, що характеризують поточний стан кутотвірного каналу системи посадки ПС у реальному часі та порівняння отриманих ознак з основними показниками якості його функціонування. Розрізнена множина існуючих методів у цьому напрямку, дозволяє частково вирішувати задачі виявлення, локалізації та ідентифікації несправностей з різних точок зору, але при цьому, строге наукове теоретичне обґрунтування досі залишається відсутнім. Зазначений стан речей породжує **протиріччя** між потребою у підвищенні точності, оперативності та достовірності діагностичної інформації стосовно радіотехнічних систем посадки ПС, забезпеченні їх ефективності, зокрема функціональної надійності, зменшенні часових, виробничих, фінансових витрат, з однієї сторони, та відсутністю теоретичних знань щодо принципів та закономірностей формування діагностичних ознак, що характеризують функціональні зв'язки з основними показниками якості функціонування таких систем, з іншої сторони. Для подолання існуючого протиріччя виникає необхідність в розробленні на системній основі нових та вдосконаленні відомих методів, пристроїв та алгоритмів формування сигналів-носіїв діагностичних ознак, які у поєднанні з використанням сучасних інформаційних технологій здатні забезпечити регламентовані показники точності, надійності та ефективності радіонавігаційного обладнання посадкових систем за умови дії широкого спектру несправностей, що створює актуальну **науково-технічну проблему**.

В представленій дисертаційній роботі ця науково-технічна проблема вирішується в рамках запропонованої науково обґрунтованої концепції, згідно якої

переважна більшість прикладних задач синтезу пристроїв та алгоритмів формування сигналів–носіїв діагностичних ознак може бути розв'язаною за допомогою спеціальних методів обробки сигналів, орієнтованих на кількісні математичні моделі досліджуваних систем. Причому, основна увага зосереджена не стільки на добре досліджених пристроях відновлення Калмана та О'Рейлі–Луенбергера, скільки на їх реконструкції у відповідності до вельми специфічних задач функціональної діагностики динамічних систем реального часу. Розв'язок такої науково-прикладної проблеми дозволить зменшити часові, виробничі, фінансові витрати, покращити техніко-економічні та екологічні показники посадкових систем, а також уникати катастрофічних наслідків у разі появи екстремальних умов експлуатації.

Вищезгаданий напрямок активно розвивається уже майже четверть століття завдяки постійно зростаючому попиту сучасного суспільства на високонадійні технічні системи, що задовольняють вимогам безпеки експлуатації, зокрема екологічної. Окремі, розрізненні дослідження з цієї тематики уже сформувалися у загально визнаний науковий напрямок, зародилася нова філософія та методологія, проте дискусії з цього приводу тривають ще донині, як у академічному середовищі, так і в промислових колах. З метою заощадження величезних витрат на виробництві та недопущенню катастрофічних наслідків аварій типу Чорнобильської та Фукусіма уряди промислово розвинених країн та багато приватних компаній щедро фінансують пошукові роботи з цього напрямку. На тлі сприятливого інвестиційного клімату, почасти стихійно, а почасти і цілеспрямовано утворилася значна кількість дослідницьких центрів та наукових шкіл. На думку автора, найбільш відомими з них є: наукові школи професорів Р.М. Frank і Х. Ding (Технічний університет, м. Дуйсбург, ФРН); у Великобританії та за її межами широко відомі роботи одного із фундаторів функціональної діагностики R. J. Patton та його учнів (Технічний університет, Східний Йоркшир); у США даний напрямок представлений, насамперед, результатами робіт дослідницької групи при Массачусетському Технологічному Інституті у складі професорів А. S. Willsky, R.V. Beard, Н. L. Jones, а також роботами професора R.N. Clark (Університет, шт. Вашингтона, Си-

этл); французька наукова школа представлена роботами професорів М. Basseville та А. Benvensite; в Україні даний напрямок переважно розвивається завдяки роботам викладачів університетів авіаційного профілю, зокрема, професорів Азарскова В. М., Корніл'єва Є. А., Машкова О. А., Кулика А.С., Жук С.Я. (КПІ); у Вінницькому національному технічному університеті цей напрямок представлений циклом робіт [11], виконаних під керівництвом проф. Кичака В. М. Одним з найважливіших показників актуальності та перспективності обраного наукового напрямку є число доповідей та публікацій, зроблених на спеціальних сесіях авторитетних міжнародних конференцій. Щодо цього показові регулярні сесії конгресів IFAC SAFEPROCESS по безпеці промислових процесів, які проводяться один раз у три роки: Мюнхен (1987), Таллін (1990), Сідней(1993), Сан-Франсиско (1996), Пекін (1999, 2006), позачергова сесія у Будапешті (2000), Барселона (2009), Мехіко (2012), Париж (2015), Тулуза (2017). Окрім того, у цій сфері спостерігається ріст активності ще й на інших, не менш важливих, конференціях, таких як IEEE (Conference on Decision and Control), ACC (American Conference Control), а також на конференціях з питань нейронних мереж, нечітких множин та штучного інтелекту. Усе це підтверджує правильність обраного наукового напрямку, його актуальність та перспективність.

Науково-технічна проблема, яка вирішується в дисертаційній роботі, полягає у необхідності розроблення на системній основі нових та вдосконаленні відомих методів, пристроїв та алгоритмів формування сигналів–носіїв діагностичних ознак, які у поєднанні з використанням сучасних інформаційних технологій здатні забезпечити регламентовані показники точності, надійності та ефективності радіонавігаційного обладнання посадкових систем за умови дії широкого спектру несправностей.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційні дослідження виконувались у відповідності до наукового напрямку кафедри інфокомунікаційних систем і технологій та кафедри інформаційних радіоелектронних технологій і систем Вінницького національного технічного університету, в межах низки держбюджетних науково-дослідних тем: 45-Д-361 «Розробка інформацій-

них пристроїв і засобів оцінювання джитеру на базі принципів нечіткого іммітанса та цифрового оброблення сигналів» (2014-2015 р.р.), №0114U003463; 45-Д-377 «Розробка методів і пристроїв первинного цифрового оброблення високочастотних сигналів для систем радіоелектронної боротьби» (2016-2017р.), №0116U004710; 32-Д-386 «Розроблення теоретичних засад, методів і приладів вимірювання та контролю газового середовища на військових та цивільних об'єктах». (2017-2018р.р.), №0117U000573; 45-Д-396 «Методи та засоби цифрового оброблення радіосигналів для систем безпеки та моніторингу» (2019-2021р.р.), № 0119U000296; 32-Д-395 «Розроблення та дослідження радіовимірювальних частотних параметричних мікроелектронних приладів фізичних величин для військових та цивільних об'єктів», (2019-2021р.). № 0119U000895; 32-Д-400 «Методи та пристрої формування й оброблення хаотичних сигналів, контролю доступу та позиціонування у робото-технічних та інфокомунікаційних системах» (2021-2022р.). № 0121U109722.

Мета і завдання досліджень. Мета роботи направлена на підвищення ефективності засобів функціональної діагностики радіотехнічних систем за рахунок розробки та реалізації високоточних, оперативно динамічних модельно-орієнтованих методів обробки інформаційних сигналів на системній основі з використанням сучасних ІТ- технологій, які у поєднанні з комплексом додаткових заходів здатні гарантувати регламентовані показники надійності, точності та стійкості радіонавігаційного обладнання посадкової системи до широкого класу можливих порушень працездатності.

Для досягнення поставленої мети в межах дисертаційних досліджень необхідно розв'язати таку низку завдань:

1. Виконати аналіз літературних джерел, за результатами якого у поєднанні з результатами власних досліджень висунути та обґрунтувати робочу гіпотезу, де переважну більшість прикладних задач функціональної діагностики лінійних динамічних систем реального часу можна розв'язувати залишаючись у межах концепції модельно-орієнтованих відновників, що використовують математичні мо-

делі кількісного типу, при цьому, інші методи цього класу є лише окремими випадками цієї концепції.

2. Сформувати науковий підхід, що дозволив би у межах висунутої робочої гіпотези зосередитись не стільки на добре досліджених фільтрах Калмана та функціональних відновниках О'Рейлі-Луенбергера, скільки на їх реконфігурації, використовуючи останні, у якості основного інструментарію для дослідження таких специфічних задач, як виявлення, локалізація та ідентифікація несправностей у лінійних динамічних системах реального часу.

3. Запропонувати та обґрунтувати математичну модель сенсорної підсистеми, яка на відміну від загальновідомих, була б здатна зберігати працездатність у розширеному діапазоні співвідношень сигнал/шум у стандартному фільтрі Калмана та гарантувати опис результатів спостережень різної точності включно з аномальними.

4. У межах запропонованої моделі різноточного каналу спостережень розробити методи синтезу пристроїв оцінювання вектора стану досліджуваної системи з різним ступенем складності та ефективності, характерною ознакою яких є стійкість до дії аномальних викидів у окремих результатах спостережень.

5. Розробити методологію отримання робастних оцінок вектора стану за умови дії аномальних похибок у каналі спостережень, заснованих на принципах структурних або (та) алгоритмічних спрощень оптимального пристрою. У разі наявності апріорної невизначеності щодо ймовірностей появи аномальних похибок у каналі спостережень розробити адаптивний варіант побудови пристрою оцінювання вектора стану об'єкту контролю.

6. На прикладі системи посадки сантиметрового діапазону методом напівнатурних стендових випробовувань перевірити коректність теоретичних припущень щодо ймовірностей втрати працездатності підсистеми спостережень за умови дії низки дестабілізуючих факторів у фазовому каналі радіоприймального тракту.

7. Дослідити та з'ясувати сутність протиріччя безпосереднього застосування концепції розщеплення Фрідланда до розширеного фільтра Калмана, у якому не-

справності у підсистемах регулятора представлені математичною моделлю стохастичного процесу довільного порядку та окреслити шляхи його подолання.

8. Розробити науково аргументовану методику синтезу відновників діагностичного типу, яка опирається на результати аналізу існуючих методів обробки інформації у системах САПР та на результатах власних досліджень пошукового характеру.

9. Запропонувати науково обґрунтовану методику виконання стендових напівнатурних випробовувань у поєднанні з результатами обчислювального експерименту за методом Монте–Карло.

10. У межах виконання обчислювального експерименту розробити низку пакетів приладних програм, реалізація яких дозволить підтвердити або доповнити коректність теоретичних висновків отриманих у дисертаційній роботі.

11. Розробити метод синтезу діагностичного відновника стохастичного типу, оптимальність якого гарантується доведенням низки теорем.

12. Розробити модифікований варіант побудови рекурсивного фільтра зв'язаних найменших квадратів, у якому процедура апіорного завдання початкових умов замінена ідентифікатором початкового стану, а якість процесу фільтрації пропонується оцінювати матрицею відновлення. У підсумку така заміна сприятиме зменшенню числа невдач при спробах переведення фільтра у режим стеження.

13. Залишаючись у межах геометричного підходу дослідити процедуру роз'єднання множинних несправностей, що діють у підсистемі «об'єкт – регулятор» стаціонарної дискретної динамічної системи, та можливості їх ідентифікації за умови відсутності будь-яких апіорних даних щодо структури вищезгаданих несправностей. З'ясувати умови існування такого роз'єднання, оцінити якісні показники процесу роздільної фільтрації.

14. Виконати аналіз існуючих методів розщеплення розширеного фільтра Калмана, результати якого б дозволили виявити та з'ясувати сутність протиріччя між локальною оптимальністю цих структур та умовами збіжності отриманих підсумкових оцінок в залежності від ступеню жорсткості уведених обмежень та окреслити найбільш ймовірні шляхи їх подолання.

15. Розробити низку пристроїв фільтрації різного ступеня захищеності відносно аномальних похибок у каналі спостережень в залежності від кількості та якості доступної апріорної інформації, які мають практичну значимість у розрізі гарантування регламентованих показників надійності, точності та стійкості радіонавігаційного обладнання посадкової системи сантиметрового діапазону.

16. Розробити низку пристроїв відновлення діагностичного типу спроможних виконувати задачі функціональної діагностики на фоні збурень різноманітної природи, що мають практичну направленість стосовно їх застосування у радіотехнічних, радіонавігаційних системах та здатних до одночасного виявлення порушень працездатності, як у підсистемі об'єкту контролю так і у каналі спостережень.

У будь-якому випадку, розроблювальні методи забезпечення функціональної стійкості об'єкта контролю до можливих порушень працездатності повинні бути спроможними, у тій чи іншій мірі, вирішувати такі *основні задачі* згідно цільового призначення: спроможність виявляти та локалізувати несправності у сенсорній системі, підсистемах регулятора та складових частинах об'єкта контролю; врівень з раптовими виявляти та локалізувати несправності на стадії зародження; забезпечувати компенсацію збурень, обумовлених похибками моделювання, лінеаризації, штучного заниження порядку моделі, відхиленню параметрів від номінальних значень у окремих підсистемах об'єкта контролю; здійснювати фільтрацію шумів у контрольованій системі; спроможність виявляти та локалізувати, як адитивні так і мультиплікативні несправності; у певний спосіб обробляти неодноразові несправності; урахувувати вплив нелінійних ефектів у контрольованій системі; спроможність до адаптації з використанням елементів самоорганізації або самонавчання при відсутності достатнього обсягу апріорної інформації; допускати можливість економії обчислювальних ресурсів за рахунок пониження складності та точності до практично прийняттого рівня.

Об'єктом досліджень є процеси перетворення інформативних сигналів у каналах призначених для спостережень за станом радіотехнічних систем при умові їх різнотипності та дії супутніх неконтрольованих збурень у вигляді похибок

моделювання, лінеаризації нелінійних залежностей, штучного заниження порядку моделей, впливу ХП великої потужності, зовнішнього середовища та то що.

Предметом досліджень є спеціальні методи обробки інформативних сигналів, які орієнтовані на використання кількісних математичних моделей об'єктів контролю та сприяють підвищенню точності, інформаційної достовірності, надійності оцінок стану радіотехнічних систем з метою гарантування регламентованих показників експлуатаційної безпеки.

Методи досліджень. У процесі виконання поставлених задач планується здійснювати опис динамічних процесів (систем) у термінах простору станів з використанням елементів векторно-матричної алгебри, основних положень теорії статистичних рішень, базових понять теорії функціональних відновників О'Рейлі та Луенбергера, теорії оптимальної дискретної фільтрації за Калманом. У разі ап'ріорної невизначеності щодо структури несправностей та супутніх збурень оптимізацію процесу оцінювання передбачається виконувати методом зважених найменших квадратів або з використанням елементів варіаційного числення, зокрема, методу векторних множників Лагранжа. У експериментальній частині планується використання аналітичних можливостей напівнатурного та статистичного моделювання за методом Монте-Карло.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у подальшому розвитку теоретичних засад побудови математичних моделей динамічних систем з супутніми несправностями та методів синтезу пристроїв обробки інформативних сигналів у радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю. У ході виконання дисертаційної роботи отримано такі результати, що визначають наукову новизну дисертаційної роботи:

1. Вперше запропонована науково обґрунтована концепція синтезу пристроїв виявлення несправностей, їх локалізації та ідентифікації у лінійних динамічних системах, згідно якої переважна більшість прикладних задач такого типу може бути успішно розв'язаною у межах теорій модельно-орієнтованих відновників О'Рейлі–Луенбергера та фільтра Калмана, що опираються на математичні моделі кількісного типу, при цьому інші відомі модельно-орієнтовані методи є окремими

випадками цієї концепції, а існуючі альтернативні методи, як правило, не використовують вищезазначені моделі у якості джерела додаткової апріорної інформації.

2. Вперше запропонований науково обґрунтований підхід, згідно якого основну увагу слід зосередити не стільки на добре досліджених фільтрах Калмана та пристроях відновлення О'Рейлі–Луенбергера, скільки на їх реконструкції у відповідності до вельми специфічних задач функціональної діагностики лінійних динамічних систем реального часу, що дозволяє:

- з єдиних системних позицій розглядати, як детермінований так і стохастичний варіанти постановки задачі виявлення несправностей, їх локалізацію та ідентифікацію у динамічних системах, що працюють у неперервному або дискретному часі;

- досягати високої оперативності без потреби встановлення додаткового обладнання, що виключає появу додаткових джерел несправностей;

- використовувати всебічно розвинений апарат матричної алгебри, доповнений високо ефективними та загально доступними пакетами прикладних програм.

3. Вперше запропонована строго аргументована математична модель сенсорної підсистеми, яка на відміну від відомих, здатна зберігати працездатність у широкому діапазоні співвідношень сигнал/шум у стандартному фільтрі Калмана, та не виключає появу спостережень різної точності включно з аномальними.

4. Подальшого розвитку набули основи теорії синтезу пристроїв відновлення вектору стану лінійних динамічних систем, інваріантних щодо дії несправностей у каналі спостережень, що передбачає можливість отримання, у межах байєсової методології, оптимального пристрою відновлення повного порядку у вигляді паралельно діючої структури з N модельно-умовних фільтрів Калмана, використання якої дозволяє, на відміну від відомого стандартного фільтра Калмана, більш ніж на порядок послаблювати вплив аномальних похибок на результуючу точність оцінювання за умови помірного зростання обчислювальних витрат. З метою подолання апріорної невизначеності щодо ймовірностей появи аномальних похибок у каналі спостережень запропонований адаптивний варіант побудови

пристрою оцінювання псевдобайєсового типу, визначені межі його застосування, надані оцінки ефективності та супутніх обчислювальних витрат.

5. Подальшого розвитку дістали методи синтезу квазіоптимальних фільтрів робастного типу, у яких ступінь захищеності від дії аномальних похибок залежить від кількості та якості доступної апріорної інформації, а реалізація відбувається шляхом структурних або(та) алгоритмічних спрощень. Зокрема, у межах розробленого наукового підходу запропоновано:

5.1. Метод синтезу робастного фільтра, у якому завдяки структурним спрощенням та уведенню блоку корегування матричного коефіцієнта передачі з'являється можливість у випадку появи несправностей у сенсорній підсистемі переводити його у режим екстраполяції, не використовуючи при цьому малодостовірні результати спостережень, а у випадку відсутності несправностей здійснити перехід у режим роботи звичайного фільтра Калмана. При цьому досягається майже двократна економія обчислювального ресурсу за рахунок незначного погіршення точності порівняно з оцінками псевдобайєсового типу.

5.2. Метод синтезу робастного фільтра підвищеної швидкодії, у якому процедура обчислень апостеріорної ймовірності справного стану каналу спостережень замінена селекторною схемою, що працює за правилами бінарної логіки. Це виключає появу запізнь при формуванні сигналу керування матричним коефіцієнтом передачі, що актуально для об'єктів зі швидкою динамікою та великою частотою оновлення результатів спостережень. При цьому за рахунок вилучення складних розрахунків апостеріорних ймовірностей досягається значна економія обчислювальних витрат, яка супроводжується частковою втратою точності оцінювання порівняно з оцінками псевдобайєсового типу, що є припустимим для низки практичних впроваджень.

5.3. Метод синтезу робастного пристрою оцінювання лінійного типу, структура якого базується на розрахунках коваріаційної матриці похибок фільтрації тільки на основі апріорних даних, що було досягнуто шляхом вилучення блоків обчислення апостеріорних ймовірностей та їх заміни апріорно відомими величинами з використанням лінійної залежності поточних оцінок від результатів

спостережень. Результатом уведених спрощень стало максимальне спрощення алгоритму з точки зору обчислювальних витрат зі збереженням мінімальних функціональних можливостей протидії несправностям у каналі спостережень.

6. Вперше запропонована науково обґрунтована методологія синтезу умовно–оптимального розщепленого фільтра Фрідланда, виходи якого еквівалентні виходам розширеного фільтра Калмана за умови дотримання певних обмежень. Зазначена методологія ґрунтується на приведенні коваріаційних матриць похибок фільтрації та екстраполяції розширеного фільтра Калмана до діагонального виду шляхом застосування двох матричних ортогональних перетворень спеціального типу, що дозволило встановити взаємозв'язок між ваговими коефіцієнтами, на основі яких будується підсумкова оцінка вектора стану. На відміну від відомих, приведена методологія відрізняється відмовою від принципу автономності складових розщепленого фільтра та охоплені їх системою перехресних зв'язків, уведенням у блок екстраполяції основного фільтра додаткового корегувального входу, що скеровується виходом окремого фільтра, виключно орієнтованого на оцінку несправностей та уведенням одноканального зсуву часових шкал для розщеплених фільтрів.

7. Вперше, у межах розробленої методології, запропоновано метод синтезу локально – оптимального трьох каскадного фільтра розщепленого типу, який на відміну від відомих, дозволяє враховувати появу несправностей та збурень не тільки у підсистемі «об'єкт-регулятор», а і у підсистемі спостережень, що забезпечує можливість одночасно і роздільно оцінювати як вектор стану системи, так і вектори присутніх у системі несправностей та збурень.

8. Вперше, у межах розробленої методології, запропоновано метод синтезу системи розщеплених фільтрів робастного типу, який базується на припущенні, повної відсутності ймовірнісного опису системних несправностей і збурень та їх представленні довільними функціями часу, що дозволило подолати такі перепони на шляху практичної реалізації розробленого алгоритму, як надмірна складність та великий об'єм необхідної апріорної інформації. На відміну від відомих, запропонований метод передбачає заміну корегувальних входів у екстраполяторах фі-

льтрів для роздільного оцінювання векторів стану та несправностей підсумковими оцінками, отриманими з попереднього обчислювального циклу та застосуванням у процедурах обчислення коваріаційних матриць похибок оцінювання векторів несправностей та збурень апарату псевдо інверсій Мура–Пенроуза, оскільки за рахунок уведених структурних спрощень коваріаційні матриці відповідних різницевих сигналів стали виродженими.

9. Вперше запропоновано метод отримання сукупно ефективних оцінок вектору стану та несправностей за наявності збурень з невизначеною структурою за критерієм, який гарантує відсутність зсуву у похибках оцінювання та мінімум сліду їх коваріаційних матриць, де на відміну від відомих результатів передбачається, що несправності одночасно впливають як на стан системи, так і на вихідні змінні, а збурення лише на змінні стану та не виключаються випадки, коли матриця розподілу несправностей може бути матрицею довільного рангу.

10. Подальшого розвитку набув метод виявлення множинних несправностей у підсистемах об'єкта контролю та їх роздільного оцінювання у межах геометричного підходу, який відрізняється від відомих запровадженням процедури примусової класифікації за допомогою спеціально утвореного індексу виявлення несправностей, функціонально зв'язаного з сигнатурою несправностей та розщепленням фільтраційного процесу на рівні різницевих сигналів з використанням двох апріорно заданих послідовностей, результатом чого є утворення модифікованого фільтра Калмана, який одночасно оцінює вектор стану системи, вектор прогнозованих на крок уперед спостережень та розмір виявлених несправностей. У підсумку це призводить до зменшення розмірності розв'язуваної задачі та економії обчислювальних ресурсів.

11. Подальшого розвитку набув метод сукупного виявлення та ідентифікації раптових змін у окремих складових вектора стану лінійної дискретної системи, у якому на відміну від відомих результатів, невідомими величинами є час появи несправності та її інтенсивність. До складу синтезованої структури входять система первинної обробки, що містить фільтр Калмана налаштований на режим роботи без несправностей та система вторинної обробки зі схемою виявлення несправно-

стей на основі статистичного тесту узагальненого відношення правдоподібності, який використовує оцінки невідомих параметрів за критерієм максимуму правдоподібності.

12. Запропоновано альтернативний метод виводу рівнянь для фільтра Калмана з статистично-невизначеними входами, який на відміну від відомих методів не опирається на теорему про ортогональну проекцію, а базується на означенні функціонального відновника у формі О'Рейлі – Луенбергера, що дає можливість відносно просто контролювати збіжність процесу фільтрації та його оптимальність.

Практичне значення одержаних результатів. Основні, практично значимі, результати дисертаційної роботи отримані на базі проведених теоретичних та експериментальних досліджень. Вони одержані за рахунок розвитку методології синтезу та реалізації високоточних динамічно оперативних модельно-орієнтованих методів обробки сигналів на системній основі з використанням сучасних ІТ-технологій і спрямовані на підвищення ефективності засобів функціонального захисту радіотехнічних пристроїв з заданими показниками надійності, точності та стійкості до широкого класу порушень працездатності радіоелектронного обладнання посадкової системи сантиметрового діапазону. У межах запропонованого наукового підходу з урахуванням особливостей розроблених методів, моделей, пристроїв та реалізованих алгоритмів оцінювання отримані наступні практично значимі результати:

1. Для випадку коли злітно-посадкова смуга допускає двосторонню посадку повітряних суден у межах регламентованих норм запропоновано спосіб розгортання кутового обладнання на місцевості, що не погіршує тактико-технічні характеристики посадкової системи і в той же час сприяє майже двократному розвантаженню диспетчерської служби аеропорту від надлишкової інформації, що висвітлюється на екранах індикаторних пристроїв. Це дозволяє уникати грубих помилок за рахунок людського фактору та підвищує оперативність реагування обслуговуючого персоналу на випадок появи нештатних ситуацій. Новизна запропонованого способу захищена патентом України.

2. Доопрацьовані математичні моделі динаміки ПС, які на відміну від відомих результатів враховують наявність несправностей у окремих підсистемах системи керування польотом, а не тільки особливості польоту на окремих ділянках посадкової траєкторії. На основі запропонованих моделей розроблений пакет програм для статистичного моделювання, який дозволяє виконувати порівняльний аналіз синтезованих пристроїв оцінювання за критерієм точність-достовірність-обчислювальна ефективність та ранжувати їх за вибраними ознаками у певному ієрархічному порядку.

3. Для ділянки планування ПС розроблено оптимальний пристрій оцінювання повного порядку з підвищеним ступенем захисту від аномальних похибок у каналі спостережень. Пристрій являє собою паралельно діючу структуру у вигляді банку зважених модельно-умовних оцінок, сформованих відповідними фільтрами Калмана. У якості вагових множників виступають апостеріорні ймовірності конкуруючих гіпотез. Показано, що для практичних потреб достатньо обмежитись 3–5 базовими гіпотезами. Процедура формування зважених псевдобайєсових оцінок забезпечила найкращі показники якості з точки зору захисту від впливу аномалій у каналі спостережень, а виграш у точності оцінювання висоти порівняно з стандартним фільтром Калмана складає близько двох порядків у перехідному режимі і до 10–25 разів в усталеному. Проте, досягнуті показники потребують обчислювальних витрат, що у 2,3–2,5 рази перевищують витрати стандартного фільтра Калмана.

4. З метою подолання апріорної невизначеності щодо ймовірностей появу аномальних похибок у каналі спостережень запропонована адаптивна схема формування оцінок висоти, показники точності якої, по закінченні фази самонавчання, майже співпадають з точністю оптимальної процедури. Визначено, що практична реалізація адаптивної схеми оцінювання потребує значних обчислювальних ресурсів. Окрім того, за результатами обчислювального експерименту встановлено, що через повільність процесу подолання апріорної невизначеності стосовно ймовірностей аномальних похибок, адаптивну процедуру фільтрації доцільно застосовувати у тих випадках, коли динаміка системи є значно повільнішою за ди-

наміку зміни параметрів інформаційних сигналів, а частота оновлення результатів спостережень відносно невисока.

5. Розроблено робастний фільтр структурно-укороченого типу, у якому блок корегування матричного коефіцієнта передачі поєднаний зі схемами обчислення апостеріорних ймовірностей конкуруючих гіпотез. За відсутності аномалій синтезований фільтр вироджується у звичайний фільтр Калмана, а у разі їх появи фільтр переходить у режим екстраполяції без використання результатів аномальних спостережень. За певних умов фільтр здатен забезпечити показники точності оцінювання, що на 30–50% поступають оптимальним значенням показників точності зваженої псевдобайєсової структури. Однак по відношенню до фільтра Калмана діапазон виграшу у точності у перехідному режимі сягає від 20 до 70 разів, а в усталеному режимі – до 20 разів. Даний фільтр може бути рекомендованим у якості простого та ефективного засобу захисту підсистеми спостережень від широкого класу порушень працездатності, оскільки його обчислювальні витрати лише на 15-20 % перевищують витрати стандартного фільтра Калмана.

6. Розроблено алгоритмічно спрощений фільтр підвищеної швидкодії з підвищеним ступенем захисту від аномальних похибок у каналі спостереження, де процедура обчислень апостеріорної ймовірності замінена селекторною схемою, що працює за правилами бінарної логіки, а ширину селекторного імпульсу рекомендовано вибирати з ряду $\Sigma_1(k/k-1)$; $2\Sigma_1(k/k-1)$; $3\Sigma_1(k/k-1)$, визначено найбільш раціональний варіант $2\Sigma_1(k/k-1)$, який забезпечує показники точністю майже у 10 -15 разів кращі за показники стандартного фільтра Калмана але поступається оптимальним значенням що найменше у 4 рази у перехідному та у 1.5–2 рази в усталеному режимах роботи.

7. Запропоновано робастний пристрій оцінювання лінійного типу, який надає мінімальні можливості захисту від впливу аномалій лише у тій частині фільтраційного процесу, яка узгоджена з наявними апріорними даними. Даний фільтр, у кращому випадку, може забезпечити виграш у точності порівняно з фільтром Калмана у межах від 2 до 2, 5 разів за винятком перехідного режиму роботи, де програш у точності досягає до 1.5–2 раз за рахунок наявності динамічних похи-

бок. Робастний фільтр лінійного типу за умови обчислення матричного коефіцієнта передачі на основі доступних апріорних даних реалізується гранично просто – шляхом використання лише одного рівняння для поточної оцінки, і таким чином в обчислювальному сенсі є найбільш економічним.

8. Доопрацьована номінальна модель динаміки 4- порядку, яка апроксимує короткоперіодичну складову поздовжнього руху ПС на завершальному етапі посадкового маневру – вирівнюванні таким чином, щоб усі змінні вектора стану допускали можливість безпосереднього спостереження. Для цього у якості складових вектора стану були вибраними: висота ПС, швидкість її зміни, кут тангажу та швидкість зміни кута тангажу. Такий варіант вибору вектора стану обумовлений тим, що на етапі вирівнювання посадка ПС здійснюється лише за допомогою автономного обладнання наприклад, радіовисотомірів та гіросенсорів. У підсумку це дозволило адаптувати номінальну модель до специфічних особливостей процесу вирівнювання за наявності несправностей та збурень і сприяло зростанню точності процесу ідентифікації несправностей у підсистемах керування польотом ПС.

9. У межах доопрацьованих моделей та розроблених методів на етапі вирівнювання ПС синтезовано модифікований фільтр Калмана з невизначеними входами та модифікований локально-оптимальний фільтр Фрідланда. Дослідження їх властивостей подано на фоні порівняння з результатами, отриманими від стандартного фільтра Калмана. Основні практично значимі результати зводиться до наступного:

9.1. Результати моделювання роботи стандартного фільтра Калмана показали його неспроможність усунути залежність отриманих оцінок від впливу несправностей. Наслідком є розбіжність процесу фільтрації та неможливість розрізнення сигналу несправності на фоні шумів. У даному випадку фактична висота не відстежується, а отримана на момент закінчення моделювання похибка по висоті у 5 метрів може бути причиною зсуву точки дотику до ЗПС відносно розрахункового положення вправо приблизно на 250–300 м, що може породжувати нештатну ситуацію у посадковому процесі.

9.2. Результати моделювання модифікованого фільтра Калмана з невизначеними входами показали, що оцінки висоти прямують до її фактичного значення лише у асимптотичному розумінні. У цілому зазначений фільтр адекватно віддзеркалює фактичну зміну висоти, за винятком перехідного процесу з величиною похибки приблизно 1–1,5 м. По мірі збіжності процесу оцінювання екіпаж ПС отримує об'єктивну оцінку фактичної висоти і здатен виконати корегувальні дії з метою дотримання регламентованої траєкторії зниження.

9.3. Результати моделювання модифікованого фільтра за топологією Фрідланда ілюструють реалізацію роздільних властивостей у повній мірі та його локальну оптимальність у межах дії уведених обмежень, дотримуватися яких з практичної точки зору значно простіше на відміну від обмежень, запропонованих у раніше відомих роботах. Проте досягнення локально-оптимальних показників оцінювання потребує наявності високоякісної моделі системи та додаткової апріорної інформації щодо супутніх збурень та несправностей.

10. В межах розроблених методів з метою подолання відсутності апріорної інформації щодо супутніх збурень та несправностей запропоновано два різновиди робастних пристроїв оцінювання, заснованих на концепціях Фрідланда та Кітанідіса. Уведення таких пристроїв дозволить роздільно оцінювати несправності та складові вектора стану у вигляді висоти ПС, кута тангажу та швидкості їх зміни для випадку сукупної дії несправностей та збурень, як у каналі спостережень, так і у підсистемі «об'єкт–регулятор». Практично значимі результати полягають у наступному:

10.1. Варіант з використанням модифікованого фільтра Фрідланда передбачав стандартну структуру каналу спостережень та розширену модель динаміки підсистеми «об'єкт–регулятор». Синтезована структура, за умови відсутності апріорної інформації щодо структури діючих несправностей та збурень, задовільно апроксимує, у певному розумінні, розширений фільтр Калмана. Результуючі оцінки у межах прийнятної точності збігаються з фактичними значеннями оцінюваних параметрів.

10.2. Варіант побудови робастного фільтра, функціональне ядро якого складає модифікований фільтр Кітанідіса, передбачав застосування обох моделей розширеного типу. В даному випадку несправності одночасно впливають, як на стан системи, так і на вихідні змінні, а збурення – лише на змінні стану. Результати моделювання показали, що усі зміни, обумовлені дестабілізуючими факторами у підсистемі «об'єкт – регулятор» відстежуються оперативнo з точністю, прийнятною для практичних впроваджень. Проте, оцінки параметрів вектору стану, отримані на основі методу зважених найменших квадратів, поступаються у точності оцінкам модифікованого фільтра Фрідланда. Однак цей недолік частково компенсується підвищенням точності оцінювання несправностей за рахунок додаткової інформації, що надходить з каналу спостережень згідно його розширеної математичної моделі.

11. Поєднання результатів стендових напівнатурних випробовувань з результатами статистичного моделювання та використанням номограм вигравшів у точності оцінювання за наявності несправностей, як у каналі спостережень так і у підсистемі «об'єкт–регулятор», дозволяє надавати у руки проектувальника науково обґрунтований набір алгоритмів високонадійної фільтрації з урахуванням конкретних вимог для кожного, окремо взятого випадку.

Реалізація та впровадження результатів роботи. Отримані в дисертаційній роботі наукові та практичні результати можуть знайти подальше застосування у зв'язку з тим що:

1. Проблема функціонального захисту радіоелектронних та телекомунікаційних систем від можливих порушень працездатності носить комплексно системний характер і актуальна на усіх етапах життєвого циклу системи від її проектування до утилізації. Результати виконаних досліджень представлені у формалізованій та добре структурованій формі, зручній для реалізації засобами обчислювальної техніки у вигляді відповідних програмно-орієнтованих пакетів. Тому вони можуть знайти попит у проектних організаціях, конструкторських бюро, науководослідних інституціях пов'язаних с розробкою зразків нової високонадійної техніки на основі використання САПР. Це дозволяє зосередитись виключно на твор-

чій евристичній діяльності, звільнивши при цьому проєктувальників від рутинної обчислювальної роботи.

2. Оскільки нова філософія проєктування відмовостійких технічних систем потребує відповідної кваліфікації кадрів, то логічно що до наступної категорії споживачів результатів досліджень слід віднести інститути підвищення кваліфікації, перепідготовки інженерно-технічних кадрів та особливо заклади вищої освіти. Особливість статусу вищої освіти мотивована тим, що на думку провідних топ-менеджерів та психологів, молоді люди, на відміну від фахівців старшого покоління, обтяжених знаннями минулих років, які з позицій сьогодення, можуть бути, почасти навіть, консервативними, полегшено і краще сприймають новітні ідеї та інноваційні технології.

3. До третьої категорії споживачів наукового продукту слід віднести підприємства та організації, що займаються капітальним ремонтом технічних засобів та поточною профілактикою несправностей в режимі off-line. Саме такий режим роботи сприяє поєднанню аналітичних та евристичних методів здобування діагностичної інформації у складі комплексної інтегрованої діагностичної системи. Ця інформація може оброблятися у процесі формування різницевого сигналу або здобуватися за подальшої обробки, результати якої надходять у систему вищого ієрархічного рівня для формування остаточної оцінки з метою розпізнавання образів несправностей. У останньому випадку не виключена потреба у певній кількості знань експертного характеру. Усе це може бути оформлене у вигляді відповідного набору – банку різнотипних моделей для відповідних ієрархічних рівнів. У підсумку покращується якість діагностичного процесу, його достовірність та оперативність, і певною мірою вирішуються фінансові та економічні аспекти проблеми відмовостійкості.

Наукові та практичні результати проведених досліджень використані у навчальному процесі Вінницького національного технічного університету, зокрема для студентів спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка» в курсі лекцій з дисциплін: «Основи статистичної радіотехніки», «Методи цифрового оброблення інформації», «Сучасні інформаційні технології в телекомунікаціях та радіотех-

ніці», «Сигнали та процеси в радіотехніці», «Цифрові пристрої в телекомунікаційних та радіотехнічних системах», «Аналогова та цифрова обробка сигналів», «Конструювання та технологія телекомунікаційних та РТ систем», а також при виконанні курсових, бакалаврських і магістерських дипломних робіт студентами спеціальності 172 – телекомунікації та радіотехніка та відображені у низці навчальних посібників, а також у держбюджетних науково-дослідних роботах з 2014 по 2022 рік.

Основні результати дисертаційної роботи використано і впроваджено з метою підвищення ефективності засобів функціональної діагностики радіотехнічних та радіоелектронних систем різноманітного призначення: для задач діагностики технічного стану та обробки даних результатів контрольних вимірювань технічних параметрів інструментальної системи посадки та комплексної радіонавігаційної системи VOR/DME, що знаходяться на об'єктах ДП «Украерорух», «Аеропорт Вінниця»; в задачах діагностики технічного стану радіоелектронних пристроїв, авіаційних контрольно-вимірювальних приладів та їх відновлювального ремонту – Відділ метрологічного забезпечення авіації об'єднаного центру метрологічного забезпечення Збройних Сил України; у напрямках технічної експлуатації радіолокаційних та радіонавігаційних систем ближньої навігації – Державне підприємство «Новатор», що підтверджено відповідними актами впровадження.

Достовірність основних теоретичних положень і висновків підтверджена задовільною збіжністю з результатами напівнатурного експерименту, а коректність системи припущень контролювалась у процесі статистичного моделювання за методом Монте-Карло.

Особистий внесок здобувача. Основні положення та переважна більшість результатів дисертаційної роботи одержані автором одноосібно. Частина з них викладено в одноосібних роботах [6, 16, 17, 18, 19, 32, 39, 40, 41, 43, 45, 46]. У роботах, опублікованих у співавторстві авторів, як правило, належали ініціатива та стратегія проведення досліджень за обраним напрямком, постановка задач та пошук шляхів їх розв'язання. У працях, що відображають основні результати дисертаційної роботи, які опубліковані у співавторстві, зі списку публікацій за темою

дисертації (додаток В) авторові належать: у роботах [25, 27, 28, 37] аналіз резервів підвищення точності і достовірності кутових вимірювань у радіо технічних засобах систем посадки повітряних суден, розроблення методів синтезу пристроїв фільтрації стійких до порушень працездатності радіотехнічних засобів та відповідних математичних моделей, основні експериментальні результати; [26] математичні аспекти синтезу цифрового вимірювального пристрою; [1, 10, 44] розробка методів синтезу стохастичних відновників діагностичного типу інваріантних до статистично неозначених входів; [2] розробка методу синтезу виявляючого фільтру у завданнях діагностики лінійних динамічних систем; [3] метод синтезу модифікованого фільтра Калмана стійкого до невизначених збурень, узагальнення результатів моделювання; [4] теоретичне обґрунтування методів локально-оптимального роздільного оцінювання для пристроїв функціональної діагностики; [7, 8, 9, 36] розробка методів синтезу пристроїв оцінювання результатів кутових вимірювань, експериментальна частина, оцінка ефективності запропонованих алгоритмів; [13] обґрунтування математичної моделі, синтезу пристроїв оцінювання різноточних кутових вимірювань; [11, 14, 35] методи апроксимації РФК, необхідні умови декомпозиції, результати моделювання; [12, 31] обґрунтування моделі спостережень для динамічної системи за наявності стрибкоподібних раптових несправностей, синтез пристрою виявлення несправностей та оцінки часу її виникнення; [15] аналіз методів підвищення точності джитера в стохастичних системах; [5] модель каналу спостережень при наявності різноточних результатів спостережень, синтез пристроїв псевдо байєсового оцінювання, методи синтезу робастних пристроїв оцінювання; [29, 30] синтез оптимальної передаточної функції фільтру, аналіз отриманих результатів; [33, 47] обґрунтування структури формувача залишкового різницевого сигналу; [34] розробка нелінійних методів апроксимації вольт-амперної характеристики; [38] алгоритм шумової фільтрації сигналу відео-конвертора; [42] розробка апаратної реалізації запропонованого алгоритму функції згортки; [48] алгоритмічна реалізація селектора цифрових даних; [49, 52] розробка математичних моделей радіосигналів, синтез алгоритму частотного аналізатора, програмна реалізація; [50] алгоритм комплексної оцінки енергетичної скла-

дової шуму; [51] програмна реалізація розробленої математичної моделі, аналіз достовірності результатів моделювання; [20] запропоновано спосіб розгортання обладнання посадкової системи на місцевості; [21, 22-24] експериментальне дослідження властивостей запропонованих сенсорів повітряного тиску та концентрації газу, статистична верифікація оцінювання стабільності отриманих результатів.

З наукових праць, опублікованих в співавторстві, у дисертаційному дослідженні використовуються лише ті положення, що є результатом особистої роботи автора.

Апробація результатів дисертації. Основні наукові результати і положення дисертації представлені, доповідались та обговорені на таких міжнародних науково-технічних конференціях: The Fourth International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics, UkrMiCo'2019 (Odessa, Ukraine 2019); 40th International Conference on Electronics and Nanotechnology, ELNANO, (Kyiv, Ukraine, 2020); 6th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems, CADSM, (Lviv, Ukraine, 2021); 14th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies, CSIT, (Lviv, Ukraine, 2019); 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering, TCSET. (Lviv-Slavske, Ukraine. 2020); Ukrainian Microwave Week, UkrMW, (Kharkiv, Ukraine, 2020); 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering, UKRCON, (Lviv, Ukraine, 2021); 8th International Conference on Problems of infocommunications, Science and Technology, PIC S and T (Kharkiv, Ukraine, 2021); 12th International Conference on Electronics and Information Technologies, ELIT (Lviv, Ukraine, 2021,); III МНПК «Проблеми інформатики та комп'ютерної техніки» ПКТ (Чернівці, Україна, 2014); МНТК «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах», ВОТТП (Одеса, Україна, 2014, 2015, 2018, 2020, 2021); МНПК «Практичне застосування нелінійних динамічних систем в інфокомунікаціях». м. Чернівці (Чернівці, Україна, 2017); Міжнародна науково-технічна конференції «Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи», РТПСАС (Київ, Україна, 2016, 2017, 2020); Міжнародна конференція «Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекому-

нікацій та приладобудування», СПРТП (Вінниця, Україна, 2017, 2019); International scientific and practical conference «Specialized and multi-disciplinary scientific researches», (Amsterdam, The Netherland, 2020); МНТК "Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки та наносистем", СПРН, (Вінниця, Україна, 2021)

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи висвітлено в 52 наукових працях серед яких: 6 статей у наукових фахових виданнях України та інших держав, які індексовані міжнародними наукометричними базами даних Scopus, та/або Web of Science (1 – без співавторів); 13 статей у журналах, що входять до переліку наукових фахових видань України (4 – без співавторів); 1 монографія, що опублікована за темою дослідження українською мовою; 1 публікація – розділи у монографіях, що опубліковані у закордонних виданнях; 26 матеріалів і тез доповідей на міжнародних та вітчизняних конференціях (7 – без співавторів), 5 патентів на корисну модель.

Структура та загальний обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, шести розділів, висновків по роботі, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації складає 464 сторінок, з яких основний зміст викладено на 340 сторінках друкованого тексту та в тому числі містить 91 рисунок і 10 таблиць. Список використаних джерел складається з 284 найменувань на 27 сторінках. Додатки у кількості 5 на 29 сторінках. Додатки містять довідниковий матеріал, часткові результати моделювання, акти впровадження результатів дисертаційної роботи, список праць автора за темою дисертації.

РОЗДІЛ 1

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА КРИТИЧНИЙ АНАЛІЗ БАЗОВИХ ПРИНЦИПІВ ПОБУДОВИ МОДЕЛЬНО-ОРІЄНТОВАНИХ СИСТЕМ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ДІАГНОСТИКИ

1.1 Опорні передумови, означення та термінологія

Як відомо, держава Україна, опираючись на природу ментальності своїх громадян [12], покинула пострадянський простір у складі СНД з чисто політичних мотивів, і з 1.01.2016 р. стандарти колишнього СРСР в Україні не правомірні, у тому числі й ГОСТ 13337–75 «Надежность в технике. Термины и определения». Проте, стандарти ЄС в Україні також не мають юридичної сили, оскільки будучи заручником геополітичних обставин, Україна не змогла стати повноправним членом Європейського Союзу і не вступила у систему колективної безпеки.

З урахуванням стратегічної мети України та у силу колізій, що створилися, найбільш доцільним кроком була б поступова адаптація національних стандартів до стандартів ЄС. Саме тому у даній роботі автор дотримується загальноприйнятої термінології та позначень, заснованих на рекомендаціях однієї з найбільш авторитетних міжнародних організацій з процесів безпеки у автоматичних системах – Технічного комітету IFAC SAFEPROCESS. Нижче наводяться означення таких опорних понять як: працездатність, несправність, відмова, технічний стан об'єкту, виявлення несправності та її локалізація, діагностичні відновники та діагностика несправностей. У додатку 1 приведений розширений перелік найбільш уживаних термінів та позначень, що використовуються у цій сфері діяльності. Більш ґрунтовно зазначена термінологія висвітлена у роботах [13-15].

Означення 1.1. *Працездатністю* об'єкта називають такий його стан, за якого він здатний виконувати задані функції, зберігаючи при цьому значення усіх характерних параметрів у межах, регламентованих нормативно-технічною документацією.

Означення 1.2. *Несправність* розглядається як неприпустиме відхилення, щонайменше, одного з характерних параметрів від номінального значення, уста-

новленого нормативно-технічною документацією.

Означення 1.3. Властивість об'єкта безупинно зберігати працездатність протягом заданого часу називають його *безвідмовністю*.

Означення 1.4. Повна втрата працездатності класифікується як *відмова*, а короткочасну несправність прийнято вважати *збоєм* у роботі об'єкта.

Таким чином, поняття відмови використовують для опису події, що полягає у повній втраті працездатності, а несправність означає лише процес відхилення від номінального режиму. Більше того, з сучасної точки зору, несправність інтерпретується як процес, що діє на додатковому неконтрольованому внутрішньому вході системи. У такий же спосіб враховують непередбачувані зміни параметрів системи, дію шумів, збурень та похибок моделювання. Однак, на відміну від несправностей, ці невизначені входи не контролюються і не спостерігаються, діють протягом усього життєвого циклу об'єкта у будь-якому режимі роботи. Фактично вони є фоном, на якому з'являються і проявляються несправності. Оскільки несправності істотно впливають на характеристики динамічного об'єкта, то вони повинні бути своєчасно виявленими та розпізнаними. Зважаючи на те що у нормативній документації відсутнє тлумачення терміну «розпізнавання несправності» слід зупинитись на його уточненні. У перекладі з грецької, це поняття означає *процес дослідження об'єкта з метою визначення його стану, і він має назву – діагноз*. Цілком природно що, якщо об'єктом діагностування є технічна система, то відповідну діагностику доцільно називати технічною.

Означення 1.5. *Технічний стан* об'єкта визначається сукупністю його властивостей, що зазнають змін у процесі виробництва або експлуатації і характеризується на даний момент часу ознаками, встановленими нормативно-технічною документацією на даний виріб.

Означення 1.6. Визначення стану динамічного об'єкта за результатами вимірювань вхідних та вихідних сигналів прийнято називати *відновленням* його стану, а пристрої та процедури, що реалізують цей процес – *відновниками* [16].

Якщо процес спостережень з метою діагностики реалізується у режимі реального часу без подачі тестових сигналів на об'єкт, то така діагностика називається *функ-*

ціональною, а відповідний відновник – діагностичним. Як уже зазначалось у вступній частині, загальна задача збереження безперервної працездатності технічної системи відповідно до теореми розподілу може складатися з двох, відносно незалежних частин, а саме:

1. Оцінювання у режимі реального часу стану технічної системи за результатами вимірювань вхідних та вихідних сигналів за умови появи несправностей, збурень, змін параметрів, похибок моделювання, дії шумів та тощо. У даній роботі ця задача інтерпретується, як задача обробки сигналів спеціального типу.

2. Керування оціненим станом технічної системи шляхом зміни її параметрів, або (та) структури на основі принципів самоорганізації [17] з метою збереження неперервної працездатності.

У будь-якому разі, розв'язок вищевказаних завдань передбачає, що об'єкт контролю залишається у межах дії таких фундаментальних понять теорії систем, як повна керованість, відновлюваність та ідентифікованість [6,18-19]. У протилежному разі, повинен бути сформований сигнал аварійної зупинки і вжиті заходи з ліквідації можливих наслідків. Через важливість уведених понять доцільно дати їх означення, спочатку хоча б на змістовному рівні.

Проблема відновлюваності з'являється при спробі відновити стан динамічної системи у повному форматі на основі результатів вимірювань векторного вихідного сигналу, розмірність якого менша розмірності системи.

Означення 1.7. Система називається *повністю відновлюваною*, якщо усі її стани допускають визначення безпосередньо або побічно за результатами вимірювань векторних вихідних сигналів.

Проблема керованості пов'язана з умовами переведення динамічної системи із заданого початкового стану у заданий кінцевий стан за обмежений час з використанням допустимих значень сигналів керування.

Означення 1.8. Система називається *повністю керованою*, якщо кожен її стан чутливий до дії сигналу керування.

Означення 1.9. Динамічна система називається *повністю ідентифікованою*, якщо ненульові початкові умови збуджують усі можливі моди, властиві даній системі.

1.2 Класифікація несправностей

Характерною ознакою проектування відмовостійких систем є визнання того факту, що поява несправностей являє собою неминучий процес. Традиційні оцінки впливу несправностей [20] у складових частинах системи, що призводять до відмов, такі як середній час між відмовами, середній час до появи відмови, ймовірність безвідмовної роботи для складних систем не завжди виявляються адекватними та достатніми. Це обумовлено низкою властивостей, специфічних для складних систем, зокрема таких як: багатофункціональність, апаратна, функціональна та просторова надлишковість. У такому разі дія несправностей у окремих складових частинах ще не означає відмови системи виконувати свою основну функцію, а лише часткову втрату працездатності, що супроводжується появою спотворень у вихідних сигналах. Видачу системою помилкових результатів теж слід розглядати, як прояв несправностей, які також необхідно виявляти, локалізувати та ідентифікувати. Отже, на передній план висувається не причина появи спотворень вихідних сигналів, а саме явище помилки та її вплив на працездатність технічної системи. Несправності, що призводять до помилок у вихідних даних, можна класифікувати декількома способами, зокрема, за місцем їх появи, за видом поведінки у часовій області, за типом математичних моделей.

1.2.1 Класифікація несправностей за місцем появи

Джерелом несправностей у динамічних системах (процесах) можуть бути збої у регуляторах або неправильна їх робота, різноманітні пошкодження сенсорної підсистеми, непередбачувані відхилення у роботі складових частин об'єкта контролю. Відповідно до цього, їх поділяють на три категорії [21].

Несправності у регуляторах (f_a). Причиною їх появи можуть бути аномальні зміни у виконавчій частині регуляторів. Справа у тому, що у переважній бі-

льшості технічних систем виходи систем керування не можуть бути безпосередньо приєднаними до об'єктів контролю. Потрібні перетворення сигналів керування до прийняттого виду, наприклад, у вигляді напруги, сили струму, моменту обертання, кута відхилення рульових органів та ін. Несправності у регуляторах здатні впливати не тільки на характеристики системи, але й призводити до повної втрати працездатності – аварійній зупинці. Ці несправності проявляються у вигляді коротких замикань (стан «постійно відкрито»), обривів (стан «постійно закрито»), дрейфів характеристик точності, появи систематичних помилок (зсувів), непередбачуваних витоків та тощо. На рис.1.1 подано графічне зображення типових несправностей виконавчої частини регуляторів. Пунктирною лінією позначена бажана поведінка, а суцільною – фактична.

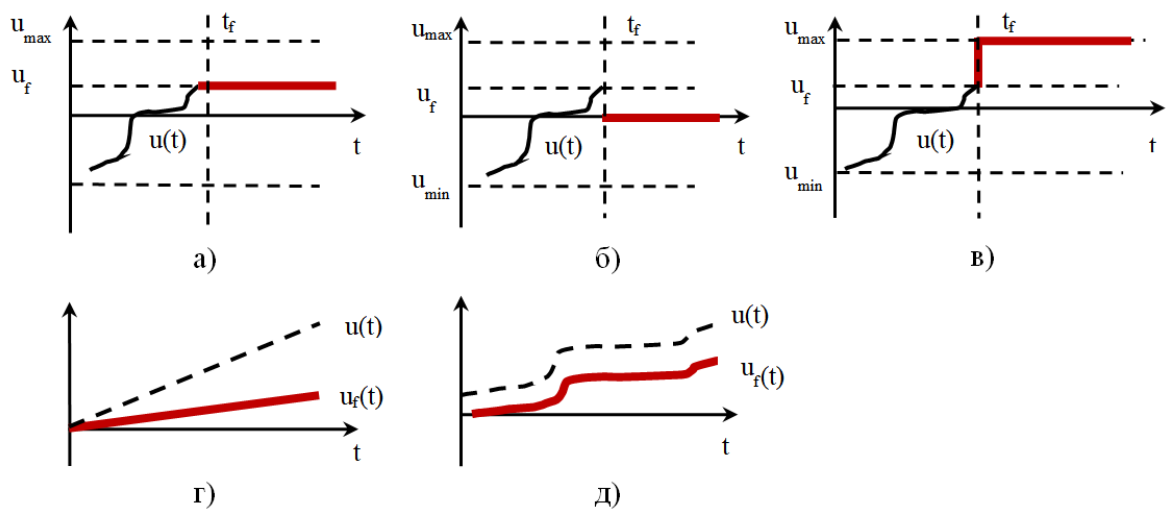


Рис. 1.1. Формат прояву типових несправностей у підсистемах регулятора [22]:
 а) режим локального блокування; б) режим короткого замикання;
 в) відмова типу «залипання»; г) втрата чутливості; д) помилки в обчисленнях

Несправності сенсорної підсистеми (f_s) проявляються у вигляді аномальних показів сенсорних пристроїв і обумовлені збоями у роботі, пошкодженнями або поломками. Сенсорні елементи зв'язують об'єкт контролю зі зовнішнім світом, і безупинно передають інформацію про поведінку системи та її внутрішній стан. Тому несправності сенсорної підсистеми можуть сприяти значній деградації системи, а саме – втрати якості функціонування. Особливо це стосується випадків, коли результати вимірювань використовуються з метою керування процесом.

Не виключена ймовірність появи аварійних ситуацій, якщо не передбачена можливість їх раннього виявлення та локалізації. На рис. 1.2 показані характерні ознаки типових несправностей сенсорної підсистеми. Пунктирною лінією позначена бажана поведінка, суцільною – фактична.

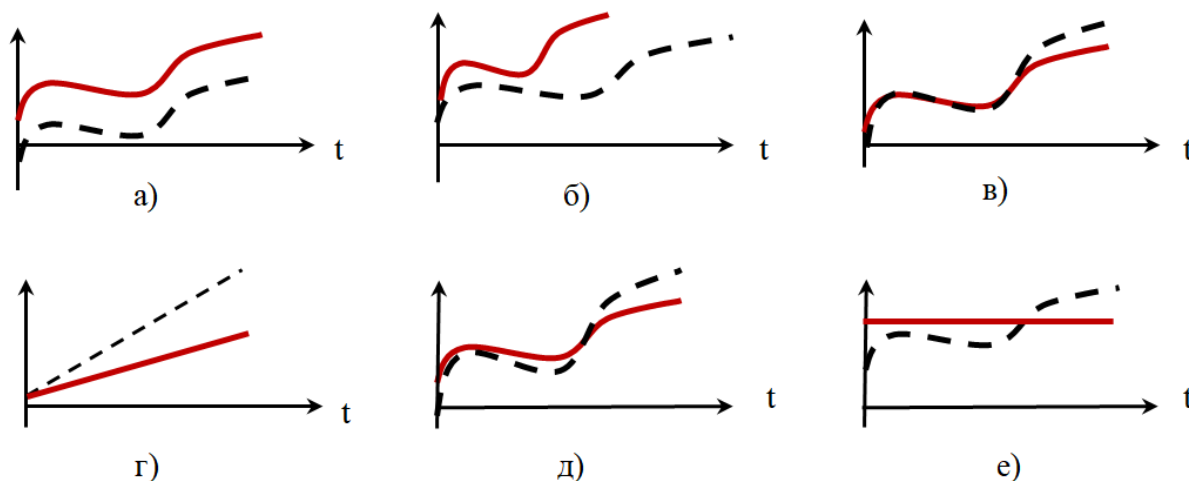


Рис. 1.2. Формат прояву типових несправностей у сенсорних підсистемах [22]:

- а) зсув; б) дрейф; в) втрата точності; г) помилки калібрування;
- д) помилки в обчисленнях; е) ефект «залипання» показів

Несправності у об'єктах контролю віддзеркалюють неполадки у самому об'єкті контролю (процесі), або викликані неправильним функціонуванням його складових частин. Головними чинниками є зношування, старіння, витіки, розриви, тріщини, надмірне тертя, нагромадження помилок та тощо.

1.2.2 Класифікація несправностей за типом поведінки у часовій області

Несправності можна класифікувати, ґрунтуючись на їх поведінці у часі. Несправність, що проявляється у вигляді різкої стрибкоподібної зміни властивостей об'єкта контролю, класифікується як раптова відмова. Аналогічно, несправність, яка проявляється у вигляді повільного погіршення параметрів якості, класифікується як така, що зароджується. На практиці можуть спостерігатися несправності, що зароджуються як з постійною, так зі змінною швидкістю. Окрім того, відомі несправності, що проявляються у вигляді окремих стрибків на окремих часових інтервалах. Їх прийнято називати перемежованими (пульсуючими або імпульсними). Не викликає сумнівів факт, що раптові та перемежовані несправності суттєво

впливають на параметри окремих вузлів чи на систему у цілому, проте вони порівняно легко виявляються. Ті, що повільно зароджуються, навпаки, виявляються дуже важко, оскільки спочатку не спричиняють помітного впливу на систему, однак з плином часу їх дія стає відчутною.

1.2.3 Класифікація несправностей за типом математичних моделей

Щодо математичних моделей, то несправності можна класифікувати як адитивні або мультиплікативні. Загалом кажучи, адитивні несправності не впливають на стійкість лінійної системи незалежно від того, чи це система розімкненого типу чи замкненого, з наявністю у колі зворотного зв'язку відновника. Однак це не справедливо для нелінійних систем [23]. Мультиплікативні ж несправності впливають на номінальні значення параметрів системи і у такий спосіб торкаються питань стійкості незалежно від місця виникнення: сенсорна підсистема, виконавча підсистема або складові частини об'єкта контролю. У окремих випадках мультиплікативні несправності допускають лінеаризацію, а їх внесок у загальну похибку часто моделюють у вигляді адитивної складової.

1.3 Перелік загальних вимог до систем функціональної діагностики

В ідеальному випадку, система виявлення та локалізації несправностей повинна задовольняти певним вимогам, досить загального характеру. До числа найбільш уживаних відносяться: своєчасне виявлення несправностей (раптових або тих, що зароджуються); коректне виявлення несправностей, їх локалізація у регуляторах, складових частинах об'єкта контролю та у сенсорних підсистемах; інваріантність (нечутливість) по відношенню до невизначених входів з внутрішніми збуреннями, шумами, помилками моделювання; здатність відрізнити несправності від невизначених входів з метою виключення неправильних спрацьовувань; уникання складних обчислень у масштабі реального часу; наявність перспективи інтеграції у системи більш високого рівня ієрархії; процедура проектування діагностичної системи повинна бути якомога простішою.

1.4 Класифікація методів виявлення та локалізації несправностей

На даний момент часу відома велика кількість методів, що використовуються у системах виявлення та локалізації несправностей у технічних системах. Нижче наводиться загальноприйнята класифікація найбільш поширених методів відповідно до рекомендацій технічного комітету IFAC SAFEPROCESS:

1. Методи виявлення та локалізації несправностей, які не використовують у явному вигляді математичні моделі об'єктів контролю: апаратне резервування; тестування на правдоподібність; сигнально-орієнтовані методи.

2. Модельно-орієнтовані методи виявлення та локалізації несправностей, які базуються на концепції аналітичної надмірності у вигляді математичних моделей об'єктів контролю: метод діагностичних відновників у детермінованій та стохастичній постановці [24,25]; методи, засновані на перевірці паритетних відносин; застосування фільтрів, чутливих до несправностей [26]; методи параметричного оцінювання.

3. Альтернативні модельно-орієнтовані методи виявлення та локалізації несправностей, які використовують концепцію інформаційної надмірності у вигляді якісних моделей об'єктів контролю, зокрема: методи, засновані використанні нечітких множин; застосуванні нейронних мереж; аналізу дерева несправностей; експертного виявлення та локалізації несправностей, що використовують бази знань та емпіричні дані.

На відміну від принципів фізичного резервування, заснованих на логіці мажоритарного голосування, концепції аналітичної надмірності та штучного інтелекту опираються на більш сучасні методи обробки інформації: оцінювання параметрів та станів, адаптивної фільтрації, логіки зі змінним порогами, теорії статистичних рішень, розпізнавання образів, теорії евристичних розв'язків та інших логічних операціях. Переважна більшість цих методів вимагає застосування цифрового комп'ютера. У представленій роботі основна увага зосереджена на другій групі методів, об'єднаних спільною постановкою задачі та використанням добре розвинутого математичного апарату матричної алгебри. Тому вони підлягатимуть більш детальному розгляду та критичному аналізу у контексті переваг та недолі-

ків, як у теоретичному, так і в прикладному аспекті. Щодо першої групи методів, то вони виходять за рамки проведених досліджень за принципом постановки задачі, а третя – за принципом використання альтернативного математичного апарату. Надалі ці методи викладаються вельми стисло в контексті можливого доповнення методів фізичного резервування, або з метою ілюстрації побудови комплексної системи технічної діагностики.

1.5 Загальна характеристика методів, що не використовують математичних моделей

Методи виявлення та локалізації несправностей, заснованих на принципах апаратного резервування. Основною операцією систем цього типу є процедура відновлення працездатності об'єкта контролю шляхом заміни несправного елемента на ідентичний, але справний елемент. Структура методу апаратного резервування показана на рис.1.3. Інформація про несправність надходить тоді, коли є відхилення показів окремого приладу від показів інших, аналогічних резервних приладів. Висока надійність та безпосередність процесу локалізації несправності є головними перевагами цього методу.

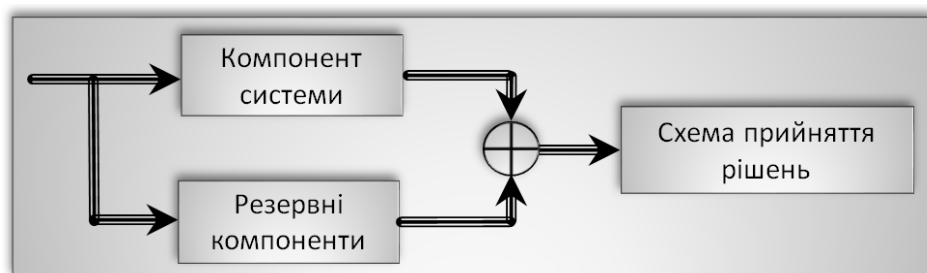


Рис 1.3. Концепція апаратного резервування

До суттєвих недоліків слід віднести необхідність встановлення значної кількості резервних комплектів обладнання, зростання маси, габаритів та висока вартість обслуговування. Це накладає істотні обмеження на використання цієї групи методів у деяких областях техніки, наприклад, системах керування безпілотними апаратами наземного, морського або повітряного базування, бортовими ядерними енергетичними установками, системах посадки повітряних суден та ін.

Методи тестування на правдоподібність. Схематично тест правдоподібності зображений на рис. 1.4. Основна ідея методу полягає в оцінюванні змінних вимірюваного процесу та співставлення отриманих оцінок на предмет сумісності з даними, які отримані іншими шляхами [26,27]. При цьому передбачається, що наявність несправності обов'язково призводить до втрати достовірності показів приладу.

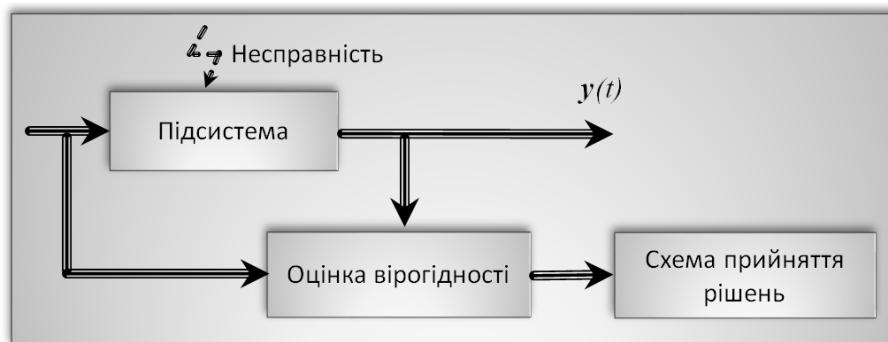


Рис. 1.4. Структура методу тестування на вірогідність

За цих умов, метод контролю вірогідності дозволяє визначати присутність несправностей у окремих змінних вимірювального процесу шляхом застосування правил бінарної логіки. Метод тестування на правдоподібність є різновидом методу граничного контролю, але з більш широкими можливостями. Метод можна розглядати як перший крок на шляху побудови модельно-орієнтованих систем виявлення та локалізації несправностей. Проте, даний метод є непридатним для безпосереднього виявлення несправностей у складних системах [28].

Сигнально-орієнтовані методи діагностики [29]. Схематично дані методи відображені на рис.1.5. Суть цих методів полягає у використанні для цілей діагностики певних сигналів та процесів. Необхідну інформацію одержують шляхом аналізу властивостей застосовуваних сигналів у часовій [30] або частотній областях [31]. У часовій області використовують порівняння амплітуд, середньоарифметичних, середньоквадратичних або граничних значень, трендів, статистичних моментів розподілу амплітуд, у той час як у частотній області застосовуються оцінки спектральної густини потужності [32], спектральний аналіз [33,34] та деякі інші характеристики з частотній області.

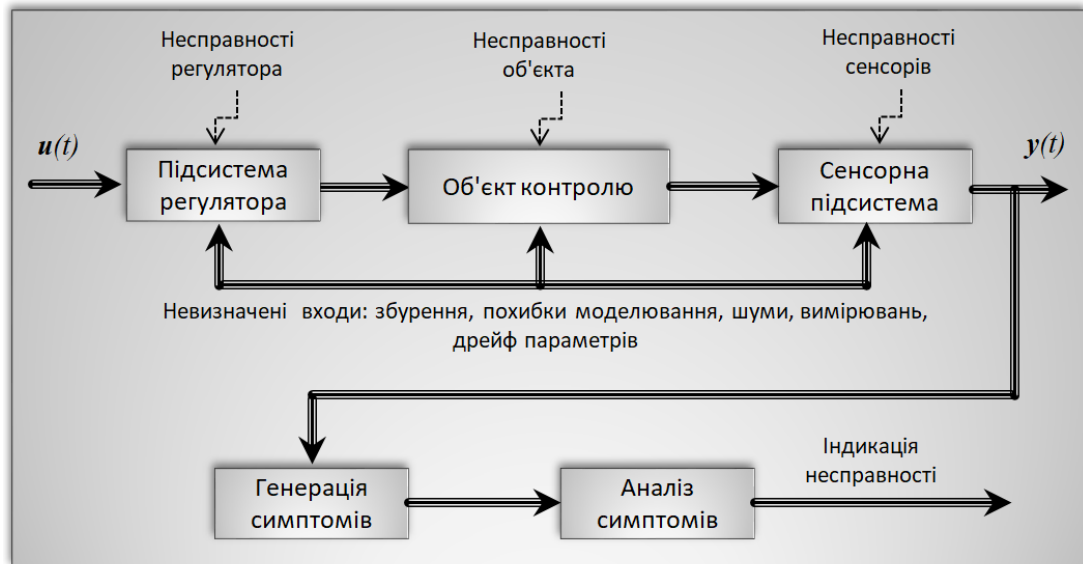


Рис. 1.5. Структура сигнально-орієнтованих методів діагностики

Як правило, ці методи орієнтовані на стаціонарні сигнали та процеси (системи). Вони ефективні у тому випадку, коли у процесі роботи системи вхідні сигнали змінюються у широкому діапазоні значень [9].

1.6 Базові принципи побудови модельно-орієнтованих систем функціональної діагностики

Модельно-орієнтовані методи виявлення, локалізації та ідентифікації несправностей засновані на інтуїтивній ідеї заміни фізичного резервування математичною моделлю, реалізувати яку можливо за допомогою комп'ютерної програми. Математична модель у обов'язковому порядку працює паралельно з діючим об'єктом, а на їхні входи подаються ідентичні вхідні сигнали. У цьому випадку поведінка системи може бути керованою у режимі реального часу. За аналогією з фізичною надлишковістю, можна увести поняття надлишковості аналітичного або програмно інформаційного типу [9]. Загальновідомо [35,36], що методи діагностики несправностей, орієнтовані на математичну модель є більш ефективними ніж сигнально орієнтовані, оскільки у цьому разі доступна більша кількість апріорної інформації. Схематично процедура виявлення несправностей на основі використання кількісної математичної моделі зображена на рис. 1.6. Система діагностики складається з двох частин: формувача різницевого сигналу, більш відомого, як

генератора залишкового сигналу, та пристрою оцінювання певних параметрів цього сигналу. Ця концепція уперше була запропонована у роботі Chow E.Y. та Willsky A.S. [37] і тепер стала загально визнаною. Суть процесів, що відбуваються у цих частинах, розкривається нижче.

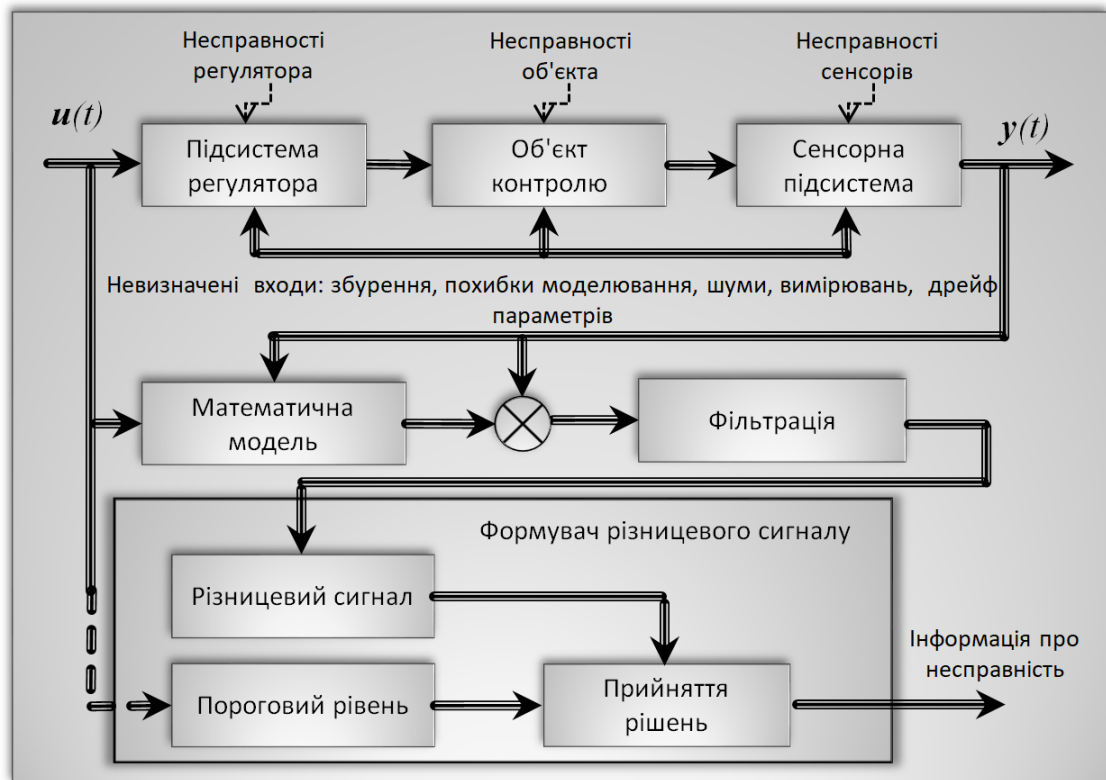


Рис. 1.6. Модельно-орієнтована система діагностики несправностей

Примітки:

1. Отримання високоякісної математичної моделі технічної системи вимагає застосування добре перевірених методів моделювання і пов'язане з труднощами як аналітичного, так і обчислювального характеру. Результатом моделювання є аналітична модель у вигляді сукупності диференціальних або різницевих рівнянь або якісна модель, що описується у термінах якісних характеристик окремих складових частин системи.

2. Якісні моделі прийнято відносити до моделей, орієнтованих на інформаційну складову з бази знань. Прикладом таких систем можуть бути нейронні мережі, експертні системи та системи, що використовують елементи нечіткої логіки. У зв'язку з цим, модельно-орієнтовані схеми діагностики поділяють на дві підкласи: методи, які використовують кількісні математичні моделі і ті методи, що орієнтовані на інформаційні знання. Останні доцільно застосовувати до систем, які не допускають точного математичного опису через значні труднощі математичного характеру. Прикладом таких систем можуть бути соціально-економічні, медико-біологічні, хіміко-технологічні процеси великої розмірності.

Формування залишкового різницевого сигналу [38,39]. У генераторі залишків різницевий сигнал утворюється шляхом порівняння виходів реально діючої системи з їх оцінками, отриманими за допомогою математичної моделі. Залишковий різницевий сигнал містить інформацію про зародження несправності.

випадку відсутності несправностей різницевий сигнал дорівнює нулю або повільно коливається навколо нульового значення. Проте, у випадку появи несправностей різницевий сигнал повинен суттєво відрізнитися від нуля. Оскільки різницевий сигнал являє собою реальний фізичний процес, який зазнає впливу не тільки несправностей, а також впливу збурень, діючих шумів, похибок моделювання, варіацій параметрів та тощо, то потрібен процес очищення різницевого сигналу від небажаних і неконтрольованих впливів з метою отримання більш достовірної інформації про несправності. Таке очищення виконується на наступному етапі, що пов'язаний з процедурою оцінювання різницевого сигналу. Таким чином, процес формування очищеного різницевого сигналу являє собою процедуру здобування діагностичних ознак несправностей, що зароджуються, і яку можна інтерпретувати, як спеціальний тип обробки сигналів [35].

Процедура прийняття рішень. На цьому етапі очищений різницевий сигнал, піддають статистичному тестуванню, за результатами якого ухвалюється рішення про появу несправності. Процедура прийняття рішень у найпростішому випадку може полягати у фіксації факту перетину певного граничного рівня миттєвим значенням залишкового різницевого сигналу. Граничне значення може бути фіксованим або змінним, наприклад, за алгоритмом ковзного середнього, а також може ґрунтуватися на методах теорії прийняття статистичних рішень: максимальної правдоподібності, узагальненого відношення правдоподібності, методах послідовного аналізу Вальда [40] та ін. Більшість робіт у сфері функціональної діагностики, що орієнтовані на використання кількісних математичних моделей, пов'язується із задачею коректного формування різницевого сигналу, тому що прийняття рішень, у випадку коректно сформованого різницевого сигналу, здійснюється відносно просто. Однак, це не означає, що питання прийняття рішень є дурядними.

Діагностика несправностей у режимі реального часу. Розробка сучасних методів функціональної діагностики здебільшого відноситься до систем реального часу, тобто діагностика виконується під час роботи технічної системи. Причина полягає у тому, що поява несправностей у часі – процес неминучий, а оперативну

інформацію для коректної роботи діагностичних систем можливо отримувати лише з боку діючих входів – виходів. Окрім того, для багатьох типів систем, введення додаткових зворотних зв'язків та тестових сигналів часто неприпустимо через порушення режиму нормального функціонування. Структура зв'язків між діагностичною системою та, власне, системою керування замкненого типу показана на рис.1.7.

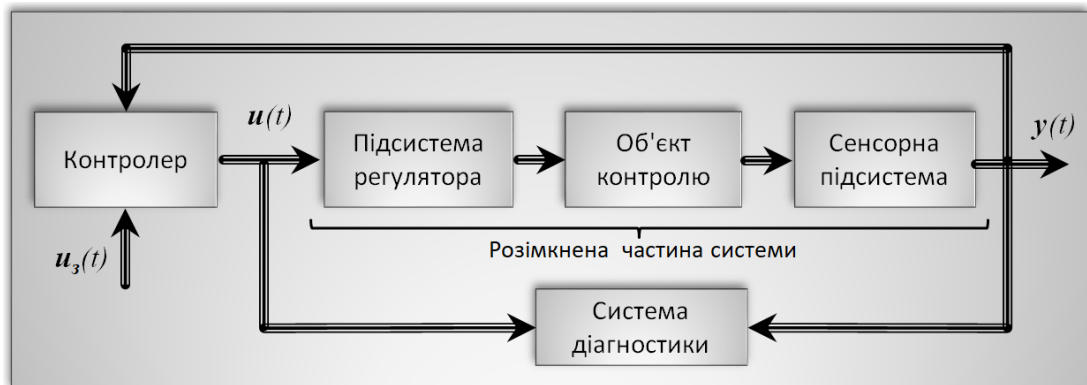


Рис. 1.7. Місце системи діагностики у замкненому контурі керування

Як видно з рис.1.7, необхідна інформація знімається системою діагностики з виходів сенсорів та входів силових приводів регулятора. Результати вимірювань, зазвичай, використовують у замкненій системі керування, у той час як вхідні сигнали, що надходять до регулятора, створюються контролером, реалізованому засобами обчислювальної техніки. Отже, немає потреби у встановленні додаткового обладнання для реалізації діагностичної системи, за винятком підвищених вимог до продуктивності обчислювальних засобів. Таким чином, модельно-орієнтована система діагностики винесена за межі замкненого контуру керування, незважаючи на те, що об'єкт контролю є його складовою частиною. Оскільки контролер також виведено із зони дії діагностичної системи, то це узгоджується з теоремою розділення у сучасній теорії оптимального керування, і дозволяє розглядати процес діагностики з позицій теорії функціональних відновників [41–42]. Окрім того, як тільки стає точно відомим вхідний сигнал регулятора $u(t)$, то немає істотного значення, чи це система розімкненого, чи замкненого типу. Проте, якщо сигнал керування $u(t)$ точно не відомий, то у якості вхідного сигналу для системи діагностики

слід використовувати опорний сигнал $u_3(t)$. Тепер вже повинні враховуватись взаємозв'язки між опорним сигналом $u_3(t)$ і вихідним сигналом $y(t)$, тобто діагностична система перебуває у складі замкненої системи автоматичного керування, і у цьому випадку контролер відіграє важливу роль у діагностичній процедурі. Зокрема, інерційність контролера сприяє зменшенню чутливості діагностичної системи до несправностей. Це давно було помічено деякими дослідниками [43,44], які рекомендують розробку діагностичних систем та контролерів здійснювати одночасно. З'ясування впливу діагностичної системи на стійкість системи керування у цілому виходить за рамки даної роботи і може бути предметом окремих досліджень.

1.7 Моделювання діагностичних систем

На першому етапі проектування модельно-орієнтованої діагностичної системи передбачається побудова та опис математичної моделі об'єкта контролю для номінальних умов, тобто без несправностей. На цьому шляху зустрічаються труднощі, пов'язані з тим, що сучасні системи характеризуються складністю структури, наявністю великої кількості перехресних та зворотних зв'язків, а функціональні елементи систем відрізняються принципом дії, алгоритмами функціонування, способами інформаційного обміну, конструктивному виконанню, за точністю, надійністю та тощо. Для опису різнотипних компонентів потрібні відповідні математичні методи, наприклад, диференціальні або різницеві рівняння, кінцеві автомати, різні твердження у формі висловлень та тощо. При цьому виникає проблема поєднання різнотипних моделей. Очевидно бажаною була б така модель, яка була б якомога загальною по відношенню до різнотипних компонентів технічної системи і у той же час відносно просто б враховувала можливість появи несправностей. На даний момент цим вимогам у найбільшій мірі відповідає концепція змінних стану. Згідно цієї концепції процес зміни характерних ознак об'єктів матеріального світу інтерпретується, як процес еволюції стану деякої абстрактної динамічної системи, математична модель якої адекватно описує внутрішні причинно-наслідкові зв'язки і розглядається як деякий динамічний процес [45]. Таким чи-

ном, поняття стану відіграє ключову роль у описі змін, що відбуваються у реальних системах. У представленій роботі переважно розглядаються лінійні динамічні системи з векторними входами та виходами. У випадку нелінійних систем передбачається, що уже виконана лінійна апроксимація навколо робочої точки. Як уже підкреслювалось у попередньому підрозділі, з метою вироблення єдиної концепції доцільно користуватись математичною моделлю замкненої системи, що взаємодіє із системою діагностики, винесеної за межі кола зворотного зв'язку (рис. 1.8).

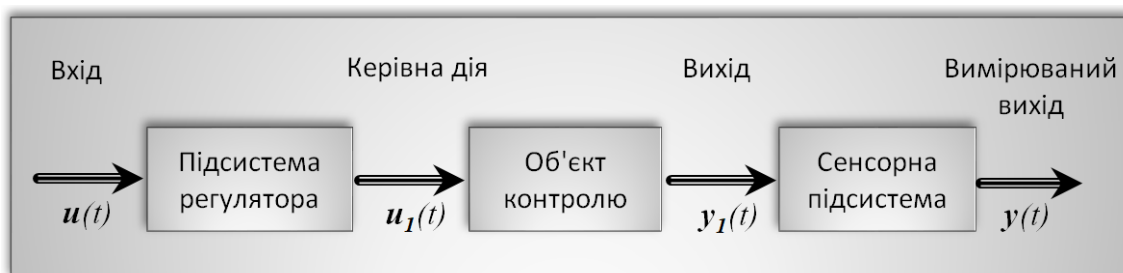


Рис. 1.8. Сигнали у розімкненій частині системи

У такому випадку, для цілей функціональної діагностики можна обмежуватись розглядом системи розімкненого типу, яку умовно поділяють на три частини: підсистема регулятора, об'єкт контролю та сенсорна підсистема. У термінах змінних стану опис динаміки номінальної системи має вигляд

$$\dot{s}(t) = \Sigma(t)s(t) + \Gamma(t)u_1(t), \quad y_1(t) = H(t)s(t) + G(t)u_1(t), \quad (1.1)$$

$s(t)$ – n -мірний вектор стану; $u_1(t)$ – p -мірний вектор входу; $y_1(t)$ – m -мірний вектор виходу; Σ, Γ, H, G – точно відомі системні матриці, відповідних розмірів. Якщо у підсистемах об'єкта контролю з'являється несправність, то модель динаміки зазнає змін і відповідно до рис. 1.9а стає такою:

$$\dot{s}(t) = \Sigma(t)s(t) + \Gamma(t)u_1(t) + f_o(t). \quad (1.2)$$

Несправності у підсистемах об'єкта контролю інтерпретуються, як непередбачувані зміни робочих умов, результатом яких є неприпустимі порушення динамічних зв'язків, наприклад поява систематичних похибок, зсувів, дрейфів та тощо.

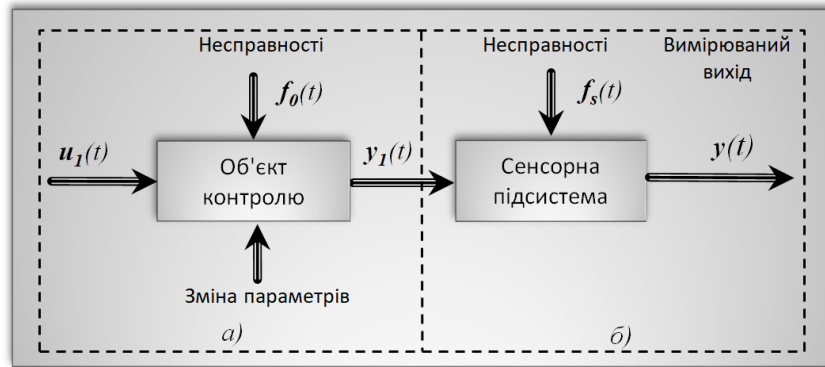


Рис. 1.9. Формування вихідних даних за наявності несправностей у об'єкті контролю та сенсорній підсистемі

У деяких випадках несправність може виражатися у зміні параметрів об'єкта, наприклад, у зміні елемента системної матриці Σ , розташованого на перетині i -го рядка та j -го стовпця. Тоді рівняння динаміки може бути описане як:

$$\dot{s}(t) = \Sigma(t)s(t) + I_i \Delta \Sigma_{ij} s_j(t) + \Gamma(t)u_1(t), \quad (1.3)$$

де $s_j(t)$ являє собою j -й елемент вектора $s(t)$, а I_i – n -мірний вектор, у якому усі елементи нульові за винятком i -го, який дорівнює 1. Часто вихід системи $y_1(t)$ буває недоступним для безпосереднього спостереження, тому для його виміру ставлять сенсори так, як показано на рис.1.9 б. Якщо нехтувати динамікою сенсорів через їх велику швидкодію, то рівняння спостережень буде алгебраїчним

$$y(t) = y_1(t) + f_s(t) = H(t)s(t) + G(t)u_1(t) + f_s(t), \quad (1.4)$$

де $f_s(t)$ – m -мірний вектор несправностей сенсорної підсистеми. Коректно обираючи вектор $f_s(t)$, можна описувати різноманітні несправності сенсорів. Наприклад, коли сенсори «залипнули» і продовжують увесь час показувати якесь певне значення, скажемо нульове, тоді вектор вимірів $y(t)=0$ є нульовим, а вектор несправностей стає рівним $f_s(t) = -y_1(t)$. У тому випадку, коли мають місце зміни у якомусь скалярному параметрі сенсорів (мультиплікативні несправності), тоді результат вимірювань стає рівним $y(t) = (I + \Delta)y_1(t)$, а вектор несправностей можна записати як $f_s(t) = \Delta y_1(t)$. Усе вищесказане справедливе також до силового приводу регулятора $u_1(t)$ системи, який іноді може бути недоступним для безпосереднього спостереження. Для керованої системи, $u_1(t)$ являє собою реакцію приводу на вхідну команду $u(t)$, як це показано на рис.1.10.

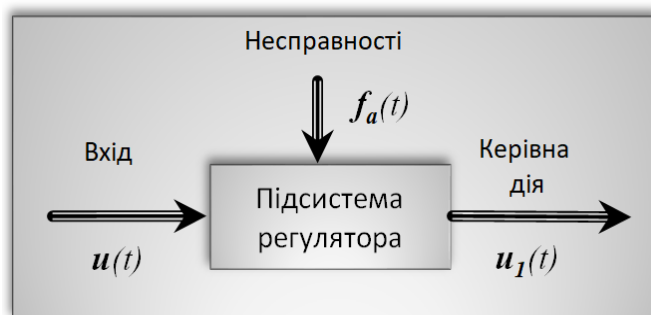


Рис. 1.10. Формування вхідних змінних за наявності несправностей у підсистемах регулятора

У такому разі її можна описувати формулою

$$u_1(t) = u(t) + f_a(t) \quad (1.5)$$

за умови, що привід є безінерційним. Тут $f_a(t)$ являє собою p -мірний вектор несправностей силового приводу, $u(t)$ – точно відома команда керування. Якщо системний вхід є невідомим, тоді на вході ставлять спеціальні сенсори, які вимірюють вхідні сигнали силового приводу у відповідності до рис. 1.11.

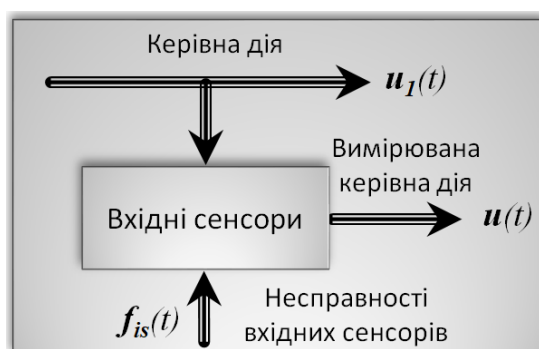


Рис. 1.11. Формування вхідних змінних за наявності несправностей у сенсорах підсистеми регулятора

У цьому випадку вхідний сигнал описують як

$$u_1(t) = u(t) + [-f_{is}(t)]. \quad (1.6)$$

За необхідності урахування несправностей як у вимірювальній системі, так і в силовому приводі можна скористатися моделлю стаціонарної системи [46]:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \Sigma s(t) + \Gamma u(t) + \Phi f_a(t); \\ y(t) &= Hs(t) + G u(t) + F f_a(t) + f_s(t). \end{aligned} \quad (1.7)$$

Стосовно до найбільш загального випадку, системи з різноманітними типами несправностей інколи описують змінними стану у вигляді:

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= \Sigma s(t) + \Gamma u(t) + \Phi_1 f(t); \\ y(t) &= Hs(t) + Gu(t) + F_1 f(t),\end{aligned}\tag{1.8}$$

де $f(t)$ – q -мірний вектор несправностей, кожний елемент якого $f_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) відповідає певному типу несправності. З практичної точки зору, робити подальші припущення щодо властивостей несправностей вважається недоцільним. Часто їх вважають невідомими функціями часу. Матриці Φ_1 та F_1 прийнято називати матрицями розподілу несправностей. Вектор $u(t)$ розглядається, як вхід приводу або результат виміру керуючого сигналу, а вектор $y(t)$ являє собою вимірюваний вихід, причому обидва вони у задачах діагностики вважаються точно відомими.

У частотній області системи з різними типами несправностей прийнято описувати у термінах матричних передатних функцій [34, 35]

$$\begin{aligned}y(p) &= W_{uy}(p)u(p) + W_{fy}(p)f(p); \\ W_{uy}(p) &= H(pI - \Sigma)^{-1}\Gamma + G; \quad W_{fy}(p) = H(pI - \Sigma)^{-1}\Phi_1 + F_1,\end{aligned}\tag{1.9}$$

де $p = \sigma + j\omega$ – комплексна змінна. Математичні моделі системних несправностей, які презентовані у часовій області змінними стану (1.8), а у площині комплексної змінної – матричними передатними функціями (1.9) є еквівалентними і найбільш поширенішими моделями у науково-технічній літературі у галузі функціональної діагностики [47-50].

1.8 Узагальнена структура генератора залишкового сигналу [51]

На практиці для побудови систем технічної діагностики часто використовують апріорну інформацію про характеристики окремо взятих сигналів, наприклад, амплітудні або частотні. Це дає змогу контролювати або рівень сигналу, або його динамічний діапазон, проте тут є суттєві недоліки: по-перше така інформація повинна бути доступною, а по-друге – зазначені характеристики неминуче будуть залежати від обраного режиму роботи, що не завжди апріорі відомо. Для усунення цих недоліків у рамках сучасної модельно-орієнтованої концепції запропоновано увести поняття залишкового різницевого сигналу, який не залежить від обраного режиму роботи системи і своєрідно реагує на появу несправностей. Значення різ-

ницевого сигналу повинні характеризувати невідповідність між змінними фактично діючої системи та змінними, обчисленими за допомогою апріорно заданої математичної моделі. Тоді ґрунтуючись на прийнятих математичних моделях, можна одержувати різноманітні статичні або динамічні взаємозв'язки між системними змінними, і будь-яку їх невідповідність можна використовувати у якості різницевого сигналу. Така інтерпретація уперше згадувалась у роботі проф. Мироновського Л.А. [52], однак не отримала широкого визнання почасти через мовний бар'єр, а почасти через розбіжності у термінології, доки її повторно не презентували [53] у формі, більш звичної для західного читача. Схематично концепція зображена на рис. 1.12.

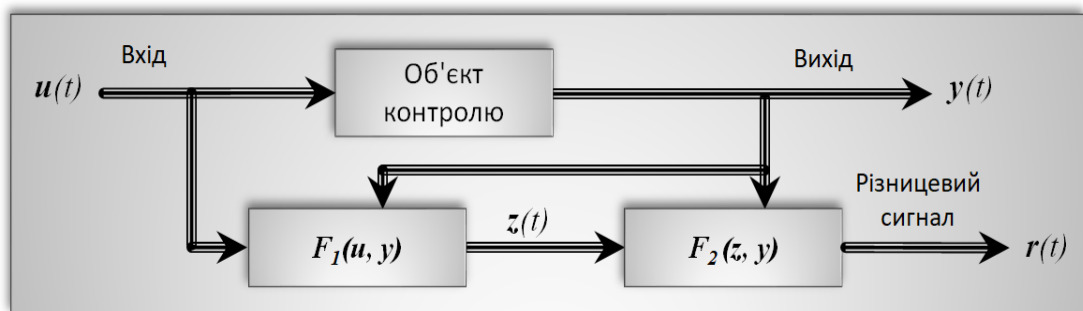


Рис.1.12. Схема формування залишкового різницевого сигналу

Згідно рис. 1.12, система у вигляді спеціалізованого процесора або алгоритму $F_1(u, y)$ формує додатковий, надлишковий сигнал $z(t)$, який разом із сигналом $y(t)$ утворюють різницевий сигнал $r(t)$, що задовольняє умові інваріантності:

$$r(t) = F_2 [y(t), z(t)] = 0 . \quad (1.10)$$

Ця умова повинна виконуватись точно при відсутності несправностей. У випадку їх появи інваріантні співвідношення порушуються, і різницевий сигнал повинен відрізнитися від нуля. У найпростішому випадку для формування різницевого сигналу можна скористатись дублікатом системи, тобто система F_1 є копією діючої системи і має такий же вхід, як і оригінальна система. При цьому сигналу виходу $y(t)$ у блоці F_1 не потрібно. Фактично блок F_1 являє собою імітатор діючої системи, а $z(t)$ – його вихід, при цьому різницевий сигнал дорівнює $r(t) = y(t) - z(t)$. Простота отримання різницевого сигналу $r(t)$ це – його перевага, а ціна цієї переваги – відсутність гарантій стійкості, оскільки використовується модель

розімкненого типу, незважаючи на те, що у цілому система перебуває під керуванням зі зворотним зв'язком (див. рис. 1.7). Проблема вирішується, якщо замінити імітатор пристроєм оцінювання виходу, який використовує входи і виходи реально діючої системи. Тепер система $F_1(\mathbf{u}, \mathbf{y})$ використовує обидва сигнали $\mathbf{u}(t)$ та $\mathbf{y}(t)$ для формування лінійної оцінки виходу $\mathbf{y}^*(t)$, а система $F_2[\mathbf{y}(t), \mathbf{z}(t)]$ може бути визначена як така, що формує вираз $F_2[\mathbf{y}(t), \mathbf{z}(t)] = \mathbf{Q}[\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}^*(t)]$ де \mathbf{Q} – вагова матриця статичного або динамічного типу. Незалежно від обраного методу, формувач (генератор) різницевого сигналу являє собою лінійну дискретну систему (процесор, програму), входами якої є входи і виходи реально діючої системи, а процедуру утворення різницевого сигналу слід розглядати, як процес формування сигналу зі структурною надлишковістю. Еквівалентний опис цієї структури у частотній області зображений на рис. 1.13 [54].

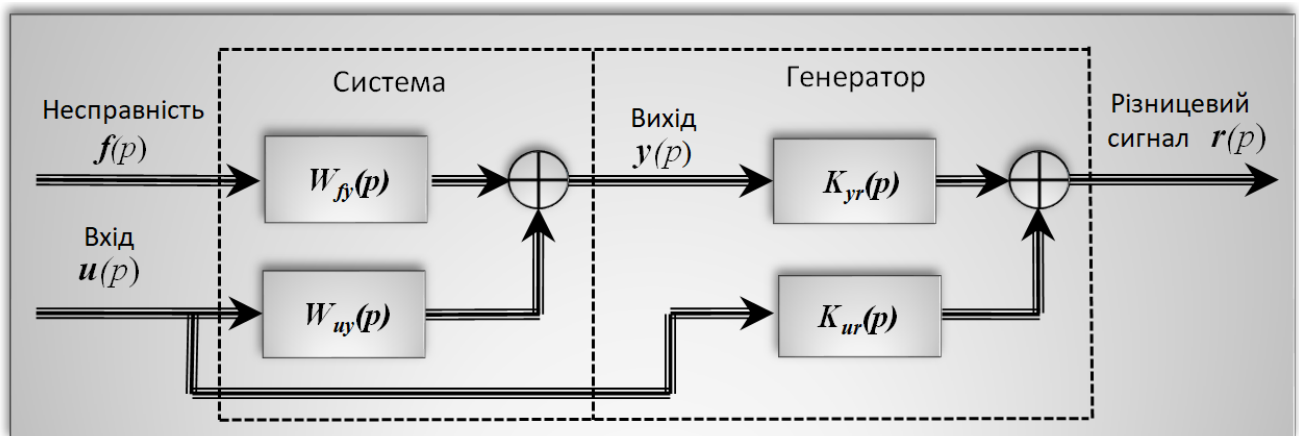


Рис. 1.13. Схема формування різницевого сигналу у частотній області

Математично зазначена структура описується у такий спосіб :

$$\mathbf{r}(p) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ur}(p) & \mathbf{K}_{yr}(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}(p) \\ \mathbf{y}(p) \end{bmatrix} = \mathbf{K}_{ur}(p) \mathbf{u}(p) + \mathbf{K}_{yr}(p) \mathbf{y}(p), \quad (1.11)$$

де $\mathbf{K}_{ur}(p)$, $\mathbf{K}_{yr}(p)$ – матричні передатні функції, які можна реалізувати у лінійній системі за умови, що вона стійка. Різницевий сигнал $\mathbf{r}(t)$ формується так:

$$\mathbf{r}(t) = 0, \text{ тоді і тільки тоді, коли } \mathbf{f}(t) = 0, \quad (1.12)$$

тобто у випадку відсутності несправностей він повинен бути в нульовим, а у випадку їх появи – суттєво відрізнитись від нуля. Для виконання умови (1.12) передатні функції повинні задовольняти наступному обмеженню:

$$K_{ur}(p) + W_{uy}(p)K_{yr}(p) = 0. \quad (1.13)$$

Рівняння (1.11) є узагальненою формою формувача (генератора) різноманітних різницевих сигналів, а процедура його проектування зводиться до вибору матричних передатних функцій $K_{ur}(p)$ і $K_{yr}(p)$ так, щоб задовольнялась умова (1.13).

1.9 Критерії виявлення несправностей

Несправності можна виявляти шляхом порівняння оцінок функцій прийняття рішень, які залежать від різницевого сигналу з граничними функціями $T(t)$ у відповідності до правил: $\mathcal{R}[r(t)] \leq T(t)$ для $f(t) = 0$; $\mathcal{R}[r(t)] > T(t)$ для $f(t) \neq 0$.

Якщо тест позитивний, тобто граничне значення перевищене, то ухвалюється рішення – «несправність відбулася». На сьогоднішній день, відома досить велика кількість способів визначення граничних значень та вирішальних функцій. Наприклад, у якості функції прийняття рішення $\mathcal{R}[r(t)]$ можна вибирати норму різницевого сигналу, а у якості граничної функції $T(t)$ – постійне позитивне число (випадок фіксованого порогу). При появі несправностей у системі вектор різницевого сигналу може бути описаним таким чином:

$$r(p) = W_{fy}(p)K_{yr}(p)f(p) = \sum_{i=1}^q [W_{fr}(p)]_i [f_i(p)], \quad (1.14)$$

де $W_{fr}(p)$ визначена, як матрична передатна функція по входу несправності, що описує зв'язок між різницевим сигналом і несправностями, $[W_{fr}(p)]_i$ є i -м стовпцем матричної передатної функції $W_{fr}(p)$, а $f_i(p)$ являє собою i -у компоненту вектора несправностей $f(s)$. Вищезгадані зв'язки зображені на рис.1.14 і відповідають випадку векторного входу та скалярного виходу.

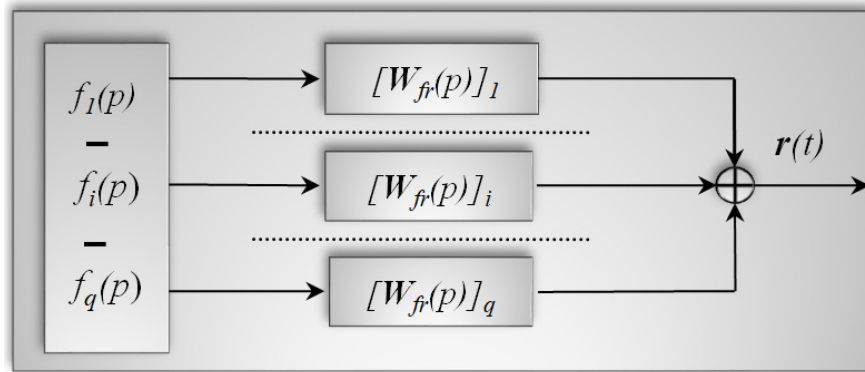


Рис. 1.14. Структура зв'язків між несправностями та різницевим сигналом

Матрична передатна функція по каналу несправності відіграє важливу роль у системах функціональної діагностики і вона потребує відповідної уваги. Очевидно, що у випадку виявлення i -ої несправності f_i у різницевому сигналі $r(s)$, i -й стовпець передатної функції $[W_{fr}(p)]_i$ повинен відрізнятися від нуля. Тільки у такому разі i -а несправність f_i може бути виявленою. Фактично це і є визначенням умови виявлення несправності f_i у різницевому сигналі, але це тільки *необхідна* умова. Ситуація з неправильними висновками щодо виявлення несправностей на основі некоректно сформованого різницевого сигналу відзначалась багатьма дослідниками, зокрема [53,54]. За результатами цих робіт було встановлено, що *достатньою* умовою для виявлення несправностей на основі спостережень залишкового різницевого сигналу $r(s)$ є виконання умови $[W_{fr}(p)]_i \neq 0$ для усіх i .

1.10 Критерії локалізації несправностей

Логічно, що успішне виявлення несправності повинно завершуватись процедурою її локалізації, тобто розпізнаванням певної несправності серед низки інших. У той час, як для виявлення несправності досить одного різницевого сигналу, процедура розпізнавання потребує множини різницевих сигналів, яка утворює вектор різницевого сигналу. Коли окрема несправність може бути розпізнана серед інших, то це означає що дана несправність локалізована на основі аналізу сформованого векторного різницевого сигналу. Якщо сформований різницевий

сигнал дозволяє локалізувати усі можливі несправності, то його називають як таким, що задовольняє критерію розпізнавання несправностей.

Структурована множина різницевих сигналів. Одним з можливих підходів, що дозволяє виконувати процедуру розпізнавання несправностей у повному обсязі, є метод формування структурованої множини різницевих сигналів. У зв'язку з цим має місце таке означення [55]:

Означення 1.10. Множину різницевих сигналів називають структурованою, якщо кожен її елемент є вибірково чутливим тільки до певного типу несправностей і залишається інваріантним до інших типів несправностей.

У основу побудови такої множини покладена низка припущень: різнотипні несправності є взаємно незалежними і не з'являються одночасно; реакції об'єкта контролю на такі несправності є також незалежними і відображаються у вигляді сукупності векторів, що утворюють сигнатуру несправностей; з сукупності незалежних векторів можна побудувати ортонормований базис, використовуючи процедуру Грама-Шмідта; якщо знайти проєкції різницевого сигналу на направляючі вектори, то найбільша з них буде вказувати на ймовірний тип несправності.

Процедура порівняння гранично спрощується при застосуванні правил бінарної логіки, яка дозволяє визначати ненульову складову векторного різницевого сигналу. Тестування на поріг може бути виконано окремо для кожної складової різницевого сигналу, а таблиця, що отримується за правилами булевої алгебри дозволяє виконувати локалізацію несправностей у повному обсязі. Можна сформулювати множину різницевих сигналів, яка дозволяє розпізнавати усі можливі несправності. Умовою для такого розпізнавання буде функція чутливості до несправностей:

$$r_i(t) = R[f_i(t)]; i \in \{1, 2, \dots, q\}, \quad (1.15)$$

де $R[\cdot]$ означає деяке функціональне співвідношення. Така спеціальна множина отримала назву виродженої множини різницевих сигналів [56]. При цьому для прийняття рішення про появу певної несправності можна використовувати спрощену процедуру тестування: $r_i(t) > T_i \Rightarrow f_i(t) \neq 0; i \in \{1, 2, \dots, q\}$, де $T_i (i = 1, \dots, q)$ – задані пороги. Однак, таку процедуру на практиці неможливо реалізувати, оскільки

ки за наявності такої множини різницевих сигналів не залишається резервів для досягнення інваріантності стосовно помилок моделювання, збурень та дії шумів. Тобто тут мова може йти лише про чутливість, але не про інваріантність. Цим і пояснюється використання терміну – «вироджена множина» різницевих сигналів.

Проте, на практиці поширена дещо інша логіка прийняття рішень, а саме діаметрально протилежна – рішення про факт розпізнавання ухвалюється на основі множини різницевих сигналів, яка чутлива до усіх можливих несправностей, окрім однієї, тієї яка підлягає розпізнанню, тобто

$$\begin{aligned}
 r_1(t) &= R[f_2(t), \dots, f_q(t)]; \\
 &\dots\dots\dots \\
 r_i(t) &= R[f_1(t), \dots, f_{i-1}(t), f_{i+1}(t), \dots, f_q(t)]; \\
 &\dots\dots\dots \\
 r_q(t) &= R[f_1(t), \dots, f_{q-1}(t)].
 \end{aligned}
 \tag{1.16}$$

Така множина отримала спеціальну назву – узагальненої множини різницевих сигналів. Якщо усі скалярні різницеві сигнали формуються ідентично з використанням відповідних відновників, то у цьому випадку отримуємо банк пристроїв відновлення [57,58], а процедура розпізнавання може бути реалізована за схемою:

$$\left. \begin{aligned}
 r_i(t) \leq T_i, \\
 r_j(t) > T_j \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, q\},
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_i(t) \neq 0; i = \{1, 2, \dots, q\}.$$

Нижченаведений приклад ілюструє еквівалентність обох підходів. Для цього розглянемо процедуру розпізнавання трьох типів несправностей $\{f_1, f_2, f_3\}$ на основі аналізу сформованих трьох різницевих сигналів $\{r_1, r_2, r_3\}$ з використанням зазначених вище методів. У наведених таблицях «1» у i -му рядку та j -му стовпці означає, що різницевий сигнал є чутливим до несправності f_i , у той час як «0» означає його нечутливість. Як видно з наведених таблиць, обидва методи дозволяють однозначно розпізнавати зазначені несправності, оскільки усі кодові послідовності є різними.

	r_1	r_2	r_3		r_1	r_2	r_3	
f_1	1	0	0		f_1	0	1	1
f_2	0	1	0		f_2	1	0	1
f_3	0	0	1		f_3	1	1	0
Метод 1					Метод 2			

Множина різницевих сигналів, орієнтованих за напрямком. Це альтернативний шлях покращення процедури розпізнавання, який передбачає використання направлених властивостей векторного різницевого сигналу, який задається у просторі різницевих сигналів. Кожному типу несправності повинен відповідати свій різницевий вектор, що займає у просторі різницевих сигналів цілком певний фіксований напрямок $r[t/f_i(t)] = \alpha_i(t)l_i$; $i \in \{1, 2, \dots, q\}$, де постійний вектор l_i є сигнатурним напрямком i -ї несправності у просторі різницевих сигналів, а α_i – скалярна величина, яка залежить від інтенсивності несправності або її динаміки. У цьому випадку, задача розпізнавання несправності зводиться до визначення найкоротшої відстані між заданими сигнатурними напрямками і фактично сформованим різницевим сигналом. Для успішного розпізнавання необхідно, щоб заданий сигнатурний напрямок був однозначно пов'язаний з конкретним типом несправності. Рис.1.15 ілюструє процес розпізнавання несправностей за допомогою спрямованих різницевих векторів. У цьому прикладі найбільш близьким є напрямок l_1 , і йому відповідає з найбільшою ймовірністю несправність, пов'язана саме із цим напрямком.

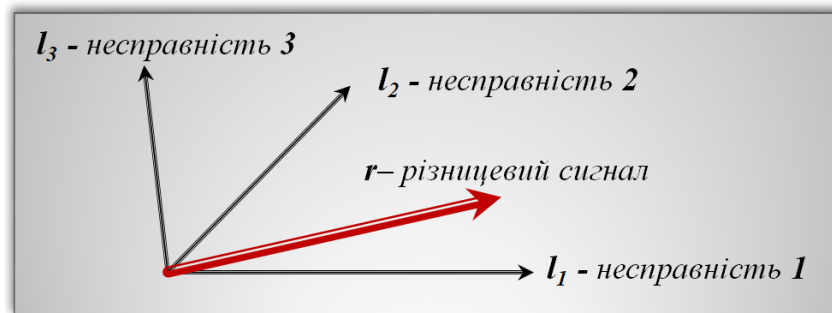


Рис. 1.15. Локалізація несправностей за допомогою множини направлених векторів

1.11 Локалізація несправностей у сенсорах та підсистемах регулятора

Якщо обмежитись розглядом задачі локалізації несправностей тільки у сенсорах, то у відповідності до рис. 1.13 вихід системи можна записати як

$$y(p) = W_{wy}(p)u(p) + f_s(p). \quad (1.17)$$

Для того щоб сформувати різницевий сигнал, чутливий тільки до одного типу несправностей, наприклад, $f1_s(p)$ і інваріантний до іншого $f2_s(p)$ слід виконати декомпозицію рівняння спостережень (1.17):

$$\begin{bmatrix} y1(p) \\ y2(p) \end{bmatrix} = W_{uy}(p)u(p) + \begin{bmatrix} f1_s(p) \\ f2_s(p) \end{bmatrix} \quad (1.18).$$

У цьому випадку формат різницевого сигналу чутливий до типу несправностей $f1_s(p)$ прийме вигляд

$$\begin{aligned} y(p) &= W1_{uy}(p)[u1(p) + f1_a(p)] + W2_{uy}(p)[u2(p) + f2_a(p)]; \\ r1(p) &= K1_{ur}(p)u(p) + K1_{yr}(p)y1(p), \end{aligned} \quad (1.19)$$

де $y1(p) = W_{uy}(p)u(p) + f1_s(p)$. Підставивши $y1(p)$ у вищенаведене рівняння отримуємо

$$r1(p) = [K1_{ur}(p) + K1_{yr}(p)W_{uy}(p)]u(p) + K1_{yr}(p)f1_s(p). \quad (1.20)$$

З виразу (1.20) неважко помітити, що різницевий сигнал $r^1(s)$ буде вибірково чутливим до групи $f1_s(p)$ тільки у тому випадку, коли матрична передатна функція формувача різницевого сигналу задовольнятиме умовам:

$$K1_{ur}(p) = -K1_{yr}(p)W_{uy}(p); \quad K1_{yr}(p) \neq 0. \quad (1.21)$$

Ця вимога збігається з вимогою для різницевого сигналу, яка сформульована у рівнянні (1.13), і видно, що немає ніяких додаткових вимог з боку проблеми локалізації несправності. Щодо матриці передачі $K1_{yr}(p)$, то вона може обиратися довільно аби тільки задовольнялися умови стійкості та практичної реалізації. Як тільки матриця $K1_{yr}(p)$ буде обрана, то $K_{ur}(p) = K1_{ur}(p) = -K1_{yr}(p)W_{uy}(p)$. Оскільки матриця $K1_{yr}(p)$ вибирається довільно, то операція локалізації несправності завжди можлива. У випадку появи несправності у підсистемі регулятора, системний вихід стане описуватися виразом

$$y(p) = W_{uy}(p)[u(p) + f_a(p)]. \quad (1.22)$$

При бажанні забезпечити чутливість різницевого сигналу до несправності одного типу, наприклад, $f1_a(p)$ і інваріантність до іншого типу $f2_a(p)$, вищезгадане рівняння слід розкласти на складові

$$y(p) = W1_{uy}(p)[u1(p) + f1_a(p)] + W2_{uy}(p)[u2(p) + f2_a(p)], \quad (1.23)$$

а сформований різницевий сигнал, чутливий до $f1_a(p)$, може бути описаний як

$$r1(p) = K1_{ur}(p)u1(p) + K1_{yr}(p)y(p). \quad (1.24)$$

Підстановка (1.23) у (1.24) приводить до виразу

$$r1(p) = [K1_{ur}(p) + K1_{yr}(p)W1_{uy}(p)]u1(p) + K1_{yr}(p)W1_{uy}(p)f1_a(p) + K1_{yr}(p)W2_{uy}(p)[u2(p) + f2_a(p)]. \quad (1.25)$$

Тепер для забезпечення вибіркової чутливості різницевого сигналу тільки до типу $f1_a(p)$ необхідне виконання низки умов:

$$K1_{ur}(p) + K1_{yr}(p)W1_{uy}(p) = 0; \quad K1_{yr}(p)W2_{uy}(p) = 0; \quad K1_{yr}(p)W1_{uy}(p) \neq 0. \quad (1.26)$$

Отримані рівняння вказують на необхідність введення додаткового обмеження $K1_{yr}(p)W2_{uy}(p) = 0$, при цьому стійкість та практична реалізація матричної передатної функції формувача різницевого сигналу не гарантується і не завжди можлива. Це пов'язано з відсутністю повної свободи вибору з метою досягнення необхідних характеристик процесу локалізації несправностей [59].

1.12 Методи формування різницевого сигналу [39]

Однією з найважливіших задач модельно-орієнтованого проектування систем функціональної діагностики є формування різницевих сигналів, чутливих до несправностей, але інваріантних стосовно збурень, помилок моделювання, впливу навколишнього середовища, перешкод та шумів. На сьогоднішній день процедуру формування такого сигналу інтерпретують, як задачу обробки сигналів спеціального типу [21]. Відома велика кількість методів формування різницевого сигналу, стійкого у зазначеному сенсі. У переважній більшості вони засновані на математичних моделях процесів або систем, що використовуються у сучасній системотехніці. Аналіз літературних джерел [23,42,49,50,60-64] показує, що існуюча різноманітність методів може бути зведена до декількох основних груп: спеціальні (діагностичні) відновники; методи, засновані на перевірці паритетних відносин; методи параметричного оцінювання [65]; методи, що використовують властивості інноваційного процесу та спеціальні фільтри, чутливі до несправностей [26]. Між цими групами є багато спільного, адже усі вони, у тій чи іншій формі, використо-

вують оцінки вектора стану динамічної системи, отримані за допомогою кількісної математичної моделі. У випадку детермінованої постановки задачі це – функціональні відновники О'Рейлі - Луенбергера модифікованого типу або різні варіації методів калманівської фільтрації (стохастичний варіант постанови задачі) [66-70]. Найпоширеніші з них підлягатимуть подальшому аналізу.

1.12.1 Методи формування різницевого сигналу, що засновані на відновниках станів

Ці методи використовують для формування різницевого сигналу результати вимірювань або підмножину вимірювань, проведених на діючому об'єкті, та екстрапольовану на крок уперед похибку оцінювання, отриману за допомогою кількісної математичної моделі. Якщо задача діагностики сформульована у детермінованій постановці, то це – різновиди функціональних відновників О'Рейлі - Луенбергера. Значна ступінь свободи у виборі матричного коефіцієнта передачі сприяла появі різноманітності варіантів побудови діагностичних систем. Більшість із них були розроблені порівняно недавно [71-74, 24,25]. Оскільки у задачах діагностики найбільший інтерес являє саме процедура оцінювання виходу, а не оцінки стану, то застосування функціональних відновників [75] є цілком природним. Для цілей даного підрозділу, що носить оглядовий характер, доцільно обмежитись відомостями загального характеру. Більш детально різновиди діагностичних відновників будуть розглядатись у наступних розділах. Опіраючись на фундаментальні роботи [75, 76], пояснимо ідейну сторону справи. З метою спрощення подальших позначень, проте без втрати спільності погляду, обмежимося розглядом лінійної стаціонарної системи, динаміка якої описується системою векторних рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \Sigma s(t) + \Gamma u(t); \\ y(t) &= Hs(t) + Gu(t). \end{aligned} \quad (1.27a)$$

Задача полягає в отриманні оцінки вектора стану $s^*(t)$ або у більш загальному вигляді деякої лінійної функції від вектора стану $L^*[s(t)]$ за допомогою іншої динамічної системи – функціонального відновника, що задається системою рівнянь

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) &= Az(t) + Bu(t) + Wy(t); \\ y_z(t) &= Cz(t) + Du(t) + Sy(t),\end{aligned}\tag{1.27}$$

де $z(t)$ є вектором стану функціонального відновника, а його розмірність не обов'язково співпадає з розмірністю вектора стану $s(t)$; A, B, C, D, S, W системні матриці, відповідних розмірів. Вихід відновника $y_z(t)$ прийнято називати оцінкою $L^*[s(t)]$, для системи описуваної рівнянням (1.27а). Оцінка розуміється у асимптотичному сенсі, тобто за відсутності несправностей справедлива умова:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{y_z(t) - L[s(t)]\} = \lim_{t \rightarrow \infty} \{L^*[s(t)] - L[s(t)]\} = \mathbf{0}.\tag{1.28}$$

При уведенні матричної передатної функції T , яка пов'язує вектор стану об'єкта з вектором стану спостерігача $z(t) = Ts(t)$, спостерігач відповідно до рівняння (1.27) буде формувати асимптотичну оцінку $L^*[s(t)]$ тоді і тільки тоді, коли задовольняються такі умови [75]: власні значення матриці A повинні бути стійкими; а поміж матрицями (1.27а) та (1.27) існують співвідношення:

$$AT = T\Sigma - WH; \quad B = T\Gamma - WG; \quad CT = L - SH; \quad D + SG = \mathbf{0}.\tag{1.29}$$

Необхідні та достатні умови існування такого відновника задаються спостережуваною парою (H, Σ) [76]. За умови виконання вищезазначених умов і обґрунтованих припущень щодо взаємовідносин між апріорно заданими системними матрицями Σ, Γ, H, G, L та матрицями відновника A, B, C, D, S, W можна отримувати різновиди функціональних відновників, які будуть детально проаналізовані у наступному розділі. Наприклад, для того щоб сформувати векторний різницевий сигнал, необхідно оцінювати вихід системи. Для цього слід покласти $L = C$. Тепер оцінка виходу буде описуватися виразом $y^*(t) = y_z(t) + Gu(t)$, а вектор різницевого сигналу, з урахуванням (1.27), буде таким:

$$r(t) = Q[y(t) - y^*(t)] = L_1z(t) + L_2y(t) + L_3u(t),\tag{1.30}$$

де Q – матриця вагових коефіцієнтів, $L_1 = -QC$; $L_2 = Q(I - S)$; $L_3 = -Q(G + D)$.

Структура формувача-генератора різницевого сигналу показана на рис. 1.16.

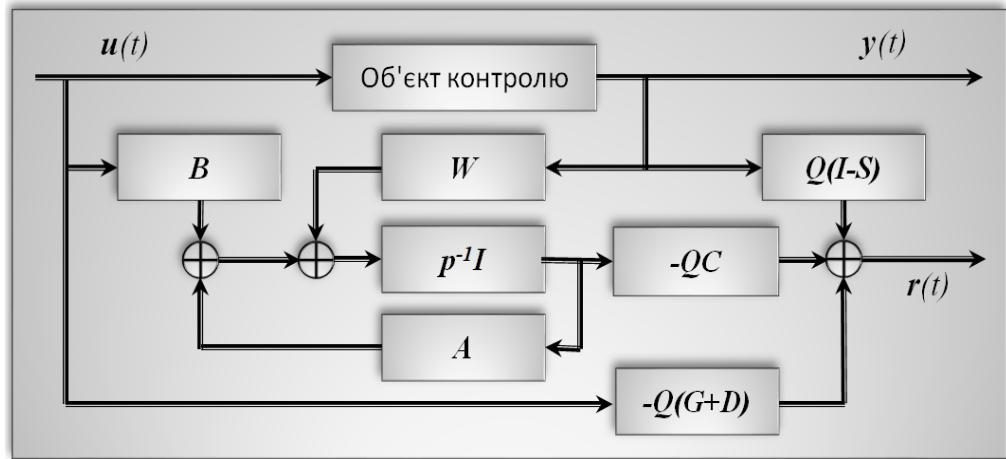


Рис.1.16. Формування різницевого сигналу функціональним відновником [75]

Математично ця структура описується парою рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + Wy(t); \\ r(t) = L_1 z(t) + L_3 u(t) + L_2 y(t), \end{cases} \quad (1.31)$$

а матриці повинні задовольняти умовам: власні значення матриці A – стійкі;

$$AT = T\Sigma - WH; \quad B = T\Gamma - WG; \quad L_1\Gamma + L_2H = 0; \quad L_3 + L_2G = 0. \quad (1.32)$$

Маючи на увазі вирази (1.31) та (1.32), неважко знайти перетворення Лапласа для різницевого сигналу, яке описується виразом

$$r(p) = \left[L_1 (pI - A)^{-1} W + L_2 \right] y(p) + \left[L_1 (pI - A)^{-1} B + L_3 \right] u(p) \quad (1.33)$$

З огляду на рис. 1.16, можна помітити структуру вбудованого зворотного зв'язку, призначеного для поліпшення динамічних властивостей різницевого сигналу. У тому випадку, коли застосовується формувач різницевого сигналу (1.31) до системи (1.8), то різницевим сигналом буде величина

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Ae(t) - T\Phi_1 f(t) + WF_1 f(t); \\ r(t) = L_1 e(t) + L_2 F_1 f(t), \end{cases} \quad (1.34)$$

де $e(t) = z(t) - Ts(t)$.

З формули (1.34) можна зробити винятково важливий висновок, що сформований у такий спосіб різницевий сигнал *залежить тільки й тільки від вектора несправностей f* . Ще подальшого спрощення можна досягнути, якщо у якості формувача-генератора різницевого сигналу застосувати функціональний відновник повного

порядку [77], тобто розмірність відновника співпадає з розмірністю об'єкта контролю. За таких обставин маємо:

$$T = I; \quad A = \Sigma - WH; \quad B = \Gamma - WG; \quad L_1 = QH; \quad L_2 = -Q; \quad L_3 = QG.$$

У частотній області матричні передатні функції для формувача різницевого сигналу (1.11), заснованого на відновнику повного порядку, будуть такими

$$r(p) = K_{ur}(p)u(p) + K_{yr}(p)y(p),$$

$$\text{де } \begin{cases} K_{ur}(p) = Q \{ H [pI - (\Sigma - WH)]^{-1} (\Gamma - WG) + G \}; \\ K_{yr}(p) = Q \{ H [pI - (\Sigma - WH)]^{-1} W - I \}. \end{cases} \quad (1.35)$$

Для подальшої зміни частотної характеристики різницевого сигналу доцільно динамічно змінювати вагову матрицю $Q(p)$. Слід підкреслити, що для довільної динамічної системи, описаної у частотній області співвідношеннями «вхід-вихід» завжди існує формувач різницевого сигналу. Це обумовлено тим фактом, що такі системи є завжди спостережуваними [76]. Мінімальний порядок функціонального спостерігача q_0 задовольняє нерівності $q_0 \leq \mu - 1$, де μ є індексом відновлюваності, який визначається мінімальним числом, що задовольняє умові $\text{rank} \left[H^T, (H\Sigma)^T, \dots, (H\Sigma^\mu)^T \right] = n$. Для спостережуваних систем μ лежить у межах [52]

$$\frac{n}{m} \leq \mu \leq n - m + 1. \quad (1.36)$$

Нерівність (1.36) визначає тільки мінімально можливий порядок функціонального відновника. На практиці, порядок відновника вибирається дещо більшим, від мінімально можливого. Це пов'язано з тим, що для цілей функціональної діагностики необхідні ще додаткові умови з метою забезпечення чутливості різницевого сигналу до несправностей. Для локалізації несправностей можна використовувати модельно-орієнтовані відновники, за допомогою яких формується або структурована множина різницевих сигналів або векторний різницевий сигнал, що має задану орієнтацію у функціональному просторі. Якщо потрібно забезпечити чутливість різницевого сигналу до усіх несправностей, окрім єдиної що являє інтерес, то у цьому випадку відновник формує різницевий сигнал, керуючись при цьому усіма виходами, окрім одного, що тестується. Іншими словами вектор виходу

$y=(y_1, y_2, \dots, y_m)$ замінюється на $(y_1, \dots, y_{i-1}, \dots, y_{i+1}, \dots, y_m)$, що рівнозначно нечутливості різницевого сигналу саме до i -ої до несправності.

Формування структурованих різницевих сигналів для локалізації несправностей у підсистемах регулятора здійснювати значно складніше. Як правило, цю задачу намагаються розв'язувати за допомогою відновників з невизначеними входами [74], або їх апріорі наділяють певною власною структурою [78]. У цих випадках, розв'язок задачі не завжди можливий. Задача формування структурованої множини різницевих сигналів за допомогою відновників з невизначеними входами буде детально розглянута у наступному розділі. Векторні різницеві сигнали із заданим напрямком у функціональному просторі також можуть бути сформовані за допомогою спеціальних фільтрів, названих виявляючими або відмовночутливими [63,26]. Деякі варіанти побудови таких фільтрів будуть представлені у четвертому розділі.

1.12.2 Формування різницевого сигналу методом паритетних відносин

У ранніх роботах [79,80], пов'язаних з діагностикою несправностей, метод перевірки паритетних відносин застосовувався саме до схем паралельного резервування, які працювали у статичному режимі на принципах апаратної надлишковості, і він був відомий як метод перевірки на парність. Цей термін більш точно відбиває суть методу: число резервних елементів повинно бути парним; у випадку коректної роботи усіх задіяних елементів вихідний сигнал зі схеми прийняття рішень повинен бути нульовим (детермінований варіант постановки задачі) або нульовим у сенсі середнього значення у разі стохастичного варіанту; при появі несправності цей баланс порушується, і вихідний сигнал суттєво відрізняється від нуля. Паритетні відносини формуються безпосередньо з результатів спостережень або шляхом аналізу аналітичних залежностей, що зв'язують результати надлишкових вимірювань. Неважко помітити, що цей метод є антиподом методу мажоритарного голосування, де число елементів завжди є непарним. Розрізняють два способи застосування методу паритетних відносин: а) використання ідентичних однотипних сенсорів, призначених для виміру однієї й тієї ж величини; б) викори-

стання різнотипних сенсорів, призначених для виміру різних змінних, але їх виходи зв'язані певною аналітичною залежністю. Основна ідея застосування методу полягає у забезпеченні перевірки на сумісність результатів спостережень.

Для цього розглянемо задачу спостережень n -мірного вектору $s(k)$ з використанням m сенсорів. Якщо нехтувати інерційністю сенсорів через їх високу швидкодію, то рівняння спостережень можна вважати алгебраїчним:

$$y(k) = Hs(k) + f(k) + v(k), \quad (1.37)$$

де $y(k) \in \mathbf{R}^m$ є вектором спостережень, H – матриця спостережень розміром $m \times n$, $s(k) \in \mathbf{R}^n$ є вектором стану, $f(k)$ – вектор несправностей сенсорів, $v(k)$ – вектор шумів спостережень. Передбачається, що число спостережень m суттєво більше від розмірності вектора $s(k)$ стану n і $\text{rank}(H) = n$. Створимо лінійну комбінацію результатів спостережень, здатну сформувану різницевий сигнал, тобто вектор паритетів за правилом $r(k) = \Theta y(k)$, де Θ – невинроджена матриця лінійного перетворення розміру $m \times m$, що підлягатиме визначенню. Для того, щоб задовольнялися умови паритетних відносин – нульовий різницевий сигнал у випадку відсутності несправностей, матриця Θ повинна бути такою, щоб виконувалася умова $\Theta H = 0$. У такому разі вектор паритетів містить інформацію лише про несправності та шуми, і не залежить від вектора стану [81]:

$$r(k) = \theta_1 [f_1(k) + v_1(k)] + \theta_2 [f_2(k) + v_2(k)] + \dots + \theta_m [f_m(k) + v_m(k)]. \quad (1.38)$$

Тут через θ_i позначено i -й стовпець матриці Θ , $f_i(k) \in i$ -м елементом $f(k)$, який відповідає несправності у i -у сенсорі. Окрім того, рівняння (1.38) показує, що паритетний простір різницевих сигналів формується стовпцями матриці Θ , а саме стовпці матриці Θ утворюють базис паритетного простору. Також з рівняння (1.38) неважко помітити, що поява несправності в i -у сенсорі супроводжується зростанням різницевого сигналу у напрямку θ_i , завдяки чому збільшується норма різницевого сигналу $r(k)$. Користуючись позначеннями квадрату норми, уведеними у роботі [82], а саме $D_{FD}(k) \equiv r^T(k)r(k)$ можна сформулювати правило прийняття рішення щодо виявлення несправності. Якщо несправність виявляється у сенсорній підсистемі, то $D_{FD}(k)$ буде більшим, заздалегідь визначеного порогу. Таким

чином, у галузі функціональної діагностики термін «паритет» сприймають як здатність до виявлення несправностей, що виникли в системних компонентах. Якщо вирішується задача локалізації несправності, тоді функція прийняття рішення може бути такою:

$$D_{FLi}(k) \equiv \theta_i^T(k) \mathbf{r}(k); \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (1.39)$$

Для певного різницевого сигналу $\mathbf{r}(k)$, несправність у сенсорі визначається шляхом обчислення m значень $D_{FLi}(k)$. Якщо одне з цих значень, наприклад, $D_{FLj}(k)$ є більшим за інші, то відповідний сенсор є несправним з найбільшою ймовірністю. З цієї точки зору, стовпці матриці лінійного перетворення Θ формують m -мірну сигнатуру несправностей $(\theta_i, i = 1, 2, \dots, m)$ у вигляді направлених векторів. Після того, як несправність була виявлена, операція її розпізнавання здійснюється шляхом порівняння отриманого вектора паритетів з кожним сигнатурним напрямком, оскільки функція $D_{FLi}(k)$ виступає у вигляді міри кореляції векторного різницевого сигналу із сигнатурними напрямками несправностей. Для підвищення надійності розпізнавання бажано збільшувати кути між сигнатурними напрямками до максимально можливих. Очевидно, що найкраща якість процедури розпізнавання досягається тоді, коли напрямки θ_i визначаються за правилом:

$$\begin{cases} \min \{ \theta_i^T \theta_j \}; & i \neq j; \quad i, j \in \{1, 2, \dots, m\}; \\ \max \{ \theta_i^T \theta_i \}; & i \in \{1, 2, \dots, m\} \end{cases}$$

Оскільки $\text{rank}(\mathbf{H}) = n$, то фактично вдається реалізувати лише наближений розв'язок для матриці Θ , суть якого полягає у тому, що повинні виконуватись полегшені умови

$$\Theta^T \Theta = \mathbf{I}_m - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T, \quad (1.40)$$

де $\mathbf{H}^\# \triangleq (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T$ – псевдообернена матриця Мура–Пенроуза. Таким чином, питання про існування розв'язку рівняння $\Theta \mathbf{H} = \mathbf{0}$ фактично вирішується визначенням рангу матриці спостережень $\text{rank}(\mathbf{H}) = n < m$. Це означає, що рядки матриці спостережень повинні бути лінійно незалежними, іншими словами виходи сенсорів повинні бути зв'язаними лише статично. Для випадку коли $\text{rank}(\mathbf{H}) = m < n$,

прямих надлишкових зв'язків не існує, однак їх можна утворювати шляхом накопичення результатів вимірів на певному часовому інтервалі (вікні даних) типу $\{y(k - \tau), y(k - \tau + 1), \dots, y(k)\}$, де $\tau \in$ заданою величиною і визначає ширину вікна даних, тобто пам'ять системи. У зв'язку із цим розглянемо лінійну дискретну динамічну систему

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \Sigma s(k) + \Gamma u(k) + \Phi_1 f(k); \\ y(k) &= Hs(k) + Gu(k) + F_1 f(k), \end{aligned} \quad (1.41)$$

де $s(k) \in \mathbf{R}^n$ – вектор стану; $y(k) \in \mathbf{R}^m$ – вектор виходу; $u(k) \in \mathbf{R}^p$ – вектор входу, $f(k) \in \mathbf{R}^q$ – вектор несправностей; $\Sigma, \Gamma, \Phi_1, H, G, F_1$ – дійсні матриці відповідних розмірів. Тут динамічна модель повинна бути відомою, оскільки вона відіграє роль апіорних даних при формуванні так званої «часової надлишковості». Уперше така модифікація паритетних відносин була запропонована у роботі [83], як прямий розвиток методів паралельної надлишковості. Згідно [83], надлишкові зв'язки формуються у наступний спосіб. Застосуємо рівняння (1.41) до моментів часу від $(k - \tau)$ до k , тоді отримаємо:

$$\begin{bmatrix} y(k-\tau) \\ y(k-\tau+1) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix} - \Pi \begin{bmatrix} u(k-\tau) \\ u(k-\tau+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix} = Ns(k-\tau) + \Delta \begin{bmatrix} f(k-\tau) \\ f(k-\tau+1) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix}, \quad (1.42)$$

де

$$\Pi = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{HG} & \mathbf{G} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}\Sigma^{(\tau-1)}\Gamma & \mathbf{H}\Sigma^{(\tau-2)}\Gamma & \dots & \mathbf{G} \end{bmatrix}; \quad \Delta = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{H}\Phi_1 & \mathbf{F}_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}\Sigma^{(\tau-1)}\Phi_1 & \mathbf{H}\Sigma^{(\tau-2)}\Phi_1 & \dots & \mathbf{F}_1 \end{bmatrix}; \quad N = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{H}\Sigma \\ \vdots \\ \mathbf{H}\Sigma^\tau \end{bmatrix};$$

$$\Pi \in \mathcal{R}^{(\tau+1)m \times (\tau+1)p}; \quad \Delta \in \mathcal{R}^{(\tau+1)m \times (\tau+1)q}; \quad N \in \mathcal{R}^{(\tau+1)m \times n}$$

Якщо увести нові позначення:

$$Y(k) \triangleq \begin{bmatrix} y(k-\tau) \\ y(k-\tau+1) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}; \quad U(k) \triangleq \begin{bmatrix} u(k-\tau) \\ u(k-\tau+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}; \quad F(k) \triangleq \begin{bmatrix} f(k-\tau) \\ f(k-\tau+1) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix},$$

то рівняння (1.42) може бути переписане у матричній формі як

$$Y(k) - \Pi U(k) = Ns(k-\tau) + \Delta F(k). \quad (1.43)$$

Дотримуючись робіт [83,84], уведемо таке позначення для різницевого сигналу

$$r(k) = Q[Y(k) - \Pi U(k)], \quad (1.44)$$

де $Q \in \mathbf{R}^{p \times (\tau+1)m}$; p – розмірність різницевого сигналу. Порядок рівняння (1.44) визначається заданою величиною τ , вона ж і визначає розмірність вектора паритетів. Рівняння (1.44) являє собою, так звану алгоритмічну (обчислювальну) форму генератора залишкового різницевого сигналу [55] і розкриває його зв'язок з входами та виходами об'єкта контролю. Підстановка (1.43) у (1.44) дає

$$r(k) = QNs(k-\tau) + Q\Delta F(k). \quad (1.45)$$

Рівняння (1.45) може бути корисним для цілей функціональної діагностики, якщо забезпечити незалежність різницевого сигналу від системного входу та вектору стану, прийнявши умову $QN = \theta$, проте з точки зору можливості виявлення несправностей слід покласти $Q\Delta \neq \theta$. При виборі відповідного значення величини τ , наприклад, при $\tau = n$, розв'язок завжди існує, що безпосередньо впливає з теореми Келі – Гамільтона, тобто формувач різницевого сигналу, призначений для виявлення несправностей, завжди можна побудувати. Проте, на практиці належне значення τ знаходиться з інтуїтивних міркувань на основі придбаного досвіду. Особливий інтерес являє випадок, коли ширина вікна даних τ_0 вибирається мінімально можливою. У [72, 85] визначні межі, у яких може перебувати це значення:

$$[\text{rank}(N_0) / \text{rank}(H)] \leq \tau_0 \leq \text{rank}(N_0) - \text{rank}(H) + 1,$$

де через N_0 позначена матриця відновлюваності для пари (H, Σ) . Якщо система є відновлюваною, а рядки матриці H лінійно незалежні, то зазначена нерівність спрощується і співпадає з виразом (1.36). функціональна схема, що реалізує метод паритетних відносин, показана на рис. 1.17.

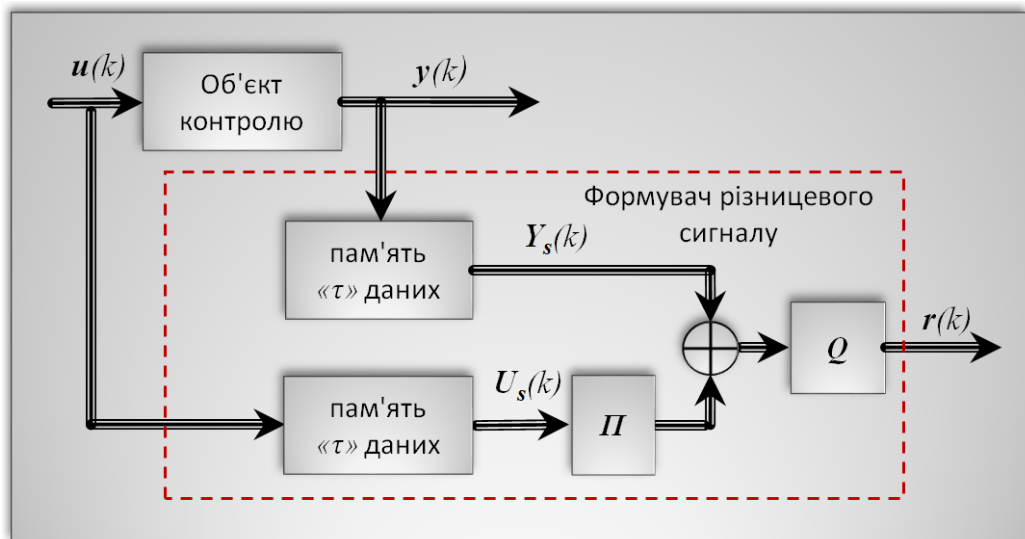


Рис. 1.17. Формування різницевого сигналу за допомогою «вікна даних»

Таку ж структуру можна одержати з використанням співвідношень «вхід-вихід» на основі застосування дискретних передатних функцій. Gertler J. і Singer D. [82] першими запропонували цей метод, і назвали його методом «паритетних відносин». З вищевикладеного зрозуміло, що існує певний зв'язок між методом паритетних відносин і методом, що використовує модельно-орієнтовані функціональні відновники. На це звертали увагу Massoumnia M.A [86] та Frank P.M. і Wunnenberg J. [87], проте строге математичне встановлення еквівалентності обох методів було виконано Patton R.J. і Chen J. [88]. Вони показали, що метод паритетних відносин еквівалентний методу модельно-орієнтованих функціональних відновників лише у окремому випадку, коли спостерігач є «виродженим» у тому сенсі, що усі його полюси розташовані у початку координат. Таким чином, метод паритетних відносин має більш вузьку сферу застосування і надає меншу ступінь свободи у проектуванні ніж метод модельно-орієнтованих функціональних відновників, що працює практично без обмежень.

1.12.3 Формування різницевого сигналу методами факторизації

Формувач різницевого сигналу також може бути синтезованим у частотній області методом факторизації передатної функції об'єкта контролю. Уперше така

можливість згадувалася у роботі [89]. Більш докладне та розширене дослідження цього питання було виконано Ding X. і Frank P.M. [90], які переглянули постановку задачі функціональної діагностики та виклали методику її розв'язання саме з такої точки зору. В основу підходу покладено той факт, що будь-яку раціональну матричну передатну функцію $G_u(p)$ можна записати у вигляді добутку $G_u(p) = M^{-1}(p)N(p)$, де $M(p)$ і $N(p)$ є раціональними і реалізованими матричними функціями передачі. Грунтуючись на цьому факті, формувач різницевого сигналу можна описувати як

$$r(p) = Q(p)[M(p)y(p) - N(p)u(p)], \quad (1.46)$$

де $Q(p)$ означає ваговий коефіцієнт, який можна змінювати у часі і тим самим впливати на динамічні властивості різницевого сигналу у певному частотному діапазоні. Це прямо впливає з підрозділу 1.7, де $y(p) = W_{wy}(p)u(p) + W_{fy}(p)f(p)$. Підставивши цей вираз у рівняння (1.46) отримаємо формулу для різницевого сигналу у вигляді $r(p) = Q(p)M(p)W_{fy}(p)f(p)$, у якій присутній тільки вплив несправностей. Таким чином, проектування формувача-генератора різницевого сигналу зводиться, по-суті, до пошуку матричних передатних функцій $M(p)$ і $N(p)$, які виражаються через системні функції об'єкта контролю у такий спосіб [75]:

$$M(p) = -H[pI - (\Sigma - WH)]^{-1}L + I; \quad N(p) = H[pI - (\Sigma - WH)]^{-1}(\Gamma - WG) + G. \quad (1.47)$$

Порівняння (1.47) з матричними передатними функціями відновників повного порядку (1.35) показує, що вони майже ідентичні, і демонструє взаємозв'язок методу факторизації з методом модельно-орієнтованих функціональних відновників [91].

1.12.4 Формування різницевого сигналу методами ідентифікації параметрів

Модельно-орієнтовані системи функціональної діагностики можна розробляти на основі методів ідентифікації параметрів [13,92]. При цьому, передбачається, що математична модель системи допускає опис у вигляді $y(t) = f[\varphi, u(t)]$, де φ

являє собою вектор коефіцієнтів параметричної моделі, які безпосередньо пов'язані з фізичними параметрами системи (наприклад, індуктивність, ємність, опір, тертя, маса, в'язкість та тощо). Функція $f(\cdot, \cdot)$ може бути презентована як у лінійному, так і в нелінійному форматі. Базовими процедурами синтезу є: побудова математичної моделі об'єкта на основі аналізу фізичних зв'язків між входами та виходами; визначення взаємозв'язків між коефіцієнтами параметричної моделі і фізичними параметрами системи; оцінювання коефіцієнтів математичної моделі за номінальних умов; визначення можливих діапазонів зміни параметрів моделі у випадку появи несправностей. Після виконання останнього кроку, може бути створена база даних для розглянутих несправностей та їх ознак. У процесі функціонування системи коефіцієнти моделі періодично ідентифікуються на основі вимірів входів і виходів фактично діючого об'єкта з наступним порівнянням їх значень з параметрами номінального режиму роботи. Для формування різницевого сигналу необхідне застосування алгоритмів ідентифікації, що працюють у реальному масштабі часу. Як тільки отримана оцінка параметрів моделі $\varphi^*(k-1)$, тоді різницевий сигнал формується за правилом $r(k) = \varphi^*(k) - \varphi_0$ або $r(k) = y(k) - f[\varphi^*(k-1), u(k)]$, де φ_0 – коефіцієнти моделі за номінальних умов.

1.13 Діагностика несправностей у стохастичних системах

У стохастичних системах синтез процедур виявлення та локалізації несправностей здійснюється з використанням статистичних тестів, застосованих до різницевого сигналу [13,21], наприклад: методом зважених середньоквадратичних сум; критерію χ^2 [93]; методами узагальненого відношення правдоподібності, послідовного аналізу Вальда та їх модифікації. Щоб виключити або зменшити вплив шумів на різницевий сигнал, пристрій формування різницевого сигналу повинен бути спроектований відповідним чином. Для цієї мети зазвичай використовують стохастичні відновники у вигляді модифікованих фільтрів Калмана [93-96], оскільки вони містять у собі механізм формування різницевого сигналу на основі стохастичної моделі динамічної системи. У режимі нормального функціонування

(без несправностей) різницевий сигнал на виході фільтра (інноваційний процес) є випадковим не корельованим процесом з нульовим середнім значенням та відомою коваріаційною матрицею. Mehra R.K. і Peschon J. [97] одними з перших першими запропонували використовувати статистичний тест для інноваційного процесу з метою виявлення несправностей. Надалі було запропоновано велику кількість варіантів перевірки гіпотез з метою функціональної діагностики [98]. Загальною ідеєю запропонованих методів є намір протестувати серед усіх можливих гіпотез тільки ті, які відносяться до системних несправностей або є вільними, тобто без уведених обмежень. Оскільки кожний тип несправності має специфічні ознаки, то перевірка багатьох гіпотез зводиться, по суті, до визначення факту, яка з конкуруючих гіпотез є найбільш правдоподібною. На сьогоднішній день стали відомими деякі фільтри калманівського типу, спеціально адаптовані до завдань функціональної діагностики, наприклад: багатовимірний адаптивний фільтр [99,58], або фільтр, що корегує величину зсувів у окремих змінних вектора стану динамічної системи [100]. Стохастичні відновники є важливою складовою загальної постановки задачі функціональної діагностики, і їм у даній роботі присвячені окремі розділи.

1.14 Порівняльний аналіз модельно-орієнтованих методів функціональної діагностики та перелік основних задач, що підлягатимуть розв'язку

На даний момент запропонована значна кількість методів виявлення та локалізації несправностей і перед практикуючим інженером встає дилема вибору прийняттого варіанту розробки діагностичної системи. У цьому напрямку були проведені деякі попередні дослідження [11,101] з метою вироблення загальних рекомендацій стосовно застосування існуючих методів на практиці. Проте слід підкреслити, що запропоновані рекомендації ні в якому разі не претендують на повноту.

У будь-якому випадку, розроблювальні методи виявлення та локалізації несправностей повинні бути спроможними, у тій чи іншій мірі, вирішувати наступні основні задачі:

1. Можливість виявляти та локалізувати несправності у сенсорах, підсистемах регулятора, компонентах об'єкта контролю.
2. Виявляти та локалізувати несправності, що тільки зароджуються, нарівні з раптовими.
3. У певний спосіб забезпечувати стійкість щодо непередбачених збурень, похибок моделювання, лінеаризації, зниження порядку моделі, відхиленню параметрів від їх номінальних значень у підсистемах об'єкта контролю.
4. Здійснювати фільтрацію шумів у контрольованій системі.
5. Здатність виявляти та локалізувати, як адитивні так і мультиплікативні несправності
6. Можливість обробки неодноразових несправностей.
7. Застосовувати методи урахування впливу нелінійних ефектів у контрольованій системі.
8. Мати прийнятний рівень складності та можливість спрощень.
9. Ефективно використовувати доступну апіорну інформацію з метою застосування елементів самонавчання та методів самоорганізації.
10. Допускати можливість інтеграції у системи вищого ієрархічного рівня.

Певно мірою, відповідь на ці питання можна отримати за допомогою порівняльної таблиці 1.1. Однак, незважаючи на наведені рекомендації, проблема вибору методу побудови системи функціональної діагностики залишається досить складною та невизначеною. Головною проблемою є доступність інформації про контрольовану систему та спосіб її використання. Це насамперед стосується функціонування у номінальному режимі, тобто без несправностей, який є основою для наступного порівняння. З метою виявлення та локалізації несправностей апіорну інформацію доцільно задавати у вигляді відповідних моделей.

Таблиця 1.1

Порівняльна характеристика модельно-орієнтованих методів виявлення та локалізації несправностей

Показники	Методи:		
	Діагностичних спостережічів	Паритетних відносин	Оцінювання параметрів
Можливість виявлення та локалізації несправностей у сенсорах, підсистемах регулятора та компонентах об'єкта контролю здійснюється шляхом: 1. Уведення структурованих різницевого сигналів у схеми пристроїв відновлення спеціального типу 2. Використання виявляючі фільтрів з уведенням структурно-орієнтованих різницевого сигналів	Локалізація несправностей у сенсорах, підсистемах регулятора та компонентах об'єкта контролю здійснюється шляхом: 1. Уведення структурованих різницевого сигналів у схеми пристроїв відновлення спеціального типу 2. Використання виявляючі фільтрів з уведенням структурно-орієнтованих різницевого сигналів	Структуровані різницеві сигнали формуються шляхом уведення спеціальних ортогональних паритетних відносин	1. Локалізація несправностей досягається ляхом аналізу чутливості кореляційної матриці похибок 2. Різницевий сигнал зробити орієнтованим принципово неможливо 3. Процедура виявлення та локалізації несправностей практично реалізувати можливо, проте вони надзвичайно складні
Можливість виявлення та локалізації несправностей таких, що тільки зароджуються, нарівні з раповими	Реакція на зароджувані несправності дуже швидка	Можливе уведення структурно-орієнтованих різницевого сигналу, проте це супроводжується значними труднощами практичного характеру	Реакція на зароджувані несправності суттєво сповільнена
Спосіб обробки шумів у системі;	Статистичні властивості шумів: 1. Відомі: використання фільтра Калмана та його модифікацій для фільтрації різницевого сигналу 2. Невідомі: застосування додаткових методів фільтрації за умови, що шуми та несправності знаходяться у заданих межах	Застосовується додатковий фільтр до різницевого сигналу за умови, що шуми та несправності знаходяться у заданих межах	Обробка шумів виконується безпосередньо у процесі оцінювання
Схема обробки багатократних несправностей	При наявності достатньої кількості результатів спостережень обробка багатократних несправностей відносно проста	"...."	Необхідно встановлювати велику кількість додаткових сенсорів
Схема обробки адитивних несправностей	Схема обробки проста	"...."	"...."
Схема обробки мультиплікативних несправностей	Виявлення та локалізація параметричних несправностей можлива, проте складність зростає	"...."	"...."

Методи:				
Показники	Діагностичних спостерігачів	Паритетних відносин	Оцінювання параметрів	
Враховання не лінійності характеристик об'єкту контролю	<p>1. Застосування лінійних спостерігачів до лінеаризованих моделей, проте можуть виникати складнощі з системами високого порядку.</p> <p>2. Безпосереднє використання нелінійних спостерігачів оптимального або квазіоптимального типу до нелінійностей окремих видів</p>	<p>Можливе застосування лише до лінійних моделей. При застосуванні до нелінійних моделей з'являються дуже суттєві труднощі</p>	<p>Можливе використання методів ідентифікації для нелінійних систем</p>	
Спосіб забезпечення нечутливості до непередбачуваних збурень	<p>Підвищена стійкість до збурень невідзначеної структури забезпечується застосуванням пристроїв відновлення:</p> <ol style="list-style-type: none"> 3 невизначеними входами. Завданням власної структури 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Метод ортогональних паритетних відносин для адитивних несправностей. 2. Метод оптимальних паритетних відносин у системах, зміна параметрів яких не виходить за задані межі 	<p>Залежить, головним чином, від стійкості схем оцінювання</p>	
Рівень складності та можливість спрощень	<ol style="list-style-type: none"> 1. Процес проектування носить системний характер і відносно нескладний 2. Простота реалізації методів обробки та їх модифікації 	<p>“...”</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Потребує великого об'єму додаткових складних обчислень 2. Процес проектування є системним, проте ускладненим 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Потребує завдання структурної моделі без завдання математичної моделі зміни параметрів
Об'єм апріорної інформації	<p>Потребує математичних моделей підвищеної точності</p>	<p>Мають місце труднощі залучення апріорних статистичних даних</p>		
Спосіб адаптації та можливість самонавчання	<ol style="list-style-type: none"> 1. Застосування адаптивних пристроїв відновлення для систем зі змінними у часі або повністю невідомими параметрами 2. Застосування методів факторизації до лінійних або лінеаризованих моделей 	<p>Результатів досліджень у цьому напрямку не виявлено</p>	<p>Адаптаційні властивості та здатність самонавчатись дуже добрі, якщо використовувати адаптивні методи оцінювання</p>	

Формат системних моделей може бути досить різноманітним, наприклад, опис у термінах змінних станів, параметричні моделі, опис у частотній області, опис за допомогою якісних моделей та тощо. Отже, різні методи використовують різні типи моделей. Проте, слід зазначити, що наприклад, концепція «чорного ящика» не є занадто привабливою моделлю для цілей діагностики та реалізації принципів самоорганізації, оскільки не дозволяє на основі співвідношень «вхід-вихід» точно виявляти та розкривати причини і місце появи несправностей. Твердження, що методи оцінювання параметрів не вимагають відповідних моделей не зовсім коректні, оскільки у основі методів оцінювання лежить принцип порівняння оцінених параметрів з невідомими параметрами системи. Більш того, для встановлення взаємозв'язків між фізичними параметрами та параметрами моделі необхідно провести відповідне моделювання. Застосування параметричних моделей, отриманих методами ідентифікації-оцінювання, потребує високої точності оцінювання, інакше якісні характеристики системи діагностики суттєво погіршаться. Це вимагає великого обсягу додаткових обчислень і сповільнює реакцію діагностичної системи на несправності, що тільки зароджуються. У випадку використання певного критерію, можна стверджувати, що з ростом детальності та точності моделі буде зростати і її ефективність. У цьому сенсі детальна модель у просторі станів, отримана на основі аналізу фізичних законів є найбільш прийнятною. Більше того, аналіз порівняльної таблиці 1.1 показує, що переважну більшість прикладних задач функціональної діагностики у динамічних системах можливо успішно розв'язувати, залишаючись у рамках магістрального напрямку, заснованого на концепції модельно-орієнтованих відновників, оскільки інші методи цього класу є лише окремими випадками цієї концепції. Безсумнівною перевагою вищезазваного припущення є те, що воно опирається на теоретичні положення класичних фундаментальних робіт Луенбергера та Калмана і дозволяє:

1. З єдиних позицій розглядати як детермінований, так і стохастичний варіант постановки задачі виявлення несправностей, їх локалізацію та ідентифікацію у динамічних системах, що працюють як у неперервному, так і у дискретному часі.

2. Опиратись на всебічно розвинений математичний апарат векторної лінійної алгебри, доповнений надійним та високоефективним програмним забезпеченням у вигляді загальнодоступних та добре документованих пакетів ToolBox системи математичного моделювання MatLab, яка на даний момент є світовим стандартом у галузі науково-технічних розрахунків.

3. Відносно просто виконувати інтерпретацію отриманих результатів, і у той же час бути вільним від занадто обтяжливих обмежень.

4. Відрізнитись високою оперативністю без потреби в установці додаткового обладнання за умови доступності керуючої ЕОМ підвищеної продуктивності.

У сукупності, це дає підставу вважати, що висунута гіпотеза має перспективу. Надалі, на методах саме цього класу буде зосереджена основна увага з урахуванням переліку завдань 1-10. Причому, слід зазначити, що предметом уваги будуть не стільки всебічно досліджені класичні функціональні відновники О'Рейлі-Луенбергера та фільтри Калмана, а скільки необхідність їх модифікації для використання у якості інструментарію дослідження таких, вельми специфічних задач, як виявлення несправностей, їх локалізація та ідентифікація в динамічних системах реального часу з метою функціонального захисту від можливих порушень працездатності.

1.15 Інтеграція методів функціональної діагностики

У тому випадку, коли апріорна інформація про систему мінімальна або взагалі відсутня, а кількісну модель одержати не можливо через великий ступінь її невизначеності, відповістити на запитання, яка модель повинна бути використана з метою функціональної діагностики досить складно. Тут домінуючу роль відіграє персональний досвід та інтуїція. Наприклад, можна скористатися евристичними моделями, які ґрунтуються на вельми поверхневому описі контрольованої системи. Крім того, до якісної моделі можна залучити експертні відомості, і таким чином, можна отримати систему діагностики, засновану на базі даних. Враховуючи великий асортимент методів функціональної діагностики, які мають різні можливості та властивості, було б привабливим об'єднання переваг різних методів у

єдину комплексну систему [102]. Більше того, всебічна діагностика несправностей вимагає різнотипної апріорної інформації, починаючи з кількісної, аналітичної, евристичної, і закінчуючи рівнем експертного характеру. Це може бути виконане на основі комплексного інтегрального підходу, що лежить у основі експертних систем функціональної діагностики.

Діагностика несправностей методами нечіткої логіки. Задача прийняття діагностичних рішень може бути вирішена у нетрадиційний спосіб із застосуванням математичного апарату нечіткої логіки, основи якого були закладені у роботах L. Zadeh [103]. Щоб окреслити основну ідею методів нечіткої логіки слід звернутися до задачі формування різницевого сигналу. Різницевий сигнал навіть за номінальних умов, ніколи у точності не дорівнює нулю. Причин для цього є багато: неповна розв'язка, вплив нелінійностей та збурень, дрейф параметрів, шуми та тощо. Таким чином, миттєві значення різницевого сигналу будуть коливатися навколо нульового рівня. Невизначеності, викликані зазначеними факторами важко здолати, а почасти і неможливо. У такому разі, основною проблемою є задача ухвалення коректного рішення за умови наявності недостовірної та неповної інформації, і застосування нечіткої логіки видається цілком природним. На противагу класичній логіці, нечітка логіка дозволяє ухвалювати обґрунтовані рішення, опираючись на нечіткі знання, евристичні правила та їх комбінацію. Обробка сигналів за допомогою нечіткої логіки, по суті, складається із трьох етапів. На першому етапі різницеві сигнали порівнюються за допомогою спеціальної функції належності, яка у більшості випадків має трикутний формат. На другому етапі вибирається менший вихід із двох попередніх. На третьому етапі використовується процедура знаходження центру ваги або інший який-небудь метод осереднення, що дозволяє усувати невизначеність та привести до ймовірно правильного розв'язку. Застосування нечіткої логіки, безсумнівно, сприяє поліпшенню якості прийняття рішень і підвищує вірогідність результатів діагностики несправностей. Однак, найбільші труднощі, що перешкоджають впровадженню цієї прогресивної технології у практичну діяльність, обумовлені складністю процесу навчання. Frank P.M. та ін. [104] використовували базові принципи нечіткої логіки для розв'язку задачі

оцінювання різницевого сигналу і запропонували процедуру зваженого підсумовування замість категоричної процедури типу «так-ні». Така інформація, безумовно, корисна для людини-оператора, за яким залишається остаточний вибір прийняття рішень. Схожий підхід також був запропонований у роботі [105], де використовувалась дворівнева процедура прийняття рішень, заснована на поєднанні методів аналітичного виявлення несправностей із системою прийняття рішень на основі принципів нечіткої логіки. З останніми досягненнями у цій галузі можна ознайомитись з робіт [106,107], а також з публікацій оглядового плану [108,109], присвячених прикладним аспектам FDI стосовно хіміко-технологічних об'єктів з нахилом до технологій штучного інтелекту.

Застосування якісних методів у діагностиці несправностей. Останнім часом було зроблено багато спроб побудувати прийнятну діагностичну модель на основі декларативних знань про систему, наприклад, знак змінної, тенденції в змінах типу «зростання-зменшення», змінна величина або постійна величина і т.п. Ці поняття лежать у основі, так званого, якісного підходу. За їх допомогою можливо побудувати стійку в певному сенсі діагностичну систему. Часто такі методи використовують у якості тестів правильності функціонування розроблених кількісних методів. Необхідність якісного підходу до діагностики несправностей мотивована низкою обставин, з якими зустрічаються у практичній діяльності: несправності не можуть бути обґрунтовано описані аналітичними моделями, наприклад, несправності типу «канал пошкоджений»; інформація, що надходить у режимі реального часу не допускає кількісного опису, а відображається якісним описом умов експлуатації, наприклад, «завищений рівень палива»; окрім того, ніяка модель не може бути використана для обробки повідомлень реального часу про виникнення позаштатної ситуації; структура системи або її параметри настільки невизначені, що використання кількісної моделі стає недоцільним. У цих випадках, якісний підхід є єдино можливим і необхідним. Було запропоновано декілька підходів у якісній діагностиці несправностей, наприклад, аналіз дерева відмов, діагноз, пов'язаний з асоціаціям. Метод діагностики з використання дерева несправностей припускає аналіз розвитку несправності у динамічній системі на основі

причинно-наслідкових зв'язків із застосуванням певних правил та відносин між несправностями [110]. На сьогоднішній день значна увага, в основному, зосереджена на якісних моделях, отриманих за допомогою безпосереднього аналізу діючих фізичних законів або певних закономірностей. Одним з істотних недоліків якісних методів діагностики є неоднозначність, що виникає при маніпуляції із двома або більше декларативними змінними. Наприклад, коли одні з них позитивні, а інші негативні, результат маніпуляцій може бути як позитивним, так і негативним. Інший недолік полягає у тому, що якісні методи є відносно грубими, і вони не дозволяють діагностувати несправності, що зароджуються. Однак і кількісні, і якісні методи мають багато інших, додаткових, корисних функцій, і доцільність їх об'єднання не викликає сумнівів. Така комбінація може бути взаємовигідною, з погляду, компенсації недоліків властивим іншим підходам, і у такий спосіб можна забезпечити споживача високоякісною діагностичною інформацією.

Інтегровані системи діагностики. На рис. 1.18 зображена стандартна інтегрована система діагностики несправностей. Тут рівною мірою використовуються як аналітичні, так і евристичні дані.

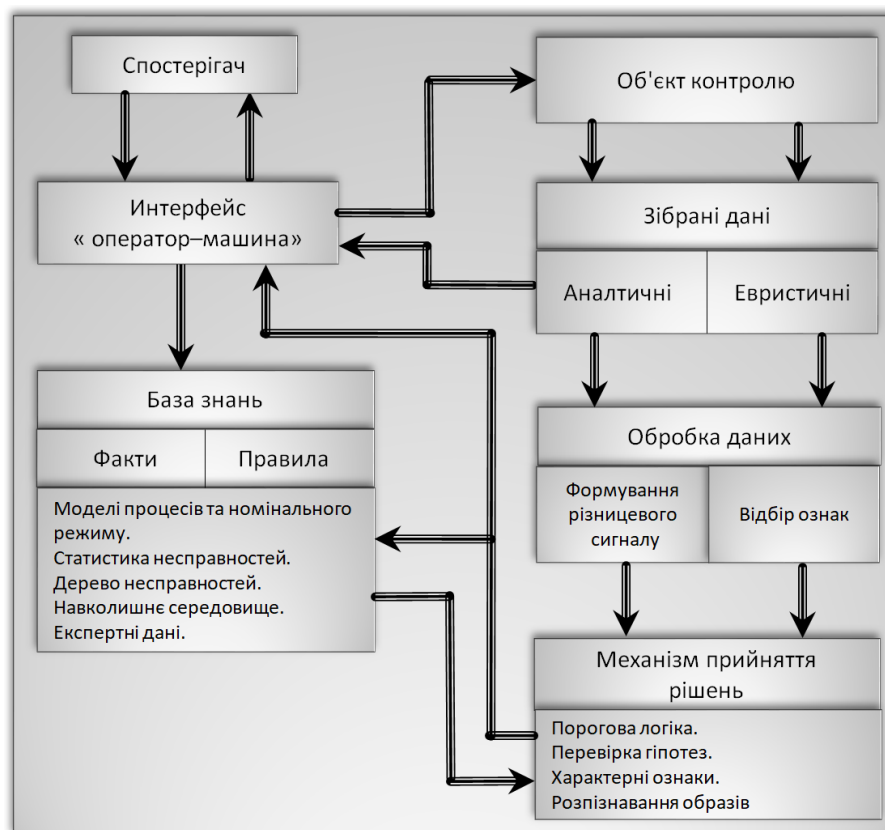


Рисунок 1.18 – Структура інтегрованої діагностичної системи [102]

Аналітичний аспект поєднує: кількісну модель номінального процесу, обробку статистичної інформації про несправності, оцінку параметрів, паритетних відносин і т.п. Евристичний аспект поєднує: інформацію, яка є доступною з аналізу діючих законів та експериментальних закономірностей, дерева несправностей та систему зв'язків між ознаками і несправностями, статистику несправностей, відому на якісному рівні та тощо. Ця інформація може оброблятися у процесі формування різницевого сигналу або здобуватися за подальшої обробки. Потім результати обробки надходять у систему прийняття рішень вищого ієрархічного рівня, яка формує остаточну оцінку, виконує аналіз ознак та розпізнавання образів несправностей. В останньому випадку, може знадобитися певна кількість знань експертного характеру та рішень, заснованих на певних інструкціях та правилах. Окрім того, все це може бути оформлене у вигляді відповідного набору – банку різнотипних моделей для відповідних ієрархічних рівнів.

1.16 Висновки

1. Даний розділ слід розглядати як оглядовий, в якому у спрощений спосіб та доступній формі викладені основні принципи побудови модельно-орієнтованих систем функціональної діагностики. Проблема виявлення та локалізації несправностей сформульована у найбільш загальному випадку на основі уведених означень та математичних моделей несправностей у динамічних системах.

2. Розглянута методологія базується на принципі формування залишкового різницевого сигналу, як основного джерела діагностичної інформації. Термін «залишковий» означає, що різницевий сигнал, сформований у вигляді різниці між фактичним виходом системи та його оцінкою, отриманою за допомогою заданої математичної моделі, повинен бути очищеним від супутнього фону: системних збурень, похибок моделювання, штучного заниження порядку моделі, впливу перешкод, шумів та тощо. Показано, що різноманітні системи функціональної діагностики можуть бути реалізованими шляхом відповідної обробки залишкового різницевого сигналу. Представлена узагальнена схема формувача (генератора) залишкового різницевого сигналу, з якої усі інші формати різницевого сигналу ви-

пливають, як окремі випадки. Розглянуті методи розв'язки (декомпозиції) різницевого сигналу щодо зазначених факторів.

3. Уведення критеріїв виявлення несправностей дозволило обґрунтувати міру достовірності виявлення несправностей. Коротко висвітлені питання локалізації несправностей та способи формування векторного різницевого сигналу.

4. Виконано порівняльний аналіз модельно-орієнтованих методів функціональної діагностики та сформульований перелік основних завдань, що підлягатимуть подальшим дослідженням. Більше того, аналіз порівняльної таблиці показує, що переважну більшість прикладних задач функціональної діагностики можна успішно розв'язувати, залишаючись у рамках магістрального напрямку, заснованого на концепції модельно-орієнтованих відновників, оскільки інші методи цього класу є лише окремими випадками. Безсумнівною перевагою висунутої гіпотези є опора на теоретичні положення фундаментальних робіт О'Рейлі-Луенбергера та Калмана, що дозволяє:

- з єдиних позицій розглядати як детермінований, так і стохастичний варіант задач виявлення несправностей, їх локалізацію та ідентифікацію у динамічних системах, що працюють як у неперервному, так і у дискретному часі;

- опиратись на всебічно розвинений математичний апарат векторної алгебри, доповнений загальнодоступним, надійним та високоефективним програмним забезпеченням системи моделювання MatLab, яка є світовим стандартом у галузі наукових та технічних розрахунків;

- бути вільним від занадто обтяжливих обмежень, і у той же час відрізнитись високою оперативністю без потреби в установці додаткового обладнання.

5. Вельми стисло розглянуті альтернативні методи виявлення несправностей та їх локалізації на основі апарату нечіткої логіки та якісних моделей. Окреслені перспективи комплексного використання різноманітних методів функціональної діагностики, що використовують усю доступну інформацію про контрольовану систему у вигляді аналітичних та евристичних баз даних.

РОЗДІЛ 2

РОЗРОБКА ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ МОДЕЛЬНО-ОРІЄНТОВАНИХ ДІАГНОСТИЧНИХ ВІДНОВНИКІВ

2.1 Постановка задачі поновлення повноформатного вектора стану системи за результатами неповних вимірювань

Знання повноформатного вектора стану динамічної системи важливо і принципово не тільки з точки зору прогнозування поведінки сигналів на її виходах, а й при синтезі керівної функції, за допомогою якої здійснюється цілеспрямований вплив на поведінку системи. Проте, у переважній більшості, вектор стану системи у повному обсязі безпосередньо недоступний для спостережень, чи то з чисто економічних міркувань, чи то з суто технічної точки зору. Наприклад, траєкторію руху центра мас матеріального об'єкту часто апроксимують степеневими рядами, коефіцієнти яких можуть являти собою: віддаль, швидкість, прискорення плюс старші похідні, які не мають навіть назви, оскільки фізично їх неможливо вимірювати. У даному випадку чутливими елементами можуть бути сенсори швидкості та прискорення. Зрозуміло, що повноформатний вектор стану повинен відновлюватися лише на основі доступних результатів спостережень, виконуваних на виході динамічної системи. Не виключено, що результати вимірювань будуть не зовсім точними, тоді результат відновлення вектора стану з обмеженої кількості спостережень буде наближеним. У цьому разі, мова може йти тільки про оцінку вектора стану. Якщо вищезгадана проблема вирішується у детермінований спосіб і без урахування похибок результатів спостережень у явній формі, то така задача класифікується як *задача динамічного відновлення*. Якщо є можливість враховувати випадкові похибки за наявності додаткових подробиць, наприклад, відоме математичне сподівання, кореляційні моменти похибок та тощо, то можна сподіватися на досягнення кращих або навіть оптимальних результатів, застосовуючи при цьому методи теорії ймовірності. У такому разі мова іде про *задачу оцінювання або фільтрації*, де похибки спостережень та непередбачувані збурення трактуються, як випадкові процеси і відображаються шляхом уведення *некон-*

трольованих додаткових входів. Відомо, що поведінка динамічної системи у часі може бути визначена за наступних умов [111]: наявності математичної моделі системи та достовірних знань про початкові умови та вхідні діяння на усьому часовому інтервалі спостереження. Припустимо, що у наявності є математична модель лінійної динамічної системи, яка виражена у термінах змінних станів:

$$\dot{s}(t) = \Sigma(t)s(t) + \Gamma(t)u(t), \quad s(t_0) = s_0; \quad (2.1)$$

$$y(t) = H(t)s(t), \quad (2.2)$$

де $s(t)$ – вектор стану розміру $(n \times 1)$; $u(t)$ – вектор входу розміру $(p \times 1)$; $y(t)$ – вектор виходу розміру $(m \times 1)$; $\Sigma(t), \Gamma(t), H(t)$ – системні матриці відповідних розмірів. Вважаються точно відомими: вектор вхідного діяння $u(t)$ у інтервалі спостережень $[t_0, t]$ та системні матриці $\Sigma(t), \Gamma(t), H(t)$. Система спостережень має розмірність $(m \times n)$, причому $m < n$, тобто є змога вимірювати лише частину компонент вектора стану. Щоб залишатися у рамках детермінованого підходу, випадкові похибки спостережень у явній формі враховуватись не будуть, що означає наявність точних результатів спостережень. Необхідно визначити такий функціонал $s^*(t) = \mathcal{F}[y(\tau), t_0 \leq \tau \leq t]$; $t_0 \leq t$, для якого буде справедливим співвідношення $s^*(t) \cong s(t)$, де $s^*(t)$ являє собою відновлений у повному об'ємі вектор стану динамічної системи, а t_0 – момент початку проведення спостережень.

Примітка 2.1. Звичайно, така ідеалізована постановка задачі має обмежене практичне застосування, але якщо задача відновлення повноформатного вектора стану не може бути принципово вирішена за ідеальних умов, то навряд чи її доцільно розв'язувати у присутності непередбачуваних несправностей, збурень та випадкових похибок вимірювань.

Слід підкреслити, що функціонал $\mathcal{F}[y(\tau)]$, формується у інтервалі $t_0 \leq \tau \leq t$, тобто відновлений вектор стану $s^*(t)$ є функцією тільки від результатів минулих спостережень і ніяк не залежить від майбутніх результатів $y(\tau)$ при $\tau > t$. Після того, як вектор стану буде відновлено, його значення можна використовувати замість істинного значення $s(t)$, яке вважається невідомим і недоступним для безпосередніх спостережень, наприклад, з метою автоматичного керування.

Примітка 2.2:

2.2.1. Поняття відновлюваності вектора стану динамічної системи було уведено в сучасну теорію систем Р. Калманом, проте у дещо іншій формі. Оригінальна форма має такий вигляд [112]: система (2.1)-2.2) є повністю спостережуваною у тому випадку, коли для усіх t_0 існує

такий момент часу $t_1 < \infty$, що з рівності $y(t; t_0, s_0, u) = y(t; s'_0, u)$, $t_0 \leq t \leq t_1$, справедливої для усіх $u(t)$ при $t_0 \leq \tau \leq t_1$, випливає $s_0 = s'_0$. Фактично це означає можливість визначення стану системи $s(t)$ у момент часу t_0 за умови виконання майбутніх вимірювань.

2.2.2. Проте, у задачах фільтрації та автоматичного керування існують лише минулі значення вихідної змінної. У цьому разі, доцільно розглядати сформульовану задачу, як задачу відновлення поточного стану системи $s(t)$ за результатами минулих спостережень. Незважко, виявити еквівалентність уведених означень, якщо згадати, що за наявності $s(t_0)$ значення $s(t)$ можна отримати шляхом інтегрування (2.1) у прямому часі, і навпаки – за наявності $s(t)$, величина $s(t_0)$ отримується шляхом інтегрування виразу спряженого до (2.1) у зворотному часі [113].

Пристрій, який реалізує процедуру $s^*(t) = \mathcal{F}[y(\tau), t_0 \leq \tau \leq t]; t_0 \leq t$, відомий як відновник Луенбергера [114]. Це поняття характеризує динамічну систему, вихідна змінна якої з плином часу наближається до значення вектора стану $s(t)$, що підлягає відновленню. Слід мати на увазі, що незважаючи на детерміновану постановку задачі, методи відновлення неявно все-таки фільтрують шуми, оскільки спостерігач Луенбергера інтерпретується, як деяка динамічна система, яку теж доцільно описувати у термінах змінних станів

$$\dot{z}(t) = A(t)z(t) + B(t)u(t) + M(t)y(t); \quad (2.3)$$

$$y_z(t) \equiv s^*(t) = C(t)z(t) + D(t)u(t) + S(t)y(t). \quad (2.4)$$

Пристрій (2.3)–(2.4) називають відновником повного порядку, якщо його вектор стану $z(t)$ має таку ж саму розмірність, що й відновлюваний вектор $s(t)$. Входами спостерігача є вхідна дія $u(t)$ та вектор виходу $y(t)$ фактично діючої системи, а виходом – змінна $y_z(t)$, яка ототожнюється з оцінкою вектору стану $s^*(t)$. У інженерній практиці найбільшого поширення набула спеціальна форма відновника (2.3)–(2.4), у якій його вектор стану $z(t)$ уже являє собою апроксимацію відновлюваної величини $s(t)$. У зв'язку з чим уведемо наступне означення [66, 115]:

Означення 2.1. Динамічна система n -го порядку

$$\dot{s}^*(t) = A(t)s^*(t) + B(t)u(t) + M(t)y(t) \quad (2.5)$$

є відновником повного порядку для системи (2.1)–(2.2), якщо з рівності $s^*(t_0) = s(t_0)$ випливає $s^*(t) = s(t)$ для усіх заданих $u(t)$ при $t \geq t_0$.

Розглянемо тепер умови, за яких матриці $A(t)$, $B(t)$, $M(t)$ можуть стати матрицями відновника у сенсі означення (2.5). Для цього проведемо критичний аналіз можливих шляхів вирішення задачі.

2.2 Аналіз варіантів побудови відновників повного порядку

1. **Тривіальний шлях** побудови полягає у тому, що виходячи з рівняння (2.2) безпосередньо можна обчислювати

$$s(t) = H^{-1}(t) y(t). \quad (2.6)$$

Для існування такого розв'язку необхідно, щоб матриця $H(t)$ була квадратною і не виродженою, тобто її повний ранг повинен дорівнювати n , що означає можливість розмістити таку кількість сенсорів, які забезпечили б точне вимірювання усіх складових частин вектора стану $s(t)$. Як уже згадувалось у попередньому підрозділі, на практиці така можливість є нездійсненною. Оскільки, матриця спостережень $H(t)$, у переважній більшості випадків, має ранг менший за n і є виродженою, то слід відшукувати інші методи розв'язку поставленої задачі.

2. **Диференціювання виходу системи.** У цьому разі вихід фактичної системи доповнюється шляхом диференціювання $y(t)$ стільки разів, щоб отримати розширену матрицю виходу повного рангу n . З точки зору спрощення обчислень обмежимось випадком стаціонарної системи.

$$\begin{aligned} y(t) &= Hs(t); \\ y'(t) &= Hs'(t) = H[\Sigma s(t) + \Gamma u(t)] = H\Sigma s(t) + H\Gamma u(t); \\ y''(t) &= Hs''(t) = H[\Sigma s(t) + \Gamma u(t)]' = H\Sigma^2 s(t) + H\Sigma\Gamma u(t) + H\Gamma u'(t); \\ y^{(n-1)}(t) &= Hs^{(n-1)}(t) = H\Sigma^{(n-1)} s(t) + \sum_{i=0}^{n-2} H\Sigma^{n-2-i} \Gamma u^{(i)}(t). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Примітка 2.3. Аналогічні перетворення можна виконувати і для систем загального типу (2.1)–(2.2), проте прийдеться припустити диференційованість матриць $\Sigma(t)$, $\Gamma(t)$, $H(t)$ та скористатись правилами знаходження похідних від добутків. У наслідок цього результати обчислень будуть схожими, але трудомісткість обчислень суттєво зросте.

Далі перенесемо усі відомі величини у праву частину, а у лівій залишимо лише складові, що містять $s(t)$

$$\begin{bmatrix} H \\ H\Sigma \\ \dots \\ H\Sigma^{(n-1)} \end{bmatrix} s(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y'(t) - H\Gamma u(t) \\ \dots \\ y(t)^{(n-1)} - \sum_{i=0}^{n-2} H\Sigma^{n-2-i} \Gamma u^{(i)}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Якщо матриця, що розташована зліва від $s(t)$ не вироджена, то рівняння (2.8) можливо розв'язати відносно $s(t)$. У протилежному разі розв'язку не існує взагалі. Більше того у відповідності до критерію відновлюваності, уведеним Р. Калманом також нічого не дасть знаходження додаткових похідних від $y(t)$. Стосовно практичної доцільності наведених обчислень є певні сумніви:

- диференціювання векторних величин при великих n буде спричиняти значні похибки, оскільки диференціювання асоціюється з пропусканням сигналу через фільтр високих частот, який буде підкреслювати складові шуму;
- не виключено, що деякі похідні можуть мати розриви;
- на об'єкті завжди мають місце збурення, і якщо їх враховувати, то у (2.8) появляться додаткові похідні, що ще більш погіршить результат обчислень.

3. Використання аналітичної надлишковості передбачає уведення математичної моделі, яка увімкнена паралельно фактично діючому об'єктові (рис. 2.1). Як відомо, загальний розв'язок рівняння (2.1) складається з адитивної суми двох складових: вільної та вимушеної

$$s(t) = \Phi(t, t_0) s(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \Gamma(\tau) u(\tau) d\tau, \quad (2.9)$$

де $\Phi(t, \tau)$ – перехідна матриця станів. За наявності стійкості системи, вільна складова швидко згасає, і в усталеному режимі $s(t)$ визначається лише вимушеною

складовою $s(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \Gamma(\tau) u(\tau) d\tau$, яку можна інтерпретувати, як розв'язок рівняння (2.1) за нульових початкових умов.

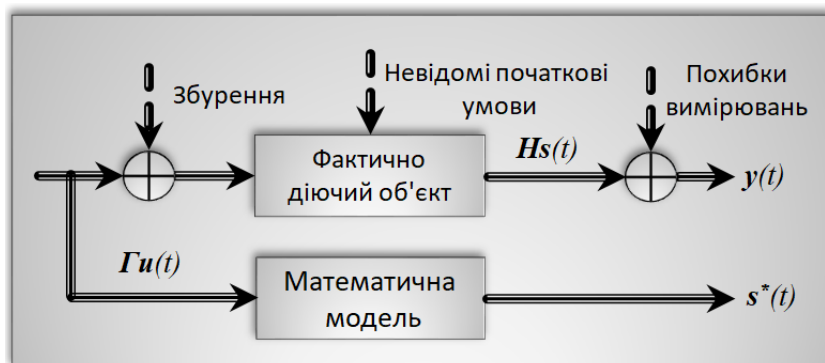


Рис. 2.1. Структура динамічного відновлення на основі уведення аналітичної надлишковості

Таким чином, є можливість отримувати оцінку вектору стану $s(t)$ без використання результатів спостережень $y(t)$, що на практиці означатиме використання системи стеження розімкненого типу. Головним недоліком даної структури є здатність до накопичення початкових похибок, обумовлених неточністю математичної моделі, впливом неврахованих нелінійностей, дрейфом параметрів та тощо

$$\Delta s'(t) = [s(t) - s^*(t)]' = \Sigma(t) \Delta s(t), \Delta s(t_0) \neq 0. \quad (2.11)$$

4. Використання системи стеження замкнутого типу [115]. Вказаний недолік можна усунути, якщо доповнити математичну модель (2.1) моделлю виходу $y^*(t) = H(t)s^*(t)$ та порівняти оцінки виходу $y^*(t)$ з результатами фактичних вимірювань величини $y(t)$, а їх різницю використовувати для покращення оцінок вектора стану $s^*(t)$. Тоді отримуємо систему стеження замкнутого типу, що працює за принципом компенсації відхилень (див. рис. 2.2)

$$\dot{s}^*(t) = \Sigma(t)s^*(t) + \Gamma(t)u(t) + W(t)[y(t) - H(t)s^*(t)], \quad (2.12)$$

де $W(t)$ – матриця передачі системи розмірності $(n \times m)$. Альтернативна форма запису (2.12) має вигляд:

$$\dot{s}^*(t) = [\Sigma(t) - W(t)H(t)]s^*(t) + \Gamma(t)u(t) + W(t)y(t). \quad (2.13)$$

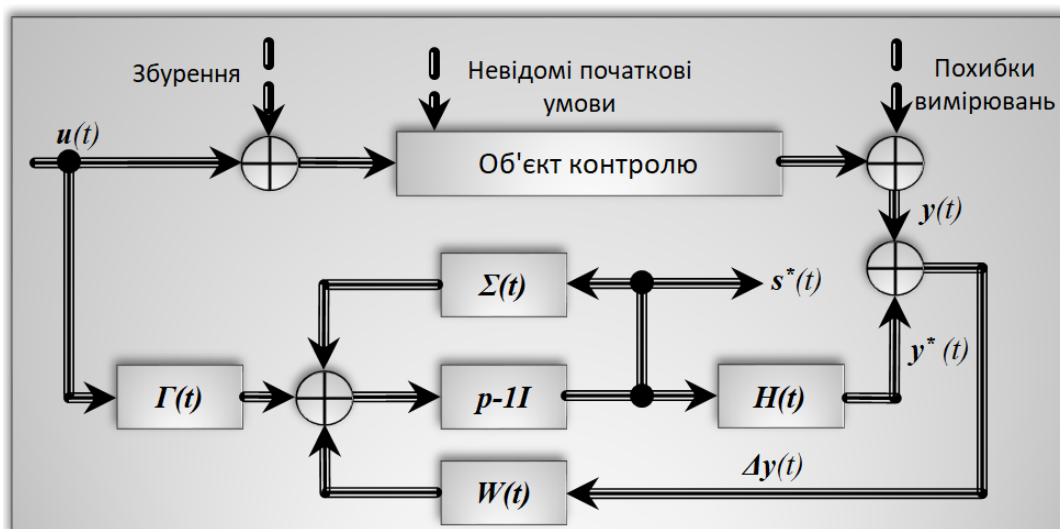


Рис. 2.2. Структура динамічного відновлення шляхом застосування системи зворотного зв'язку

Порівнявши (2.13) з (2.5), можна стверджувати, що система (2.5) буде відновником для системи (2.1)–(2.2) у сенсі означення 2.1 у тому разі, коли будуть виконані певні умови, а саме:

$$A(t) = [\Sigma(t) - W(t)H(t)]; \quad B(t) = \Gamma(t); \quad W(t) = M(t). \quad (2.14)$$

Неважко помітити, що динаміка відновника та його стійкість визначаються поведінкою виразу $[\Sigma(t) - W(t)H(t)]$ і залежать від вибору матриці передачі $W(t)$, яка поки ще невизначена і є дещо довільною. Безумовно, стійкість пристрою відновлення важлива характеристика, проте вона ще має й інше, не менш, важливе додаткове значення. Для цього розглянемо диференціальне рівняння для похибки

$$\Delta s'(t) = [s(t) - s^*(t)]' = [\Sigma(t) - W(t)H(t)]\Delta s(t). \quad (2.15)$$

Порівняння (2.13) з (2.15) показує, що оцінка $s^*(t)$ і похибка $\Delta s(t)$ мають ідентичні динамічні матриці, а це означає що *похибка $\Delta s(t)$ буде прямувати до нуля за будь-яких $\Delta s(t_0)$ при $t \rightarrow \infty$ лише тоді, коли відновник є асимптотично стійким.*

Цей, надзвичайно важливий результат буде надалі широко використовуватись при синтезі пристроїв відновлення узагальненого типу [116]. У тому разі, коли система стаціонарна – усі матриці включно з $W(t)$ є постійними величинами, а стійкість пристрою відновлення безпосередньо визначається характеристичними числами матриці $[\Sigma(t) - W(t)H(t)]$, які прийнято називати полюсами відновника. Щодо вибору матриці передачі $W(t)$, то на даному етапі доцільно обмежитись інтуїтивними міркуваннями, наприклад, з метою досягнення швидкої збіжності похибок оцінювання бажано вибирати $W(t)$ якомога більшим, проте з іншої сторони, вибір великих $W(t)$ сприятиме розширенню смуги пропускання системи, що зробить її чутливою до шумів спостережень. Очевидно, доцільним є певний компроміс, для досягнення якого потрібна додаткова інформація щодо системних характеристик об'єкта дослідження, зокрема, про такі важливі поняття, як керованість та відновлюваність.

2.3 Керованість та відновлюваність лінійних систем

Поняття керованості та відновлюваності є фундаментальними у сучасній теорії систем. Формулювання та дослідження цих понять базується на таких двох питаннях, що виникають із чисто фізичних міркувань:

1. Якими критеріями слід керуватися, щоб була можливість відновити поведінку вектора стану динамічної системи $s(t)$ на заданому інтервалі часу за умови точно відомого керуючого впливу $u(t)$ на цьому ж часовому інтервалі ?

2. За яких умов і якими критеріями слід керуватися, щоб перевести динамічну систему із заданого початкового стану $s(t_0)$ у заданий кінцевий стан $s(t_k)$ за обмежений час із використанням кусково-неперервного керування $u(t)$?

Потреба у таких критеріях гостро постає при розгляді об'єктів з багатьма входами та виходами, оскільки вони у більшості практичних випадків є виродженими, а дослідження таких систем спряжено з труднощами суттєво більшими ніж для систем з одним входом та одним виходом. Обидва поняття були уведені у загальну теорію систем Р. Калманом [112]. Ним же була доведена дуальність цих понять, що стало основою подальших досліджень [6,19]. Відзначена двоїстість корисна, як у теоретичному плані, так і в практичному відношенні, оскільки базові поняття, визначення та теореми, що пов'язані, наприклад, із проблемою відновлюваності можна автоматично переносити на проблему керованості, і навпаки. Це сприяє зменшенню кількості математичних доказів, а окремі результати можна одержувати відносно просто і без зайвих повторень. З чисто практичних міркувань, значення принципу двоїстості, зокрема, полягає у тому, що задачі оптимального оцінювання і оптимального керування розв'язуються за допомогою одного математичного інструменту – матричних рівнянь Ріккати. Оскільки тематика досліджень пов'язана з обробкою сигналів у лінійних або лінеарізованих динамічних системах, для яких справедлива теорема розділення, то у даній роботі основна увага зосереджена на проблемі відновлюваності.

2.3.1 Відновлюваність неперервних лінійних систем

Розглянемо неперервну лінійну систему зі змінними у часі параметрами

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \Sigma(t)s(t) + \Gamma(t)u(t), & s(t_0) &= s_0; \\ y(t) &= H(t)s(t). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Припустимо, що $u(t)$ – точно відома функція часу для усіх $t \geq t_0$, однак $s(t_0)$ – невідома величина. Необхідно визначити $s(t)$ на основі спостережень $y(t)$ у деякому обмеженому часовому інтервалі $[t_0, t_1]$. Очевидно, що якщо матриця $H(t)$ є квадратною, має порядок $(n \times n)$ і несингулярна для усіх $t \geq t_0$, то питання відновлюваності $s(t)$ вирішується тривіально на основі (2.6), як $s(t) = H^{-1}(t) y(t)$. Проте, якщо матриця $H(t)$ є сингулярною для усіх $t \geq t_0$, або $H(t)$ – прямокутна розміру $(m \times n)$, $m \neq n$, то стає незрозумілим, як можна визначити $s(\tau)$ з $y(t)$ при $t_0 \leq \tau \leq t_1$ за деякого заданого t_1 . Слід підкреслити, що коли значення $s(t_0)$ – відоме, то значення $s(t)$ можна визначати за формулою (2.16). З урахуванням цього зауваження, уведемо наступне означення відновлюваності [117]:

Означення 2.3.1. *Лінійна система (2.16) зі змінними параметрами називається відновлюваною, якщо можна визначити $s(t_0)$, знаючи $y(t)$ на часовому інтервалі $t_0 \leq \tau \leq t_1$ для деякого заданого кінцевого значення t_1 . Якщо це справедливо для будь-якого t_0 , то систему називають відновлюваною повністю.*

Критерій відновлюваності, необхідні та достатні умови визначаються теоремою:

Теорема 2.3.1. *Лінійна система (2.16) є відновлюваною тоді і тільки тоді, коли симетрична матриця розміром $(n \times n)$*

$$N_H(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(t, t_0) H^T(t) H(t) \Phi(t, t_0) dt \quad (2.17)$$

є позитивно означеною для деякого заданого кінцевого значення $t_1 \geq t_0$.

Достатні умови. Суть доведення полягає у доказі того, що позитивної визначеності матриці $N_H(t_0, t_1)$ досить для обчислення $s(t_0)$ за результатами спостережень $y(t)$ на інтервалі $[t_0, t_1]$. Для цього звернемося до рівняння (2.9). Друга складова цього рівняння $\int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \Gamma(\tau) u(\tau) d\tau$ за умови точно відомого $u(t)$ може

бути обчислена апріорі і не містить інформації відносно властивості відновлюва-

ності. У зв'язку з цим її можна усунути від подальшого розгляду і обмежитись аналізом лише однорідної лінійної системи

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{s}}(t) &= \mathbf{\Sigma}(t)\mathbf{s}(t), & \mathbf{s}(t_0) &= \mathbf{s}_0; \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{H}(t)\mathbf{s}(t).\end{aligned}\quad (2.18)$$

Підставимо розв'язок однорідного диференційного рівняння $\mathbf{s}(t) = \mathbf{\Phi}(t, t_0)\mathbf{s}(t_0)$ у (2.18), тоді отримаємо вираз $\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{\Phi}(t, t_0)\mathbf{s}(t_0)$. Отримане співвідношення не порушиться, якщо формально обидві його частини помножити на $\mathbf{\Phi}^T(t, t_0)\mathbf{H}^T(t)$ та виконати інтегрування в межах від t_0 до t_1

$$\int_{t_0}^{t_1} \mathbf{\Phi}^T(t, t_0)\mathbf{H}^T(t)\mathbf{y}(t)dt = \left[\int_{t_0}^{t_1} \mathbf{\Phi}^T(t, t_0)\mathbf{H}^T(t)\mathbf{H}(t)\mathbf{\Phi}(t, t_0)dt \right] \mathbf{s}(t_0). \quad (2.19)$$

Якщо ввести позначення $N_H(t_0, t_1) \triangleq \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{\Phi}^T(t, t_0)\mathbf{H}^T(t)\mathbf{H}(t)\mathbf{\Phi}(t, t_0)dt$, то з (2.19) безпосередньо випливає

$$\mathbf{s}(t_0) = N_H^{-1}(t_0, t_1) \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{\Phi}^T(t, t_0)\mathbf{H}^T(t)\mathbf{y}(t)dt \quad (2.20)$$

за умови, що матриця відновлюваності $N_H^{-1}(t_0, t_1)$ – не вироджена. цьому неважко переконатись, оскільки підінтегральний вираз для $N_H(t_0, t_1)$ є симетричним, що гарантує невід'ємне значення інтегралу. Оскільки матриця $N_H(t_0, t_1)$ є не виродженою та невід'ємною одночасно, то вона може бути тільки позитивно означеною і являє собою матрицю повного рангу n .

Необхідні умови. Доведення полягає у доказі того, що умова відновлюваності у обов'язковому порядку тягне за собою позитивну означеність матриці $N_H(t_0, t_1)$. Застосуємо метод доведення від протилежного, тобто припустимо, що система відновлювана, проте матриця $N_H(t_0, t_1)$ не є позитивно означеною для якогось іншого $\mathbf{s}_1(t_0)$, відмінного від нуля. У зв'язку з цим розглянемо квадратичну форму $\mathbf{s}_1^T(t_0)N_H(t_0, t_1)\mathbf{s}_1(t_0)$. Оскільки матриця відновлюваності з однієї сторони не є позитивно означеною, а з іншої сторони – у силу симетричності не може бути від'ємною, то вона є виродженою. Унаслідок виродження маємо рівність $\mathbf{s}_1^T(t_0)N_H(t_0, t_1)\mathbf{s}_1(t_0) = 0$. Це означає, що (2.19) дорівнює нулю, тобто

$$s_1^T(t_0) \int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(t, t_0) H^T(t) y(t) dt = s_1^T(t_0) N_H(t_0, t_1) s_1(t_0) = 0.$$

Звідси випливає, що

$$\int_{t_0}^{t_1} y^T(t) y(t) dt = 0; \int_{t_0}^{t_1} y^T(t) y(t) dt = 0, \text{ або } y(t) = 0 \text{ для } t_0 \leq t \leq t_1.$$

Таким чином, встановлено, що існує інший, відмінний від нуля початковий стан $s_1(t_0)$, який неможливо визначити, знаючи $y(t)$ у часовому інтервалі $t_0 \leq t \leq t_1$, що суперечить припущенню про відновлюваність системи.

Критерій відновлюваності для лінійних стаціонарних систем набуває особливо простої форми, зручної з практичної точки зору. Сформулюємо його у вигляді наслідку з теореми 2.3.1.

Наслідок 2.3.1. *Неперервна лінійна система з постійними параметрами*

$$\dot{s}(t) = \Sigma s(t); \quad y(t) = Hs(t), \quad t \geq t_0 \quad (2.21)$$

називається повністю відновлюваною тоді і тільки тоді, коли матриця відновлюваності розміру $(n \times mn)$ є матрицею повного рангу, тобто

$$\text{rank } N_H^T = \text{rank} \left[H^T, \Sigma^T H^T, \dots, (\Sigma^T)^{n-1} H^T \right] = n. \quad (2.22)$$

Доведення справедливості достатніх умов впливає безпосередньо із співвідношень (2.8), а необхідні умови можуть доводитись вищенаведеним методом від протилежного. Також відомі інші форми доказів цього наслідку, засновані на розвиненні перехідної матриці у ряд Тейлора та висновків з теореми Келі–Гамільтона. Зокрема, прикладом альтернативної форми критерію відновлюваності може бути

критерій відновлюваності за Розенброком [118] $\text{rank} \begin{bmatrix} \lambda I - \Sigma \\ H \end{bmatrix} = n, \lambda \in \mathbb{C}$. Даними

критеріями рекомендується користуватися у обов'язковому порядку при практичній реалізації фільтрів або відновників Луенбергера.

2.3.2 Диференціальна форма критерію відновлюваності для лінійних систем

Інтегральний критерій відновлюваності (2.17) важко застосовувати на практиці через великий обсяг обчислень, однак справу можна поправити, якщо перей-

ти до його запису у диференціальній формі або у формі різницевих рівнянь, де прослідковується явний зв'язок з критерієм найменших квадратів. Спосіб обчислення матриці відновлюваності $N_H(t_0, t_1)$ у диференціальній формі може бути велими ефективним інструментом при дослідженні задач фільтрації сигналів, а також при проектуванні різноманітних вимірювачів слідкуючого типу, зокрема, детермінованих пристроїв відновлення для систем реального часу. Отримаємо цей результат скориставшись математичним формалізмом роботи [119]. На першому етапі застосуємо вираз (2.20), у якому кінцевий час t_1 замінимо на поточний t . Потім обидві частини (2.20) помножимо ліворуч на $\Phi^T(t, t_0)$, а праворуч на $-\Phi(t, t_0)$. Оскільки ці множники не залежать від змінної інтегрування, то їх можна внести під знак інтегралу і отримати вираз

$$\Phi^T(t, t_0) N_H(t, t_0) \Phi(t, t_0) = \int_{t_0}^t \Phi^T(\tau, t_0) H^T(\tau) H(\tau) \Phi(\tau, t_0) d\tau . \quad (2.23)$$

Виконаємо операцію диференціювання за змінною t . Результат диференціювання лівої частини (2.23) матиме вигляд

$$\Phi^T(t, t_0) \left[\Sigma^T(t) N_H(t, t_0) + \frac{d}{dt} N_H(t, t_0) + N_H(t, t_0) \Sigma(t) \right] \Phi(t, t_0) .$$

Тут врахована властивість перехідної матриці станів. Перехідна матриця станів задовольняє рівнянню системи, тобто $\Phi'(t, t_0) = \Sigma(t) \Phi(t, t_0)$. Результат диференціювання правої частини (2.23) за змінною t дає підінтегральний вираз, у якому змінна інтегрування замінена значенням верхньої межі інтегрування, тобто $\Phi^T(t, t_0) H^T(t) H(t) \Phi(t, t_0)$. Оскільки, рівність (2.23) не повинна порушуватися і після операції інтегрування, то звідси випливає рівність

$$\Sigma^T(t) N_H(t, t_0) + \frac{d}{dt} N_H(t, t_0) + N_H(t, t_0) \Sigma(t) = H^T(t) H(t) . \quad (2.24)$$

У підсумку отримуємо диференційне рівняння для матриці відновлюваності

$$\frac{d}{dt} N_H(t, t_0) = -\Sigma^T(t) N_H(t, t_0) - N_H(t, t_0) \Sigma(t) + H^T(t) H(t) , \quad (2.25)$$

де відпадає необхідність обчислення перехідної матриці станів $\Phi(t, t_0)$. Значення $N_H(t_0, t_0)$ слід покласти нульовим, що узгоджується з рівнянням (2.20). На другому

етапі скористаємося рівнянням (2.19), у якому також зробимо заміну t_l на t , далі помножимо обидві частини (2.19) на $\Phi^T(t, t_0)$

$$\Phi^T(t, t_0) N_H(t, t_0) s(t_0) = \int_{t_0}^t \Phi^T(\tau, t_0) \mathbf{H}^T(\tau) \mathbf{y}(\tau) d\tau$$

Добуток $N_H(t, t_0) s(t_0)$ позначимо введенням нової змінної $\varphi(t)$ та виконаємо диференціювання за змінною t , і урахуємо властивість перехідної матриці станів. Результатом буде диференціальне рівняння для змінної $\varphi(t)$, яке еквівалентне інтегральному рівнянню (2.19) $\frac{d\varphi(t)}{dt} = -\Sigma^T(t) \varphi(t) + \mathbf{H}^T(t) \mathbf{y}(t)$ з початковою умовою $\varphi(t_0) = 0$. Користуючись означенням змінної $\varphi(t)$, знайдемо відновлювану змінну стану у вигляді

$$s(t) = N_H^{-1}(t, t_0) \varphi(t). \quad (2.26)$$

Оскільки вважається, що система є повністю відновлюваною, то матриця $N_H(t, t_0)$ – не сингулярна, отже стан $s(t)$ визначається однозначно.

На третьому етапі запишемо $N_H^{-1}(t, t_0)$ у диференціальній формі. Для цього скористаємося диференціюванням тотожності $N_H^{-1}(t, t_0) N_H(t, t_0) = I$. Результатом операції буде вираз $\frac{d}{dt} N_H^{-1}(t, t_0) N_H(t, t_0) + N_H^{-1}(t, t_0) \frac{d}{dt} N_H(t, t_0) = 0$. Якщо помножити його праворуч на $N_H^{-1}(t, t_0)$, то отримаємо

$$\frac{d}{dt} N_H^{-1}(t, t_0) = -N_H^{-1}(t, t_0) \frac{d}{dt} N_H(t, t_0) N_H^{-1}(t, t_0). \quad (2.27)$$

Підстановка (2.25) у (2.27) приводить до підсумкового результату у вигляді

$$\dot{N}_H^{-1}(t, t_0) = \Sigma(t) N_H^{-1}(t, t_0) + N_H^{-1}(t, t_0) \Sigma^T(t) + N_H^{-1}(t, t_0) \mathbf{H}^T(t) \mathbf{H}(t) N_H^{-1}(t, t_0). \quad (2.28)$$

Вираз (2.28) являє собою нелінійне матричне диференціальне рівняння Ріккати, яке еквівалентне рівнянню (2.25) у випадку повністю відновлюваних систем.

На заключному етапі отримаємо диференціальне рівняння у вигляді, зручному для безпосереднього обчислення відновлюваного стану $s(t)$. Слід зазначити, що

за умови неточних спостережень, мова може йти лише про оцінку стану системи, тому щоб залишатись у руслі загальноприйнятих позначень уведемо нове позначення $s(t) \hat{=} s^*(t)$. Далі виконаємо низку перетворень:

– операцію диференціювання добутку $N_H(t, t_0) s^*(t)$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{d}{dt} N_H(t, t_0) s^*(t) + N_H(t, t_0) \frac{d}{dt} s^*(t) = -\Sigma^T(t) \varphi(t) + H^T(t) y(t);$$

– помножимо отриманий вираз ліворуч на $N_H^{-1}(t, t_0)$

$$\frac{d}{dt} s^*(t) = -N_H^{-1}(t, t_0) \frac{d}{dt} N_H(t, t_0) s^*(t) - N_H^{-1}(t, t_0) \Sigma^T(t) N_H(t, t_0) s^*(t) + N_H^{-1}(t, t_0) H^T(t) y(t);$$

– замість похідної $\frac{d}{dt} N_H(t, t_0)$ підставимо її вираз із (2.25) та зберемо складові,

що містять $s(t)$, тоді отримаємо підсумковий результат:

$$\frac{d}{dt} s^*(t) = \Sigma(t) x^*(t) + N_H^{-1}(t, t_0) H^T(t) [y(t) - H(t) s^*(t)]. \quad (2.29)$$

Формула (2.29) описує модель об'єкту у вигляді системи стеження зі зворотним зв'язком, що працює за принципом компенсації похибок, при цьому матриця передачі у колі зворотного зв'язку дорівнює $W(t) = N_H^{-1}(t, t_0) H^T(t)$. За такої інтерпретації (2.29), неважко помітити зв'язок з відновником Луенбергера найпростішого типу, причому обчислення матричного коефіцієнта передачі $W(t)$ зводиться до наступної послідовності дій:

– інтегруванню лінійного диференціального рівняння

$$\frac{d}{dt} N_H(t, t_0) = -\Sigma^T(t) N_H(t, t_0) - N_H(t, t_0) \Sigma(t) + H^T(t) H(t);$$

– знаходженню оберненої матриці $N_H^{-1}(t, t_0)$;

– інтегруванню матричного диференціального рівняння Ріккаті

$$\frac{d}{dt} N_H^{-1}(t, t_0) = \Sigma(t) N_H^{-1}(t, t_0) + N_H^{-1}(t, t_0) \Sigma^T(t) + N_H^{-1}(t, t_0) H^T(t) H(t) N_H^{-1}(t, t_0).$$

Отриманий результат демонструє, що широкий клас задач, пов'язаних із синтезом систем оптимального відновлення, фільтрації та керування можна вирішувати за допомогою однакової систематичної процедури, у основі якої лежить універсальний математичний інструмент – нелінійне матричне рівняння Ріккаті. В залежності від типу досліджуваної системи воно може бути представлено у різних формах: алгебраїчній, диференціальній або різницевій. У наступних підрозділах

буде розглянута різницева форма цього рівняння, яка надзвичайно зручна для реалізації на ЕОМ у вигляді сукупності рекурентних процедур.

2.3.3 Відновлюваність лінійних дискретних систем

Процес спостережень у дискретному часі означає, що вихідний сигнал спостерігається лише у дискретні моменти часу $t_k = k\Delta T$, де ΔT – інтервал дискретизації, який може бути й не однаковим. Як буде показано далі, спостереження у дискретному та неперервному часі мають багато спільного, тому спосіб позначень доцільно вибирати з міркувань найбільшої подібності, наприклад:

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k) + \Gamma(k+1, k)u(k), \quad (2.30)$$

$$y(k) = H(k)s(k). \quad (2.31)$$

де $s(k)$ – n -мірний вектор стану дискретної динамічної системи; $u(k)$ – p -мірний вектор вхідного діяння; $y(k)$ є m -мірним вектором спостережень; Σ, Γ, H – системні матриці, відповідних розмірів. Така система позначень доцільна у тому випадку, коли пристрій відновлення перебуває у контурі зворотного зв'язку системи автоматичного керування. Оскільки система виявлення та локалізації несправностей, згідно підрозділу 1.6, перебуває за межами контуру зворотного зв'язку і може мати самостійне значення, то часто користуються дещо іншою системою позначень

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k) + \Gamma(k+1, k)u(k), \quad (2.32)$$

$$y(k+1) = H(k+1)s(k+1). \quad (2.33)$$

Як правило, при цьому непорозумінь не виникає, якщо вважати, що у першому випадку останнім спостереженням є (2.31), а вся процедура завершується обчисленням екстрапольованого на крок уперед значення вектора стану відповідно до (2.30). У другому випадку порядок визначається згідно (2.32) – (2.33). Системні матриці $\Sigma(k+1, k)$ і $\Gamma(k+1, k)$ не співпадають з відповідними матрицями неперервного часу. У цьому можна переконатись, розглянувши загальний розв'язок рівняння (2.9) записаного для моментів часу $t_k = k\Delta T$, $t_{k+1} = (k+1)\Delta T$

$$s(t_{k+1}) = \Phi(t_{k+1}, t_k) s(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau) \Gamma(\tau) u(\tau) d\tau. \quad (2.34)$$

У тому разі, коли використовується кусково-постійне керування на інтервалі дискретизації, тобто $u(k) = const$ для $t_k \leq t \leq t_{k+1}$, то $u(k)$ можна виносити за знак інтегралу. Тоді з рівняння (2.34) безпосередньо випливає:

$$\Sigma(j, 0) = \Sigma(j, j-1) \Sigma(j-1, j-2) \dots \Sigma(1, 0); \quad j = 1, \dots, L$$

$$\Sigma(k+1, k) = \Phi(t_{k+1}, t_k) = \Phi(k+1, k); \quad \Gamma(k+1, k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau) \Gamma(\tau) d\tau.$$

У кожний момент часу $t = t_{k+1} = (k+1)\Delta T$, $k=0, 1, \dots$ рівняння спостережень приймає вигляд (2.33). Скориставшись попереднім виразом для $\Sigma(k+1, k)$ та властивістю перехідної матриці станів $\Phi(t_{k+1}, t_{k_0}) = \Phi(t_{k+1}, t_k) \Phi(t_k, t_{k_0})$, запишемо вираз для загального розв'язку різницевого рівняння (2.32)

$$s(k) = \Phi(k, k_0) s(k_0) + \sum_{j=k_0}^{k-1} \Phi(k, j+1) \Gamma(k+1, j) u(j), \quad k > k_0. \quad (2.35)$$

Справедливість рівняння (2.35) неважко довести методом математичної індукції. При дослідженні питань відновлюваності дискретних лінійних систем будемо дотримуватись методики, запровадженної для систем неперервного часу і обмежимося розглядом однорідної системи

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k) s(k) + \Gamma(k+1, k) u(k), \quad s(t_0) = s_0; \quad (2.36)$$

$$y(k) = H(k) s(k). \quad (2.37)$$

Означення 2.3.2. Дискретна лінійна система (2.36) – (2.37) зі змінними параметрами, називається відновлюваною, якщо $s(0)$ можна визначити, знаючи послідовність спостережень $Y_1^L(k) = \{y(1), \dots, y(L)\}$, де L деяке задане значення. Якщо це справедливо для будь-якого t_0 , то система є повністю відновлюваною.

Критерій відновлюваності, необхідні та достатні умови визначаються наступною теоремою [117].

Теорема 2.3.2. Дискретна лінійна система (2.36)– (2.37) зі змінними параметрами є відновлюваною тоді і тільки тоді, коли симетрична матриця розміром $(n \times n)$

$$N_d(0, L) = \sum_{j=1}^L \Sigma^T(j, 0) \mathbf{H}^T(j) \mathbf{H}(j) \Sigma(j, 0) \quad (2.38)$$

є позитивно означеною для деякого заданого значення $L > 0$, а

$$\Sigma(j, 0) = \Sigma(j, j-1) \Sigma(j-1, j-2) \dots \Sigma(1, 0); \quad j = 1, \dots, L.$$

Достатні умови. З рівнянь (2.36) – (2.37) утворимо послідовність спостережень $\mathbf{Y}_1^L(k) = \{y(1), \dots, y(L)\}$:

$$y(1) = \mathbf{H}(1)s(1) = \mathbf{H}(1)\Sigma(1,0)s(0);$$

$$y(2) = \mathbf{H}(2)s(2) = \mathbf{H}(2)\Sigma(2,1)\Sigma(1,0)s(0);$$

.....

$$y(L) = \mathbf{H}(L)s(L) = \mathbf{H}(L)\Sigma(L, L-1) \dots \Sigma(1, 0)s(0).$$

Уведемо наступні позначення: $\mathbf{Y}_1^L(k)$ – вектор розміру mL ; $\mathbf{H}_1^L(k)$ – матриця розміру $(mL \times n)$; $\Sigma(j, 0) = \Sigma(j, j-1)\Sigma(j-1, j-2) \dots \Sigma(1, 0)$, $j = 1, \dots, L$;

$$\mathbf{H}_1^L(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(1)\Sigma(1,0) \\ \vdots \\ \mathbf{H}(L)\Sigma(L,0) \end{bmatrix}.$$

З урахуванням уведених позначень отримуємо

$$\mathbf{Y}_1^L(k) = \mathbf{H}_1^L(k)s(0). \quad (2.39)$$

Помножимо (2.39) зліва на $[\mathbf{H}_1^L(k)]^T$, результат множення запишемо у вигляді

$$[\mathbf{H}_1^L(k)]^T \mathbf{H}_1^L(k)s(0) = [\mathbf{H}_1^L(k)]^T \mathbf{Y}_1^L(k). \quad (2.40)$$

Оскільки матриця $\mathbf{H}_1^L(k)$ має певну структуру, то матриця $[\mathbf{H}_1^L(k)]^T \mathbf{H}_1^L(k)$ – симетрична і її розмірність дорівнює $(n \times n)$. Позначимо її через $N_d(0, L)$ і запишемо у вигляді суми

$$N_d(0, L) = [\mathbf{H}_1^L(k)]^T \mathbf{H}_1^L(k) = \sum_{j=1}^L \Sigma^T(j, 0) \mathbf{H}^T(j) \mathbf{H}(j) \Sigma(j, 0)$$

Тепер з рівняння (2.40) безпосередньо випливає, що

$$s(0) = N_d^{-1}(0, L) [\mathbf{H}_1^L(k)]^T \mathbf{Y}_1^L(k). \quad (2.41)$$

Отже, система може бути відновлюваною у тому разі, коли матриця відновлюваності є позитивно означеною і має ранг n .

Необхідні умови можна довести методом від супротивного. Метод доведення не відрізняється від методу наведеного у підрозділі 2.3.1 для систем неперервного часу і заради лаконічності викладання тут не приводиться. Для стаціонарних систем має місце наступний наслідок:

Наслідок 2.3.2. *Дискретна лінійна система з постійними параметрами*

$$s(k+1) = \Sigma s(k); \quad y(k) = Hs(k), \quad (2.42)$$

де $k=0, 1, \dots$, є повністю відновлюваною тоді і тільки тоді, коли матриця відновлюваності розміру $(n \times mn)$

$$N_d = \left[H \quad H\Sigma \quad \dots \quad H\Sigma^{(n-1)} \right]^T \text{ має ранг } n. \quad (2.43)$$

Цей результат можна довести, повторюючи етапи схеми доведення теореми 2.3.2, а критерій відновлюваності співпадає з (2.22) для неперервного часу.

2.4 Підпростір невідновлених станів та його структура

При подальшому викладанні основ теорії модельно-орієнтованих діагностичних відновників будуть потрібні певні відомості щодо структури лінійних динамічних систем, які не є повністю відновлюваними. Інакше кажучи, якщо система не повністю відновлювана, то її вектор стану не може бути однозначно визначений за результатами проведених спостережень. У зв'язку із цим, певний інтерес становлять відомості про ту частку, що залишилась невизначеною. У даному підрозділі ці відомості представляються у вигляді сукупності означень та теорем-тверджень, математично строгі докази, яких не приводяться, однак даються посилання на відповідні роботи. З метою стислості викладання розгляд обмежено системами дискретного часу, проте це не зменшує ступеню узагальненості результатів, що наводяться.

Означення 2.4.1. *Підпростір не відновлюваних станів лінійної дискретної системи з постійними параметрами*

$$s(k+1) = \Sigma s(k); \quad y(k) = Hs(k), \quad (2.44)$$

являє собою лінійний підпростір станів $s(0) = s_0$, для яких справедливо співвідношення $y(k, s_0, k_0, 0) = 0, k \geq k_0$.

Тут рівність $y(k, s_0, k_0, 0) = 0$ означає нульову реакцію виходу системи за умови початку руху з стану s_0 при відсутності вхідної дії $u(k) = 0$ для усіх $k \geq k_0$.

Теорема 2.4.1. *Підпростір не відновлюваних станів лінійної дискретної системи з постійними параметрами (2.44) являє собою нуль-простір матриці відновлюваності $(N_a)^T = [H^T \quad \Sigma^T H^T \quad \dots \quad (\Sigma^T)^{n-1} H^T]$.*

Доведення цієї теореми базується на теоремі 2.3.2, де показано, що будь-який не відновлювальний початковий стан породжує нульову реакцію за наявності нульового вхідного діяння. Довільний початковий стан, який підлягає відновленню, завжди породжує вихідну реакцію, відмінну від нуля. Таким чином, нуль-простір матриці відновлюваності слід відносити до не відновлюваних станів, які є інваріантними до системної матриці Σ .

Теорема 2.4.2. *Розглянемо лінійну дискретну систему з постійними параметрами (2.44). Припустимо, що вхідна $u(k)$ та вихідна $y(k)$ змінні відомі для деякого скінченного $k > k_0$. Тоді:*

1. *Початковий стан системи $s(k_0)$ можливо відновити з точністю до довільного вектора, який належить підпростору не відновлюваних станів.*
2. *Кінцевий стан системи $s(L)$ також відновлюється з точністю до постійного вектора який належить підпростору не відновлюваних станів.*

Для того щоб довести перше твердження достатньо показати, що якщо два різних стани $s_1(k_0)$ та $s_2(k_0)$ породжують одну й ту ж реакцію $y(k)$, то їх різниця $s_1(k_0) - s_2(k_0)$ належить до нуль-простору не відновлюваних станів.

Друга частина теореми доводиться шляхом додавання довільного вектора $s_1(k_0)$ з простору не відновлюваних станів до вектора початкового стану $s(k_0)$. Результатом цього у кінцевому стані з'явиться складова $\exp[F(L, k_0)] x_1(k_0)$, яка через інваріантність не відновлюваного стану $x_1(k_0)$ до системної матриці Σ буде

також належати до підпростору не відновлюваних станів. Математично строге доведення цих тверджень наводиться у [120].

Розглянемо тепер перетворення стану лінійної дискретної динамічної системи з постійними параметрами (2.44) до канонічної форми, особливо зручної для виявлення властивості відновлюваності. Для цього сформуємо неособливу матрицю перетворення $T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$. Матриця T_1 є квадратною розміру $m \times m$, її m незалежних рядків утворюють базис m -мірного простору, породженого матрицею відновлюваності N_d . Передбачається, що $m \leq n$. Матриця T_2 також є квадратною розміру $(n-m) \times (n-m)$, її $(n-m)$ незалежних рядків разом з m незалежними рядками матриці T_1 утворюють базис усього n -мірного простору. Перетворену змінну стану визначимо виразом $s_1(k) = T s(k)$. З урахуванням уведеного перетворення рівняння лінійної дискретної системи (2.44) приводяться до виду, який називають *канонічною формою відновлюваності* [121]

$$s_1(k+1) = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & 0 \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} x_1(k) + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} u(k), \quad y(k) = [H_1 \quad 0] s(k), \quad (2.45)$$

де пара (H_1, Σ_{11}) є повністю відновлюваною. При розділенні перетвореного вектора стану на складові $s_1(k) = \begin{bmatrix} s_1^1(k) \\ s_1^2(k) \end{bmatrix}$, де вектор $s_1^1(k)$ має розмірність m , а $s_1^2(k)$ –

розмірність $(n-m)$, впливає, що перетворена система може бути зображеною у вигляді, показаному на рис. 2.3. З наведеного рисунку неважко углядіти, що ніяких міркувань щодо складової $s_1^2(k)$ за результатами спостережень вихідної змінної $y(k)$ ухвалити неможливо.

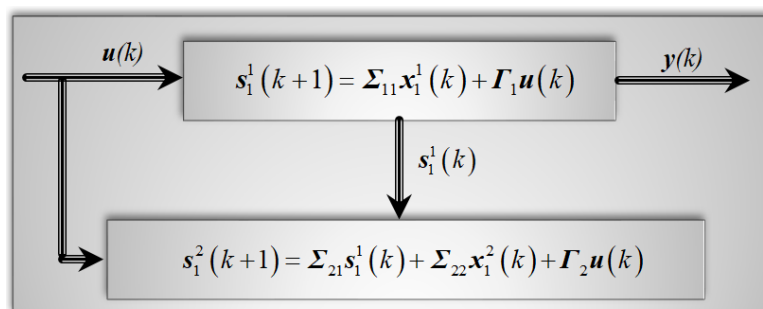


Рис. 2.3. Канонічна форма відновлюваності лінійної системи за Калманом

Те, що пара (H_1, Σ_{11}) є повністю відновлюваною впливає з такого факту: якщо початковий стан $s_1(0)$ за нульового вхідного сигналу породжує нульову реакцію, то вона повинна мати вигляд $s_1(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ s_1^2(0) \end{bmatrix}$. Уведене перетворення може бути не єдиним, оскільки власні значення матриці відновлюваності N_d визначають власні вектори з точністю до постійного множника [122]. Це означає, що базис можна вибирати певною мірою довільно, але у кожному разі характеристичні числа матриць Σ_{11}, Σ_{22} зберігаються незмінними. Характеристичні числа матриць Σ_{11}, Σ_{22} прийнято називати полюсами відновлюваності та полюсами не відновлюваності, відповідно. Таким чином, підпростори відновлюваних та не відновлюваних станів розділені, тобто виконана їх декомпозиція, і вони породжуються відповідними полюсами. Як впливає з теореми 2.4.1, при спостереженні вихідної змінної не повністю відновлюваної системи залишається певна невизначеність, пов'язана з тим, що до будь-якого можливого стану може додаватися додаткова складова, що належить нуль-підпростору матриці відновлюваності. У кращому разі може так статися, що рух, який почався з не відновлюваного стану залишається контрольованим і не буде необмежено зростати. Це означає, що не відновлювані стани належать до підпростору стійких станів. Саме з цієї нагоди наведемо декілька корисних означень та теорем-тверджень.

Означення 2.4.2. *Лінійну дискретну систему з постійними параметрами (2.44) називають виявлюваною, якщо її не відновлювані стани належать до підпростору стійких станів.*

З наведеного означення безпосередньо впливає: будь-яка асимптотично стійка система типу (2.44) є виявлюваною; будь-яка повністю відновлювана система типу (2.44) є виявлюваною. Зворотні твердження не справедливі. Виявлювані системи мають досить корисну властивість, яку можна сформулювати у вигляді відповідної теореми.

Теорема 2.4.3. *Якщо лінійна дискретна система з постійними параметрами (2.44) приведена до канонічної форми відновлюваності (2.45), то вона буде ви-*

явлюваною тоді і тільки тоді, коли полюси матриці не відновлюваності Σ_{22} є стійкими.

Достатні умови. Доведення достатніх умов передбачає, що властивість виявлення тягне за собою асимптотичну стійкість. Для цього вектор перетвореної змінної розіб'ємо на дві частини $s_1^T(k) = [s_1^1(k) \ s_1^2(k)]$, де розмірність вектора $s_1^1(k)$ дорівнює рангові матриці відновлюваності N_d . Оскільки передбачається, що система виявлювана, то відразу випливає, що довільний стан, який належить до простору не відновлюваних станів породжує нульову реакцію, і у перетвореному вигляді може бути записаним як $s_1^T(0) = [0 \ s_1^2(0)]$. Подальша зміна перетвореного стану відбувається за законом $s_1^T(k) = [0 \ e^{\Sigma_{22}\Delta T} s_1^2(0)]$. Для того, щоб ця реакція прямувала до нуля матриця Σ_{22} повинна бути стійкою.

Необхідні умови. Доведення передбачає, що із властивості асимптотичної стійкості випливає властивість виявлення. Будь-який початковий стан, що належить до простору не відновлюваних станів у перетвореному вигляді повинен мати вигляд $s_1^T(0) = [0 \ s_1^2(0)]$. Рух з цього простору описується як $s_1^T(k) = [0 \ e^{\Sigma_{22}\Delta T} s_1^2(0)]$. Оскільки система є виявлюваною, то матриця Σ_{22} є стійкою, і така реакція збігається до нуля. Це показує, що початковий стан, який за припущенням був не відновлюваним, належить до підпростору стійких станів і це відповідає означенню 2.4.2.

2.5 Лінійні дискретні пристрої відновлення

Матеріал, викладений у попередніх підрозділах, дозволяє встановити тісний взаємозв'язок між задачами відновлюваності та оцінками початкового стану динамічної системи. Отримані результати разом з виразами

$$s(t) = \Phi(t, t_0) s(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \Gamma(\tau) u(\tau) d\tau;$$

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k) s(k) + \Gamma(k+1, k) u(k), \quad k = 0, 1, \dots$$

дозволяють точно визначати поведінку вектора стану у часі. Окрім того високий ступінь ідентичності результатів, отриманих для неперервного і дискретного часу,

прияє лаконічності викладання та виключенню невиправданого дублювання. У зв'язку із цим основні положення, що стосуються лінійних дискретних пристроїв відновлення, викладаються у формі тез із використанням відповідних посилань на випадок систем неперервного часу. Розглянемо лінійну дискретну систему:

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \Sigma(k+1, k)s(k) + \Gamma(k+1, k)u(k), \quad k = 0, 1, \dots \\ y(k) &= H(k)s(k) + K(k)u(k). \end{aligned} \quad (2.46)$$

Оскільки у переважній більшості випадків усі змінні вектора стану $s(k)$ не можуть бути доступними безпосередньо, то їх доводиться відновлювати за результатами спостережень, проведених на реально діючому об'єкті. Припустимо, що точному виміру підлягають змінні вектора входу $u(k)$ і змінні вихідного вектора $y(k)$. Увімкнемо паралельно об'єкту модель, що має структуру подібну (2.46), входами якої $u(k)$ і $y(k)$:

$$s^*(k+1) = A(k+1, k)s^*(k) + B(k+1, k)u(k) + M(k)y(k), \quad (2.47)$$

та розглянемо за яких умов дана структура буде здатною відновити вектор стану системи $s(k)$ (2.46). У зв'язку з цим дамо наступне означення:

Означення 2.5.1. *Дискретна лінійна система (2.47) являє собою дискретний відновник для системи (2.46), якщо рівність $s^*(k_0) = s(k_0)$ тягне за собою рівність $s^*(k) = s(k)$ для усіх $u(k)$ при $k \geq k_0$.*

Структуру відновника можна виявити, якщо утворити різницю рівнянь (2.46)–(2.47) та скористатись означенням 2.5.1. Тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} s(k+1) - s^*(k+1) &\equiv \Delta s(k+1) = [\Sigma(k+1, k) - M(k)H(k)]s(k) - \\ &- A(k+1, k)s^*(k) + \{[\Gamma(k+1, k) - [B(k+1, k) + M(k)K(k)]]u(k) = 0. \end{aligned}$$

Похибка відновлення буде дорівнювати нулю у сенсі означення 2.5.1 лише тоді, коли будуть виконані умови: $A(k+1, k) = [\Sigma(k+1, k) - W(k)H(k)]$;

$$B(k+1, k) = \Gamma(k+1, k) - W(k)K(k); \quad W(k) \equiv M(k) - \text{довільна матриця.}$$

У цьому разі різницеве рівняння для похибки відновлення матиме вигляд

$$\Delta s(k+1) = [\Sigma(k+1, k) - W(k)H(k)]\Delta s(k), \quad (2.48)$$

а сама оцінка $s^*(k+1)$ буде обчислюватись за правилом:

$$s^*(k+1) = A(k+1, k)s^*(k) + B(k+1, k)u(k) + W(k)[y(k) - y^*(k)], \quad (2.49)$$

де $y^*(k) = H(k)s^*(k) + K(k)u(k)$ – оцінка виходу.

Структура дискретного відновника визначається структурою оцінки $s^*(k+1)$, і подібна до структури, зображеної на рис. 2.2. Вона містить модель об'єкту контролю, доповнену вхідною змінною, яка являє собою зважену за допомогою матричного коефіцієнта передачі $W(k)$ похибку екстраполяції змінної стану $s(k)$. Для збіжності похибки відновлення $\Delta s(k)$ до нуля, необхідно, щоб $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta s(k) = 0$, тобто рівняння (2.48) повинно описувати асимптотично стійкий процес. Таким чином, на матрицю $W(k)$ накладається єдине, не занадто обтяжливе обмеження – забезпечення стійкості матриці $A(k+1, k)$. Це означає, що полюси пристрою відновлення повинні перебувати усередині кола одиничного радіуса, що еквівалентно тому, що пара (H, Σ) є повністю відновлюваною. У випадку, коли зазначена пара не є повністю відновлюваною, то використовуючи канонічну форму (2.45) відновлюваності можна побудувати стійкий пристрій відновлення за умови, що пара (H, Σ) є виявлюваною. Особливий інтерес являє випадок, коли усі полюси пристрою відновлення розташовуються у початку координат [96], що відповідає нульовим власним значенням матриці $A(k+1, k)$. У такому разі характеристичний поліном матиме вигляд $\det [\lambda I - \Sigma + KH] = \lambda^n = 0$. Відповідно до теореми Келі – Гамільтона можна стверджувати, що $(\Sigma - KH)^n = 0$, а рівняння похибки відновлення прийме вигляд $\Delta s(n) = (\Sigma - KH)^n \Delta s(0)$ за будь-якого $\Delta s(0)$. Звідси випливає, що будь-яке початкове значення похибки зменшується до нуля щонайбільше за n кроків, де n є порядком системи. Такий пристрій прийнято називати *відновником аперіодичного типу*. На закінчення відзначимо, що коли вихід системи $y(k)$ є скалярним, для матриці передачі W завжди існує єдиний розв'язок. У випадку багатовимірних систем існує безліч розв'язків для W , які приводять до тих же самих полюсів пристрою відновлення. У якості прикладів розглянемо декілька загальновідомих методів визначення матричного коефіцієнта передачі W :

1. Синтез пристрою відновлення за заданим розташуванням полюсів.

Обмежимося розглядом системи зі скалярним входом і виходом. У цьому випадку рівняння відновленої оцінки прийме вигляд

$$s^*(k+1) = (\Sigma - WH)s^*(k) + Bu(k) + Wy(k).$$

З метою швидкого отримання кінцевого результату застосуємо канонічну форму відновлюваності [123]. У підсумку отримаємо

$$s^*(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & -f_n - s_n \\ 1 & 0 & 0 & -f_{n-1} - s_{n-1} \\ \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & -f_1 - s_1 \end{bmatrix} s^*(k) + Bu(k) + \begin{bmatrix} s_n \\ s_{n-1} \\ \vdots \\ s_1 \end{bmatrix} y(k).$$

Характеристичним рівнянням замкненої системи буде вираз

$$\det[\lambda I - \Sigma + WH] = (f_n + s_n) + (f_{n-1} + s_{n-1})z + \dots + (f_1 + s_1)z^{n-1} + z^n = \alpha_n + \alpha_{n-1}z + \dots + \alpha_1z^{n-1} + z^n = 0,$$

з якого безпосередньо впливають співвідношення $s_j = \alpha_j - f_j$, $j=1,2,\dots,n$, де α_j являють собою коефіцієнти бажаного характеристичного рівняння, які необхідно задавати. Якщо $s_j=0$, то це означатиме, що зворотній зв'язок не змінює характеристичного рівняння об'єкту контролю. Величина s_j зростає, якщо α_j збільшується у позитивному напрямку відносно коефіцієнтів f_j , і навпаки.

2. Синтез пристрою відновлення за заданою тривалістю перехідного процесу. Для цього випадку слід покласти $s_j = -f_j$. Результатом буде аперіодичний пристрій відновлення з мінімальним часом установаження перехідного процесу.

3. Синтез пристрою відновлення за критерієм мінімізації квадратичного показника якості. У зв'язку з особливою значимістю класу оптимальних дискретних відновлювальних пристроїв, їх детальний розгляд відкладемо до наступного підрозділу.

2.6 Оптимальні лінійні дискретні пристрої відновлення

У даному підрозділі розглядаються лінійні дискретні пристрої відновлення повноформатного вектора стану динамічної системи, які є оптимальними у певному сенсі, а саме у сенсі мінімуму суми квадратів похибок. При цьому передбачається, що апріорна інформація у явному вигляді про властивості цих похибок відсутня. У цьому підході важливий сам факт присутності похибок у результатах

спостережень. Оцінки за критерієм найменших квадратів відомі ще за часів Гаусса (1801р.). Ним же була запропонована у 1821р. рекурсивна форма методу найменших квадратів на випадок скалярних спостережень, але тільки у 1950р. Плакетт [124] узагальнив метод Гаусса на випадок m вимірів, проведених одночасно, тобто $y(k)$ являтиме собою – m -мірний вектор. Існує декілька підходів до виводу оцінок за методом найменших квадратів. Тут, на відміну від математичного формалізму роботи [119], буде використано спрощений варіант методу інваріантного занурення Р. Беллмана.

2.6.1 Класичний метод найменших квадратів

Припустимо, що відоме рівняння, яке пов'язує n – мірний вектор стану статичної системи $s(k+1) = s(k)$ з результатами неточних спостережень $y(k) = H(k)s(k) +$ (шум спостережень). Якщо спостереження виконуються без похибок, то $s(k)$ можна визначити за результатом лише одного спостереження, але для цього необхідно існування оберненої матриці $H^{-1}(k)$ розміром $n \times n$, тобто $H(k)$ повинна бути матрицею повного рангу. Проте, якщо одна з умов порушується, тобто або спостереження неточні, або $m \neq n$, то можна спробувати виконати декілька спостережень і вибрати таке $s(k)$, яке мінімізує суму квадратів похибок. У цьому разі, це значення буде являти собою лише оцінку $s(k)$, для якої уведемо спеціальну позначку $s_R^*(k)$. Для характеристики якості оцінювання доцільно увести наступний критерій:

$$J[x^*(k)] = 0,5 \left\{ [Y_1^k - H_1^k s^*(k)]^T [R_1^k]^{-1} [Y_1^k - H_1^k s^*(k)] \right\}, \quad (2.50)$$

де
$$Y_1^k = \begin{bmatrix} y(1) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}; \quad H_1^k = \begin{bmatrix} H(1) \\ \vdots \\ H(k) \end{bmatrix}; \quad R_1^k = \begin{bmatrix} R(1) & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & R(k) \end{bmatrix}$$

Передбачається, що матриця R_1^k є діагональною та позитивно означеною, оскільки вона визначає вагові коефіцієнти похибок спостережень. Якщо усі похибки рівноцінні, то R_1^k являє собою одиничну матрицю. Слід підкреслити, що $J[x^*(k)]$ –

скалярна величина, оскільки вираз (2.50) являє собою квадратичну форму, яка дорівнює сумі квадратів похибок, узятих з відповідними ваговими множниками. Знайдемо оцінку $s_R^*(k)$ яка забезпечує мінімум критерію якості (2.50). Для цього прирівняємо до нуля похідну від скалярної функції по векторному аргументу

$$\left. \frac{\partial J[s^*(k)]}{\partial s^*(k)} \right|_{s^*(k)=s_R^*(k)} = -[H_1^k]^T [R_1^k]^{-1} [Y_1^k - H_1^k s_R^*(k)] = 0, \quad \frac{\partial^2 J[s^*(k)]}{\partial s^*(k) \partial s^{*T}(k)} > 0.$$

$$[H_1^k]^T [R_1^k]^{-1} [Y_1^k] = [H_1^k]^T [R_1^k]^{-1} [H_1^k] s_R^*(k).$$

Звідси випливає формула для обчислення оптимальної оцінки

$$s_R^*(k) = \left\{ [H_1^k]^T [R_1^k]^{-1} [H_1^k] \right\}^{-1} [H_1^k]^T [R_1^k]^{-1} [Y_1^k]. \quad (2.51)$$

Якщо підставити оптимальне значення оцінки $s_R^*(k)$ у критерій якості (2.50), то отримаємо його мінімальне значення

$$P(k/k) \triangleq \left\{ [H_1^k]^T [R_1^k]^{-1} [H_1^k] \right\}^{-1}. \quad (2.52)$$

Цю величину інтерпретують, як точність оцінювання.

2.6.2 Рекурентний метод узагальнених найменших квадратів

Статична система. Припустимо, що для статичної системи, яка розглядалася в 2.6.1, слушні вирази (2.51)–(2.52), тобто до моменту часу k оцінка вже була обчислена, і в наступний момент часу вектор спостережень $y(k+1) = H(k+1)s(k+1)$ надає m нових значень. Якщо додержуватись формули (2.51), то усі обчислення слід повторювати заново. Це пов'язано з значними труднощами обчислювального характеру, особливо, коли постійно проводяться нові спостереження. Гауссом була запропонована процедура, яка за допомогою незначних модифікацій може використовувати попередні оцінки у ітеративній формі. Для цього запишемо заново отриману оцінку у вигляді

$$s_R^*(k+1) = \left\{ [H_1^{k+1}]^T [R_1^{k+1}]^{-1} [H_1^{k+1}] \right\}^{-1} [H_1^{k+1}]^T [R_1^{k+1}]^{-1} [Y_1^{k+1}], \quad (2.53)$$

$$\text{де } H_1^{k+1} = \begin{bmatrix} H_1^k \\ H(k+1) \end{bmatrix}, \quad [R_1^{k+1}]^{-1} = \begin{bmatrix} [R_1^k]^{-1} & 0 \\ 0 & R^{-1}(k+1) \end{bmatrix}; \quad Y_1^{k+1} = \begin{bmatrix} Y_1^k \\ y(k+1) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}(k+1/k+1) = \left\{ \left[\mathbf{H}_1^{k+1} \right]^T \left[\mathbf{R}_1^{k+1} \right]^{-1} \left[\mathbf{H}_1^{k+1} \right] \right\}^{-1}.$$

Спробуємо зв'язати поміж собою величини $\mathbf{s}_R^*(k+1)$, $\mathbf{y}(k+1)$, $\mathbf{s}_R^*(k)$. Для цього спочатку розглянемо величину $\mathbf{P}(k+1/k+1)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k+1/k+1) &= \left[\left\{ \left[\mathbf{H}_1^k \right]^T \mathbf{H}^T(k+1) \right\} \left\{ \begin{array}{cc} \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}^{-1}(k+1) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{H}_1^k \\ \mathbf{H}(k+1) \end{array} \right\} \right]^{-1} = \\ &= \left\{ \left[\mathbf{H}_1^k \right]^T \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} \left[\mathbf{H}_1^k \right] + \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \right\}^{-1} = \left[\mathbf{P}^{-1}(k/k) + \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \right]^{-1}. \end{aligned}$$

Далі для $\mathbf{P}(k+1/k+1)$ скористаємось лемою Вудбері [125] про обернену матрицю $(\mathbf{A} + \mathbf{UCV})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{U} (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{VA}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{VA}^{-1}$.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k+1/k+1) &= \mathbf{P}(k/k) - \mathbf{P}(k/k) \mathbf{H}^T(k+1) \left[\mathbf{R}(k+1) + \mathbf{H}(k+1) \mathbf{P}(k/k) \mathbf{H}^T(k+1) \right]^{-1} \mathbf{H}(k+1) \mathbf{P}(k/k) = \\ &= \left[\mathbf{P}(k/k) - \mathbf{W}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \mathbf{P}(k/k) \right] = \left[\mathbf{I} - \mathbf{W}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \right] \mathbf{P}(k/k), \end{aligned}$$

де $\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{P}(k/k) \mathbf{H}^T(k+1) \left[\mathbf{R}(k+1) + \mathbf{H}(k+1) \mathbf{P}(k/k) \mathbf{H}^T(k+1) \right]^{-1}$, \mathbf{I} – одинична матриця. Тепер розглянемо складову $\left[\mathbf{H}_1^{k+1} \right]^T \left[\mathbf{R}_1^{k+1} \right]^{-1} \left[\mathbf{Y}_1^{k+1} \right]$ у такому вигляді

$$\left\{ \left[\mathbf{H}_1^k \right]^T \mathbf{H}^T(k+1) \right\} \left\{ \begin{array}{cc} \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}^{-1}(k+1) \end{array} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1^k \\ \mathbf{y}(k+1) \end{bmatrix} = \left[\mathbf{H}_1^k \right]^T \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} \left[\mathbf{Y}_1^k \right] + \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \mathbf{y}(k+1).$$

Якщо об'єднаємо обидві складові, то отримаємо

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_R^*(k+1) &= \mathbf{P}(k+1/k+1) \left[\mathbf{H}_1^{k+1} \right]^T \left[\mathbf{R}_1^{k+1} \right]^{-1} \left[\mathbf{Y}_1^{k+1} \right] = \left\{ \left[\mathbf{I} - \mathbf{W}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \right] \mathbf{P}(k/k) \right\} \times \\ &\times \left\{ \left[\mathbf{H}_1^k \right]^T \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} \left[\mathbf{Y}_1^k \right] + \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \mathbf{y}(k+1) \right\} = \mathbf{P}(k/k) \left[\mathbf{H}_1^k \right]^T \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} \mathbf{Y}_1^k - \\ &- \mathbf{W}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \mathbf{P}(k/k) \left[\mathbf{H}_1^k \right]^T \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} \left[\mathbf{Y}_1^k \right] + \mathbf{P}(k/k) \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \mathbf{y}(k+1) - \\ &- \mathbf{K}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \mathbf{P}(k/k) \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{s}_R^*(k) - \mathbf{W}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \mathbf{s}_R^*(k) + \\ &+ \left[\mathbf{I} - \mathbf{W}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \right] \mathbf{P}(k/k) \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \mathbf{y}(k+1). \end{aligned}$$

Враховуючи вираз $\left[\mathbf{I} - \mathbf{W}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \right] \mathbf{P}(k/k) = \mathbf{P}(k+1/k+1)$, останню складову приведемо до вигляду $\mathbf{P}(k+1/k+1) \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \mathbf{y}(k+1)$. Множник

$P(k+1/k+1)H^T(k+1)R^{-1}(k+1)$ відомий [97] як альтернативна форма запису матричного коефіцієнту передачі пристрою відновлення $W(k+1)$. Таким чином, рекурентна процедура оцінювання за методом найменших зважених квадратів приймає форму

$$W(k+1) = P(k/k)H^T(k+1)[R(k+1) + H(k+1)P(k/k)H^T(k+1)]^{-1}, \quad (2.54)$$

$$P(k+1/k+1) = [I - W(k+1)H(k+1)]P(k/k), \quad (2.55)$$

$$s_R^*(k+1) = s_R^*(k) + W(k+1)[y(k+1) - H(k+1)s_R^*(k)]. \quad (2.56)$$

Якщо скористатись альтернативною формою матричного коефіцієнту передачі, то можна отримати дещо іншу, проте еквівалентну форму процедури оцінювання за методом найменших квадратів:

$$P^{-1}(k+1/k+1) = P^{-1}(k/k) + H^T(k+1)R^{-1}(k+1)H(k+1). \quad (2.57)$$

$$s_R^*(k+1) = s_R^*(k) + P(k+1/k+1)H^T(k+1)R^{-1}(k+1) \times [y(k+1) - H(k+1)s_R^*(k)]. \quad (2.58)$$

Процес оцінювання починається з $k=0$, причому величини $s_R^*(0)$ і $P(0/0)$ повинні бути заданими апріорно, або оцінені з деяких інших міркувань. Порядок виконання операцій визначається формулами (2.54) – (2.56), або (2.57) – (2.58).

Динамічна система. Оскільки задача оцінювання стану безінерційної системи методом зважених найменших квадратів уже вирішена, те нескладно узагальнити знайдений розв'язок на випадок детермінованої динамічної системи. Тепер змінну стану $s(k)$ станемо розглядати як вектор стану системи

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k), \quad k = 0, 1, \dots, \quad (2.59)$$

де передбачається, що перехідна матриця стану $\Sigma(k+1, k)$ є не виродженою. Припустимо, що присутні неточні спостереження типу $y(k) = H(k)s(k) + (\text{шум})$, де $H(k)$ – деяка матриця розміру $(m \times n)$. Необхідно у момент часу k отримати найкращу за методом зважених найменших квадратів оцінку $s(k)$, використовуючи послідовність спостережень $Y_1^k = [y(1) \dots y(k)]^T$ таким чином, щоб мінімізувати критерій якості (2.50). Цей критерій можливо розглядати як функцію одного зафіксованого $s^*(k)$, оскільки за допомогою рівняння (2.59) усі $s^*(j)$, $j < k$ виражаються через $s^*(k)$ у вигляді $s^*(j) = \Sigma^{-1}(k, j)s^*(k)$, де за означенням перехідної матри-

ці станів [79] $\Sigma(k, j) = \prod_{i=1}^{k-1} \Sigma(i+1, i)$, $j = 0, 1, \dots, k-1$. Отже, і критерій якості

$J[\mathbf{x}^*(k)] = 0,5 \left\{ \left[\mathbf{Y}_1^k - \mathbf{H}_1^k \mathbf{s}^*(k) \right]^T \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} \left[\mathbf{Y}_1^k - \mathbf{H}_1^k \mathbf{s}^*(k) \right] \right\}$ також допускає запис у вигляді функції від одного значення $\mathbf{s}^*(k)$:

$$J[\mathbf{x}^*(k)] = 0,5 \left\{ \left[\mathbf{Y}_1^k - \mathbf{Z}_1^k \mathbf{x}^*(k) \right]^T \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} \left[\mathbf{Y}_1^k - \mathbf{Z}_1^k \mathbf{x}^*(k) \right] \right\}, \text{ де } \mathbf{Z}_1^k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(1) \Sigma^{-1}(k, 1) \\ \mathbf{H}(2) \Sigma^{-1}(k, 2) \\ \vdots \\ \mathbf{H}(j) \Sigma^{-1}(k, j) \\ \vdots \\ \mathbf{H}(k-1) \Sigma^{-1}(k, k-1) \\ \mathbf{H}(k) \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (2.60)$$

Тепер задача зводиться до задачі оцінювання стану без інерційної системи. Переконаємось у цьому шляхом модифікації оцінок $\mathbf{s}_R^*(k)$ і $\mathbf{s}_R^*(k+1)$ відповідно до виразу (2.60):

$$\mathbf{s}_R^*(k) = \left\{ \left[\mathbf{Z}_1^k \right]^T \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} \left[\mathbf{Z}_1^k \right] \right\}^{-1} \left[\mathbf{Z}_1^k \right]^T \left[\mathbf{R}_1^k \right]^{-1} \left[\mathbf{Y}_1^k \right];$$

$$\mathbf{s}_R^*(k+1) = \left\{ \left[\mathbf{Z}_1^{k+1} \right]^T \left[\mathbf{R}_1^{k+1} \right]^{-1} \left[\mathbf{Z}_1^{k+1} \right] \right\}^{-1} \left[\mathbf{Z}_1^{k+1} \right]^T \left[\mathbf{R}_1^{k+1} \right]^{-1} \left[\mathbf{Y}_1^{k+1} \right],$$

де $\mathbf{Z}_1^{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1^k \\ \mathbf{H}(k) \Sigma(k+1, k) \end{bmatrix}$, а інші матриці такі, як у (2.53). Якщо зробимо спробу

знову пов'язати поміж собою величини $\mathbf{s}_R^*(k+1)$, $\mathbf{y}(k+1)$, \mathbf{s}_R^* то прийдеться повторити усі обчислення для випадку без інерційної системи. Результатом таких обчислень буде оптимальний відновлювальний пристрій рекурсивного типу для динамічної системи [126]:

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{H}^T(k+1) \times \left[\mathbf{R}(k+1) + \mathbf{H}(k+1) \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{H}^T(k+1) \right]^{-1}; \quad (2.61)$$

$$\mathbf{P}(k+1/k+1) = \left[\mathbf{I} - \mathbf{W}(k+1) \mathbf{H}(k+1) \right] \mathbf{P}(k+1/k); \quad (2.62)$$

$$\mathbf{s}_R^*(k+1) = \mathbf{s}_R^*(k+1/k) + \mathbf{W}(k+1) \left[\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{H}(k+1) \mathbf{s}_R^*(k+1/k) \right]. \quad (2.63)$$

Еквівалентна форма оцінювання вектора стану динамічної системи за методом зважених найменших квадратів має вигляд:

$$\mathbf{P}^{-1}(k+1/k+1) = \mathbf{P}^{-1}(k+1/k) + \mathbf{H}^T(k+1) \mathbf{R}^{-1}(k+1) \mathbf{H}(k+1); \quad (2.64)$$

$$s_R^*(k+1) = s_R^*(k+1/k) + P(k+1/k+1)H^T(k+1)R^{-1}(k+1) \times [y(k+1) - H(k+1)s_R^*(k+1/k)], \quad (2.65)$$

де $s_R^*(k+1/k) = \Sigma(k+1, k)s_R^*(k)$ – екстрапольована оцінка на крок уперед, а

$P(k+1/k) = \Sigma(k+1, k)P(k/k)\Sigma^T(k+1, k)$ – точність процесу екстраполяції.

2.6.3 Аналіз та інтерпретація отриманих результатів

Щодо значимості отриманих результатів, то вона обґрунтована такими встановленими фактами:

1. До складу оптимального пристрою відновлення ходять дві складові частини: власне, пристрій оцінювання та ідентифікатор початкового стану. Оцінюючий пристрій працює у режимі очікування початкових значень $s_R^*(0)$ і $P(0/0)$. Початкові значення можна задавати або апріорі, або визначати за результатами спостережень. У останньому випадку у роботі бере участь ідентифікатор початкового стану, який накопичує щонайбільше n результатів спостережень, де n – порядок системи, і формує матрицю відновлюваності $N_d(0, L)$, $L \leq n$. Як тільки вона стає позитивно означеною, ідентифікується початковий стан і матриця $P(0/0)$:

$$s(0) = N_d^{-1}(0, L) [H_1^L(k)]^T Y_1^L(k), \quad P(0/0) = N_d^{-1}(0, L) \quad (2.66)$$

У такій постановці задачі, процес оцінювання запізнюється стосовно початку спостережень щонайбільше на n кроків. Як видно з (2.66) увесь процес оцінювання можна виразити винятково у термінах матриці відновлюваності $N_d(0, L)$. Уведення додаткових позначень $P(k/k)$ по-суті нічого не змінює, і пояснюється впливом теорії оптимальної фільтрації, яка як наукова дисципліна сформувалася значно раніше теорії функціональних відновників О'Рейлі – Луенбергера.

2. Альтернативна форма запису рівнянь оптимального пристрою відновлення (2.64)–(2.65), незважаючи на її лаконічність, у обчислювальній відношенні менш приваблива, тому що оперує з оберненням матриць $P^{-1}(k+1/k+1)$ розміру $(n \times n)$. Вона знайшла більше поширення у дослідженнях чисто теоретичного плану. У практичній же діяльності слід користуватися формулами:

$$W(k+1) = P(k+1/k)H^T(k+1) \times [R(k+1) + H(k+1)P(k+1/k)H^T(k+1)]^{-1}; \quad (2.67)$$

$$P(k+1/k+1) = [I - W(k+1)H(k+1)]P(k+1/k); \quad (2.68)$$

$$s_R^*(k+1/k+1) = s_R^*(k+1/k) + W(k+1) [y(k+1) - H(k+1)s_R^*(k+1/k)], \quad (2.69)$$

де обернена матриця має розмірність $(m \times m)$, $m < n$. Уведення позначення $s_R^*(k+1/k+1)$ у (2.69) замість $s_R^*(k+1)$ мотивоване бажанням підкреслити, що оцінка отримується на момент часу $(k+1)$ на підставі проведених Y_I^{k+1} спостережень.

3. Подання добутку $P(k+1/k+1)H^T(k+1)R^{-1}(k+1) = W(k+1)$ як матриці передачі системи замкнутого типу робить структуру оптимального пристрою відновлення більш осмисленою з фізичної точки зору. Як впливає з рис.2.4, вона складається з лінійного матричного дискримінатора, матричного підсилювача зі змінним коефіцієнтом передачі та математичної моделі об'єкту контролю. При цьому, як це видно з (2.67) – (2.68), значення матричного коефіцієнта передачі $W(k+1)$ та матриці $P(k+1/k+1)$ можуть обчислюватися без використання результатів поточних спостережень, тобто лише на основі доступних апріорних даних. Ця властивість характерна тільки для класу лінійних оптимальних відновників. Утому випадку, коли значення матриці передачі не є оптимальними, структура пристрою відновлення залишається незмінною, корегується лише характеристика точності $P(k+1/k+1)$ оцінювання, яку тепер слід обчислювати за більш загальною формулою [102]:

$$P(k+1/k+1) = [I - W(k+1)H(k+1)]P(k+1/k)[I - W(k+1)H(k+1)]^T + W(k+1)R(k+1)W^T(k+1). \quad (2.70)$$

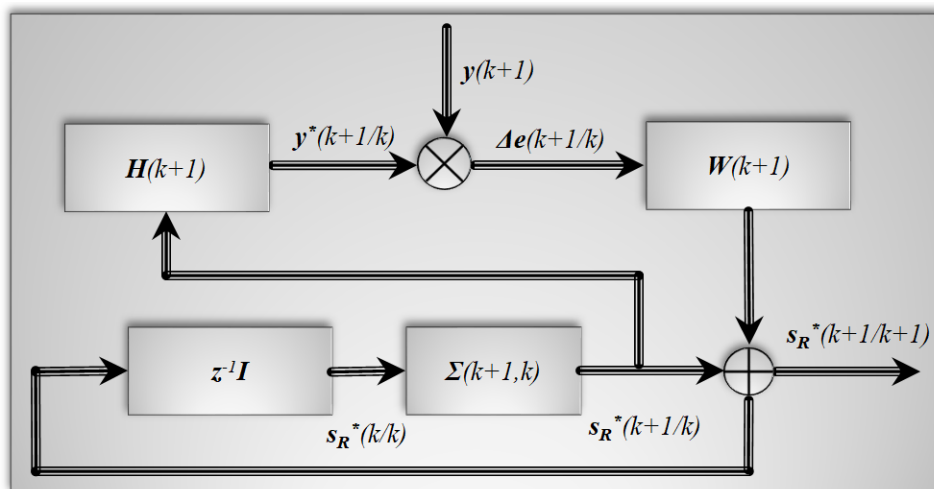


Рис. 2.4. Структура пристрою відновлення за критерієм зважених найменших квадратів

4. Структура оптимального пристрою відновлення не залежить від обраного критерію якості. Більше того, оптимальні пристрої відновлення синтезовані на основі інших критеріїв якості: мінімізації байєсового ризику, мінімуму апостеріорної дисперсії, максимуму функції правдоподібності або апостеріорної ймовірності, мають аналогічну структуру. Відмінності проявляється лише у значеннях матричного коефіцієнта передачі, який визначаються обсягом доступних апріорних даних. Структура взаємозв'язків між оцінками вищезазначених типів відображена у табл.2.1.

Таблиця 2.1

Структура перехресних зв'язків поміж різними типами оцінок

Критерій оцінювання	Характерні ознаки		
	Тип оцінки	Точність оцінювання	Апріорні дані
$\min J = 0.5 [Y - Hs^*]^T W^{-1} [Y - Hs^*]$	$\min J = 0.5 [Y - Hs^*]^T W^{-1} [Y - Hs^*]$ $s_{mW}^* = (H^T W^{-1} H)^{-1} H^T W^{-1} Y$	$P_{s_{mW}} = (H^T W^{-1} H)^{-1}$	W – симметрична, вагова матриця
$\max \pi(Y/s)$	$\max \pi(Y/s)$ $s_{mW}^* = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} Y$	$P_{s_{mL}} = (H^T R^{-1} H)^{-1}$	$\pi(s)$ – апріорі не визначена $P_{ss}^{-1} = 0; \bar{s} = 0;$ $\pi(Y/s) = N(Hs, R)$
$\max \pi(s/Y)$	s_{mAP}^* – макс. апост. ймовірності $s_{mAP}^* = (P_{ss}^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} \times$ $\times (H^T R^{-1} Y + P_{ss}^{-1} \bar{s});$	$P_{s_{mAP}} = (P_{ss}^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1};$	$\pi(s) = N(\bar{s}, P_{ss});$ $\pi(Y/s) = N(Hs, R);$ $\pi(Y) = N(H\bar{s}, R + HP_{ss}H^T);$
$\min J = \int_{-\infty}^{\infty} (s - s^*)^T (s - s^*) \pi(s/Y) ds;$	s_{mV}^* – мін. СКВ похибки $s_{LmV}^*(t) = \bar{s}(t) +$ $+ \int_0^t h^*(t, \tau) [y(\tau) - H(\tau)\bar{s}(\tau)] d\tau$	$P_{s_{mV}} = (P_{ss}^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1};$	$\pi(s) = N(\bar{s}, P_{ss});$ $\pi(Y/s) = N(Hs, R);$ $\pi(Y) = N(H\bar{s}, R + HP_{ss}H^T);$
$\min J = \text{tr} \mathcal{M}(\bar{s} \cdot \bar{s}^T) = \text{tr} \text{Cov}(\bar{s});$	s_{LmV}^* – опт. лінійна оцінка $s_{mV}^* = (P_{ss}^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} \times$ $\times (H^T R^{-1} Y + P_{ss}^{-1} \bar{s});$	$P_{s_{mV}}(t, \tau) = \int_0^t h^*(t, \tau) P_{ss}(t, \tau) d\tau$ рівняння Вінера-Хопфа	$\bar{v}(t) = 0; \bar{s}(t); P_{ss}(t);$ $\mathcal{M}[v(t)v^T(t)] = R\delta(t - \tau);$ $\text{Cov}[s_{LmV}^*, \bar{s}_{LmV}^*] = 0$

Примітки:

1. Якщо вибрати у якості вагової матриці матрицю W , то оцінки найменших квадратів співпадають з оцінками максимуму правдоподібності, тобто $s_{mW}^* = s_{mL}^*$
2. Якщо усі густини розподілу – гаусові, то $s_{LmV}^* = s_{mV}^*; P_{s_{LmV}} = P_{s_{mV}}$
3. Якщо $P_{ss}^{-1} = 0; \bar{s} = 0$, то $s_{mAP}^* = s_{mL}^*$

Наостанок, слід підкреслити, що зміст підрозділів 2.1–2.6 формує опорну теоретичну базу і створює передумови для дослідження більш складних задач, пов'язаних з виявленням та локалізацією несправностей у динамічних системах за

допомогою, так званих діагностичних відновників як у детермінованій так і стохастичній постановках задачі.

2.7 Функціональні пристрої відновлення діагностичного типу [116,127]

2.7.1 Передумови уведення поняття пристрою відновлення діагностичного типу

Діагностичний пристрій відновлення та відновник вектора стану динамічної системи – поняття близькі, проте неповністю еквівалентні. У цьому можна переконатись, якщо виконати аналіз первинного різницевого сигналу, що утворюється шляхом порівняння виходів реального діючого об'єкта та його математичної моделі. Вихідний сигнал математичної моделі являє собою всього лише оцінку виходу реального об'єкта, формування якої визначається кількістю та якістю доступної апріорної інформації. В ідеальному випадку, при відсутності дестабілізуючих факторів, адекватність математичної моделі у реальному об'єкті гарантує нульовий сигнал похибки. У дійсності, врахувати у математичній моделі усі діючі фактори практично неможливо, а іноді й немає потреби, оскільки отримана у такий спосіб модель стає занадто складною та малопродуктивною. Тому виявляється, що на практиці фактичний різницевий сигнал є лише повільним фізичним коливальним процесом навколо нульового рівня. У ньому віддзеркалюються усі фактори, що осталися поза математичною моделлю, у тому числі: непередбачувані збурення та несправності, ефекти від помилок моделювання, обумовлені використанням моделей заниженого порядку, флуктуації параметрів системи, дрейфи номінального режиму роботи (робочої точки), невраховані або лінеарізовані залежності, організовані або природні завади, шуми, та тощо. Інтуїтивно зрозуміло, що якщо вирішується задача виявлення та локалізації несправностей, то по-перше, різницевий сигнал повинен бути чутливим стосовно заданого переліку типів несправностей; по-друге, потрібно позбутися фону, створюваного побічними дестабілізуючими факторами, що не представляють інтересу. Таким чином, різницевий сигнал повинен бути підданий попередній обробці, етапи якої можна усвідомити з наступних міркувань. Для більшості випадків, що зустрічаються на практиці, спе-

ктральний склад різницевого сигналу має вигляд, який схематично показано на рис.2.5

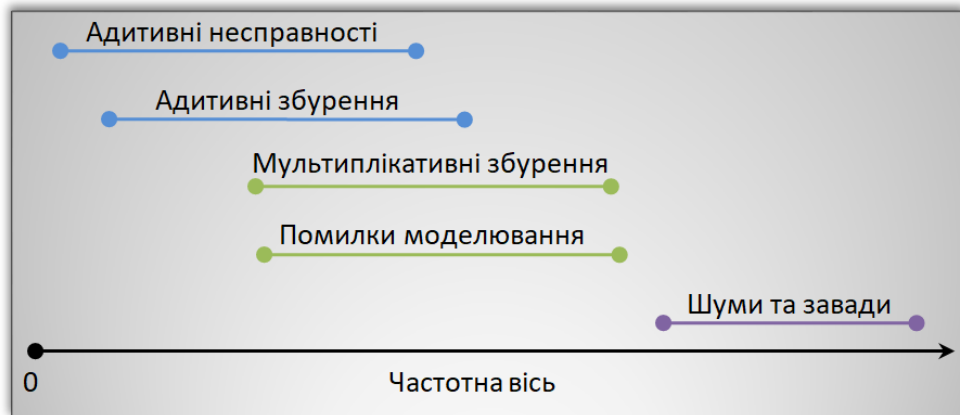


Рис. 2.5. Співвідношення частотних діапазонів основних дестабілізуючих факторів [108]

Адитивні збурення являють собою повільні процеси, спектральний склад яких близький до спектрального складу адитивних несправностей та частково перекривається з ним. Незалежність різницевого сигналу від такого типу збурень може бути досягнута лише шляхом явної розв'язки (декомпозиції). Відповідно до цього підходу усі невизначені фактори, які пов'язані з процесом збурень, відносять до додаткових неконтрольованих входів з апіорі відомими матрицями розподілу, у той час як вектор збурень може бути невизначеним [128]. Використовуючи апіорні дані про матрицю розподілу невідомих входів, намагаються досягти незалежності системи виявлення та локалізації несправностей від різноманітних збурень з невизначеною структурою. У даній роботі різницевий сигнал, інваріантний до непередбачуваних збурень формується на основі теорії функціональних відновників О'Рейлі – Луенбергера повного порядку. Перші спогади про такі пристрої відносяться до середини 80-х років [129-131]. З останніми розробками у цій галузі можна ознайомитись на основі праць оглядового характеру [132,133].

Похибки моделювання також являють собою повільні процеси. Вони присутні апіорі, починаючи з початку проектування системи та закінчуючи повільною зміною (дрейфом) режиму роботи або коефіцієнтів параметричної моделі. Незважаючи на те, що похибки моделювання з фізичної точки зору відносять до мультиплікативних збурень, результат їх впливу на якісні показники системи час-

то відображають уведенням додаткового адитивного невизначеного входу у математичну модель [128]. Частотні діапазони похибок моделювання та адитивних несправностей також частково перекриваються, отже, як і у випадку адитивних збурень, необхідна їх розв'язка з різницеvim сигналом. Опис похибок моделювання у термінах змінних стану або передатних функцій, як правило, супроводжується появою великої кількості побічних факторів, що суттєво збільшують порядок математичної моделі та заважають проведенню ефективної розв'язки. На сьогодні проблема інваріантності щодо похибок моделювання є однією з найважливіших і ще далека до остаточного розв'язку [132]. Оскільки мультиплікативні збурення та несправності є нестационарними процесами, то формування інваріантного різницевого сигналу доцільно виконувати за допомогою динамічних систем зі змінними у часі параметрами і бажано у режимі реального часу.

Шуми прийнято моделювати у вигляді випадкових процесів з нульовими середніми значенням, причому їх статистичні характеристики передбачаються повністю відомими, або частково. Вони перебувають у більш високочастотному діапазоні ніж адитивні несправності та збурення. Тому доцільно, замість явної розв'язки, яка вимагає значно більших обчислювальних ресурсів, обмежитись застосуванням одного із двох найбільш відомих методів: фільтрації первинного різницевого сигналу низькочастотними фільтрами або проведенням статистичного тестування різницевого сигналу на предмет перевищення апіорі заданого порогу. Величину порогу визначають виходячи із заданих статистичних характеристик шумів, або експериментально. В останньому випадку, отримані характеристики враховують не тільки вплив шумів, а також і похибок моделювання, оскільки розділити їх практично неможливо. Підводячи підсумки, можна стверджувати:

1. Пристрій відновлення вектора стану динамічної системи у природний спосіб виконує фільтрацію шумів у неявній формі, оскільки його математична модель апіорі формує певну частотну характеристику.

2. Чутливість пристрою відновлення до заданого типу несправностей визначається моделлю каналу поширення несправності від невизначеного входу до виходу об'єкта у припущенні, що матриця розподілу несправностей задана апіорі.

3. Пристрій відновлення повноформатного вектора стану у формі відновника відповідатиме вимогам до систем виявлення та локалізації несправностей [134], якщо первинний різницевий сигнал зробити незалежним від результату сукупного впливу дестабілізуючих факторів, та припустимості їх інтерпретації у вигляді адитивних збурень. Таким чином, пристрій відновлення вектора стану і діагностичний відновник розділяє лише один крок, а саме наявність процедури декомпозиції збурень.

2.7.2 Теоретичні основи синтезу пристроїв відновлення з невизначеними входами [135,136]

У цьому підрозділі розглядаються пристрої відновлення повного порядку для стаціонарних лінійних динамічних систем, у яких системні невизначеності інтерпретуються, як невідомі збурення. У математичній моделі вони відображаються уведенням додаткових неконтрольованих входів. Обмежимося розглядом систем неперервного часу, оскільки отримані результати синтезу неважко перенести на системи дискретної дії. Припустимо, що динаміка стаціонарної системи допускає опис у вигляді:

$$\dot{s}(t) = \Sigma s(t) + \Gamma u(t) + \Omega d(t), \quad (2.71)$$

$$y(t) = Hs(t), \quad (2.72)$$

де $s(t) \in \mathcal{R}^n$ – вектор стану динамічної системи; $y(t) \in \mathcal{R}^m$ – вектор спостережень; $u(t) \in \mathcal{R}^p$ – відомий вектор входу; $d(t) \in \mathcal{R}^l$ – невідомий вектор вхідних збурень; Σ , Γ , Ω , H – апріорно відомі матриці належних розмірів. Відносно рівнянь (2.71) – (2.72) слід зробити такі зауваження:

1. Без втрати загальності передбачається, що матриця розподілу невідомих збурень Ω має повний ранг. Якщо це не так, то можна застосувати операцію факторизації та записати її у вигляді добутку $\Omega d(t) = \Omega_1 \Omega_2 d(t)$, де Ω_1 – матриця повного рангу, а $\Omega_2 d(t)$ слід розглядати, як новий невідомий вхід. Складова $\Omega_2 d(t)$ може бути використана для опису адитивних збурень, а також інших типів модельних невизначеностей, наприклад, шумів або перехресних зв'язків у системах

великої розмірності, нелінійних складових у рівняннях динаміки, варіації параметрів, похибок лінеаризації, штучного заниження порядку моделі та тощо.

2. Не виключено, що складова збурень може з'являтися у рівняннях виходу $y(t) = Hs(t) + \Omega_y d(t)$. Проте такий випадок не розглядається, оскільки складова $\Omega_y d(t)$ може бути виключена з розгляду шляхом уведення перетворення $y_e(t) = T_y y(t) = T_y Hs(t) + T_y \Omega_y d(t) = T_y Hs(t)$ за умови, що $T_y \Omega_y = 0$. Якщо тепер виконати заміну $y(t)$ та H на $y_e(t)$ та $T_y H$, то тоді задача стане еквівалентною задачі без урахування збурень.

3. Для деяких систем характерна присутність сигналу входу у рівняннях виходу, тобто $y(t) = Hx(t) + Mu(t)$. Оскільки вхід передбачається точно відомим, то можна сконструювати новий вхід у вигляді $y^{\sim}(t) = y(t) - Mu(t) = Hs(t)$. Тоді при виконанні заміни $y(t)$ на $y^{\sim}(t)$, задача стає еквівалентною тій, у якій складова $Mu(t)$ відсутня. Тому заради стислості викладу складова $Mu(t)$ опускається, оскільки вона не впливає на кінцевий результат.

Означення 2.7.1. Для стаціонарної динамічної системи (2.71)–(2.72) пристроєм відновлення з невизначеним входом є такий відновник повного порядку

$$z'(t) = Az(t) + TGu(t) + Wy(t); \quad (2.73)$$

$$y_z(t) \triangleq s^*(t) = z(t) + Sy(t), \quad (2.74)$$

у якому похибка оцінювання вектора стану асимптотично прямує до нуля незалежно від того присутнє, чи не присутнє невідоме збурення на її вході.

Тут уведені такі позначення: $s^*(t) \in \mathcal{R}^n$ – оцінка вектора стану динамічної системи; $z(t) \in \mathcal{R}^n$ – вектор стану спостерігача; A , T , W , S – матриці, що підлягатимуть визначенню з метою досягнення потрібного ступеню розв'язки невідомих входів та дотримання інших обмежень. Структура пристрою відновлення, що відповідає співвідношенням (2.73)–(2.74), зображена на рис. 2.6.

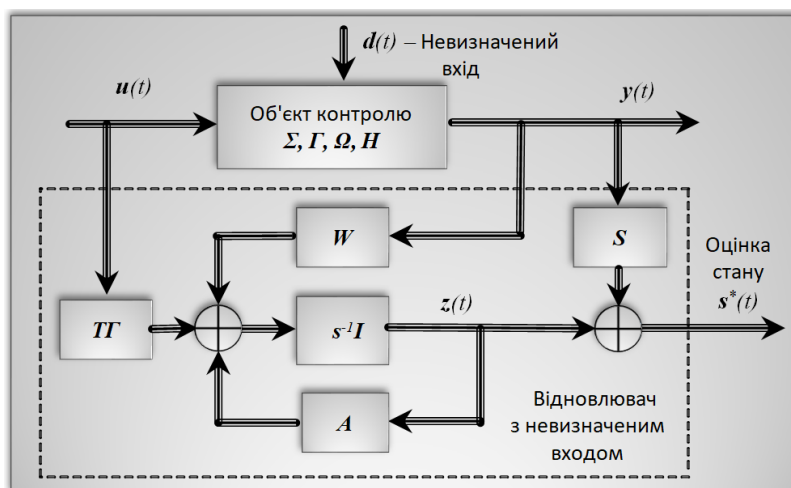


Рис 2.6. Структура пристрою відновлення з невизначеним входом

Застосувавши (2.73)–(2.74), до системи (2.71)–(2.72), можна знайти рівняння для похибки оцінювання. З урахуванням співвідношень (2.72) і (2.74) одержуємо

$$\begin{aligned} [s(t) - s^*(t)]' \triangleq \Delta \dot{s}(t) = \Sigma s(t) + \Gamma u(t) + \Omega d(t) - \dot{z}(t) - S y(t) = (\Sigma - SH\Sigma) \Delta s(t) + \\ + [(\Sigma - SH\Sigma) - A] z(t) + [(\Sigma - SH\Sigma)S - W] y(t) + [T - (I - SH)] \Gamma u(t) + (I - SH) \Omega d(t). \end{aligned} \quad (2.75)$$

Якщо ввести нові позначення $\Sigma_1 \triangleq (I - SH)\Sigma$, $W = W_1 + W_2$, то рівняння (2.75) можна привести до вигляду

$$\begin{aligned} \Delta \dot{s}(t) = \Sigma_1 \Delta s(t) + (\Sigma_1 - A) z(t) + (\Sigma_1 S - W) y(t) + [T - (I - SH)] \Gamma u(t) + (I - SH) \Omega d(t) = \\ = (\Sigma_1 - W_1 H + W_1 H) \Delta s(t) + (\Sigma_1 - W_1 H + W_1 H - A) z(t) + (\Sigma S - W_1 - W_2) y(t) + \\ + [T - (I - SH)] \Gamma u(t) + (I - SH) \Omega d(t). \end{aligned}$$

Надалі виконаємо відносно нескладні, проте громіздкі обчислення та зведемо подібні члени. Наслідком буде остаточний варіант диференційного рівняння для похибки оцінювання

$$\begin{aligned} \Delta \dot{s}(t) = (\Sigma_1 - W_1 H) \Delta s(t) + [A - (\Sigma_1 - W_1 H)] z(t) + [W_2 - (\Sigma_1 - W_1 H) S] y(t) + \\ + [T - (I - SH)] \Gamma u(t) + (I - SH) \Omega d(t), \end{aligned} \quad (2.76)$$

яка може бути описана виразом $\Delta \dot{s}(t) = A \Delta s(t)$ у припущенні, що виконується низка умов, а саме:

$$W = W_1 + W_2; \quad (2.77)$$

$$(I - SH) \Omega = 0; \quad (2.78)$$

$$T = (I - SH); \quad (2.79)$$

$$A = (\Sigma_1 - W_1 H) = (I - SH) \Sigma - W_1 H; \quad (2.80)$$

$$W_2 = AS. \quad (2.81)$$

Похибка оцінювання $\Delta s(t)$ буде асимптотично прямувати до нуля, якщо власні значення матриці A є стійкими, тобто $s^*(t) \rightarrow s(t)$. Це означає, що (2.73) – (2.74) є пристроєм відновлення з невизначеним входом для системи (2.71)–(2.72) і відповідає означенню 2.7.1. Синтез такого пристрою визначається розв'язками рівнянь (2.77)–(2.81). Як видно з наведених рівнянь, ключовим питанням є умова, за якої існує розв'язок рівняння (2.78). Тривіальна постановка задачі, у основі якої лежить припущення, що детермінант матриці Ω відмінний від нуля, і матрицю S можна знайти звичайним оберненням матриці H є неправомірною, оскільки у дійсності розмірність векторів виходу завжди менша порядку динамічної системи. Таким чином, при $m < n$ матриці S і H завжди стають прямокутними, і перш ніж встановлювати необхідні та достатні умови існування розв'язку розглянемо дві допоміжні теореми.

Лема 2.7.1. *Якщо $\text{rank}(H\Omega) = \text{rank}(\Omega)$, то рівняння (2.78) може бути розв'язаним, а одним з можливих розв'язків є вираз $S^* = \Omega \left[(H\Omega)^T H\Omega \right]^{-1} (H\Omega)^T$, де $(H\Omega)^\# \equiv \left[(H\Omega)^T H\Omega \right]^{-1} (H\Omega)^T$ – псевдообернена матриця Мура–Пенроуза*

Необхідні умови. Припустимо, що рівняння (2.78) має розв'язок S , тоді для кожного такого розв'язку справедливо $SH\Omega = \Omega$, або що одне й теж $(H\Omega)^T S^T = \Omega^T$. Це означає, що Ω^T являє собою підпростір матриці $(H\Omega)^T$ і тягне за собою висновок, що $\text{rank}(\Omega^T) \leq \text{rank}(H\Omega)^T$ або $\text{rank}(H\Omega) = \text{rank}(\Omega)$. Проте, з іншої сторони $\text{rank}(H\Omega) = \min[\text{rank}(H), \text{rank}(\Omega)] \leq \text{rank}(\Omega)$, оскільки матриця Ω передбачається матрицею повного рангу. Одночасне виконання цих протиріч можливе, коли $\text{rank}(H\Omega) = \text{rank}(\Omega)$.

Достатні умови. Коли має місце рівність $\text{rank}(H\Omega) = \text{rank}(\Omega)$, то $H\Omega$ являє собою матрицю-стовпець повного рангу. У цьому разі існує інверсія зліва [137], тобто справедливе твердження $(H\Omega)^\# = \left[(H\Omega)^T H\Omega \right]^{-1} (H\Omega)^T$. Тоді стає ясно, що $S^* = \Omega (H\Omega)^\#$ може бути розв'язком рівняння (2.78).

Лема 2.7.2 Припустимо, що матриця H_1 може бути записана у вигляді $H_1 = [H, H\Sigma]^T$ тоді, якщо пара (H_1, Σ) є виявленою, то це еквівалентно тому, що (H, Σ) являє собою також виявлену пару.

Доведення леми. Припустимо, що пара (H_1, Σ) – виявлена. Це означає, що до складу вектора $s(t)$ входить мода s_1 , яка не відновлюється. У такому разі ця мода інваріантна по відношенню до системної матриці Σ і розв'язана с виходом системи [103]. Скориставшись критерієм Розенброка, можна записати

$$\text{rank} \begin{bmatrix} s_1 I - \Sigma \\ H_1 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} s_1 I - \Sigma \\ H \\ H\Sigma \end{bmatrix} < n. \text{ Це означає, що знайдеться такий вектор } \alpha \in C^n,$$

$$\text{що } \begin{bmatrix} s_1 I - \Sigma \\ H \\ H\Sigma \end{bmatrix} \alpha = 0, \text{ але це у свою чергу призводить до того, що}$$

$$\begin{bmatrix} s_1 I - \Sigma \\ H \end{bmatrix} \alpha = 0, \text{ або } \text{rank} \begin{bmatrix} s_1 I - \Sigma \\ H \end{bmatrix} < n. \text{ Тоді очевидно, що } s_1 \text{ також являє собою не}$$

відновлювану моду для пари (H, Σ) . Тепер, якщо припустити наявність іншої не відновлюваної моди $s_2 \in C^n$ для пари (H, Σ) , то за аналогією маємо

$$\text{rank} \begin{bmatrix} s_1 I - \Sigma \\ H \end{bmatrix} < n \text{ і завжди знайдеться такий вектор } \beta \in C^n, \text{ що } \begin{bmatrix} s_2 I - \Sigma \\ H \end{bmatrix} \beta = 0. \text{ Це}$$

призводить до того, що $(s_2 I - \Sigma)\beta = 0; H\beta = 0; H\Sigma\beta = Hs_2\beta = s_2 H\beta = 0$. Отже

$$\begin{bmatrix} s_2 I - \Sigma \\ H \\ H\Sigma \end{bmatrix} \beta = \begin{bmatrix} s_2 I - \Sigma \\ H_1 \end{bmatrix} \beta = 0, \text{ тобто } s_2 \text{ також є не відновлюваною одою для пари}$$

(H_1, Σ) , і оскільки пари (H_1, Σ) і (H, Σ) мають однакові не відновлювані моди, то їх властивості стосовно процесу виявлення формально співпадають, тобто однакові. Слід зауважити, що властивість виявлення є менш категоричною ніж властивість відновлюваності. Пара (H, Σ) може бути виявленою тоді, коли усі її не відновлювані моди є стійкими.

Теорема 2.7.1. Для того, щоб динамічна система

$$\dot{z}(t) = Az(t) + TGu(t) + Wy(t); \quad s^*(t) = z(t) + Sy(t) \quad (2.82)$$

була пристроєм відновлення з невизначеним входом для об'єкта

$$\dot{s}(t) = \Sigma s(t) + Gu(t) + \Omega d(t); \quad y(t) = Hs(t), \quad (2.83)$$

необхідно і достатньо виконання таких умов: а) $\text{rank}(H\Omega) = \text{rank}(\Omega)$; б) пара (H, Σ_1) була б виявлюваною, а матриця $\Sigma_1 = \Sigma - \Omega(H\Omega)^\# H\Sigma$.

Достатні умови. У відповідності до леми 2.7.1, рівняння (2.78) матиме розв'язок, якщо умова (а) виконується. Зокрема, розв'язком для S^* може бути $S^* = \Omega \left[(H\Omega)^T H\Omega \right]^{-1} (H\Omega)^T$. У цьому разі системна матриця пристрою відновлення A дорівнює $A = \Sigma - SH\Sigma - W_1 H = (\Sigma_1 - W_1 H)$, і може бути зроблена стійкою шляхом належного вибору матриці передачі W_1 , виходячи з умови (б). Решта матриць пристрою відновлення (2.82) можуть обчислюватись на основі рівнянь (2.77), (2.79) – (2.81). Таким чином, пристрій (2.82) являє собою пристрій відновлення з невизначеним входом для системи (2.83).

Необхідні умови. Оскільки вважається, що рівняння (2.82) є рівнянням пристрою відновлення з невизначеними входами для систем (2.83), то рівняння (2.78) вважається таким, що має розв'язок. Це означає виконання умови (а) відповідно до леми 2.7.1. Загальний розв'язок для матриці S^* згідно рівняння (2.78) можливо знайти у вигляді [137] $S^* = \Omega(H\Omega)^\# + S_0 \left[I_m - H\Omega(H\Omega)^\# \right]$, де $S_0 \in \mathbb{R}^{n \times m}$ – довільна матриця, що не впливає на полюси пристрою відновлювання, а $(H\Omega)^\#$ обчислюється як ліва інверсія матриці $(H\Omega)$ [138], тобто $(H\Omega)^\# = \left[(H\Omega)^T H\Omega \right]^{-1} (H\Omega)^T$.

Якщо підставити цей розв'язок для S у рівняння (2.80), то отримаємо матрицю A

$$\begin{aligned} A &= \Sigma - S^* H\Sigma - W_1 H = \left[I_n - \Omega(H\Omega)^\# H \right] \Sigma - \left[W_1 \ S_0 \right] \begin{bmatrix} H \\ I_m - H\Omega(H\Omega)^\# H\Sigma \end{bmatrix} = \\ &= \Sigma_1 - \left[W_1 \ S_0 \right] \begin{bmatrix} H \\ H\Sigma_1 \end{bmatrix} = \Sigma_1 - \bar{W}_1 \bar{H}_1; \quad \text{де } \bar{W}_1 \triangleq \left[W_1 \ S_0 \right]; \quad \bar{H}_1 \triangleq \begin{bmatrix} H \\ H\Sigma_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Оскільки пристрій відновлення з невизначеними входами існує, то матриця A у відповідності до означення 2.7.1 є асимптотично стійкою. Це означатиме, що пара

(\overline{H}, Σ_1) є виявленою. Пара (H, Σ_1) також може бути виявленою у зв'язку з справедливістю леми 2.7. 2. ■

Для того, щоб виконати умову (а) число незалежних рядків матриці H не повинно бути меншим ніж число незалежних стовпців матриці Ω . Іншими словами максимальна кількість збурень, які можуть бути роз'єднаними, не може перевищувати кількості незалежних вимірювань. Пристрій відновлення (2.82) стає відновником Луенбергера повного порядку, якщо покласти $T=I$, $S=0$ за умови, що у об'єкті контролю відсутні невизначені входи, тобто $\Omega = 0$. В такій ситуації, умова (а) теореми 2.7.1 виконується явно, а умова (б) трансформується так, що пара (H, Σ) стає виявленою. Окрім того, на основі вищенаведеного аналізу, можна углядіти, що W_1 являє собою матрицю вільних параметрів у процесі проектування пристрою відновлення з невизначеними входами. Після визначення матриці W_1 інші матриці відновника з невизначеними входами обчислюють на основі рівнянь (2.77)–(2.81). Єдине обмеження, що накладається на матрицю W_1 полягатиме у тому, що вона повинна забезпечити стійкість системної матриці A . Матриця W_1 , яка здатна стабілізувати системну матрицю A може бути далеко не єдиною через те, що розглянута задача є багатоваріантною [139]. Це забезпечує надлишок числа ступенів свободи при виборі матриці W_1 навіть після того, як задоволені умови для невизначених входів. У подальшому, цими надлишками можна скористатися для надання вибіркокових властивостей різницеvim сигналам або забезпечення мінімізації дисперсії похибок оцінювання.

2.7.3 Порядок синтезу пристрою відновлення з невизначеним входом

Однією з найбільш важливих задач, яка розв'язується у процесі проектування пристроїв відновлення з невизначеними входами, є забезпечення стійкості системної матриці $A = \Sigma_1 - W_1 H$ шляхом вибору матриці W_1 у тому випадку, коли пара (H, Σ_1) є лише виявленою. Якщо пара (H, Σ_1) є відновлюваною, то цього можна досягти шляхом трансформації рівнянь об'єкту контролю у відповідності до рівнянь канонічної форми для відновлювальних систем [123] або скористатися програмою розміщення полюсів з пакету Control System Toolbox for MATLAB. Якщо

ж пара (\mathbf{H}, Σ_I) не є відновлюваною, то застосування до пари (\mathbf{H}, Σ_I) вищезгаданої процедури дає:

$$U\Sigma_I U^{-1} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \mathbf{0} \\ \Sigma_{12} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}; \quad \Sigma_{11} \in \mathcal{R}^{n_1 \times n_1}; \quad HU^{-1} = [\mathbf{H}_1 \quad \mathbf{0}]; \quad \mathbf{H}_1 \in \mathcal{R}^{m \times n_1},$$

де n_1 являє собою ранг матриці відновлюваності і для пари (\mathbf{H}, Σ_I) , а пара $(\mathbf{H}_1, \Sigma_{11})$ є відновлювальною. Міркування щодо вибору матриці перетворення U викладені у роботі [120 с. 90]. Якщо усі власні значення матриці Σ_{22} є стійкими, то пару (\mathbf{H}, Σ_I) можна вважати виявлюваною. У такому разі системну матрицю A можна зробити стабілізованою

$$\begin{aligned} A &= \Sigma - SH\Sigma - W_I H = (\Sigma_1 - W_I H) = U^{-1} [U\Sigma U^{-1} - UW_I HU^{-1}] U = \\ &= \left\{ U^{-1} \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \mathbf{0} \\ \Sigma_{12} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_{1u} \\ W_{2u} \end{bmatrix} [\mathbf{H}_1 \quad \mathbf{0}] \right\} U = U^{-1} \begin{bmatrix} \Sigma_{11} - W_{1u} \mathbf{H}_1 & \mathbf{0} \\ \Sigma_{12} - W_{2u} \mathbf{H}_1 & \Sigma_{22} \end{bmatrix} U, \end{aligned}$$

де $W_u = UW_1 = \begin{bmatrix} W_{1u} \\ W_{2u} \end{bmatrix}$, з власними значеннями, що складаються з сукупності влас-

них значень матриць Σ_{22} та $\Sigma_{11} - W_{1u} \mathbf{H}_1$. Оскільки пара $(\mathbf{H}_1, \Sigma_{11})$ є відновлювальною, то матрицю W_{1u} можна обчислювати за допомогою програми розміщення полюсів [140]. Матриця W_{2u} може бути довільною через те, що вона не впливає на власні значення системної матриці A . У підсумку процедура синтезу пристрою відновлення, інваріантного до невизначених входів зводиться до послідовності таких кроків [135]:

1. Перевірити ранги матриць Ω та $H\Omega$, якщо $\text{rank}(H\Omega) \neq \text{rank}(\Omega)$, то такого пристрою відновлення не існує і надалі перейти до п.10.

2. Обчислити матриці S^* , T , Σ_1 за формулами:

$$S^* = \Omega \left[(H\Omega)^T H\Omega \right]^{-1} (H\Omega)^T; \quad T = I - S^* H; \quad \Sigma_1 = T\Sigma.$$

3. Перевірити чи пара (\mathbf{H}, Σ_I) є відновлюваною. Якщо це має місце, то пристрій відновлення існує, і матриця W_I може бути обчислена за допомогою програми розташування полюсів. Потім перейти до п. 9.

4. Сконструювати матрицю перетворення U для переходу до канонічної форми відновлюваності. Для цього слід довільно вибрати $n_1 = \text{rank}(N_n)$, де N_n являє собою матрицю відновлюваності для пари (H, Σ_1) і створити вектор-рядок $u^T_1, \dots, u^T_{n_1}$ з N_n , разом з іншим $(n-n_1)$ вектор-рядком $u^T_{n_1+1}, \dots, u^T_n$ для утворення не сингулярної матриці $U = [u_1, \dots, u_{n_1}; u_{(n_1)+1}, \dots, u_n]^T$.

5. Пару (H, Σ_1) привести до канонічної форми відновлюваності за

$$\text{формулами } U\Sigma_1U^{-1} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & 0 \\ \Sigma_{12} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}; \quad HU^{-1} = [H_1, 0].$$

6. Перевірити чи пара (H, Σ_1) є виявлюваною. Якщо будь-яке власне значення матриці Σ_{22} нестійке, то пристрою відновлювання не існує і перейти до п. 10.

7. Вибрати n_1 бажаних власних значень та присвоїти їх виразу $\Sigma_{11} - W_{1u}H_1$, далі з використанням програми розташування полюсів обчислити W_{1u} .

$$8. \text{ Обчислити вираз } W_1 = U^{-1}W_u = U^{-1} \begin{bmatrix} W_{1u} \\ W_{2u} \end{bmatrix},$$

де W_{2u} може бути довільною матрицею розміру $(n-n_1) \times m$.

9. Обчислити матриці A і W за формулами: $A = \Sigma_1 - W_1H$; $W = W_1 + W_2 = W_1 + AS$.

10. Завершення процесу синтезу.

Результати моделювання за викладеною методикою демонструються на прикладі динамічної системи третього порядку з передатною функцією

$W(p) = (p + 0,4) \left[(1 + 2p)(p^2 + 0,6 + 0,2) \right]^{-1}$, якій у просторі станів відповідає систе-

ма векторних рівнянь $\dot{s}(t) = \Sigma s(t) + \Gamma u(t) + \Omega d(t)$; $y(t) = Hs(t)$ з параметрами:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0,600 & -0,202 & 0 \\ 0 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,202 \\ 0,5 \end{bmatrix}; \quad \Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad H = [0,078 \quad 1 \quad 1]; \quad u = 1.$$

Збурення імітувались синусоїдальним коливанням $d(t) = 4\sin(4t)$, що з'являлось проміж 45 та 55 секундами на часовому інтервалі у сто секунд. Інтегрування виконувалось методом Рунге-Кутта четвертого порядку з використанням програми MATLAB ode45. Полюси обох пристроїв відновлювання задавались однаковими $P = [-1; -0,5 + j*0,5; -0,5 - j*0,5]$, а відповідні матриці передачі обчислювались за до-

помогою програми place (A,C',P). Результати моделювання показані на рис. 2.7. Аналізуючи результати моделювання, неважко помітити, що пристрій відновлення з невизначеним входом реагує не на наслідок дії невідомого збурення, а на його джерело (причину), і це одна з його переваг у сенсі швидкодії. Проте, таке розширення функціональних можливостей вимагає додаткових системних ресурсів та структурованості матриці розподілу збурень Ω , тобто для виконання умови $rank(H\Omega) = rank(\Omega)$ матрицю спостережень доводилось розширювати шляхом уведення допоміжних засобів спостережень і вона приймалась рівною $H = [0,078 \ 1 \ 1 \ ; \ 0 \ 0 \ 1]$.

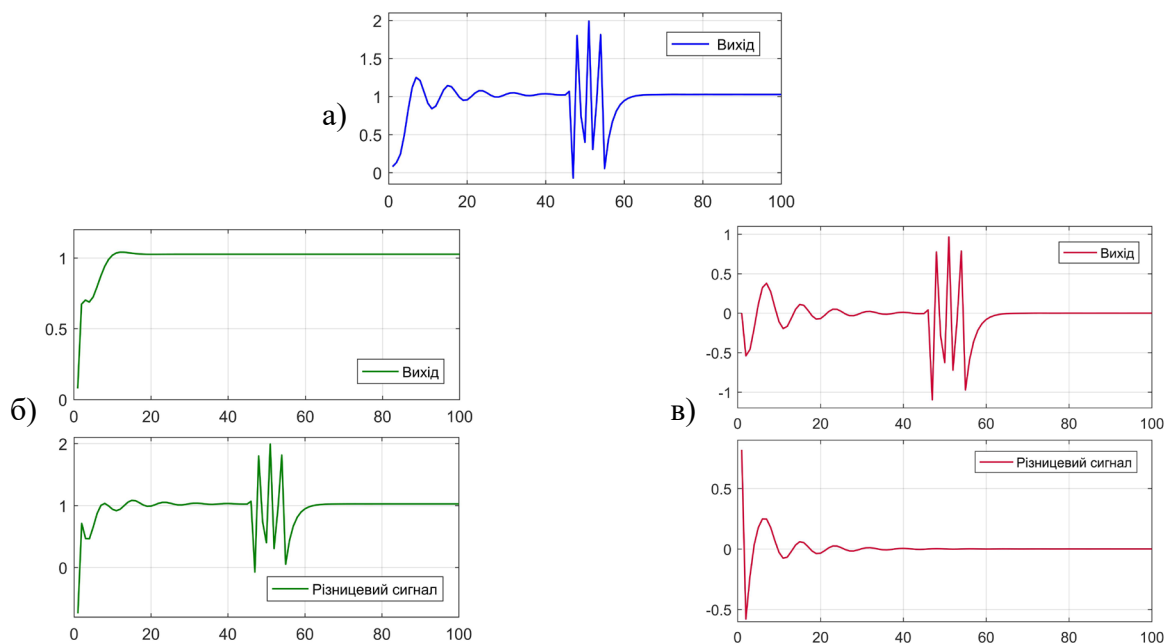


Рис. 2.7. Результати синтезу пристрою відновлення за наявності збурень:
 а) системний вихід зі збуреннями; б) відновник Луенбергера
 в) пристрій відновлення з невизначеним входом.

2.8 Надійність процесу виявлення несправностей пристроями відновлення з невизначеними входами

Одним із основних завдань, за умови виявлення несправностей з високою достовірністю, є задача формування різницевого сигналу нечутливого до супутніх дестабілізуючих факторів. Для успішного виявлення певного типу несправностей різницевий сигнал повинен бути вибірково чутливим саме до цієї групи несправностей і інваріантним до інших типів та супутніх завад. Відповідно до результатів

підрозділу 1.7 система, що містить несправності у вимірювальній та виконавчій частині може бути описана математичною моделлю

$$\dot{s}(t) = \Sigma s(t) + \Gamma u(t) + \Omega d(t) + \Gamma f_a(t); \quad y(t) = Hs(t) + f_s(t), \quad (2.84)$$

де $f_a \in \mathcal{R}^p$ означає присутність несправностей у виконавчій частині системи, а $f_s \in \mathcal{R}^m$ – у системі сенсорів. Формування стійкого різницевого сигналу у сенсі розв'язки від збурень невідомої структури будемо здійснювати за допомогою пристрою відновлення з невизначеними входами, який описується рівнянням (2.82). У тому разі, коли вважаються доступними оцінки стану об'єкта контролю різницевої сигнал матиме вигляд

$$r(t) = y(t) - Hs^*(t) = y(t) - H[z(t) + Sy(t)] = [I - HS]y(t) - Hz(t). \quad (2.85)$$

Застосування (2.82) з метою формування різницевого сигналу у системі, що описується рівнянням (2.84), дозволяє виразити різницевої сигнал та похибку оцінювання у вигляді сукупності рівнянь

$$\begin{aligned} \Delta \dot{s}(t) &= (\Sigma_1 - W_1 H) \Delta s(t) + T \Gamma f_a(t) - W_1 f_s(t) - S f_s(t), \\ r(t) &= H \Delta s(t) + f_s(t). \end{aligned} \quad (2.86)$$

З рівняння (2.86) неважко углядіти, що вплив збурень $d(t)$ на різницевої сигнал може бути усуненим. Для виявлення несправностей у виконавчій частині регулятора слід вимагати виконання умови $T\Gamma \neq 0$, а більш конкретно це означатиме, що несправність у i -му виконавчому механізмові буде впливати на i -й різницевої сигнал ($T\gamma_i \neq 0$). Тут через γ_i позначено i -й стовпець матриці Γ . За аналогією, при виявленні несправностей у сенсорній підсистемі, слід забезпечити чутливість різницевого сигналу до складової $f_s(t)$. Це неважко зробити, оскільки вектор несправностей у сенсорній підсистемі впливає на різницевої сигнал безпосередньо. Потім для аналізу стійкості різницевого сигналу до дестабілізуючих факторів можна застосовувати бінарну логіку, засновану на порівнянні із заданим граничним значенням.

$$\|r(t)\| < \Pi \quad \text{для випадку відсутності несправностей}$$

$$\|r(t)\| \geq \Pi \quad \text{для випадку присутності несправностей.}$$

2.9 Надійність процесу локалізації несправностей пристроями відновлення з невизначеними ходами

Задача локалізації несправності полягає у визначенні окремого сенсора або виконавчого пристрою, у якому відбулася несправність. Як уже згадувалось у підрозділі 1.10, одним з можливих підходів є використання множини структурованих різницевих сигналів [132,141]. Термін «структурований» слід розуміти у сенсі, що кожний окремо взятий різницевий сигнал повинен формуватися таким чином, щоб бути чутливим лише до певного типу несправностей і нечутливим до інших типів. Однак, ця ситуація є ідеальною і на практиці не може бути реалізованою. Навіть якщо допустити, що ідеальна ситуація має місце, то у цьому разі будуть витрачені усі ресурси системи у сенсі ступенів свободи проектування. Ця проблема вперше була помічена у роботах [142,143]. Тому на практиці застосовується дещо інша схема локалізації несправностей, яка частково знімає зазначені обмеження. Сутність її полягає у тому, щоб *зробити кожен різницевий сигнал чутливим до усіх несправностей, за винятком однієї, тієї яка являє інтерес. При цьому неважливо, де відбулася несправність у сенсорній чи у виконавчій підсистемі* [10].

Надійність процесу локалізації несправностей у сенсорах. При розробці процедур локалізації несправностей у сенсорній підсистемі передбачається, що виконавча система завідомо справна, а відповідна система рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \Sigma s(t) + \Gamma u(t) + \Omega d(t), \\ y^{\neq j}(t) &= H^{\neq j} s(t) + f_s^{\neq j}(t), \quad y_j(t) = H_j s(t) + f_{s_j}(t), \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2.87)$$

де $H_j \in \mathcal{R}^{1 \times n}$ j -й рядок матриці H , $H^{\neq j} \in \mathcal{R}^{(m-1) \times n}$ утворюється з матриці H шляхом видалення j -го рядку H_j ; y_j являє собою j -у складову вектора спостережень y , а $y^{\neq j} \in \mathcal{R}^{(m-1)}$ отримується шляхом видалення із вектора y j -ої складової y_j . Іноді таку процедуру викреслювання називають символікою «матричного олівця». З урахуванням уведеної символіки m -мірний формувач-генератор векторного різницевого сигналу, що використовує пристрій відновлення з невизначеним входом може бути сконструйованим у такий спосіб:

$$\dot{z}^{\neq j}(t) = A^{\neq j} z^{\neq j}(t) + T^{\neq j} \Gamma u(t) + W^{\neq j} y^{\neq j}(t), \quad (2.88)$$

$$r^{\neq j}(t) = (I - H^{\neq j} S^{\neq j}) y^{\neq j}(t) - H^{\neq j} z^{\neq j}(t), j = 1, 2, \dots, m, \quad (2.89)$$

де модельно-умовні системні матриці повинні задовольняти наступним вимогам для усіх $j = 1, 2, \dots, m$:

$$S^{\neq j} H^{\neq j} \Omega = \Omega; T^{\neq j} = I - S^{\neq j} H^{\neq j}; W_2^{\neq j} = A^{\neq j} S^{\neq j}; W^{\neq j} = W_1^{\neq j} + W_2^{\neq j};$$

$$A^{\neq j} = T^{\neq j} \Sigma - W_1^{\neq j} H^{\neq j} \text{ (повинна бути зроблена стійкою)}. \quad (2.90)$$

Розглядаючи рівняння (2.90), можна помітити що кожен формувач-генератор різницевого сигналу скеровується усіма входами та усіма виходами за винятком лише одного j -го виходу. У тому випадку, коли усі виконавчі механізми завідомо справні, а несправність має місце лише у j -ому сенсори, локалізація несправності може бути здійснена за допомогою різницевого сигналу на основі правила:

$$\begin{aligned} \|r^j(t)\| &< \Pi_s^j \\ \|r^k(t)\| &\geq \Pi_s^k, \text{ для } k=1, \dots, j-1, \dots, j+1, \dots, m \end{aligned} \quad (2.91)$$

де Π_s^j ($j=1..,m$) являють собою порогові значення для ухвалення рішення про локалізацію несправності. Структура пристрою для локалізації несправностей у сенсорній підсистемі, що заснована на застосуванні пристроїв відновлення з невизначеними входами показана на рис. 2.8.

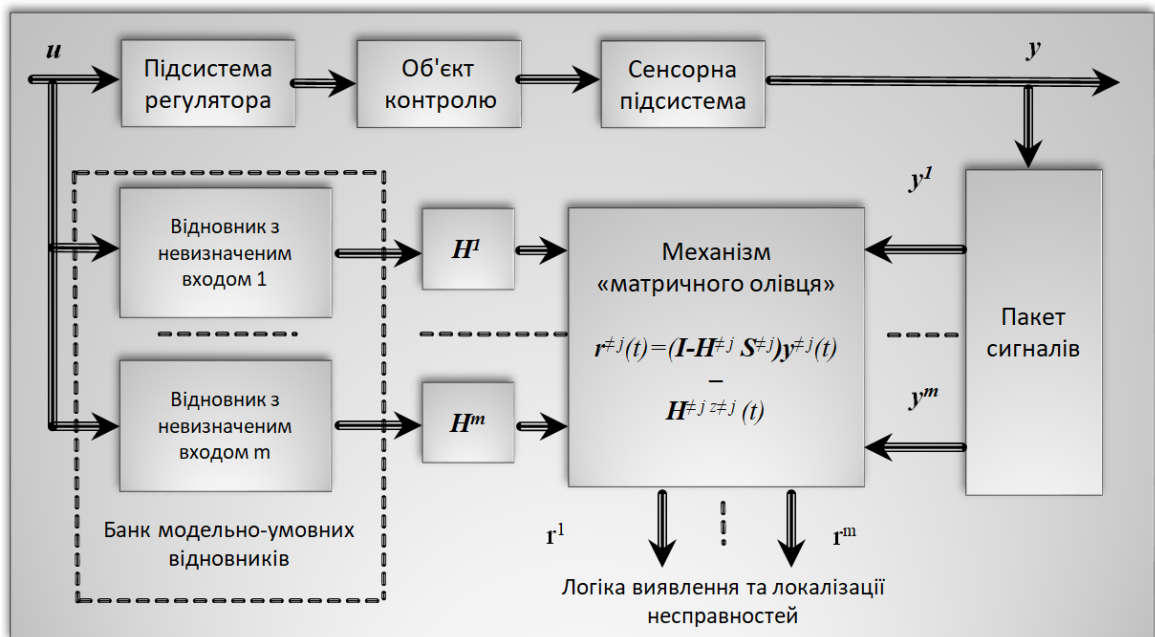


Рис. 2.8. Схема процесу локалізації несправностей у сенсорній підсистемі

Надійність процесу локалізації несправностей у регуляторах. При проектуванні високонадійних схем локалізації несправностей у підсистемах регуляторів передбачається, що усі сенсори завідомо справні. Тоді за аналогією з (2.87), контрольована система може бути описана сукупністю рівнянь:

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= \Sigma s(t) + \Gamma^{\neq i} u^{\neq i}(t) + \Gamma^{\neq i} f_a^{\neq i} + \gamma_i [u_i(t) + f_{ai}(t)] + \Omega d(t) = \\ &= \Sigma s(t) + \Gamma^{\neq i} u^{\neq i}(t) + \Gamma^{\neq i} f_a^{\neq i}(t) + \Omega^{\neq i} d^{\neq i}(t); \\ y(t) &= Hs(t); \quad i = 1, 2, \dots, p,\end{aligned}\quad (2.92)$$

де γ_i являє собою i -й стовпець матриці Γ , $\Gamma^{\neq i} \in \mathcal{R}^{n \times (p-1)}$ отримується з матриці Γ шляхом видалення i -го стовпця γ_i ; u_i являє собою i -у компоненту вектора входу u , $u^{\neq i} \in \mathcal{R}^{(p-1)}$ отримують шляхом видалення з вектору входу u i -ої складової u_i , а

$$\Omega^{\neq i} = [\Omega \ \gamma_i]; \quad d^{\neq i}(t) = \begin{bmatrix} d(t) \\ u_i(t) + f_{ai}(t) \end{bmatrix}; \quad \text{для } i = 1, 2, \dots, p.$$

З урахуванням уведеної символіки p -мірний формувач-генератор векторного різницевого сигналу, що використовує пристрій відновлення з неозначеним входом може бути сконструйованим у такому вигляді:

$$\begin{aligned}\dot{z}^{\neq i}(t) &= A^{\neq i} z^{\neq i}(t) + T^{\neq i} \Gamma^{\neq i} u^{\neq i}(t) + W^{\neq i} y(t), \\ r^{\neq i}(t) &= (I - HS^{\neq i}) y(t) - Hz^{\neq i}(t), \quad i = 1, 2, \dots, p,\end{aligned}\quad (2.93)$$

де модельно-умовні системні матриці повинні задовольняти наступним вимогам щодо усіх $i = 1, 2, \dots, p$:

$$\begin{aligned}S^{\neq i} H \Omega^{\neq i} &= \Omega^{\neq i}; \quad T^{\neq i} = I - S^{\neq i} H; \quad W_2^{\neq i} = A^{\neq i} S^{\neq i}; \quad W^{\neq i} = W_1^{\neq i} + W_2^{\neq i}, \\ A^{\neq i} &= T^{\neq i} \Sigma - W_1^{\neq i} H; \quad (\text{повинна бути зроблена стійкою})\end{aligned}\quad (2.94)$$

З формули (2.94) можна помітити, що формувач-генератор різницевого сигналу скеровується усіма виходами та входами за винятком одного входу, що являє інтерес. У тому випадку, коли усі сенсори завідомо справні, а несправність має місце лише у i -ому виконавчому механізмі, локалізація несправності може бути здійснена за допомогою різницевого сигналу на основі логічного правила:

$$\|r^i(t)\| < \Pi_a^i; \quad \|r^k(t)\| \geq \Pi_a^k \quad \text{для } k=1, \dots, i-1, \dots, i+1, \dots, p \quad (2.91)$$

де Π_a^i ($i=1, \dots, p$) являть собою порогові значення для ухвалення рішення про локалізацію несправності. Структура пристрою для локалізації несправностей у підсистемах регулятора показана на рис. 2.9.

Методи локалізації, що розроблені у даному підрозділі, здатні у будь-який момент часу локалізувати тільки одну несправність у сенсорній підсистемі, або у підсистемі регулятора. Це твердження ґрунтується на тому факті, що ймовірність одночасної появи двох і більше несправностей з практичної точки зору нехтовно мала. Якщо ж потрібно локалізувати одночасні несправності, то методи локалізації повинні бути модифікованими на основі перегруповування несправностей. Frank P. і Wunnenberg J. досліджували цю проблему [131]. Вони встановили, що спосіб групування помилок суттєво залежить від властивостей конкретної системи та типу несправностей, що підлягають локалізації і показали, що у цьому випадку локалізація одночасних помилок у сенсорній системі принципово можлива. Щодо одночасних помилок у виконавчій частині системи, то виявилось неможливим локалізувати дві помилки у регуляторі, якщо вони мають співпадаючі шляхи поширення. Щоб ізолювати помилки такого типу, необхідна додаткова уточнена інформація, наприклад, така як щільність розподілу ймовірностей помилок. Оскільки розглянуті методи виявлення та локалізації несправностей орієнтовані на моделі конкретних систем, то не слід спокушати себе думкою, що загальні рекомендації можуть бути автоматично застосовні до будь-якої системи без відповідної модифікації.

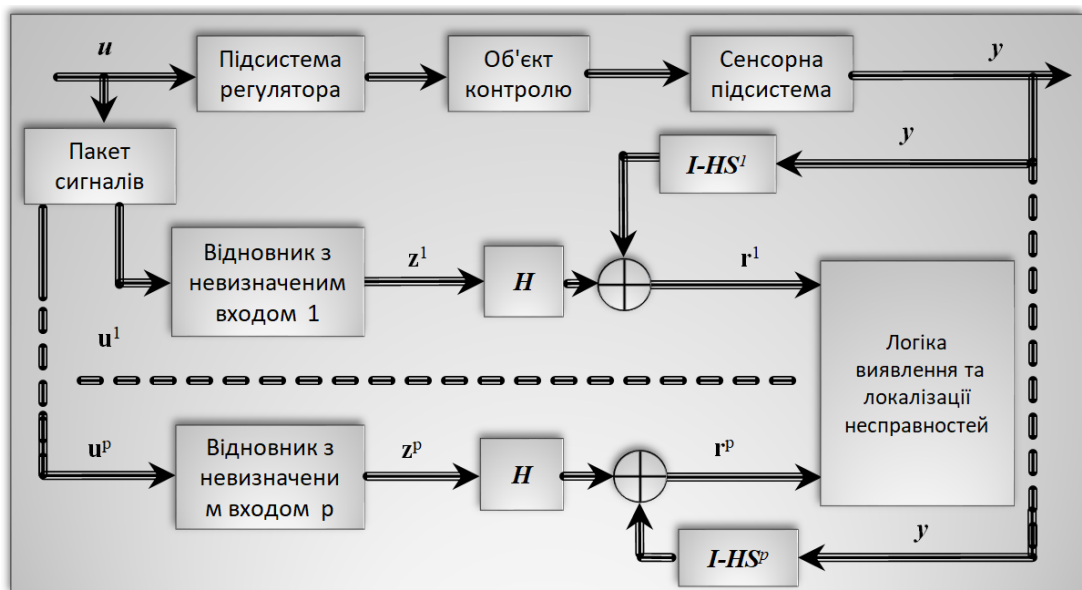


Рис. 2.9. Структура пристрою локалізації несправностей у підсистемах регулятора

2.10 Висновки

1. У центрі уваги даного розділу знаходились методи синтезу оптимальних пристроїв відновлення діагностичного типу, порядок яких співпадає з порядком контрольованої динамічної системи. Синтез таких пристроїв виконувався методами теорії функціональних відновників О' Рейллі - Луенбергера.

2. Для досягнення цієї локальної мети та її теоретичного обґрунтування був сформульований дискретний варіант задачі синтезу функціонального пристрою відновлення з залученням основних положень теорії керованості та відновлюваності динамічних систем за Калманом. Уточнені поняття не відновлюваних компонент вектора стану динамічної системи, сформовані критерії їх виявлення та ідентифікації. У основу розглянутих критеріїв покладено опис динамічної системи у канонічній формі відновлюваності.

3. У формі розгорнутих тез викладено головні положення теорії функціональних відновників О' Рейллі – Луенбергера та наведені аргументи щодо використання уточненої термінології. Матеріали, зазначені у пунктах 2–3 являють собою відправну теоретичну базу для подальших досліджень.

4. Виявлено, що спосіб обчислення матриці відновлюваності у диференціальній формі може бути ефективним інструментом при дослідженні різноманітних задач відновлення повноформатного вектора стану динамічних систем, фільтрації сигналів, а також при синтезі систем оптимального керування, оскільки усі зазначені процедури використовують універсальний математичний інструмент – нелінійне матричне рівняння Ріккати. Залежно від типу досліджуваної системи воно може бути презентовано у різних формах: алгебраїчній, диференціальній або різницевій.

5. Значна увага приділена синтезу оптимальних відновників у диференціальній або рекурентній формі методом зважених найменших квадратів. Синтез виконано за допомогою спрощеного методу інваріантного занурення Р. Беллмана. Встановлено, що структура оптимального пристрою відновлення не залежить від обраного критерію якості. Більше того, як буде показано далі, оптимальні пристрої відновлення синтезовані на основі інших критеріїв якості: мінімізації байє-

сового ризику, мінімуму апостеріорної дисперсії, максимуму функції правдоподібності або апостеріорної ймовірності, мають аналогічну структуру, зручну для реалізації у реальному масштабі часу засобами сучасної обчислювальної техніки. Відмінності проявляється лише у значеннях матричного коефіцієнта передачі, який визначаються обсягом доступних апріорних даних.

6. Показано, що формування різницевого сигналу стійкого до сукупності збурень, неминуче присутніх у контрольованій динамічній системі, являє собою суттєвий момент у задачах, пов'язаних з модельно-орієнтованими методами виявлення та локалізації несправностей. Запропонована оновлена структура пристрою відновлення повного порядку з невизначеними входами. Встановлені та доказані умови існування таких відновлювальних пристроїв. Порівняно з іншими методами проектування пристроїв відновлення, інваріантних до збурень, умови їх існування нескладно перевіряти, оскільки вони опираються на модифіковану програму розташування полюсів передатної функції з пакету моделювання MATLAB. Ефективність методики підтверджена ілюстративним прикладом синтезу відновлювального пристрою для динамічної системи третього порядку за наявності імпульсних збурень синусоїдального типу.

7. Головна перевага пристроїв відновлення повного порядку з невизначеними входами у порівнянні з іншими методами, що зазвичай використовують відновники Луенбергера заниженого порядку [144,145], проявляється у тому, що залишається більше ступенів свободи у проектуванні, після того як умови роз'єднання оцінок виходів системи від невизначених збурень уже виконані. У цьому розділі залишки ступенів свободи проектування використовувались для поліпшення інших характеристик схем функціональної діагностики. Зокрема у такий спосіб вирішувалась задача локалізації несправностей шляхом формування структурованих різницевого сигналів.

РОЗДІЛ 3

НЕЯВНІ МЕТОДИ ВИЯВЛЕННЯ ТА ЛОКАЛІЗАЦІЇ НЕСПРАВНОСТЕЙ У СТОХАСТИЧНИХ СИСТЕМАХ В МЕЖАХ ВИКОРИСТАННЯ БАЙЄСОВОЇ МЕТОДОЛОГІЇ

3.1 Постановка задачі

У цьому розділі в межах загальної постановки задачі, викладеної у підрозділі 2.9, розглядаються задачі синтезу стохастичних пристроїв відновлення вектора стану динамічної системи, які мають підвищену стійкість до несправностей у сенсорній підсистемі. Оскільки тут немає потреби у проведенні повноформатних процедур виявлення та локалізації несправностей у явній формі, то це має певні переваги у сенсі ступенів свободи проектування порівняно з задачами, де здійснюється вибіркова чутливість до окремого типу несправності та її розв'язка від інших типів несправностей та збурень. Поставлені задачі можуть бути успішно розв'язаними за умови виконання таких обмежень:

1. У розпорядженні проектувальника повинна бути адекватна математична модель номінальної системи, що працює у режимі відсутності несправностей та побудована математична модель несправної системи у припущенні, що кожен тип несправностей відрізняється характерною поведінкою у часі.

2. Наявність результатів спостережень, пов'язаних з несправностями, причому бажано щоб вони були, функціонально розв'язаними від збурень.

3. Доступна інформація про статистичні характеристики діючих шумів та збурень, щонайменше, на рівні середніх значень та коваріаційних матриць.

Результати досліджень з даної тематики представлені таким чином. У підрозділі 3.2 на основі використання байєсової методології виконується синтез оптимального стохастичного пристрою відновлення повного порядку за умови відсутності несправностей. Надалі цей пристрій у вигляді стандартного фільтра Калмана буде слугувати у якості основного інструментарію для подальших досліджень та як зразок для порівняльного аналізу. У 3.3 пропонується математична модель сенсорної підсистеми з невизначеним станом. Наявність невизначеного

стану передбачає існування результатів спостережень різної точності, а несправності у сенсорній підсистемі розглядаються, як окремий випадок цієї моделі і інтерпретуються у вигляді аномальних похибок [146]. У підрозділі 3.4 здійснюється модифікація рівнянь оптимальної дискретної фільтрації з метою урахування можливості появи аномальних похибок у окремих результатах спостережень. У наступних підрозділах синтезовано низку спрощених пристроїв обробки результатів спостережень, що відрізняються рівнями захисту від несправностей, а оцінку їх ефективності пропонується оцінювати за схемою метода Монте-Карло. Результати порівняльного аналізу будуть представлені у одному з наступних розділів, присвяченому практичним аспектам теорії функціональних стохастичних відновлювачів на прикладі авіаційної системи посадки сантиметрового діапазону.

3.2 Вивід рівнянь оптимального пристрою відновлення за умови відсутності несправностей

Розглянемо математичну модель дискретної динамічної системи зі змінними у часі параметрами, яка зазнає випадкових збурень, а результати спостережень супроводжуються похибками:

$$y(k) = H(k)s(k) + v(k); \quad (3.1)$$

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + \Gamma(k+1,k)u(k) + w(k), \quad (3.2)$$

де $s(k)$ – n -мірний вектор стану; $y(k)$ – m -мірний вектор спостережень; $u(k)$ – точно відомий вектор входу розмірності $(p \times 1)$; $\Sigma(k+1,k)$, $\Gamma(k+1,k)$, $H(k)$ – відомі системні матриці, відповідних розмірів, $w(k)$, $v(k)$ – гаусові випадкові послідовності, що мають задані статистичні характеристики. Потрібно спроектувати дискретну динамічну систему у вигляді пристрою відновлення повного порядку, який на основі послідовності спостережень $Y_I^k = \{y(1), \dots, y(k)\}$, $k > n$ був би здатен формувати оптимальні, у певному сенсі, оцінки вектора стану $s^*(k/k)$ у формі, зручній для реалізації засобами обчислювальної техніки.

Загальновідомо [125,138,147], що у даному випадку оптимальним стохастичним пристроєм відновлення повного порядку є фільтр Калмана. У оригінальній роботі Калмана [148], вивід рівнянь оптимальної фільтрації опирався на поняття

ортогональної проекції вектору похибок оцінювання. Подалі були виявлені зв'язки методу Калмана з іншими процедурами рекурентного оцінювання: байєсовими, максимуму правдоподібності, мінімальної середньоквадратичної похибки, градієнтним, методами найменших квадратів та відновниками Луенбергера [149]. Загальною рисою вищезгаданих методів є громіздкість та складність обчислень. У даній роботі вивід рівнянь оптимальної фільтрації гранично спрощений і базується на двох, не занадто суворих, обмеженнях:

1. На основі центральної граничної теореми робиться припущення щодо нормального розподілу миттєвих значень процесів $w(k)$, $v(k)$.

2. Послідовності $w(k)$, $v(k)$ апроксимуються білими шумами, і це означає, що випадкові процеси $s(k)$, $y(k)$ є процесами Маркова.

За умови дотримання вищезазначених обмежень гаусово-марковська модель оцінювання проста, ефективна і швидко приводить до рівнянь оптимального фільтра, опираючись, по-суті, на властивості нормального закону розподілу та процедуру доповнення до повного матричного квадрату. Для того, щоб зосередитись лише на стохастичному аспекті виводу рівнянь оптимального фільтра тимчасово зробимо припущення, що $u(k)=0$, яке у подальшому може бути легко знятим [138,148]. Тоді рівняння (3.1) – (3.2) спрощуються

$$y(k) = H(k)s(k) + v(k); \quad (3.3)$$

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + w(k). \quad (3.4)$$

Слід зауважити, що у процесі подальших досліджень будуть інтенсивно використовуватись різноманітні операції з нормальними законами розподілу ймовірностей та їх параметрами, тому автор вважає доцільним це коло питань розглянути окремим пунктом.

3.2.1 Векторні операції з параметрами нормального закону розподілу ймовірностей

Якщо густина розподілу n – мірного стохастичного вектору z може бути описана законом

$$\varphi(\mathbf{z}) = (2\pi^n |\mathbf{P}_{zz}|)^{-0.5} \exp\left(-0.5 \tilde{\mathbf{z}}^T \mathbf{P}_{zz}^{-1} \tilde{\mathbf{z}}\right), \quad (3.5)$$

у якому $\tilde{\mathbf{z}} \triangleq [\mathbf{z} - \mathcal{M}\{\mathbf{z}\}]$; $\mathbf{P}_{zz} \triangleq \mathcal{M}\{\tilde{\mathbf{z}}\tilde{\mathbf{z}}^T\}$; $|\mathbf{P}_{zz}|$ – визначник неособливої матриці; $\mathcal{M}\{\cdot\}$ – символ математичного сподівання, то його називають нормально розподіленім. Аналогічно, якщо випадкові вектори $\mathbf{z} \in \mathfrak{R}^n$ та $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^m$ матимуть сукупний нормальний закон розподілу, то їх сукупна густина розподілу описується як:

$$\varphi(\mathbf{z}, \mathbf{x}) = \left(2\pi^{n+m} \begin{vmatrix} \mathbf{P}_{zz} & \mathbf{P}_{zx} \\ \mathbf{P}_{xz} & \mathbf{P}_{xx} \end{vmatrix}\right)^{-0.5} \exp\left\{-0.5 \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{z}} \\ \tilde{\mathbf{x}} \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{zz} & \mathbf{E}_{zx} \\ \mathbf{E}_{xz} & \mathbf{E}_{xx} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{z}} \\ \tilde{\mathbf{x}} \end{pmatrix}\right\}, \quad (3.6)$$

де уведено такі позначення: $\tilde{\mathbf{z}} \triangleq \mathbf{z} - \mathcal{M}(\mathbf{z})$; $\tilde{\mathbf{x}} \triangleq \mathbf{x} - \mathcal{M}(\mathbf{x})$; $\mathbf{P}_{zz} \triangleq \mathcal{M}\{\tilde{\mathbf{z}}\tilde{\mathbf{z}}^T\}$; $\mathbf{P}_{xx} \triangleq \mathcal{M}\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T\}$;

$$\mathbf{P}_{zx} \triangleq \mathcal{M}\{\tilde{\mathbf{z}}\tilde{\mathbf{x}}^T\}; \quad \mathbf{P}_{xz} \triangleq \mathcal{M}\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{z}}^T\} = \mathbf{P}_{zx}^T; \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{zz} & \mathbf{P}_{zx} \\ \mathbf{P}_{xz} & \mathbf{P}_{xx} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{zz} & \mathbf{E}_{zx} \\ \mathbf{E}_{xz} & \mathbf{E}_{xx} \end{bmatrix}.$$

Подальші математичні операції з параметрами нормального закону розподілу можуть бути вираженими лаконічно і значно простіше, якщо встановити взаємозв'язок між елементами матриць \mathbf{P} та \mathbf{E} . Для цього скористаємось означенням оберненої матриці

$$\mathbf{P}^{-1} \triangleq \frac{\text{adj}\mathbf{P}}{\mathbf{P}} = \frac{(-1)^{i+j} |A_{ij}|^T}{|\mathbf{P}|} = \frac{\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{xx} & -\mathbf{P}_{xz} \\ -\mathbf{P}_{zx} & \mathbf{P}_{zz} \end{bmatrix}^T}{|\mathbf{P}_{zz}\mathbf{P}_{xx} - \mathbf{P}_{xz}\mathbf{P}_{zx}|} = \frac{\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{xx} & -\mathbf{P}_{zx} \\ -\mathbf{P}_{xz} & \mathbf{P}_{zz} \end{bmatrix}}{|\mathbf{P}_{zz}\mathbf{P}_{xx} - \mathbf{P}_{xz}\mathbf{P}_{zx}|}, \quad (3.7)$$

де $\text{adj}\mathbf{P}$ – так звана приєднана матриця, а $[A_{ij}]$ – матриця алгебраїчних доповнень, T – символ транспонування. Порівнюючи (3.6) з (3.7) отримуємо:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{zz} &= \frac{\mathbf{P}_{xx}}{\mathbf{P}_{zz}\mathbf{P}_{xx} - \mathbf{P}_{xz}\mathbf{P}_{zx}} = (\mathbf{P}_{zz} - \mathbf{P}_{xz}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}_{zx})^{-1}; & \mathbf{E}_{xx} &= \frac{\mathbf{P}_{zz}}{\mathbf{P}_{zz}\mathbf{P}_{xx} - \mathbf{P}_{xz}\mathbf{P}_{zx}} = (\mathbf{P}_{xx} - \mathbf{P}_{xz}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}_{zx})^{-1}; \\ \mathbf{E}_{zx} &= \frac{-\mathbf{P}_{zx}}{\mathbf{P}_{zz}\mathbf{P}_{xx} - \mathbf{P}_{xz}\mathbf{P}_{zx}} = -(\mathbf{P}_{zz}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}_{zx} - \mathbf{P}_{xz})^{-1}; & \mathbf{E}_{xz} &= \mathbf{E}_{zx}^T. \end{aligned} \quad (3.8)$$

У багатьох роботах, присвячених теорії оптимальної лінійної фільтрації, наприклад, [138,147,150,151] при синтезі структури оптимального фільтра широке розповсюдження знайшло доповнення до повного матричного квадрату та застосування тотожностей Вудбері [125]:

$$(\mathbf{A} \pm \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \mp \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{C}^{-1} \pm \mathbf{D}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{A}^{-1}; \quad (3.9)$$

$$\mathbf{CD}(\mathbf{A} \pm \mathbf{BCD})^{-1} = (\mathbf{C}^{-1} \pm \mathbf{D}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{A}^{-1}. \quad (3.10)$$

Наприклад, застосовуючи (3.9) до складової \mathbf{E}_{zz} отримуємо результат, корисний для визначення параметрів апостеріорного розподілу у формулі Байєса:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{zz} &= \left(\mathbf{P}_{zz} - \mathbf{P}_{xz} \mathbf{P}^{-1}_{xx} \mathbf{P}_{zx} \right)^{-1} = \mathbf{P}^{-1}_{zz} + \mathbf{P}^{-1}_{zz} \mathbf{P}_{zx} \left(\mathbf{P}^{-1}_{xx} - \mathbf{P}_{xz} \mathbf{P}^{-1}_{zz} \mathbf{P}_{zx} \right)^{-1} \mathbf{P}_{zx} \mathbf{P}^{-1}_{zz} = \\ &= \mathbf{P}^{-1}_{zz} + \mathbf{P}^{-1}_{zz} \mathbf{P}_{zx} \mathbf{E}_{xx} \mathbf{P}_{zx} \mathbf{P}^{-1}_{zz}.\end{aligned}\quad (3.11)$$

Результат застосування (3.9) до складових \mathbf{E}_{zx} , \mathbf{E}_{xx} дає наступні формули:

$$\mathbf{E}_{zx} = - \left(\mathbf{P}_{zz} \mathbf{P}^{-1}_{zx} \mathbf{P}_{xx} - \mathbf{P}_{zx} \right)^{-1} = - \mathbf{P}^{-1}_{zz} \mathbf{P}_{zx} \mathbf{E}_{xx}; \quad (3.12)$$

$$\mathbf{E}_{xx} = \left(\mathbf{P}_{xx} - \mathbf{P}_{xz} \mathbf{P}^{-1}_{zz} \mathbf{P}_{zx} \right)^{-1} = \mathbf{P}^{-1}_{xx} + \mathbf{P}^{-1}_{xx} \mathbf{P}_{xz} \mathbf{E}_{zz} \mathbf{P}_{zx} \mathbf{P}^{-1}_{xx}. \quad (3.13)$$

Ефективність розглянутого методу продемонструємо на прикладі обчислення параметрів апостеріорного розподілу, що входить до формули Байєса

$\varphi(z/x) = \varphi(z)\varphi(x/z)[\varphi(x)]^{-1}$ у припущенні існування усіх обернених матриць у виразах (3.11) – (3.13). Тут передбачається, що $\varphi(z/x)$, $\varphi(x)$ нормальні закони розподілу, параметри яких визначаються формулами (3.5) та (3.6), відповідно. За таких умов можна вважати, що апостеріорна густина розподілу теж гаусова і її можна записати у вигляді

$$\varphi(z/x) = \left[(2\pi)^n |\mathbf{P}_{z/x}| \right]^{-0.5} \exp \left\{ -0.5 \left[z - \mathcal{M}(z/x) \right]^T \mathbf{P}^{-1}_{z/x} \left[z - \mathcal{M}(z/x) \right] \right\}. \quad (3.14)$$

Проте з іншої сторони, з врахуванням виразу (3.6), маємо

$$\varphi(z/x) = \left[(2\pi)^n \frac{|\mathbf{P}|}{|\mathbf{P}_{xx}|} \right]^{-0.5} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{x} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{zz} & \mathbf{E}_{zx} \\ \mathbf{E}^T_{zx} & \mathbf{E}_{xx} - \mathbf{P}^{-1}_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{x} \end{bmatrix} \right\}. \quad (3.15)$$

Для встановлення зв'язку між формулами (3.14) та (3.15) розкриємо вираз під знаком експоненти у (3.15) та згрупуємо подібні члени:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{x} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{zz} & \mathbf{E}_{zx} \\ \mathbf{E}^T_{zx} & \mathbf{E}_{xx} - \mathbf{P}^{-1}_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{x} \end{bmatrix} &= \tilde{z}^T \mathbf{E}_{zz} \tilde{z} + 2 \tilde{z}^T \mathbf{E}_{zx} \tilde{x} + \tilde{x}^T (\mathbf{E}_{xx} - \mathbf{P}^{-1}_{xx}) \tilde{x} = \\ &= \tilde{z}^T \mathbf{E}_{zz} \tilde{z} - 2 \tilde{z}^T \mathbf{E}_{zz} \mathbf{P}_{zx} \mathbf{P}^{-1}_{xx} \tilde{x} + \tilde{x}^T \mathbf{P}^{-1}_{xx} \mathbf{P}_{xz} \mathbf{E}_{zz} \mathbf{P}_{zx} \mathbf{P}^{-1}_{xx} \tilde{x} = \left[\tilde{z} - \mathbf{P}_{zx} \mathbf{P}^{-1}_{xx} \tilde{x} \right]^T \mathbf{E}_{zz} \left[\tilde{z} - \mathbf{P}_{zx} \mathbf{P}^{-1}_{xx} \tilde{x} \right].\end{aligned}\quad (3.16)$$

За умови уведення нових позначень, а саме:

$$\mathcal{M}\{z/x\} \triangleq \mathcal{M}\{z\} + \mathbf{P}_{zx} \mathbf{P}^{-1}_{xx} \tilde{x}; \quad \mathbf{P}_{z/x} = \mathbf{E}^{-1}_{zz} = \left(\mathbf{P}_{zz} - \mathbf{P}_{zx} \mathbf{P}^{-1}_{xx} \mathbf{P}_{xz} \right) \quad (3.17)$$

та операції з визначниками $\left[\frac{|P|}{|P_{xx}|} \right] = |P_{zz} - P_{zx} P_{xx}^{-1} P_{xz}| = |P_{z/z}|$ отримуємо еквівалент формули (3.14).

3.2.2 Вивід рівнянь оптимальної дискретної фільтрації

Покажемо, що за умови нормальної статистики шумів $w(k)$ збурень динамічної моделі (3.4) та похибок каналу $v(k)$ спостережень (3.3) оптимальна оцінка вектора стану за критерієм Байєса при використанні квадратичної функції вартості може бути отримана у рекурентний спосіб шляхом корекції оцінки отриманої з попереднього $(k-1)$ -го такту. Як відомо [149], оптимальна оцінка, яка мінімізує байєсовий ризик $\mathcal{M} \left\{ \left[s(k) - s_0^*(k/k) \right] \left[s(k) - s_0^*(k/k) \right]^T \right\}$ являє собою умовне середнє значення $s_0^*(k/k) = \mathcal{M} \left[s(k) / Y_1^k \right] = \int s(k) \pi \left[s(k) / Y_1^k \right] ds(k)$, де $Y_1^k = \{y(1), \dots, y(k)\}$ – доступна реалізація послідовності спостережень; $\pi \left[s(k) / Y_1^k \right]$ – апостеріорна густина розподілу ймовірностей. Скориставшись формулою Байєса, вищезазначену густину розподілу можна виразити як

$$\pi \left[s(k) / Y_1^k \right] = \pi \left[y(k) / Y_1^{k-1}, s(k) \right] \pi \left[s(k) / Y_1^{k-1} \right] \left\{ \pi \left[y(k) / Y_1^{k-1} \right] \right\}^{-1}. \quad (3.18)$$

З огляду на те, що процеси (3.3) –(3.4) є процесами Маркова та гауссовими, то у рамках гауссово-марковської моделі можна записати складові правої частини (3.18) у такій формі:

$$\begin{aligned} \pi \left[s(k) / Y_1^{k-1} \right] &= N \left[s_0^* \left(\frac{k}{k-1} \right), P \left(\frac{k}{k-1} \right) \right] \quad \pi \left[y(k) / Y_1^{k-1}, s(k) \right] = N \left[H(k)s(k), R(k) \right]; \\ \pi \left[y(k) / Y_1^{k-1} \right] &= N \left[H(k)s_0^* \left(\frac{k}{k-1} \right), H(k)P \left(\frac{k}{k-1} \right)H^T(k) + R(k) \right], \end{aligned} \quad (3.19)$$

де $s_0^* \left(\frac{k}{k-1} \right) = \Sigma(k, k-1) s_0^* \left(\frac{k-1}{k-1} \right)$ – оцінка прогнозу на крок уперед з використанням оцінки отриманої з попереднього робочого циклу; $N(a, b)$ – нормальна густини розподілу ймовірностей з параметрами a та b ; $P \left(\frac{k}{k-1} \right)$ – коваріаційна матриця похибок прогнозування; $Q(k)$, $R(k)$ – апріорі відомі матриці інтенсивності шумів збурень та спостережень, відповідно. Таким чином права частина (3.18) $\pi \left[s(k) / Y_1^k \right]$ також являє собою гаусовий розподіл ймовірностей, параметри якого $s_0^* \left(\frac{k}{k} \right)$, $P \left(\frac{k}{k} \right)$ теж допускають обчислення, що виконуються у темпі надходження

результатів спостережень. Процедура обчислення параметрів апостеріорного розподілу $\pi[s(k)/Y_1^k]$, що являють собою поточні оцінки вектора стану системи (3.4) та їх точності фактично зводиться до перемноження густин розподілу (3.19) та формування у результаті перемноження повного матричного квадрату [139]. У зв'язку з цим є нагода продемонструвати ефективність методики, розглянутої у

підрозділі 3.2.1. З цією метою уведемо до розгляду матрицю $P = \begin{bmatrix} P_{ss} & P_{sy} \\ P_{ys} & P_{yy} \end{bmatrix}$ елемен-

тами якої є: $P_{ss} = P(k/k-1)$; $P_{sy} = -P_{ys}^T = P(k/k-1)H^T(k)$, $P_{yy} = H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)$.

Використання формул (3.16)–(3.17) зразу дає бажаний результат, а саме:

$$\mathcal{M}[s(k)/Y_1^k] = s_0^*(k/k-1) + P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1} \times \\ \times [y(k) - H(k)s_0^*(k/k-1)];$$

$$\text{Cov}\{s(k)/Y_1^k\} = P(k/k-1) - P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1}P(k/k-1)H(k).$$

Тепер достатньо ввести позначення:

$$\mathcal{M}[s(k)/Y_1^k] = s_0^*(k/k); \quad \text{Cov}\{s(k)/Y_1^k\} = P(k/k);$$

$$W(k) = P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1}$$

та врахувати динамічну модель для процесу екстраполяції на один крок уперед

$$s_0^*(k/k-1) = \Sigma(k, k-1)s_0^*(k-1/k-1); \quad P(k/k-1) = \Sigma(k, k-1)P(k-1/k-1)\Sigma^T(k, k-1) + Q(k-1)$$

при цьому вважається, що $s_0^*(k-1/k-1)$ та $P(k-1/k-1)$ відомі з попереднього $(k-1)$ -го циклу обчислень. Таким чином остаточний результат має вигляд:

$$s_0^*(k/k-1) = \Sigma(k, k-1)s_0^*(k-1/k-1); \quad (3.20)$$

$$P(k/k-1) = \Sigma(k, k-1)P(k-1/k-1)\Sigma^T(k, k-1) + Q(k-1); \quad (3.21)$$

$$W(k) = P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1}; \quad (3.22)$$

$$s_0^*(k/k) = s_0^*(k/k-1) + W(k)[y(k) - H(k)s_0^*(k/k-1)]; \quad (3.23)$$

$$P(k/k) = [I - W(k)H(k)]P(k/k-1). \quad (3.24)$$

Обчислення необхідно виконувати у такому порядку, як наведено у блоці формул (3.20) – (3.24). У разі відсутності апріорної інформації щодо статистичних характеристик шумів спостережень у явній формі, то можна покласти $R(k) = I$. Тоді використання формул (3.20) – (3.24) приводить до стандартного методу най-

менших квадратів, який мінімізує суму квадратів нев'язок $[y(k) - H(k)s_0^*(k/k-1)]$.

У разі інших припущень щодо апріорної інформації можна отримувати такі форми рівнянь дискретної фільтрації, як зважений метод найменших квадратів, максимуму апостеріорного розподілу або метод максимальної правдоподібності [138]. У подальшому метод фільтра Калмана (3.20) – (3.24) передбачається інтенсивно використовувати у якості головного інструментарію для синтезу фільтрів спеціального призначення. У зв'язку цим є сенс розглянути структуру типового обчислювального циклу:

1. Рівняння (3.23) описує механізм формування оптимальної оцінки $s_0^*(k/k)$ у рекурсивній формі і таким чином формує структуру фільтра (рис.3.1).

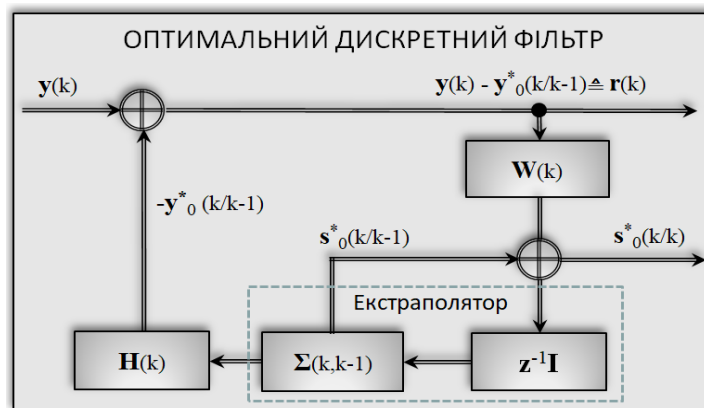


Рис. 3.1. Структура процесу формування оптимальних оцінок у фільтрі Калмана

До її складу входять екстраполятор, який побудовано на основі моделі системи (3.4), блок формування різницевого сигналу та блок обчислень матричного коефіцієнта передачі. У блоці екстраполятора можна виділити дві частини. Перша з них формує прогнозовану на крок уперед оцінку вектора стану системи $s_0^*(k/k-1) = \Sigma(k, k-1)s_0^*(k-1/k-1)$, використовуючи при цьому модель динаміки (3.4). У другій частині з використанням моделі каналу спостережень (3.3) обчислюється прогнозована на крок уперед оцінка майбутнього результату спостережень $y^*(k/k-1)$. Якісні показники роботи першої частини екстраполятора визначаються діагональними елементами коваріаційної матриці $P(k/k-1)$, що характеризують дисперсії похибок процесу прогнозування складових вектора стану $s(k-1)$ на k -й момент часу. Якість роботи другої частини цього блоку визначається виразом

$P_y(k/k-1) = H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)$, діагональні елементи якого визначають точність передбачуваного результату спостережень на крок уперед.

2. У лінійному дискримінаторі завершується процес формування різницевого сигналу $r(k/k-1) = [y(k) - H(k)s_0^*(k/k-1)] = [y(k) - y^*(k/k-1)]$, що є основним джерелом надходження обновлюваної інформації у фільтр Калмана.

3. Процес обчислення матричного коефіцієнта передачі оптимального фільтра визначається (3.22), і безпосередньо залежить від якості оцінок прогнозу, а поточна точність фільтрації оцінюється за допомогою рівняння (3.24).

Запуск процедури фільтрації починається з уведення апіорних даних $s_0^*(0/0)$ та $P(0/0)$ і виконується у послідовності, що задається системою рівнянь (3.20) – (3.24). Рекурентна форма цих рівнянь відповідає потребам цифрової обробки сигналів і може бути реалізована на практиці у вигляді відповідного пакету програм. Неважко помітити, що у фільтрі реалізується концепція корекції результатів прогнозу $y^*(k/k-1)$. Функцію прогнозу виконує апіорно задана модель динамки системи разом з корегувальною ланкою зворотного зв'язку, а у якості вхідного сигналу виступає зважений різницевий сигнал $r(k)$. Це дозволяє увести інтерпретацію дискретного фільтра Калмана як оптимального цифрового пристрою стеження, що відповідає означенню стохастичного оптимального відновлювача Луенбергера повного порядку [150].

3.3 Обґрунтування вибору математичної моделі несправностей у сенсорній підсистемі

Коректне застосування раніше наведеної методології проектування модельно-орієнтованих пристроїв відновлення вектора стану, незалежно від постановки задачі, чи будь-то детермінований варіант – відновник Луенбергера, чи стохастичний – фільтр Калмана, має на увазі використання адекватної апіорної інформації щодо математичних моделей об'єкта контролю та механізму утворення вихідних даних. У разі стохастичного варіанту постановки задачі апіорі передбачається наявність:

– різницевого рівняння, яке описує динаміку процесів у об'єкті контролю

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k) + w(k), \quad s(0) = s_0; \quad (3.25)$$

– алгебраїчного рівняння, яке описує механізм утворення вихідних даних

$$y(k) = H(k)s(k) + v(k); \quad (3.26)$$

– статистичні характеристики випадкових збурень $w(k)$ та завад $v(k)$ у вигляді відповідно заданих коваріаційних матриць $Q(k)$, $R(k)$.

Якщо, наприклад, наявна інформація не відповідає прийнятій моделі каналу спостережень, має низьку достовірність, неповна або взагалі відсутня, то у такому разі задача синтезу втрачає сенс. Радикальним кроком вирішення проблеми може бути нова форма постановки задачі з метою застосування більш функціонально розширених методів обробки результатів спостережень, що дозволить одночасно оцінювати не тільки вектор стану системи, а і функціональну надійність сенсорної системи [17, 152-155]. Проте це потребує розробки більш досконалої моделі каналу спостережень, яка б враховувала можливість появи непередбачуваних несправностей, результат впливу яких можна сприймати як раптову втрату точності результатів вимірювань або їх спотворення у вигляді аномальних похибок. На думку автора подібна модель може описуватись рівнянням

$$y(k) = H(k)s(k) + \varphi(k)v(k); \quad \varphi(k) = 1, \dots, N, \quad (3.27)$$

де $\varphi(k)$ - параметрична змінна, котра характеризує статистичні властивості можливих несправностей сенсорної підсистеми у рамках гауссово-марківської апроксимації випадкових процесів.

Обґрунтування внесеної пропозиції. Відомо [113,156,157], що оптимальний пристрій відновлення вектора стану системи незалежно від форми його реалізації, у будь-який момент часу забезпечує компроміс між швидкістю процесу відновлення та стійкістю до шумів спостережень. Баланс досягається за рахунок певного співвідношення між коваріаційними матрицями шумів збурень $Q(k)$ та спостережень $R(k)$ незалежно від їх абсолютних значень. Це співвідношення часто називають відношенням «сигнал / шум у фільтрі Калмана», розуміючи під «корисним сигналом» шумовий процес $w(k)$. У випадку систем з одним входом та одним виходом баланс визначається відношенням дисперсій σ_w^2 / σ_v^2 , а у багатовимірних

системах – $tr[\mathbf{Q}(k)]/tr[\mathbf{R}(k)]$. Цей баланс можна змінювати, підтримуючи $\mathbf{Q}(k)$ постійним, а $\mathbf{R}(k)$ змінювати, наприклад, за правилом $\mathbf{R}(k) = \mathbf{R}_0(k) + \Delta\mathbf{R} = \mathbf{R}_0(k)[1 + \rho(k)\mathbf{M}]$, де $\mathbf{R}_0(k)$ – номінальне значення коваріаційної матриці шумів спостережень, яке регламентоване нормативно-технічною документацією і визначає точність сенсорної підсистеми; ρ – параметр невизначеності стану каналу спостережень, що може змінюватись у інтервалі $\underline{\rho} \leq \rho_i \leq \bar{\rho}$; \mathbf{M} – постійна, позитивно означена матриця симетричного типу, що описує масштаб змін коваріаційної матриці $\mathbf{R}(k)$. Вищезазначене правило дає змогу описувати сенсорну підсистему з мультиплікативними несправностями у вигляді інтервального сімейства матриць $\mathbf{R}_i(k)$ [16, с. 222-233], і спричиняє появу спостережень різної точності включно з аномальними похибками. Оскільки парадигма проектування модельно-орієнтованих пристроїв функціональної діагностики заснована не на принципах профілактики несправностей з врахуванням їх типу та причини появи, а на концепції компенсації впливу несправності (за фактом її фіксації), на результуючу точність, то у переважній більшості цей вплив ураховується у вигляді адитивної складової [37, с. 9-13] в номінальній математичній моделі каналу спостережень (3.27), де слід покласти $\varphi(k) = i, i = 1, \dots, N$; $\mathbf{M} = \mathbf{I}_m$. Цю пропозицію можна реалізовувати в рамках байєсового підходу або з залученням принципів адаптивної обробки сигналів. У разі застосування байєсової методології результат синтезу являє собою сукупність модельно-умовних фільтрів Калмана, відповідно налаштованих на кожну з прийнятих до розгляду гіпотез $\mathbf{R}(k) = \varphi^2(k)\mathbf{R}_0(k)$ [158,159]. Саме така ситуація розглядається у цьому розділі, а наступний розділ буде присвячено питанням оцінки величини $\mathbf{R}_i(k)$ у темпі реального часу з використанням принципів адаптивного прийому та елементів самоорганізації. Уведена модель, незважаючи на її удавану простоту, має вельми широкий спектр дії. Наприклад, за умови $\varphi(k) = 1$ це означатиме, що канал спостережень працює коректно, а його номінальна точність регламентується величиною $\mathbf{R}_0(k)$ заданою апріорно. Поява несправностей, як правило, супроводжується спотворенням корисних сигналів і є причиною погіршення

точності оцінювання через зміну співвідношення сигнал/шум, а у окремих випадках сприяє появі аномальних похибок. У першому наближенні зазначене явище можна оцінювати як раптове зростання дисперсії похибок спостережень до величини $R_i(k) = i^2 R_0(k)$ ($i > 1$). Величину i можна оцінювати, наприклад, з таких міркувань. Зазвичай точність спостережень характеризується значенням регламентованої середньоквадратичної похибки σ_0 , проте інколи наводяться характеристики точності на рівні $2\sigma_0$ або навіть $3\sigma_0$ [153,160]. У останньому випадку це означає, що у смузі $\pm 3\sigma_0$ повинно знаходитись не менше 99,73% усіх незалежних спостережень [161, с. 143], а ті що виходять за ці межі дають підставу вважати їх аномальними. Таким чином, число конкуруючих гіпотез загалом не перевищує трьох-п'яти, а ймовірність появи аномальних похибок визначається «хвостами» нормального розподілу розташованих за межами смуги $\pm 3\sigma_0$. У тому разі, коли цікавляться лише впливом аномальних похибок на результуючу точність можна обмежитись двома гіпотезами. Гіпотезі \mathcal{H}_1 відповідає ситуація $\varphi(k) = 1$, тобто канал спостережень справний, а ситуація $\varphi(k) = i = N$ ($N \gg 1$) означатиме наявність аномальних похибок (гіпотеза \mathcal{H}_a). У роботах автора [162,163] показано, що вплив хаотично-імпульсних перешкод великої потужності також може бути ймовірною причиною пропусків окремих результатів спостережень або появи аномальних викидів. До таких же наслідків призводять збої у роботі лічильників у схемах первинної обробки сигналів, пристроях запису-зчитування, виконавчих частинах регулятора. Такого типу несправності можна задовільно описувати випадковою послідовністю $\varphi(k)$, між елементами якої відсутні кореляція, а її значення являють собою випадкові величини, що можуть приймати значення i з діапазону $[1 \div N]$ з апріорі заданими ймовірностями $p_i(k)$. Таким чином моделі (3.27) притаманні риси універсальності і вона може описувати численні типи порушень працездатності каналу спостережень [146].

3.4 Вивід рівнянь оптимального фільтра, малочутливого до впливу несправностей у каналі спостережень

Побудову оптимального фільтра з пониженою чутливістю до порушень працездатності сенсорної підсистеми будемо виконувати на основі запропонованих моделей (3.25), (3.27)

$$\begin{aligned} y(k) &= \mathbf{H}(k)s(k) + \boldsymbol{\varphi}(k)v(k), \\ s(k+1) &= \boldsymbol{\Sigma}(k+1, k)s(k) + \mathbf{w}(k); \quad s(0) = s_0. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Щодо системи позначень та апріорних даних, то будемо вважати, що вони уже визначені у попередньому підрозділі, а несправності сенсорної підсистеми, що проявляються у вигляді випадкових зникань окремих результатів вимірювань або їх спотворенні будемо враховувати уведенням збільшеної коваріаційної матриці похибок спостережень до величини $N^2 \mathbf{R}_0(k)$ при $N \gg 1$. Для того щоб залишатись у рамках байєсової концепції розглянемо апостеріорне середнє значення [138]

$$s_0^*(k/k) = \mathcal{M} \{s(k)/Y_1^k\} = \int s(k) \pi[s(k)/Y_1^k] ds(k), \quad (3.29)$$

яке мінімізує середньоквадратичну похибку за умови застосування квадратичної функції вартості. З огляду на те, що вектор сукупності доступних спостережень $Y_1^k = \{y(1), y(2), \dots, y(k)\}$ залежить від дискретної параметричної послідовності $\boldsymbol{\varphi}_1^k = \{\boldsymbol{\varphi}(1), \boldsymbol{\varphi}(2), \dots, \boldsymbol{\varphi}(k)\}$, а $s(k)$, $y(k)$ являють собою процеси Маркова, можна стверджувати про полігаусовий характер апостеріорного розподілу $\pi[s(k)/Y_1^k]$. Такий розподіл, у першому наближенні, можна апроксимувати у вигляді лінійної комбінації окремих гауссових складових, взятих з певним ваговим множником. У цьому неважко переконатись, скориставшись методом математичної індукції та властивостями умовного математичного сподівання [153,164]. Так, наприклад, на першому кроці апостеріорну густину розподілу $\pi[s(k)/Y_1^k]$ можна розвинути до такого вигляду:

$$\pi[s(k)/Y_1^k] = \mathcal{M}_{\varphi(1)} \left\{ \pi[s(k)/Y_1^k, \boldsymbol{\varphi}(1)/Y_1^k] \right\} = \sum_{i=1}^N \pi[s(k)/Y_1^k, \boldsymbol{\varphi}(1)/Y_1^k] p[\boldsymbol{\varphi}(1)=i/Y_1^k]. \quad (3.30)$$

У такий же спосіб розподіл $\pi[s(k)/Y_1^k, \boldsymbol{\varphi}(1)/Y_1^k]$ можна звести до вигляду

$$\begin{aligned}\pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(1)/Y_1^k] &= \mathcal{M}_{\varphi(2)} \left\{ \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(2), \varphi(1)/Y_1^k, \varphi(1)] \right\} = \\ &= \sum_{i=1}^N \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(2), \varphi(1)] p[\varphi(2) = i / Y_1^k, \varphi(1)].\end{aligned}\quad (3.31)$$

Об'єднавши обидва кроки отримуємо:

$$\begin{aligned}\pi[s(k)/Y_1^k] &= \mathcal{M}_{\varphi(2)} \left\{ \mathcal{M}_{\varphi(1)} \left\{ \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(1), \varphi(2)/Y_1^k, \varphi(1)/Y_1^k] \right\} \right\} = \\ &= \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^N \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(2), \varphi(1)] p[\varphi(2) = i / Y_1^k, \varphi(1)] \right\} p[\varphi(1) = i / Y_1^k], i = 1, N.\end{aligned}\quad (3.32)$$

Подальше застосування процедури вкладених циклів включно до поточного моменту часу породжує гілковий процес, опис якого здійснюється шляхом використання лінійної комбінації, що складається з 2^k доданків. При цьому кожна складова, яка входить до цієї суми, береться з ваговим множником, що дорівнює апостеріорній ймовірності окремо взятої гілки, починаючи від початкового моменту часу i до поточного.

$$\begin{aligned}\pi[s(k)/Y_1^k] &= \mathcal{M}_{\varphi(k)} \left\{ \mathcal{M}_{\varphi(k-1)}, \dots, \mathcal{M}_{\varphi(2)} \left\{ \mathcal{M}_{\varphi(1)} \right. \right. \\ &\left. \left. \left\{ \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k), \dots, \varphi(2), \varphi(1)/Y_1^k, \varphi(k), \dots, \varphi(2), \dots, \varphi(k)/Y_1^k, \varphi(k)/Y_1^k] \right\} \right\} = \\ &= \sum_{i=1}^{\overbrace{\dots}^{2^k}} \sum_i \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k), \varphi(k-1), \dots, \varphi(2), \varphi(1)] \times p[\varphi(k), \varphi(k-1), \dots, \varphi(2), \varphi(1)/Y_1^k].\end{aligned}\quad (3.33)$$

Аналіз гілкового процесу [150,165] показує, що строго оптимальне у математичному розумінні обчислення оцінки вектора стану $s^*_\theta(k/k)$ потребує знаходження зваженої суми 2^k локально-оптимальних оцінок. На практиці реалізація цієї процедури викликає певні сумніви через неминуче перевантаження пристрою обробки. Оскільки процеси (3.28) відносяться до класу марковських, то виходячи з виключно прагматичних міркувань, припустимо, що на кожному кроці обчислювального циклу виконується задовільна апроксимація i розподілів одним гауссовим з еквівалентними параметрами $\mathcal{M}\{s(k)/Y_1^{k-1}\} = s^*(k/k-1)$ $\mathbf{Cov}\{s(k)/Y_1^{k-1}\} = \mathbf{P}(k/k-1)$, відомими з попереднього циклу обчислень. Для $k=0$ вони повинні задаватись ап-ріорі. Оцінки отримані у такий спосіб не є строго оптимальними і відносяться до класу псевдобайєсових [138,150,65]. Надалі їх будемо позначати як $s^*(k/k)$. Отже, у підсумку $\pi[s(k)/Y_1^k]$ допускає спрощену форму обчислень

$$\pi[s(k)/Y_1^k] = \sum_{i=1}^N \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k) = i] p[\varphi(k) = i / Y_1^k], \quad (3.34)$$

а співмножники цієї суми можна обчислювати рекурентно, якщо скористатись формулою Байєса та властивостями моделей (3.28). Застосувавши формулу Байєса до $\pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k) = i]$ отримуємо:

$$\begin{aligned} \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k) = i] &= \pi[s(k), y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] \{ \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] \}^{-1} = \\ &= \pi[s(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, s(k), \varphi(k) = i] \times \left\{ \sum_{i=1}^N \pi[s(k), y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Звернувшись до моделі динаміки (3.2) можна помітити відсутність явної залежності $s(k)$ від $\varphi(k)$, що дозволяє записати густину розподілу $\pi[s(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i]$ у вигляді $\pi[s(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] = \pi[s(k)/Y_1^{k-1}] = N[s^*(k/k-1), P(k/k-1)]$, де $N(\cdot)$ – символ нормального розподілу. Використання властивостей скорегованої моделі каналу спостережень (3.27) дає наступний результат:

$$\begin{aligned} \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] &= N[\mathbf{H}(k)s^*(k/k-1); \mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{H}^T(k) + \varphi^2(k)\mathbf{R}_0(k)]; \\ \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, s(k), \varphi(k) = i] &= N[\mathbf{H}(k)s(k), \varphi^2(k)\mathbf{R}_0(k)]. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Відповідно до формули Байєса, апостеріорну ймовірність $p[\varphi(k) = i / Y_1^k]$ можна представляти як

$$\begin{aligned} p[\varphi(k) = i / Y_1^k] &= p[y(k), \varphi(k) = i / Y_1^{k-1}] \{ p[y(k)/Y_1^{k-1}] \}^{-1} = \\ &= p[\varphi(k) = i / Y_1^{k-1}] \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] \left\{ \sum_{i=1}^N p[y(k), \varphi(k) = i / Y_1^{k-1}] \right\}^{-1}. \end{aligned}$$

Складова $\pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i]$ уже була визначена у (3.36), а другий множник знаходимо, використовуючи властивості умовних ймовірностей

$$p[\varphi(k) = i / Y_1^{k-1}] = \sum_{i=1}^N p[\varphi(k-1) = i / Y_1^{k-1}] p[\varphi(k) = i / Y_1^{k-1}, \varphi(k-1) = i], \quad i = 1, N, \quad (3.37)$$

де $p[\varphi(k-1) = i / Y_1^{k-1}]$ відома з попереднього циклу обчислень;

$p[\varphi(k) = i / Y_1^{k-1}, \varphi(k-1) = i] = p[\varphi(k) = i / \varphi(k-1) = i]$ являє собою ймовірність переходу марковського процесу, яку задають апріорно. У підсумку об'єднання формул (3.34) – (3.37) гарантує рекурентну форму обчислень апостеріорної ймовірності $\pi[s(k)/Y_1^k]$ для будь-якого поточного моменту часу $k = 0, 1 \dots N$. Ситуацію зі

складністю розрахунків за формулами (3.34)–(3.37) можна дещо покращити шляхом введення додаткових обмежень на параметричну послідовність $\varphi(k)$. Про це буде йти мова у наступному підрозділі.

3.5 Синтез оптимального фільтра, стійкого до статистично незалежних несправностей у каналі спостережень

З метою спрощення структури оптимального фільтра, отриманого у попередньому підрозділі накладемо додаткові обмеження на дискретну послідовність $\varphi(k)$, а саме будемо вважати її такою що некорельована, а її елементи можуть приймати значення $1, N$ ($N \gg 1$) з заздалегідь заданими ймовірностями

$$p[\varphi(k) = 1] = q_1(k); \quad p[\varphi(k) = N] = q_N(k+1) = 1 - q_1(k+1)$$

Мотивом введення таких обмежень може слугувати той факт, що аномальні похибки з'являються настільки рідко, що апріорні дані щодо частоти їх появи відсутні або малодостовірні, а фізичні чинники, що їх спричиняють діють, як правило, у незалежний спосіб. Слід підкреслити, що введені обмеження не заперечують коректності формул (3.34)–(3.38), а тому залишається справедливою теза про апроксимацію полігауссової густини розподілу ймовірностей $\pi[s(k)/Y_1^k]$ зваженою сумою у вигляді:

$$\pi[s(k)/Y_1^k] = \sum_{i=1}^N \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k) = i] p[\varphi(k) = i / Y_1^k], \quad (3.38)$$

складові якої допускають обчислення рекурсивній формі. Проте змін зазнає форма обчислень апостеріорної ймовірності $p[\varphi(k) = i / Y_1^k]$. Стохастична незалежність елементів параметричної послідовності $\varphi(k)$ дозволяє обчислення вагових множників звести до вигляду

$$p[\varphi(k) = i / Y_1^k] = q_i(k) \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] \left\{ \sum_{i=1}^N q_i(k) \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] \right\}^{-1}, \quad (3.39)$$

за умови $\sum_{i=1}^N p[\varphi(k) = i / Y_1^k] = 1$. Зважаючи на те, що умовні густини розподілу ймовірностей у формулі Байєса (3.35) є нормальними законами розподілу з відповідними параметрами:

$$\begin{aligned} \pi[s(k) / Y_1^{k-1}] &= K_1 \exp\left\{-0,5[s(k) - s^*(k/k-1)]^T P^{-1}(k/k-1)[s(k) - s^*(k/k-1)]\right\}; \\ \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, s(k), \varphi(k) = i] &= K_2 \exp\left\{-0,5[y(k) - H(k)s(k)]^T [\varphi^2(k)R_0(k)][y(k) - H(k)s(k)]\right\}; \\ \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] &= K_3 \exp\left\{-0,5[y(k) - H(k)s^*(k/k-1)]^T \times \right. \\ &\quad \left. \times [H(k)P(k/k-1)H^T(k) + \varphi^2(k)R_0(k)]^{-1}[y(k) - H(k)s^*(k/k-1)]\right\}, \end{aligned}$$

де K_1, K_2, K_3 – множники, призначення яких полягає у виконанні процедури нормування, то є можливість обчислювати параметри локального розподілу $\pi[s(k) / Y_1^k, \varphi(k) = i]$ умовні середні значення $s_i^*(k/k)$ та коваріаційні матриці $P_i(k/k)$ за рахунок використання пари локально оптимальних модельно-умовних фільтрів Калмана. У зв'язку з цим результат обчислення підсумкової оцінки стає значно простішим

$$s^*(k/k) = s_1^*(k/k) p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] + s_N^*(k/k) p[\varphi(k) = N / Y_1^k]. \quad (3.41)$$

Правомірність формули (3.41) неважко довести, якщо у кожній складовій виразу (3.35) виділити повний матричний квадрат та застосувати результати підрозділу 3.2.1. Структура фільтра малочутливого до аномальних похибок у результатах спостережень визначається виразом (3.41) і показана на рис. 3.2 [159].

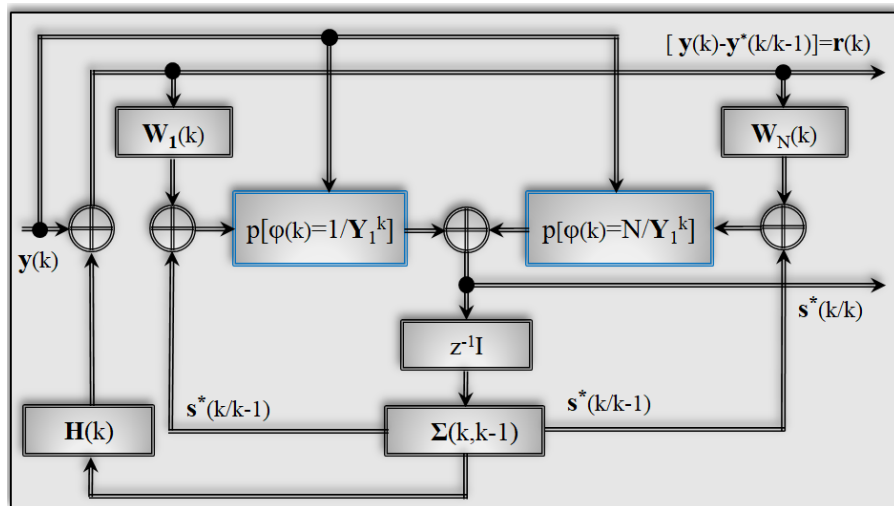


Рис. 3.2. Структурна схема фільтра, стійкого до несправностей у сенсорній підсистемі

У складі синтезованого фільтра можна виділити такі основні вузли: екстраполятор матричного типу, що використовує спільну для обох каналів обробки

модель динаміки об'єкта контролю; блок формування підсумкової оцінки; дискримінатор та блок матричних підсилювачів, які здійснюють обчислення локальних оцінок $s_i^*(k/k)$; блок оцінювання стану каналу спостережень, який обчислює апостеріорні ймовірності альтернативних гіпотез щодо справного стану сенсорної підсистеми. У підсумку синтезовану структуру можна представляти у вигляді цифрового фільтра, реалізація якого потребує розробки пакету відповідних програм та використання ЕОМ, а спільне використання процедур оцінювання та виявлення надають цій структурі ознак адаптивного характеру. Оскільки обчислення коваріаційної матриці похибок фільтрації $P(k/k)$ пов'язані з розрахункам апостеріорних ймовірностей $p[\varphi(k)=i/Y_1^k]$, які явно залежать від поточних результатів спостережень $y(k)$

$$P(k/k) = \left\{ P_1(k/k) + [s_1^*(k/k) - s^*(k/k)][s_1^*(k/k) - s^*(k/k)]^T \right\} p[\varphi(k) = 1/Y_1^k] + \\ + \left\{ P_N(k/k) + [s_N^*(k/k) - s^*(k/k)][s_N^*(k/k) - s^*(k/k)]^T \right\} p[\varphi(k) = N/Y_1^k], \quad (3.42)$$

то усі операції обчислювального циклу повинні здійснюватись виключно у режимі реального часу. Завдяки саме цьому недоліку практичне впровадження запропонованого фільтра потребує прискіпливого попереднього моделювання за методом Монте–Карло. У справедливості формули (3.42) можна впевнитись, якщо скористатись означенням коваріаційної матриці похибок фільтрації

$$\mathcal{M}\left\{ [s(k) - s^*(k/k)][s(k) - s^*(k/k)]^T / Y_1^k \right\} = \int [s(k) - s_1^*(k/k)][s(k) - s_1^*(k/k)]^T \pi[s(k)/Y_1^k] ds(k),$$

де густина розподілу $\pi[s(k)/Y_1^k]$ являє собою зважену суму (3.38). Допускаючи правомірність заміни порядку операцій додавання і інтегрування, формулу (3.42) приведемо до вигляду:

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \int [s(k) - s^*(k/k)][s(k) - s^*(k/k)]^T \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k)=i] ds(k) \right\} p[\varphi(k) = i/Y_1^k] = \\ = \sum_{i=1}^N \mathcal{M}\left\{ [s(k) - s^*(k/k)][s(k) - s^*(k/k)]^T / Y_1^k, \varphi(k)=i \right\} p[\varphi(k) = i/Y_1^k].$$

Надалі обмежимося аналізом лише одного з доданків, наприклад, для $i=N$. Різницю у квадратних дужках можна звести до виразу $\left\{ [s_N^*(k/k) - s(k)] - [s^*(k/k) - s_N^*(k/k)] \right\}$ шля-

хом додавання та віднімання модельно-умовної оцінки $\mathbf{s}_N^*(k/k)$. Якщо розвинути підінтегральний вираз у попередній формулі, то можна отримати такі складові кореляційної матриці похибок фільтрації для гіпотези $\varphi(k) = N$:

$$\begin{aligned} & \mathcal{M}\left\{\left[\mathbf{s}_N^*(k/k) - \mathbf{s}(k)\right]\left[\mathbf{s}_N^*(k/k) - \mathbf{s}(k)\right]^T / \mathbf{Y}_1^k, \varphi(k) = N\right\}; \\ & \mathcal{M}\left\{\left[\mathbf{s}_N^*(k/k) - \mathbf{s}(k)\right]\left[\mathbf{s}^*(k/k) - \mathbf{s}_N^*(k/k)\right]^T / \mathbf{Y}_1^k, \varphi(k) = N\right\}; \\ & \mathcal{M}\left\{\left[\mathbf{s}^*(k/k) - \mathbf{s}_N^*(k/k)\right]\left[\mathbf{s}_N^*(k/k) - \mathbf{s}(k)\right]^T / \mathbf{Y}_1^k, \varphi(k) = N\right\}; \\ & \left[\mathbf{s}_N^*(k/k) - \mathbf{s}^*(k/k)\right]\left[\mathbf{s}_N^*(k/k) - \mathbf{P}(k/k)\right]^T. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Перша з них дорівнює $\mathbf{P}_N(k/k)$, друга та третя є нульовими, а остання від \mathbf{Y}_1^k є незалежною завдяки тому, що осереднення по \mathbf{Y}_1^k уже було виконано у процесі обчислення оцінок $\mathbf{s}^*(k/k)$, $\mathbf{s}_N^*(k/k)$. Тому підсумковий результат для складової кореляційної матриці похибок фільтрації $\mathbf{P}(k/k)$ за умови справедливості гіпотези $\varphi(k) = N$ має вигляд $\left\{\mathbf{P}_N(k/k) + \left[\mathbf{s}_N^*(k/k) - \mathbf{s}^*(k/k)\right]\left[\mathbf{s}_N^*(k/k) - \mathbf{s}^*(k/k)\right]^T\right\} p[\varphi(k) = N / \mathbf{Y}_1^k]$.

Здійснивши такі ж самі викладки при справедливості гіпотези $\varphi(k) = I$ можна впевнитись у справедливості виразу (3.42), стисла форма якого має вигляд

$$\mathbf{P}(k/k) = \sum_{i=1}^N \left\{ \mathbf{P}_i(k/k) + \left[\mathbf{s}_i^*(k/k) - \mathbf{s}^*(k/k)\right]\left[\mathbf{s}_i^*(k/k) - \mathbf{s}^*(k/k)\right]^T \right\} p[\varphi(k) = i / \mathbf{Y}_1^k]. \quad (3.44)$$

Порівняння обчислювальних витрат [166], що припадають на один обчислювальний цикл для фільтра Калмана та синтезованого пристрою оцінювання показують, що останній потребує їх що найменше у два рази більших, причому усі необхідні операції повинні виконуватись у темпі надходження результатів спостережень. У низці випадків, що стосуються складних систем великої розмірності та високої частоти оновлення результатів спостережень, це може бути неприйнятним. У зв'язку з цим постає питання синтезу робастних пристроїв оцінювання, тобто пристроїв що мають спрощену структуру, проте також здатних протистояти дії несправностей.

3.6 Методи синтезу робастних пристроїв оцінювання за наявності аномальних похибок у каналі спостережень [159]

Обчислення псевдобайєсових оцінок у вигляді лінійної комбінації зважених оцінок часткового типу пов'язано з реалізацією роботи двох паралельно працюючих фільтрів Калмана, один з яких налаштований на гіпотезу про нормальний стан каналу спостережень, а інший на її альтернативу, тобто наявність аномальних похибок у результатах спостережень

$$s^* \left(\frac{k}{k} \right) = \sum_{i=1}^N s_i^* \left(\frac{k}{k} \right) p \left[\varphi(k) = i / Y_1^k \right]. \quad (3.45)$$

Звичайно, така форма отримання підсумкової оцінки вектора стану контрольованої системи супроводжується зростанням вимог до апаратно-програмних засобів. Той факт, що аномальні похибки у каналі спостережень моделюються шляхом раптового зростання параметричної змінної $\varphi(k)$ до значень значно більших одиниці дозволяє будувати пристрої оцінювання, робастні властивості яких реалізуються шляхом структурних або(та) алгоритмічних спрощень. Окремі з них, розташовані у ієрархічному порядку, будуть предметом подальшого розгляду.

Робастний пристрій структурно-укороченого типу [126,167] синтезується за допомогою метода, який має на меті заміну паралельно працюючої пари модельно-умовних фільтрів Калмана одним фільтром, налаштованим на гіпотезу про справний стан каналу спостережень. Для цього пропонується у коло зворотного зв'язку увести блок корегування значень матричного коефіцієнта передачі, робота якого скеровується комутатором поєднаним зі схемою обчислення апостеріорної ймовірності коректної роботи каналу спостережень. Формально-математична сторона питання синтезу полягає у наступному. Відповідно до виразу (3.45) виконаємо розгортку схеми отримання поточної підсумкової оцінки $s^* \left(\frac{k}{k} \right)$ вектора стану системи у вигляді

$$s^* \left(\frac{k}{k} \right) = \left\{ \Sigma(k, k-1) s_1^* \left(\frac{k-1}{k-1} \right) + W_1(k) \left[y(k) - H(k) \Sigma(k, k-1) s_1^* \left(\frac{k-1}{k-1} \right) \right] \right\} p \left[\varphi(k) = 1 / Y_1^k \right] + \\ + \left\{ \Sigma(k, k-1) s_N^* \left(\frac{k-1}{k-1} \right) + W_N(k) \left[y(k) - H(k) \Sigma(k, k-1) s_N^* \left(\frac{k-1}{k-1} \right) \right] \right\} p \left[\varphi(k) = N / Y_1^k \right]. \quad (3.46)$$

Після завершення процедури угруповання подібних членів у (3.46) можна сформулювати підсумкову оцінку $s^*(k/k)$, форма запису якої ідентична оцінці, отриманій за методом фільтра Калмана, у якому замість оптимальної матриці передачі $W_o(k)$ використовується її модернізований варіант $W_M(k)$.

$$s^*(k/k) = \Sigma(k, k-1) s^*(k-1/k-1) + W_M(k) [y(k) - H(k) \Sigma(k, k-1) s^*(k-1/k-1)], \quad (3.47)$$

де $W_M(k) = \sum_{i=1}^N W_i(k) p[\varphi(k) = i / Y_1^k]$. З'ясуємо, що за умови $N \gg 1$ $W_M(k)$ допускає апроксимацію наближеною формулою, точність якої може бути задовільною з практичної точки зору

$$W_M(k) \approx p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] P_1(k/k) H(k) R_0^{-1}(k). \quad (3.48)$$

Для цього запишемо матриці передачі $W_I(k)$ та $W_N(k)$ у вигляді

$$W_I(k) = P(k/k-1) H^T(k) [H(k) P(k/k-1) H^T(k) + R_0(k)]^{-1};$$

$$W_N(k) = P(k/k-1) H^T(k) [H(k) P(k/k-1) H^T(k) + N^2 R_0(k)]^{-1}.$$

Неважно помітити, що вони відрізняються лише складовими, які входять до квадратних дужок. Застосувавши тотожність (3.9) та виконавши низку відповідних дій можна отримати вирази, зручні виконання процедури порівняння:

$$R_0^{-1}(k) [I - H(k) P(k/k-1) H^T(k)]; \quad (3.49)$$

$$1/N^2 R_0^{-1}(k) [I - H(k) P(k/k-1) H^T(k)]. \quad (3.50)$$

Оскільки параметрична змінна $\varphi_N(k)$ у моделі каналу спостережень за наявності аномальних похибок приймає значення значно більших за одиницю ($N \gg 1$), то за результатами порівняння складовою $W_N(k)$ у виразі (3.47) можна знехтувати, приписавши їй нульове значення. Отже, наближене рівняння підсумкової оцінки $s^*(k/k)$, яке визначатиме структуру робастного пристрою оцінювання, зводиться до вигляду:

$$s^*(k/k) \approx \Sigma(k, k-1) s^*(k-1/k-1) + p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] P(k/k) H(k) R_0^{-1}(k) \times [y(k) - H(k) \Sigma(k, k-1) s^*(k-1/k-1)], \quad (3.51)$$

Стосовно структури модернізованого фільтра (3.51) доцільно внести додаткові пояснення, суть яких полягає у наступному:

1. Уведена схема корекції значень матричного коефіцієнта передачі не впливає на роботу фільтра за умови відсутності аномальних похибок, оскільки апостеріорна ймовірність $p[\varphi(k)=1/Y_1^k] \equiv 1$, а її альтернатива – $p[\varphi(k)=N/Y_1^k] \equiv 0$. У такому разі синтезований фільтр за рахунок вимкнення каналу фільтрації спостережень малої достовірності вироджується у стандартний фільтр Калмана. Тим самим досягається можливість поступової заміни класичних методів фільтрації більш досконаліми, здатними протистояти впливу несправностей у каналі спостережень на достовірність результатів оцінювання вектора стану контрольованої системи.

2. У тому разі, коли у результатах спостережень мають місце аномальні похибки, ситуація стає діаметрально протилежною – $p[\varphi(k)=1/Y_1^k] \equiv 0$, а $p[\varphi(k)=N/Y_1^k] \equiv 1$. Тепер вимкнено ту частину фільтра, яка узгоджена з гіпотезою про відсутність аномальних похибок, а результати фільтрації альтернативного каналу незважаючи на те що $p[\varphi(k)=N/Y_1^k] \equiv 1$, зважуються за допомогою величини $W_N(k)$ близькою до нуля, оскільки вона обернено пропорційна до значень $N \gg 1$. За фактом це означатиме розрив кола зворотного зв'язку і перехід цієї ділянки фільтра у режим екстраполяції, який не використовує результати спостережень з аномальними викидами.

3. Оскільки процедура виявлення аномальних похибок реалізується через обчислення апостеріорних ймовірностей $p[\varphi(k)=1/Y_1^k]$, які потребують поточних результатів спостережень, то якість отриманих оцінок у неявній формі залежить також і від цих же результатів, що є специфічною ознакою схем фільтрації нелінійного типу.

4. Наявність сукупності процесів виявлення несправностей та оцінювання їх впливу на підсумкову оцінку вектора стану надає синтезованому пристрою функцій параметричної адаптації.

Аналіз точності структурно-укорочених оцінок (3.51) будемо виконувати на основі формули для коваріаційної матриці похибок фільтрації (3.44). Для цього запишемо вирази для модельно-умовних коваріаційних матриць $P_i(k/k)$

$$P_1(k/k) = P(k/k-1) - W_1(k)H(k)P(k/k-1); \quad P_N(k/k) = P(k/k-1) - W_N(k)H(k)P(k/k-1), \quad (3.52)$$

які надалі підставимо у (3.44). Це дає змогу записати зважену суму $\sum_{i=1}^N P_i(k/k)p[\varphi(k) = i / Y_1^k]$ у розгорнутому вигляді:

$$P(k/k-1)p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]W_1(k)H(k)P(k/k-1) - \{1 - p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]\}W_N(k)H(k)P(k/k-1).$$

Беручи до уваги (3.47), другу складову формули (3.44) $[s^*(k/k) - s_1^*(k/k)]$ можливо записати як

$$\begin{aligned} [s^*(k/k) - s_1^*(k/k)]p[\varphi(k) = N / Y_1^k] &= [W_1(k) - W_N(k)] \times \\ &\times [y(k) - H(k)\Sigma(k, k-1)s^*(k-1/k-1)]p[\varphi(k) = N / Y_1^k]. \end{aligned} \quad (3.53a)$$

У такий же спосіб можна записати різницю $[s^*(k/k) - s_N^*(k/k)]$

$$\begin{aligned} [s^*(k/k) - s_N^*(k/k)]p[\varphi(k) = N / Y_1^k] &= [W_1(k) - W_N(k)] \times \\ &\times [y(k) - H(k)\Sigma(k, k-1)s^*(k-1/k-1)]p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]. \end{aligned} \quad (3.53b)$$

Далі враховуючи вище отримані формули, представляємо зважену суму (3.44) у розгорнутій формі, використовуємо нерівність $W_1(k) \gg W_N(k)$, і зводимо її до наступного співвідношення:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^N \{ [s_i^*(k/k) - s^*(k/k)] [s_i^*(k/k) - s^*(k/k)]^T \} p[\varphi(k) = i / Y_1^k] = \\ &= p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] \{ 1 - p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] \}^2 W_1(k)L(k)W_1^T(k) + \\ &+ \{ 1 - p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] \} p^2[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] W_1(k)L(k)W_1^T(k). \end{aligned} \quad (3.54)$$

Виконавши процедуру групування однакових складових у (3.54) та поєднавши їх за допомогою (3.53), можна записати підсумковий результат для коваріаційної матриці похибок оцінювання за структурно-укороченою схемою

$$\begin{aligned} P(k/k) &= P(k/k-1) - W_M(k)H(k)P(k/k-1) + \\ &+ \{ 1 - p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] \} \{ p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] \}^{-1} W_M(k)L(k)W_M^T(k), \end{aligned} \quad (3.55)$$

де $W_M(k) = p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]P_1(k/k)H(k)R_0^{-1}(k)$ – реконструйована матриця передачі фільтра Калмана; $L(k) = [r(k)r^T(k)]$, а $r(k) \triangleq [y(k) - H(k)\Sigma(k, k-1)s^*(k-1/k-1)]$ – різницевий інноваційний сигнал, що вносить оновлену інформацію у схему синтезованого фільтра. Керування матрицею передачі синтезованого фільтра здійснюється за

допомогою блока обчислення апостеріорної ймовірності справного стану каналу спостережень $p[\varphi(k)=1/Y_1^k]$ з використанням формули (3.39):

$$p[\varphi(k)=1/Y_1^k] = \frac{q_1(k)\pi[y(k)/Y_1^k, \varphi(k)=1]}{q_1(k)\pi[y(k)/Y_1^k, \varphi(k)=1] + [1-q_1(k)]\pi[y(k)/Y_1^k, \varphi(k)=N]},$$

де $q_1(k) = p[\varphi(k)=1]$ – заздалегідь відома величина.

Робастний пристрій оцінювання підвищеної швидкодії [159] розроблявся у зв'язку з тим, що обчислення апостеріорної ймовірності справного стану каналу спостережень $p[\varphi(k)=1/Y_1^k]$ за вищенаведеною формулою залишаються вельми громіздкими, густини розподілу $\pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i]$, $i=1, N$ є багатовимірними і можуть не належати до класу нормальних. У такому разі, за великої частоти оновлення результатів спостережень та швидкої динаміки досліджуваних об'єктів вироблення сигналу керування модернізованим матричним коефіцієнтом передачі $W_M(k)$ буде занадто запізненним і не сприятиме досягненню поставленої мети оцінювання. Для подолання вищезазначених труднощів, що носять обчислювальний характер, автором пропонується замінити процедуру обчислення величин $p[\varphi(k)=1/Y_1^k]$ селекторною схемою, що працює за правилами бінарної логіки. Для досягнення цієї локальної мети зробимо припущення, що густини розподілу $\pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i]$, $i=1, N$ належать до класу нормальних і мають такі параметри:

$$\begin{aligned} \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=1] &= N[\mathbf{H}(k)\mathbf{s}^*(\not/k_{k-1}), \mathbf{H}(k)\mathbf{P}(\not/k_{k-1})\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}_0(k)]; \\ \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=N] &= N[\mathbf{H}(k)\mathbf{s}^*(\not/k_{k-1}), \mathbf{H}(k)\mathbf{P}(\not/k_{k-1})\mathbf{H}^T(k) + N^2\mathbf{R}_0(k)]. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Не порушуючи загального характеру одержуваних результатів, обмежимося випадком дискретних систем з одним входом та одним виходом, у якому матриця спостережень матиме вигляд $\mathbf{H}(k) = [1, 0, \dots, 0]$. Це дозволяє отримати спрощений вираз для апостеріорної ймовірності $p[\varphi(k)=1/Y_1^k]$:

$$p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] = q_1(k) [\mathcal{E}_1(k/k-1)]^{-0.5} \exp \left\{ -\frac{r^2(k)}{2[\mathcal{E}_1(k/k-1)]} \right\} \times \\ \times \left\{ q_1(k) [\mathcal{E}_1(k/k-1)]^{-0.5} \exp \left\{ -\frac{r^2(k)}{2[\mathcal{E}_1(k/k-1)]} \right\} + [1 - q_1(k)] [\mathcal{E}_N(k/k-1)]^{-0.5} \exp \left\{ -\frac{r^2(k)}{2[\mathcal{E}_N(k/k-1)]} \right\} \right\}^{-1}, \quad (3.57)$$

де $r(k) \triangleq [y(k) - y^*(k/k-1)]$ – різницевий сигнал результатів спостережень; $\mathcal{E}_i(k/k-1) = P_{11}(k/k-1) + i^2 R_0(k)$, $i = 1, N$ ($N \gg 1$) – кореляційна матриця різницевого сигналу, узгоджена з прийнятими до розгляду гіпотезами H_1 та її альтернативи H_N ; $P_{11}(k/k-1)$ – дисперсія похибок екстрапольованої оцінки $s^*(k/k-1)$. Тепер залишилось з'ясувати, що за умови доступності реалізації послідовності спостережень Y_1^k величина $p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]$ на кожному кроці обчислювального процесу k може приймати лише два значення – одиниця (поточні значення $y(k)$ потрапляють у діапазон значень $\Delta y(k)$, що формується нерівністю $|r(k)| \leq \Delta y(k)$) і нуль у противному разі. Розмір діапазону визначається областю значень, де густина розподілу ймовірностей $\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1]$ відмінна від нуля. Подальші міркування базуються скорегованій моделі каналу спостережень, згідно якої режим аномальних похибок характеризується інтуїтивно зрозумілим співвідношенням $\mathcal{E}_N(k/k-1) \gg \mathcal{E}_1(k/k-1)$. Саме завдяки цьому фактору густина $\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = N]$ зберігає постійне значення у діапазоні $\pm \Delta y(k)$, яке можна оцінювати як

$$\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = N] = \{2\pi [P_{11}(k/k-1) + N^2 R_0(k)]\}^{-0.5}. \quad (3.58)$$

За таких умов ймовірність прийняття некоректного (помилкового) рішення можна розраховувати за наближеною формулою

$$p[y(k) \in 2\Delta y(k)] \approx \Delta y(k) \sqrt{\frac{2}{\pi [P_{11}(k/k-1) + N^2 R_0(k)]}}.$$

Аналітичний вираз для обчислення довірчого інтервалу $\pm \Delta y(k)$ можна знаходити шляхом уведення малого позитивного числа $\varepsilon > 0$, яке характеризує різницю між одиницею та поточним значенням апостеріорної ймовірності

$p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]$ у рівнянні (3.57). Якщо скористатись формулою (3.58), то розв'язок вищезгаданого рівняння буде мати вигляд

$$\frac{\Delta y(k)}{\mathcal{E}_1(k/k-1)} = \left\{ 2 \ln \left[\frac{\mathcal{E}_N(k/k-1)}{\mathcal{E}_1(k/k-1)} \right] \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)} \frac{q_1(k)}{[1-q_1(k)]} \right\}^{0.5}. \quad (3.59)$$

З огляду на формулу (3.59) неважко помітити, що ширина довірчого інтервалу $\Delta y(k)$ являє собою змінну величину, оскільки екстрапольовані оцінки $y^*(k/k-1)$ невинно уточнюються за рахунок надходження нових результатів спостережень. У зв'язку з цим на шляху пошуку оптимальних значень $\Delta y(k)$ зустрічаються певні труднощі математичного характеру. У даній роботі ця задача вирішувалась шляхом виконання обчислювального експерименту за методом Мотел-Карло, у якому величина довірчого інтервалу $\Delta y(k)$ вибиралась з ряду $\mathcal{E}_1(k/k-1), 2\mathcal{E}_1(k/k-1), 3\mathcal{E}_1(k/k-1)$. Найбільш обнадійливі результати були отриманими за варіантом $\Delta y(k) = 2\mathcal{E}_1(k/k-1)$, при цьому точність отриманих оцінок розраховувалась за формулою

$$P(k/k) = \begin{cases} P(k/k-1)[I - W_1(k)H(k)], & y(k) \in 2\Delta_y; \\ P(k/k-1), & y(k) \notin 2\Delta_y. \end{cases} \quad (3.60)$$

Отже, у підсумку можна стверджувати, що застосування правил бінарної логіки у селекторній схемі замість блоку обчислення апостеріорної ймовірності $p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]$ дійсно підвищує швидкодію робастного пристрою оцінювання шляхом скорочення об'єму необхідної оперативної пам'яті та часу виконання окремих операцій. Наприклад, якщо на даному етапі прийнято рішення про відсутність аномальних похибок, тобто $\varphi(k)$ стає рівним одиниці, то процес фільтрації виконується за допомогою фільтра Калмана, налаштованого на номінальний режим роботи каналу спостережень. У альтернативному випадку розмикається коло зворотного, за рахунок чого фільтр Калмана переводиться у режим екстраполяції без використання даних сумнівної достовірності. Проте, отримання цих переваг здійснюється за рахунок втрат точності, прийнятних з практичної точки зору. Вищезгадану селекторну схему також можна інтерпретувати у вигляді статистич-

ного виявника аномальних викидів у окремих результатах спостережень, показники якості якого визначаються ймовірностями прийняття хибних рішень першого та другого типу.

Синтез робастного пристрою оцінювання лінійного типу [126,159] виконувався з метою отримання гранично спрощеного способу отримання оцінок вектора стану, які ще мають мінімальну можливість протистояти впливу несправностей у каналі спостережень. Основні етапи синтезу зводились до наступних кроків:

1. Для того щоб залишатись у рамках байєсового підходу використовувалась оптимальна оцінка вектора стану у вигляді апостеріорного середнього

$$s_o^*(k/k) = \mathcal{M}\{s(k)/Y_1^k\} = \int_{-\infty}^{\infty} s(k) \pi[s(k)/Y_1^k] ds(k), \quad (3.61)$$

яке мінімізує похибку оцінювання за умови застосування функції вартості квадратичного типу.

2. Окрім того, вважаються апріорно заданими математичні моделі, що описують динаміку системи та механізм утворення вихідних даних включно з аномальними похибками у каналі спостережень

$$y(k) = H(k)s(k) + \varphi(k)v(k), \quad (3.62)$$

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + w(k); \quad s(0) = s_0. \quad (3.63)$$

3. Апостеріорна густина розподілу у (3.61) $\pi[s(k)/Y_1^k]$, яка неявно залежить від параметричної змінної $\varphi(k)$, що може приймати на кожному кроці значення $1, N$ з апріорно заданими ймовірностями $q_1(k)$ та $q_N(k)$, взагалі не є гауссовою, проте відноситься до полігауссового типу. Використання формули Байєса дозволяє представляти її у розгорнутому вигляді як

$$\begin{aligned} \pi[s(k)/Y_1^k] &= \sum_i \frac{\pi[s(k)/Y_1^{k-1}] \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, s(k), \varphi(k) = i]}{\pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i]} \times \\ &\times \frac{q_i(k) \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i]}{\pi[y(k)/Y_1^{k-1}]}, \quad i = 1, N \end{aligned} \quad (3.64)$$

4. Густина розподілу $\pi[s(k)/Y_1^{k-1}]$ згідно (3.63) від поточного $\varphi(k)$ не залежить, а $\pi[y(k)/Y_1^{k-1}]$ може бути обчисленою з використанням властивостей умовного середнього значення як

$$\pi[y(k)/Y_1^{k-1}] = \mathcal{M}_{\varphi(k)} \left\{ \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i] \right\} = \sum_i p[\varphi(k)=i/Y_1^{k-1}] \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i], \quad i=1, N \quad (3.65)$$

і також втрачає залежність від $\varphi(k)$, а $p[\varphi(k)=i/Y_1^{k-1}]$ є апіорно заданою величиною, оскільки елементи послідовності $\{\varphi(1), \varphi(2), \dots, \varphi(k)\}$ за припущенням статистично незалежні величини. Це дає змогу записати апостеріорну густину розподілу (3.64) у вигляді

$$\pi[s(k)/Y_1^k] = \frac{\pi[s(k)/Y_1^{k-1}]}{\pi[y(k)/Y_1^{k-1}]} \sum_i q_i(k) \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, s(k), \varphi(k)=i], \quad i=1, N. \quad (3.66)$$

5. Необхідною умовою належності поточної оцінки $s_o^*(k/k)$ до класу лінійних оцінок є лінійно-функціональна залежність від результатів спостережень, а коваріаційна матриця похибок фільтрації $P(k/k)$ повинна розраховуватись лише на основі апіорних даних [117]. Для цього у виразі (3.65) усуваємо блоки обчислення апостеріорних ймовірностей $p[\varphi(k)=i/Y_1^{k-1}]$ шляхом їх заміни апіорно відомими величинами $p[\varphi(k)=i] = q_i(k)$, $i=1, N$. Тоді формула (3.66) приймає вигляд:

$$\pi[s(k)/Y_1^k] = \pi[s(k)/Y_1^{k-1}] \left(\frac{\sum_i q_i(k) \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, s(k), \varphi(k)=i]}{\sum_i q_i(k) \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i]} \right), \quad i=1, N. \quad (3.67)$$

6. Наступний крок полягатиме у апроксимації густин розподілу, що входять до чисельника і знаменника виразу (3.67), гауссовими з еквівалентно перерахованими параметрами. Щодо густини розподілу $\pi[s(k)/Y_1^{k-1}]$, вона визначається величинами $s_o^*(k-1/k-1)$ та $P(k-1/k-1)$, отриманими з попереднього циклу обчислень та рівнянням динаміки системи (3.28). У зв'язку з цим її параметри $s_o^*(k-1/k-1)$ та $P(k-1/k-1)$ можна вважати відомими і незалежними від параметричної змінної $\varphi(k)$. Взввши

до уваги зроблені зауваження та посилаючись на формули (3.56), запишемо підсумковий вираз для апостеріорної густини розподілу ймовірностей $\pi[s(k)/Y_1^k]$

$$\pi[s(k)/Y_1^k] = \frac{N[s^*(k/k-1), P(k/k-1)] \times N\{H(k)s(k), [q_i(k)(1-i^2) + i^2]R(k)\}}{N\{H(k)s^*(k/k-1), H(k)P(k/k-1)H^T(k) + [q_i(k)(1-i^2) + i^2]R(k)\}}. \quad (3.68)$$

7. На заключному етапі достатньо скористатись результатами підрозділу 3.2.1, зокрема, формулами (3.14)–(3.16), щоб отримати робастний пристрій фільтрації лінійного типу, здатний протистояти впливу несправностей у каналі спостережень на оцінювання вектора стану системи:

$$\begin{aligned} s^*(k/k-1) &= \Sigma(k, k-1)s^*(k-1/k-1); \\ P(k/k-1) &= \Sigma(k, k-1)P(k-1/k-1)\Sigma^T(k, k-1) + Q(k-1); \\ W_L(k) &= P(k/k-1)H^T(k)\{H(k)P(k/k-1)H^T(k) + [q_i(k)(1-i^2) + i^2]R_0(k)\}^{-1}; \\ s^*(k/k) &= s^*(k/k-1) + W_L(k)[y(k) - H(k)s^*(k/k-1)]; \\ P(k/k) &= [I - W_L(k)H(k)]P(k/k-1)[I - W_L(k)H(k)]^T + W_L(k)\{[q_i(k)(1-N^2) + N^2]R_0(k)\}W_L^T(k). \end{aligned} \quad (3.69)$$

Примітка. Слід зауважити, що теоретична основа запропонованого методу синтезу базується на застосуванні процедури доповнення до повного матричного квадрату та властивостях згладжування умовного математичного сподівання [125]. Проте, у деяких інших роботах подібні результати отримувались з дещо відмінних концептуальних положень. Наприклад, у роботі [168] у якості теоретичної основи приймався метод максимальної правдоподібності, а у роботах [169,170] – метод ортогональної проекції, вперше започаткований Калманом у роботах [18,148].

Якщо ввести нове позначення для коваріаційної матриці модифікованого шуму $\mathbb{R} \triangleq [q_i(k)(1-i^2) + i^2]R_0(k)$, то по факту синтезований фільтр структурно ідентичний стандартному фільтру Калмана, проте він є лише субоптимальним, оскільки завжди зберігається співвідношення $\mathbb{R} \geq R_0(k)$. Саме у зв'язку з цим точність процесу фільтрації оцінювалась виразом (3.69), справедливим для будь-якого лінійного фільтра з неоптимальним коефіцієнтом передачі [117]. У практичній діяльності апріорні та апостеріорні дані, як правило, суттєво відрізняються, тому синтезований фільтр забезпечує мінімально можливий захист від впливу аномальних викидів у результатах спостережень за рахунок банального звуження смуги про-

пускання, що має наслідком зростання рівня динамічних похибок на усіх ділянках фільтраційного процесу.

3.7 Розробка методу подолання апріорної невизначеності щодо ймовірностей появи аномальних викидів у каналі спостережень [146,158]

У цьому підрозділі ще раз буде зроблено наголос на універсальних рисах математичної моделі каналу спостережень (3.27), зокрема, буде доказана її працездатність за умови повної відсутності апріорної інформації відносно ймовірностей появи аномальних похибок у результатах спостережень. Неявно лише припускається, що елементи параметричної послідовності $\varphi(k)$ на кожному кроці статистично незалежні, а їх значення невідомі, проте є рівномірно розподіленими у інтервалі $[0, 1]$. Відправною точкою методу синтезу адаптивного фільтра малочутливого до дії аномальних викидів у результатах спостережень є формула для отримання псевдобайєсової оцінки $s^*(k/k)$

$$s^*(k/k) = \sum_{i=1}^N s_i^*(k/k) p[\varphi(k) = i / Y_1^k] \quad (3.70)$$

Принципова різниця полягатиме у заміні заздалегідь відомого значення ймовірності $q_1(k)$, яка присутня у виразі для апостеріорної ймовірності справного стану каналу спостережень

$$p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] = q_1(k) \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1] \left\{ \sum_{i=1}^N q_i(k) \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] \right\}^{-1} \quad (3.71)$$

її середнім значенням $\overline{q_1(k)}$. Далі буде доказуватись, що величину $\overline{q_1(k)}$ слід обчислювати за формулою

$$\overline{q_1(k)} = \int_0^1 q_1 \pi[q_1 / Y_1^k] \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, q_1] \left\{ \pi[y(k) / Y_1^{k-1}] \right\}^{-1} dq_1. \quad (3.72)$$

Для досягнення цієї мети скористаємось властивостями умовного математичного сподівання для апостеріорних значень $p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]$:

$$p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] = \int_0^1 \pi[\varphi(k) = 1, q_1 / Y_1^k] dq_1 = \int_0^1 \pi[q_1 / Y_1^k] p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k, q_1] dq_1. \quad (3.73)$$

та застосуємо формулу Байєса до густини розподілу $\pi[q_1 / Y_1^k]$, тоді одержимо

$$\pi[q_1 / Y_1^k] = \pi[q_1 / Y_1^{k-1}] \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, q_1] \{ \pi[y(k) / Y_1^{k-1}] \}^{-1}, \quad (3.74)$$

де $\pi[q_1 / Y_1^{k-1}]$ – апостеріорна густина розподілу, як така, що уже обчислювалась у попередньому $(k-1)$ циклі за початкової умови $\pi(q_1/0) = 1$, тобто на момент k її слід вважати апріорно відомою. Форму представлення вагового множника $p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k, q_1]$ у (3.73) за умови відомого значення q_1 можна виразити у вигляді:

$$p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k, q_1] = \frac{q_1 \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1, q_1]}{q_1 \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1, q_1] + (1 - q_1) \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = N, q_1]}. \quad (3.75)$$

Звернувшись до моделі каналу спостережень (3.62), відзначимо відсутність явної залежності поточних результатів вимірювань $y(k)$ від значень q_l . У такому разі густина розподілу ймовірностей $\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1, q_1]$ стає такою

$$\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1, q_1] = \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1].$$

Тепер звернемося до знаменника виразу (3.75), який являє собою результат осереднення за величиною $\varphi(k)$. Це призводить до її відсутності у підсумковому результаті, тобто знаменник стає рівним густині розподілу $\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, q_1]$, а поєднання формул (3.73) – (3.75) даватиме результат:

$$p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] = \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1] \{ \pi[y(k) / Y_1^{k-1}] \}^{-1} \int_0^1 q_1 \pi[q_1 / Y_1^k] dq_1. \quad (3.76)$$

На заключному етапі густину розподілу $\pi[y(k) / Y_1^{k-1}]$ за допомогою формули Байєса виразимо через відомі величини q_l та густини розподілу $\pi[q_1 / Y_1^k]$, $\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i]$. У підсумку одержимо:

$$\begin{aligned} \pi[y(k) / Y_1^{k-1}] &= \int_0^1 \pi[q_1, y(k) / Y_1^{k-1}] dq_1 = \int_0^1 \pi[q_1 / Y_1^k] \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, q_1] dq_1 = \\ &= \int_0^1 \{ q_1 \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1] + (1 - q_1) \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = N] \} \pi[q_1 / Y_1^{k-1}] dq_1 = \\ &= \sum_{i=1}^N \bar{q}_i(k) \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i], \quad i = 1, N; \quad \text{де } \bar{q}_1(k) = \int_0^1 q_1 \pi[q_1 / Y_1^k] dq_1; \quad \bar{q}_N(k) = 1 - \bar{q}_1(k). \end{aligned}$$

Отже, у сукупності формули (3.73) – (3.75) дозволяють підтвердити висунуте припущення щодо форми обчислень апостеріорної ймовірності справного стану каналу спостережень за умови відсутності апріорних даних про ймовірність появи аномальних похибок:

$$p[\varphi(k)=1/Y_1^k] = \bar{q}_1(k)\pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=1] \left\{ \sum_{i=1}^N \bar{q}_i(k)\pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i] \right\}^{-1}. \quad (3.77)$$

Наостанок, слід наголосити, що у даному випадку, подолання апріорної невизначеності досягається ціною суттєвого зростання обчислювальних витрат, оскільки розрахунки величин $\bar{q}_i(k)$ потребують неодноразового використання оперативної пам'яті для зберігання неперервної густини розподілу $\pi[q_i/Y_1^k]$ на кожному кроці рекурентних обчислень, а процес адаптації завдяки цьому може бути вельми повільним.

3.8 Висновки

1. У цьому розділі, у межах загальної постановки задачі, розглядалися питання проектування стохастичних пристроїв відновлення вектора стану динамічних систем, що мають підвищену стійкість до несправностей у сенсорній підсистемі. Поставлені задачі розв'язувались на основі використання байєсової методології за умови наявності високоякісної розширеної номінальної математичної моделі системи, результатів спостережень пов'язаних з несправностями та апріорних даних щодо статистичних характеристик діючих шумів на рівні середніх значень та коваріаційних матриць. Першим кроком на цьому шляху була побудова пристрою відновлення повного порядку за умови відсутності несправностей. Надалі цей пристрій у вигляді стандартного фільтра Калмана слугував у якості базового інструментарію для подальших досліджень та як зразок для порівняльного аналізу.

2. Запропонована математична модель сенсорної підсистеми з невизначеним станом, в основу якої покладена реконструкція номінальної моделі каналу спостережень. Наявність невизначеного стану не виключає існування результатів спо-

стережень різної точності, а несправності у сенсорній підсистемі розглядаються як окремих випадок цієї моделі і інтерпретуються у вигляді аномальних похибок. На відміну від відомих робіт [168–170] внесена пропозиція строго аргументована. Наведені факти на користь її змістовності та універсальності.

3. Показано, що залишаючись у рамках баєсового підходу та гауссово-марковських моделей діючих шумів за допомогою запропонованої моделі каналу спостережень можна отримати оптимальний варіант пристрою оцінювання, проте його реалізація потребує використання сукупності модельно-умовних фільтрів Калмана, кожен з яких налаштований на відповідну реалізацію параметричної послідовності гілчастого процесу. Оскільки, у часі число таких фільтрів зростає у темпі $N^{(k+1)}$, то за великих значень k це призводить до перевантаження обчислювальних засобів. Уведення поняття псевдобаєсової оцінки дозволило отримати за рахунок втрати строгої оптимальності практично прийнятний варіант реалізації пристрою відновлення, стійкого до несправностей у каналі спостережень. Синтезований пристрій являє собою структуру, що складається з N модельно-умовних фільтрів Калмана, де N – число конкуруючих гіпотез. Наведені міркування щодо вибору числа таких гіпотез. Показано, що для практичних цілей достатньо обмежитись 3–5 базовими гіпотезами. У тому разі, коли основний інтерес концентрується навколо впливу аномальних похибок на загальну точність процесу відновлення вектора стану достатньо обмежитись двома гіпотезами, одна з яких стосується справності каналу спостережень – H_0 , а її альтернатива H_a – наявності аномальних похибок. Дана наближена оцінка обчислювальних витрат, що супроводжують процес практичної реалізації розробленої схеми фільтрації та визначені шляхи подолання зазначених труднощів.

4. На основі запропонованого підходу та реконструйованої моделі каналу спостережень розроблені методи побудови низки робастних пристроїв оцінювання, які маючи спрощену структуру або схему обчислень, все ж зберігають здатність протистояти дії несправностей, але у меншій мірі ніж оптимальні. Зокрема, запропонований варіант побудови робастного пристрою оцінювання з укороченою структурою, отриманий шляхом заміни паралельно працюючої пари модель-

но-умовних фільтрів Калмана одним фільтром, налаштованим на гіпотезу про справний стан каналу спостережень. Для цього пропонується у коло зворотного зв'язку увести блок корегування значень матричного коефіцієнта передачі, робота якого скеровується комутатором поєднаним зі схемою обчислення апостеріорної ймовірності коректної роботи каналу спостережень. За умови відсутності несправностей у каналі спостережень синтезований пристрій вироджується у стандартний фільтр Калмана. У тому разі, коли у результатах спостережень мають місце аномальні похибки вимикається та частина фільтра, що узгоджена з гіпотезою про відсутність аномальних похибок, результати фільтрації альтернативного каналу зважуються за допомогою величини $W_N(k)$ близькою до нуля, оскільки вона обернено пропорційна до значень $N^2 R_0(k)$. Оскільки $N \gg 1$, то фактично це еквівалентно розриву кола зворотного зв'язку і переходу цієї ділянки фільтра у режим екстраполяції без використання результатів спостережень, що містять аномальні викиди.

5. Запропоновано метод побудови робастного пристрою оцінювання підвищеної швидкодії, який розроблявся з метою подолання труднощів обумовлених складністю розрахунків апостеріорної ймовірності справного стану каналу спостережень. Суть проблеми полягає у тому, що за великої частоти оновлення результатів спостережень та швидкої динаміки досліджуваного об'єкту формування сигналу керування модернізованим матричним коефіцієнтом передачі $W_M(k)$ може бути занадто запізненным і це перешкоджатиме досягненню оперативності процесу оцінювання. Саме у такому випадку, автором запропоновано замінити блок обчислення вищезазначеної ймовірності селекторною схемою, що працює за правилами бінарної логіки. Рішення про справність каналу спостережень приймається за умови потрапляння поточного значення результату спостережень у попередньо виставлений селекторний імпульс, що відповідає логічній одиниці, і нуль – у протилежному разі. Оскільки якісь оцінок невпинно покращується за рахунок надходження нових результатів спостережень, то ширина селекторного імпульсу являє собою змінну величину. У зв'язку з цим на шляху пошуку оптимальних зна-

чень цієї величини зустрічаються певні складнощі суто математичного характеру. У даній роботі ця задача вирішувалась шляхом виконання обчислювального експерименту за методом Монте-Карло, у якому ця величина вибиралась з ряду $\mathcal{E}_1(k/k-1)$, $2\mathcal{E}_1(k/k-1)$, $3\mathcal{E}_1(k/k-1)$. Найбільш обнадійливі результати були отримані за варіантом $\Delta y(k) = 2\mathcal{E}_1(k/k-1)$.

6. Синтез робастного пристрою оцінювання лінійного типу виконувався з метою отримання гранично спрощеного способу отримання оцінок вектора стану, які ще мають мінімальну можливість протистояти впливу несправностей у каналі спостережень. Оскільки необхідними умовами належності поточної оцінки $\hat{s}_o^*(k/k)$ до класу лінійних є їх лінійно-функціональна залежність від результатів поточних спостережень та розрахункової коваріаційної матриці похибок фільтрації лише на основі апіорних даних, тобто без використання результатів спостережень, то основні етапи синтезу зводились до наступних кроків:

- усунення блоків обчислення апостеріорних ймовірностей $p[\varphi(k) = i / Y_1^{k-1}]$ шляхом їх заміни апіорно відомими величинами $p[\varphi(k) = i] = q_i(k)$, $i = 1, N$;
- апроксимації полімодальних густин розподілу гауссовими з відповідно перерахованими параметрами;
- уведенні шуму з модифікованою коваріаційною матрицею:

$$\mathbb{R} \triangleq [q_i(k)(1-i^2) + i^2] \mathbf{R}_0(k).$$

За умови виконання уведених заходів синтезований робастний фільтр стає структурно ідентичним стандартному фільтру Калмана, проте він залишається лише субоптимальним, оскільки завжди зберігається співвідношення $\mathbb{R} \geq \mathbf{R}_0(k)$. Саме у зв'язку з цим точність процесу фільтрації оцінювалась виразом справедливим для будь-якого лінійного фільтра з неоптимальним коефіцієнтом передачі. Оскільки апіорні та апостеріорні дані, як правило, значно відрізняються, то синтезований фільтр забезпечує мініимально можливий захист від впливу аномальних викидів у результатах спостережень за рахунок банального звуження смуги пропускання, що має наслідком зростання рівня динамічних похибок на усіх ділянках фільтраційного процесу.

7. Запропоновано метод подолання апіорної невизначеності щодо ймовірності появи аномальних похибок у каналі спостережень, принципова відмінність якого полягала у заміні заздалегідь відомих величин $q_1(k)$, присутніх у розрахунках апостеріорної ймовірності справного стану каналу спостережень їх середніми значеннями $\overline{q_1(k)}$ на інтервалі осереднення $[0,1]$. Аналіз отриманих результатів показав, що розширення функціональних можливостей синтезованого пристрою потребує суттєвого ускладнення процедури обчислення ймовірності справної роботи каналу спостережень, при цьому в оперативній пам'яті на кожному кроці обчислень необхідно зберігати неперервну густину розподілу $\pi[q_1 / Y_1^k]$. Ця обставина може бути вирішальною щодо практичного застосування даного методу з включенням елементів адаптивного прийому сигналів, а оцінка його ефективності потребує значного об'єму статистичних випробовувань.

РОЗДІЛ 4

МЕТОДИ ВИЯВЛЕННЯ ТА ЛОКАЛІЗАЦІЇ НЕСПРАВНОСТЕЙ ЗА УМОВИ АПРІОРНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

4.1 Постановка задачі

У практичній діяльності нерідко трапляються випадки, коли несправності у підсистемах регулятора, об'єкта контролю або у сенсорній підсистемі з'являються час від часу епізодично і настільки рідко, що статистичні дані про частоту їх появи відсутні. У такому разі застосування байєсового підходу, розглянутого у попередньому підрозділі, стає проблематичним. Правда, можна скористатись правилом завдання найгіршого апріорного розподілу, яке іноді використовують у байєсовому підході, та перейти до адаптивних схем оцінювання. Проте, як зазначалось у підрозділі 3.8, це призводить до значних труднощів зі зберіганням на кожному такті обчислень неперервної апостеріорної густини розподілу $\pi[q_1 / Y_1^k]$ у дискретній формі та обчислення апостеріорних ймовірностей $p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]$. Окрім того, як показало подальше моделювання, процес адаптації проходить надзвичайно повільно і у багатьох випадках, зокрема, для об'єктів зі швидкою динамікою, це – неприйнятно. Таким чином у розпорядженні проектувальника залишається єдиний інструмент у вигляді стандартного фільтра Калмана, налаштованого на номінальний режим роботи об'єкту контролю. Фільтр Калмана, будучи оптимальним, формує поточну оцінку вектору стану на основі усієї попередньої історії Y_1^k і з часом стає занадто обережним та повільним, мляво реагує на швидкі зміни у результатах спостережень. Отже на порядку денному постала задача підвищення чутливості фільтра Калмана до раптових змін та застосування компенсаційних схем. Останнім часом у вирішенні цієї проблеми сформувався декілька напрямків. Основу першого напрямку склали роботи [151,171], пов'язані з розширенням смуги пропускання фільтра порівняно з оптимальною, унаслідок чого процес фільтрації ставав квазіоптимальним. Саме за рахунок втрати оптимальності у перехідному режимі підвищувалась чутливість фільтра до швидких змін у властивос-

тях діючих входів. Ідейну основу робіт другого напрямку склали роботи [172,173, 70,174], де безпосередньо оцінювався вектор стану динамічної системи за наявності несправностей вельми широкого класу, наприклад: появі непередбачуваних зсувів, дрейф параметрів системи, раптова втрата чутливості сенсорів, наявність аномальних похибок та збоїв у роботі обчислювальних засобів, невідомих збурень, у разі, якщо їх недоцільно відносити до класу випадкових, вплив нелінійних ефектів, похибок лінеаризації та тощо. Через обмежений доступ до робіт [172,173] публічна дискусія з цих питань дещо затрималась, і почалася лише після публікації низки статей [153,175,176]. Розгорнуті коментарі з цього приводу наведені у [166-181], а процедура синтезу фільтрів з підвищеною стійкістю до несправностей зводилась до наступного:

1. Встановлення факту та моменту часу появи несправності.
2. Виконання на макрорівні процедури локалізації несправності.
3. Оцінювання збитків у вигляді характерних змін основних параметрів та прийняття рішень про подальшу придатність системи з урахуванням погіршення її якісних показників, можливість уведення компенсаційних заходів з метою усунення негативних наслідків дії виявленої несправності.

Основу третього напрямку склали роботи, пов'язані з використанням елементів параметричної або (та) структурної адаптації системи у темпі реального часу. У випадку стохастичної постановки задачі це передбачає застосування методів сукупного виявлення, оцінювання та ідентифікації, як параметрів системи [65], так і її структури. Тут, серед численних робіт чисто академічного плану [17,156, 182], у першу чергу, слід відзначити роботи прикладного характеру [61,62,68,69,177–180]. Окремі недоліки таких схем відзначались у монографії автора [11].

Не усі вищеперераховані пункти є обов'язково необхідними, оскільки виконання програми у повному обсязі супроводжується суттєвим ускладненням розрахунків і потребує значних обчислювальних ресурсів. Однак у таких випадках, як керування безпілотними апаратами наземного, повітряного чи морського базування, у системах посадки повітряних суден цивільного, або військового призна-

чення за умови обмеженості апаратних резервів, бажано щоб програма виконувалась у повному обсязі. Надалі автор більше уваги приділятиме саме останнім двом напрямкам, маючи на увазі прикладний аспект виконуваних досліджень.

4.2 Методи синтезу фільтрів, чутливих до несправностей завдяки обмеженням на характерні параметри

Обмеження знизу матричного коефіцієнта передачі [176,183]. Таке обмеження призводить до розширення смуги пропускання в усталеному режимі роботи, супроводжується погіршенням характеристик точності за номінальних умов експлуатації, проте збільшує чутливість до раптових змін у поточних даних і дає можливість реагувати на зміни у динаміці системи, на жаль, лише візуально, тобто шляхом фіксації характеру поведінки поточної оцінки $s^*(k/k)$.

Обмеження знизу коваріаційної матриці похибок фільтрації [171,183]. У цьому разі нижня межа коваріаційної матриці похибок фільтрації фіксується на рівні $qP(k/k)$, де q – деяке позитивне число більше за одиницю. Це призводить до обчислення коваріаційної матриці похибок екстраполяції за формулою:

$$P(k/k-1) = \Sigma(k, k-1)qP(k-1/k-1)\Sigma^T(k, k-1) + Q(k-1), \quad (4.1)$$

що обмежує вплив більш ранніх спостережень на точність оцінювання, тобто фільтр стає більш динамічним та чутливим до непередбачуваних змін у потоці вхідних даних. Оскільки, у обох вищенаведених випадках, відсутня систематична процедура вибору нижньої границі величин матричного коефіцієнта передачі фільтра $W_n(k/k)$ і коваріаційної матриці похибок оцінювання $P_n(k/k)$, то проектування фільтрів потребує проведення великого об'єму попереднього моделювання з використанням засобів обчислювальної техніки.

Фільтри з обмеженою пам'яттю [151]. Характерною ознакою таких фільтрів є спроба обмежити вплив більш ранніх спостережень на процес формування поточної оцінки $s^*(k/k)$, за винятком останніх M спостережень. Це призводить до утворення «ковзного вікна» даних шириною M , в межах якого проводяться рекурентні обчислення поточної оцінки $s^*(k/k)$. Запропонований метод фільтрації реалізується шляхом розбивання вектора спостережень на дві частини $Y_I^k = [Y_I^j; Y_j^k]^T$,

і для кожної частини спостережень проектується окремий фільтр Калмана. Часові шкали обох фільтрів різні, а різниця між ними становить $(k-j)=M$. У роботах [180,15] наведені формули для обчислень поточних оцінок

$s^*(k/k-j) = P(k/k-j) [P^{-1}(k/k) s^*(k/k) - P^{-1}(k/j) s^*(k/j)]$ за умови відсутності збурень у лінійній динаміці об'єкта контролю, де $s^*(k/k-j)$ – оцінка, яка отримана на основі останніх M спостережень $P(k/k-j) = [P^{-1}(k/k) - P^{-1}(k/j)]^{-1}$ – коваріаційна матриця похибок оцінювання; $s^*(k/k) = M [s(k) / Y_1^k]$ – оцінка фільтра Калмана, $P(k/k)$ – коваріаційна матриця похибок фільтрації; $s^*(k/j) = M [s(k) / Y_1^j] = \Sigma(k, j) s^*(j/j)$ – оцінка екстраполяції з j -го кроку на k -й крок; $P(k/j) = \Sigma(k, j) P(j/j) \Sigma^T(k, j)$ – коваріаційна матриця похибок екстраполяції. Головним недоліком запропонованого методу оцінювання є відчутна на практиці складність, що пов'язана з використанням двох фільтруючих систем з різними часовими шкалами та уведеними обмеженнями щодо відсутності збурень і невизначеністю щодо ширини ковзного вікна M . Це також потребує прискіпливого попереднього моделювання. Окрім того, індикація раптових змін у вхідних даних відбувається без подальшої локалізації несправностей та можливості їх ідентифікації. Процедура виявлення несправності реалізується шляхом формування статистики типу [151]:

$$S(k) = \sum_{j=k-(M-1)}^k r^T(j) P_r^{-1}(j) r(j), \quad (4.2)$$

яка має розподіл χ^2 з M степенями свободи, де M – ширина вікна згладжування вхідних даних; $r(j) = y(j) - y^*(j/j-1)$ – інноваційна послідовність оптимального фільтра Калмана розмірності $(l \times l)$, яка за відсутності несправностей має нульове середнє значення та коваріаційну матрицю $P_r(j)$, що розраховується на кожному кроці на основі апріорних даних за формулою

$$P_r(j) = M [r(j) r^T(j) / Y_1^{j-1}] = H(j) P(j/j-1) H^T(j) + R(j).$$

Якщо трапляються несправності, статистика $S(k)$ стає іншою, і це може бути підставою для виявлення несправностей за правилами порогової логіки

$$\begin{cases} S(k) \leq l_0 - \text{система працює у штатному режимі} \\ S(k) > l_0 - \text{має місце несправність} \end{cases}$$

Якісні показники пристрою – ймовірність правильного виявлення та хибної тривоги можна розраховувати методами математичної статистики [161,184] з використанням таблиць χ^2 розподілу. Як показало подальше моделювання за методом Монте–Карло [62], запропонований метод чутливий лише до різких та значних змін у вхідних даних, і не дозволяє виявляти несправності на стадії їх зародження. Вищезазначені фактори значною мірою гальмують впровадження цього методу в інженерну практику.

4.3 Діагностика несправностей у сенсорній підсистемі при виконанні комплексних спостережень [185]

У даному підрозділі розглядається задача оцінювання систематичних похибок сенсорної підсистеми, які проявляються у вигляді зсувів, дрейфів, втрат чутливості за умови, що кількість вимірювальних засобів значно перевищує порядок номінальної моделі об'єкта контролю. Практичний аспект такої задачі насамперед пов'язаний:

1. З визначенням координат рухомих об'єктів на основі застосування множини однотипних безконтактних датчиків, розташованих певним чином на місцевості або морській поверхні [180].

2. З проведенням комплексних льотних випробовувань з використанням сукупності різнотипних вимірювальних засобів: датчиків кутових та лінійних швидкостей, акселерометрів, камер спостереження, РЛС та тощо.

Як правило, ці засоби об'єднуються у єдиний вимірювальний комплекс, а результати спостережень використовуються для оптимального, у певному розумінні, оцінювання параметрів траєкторії об'єктів у режимі реального часу. Саме з такою метою, у свій час, був розроблений фільтр Калмана. Однією з нагальних проблем оцінювання стану об'єкта за результатами виконаних комплексних спостережень є необхідність врахування несумісності окремих результатів спостережень через появу систематичних похибок. Оскільки у якості основного інструме-

нту оцінювання використовується фільтр Калмана, то бажано щоб метод урахування систематичних похибок був створений у рамках теорії оптимальної фільтрації. Тривіальний шлях розв'язку цієї проблеми полягає у тому, що для кожної суттєвої складової систематичної похибки уводиться додаткова змінна стану, а потім виконується процедура оптимального оцінювання для розширеного, таким чином, вектору стану. Проте, якщо навіть враховувати лише одну суттєву несправність у кожному сенсорі, то розмірність розширеного фільтра може значно зрости, досягаючи при цьому декількох десятків. Використання фільтра Калмана такої розмірності у системах реального часу, щонайменше, є недоцільним. Отже, повинна бути застосована і розвинена дещо інша технологія, яка дозволяла б урахувати наявність систематичних похибок у сенсорній підсистемі не виходячи при цьому за рамки теорії оптимальної фільтрації. Попередньо проведений аналіз літературних джерел [181] виявив декілька можливих підходів до розв'язку даної проблеми, проте більшість з них виявилась нежиттєздатною, чи то з міркувань недостатньої точності оцінювання зсувів, чи то через занадто складну систему розрахунків. Серед тих концепцій, що залишилися найбільш придатними ті, у основу яких були покладені оригінальні роботи Фрідланда [100,186]. Суть підходу полягала у розділенні розширеного фільтра Калмана на два паралельно і автономно працюючі фільтри, один з яких оцінює вектор стану об'єкта за умови відсутності систематичних похибок, а інший – оцінює у незалежний спосіб систематичні похибки. У даному підрозділі використовуються основні ідеї цієї роботи, проте з дещо іншою метою, а саме встановлення структурних обмежень, що супроводжують процедуру вказаної декомпозиції.

Оцінювання систематичних похибок. Надалі буде розглядатись лише дискретний варіант фільтра Калмана у припущенні, що номінальна модель динаміки об'єкта допускає опис виразом

$$s(k) = \Sigma(k, k-1)s(k-1) + w_s(k-1), \quad (4.3)$$

де $s(k)$ – вектор стану об'єкта розмірності $(n \times 1)$; $\Sigma(k, k-1)$ – системна матриця розміру $(n \times n)$; $w_s(k)$ – випадковий вектор розміру $(n \times 1)$, який відображає факт неточного опису реального процесу однорідною частиною рівняння (4.3) і інтерпрету-

ється, як збурення номінальної моделі. Передбачається, що математичне сподівання випадкового вектору $\mathbf{w}_s(k) \in$ нульовим, а його кореляційна матриця має вигляд $M[\mathbf{w}_s(k) \mathbf{w}_s^T(j)] = \mathbf{Q}_s(k)\delta(k,j)$. Результати комплексних спостережень відображаються алгебраїчним рівнянням

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{D}(k)\mathbf{d}(k) + \mathbf{v}(k), \quad (4.4)$$

де $\mathbf{v}(k)$ – стохастична складова вектора похибок вимірювань, яка має нульове математичне сподівання та кореляційну матрицю $M[\mathbf{v}(k) \mathbf{v}^T(j)] = \mathbf{R}(k)\delta(k,j)$; $\mathbf{d}(k)$ – вектор систематичних похибок розміру $(p \times l)$, з динамікою, що описується різнице-вим рівнянням

$$\mathbf{d}(k) = \mathbf{\Omega}(k, k-1)\mathbf{d}(k-1) + \mathbf{w}_d(k-1). \quad (4.5)$$

Передбачається, що $M[\mathbf{w}_d(k)] = 0$, $M[\mathbf{w}_d(k) \mathbf{w}_d^T(j)] = \mathbf{Q}_d(k)\delta(k,j)$. Надалі вектор $\mathbf{d}(k)$ приєднаємо до $\mathbf{s}(k)$. Унаслідок цієї дії отримаємо розширений вектор стану $\mathbf{z}(k) = [\mathbf{s}(k), \mathbf{d}(k)]^T$, динаміка якого буде відображатись рівнянням

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{\Sigma}_z(k, k-1)\mathbf{z}(k-1) + \mathbf{w}_z(k-1), \quad (4.6)$$

$$\text{де } \mathbf{\Sigma}_z(k, k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}(k, k-1) & 0 \\ 0 & \mathbf{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w}_z(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_s(k-1) \\ \mathbf{w}_d(k-1) \end{bmatrix},$$

а рівняння спостережень матиме вигляд

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{L}_z(k)\mathbf{z}(k) + \mathbf{v}(k), \quad \mathbf{L}_z(k) = [\mathbf{H}(k), \mathbf{D}(k)]. \quad (4.7)$$

Якщо позначити через $\mathbf{z}^*(k-1/k-1)$ оптимальну оцінку вектора стану розширеної системи, то оцінка на момент часу t_k може бути передбачена за формулою $\mathbf{z}^*(k/k-1) = \mathbf{\Sigma}_z(k, k-1)\mathbf{z}^*(k-1/k-1)$, а поточна оцінка становитиме величину [117]

$$\mathbf{z}^*(k/k) = \mathbf{z}^*(k/k-1) + \mathbf{W}_z(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{L}_z(k)\mathbf{z}^*(k/k-1)], \quad (4.8)$$

де $\mathbf{W}_z(k) = [\mathbf{W}_s(k), \mathbf{W}_d(k)]^T = \mathbf{P}_z(k/k)\mathbf{L}_z^T(k)\mathbf{R}^{-1}(k)$ – оптимальна матриця передачі розширеного фільтра Калмана. Оскільки кореляційна матриця похибок екстраполяції на один крок уперед визначається виразом

$$\mathbf{P}_z(k/k-1) = \mathbf{\Sigma}_z(k, k-1)\mathbf{P}_z(k-1/k-1)\mathbf{\Sigma}_z^T(k, k-1) + \mathbf{Q}_z(k-1), \quad \text{де } \mathbf{Q}_z(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_s(k-1) & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_d(k-1) \end{bmatrix},$$

то коваріаційну матрицю похибок фільтрації можна обчислювати у рекурентний спосіб за формулою

$$\mathbf{P}_z(k/k) = \left[\mathbf{P}_z^{-1}(k/k-1) + \mathbf{L}_z^T(k)\mathbf{R}^{-1}(k)\mathbf{L}_z(k) \right]^{-1}. \quad (4.9)$$

За великої розмірності вектора систематичних похибок $\mathbf{d}(k)$ безпосередня реалізація розширеного фільтра Калмана в обчислюваному плані довготривала та недоцільна, особливо за високого темпу оновлення результатів спостережень. Проте Б.Фрідланд [186] шляхом функціонального перетворення рівняння Рікатті зумів розділити розширений фільтр Калмана на два паралельно працюючі фільтри, один з яких оцінював вектор стану номінального динамічного процесу за умови відсутності систематичних похибок $\mathbf{s}_0^*(k/k)$, а інший оцінював систематичну похибку $\mathbf{d}^*(k/k)$. Підсумкова оптимальна оцінка $\mathbf{s}^*(k/k)$ підраховувалась за формулою

$$\mathbf{s}^*(k/k) = \mathbf{s}_0^*(k/k) + \mathbf{T}(k)\mathbf{d}^*(k/k), \quad (4.10)$$

де $\mathbf{T}(k)$ – матриця розміру $(n \times p)$, яка ще підлягатиме визначенню за певних обмежень на динамічні властивості систематичних похибок. У представленій роботі фундаментальне співвідношення (4.10) отримується за дещо інших припущень, а саме справедливості принципу суперпозиції для моделей (4.31)–(4.5) та лінійності фільтра Калмана. Таким чином, будуть доведені необхідні умови існування співвідношення (4.10) шляхом аналізу обставин, за яких воно може бути справедливим. Зокрема буде показано, що необхідною умовою цієї декомпозиції є відсутність стохастичної складової $\mathbf{Q}_d(k)$ у рівнянні для кореляційної матриці похибок екстраполяції.

Декомпозиція розширеного фільтра Калмана. У загальному випадку, структура розширеного лінійного фільтра рекурсивного типу визначається рівнянням для оцінки (4.8), де матриця передачі $\mathbf{W}_z(k)$ не обов'язково повинна бути оптимальною. Структура оцінки $\mathbf{z}^*(k/k)$ (4.10) допускає розщеплення її на дві складові $\mathbf{s}^*(k/k)$ та $\mathbf{d}^*(k/k)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^*(k/k) &= \mathbf{s}^*(k/k-1) + \mathbf{W}_s(k)\mathbf{r}_z(k); & \mathbf{s}^*(k/k-1) &= \mathbf{\Sigma}(k, k-1)\mathbf{s}^*(k-1/k-1); \\ \mathbf{r}_z(k) &= \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\mathbf{s}^*(k/k-1) - \mathbf{D}(k)\mathbf{d}^*(k/k-1) \right]; \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{d}^*(k/k) = \mathbf{d}^*(k/k-1) + \mathbf{W}_d(k)\mathbf{r}_z(k); \quad \mathbf{d}^*(k/k-1) = \mathbf{\Omega}(k, k-1)\mathbf{d}^*(k-1/k-1). \quad (4.12)$$

Тепер припустимо, що існує оцінка вектора стану динамічної системи за умови відсутності систематичних похибок, тобто сенсорна підсистема передбачається

апріорі справною. Надалі таку оцінку будемо позначати як $s_0^*(k/k)$. Вона також може бути обчислена у рекурентний спосіб

$$\begin{aligned} s_0^*(k/k) &= s_0^*(k/k-1) + W_{s_0}(k) r_{z_0}(k); & s_0^*(k/k-1) &= \Sigma(k, k-1) s_0^*(k-1/k-1); \\ r_{z_0}(k) &= [y(k) - H(k) s_0^*(k/k-1)]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

У зв'язку з цим постає питання, за яких умов існує можливість розділу оптимальної оцінки на дві складові $s^*(k/k) = s_0^*(k/k) + T(k) d^*(k/k)$. Для з'ясування цього питання підставимо (4.10) у (4.11) та отримаємо альтернативний вираз для різничевого сигналу

$$r_z(k) = [y(k) - H(k) s_0^*(k/k-1) - S(k) d^*(k/k-1)], \quad (4.14)$$

де $S(k) = D(k) \Omega(k, k-1) + H(k) \Sigma(k, k-1) T(k-1)$. Надалі підставивши вирази (4.9), (4.12), (4.13), (4.14) у (4.10), знаходимо

$$\begin{aligned} s^*(k/k) &= s^*(k/k-1) + [W_{s_0}(k) + T(k) W_d(k)] r_z(k) + \\ &+ [T(k) \Omega(k, k-1) + W_{s_0}(k) S(k) - \Sigma(k, k-1) T(k-1)] d^*(k-1/k-1) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Якщо припустити, що вирази (4.11) – (4.12) описують оптимальний розширений фільтр Калмана, то згідно теореми про ортогональну проекцію [119], випадкові вектори $r_z(k)$ і $d^*(k/k)$ повинні бути статистично незалежними. У той же час для оцінки $s^*(k/k)$ також повинно бути справедливим співвідношення декомпозиції (4.10). Це означає, що друга складова у виразі (4.15) має бути відсутньою, тобто

$$T(k) \Omega(k, k-1) + W_{s_0}(k) S(k) - \Sigma(k, k-1) T(k-1) = 0. \quad (4.16)$$

Таким чином, декомпозиція розширеного фільтра Калмана можлива, якщо

$$W_s(k) = W_{s_0}(k) + T(k) W_d(k); \quad (4.17)$$

$$T(k) = \Sigma(k, k-1) T(k-1) \Omega^{-1}(k, k-1) - W_{s_0}(k) S(k) \Omega^{-1}(k, k-1). \quad (4.18)$$

Провівши аналіз виразу (4.15) можна переконатись, що довільний лінійний фільтр також може бути описаним у роздільній формі (4.10) за умови справедливості співвідношень (4.17)–(4.18), проте їх ще потрібно доповнити умовою

$$s^*(0/0) = s_0^*(0/0) + T(0) d^*(0/0), \quad (4.19)$$

оскільки процедура декомпозиції повинна виконуватись для усіх k . Доцільно вибирати $s^*(0/0) = s_0^*(0/0)$, $T(0) = 0$, тобто припускати, що у початковий момент часу

система справна і систематичні похибки відсутні. Таким чином, умови (4.17) – (4.19) повністю визначають процедуру декомпозиції лінійного фільтра.

Оцінка наслідків процедури декомпозиції. Наслідки обмежень уведених у (4.18) можливо оцінити, якщо скористатись припущенням, що усі оцінки $s^*(k/k)$, $s_0^*(k/k)$, $d^*(k/k)$ є оптимальними, тобто отримані за допомогою фільтра Калмана. Як відомо [97], оптимальний матричний коефіцієнт передачі фільтра Калмана за умови відсутності систематичних похибок, описують як $W_{s_0}(k) = P_{s_0}(k/k)H^T(k)R^{-1}(k)$, а коваріаційна матриця похибок фільтрації за наявності систематичних похибок повинна обчислюватись за формулою

$$P_{s_1}(k/k) = M \left\{ \left[s(k) - s_0^*(k/k) - T(k)d^*(k/k) \right] \left[s(k) - s_0^*(k/k) - T(k)d^*(k/k) \right]^T \right\}. \quad (4.20)$$

Тепер встановимо зв'язок між кореляційними матрицями $P_s(k/k)$, $P_{s_0}(k/k)$, $P_d(k/k)$.

Для цього перепишемо рівняння (4.20) формі $P_{s_1}(k/k) = M \left[\Delta s_1(k/k) \Delta s_1^T(k/k) \right]$,

де $\Delta s_1(k/k) \triangleq \left[s_0^*(k/k) - s(k) \right] + T(k)d^*(k/k)$ та виконаємо процедуру знаходження математичного сподівання. Результат обчислень матиме вигляд:

$$P_{s_1}(k/k) = P_{s_0}(k/k) + T(k)P_{dd}(k/k)T^T(k) - P_{sd}(k/k)T^T(k) - T(k)P_{ds}(k/k); \quad (4.21)$$

$$\text{де } P_{sd}(k/k) = P_{ds}^T(k/k) = M \left\{ \left[s^*(k/k) - s(k) \right] \left[d^*(k/k) - d(k) \right]^T \right\} \quad (4.22)$$

Матрицю передачі розширеного фільтра Калмана можливо обчислювати за формулою, аналогічною для $W_{s_0}(k)$

$$W_z(k) = \left[W_s(k), W_d(k) \right]^T = P_z(k/k) L_z^T(k/k) R^{-1}(k) = \begin{bmatrix} P_{ss}(k/k) & P_{sd}(k/k) \\ P_{ds}(k/k) & P_{dd}(k/k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^T(k) \\ D^T(k) \end{bmatrix} R^{-1}(k). \quad (4.23)$$

Підставимо вираз для умовної матриці передачі $W_s(k)$ у вираз (4.23), тоді

$$\left[P_{ss}(k/k)H^T(k) + P_{sd}(k/k)D^T(k) \right] R^{-1}(k) = W_{s_0}(k) + T(k)W_d(k). \quad (4.24)$$

Аналогічна операція застосована до другої складової дозволяє знайти вимоги до умовної матриці передачі $W_d(k)$:

$$P_{sd}(k/k) \left[D(k) + H(k)T(k) \right]^T = T(k)P_{dd}(k/k) \left[D(k) + H(k)T(k) \right]^T. \quad (4.25)$$

Отже, умова декомпозиції для розширеного фільтра Калмана виконується, якщо накласти наступне обмеження

$$\mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k}{k} \right)^T = \mathbf{T}(k) \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k}{k} \right). \quad (4.26)$$

З'ясуємо зв'язок виразу (4.26) з матрицею передачі фільтра $\mathbf{W}_z(k)$. Для цього скористаємось відомим виразом для оптимальної матриці передачі розширеного фільтра [120]

$$\mathbf{P}_z \left(\frac{k}{k} \right) = [\mathbf{I} - \mathbf{W}_z(k) \mathbf{L}_z(k)] \mathbf{P}_z \left(\frac{k}{k-1} \right), \quad (4.27)$$

що еквівалентно співвідношенням

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{ss} \left(\frac{k}{k} \right) & \mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k}{k} \right) \\ \mathbf{P}_{ds} \left(\frac{k}{k} \right) & \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k}{k} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{W}_s(k) \mathbf{H}(k) & -\mathbf{W}_s(k) \mathbf{D}(k) \\ -\mathbf{W}_d(k) \mathbf{H}(k) & \mathbf{I} - \mathbf{W}_d(k) \mathbf{D}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{ss} \left(\frac{k}{k-1} \right) & \mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k}{k-1} \right) \\ \mathbf{P}_{ds} \left(\frac{k}{k-1} \right) & \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k}{k-1} \right) \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

З виразу (4.28) неважко знайти складові кореляційної матриці похибок оцінювання $\mathbf{P}_{sd}(k/k)$ та $\mathbf{P}_{dd}(k/k)$ за наявності систематичних похибок

$$\mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k}{k} \right) = [\mathbf{I} - \mathbf{W}_s(k) \mathbf{H}(k)] \mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k}{k-1} \right) - \mathbf{W}_s(k) \mathbf{D}(k) \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k}{k-1} \right); \quad (4.29)$$

$$\mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k}{k} \right) = [\mathbf{I} - \mathbf{W}_d(k) \mathbf{D}(k)] \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k}{k-1} \right) - \mathbf{W}_d(k) \mathbf{H}(k) \mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k}{k-1} \right). \quad (4.30)$$

Тепер припустимо, що для умовної кореляційної матриці (4.26) є справедливим вираз $\mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k-1}{k-1} \right) = \mathbf{T}(k-1) \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k-1}{k-1} \right)$. За цієї умови можна записати

$$\mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k}{k-1} \right) = \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) \mathbf{T}(k-1) \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k-1}{k-1} \right) \boldsymbol{\Omega}^T(k, k-1); \quad (4.31)$$

$$\mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k}{k-1} \right) = \boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k-1}{k-1} \right) \boldsymbol{\Omega}^T(k, k-1) + \mathbf{Q}_d(k-1). \quad (4.32)$$

Підставивши (4.31) – (4.32) у (4.29) та зважаючи на (4.14), (4.17), (4.18) досягаємо результату

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k}{k} \right) &= \mathbf{T}(k) [\mathbf{S}(k-1) - \mathbf{W}_d(k) \mathbf{S}(k)] \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k-1}{k-1} \right) \boldsymbol{\Omega}^T(k, k-1) - \\ &\quad - [\mathbf{W}_{s_0}(k) + \mathbf{T}(k) \mathbf{W}_d(k)] \mathbf{D}(k) \mathbf{Q}_d(k-1); \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k}{k} \right) = [\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) - \mathbf{W}_d(k) \mathbf{S}(k)] \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k-1}{k-1} \right) \boldsymbol{\Omega}^T(k, k-1) + [\mathbf{I} - \mathbf{W}_d(k) \mathbf{S}(k)] \mathbf{Q}_d(k-1). \quad (4.34)$$

Порівнюючи (4.33)–(4.34) виявляємо, що вимога $\mathbf{P}_{sd} \left(\frac{k}{k} \right) = \mathbf{T}(k) \mathbf{P}_{dd} \left(\frac{k}{k} \right)$ може бути виконана лише за відсутності стохастичної складової $\mathbf{Q}_d(k)$ у динаміці систематичної похибки [185], тобто $\mathbf{Q}_d(k) = 0$. Проте, за таких обставин, часто буває немож-

ливим гарантувати збіжність оцінок роз'єднаного фільтра Калмана, і не зовсім очевидно, як це обмеження можливо обійти.

Більш аргументоване з'ясування цього питання буде предметом окремих досліджень, виконаних у п'ятому розділі, присвяченому ідентифікації несправностей методами локально-оптимального роздільного оцінювання. З огляду на результати, отримані у попередніх розділах, можна внести наступні пропозиції:

1. Оскільки вимога відсутності стохастичної складової $Q_a(k)$ суттєво ускладнює процедуру синтезу фільтра Калмана для оцінювання систематичних похибок і не гарантує збіжності оцінок, то доцільно стохастичні складові у явному вигляді не використовувати. У цьому разі можна скористатись обмеженням знизу коваріаційної матриці похибок фільтрації (4.1), або за методом найменших квадратів синтезувати оптимальний відновник Луенбергера повного порядку [96,135,165] відповідно до результатів підрозділу 2.6, а якісні показники процесу відновлення оцінювати матрицею відновлюваності, що задовольняє рівнянню Рікатті.

2. Як відомо [117], найбільш обтяжливим обмеженням є вимога оптимальності перехідного процесу, проте з практичної точки зору, для систем з повільною динамікою та задач технічної діагностики це може бути не так вже й критичним. Відмова від оптимальності перехідного процесу дозволяє застосовувати стандартний відновник Луенбергера і вивільняє додаткові ресурси, що надає певну свободу у процесі проектування. Єдине обмеження для матриці передачі у колі зворотного зв'язку полягає у гарантуванні стійкості пристрою відновлення, тобто його полюси повинні розташовуватись усередині кола одиничного радіусу.

3. У тому разі, коли збуреннями неможливо або недоцільно нехтувати, надлишок наявних ресурсів можна направити на процедуру роз'єднання від невизначених входів, використовуючи результати підрозділу 2.7. При цьому об'єм та складність розрахунків зростатимуть, але буде гарантована інваріантність пристрою відновлення щодо непередбачуваних збурень.

Підводячи підсумки отриманим результатам, можна стверджувати, що для дискретної динамічної системи

$$\mathbf{s}(k) = \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)\mathbf{s}(k-1) + \mathbf{w}_s(k-1),$$

за наявності непередбачуваних систематичних похибок у сенсорній підсистемі високої розмірності

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{D}(k)\mathbf{d}(k) + \mathbf{v}(k); \quad \mathbf{d}(k) = \boldsymbol{\Omega}(k, k-1)\mathbf{d}(k-1) + \mathbf{w}_d(k-1) \quad (4.35)$$

декомпозиція лінійного розширеного фільтра реалізується у декілька етапів:

1. Формуються оцінки фільтра Калмана, узгодженого з гіпотезою H_0 про відсутність систематичних похибок у сенсорній підсистемі:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_0^*(k/k) &= \mathbf{s}_0^*(k/k-1) + \mathbf{W}_{s_0}(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\mathbf{s}_0^*(k/k-1)]; \\ \mathbf{s}_0^*(k/k-1) &= \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)\mathbf{s}_0^*(k-1/k-1); \\ \mathbf{W}_{s_0}(k) &= \mathbf{P}_{s_1}(k/k)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{R}^{-1}(k); \\ \mathbf{P}_{s_0}(k/k) &= [\mathbf{P}_{s_1}(k/k-1) + \mathbf{H}(k)\mathbf{R}^{-1}(k)\mathbf{H}^T(k)]^{-1}; \\ \mathbf{P}_{s_1}(k/k-1) &= \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)\mathbf{P}_{s_1}(k-1/k-1)\boldsymbol{\Sigma}^T(k, k-1) + \mathbf{Q}_{s_0}(k-1). \end{aligned}$$

2. Формуються оцінки систематичних похибок:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^*(k/k) &= \mathbf{d}^*(k/k-1) + \mathbf{W}_d(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\mathbf{s}_0^*(k/k-1) - \mathbf{S}(k)\mathbf{d}^*(k/k-1)]; \\ \mathbf{d}^*(k/k-1) &= \boldsymbol{\Omega}(k, k-1)\mathbf{d}^*(k-1/k-1); & \mathbf{S}(k) &= \mathbf{D}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) + \mathbf{H}(k)\mathbf{T}(k, k-1); \\ \mathbf{W}_d(k) &= \mathbf{P}_{dd}(k/k)\mathbf{S}^T(k)\mathbf{P}_{rr}^{-1}(k/k-1); & \mathbf{P}_{rr}(k/k-1) &= \mathbf{H}(k)\mathbf{P}_{s_1}(k/k-1)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k); \\ \mathbf{P}_{dd}(k/k) &= [\mathbf{P}_{dd}^{-1}(k/k-1) + \mathbf{S}^T(k)\mathbf{P}_{rr}^{-1}(k/k-1)\mathbf{S}(k)]^{-1}; & \mathbf{P}_{dd}(k/k-1) &= \boldsymbol{\Omega}(k, k-1)\mathbf{P}_{dd}(k-1/k-1)\boldsymbol{\Omega}^T(k, k-1). \end{aligned}$$

3. Обчислюються підсумкові оцінки вектора стану динамічної системи, узгоджені з гіпотезою H_1 про наявність зсувів у сенсорній підсистемі

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(k, k-1) &= \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)\mathbf{T}(k-1); & \mathbf{T}(k) &= \mathbf{T}(k, k-1) - \mathbf{W}_{s_0}(k)\mathbf{S}(k); \\ \mathbf{s}_1^*(k/k) &= \mathbf{s}_0^*(k/k) + \mathbf{T}(k)\mathbf{d}^*(k/k); & \mathbf{P}_{s_1}(k/k) &= \mathbf{P}_{s_0}(k/k) + \mathbf{T}(k)\mathbf{P}_{dd}(k/k)\mathbf{T}^T(k). \end{aligned}$$

Здійснена декомпозиція дозволяє роздільно оцінювати $\mathbf{s}_0^*(k/k)$, $\mathbf{d}^*(k/k)$ та формувати оцінку вектора стану $\mathbf{s}_1^*(k/k)$ з урахуванням впливу комплексу несправностей у сенсорній підсистемі. Окрім того вона сприяє розвантаженню обчислювальних засобів, оскільки витрати на обчислення нелінійно залежать від порядку фільтра, і у першому наближенні, оцінюються пропорційно до n^3 , де n – порядок фільтра. Очевидна нерівність $(n_1 + n_2)^3 > n_1^3 + n_2^3$ доказує цей факт, де $(n_1 + n_2)$ –

розмірність розширеного фільтра, а n_1, n_2 – розмірності роз'єднаних фільтрів. Більш уточнені оцінки можна знайти у роботах [187,188].

4.4 Діагностика несправностей у підсистемах регулятора на основі застосування виявляючих фільтрів [26,116,189]

Сценарій 1–3, що відноситься до другої групи методів, перерахованих у під-розділі 4.1, може бути реалізованим за наявності додаткових обмежень, що як правило, виконуються на практиці:

1. Несправності трапляються час від часу епізодично і настільки рідко, що статистичні дані про частоту їх появи відсутні.

2. Поява несправностей носить одноразовий характер, тобто виключається випадок одночасної появи двох і більше несправностей через нехтовно малу ймовірність такої ситуації.

3. У розпорядженні спостерігача є достатньо часу для прийняття рішення.

До складу дорожньої карти, що приводить до розв'язку зазначеної задачі, входять наступні етапи:

- реалізується фільтр Калмана за умови, що несправності відсутні;
- реалізується вторинна система обробки різницевого сигналу, завданням якої є контроль стану інноваційного процесу на предмет зміни його властивостей за рахунок впливу появи несправності.

- надалі, у випадку виявлення несправності проводиться її локалізація та оцінювання нанесеного збитку з метою введення в дію компенсаційних схем.

Логіка дорожньої карти пояснюється небажанням погіршувати характеристики фільтра в режимі номінального функціонування, оскільки несправності виникають у край рідко і більшу частину часу фільтр Калмана працює коректно, а корегування оцінок проводиться лише одноразово у момент часу безпосередньо за фактом виявлення несправності. Формально-математична сторона питання зводиться до наступного. Розглянемо дискретну динамічну систему зі змінними параметрами, яка представлена рівняннями у термінах змінних станів

$$s(k) = \Sigma(k, k-1)s(k-1) + B(k, k-1)w_s(k-1) + \delta(k, \theta)v; \quad (4.36)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{w}_y(k), \quad (4.37)$$

де $\mathbf{s}(k)$ – n -мірний вектор стану, початкове значення якого $\mathbf{s}(0)$ являє собою гаусову випадкову величину, що має середнє значення \mathbf{s}_0 та апіорі задану кореляційну матрицю $\mathbf{P}(0)$; $\mathbf{w}_s(k)$ – дискретний білий гаусів шум, статистично незалежний від $\mathbf{s}(k)$, має нульове середнє значення $\mathcal{M}[\mathbf{w}_s(k)] = 0$ та апіорі задану коваріаційну матрицю $\mathcal{M}[\mathbf{w}_s(k)\mathbf{w}_s^T(k)] = \mathbf{Q}(k)$; $\mathbf{y}(k)$ – m -мірний вектор спостережень; $\mathbf{w}_y(k)$ – дискретний білий гаусів шум спостережень, статистично незалежний від $\mathbf{w}_s(k)$ та $\mathbf{s}(0)$ з апіорі заданими параметрами $\mathcal{M}[\mathbf{w}_y(k)] = 0$, $\mathcal{M}[\mathbf{w}_y(k)\mathbf{w}_y^T(k)] = \mathbf{R}(k)$. Остання складова у виразі (4.36) описує можливі несправності, що проявляються у вигляді стрибкоподібних змін у одній або більш змінних стану. $\delta(k, \theta)$ означає символ Кронекера, а θ – цілочислена позитивна змінна, яка приймає певне значення, пов'язане з моментом появи несправності, однак у випадку відсутності несправностей вона прямує до нескінченності; ν – невідомий розмір непередбаченої стрибкоподібної зміни. Щодо величини ν , то можна висунути два припущення: або це вільна змінна, тобто без уведення будь-яких обмежень, або існує певне число напрямків $\varphi_1, \dots, \varphi_L$, кожен з яких однозначно пов'язаний з відповідним типом несправності. Уведення таких напрямків дозволяє задавати сигнатуру несправностей. У цьому випадку величина ν може бути представлена, як складова вектора $\nu = \alpha\varphi_i$, де α – невідомий скаляр, а i – невідомий номер напрямку. Залежно від обраного варіанту опису несправності, розв'язки задачі будуть дещо відрізнятися. Розв'язок задачі полягає в одержанні методу виявлення стрибко-подібних змін, обумовлених появою несправності та оцінюванні стану системи $\mathbf{s}(k)$ за результатами проведених спостережень $\mathbf{y}(k)$. Слід зазначити що, незважаючи на удавану простоту, модель (4.36) досить універсальна. Наприклад, вона дозволяє враховувати несправності у підсистемі регулятора, які звичайно моделюються або у вигляді стрибків, або у вигляді зсувів, чи дрейфів у окремих змінних стану. Те ж саме можна сказати й про сенсорну підсистему, у якій присутні окремі аномальні помилки. Крім того, поява несправностей у підсистемах об'єкта контролю супроводжується, як правило, зародженням мультиплікативних ефектів з одночасним зростанням рівня

збурень. У першому наближенні, ці зміни можна враховувати уведенням адитивних складових у модель динаміки [190,191], тобто

$$\mathbf{s}(k) = [\boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) + \Delta\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\sigma}(k, \boldsymbol{\theta})]\mathbf{s}(k-1) + [\mathbf{B}(k, k-1) + \Delta\mathbf{B}\boldsymbol{\sigma}(k, \boldsymbol{\theta})]\mathbf{w}_s(k-1),$$

де $\boldsymbol{\sigma}(k, \boldsymbol{\theta})$ – функція одиничного стрибка.

Відповідно до наведеної дорожньої карти, на першому етапі слід реалізувати погоджений з гіпотезою H_0 модельно-умовний фільтр Калмана, використовуючи при цьому загальновідомі співвідношення [125]:

$$\mathbf{s}^*(k/k) = \mathbf{s}^*(k/k-1) + \mathbf{W}(k)\mathbf{r}(k),$$

де $\mathbf{s}^*(k/k-1) = \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)\mathbf{s}^*(k-1/k-1)$; $\mathbf{r}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\mathbf{s}^*(k/k-1)$. Тут уведені такі позначення: $\mathbf{s}^*(k/k)$ – поточна оцінка вектора стану $\mathbf{s}(k)$, що отримана на основі послідовності спостережень $\mathbf{Y}_1^k = [\mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(k)]$; $\mathbf{s}^*(k/k-1)$ – екстрапольована на один крок уперед оцінка вектора стану $\mathbf{s}(k)$; $\mathbf{W}(k) = \mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{P}_r^{-1}(k)$ – матриця передачі фільтра Калмана; $\mathbf{r}(k)$ – інноваційна послідовність різницевих сигналів, які вносять нову інформацію у підсистему фільтра; $\mathbf{P}_r(k)$ – кореляційна матриця інноваційного процесу, що обчислюється з використанням тільки апріорних даних $\mathbf{P}_r(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)$; $\mathbf{P}(k/k-1)$ – кореляційна матриця похибок екстраполяції на один крок уперед

$$\mathbf{P}(k/k-1) = \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)\mathbf{P}(k-1/k-1)\boldsymbol{\Sigma}^T(k, k-1) + \mathbf{B}(k, k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{B}^T(k, k-1);$$

та кореляційна матриця похибок фільтрації $\mathbf{P}(k/k) = \mathbf{P}(k/k-1)[\mathbf{I} - \mathbf{W}(k)\mathbf{H}(k)]$. Причому усі перераховані параметри допускають рекурентну форму обчислень.

Лінійність моделей (4.36)–(4.37) та фільтра дозволяють роздільно враховувати ефекти від впливу номінального режиму та режиму з наявністю несправностей, тобто передбачається справедливість адитивних співвідношень:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(k) &= \mathbf{s}_0(k) + \mathbf{s}_1(k); & \mathbf{s}^*(k/k) &= \mathbf{s}_0^*(k/k) + \mathbf{s}_1^*(k/k); \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{y}_0(k) + \mathbf{y}_1(k); & \mathbf{r}(k) &= \mathbf{r}_0(k) + \mathbf{r}_1(k) \end{aligned} \quad (4.38)$$

де індекси 0, 1 відповідають випадкам відсутності несправностей та їх наявності, відповідно. Методом математичної індукції нескладно показати, що компоненти з індексом 1 явно залежать від $\boldsymbol{\theta}$ і ν

$$s_1(k) = \Sigma(k, \theta) \mathbf{v}; \quad s_1^*(k/k) = S(k, \theta) \mathbf{v}; \quad y_1(k) = H(k) \Sigma(k, \theta) \mathbf{v}; \quad r_1(k) = G(k, \theta) \mathbf{v}, \quad (4.39)$$

причому матриці $\Sigma(k, \theta)$, $S(k, \theta)$, $G(k, \theta)$ будуть відмінними від нуля тільки при $k \geq \theta = k_I$, де k_I – момент появи несправності. Зазначені матриці також можна знайти методом математичної індукції:

$$\begin{aligned} \Sigma(k, \theta) &= \Sigma(k, k-1) \Sigma(k-1, \theta); \quad \Sigma(\theta, \theta) = I; \quad S(k, \theta) = \sum_{j=\theta}^k \Theta(k, j) W(j) H(j) \Sigma(j, \theta); \\ G(k, \theta) &= H(k) [\Sigma(k, \theta) - \Sigma(k, k-1) S(k-1, \theta)]. \end{aligned} \quad (4.40)$$

При $k \geq \theta$ $\Theta(k, \theta)$ відмінно від нуля і визначається виразами

$$\Theta(k, \theta) = [I - W(k) H(k)] \Sigma(k, k-1) \Theta(k-1, \theta), \quad \Theta(\theta, \theta) = I. \quad (4.41)$$

Сукупність рівнянь (4.38)–(4.41) дозволяє сформулювати задачу розрізнення двох альтернативних гіпотез у вигляді:

$$\begin{cases} H_0 : \mathbf{r}(k) = \mathbf{r}_0(k) - \text{система справна} \\ H_1 : \mathbf{r}(k) = \mathbf{r}_0(k) + \mathbf{r}_1(k) = \mathbf{r}_0(k) + G(k, \theta) \mathbf{v} - \text{система несправна} \end{cases} \quad (4.42)$$

де $\mathbf{r}_0(k)$ – інноваційний дискретний процес у фільтрі Калмана, що має нульове середнє значення і кореляційну матрицю $P_r(k)$. Далі доречно врахувати апріорну інформацію про тип несправності \mathbf{v} , чи це вільна складова, чи $\mathbf{v} = \alpha \boldsymbol{\varphi}_i$, де α – невідомий скаляр, а i – невідомий номер напрямку з обмеженої множини напрямків $\boldsymbol{\varphi}_1, \dots, \boldsymbol{\varphi}_L$, кожен з яких однозначно пов'язаний з відповідним типом несправності. Далі будуть розглянуті обидва випадки.

Відсутність обмежень на тип несправності. Беручи до уваги зроблені зауваження, перейдемо до реалізації другого етапу наміченої програми – синтезу пристрою виявлення несправності та оцінки моменту її появи. Оскільки статистичні характеристики змінних θ і \mathbf{v} вважаються невідомими, то застосування стандартного відношення правдоподібності для розв'язку задачі розрізнення вищезазначених гіпотез (4.42) є неправомірним. В умовах статистичної невизначеності слід скористатися рекомендаціями [138] та застосувати метод узагальненого відношення правдоподібності

$$L(k) = \frac{p[\mathbf{r}(1), \dots, \mathbf{r}(k) / \mathcal{H}_1, \theta = \theta^*(k), \mathbf{v} = \mathbf{v}^*(k)]}{p[\mathbf{r}(1), \dots, \mathbf{r}(k) / \mathcal{H}_0]} \underset{<_0}{\overset{\geq_{\mathcal{H}_1}}{>}} l_0, \quad (4.43)$$

де $p[\cdot]$ – функція правдоподібності за умови справедливості гіпотез \mathcal{H}_1 и \mathcal{H}_0 , відповідно; $\theta = \theta^*(k)$, $\nu = \nu^*(k)$ – максимально правдоподібні оцінки моменту появи несправності та її розміру. Для обчислення цих оцінок необхідно розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial p[\mathbf{r}(1), \dots, \mathbf{r}(k) / \mathcal{H}_1, \boldsymbol{\theta}(k), \boldsymbol{\nu}(k)]}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} = 0; \\ \frac{\partial p[\mathbf{r}(1), \dots, \mathbf{r}(k) / \mathcal{H}_1, \boldsymbol{\theta}(k), \boldsymbol{\nu}(k)]}{\partial \boldsymbol{\nu}(k)} = 0. \end{cases} \quad (4.44)$$

Оскільки умовні густини розподілу ймовірностей, що входять до виразу (4.44) є гаусовими з параметрами:

$$[\mathbf{r}(j) / \mathcal{H}_0, \boldsymbol{\theta}(k), \boldsymbol{\nu}(k)] = N[0, \mathbf{P}_r(j)]; \quad [\mathbf{r}(j) / \mathcal{H}_1, \boldsymbol{\theta}^*(k), \boldsymbol{\nu}^*(k)] = N[\mathbf{G}(k, \boldsymbol{\theta}), \mathbf{P}_r(j)],$$

то процедура обчислення оцінок може бути спрощена за рахунок уведення операції логарифмування з наступною максимізацією частини виразу (4.45), яка залежить від ν :

$$l(k, \boldsymbol{\theta}) = 2 \ln L(k, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{j=1}^k \mathbf{r}^T(j) \mathbf{P}_r^{-1}(j) \mathbf{r}(j) - \sum_{j=1}^k \left\{ \mathbf{r}(j) - \mathbf{G}[k, \boldsymbol{\theta}^*(k)] \boldsymbol{\nu}^*(k) \right\}^T \mathbf{P}_r^{-1}(j) \left\{ \mathbf{r}(j) - \mathbf{G}[k, \boldsymbol{\theta}^*(k)] \boldsymbol{\nu}^*(k) \right\}. \quad (4.45)$$

Для обчислення оцінки розміру несправності $\nu^*(k)$ за критерієм максимальної правдоподібності необхідно визначити похідну по ν від суми квадратичних форм

$$\sum_{j=1}^k \left\{ \mathbf{r}(j) - \mathbf{G}[k, \boldsymbol{\theta}^*(k)] \boldsymbol{\nu}^*(k) \right\}^T \mathbf{P}_r^{-1}(j) \left\{ \mathbf{r}(j) - \mathbf{G}[k, \boldsymbol{\theta}^*(k)] \boldsymbol{\nu}^*(k) \right\}$$

та прирівняти її до нуля. Розв'язавши це рівняння відносно ν за умови, що оцінка $\boldsymbol{\theta}^*(k)$ відома, можна встановити явну залежність оцінки $\nu^*(k)$ від $\boldsymbol{\theta}^*(k)$

$$\boldsymbol{\nu}^*(k) = \boldsymbol{\Xi}^{-1}[k, \boldsymbol{\theta}^*(k)] \mathbf{d}[k, \boldsymbol{\theta}^*(k)]; \quad (4.46)$$

$$\boldsymbol{\Xi}[k, \boldsymbol{\theta}^*(k)] = \sum_{j=1}^k \mathbf{G}^T(j, \boldsymbol{\theta}) \mathbf{P}_r^{-1}(j) \mathbf{G}(j, \boldsymbol{\theta}); \quad (4.47)$$

$$\mathbf{d}[k, \boldsymbol{\theta}(k)] = \sum_{j=1}^k \mathbf{G}^T(j, \boldsymbol{\theta}) \mathbf{P}_r^{-1}(j) \mathbf{r}(j), \quad (4.48)$$

де $\boldsymbol{\Xi}[k, \boldsymbol{\theta}(k)]$ – детермінована матриця, а $\mathbf{d}[k, \boldsymbol{\theta}(k)]$ лінійна комбінація відліків різницевого сигналу. Слід зазначити, що багато складових, які входять до виразів

(4.46)–(4.47) є нульовими, тому що $\mathbf{G}(j, \theta) = 0$ для всіх $j < \theta$. Лінійну комбінацію (4.48) відліків різницевого сигналу часто інтерпретують [124 с. 135,136] як результат роботи дискретного узгодженого фільтра, що формує достатню статистику, необхідну для процедури прийняття рішення. На заключному кроці цієї процедури визначається максимально правдоподібна оцінка моменту появи несправності $\theta^*(k)$ шляхом знаходження максимуму виразу

$$l[k, \theta^*] = \max_{\tilde{\theta}} \mathbf{d}^T [k, \tilde{\theta}] \mathbf{\Sigma}^{-1} [k, \tilde{\theta}] \mathbf{d} [k, \tilde{\theta}] \quad (4.49)$$

за змінною $\tilde{\theta}$ у межах $\tilde{\theta} \leq k$. Таким чином, остаточний вигляд правила прийняття рішення буде таким: $l[k, \theta^*] \stackrel{\geq H_1}{< H_0} \lambda_0 = 2 \ln l_0$.

Оскільки розглянуті системи відносяться до класу систем реального часу, то з ростом змінної k пропорційно зростає число необхідних узгоджувальних фільтрів, а це означає, що обсяг обчислень буде зростати необмежено. У цьому випадку діють традиційно – обсяг даних, що враховуються, обмежують M останніми результатами [191]. При цьому оцінку $\theta^*(k)$ слід шукати тільки у межах «ковзного» вікна даних $k - M < \tilde{\theta} \leq k$. Така апроксимація не буде вносити істотних похибок, якщо вибирати ширину вікна даних досить великою. Питання вибору прийнятної ширини вікна є одним з головних і вирішується шляхом ретельного математичного моделювання методом Монте-Карло.

Несправності орієнтованого типу. Тут кожен тип несправності асоціюється з рухом уздовж певного напрямку, так що $\nu = \alpha \varphi_i$, де α – невідома скалярна величина, а i – невідомий номер напрямку прояву несправності з обмеженої множини постульованих напрямків $\varphi_1, \dots, \varphi_L$. Вказана множина утворює сигнатуру несправностей, що надалі підлягатимуть розпізнаванню. У цьому разі, застосування методу узагальненого відношення правдоподібності приводить до оцінки невідомої скалярної величини $\alpha^*(k)$ за формулою

$$\alpha^*(k) = \frac{b[k, \theta^*(k), i^*(k)]}{a[k, \theta^*(k), i^*(k)]}, \quad (4.50)$$

де $\theta^*(k), i^*(k)$ – оцінки моменту появи несправності та номеру напрямку, пов'язаного з конкретним типом несправності, відповідно. Ці оцінки знаходяться шляхом максимізації достатньої статистики

$$l[k, \theta^*, i^*] = \max_{\theta, i} \frac{b^2(k, \widetilde{\theta}, \widetilde{i})}{a(k, \widetilde{\theta}, \widetilde{i})}, \quad (4.51)$$

де $a(k, \theta, i) = \varphi_i^T \Xi[k, \theta] \varphi_i$; $b(k, \theta, i) = \varphi_i^T d[k, \theta]$, $i = 1, \dots, L$. Прийняття рішення про виявлення несправності виконується за правилом $l[k, \theta^*(k), i^*(k)] \underset{< \mathcal{H}_0}{\overset{\geq \mathcal{H}_1}{\geq}} \varepsilon_0$.

Граничне значення порогу для прийняття рішення є параметром проектування і вибирається з компромісних міркувань між ймовірностями хибної тривоги та правильного виявлення. У загальному випадку, матриці $\Xi(j, \theta), G(j, \theta), S(j, \theta), P_r(j)$ є змінними у часі. Звичайно, якщо розглядається стаціонарна система або оптимальний фільтр Калмана, що працює в усталеному режимі, то

$$\Xi(j, \theta) = \Xi(j - \theta, 0), \quad G(j, \theta) = G(j - \theta, 0), \quad S(j, \theta) = S(j - \theta, 0), \quad P_r(j) = P_r(0).$$

Це суттєво спрощує необхідні обчислення та процес їх зберігання. Проте, у будь-якому разі необхідні обчислення потрібно виконати хоча б один раз і бажано у рекурсивній формі, що дає можливість послідовно обчислювати відношення правдоподібності $l[k, \theta^*]$ у темпі реального часу у термінах матриць $\Xi(j, \theta), G(j, \theta), S(j, \theta), P_r(j)$. Якщо обмежити ширину «ковзного» вікна величиною M , то діагностична процедура буде складатися з наступних кроків:

1. Для усіх $k - M < \theta \leq k$ слід обчислити матриці $\Xi^{-1}[k, \tilde{\theta}]$, $d[k, \tilde{\theta}]$, які пов'язані з попередніми $(M-1)$ ітераціями

$$\Xi(k, \theta) = G^T(k, \theta) P_r^{-1}(k) G(k, \theta) + \Xi(k-1, \theta); \quad d(k, \theta) = G^T(k, \theta) P_r^{-1}(k) r(k) + d(k-1, \theta).$$

2. Для обчислення матриці $G(k, \theta)$ слід користуватися формулами:

$$G(k, \theta) = H(k) [\Sigma(k, \theta) - \Sigma(k, k-1) S(k-1, \theta)], \quad S(k, \theta) = W(k) [G(k, \theta) + \Sigma(k, k-1) S(k-1, \theta)], \quad k - M < \theta \leq k$$

та $(2M-2)$ рекурентними співвідношеннями для $\Sigma(k, k-1)$ и $\Theta(k, \theta)$:

$$\Sigma(k, \theta) = \Sigma(k, k-1) \Sigma(k-1, \theta), \quad \Sigma(\theta, \theta) = I; \quad \Theta(k, \theta) = [I - W(k) H(k)] \Sigma(k, k-1) \Theta(k-1, \theta), \quad \Theta(\theta, \theta) = I.$$

3. Новими елементами, необхідними для сукупності вищенаведених рівнянь є лише ті, які відповідають появі стрибка у момент часу k :

$$\Xi(k, k) = \mathbf{H}^T(k) \mathbf{P}^{-1}_r(k) \mathbf{H}(k); \quad (4.52)$$

$$d(k, k) = \mathbf{H}^T(k) \mathbf{P}^{-1}_r(k) \mathbf{r}(k); \quad (4.53)$$

$$\Sigma(k, k) = \mathbf{W}(k) \mathbf{H}(k). \quad (4.54)$$

Якщо система стаціонарна, то обчислення (4.52) – (4.54) необхідно провести тільки один раз, для перших M спостережень, які зберігаються у пам'яті для усіх наступних ітерацій. Щодо вибору мінімального значення ширини «ковзного» вікна M_{min} слід проявляти певну обережність через можливу втрату відновлювальних властивостей системи, що унеможливить обчислення оберненої матриці $\Xi^{-1}[k, \theta]$ для усіх $\theta > k - M_{min}$. У цьому разі можна поради вибір деякого значення M' , що лежить в інтервалі $(M_{min} - M)$, а процедура оптимізації стає обмеженою і проводиться у діапазоні $k - M < \theta \leq k - M'$. У тому випадку, коли контрольована система втрачає відновлювальну властивість, тобто матриця відновлюваності стає виродженою, можна зробити спробу знайти наближений розв'язок шляхом використання псевдо оберненої матриці Мура–Пенроуза $\Xi^\# [k, \theta]$, що призводить до обмеження числа можливих напрямків прояву несправностей, і таким чином вирішується задача оптимізації у підпросторі меншої розмірності. Частково це питання розглядалося у підрозділі 2.7, пов'язаного з синтезом детермінованого пристрою відновлення повного порядку, інваріантного до невизначених входів. Надалі ця методика буде запроваджена у підрозділі 4.5 для стохастичного варіанту постановки задачі.

Прямі методи компенсації дії виявлених несправностей. Оскільки метод узагальненого відношення правдоподібності дозволяє виявляти та ідентифікувати стрибкоподібні зміни вектора стану, то логічним видається наступний крок – застосувати представлену можливість для наступної корекції фільтра з метою зменшення невизначеності, що обумовлена появою несправності. Для цього можна звернутися до виразів (4.38), побудованих на використанні принципу суперпозиції. Якщо параметри θ і ν відомі точно, то нова оцінка може бути записана як

$$\mathbf{s}_H^*(k/k) = \mathbf{s}_0^*(k/k) + \mathbf{s}_1(k) = \mathbf{s}_c^*(k/k) + \mathbf{s}_1(k) - \mathbf{s}_1^*(k/k),$$

де $\mathbf{s}_H^*(k/k)$ – нова оцінка, яка сформована фільтром після введення сигналу компенсації; $\mathbf{s}_c^*(k/k)$ – стара оцінка, обчислена фільтром до введення сигналу компенсації; $\mathbf{s}_0^*(k/k)$ – частина оцінки вектора стану, обчислена у припущенні, що несправність у системі відсутня. Складова $\mathbf{s}_1^*(k/k)$ – являє собою ту частину оцінки вектора стану, яка обумовлена винятково впливом появи несправності. За наявності високоточних оцінок θ^* і ν^* отриманих, наприклад, методом максимуму правдоподібності, на основі співвідношень (4.39) можна одержати прийнятну апроксимацію нової оцінки у вигляді

$$\mathbf{s}_H^*(k/k) = \mathbf{s}_c^*(k/k) + \left\{ \Sigma[k, \theta^*(k)] - \mathcal{S}[k, \theta^*(k)] \right\} \nu^*(k). \quad (4.55)$$

Щодо особливостей роботи схеми компенсації (4.55), то слід зазначити:

1. Для одержання якісних оцінок θ^* , ν^* ковзне вікно повинно мати відповідну ширину M . Природно, що це буде супроводжуватись затримкою процесу оцінювання моменту появи несправності і запізненням в уведенні компенсаційного сигналу. Ця особливість вимагає ретельного моделювання з метою забезпечення необхідного компромісу.

2. Друга особливість, пов'язана з тим, що після виявлення несправності та оцінювання її інтенсивності уводиться компенсаційний сигнал у вигляді додатку $\left\{ \Sigma[k, \theta^*(k)] - \mathcal{S}[k, \theta^*(k)] \right\} \nu^*(k)$, який повинен зберігатися у пам'яті. Однак, для наступних моментів часу він може виявитись занадто великим і стати причиною вторинних спотворень. Тому рекомендується лише одноразова корекція, тобто після уведення коригувального сигналу, слід негайно повертати схему «виявлення-оцінювання» до початкового стану. Оскільки, для уведення коригувальної дії немає потреби у перерахуванні у режимі реального часу ніяких параметрів фільтра – ні матриці передачі, ні коваріаційної матриці похибок фільтрації, то зазначену схему прийнято відносити до пасивних засобів адаптації. Недоліки таких засобів швидко проявляються при використанні оцінок θ і ν низької якості у вигляді

втрати стійкості, тобто помилки в оцінюванні v^* породжують додаткові «фіктивні» несправності і навпаки. Щоб уникнути таких неприємностей можна штучно збільшувати коваріаційну матрицю похибок фільтрації, що дасть змогу враховувати деградацію якості оцінювання через вплив несправностей.

Непрямі методи корекції дії виявлених несправностей. Приріст оцінки, який вводився за допомогою рівняння (4.55), являє собою незміщену оцінку оцінювання вектора стану контрольованого об'єкту, обумовлену виключно дією непередбачуваної несправності. Оскільки її розмір $v^*(k)$ оцінювався на основі ковзного часового вікна обмеженої ширини M , то через уведену корекцію невизначеність нової оцінки $s_H^*(k/k)$ стала вищою ніж старої $s_c^*(k/k)$, узгодженої з гіпотезою H_0 – система справна. Надалі, для отримання більш уточнених поточних оцінок $s_H^*(k/k)$ необхідна додаткова інформація, яка б характеризувала зростання невизначеності після уведення корекції. Її можна, у першому наближенні, враховувати шляхом штучного збільшення коваріаційної матриці похибок оцінювання. Слід зауважити, що уведення у фільтр Калмана завищеної кореляційної матриці похибок оцінювання можливе і без уведення прямої компенсаційної добавки $\{\Sigma[k, \theta^*(k)] - S[k, \theta^*(k)]\} v^*(k)$. У такому разі компенсація буде непрямою за рахунок збільшення смуги пропускання фільтра, що робить його більш сприйнятливим до швидких змін у потоці вхідних даних. Можна показати [192], що коваріаційна матриця похибок оцінювання розміру несправності $v^*(k)$ визначається матрицею $\Xi^{-1}[k, \theta^*(k)]$, де $\Xi(k, \theta)$ – інформаційна матриця Фішера, узгоджена з гіпотезою H_1 . Тоді, якщо фільтр Калмана втрачає чутливість до швидких змін, тобто його матричний коефіцієнт передачі стає дуже малою величиною, то прийнятною апроксимацією збільшеної невизначеності у оцінках $s_H^*(k/k)$ може бути величина

$$P_H(k/k) \cong P_c(k/k) + \Sigma[k, \theta^*(k)] \Xi^{-1}[k, \theta^*(k)] \Sigma^T[k, \theta^*(k)]. \quad (4.56)$$

Оскільки це лише перше наближення, то надалі можливо, за аналогією (4.1), буде необхідним увести ваговий множник q до другої складової виразу (4.56) для отримання адекватних характеристик точності процесу фільтрації.

4.5 Оптимальні стохастичні пристрої відновлення для дискретних систем з невизначеними збуреннями та шумом [135,136]

Задача виявлення та локалізації несправностей у стохастичних системах за наявності шумів і невизначеностей, пов'язаних з впливом збурень та помилок моделювання довгий час не привертала уваги, незважаючи на те, що в дійсності переважна більшість систем зазнають впливу саме обох зазначених факторів. Деякою мірою, це можна пояснити відсутністю ефективних методів проектування оптимальних пристроїв відновлення з розв'язкою стосовно невизначених входів і лише недавно у цьому напрямку намітився певний прогрес [22, 67,193,194]. У даному підрозділі розглядаються методи виявлення та локалізації несправностей з використанням модифікованого оптимального стохастичного відновника повного порядку, який має відносно просту структуру і дозволяє здійснювати ефективну розв'язку від присутніх збурень. При цьому виключаються надмірно складні обчислення властиві іншим методам проектування спостерігачів з невизначеними входами [195,196]. Вільні параметри, що залишаються після здійснення операції декомпозиції, можуть бути використані для гарантування того, що оцінювання буде виконано з мінімальною дисперсією за умови, що шум, діючий на систему має задані статистичні характеристики. Для встановлення факту відбулася несправність чи ні, використовується процедура тестування різницевого сигналу, заснована на методі перевірки статистичних гіпотез. У зв'язку з цим розглянемо математичну модель нестационарної дискретної системи

$$y(k) = H(k)s(k) + v(k); \quad (4.57)$$

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + \Gamma(k+1,k)u(k) + \Omega(k+1,k)d(k) + w(k), \quad (4.58)$$

де $s(k) \in R^n$ являє собою n -мірний вектор стану; $y(k) \in R^m$ – m -мірний вектор спостережень; $u(k) \in R^p$ – точно відомий вектор входу; $d(k) \in R^l$ – вектор збурень, який мислиться як невідомий та неконтрольований вхід; $w(k), v(k)$ – білі гаусові шумові послідовності з нульовим середнім значенням та заданими кореляційними матрицями $Q(k), R(k)$. $H(k), \Sigma(k+1,k), \Gamma(k+1,k), \Omega(k+1,k)$ – точно відомі сис-

темні матриці відповідних розмірів. Вираз $\Omega(k+1, k)d(k)$ можна використовувати для опису різноманітних типів невизначеностей пов'язаних з моделюванням, наприклад, перехресних взаємозв'язків у системах великої розмірності, складові нелінійної динаміки системи, помилки лінеаризації, заниження порядку моделі, неконтрольовані зміни параметрів. Проте, слід звернути увагу на проблеми, що з'являються при представленні помилок моделювання у якості збурень. Однією з таких проблем є те, що матриці розподілу у деяких випадках можуть змінюватись у часі. Передбачається, що при оцінюванні стану динамічної системи з невідомими збуреннями використовується оптимальний відновник, структура якого задається виразами [75]:

$$z(k+1) = A(k+1, k)z(k) + T(k+1, k)\Gamma(k+1, k)u(k) + W(k+1)y(k+1), \quad (4.59)$$

$$s^*(k+1/k+1) = z(k+1) + C(k+1)y(k+1). \quad (4.60)$$

Тут матриці $A(k+1, k), T(k+1, k), W(k+1), C(k+1)$ повинні бути визначені таким чином, щоб оцінки мали мінімальну дисперсію, і в той же час вони були б розв'язані від збурень. Структура відновника показана на рис. 4.1.

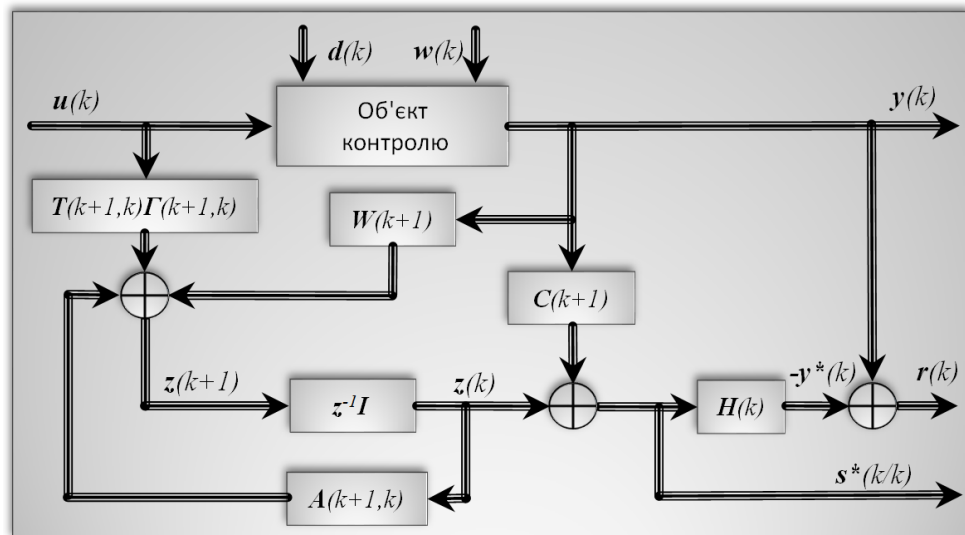


Рис 4.1. Схема формування різницевого сигналу інваріантного до невизначених збурень

Застосуємо спостерігач (4.59)–(4.60) до системи (4.57)–(4.58) та визначимо похибку оцінювання відповідно до методики, викладеної у підрозділі 2.7. Зазначена похибка $\Delta s(k+1) \triangleq s(k+1) - s^*(k+1/k+1)$ може бути представлена у вигляді:

$$\Delta s(k+1) = s(k+1) - [z(k+1) + C(k+1)y(k+1)] = [I - C(k+1)H(k)]s(k+1) - C(k+1)v(k+1) -$$

$$\begin{aligned}
& -\{A(k+1,k)z(k) + T(k+1,k)\Gamma(k+1,k)u(k) + [W_1(k+1) + W_2(k+1)]y(k)\} = \\
& = [I - C(k+1)H(k)]s(k+1) - C(k+1)v(k+1) - T(k+1,k)\Gamma(k+1,k)u(k) - \\
& - A(k+1,k)[s(k) - \Delta s(k) - C(k)y(k)] - W_1(k+1)[H(k)s(k) + v(k)] - W_2(k+1)y(k) = \\
& = A(k+1,k)\Delta s(k) - W_1(k+1)v(k) - C(k+1)v(k+1) + \\
& + [I - C(k+1)H(k)]w(k) - \{A(k+1,k) - [I - C(k+1)H(k)]\Sigma(k+1,k) + W_1(k+1)H(k)\}s(k) + \\
& + [I - C(k+1)H(k)]\Omega(k+1,k)d(k) - [W_2(k+1) - A(k+1,k)C(k)]y(k) - \\
& - \{T(k+1,k) - [I - C(k+1)H(k)]\}\Gamma(k+1,k)u(k), \quad \text{де } W(k+1) = W_1(k+1) + W_2(k+1).
\end{aligned}$$

Якщо виконуються нижчезазначені вимоги:

$$\Omega(k+1,k) = C(k+1)H(k)\Omega(k+1,k); \quad (4.61)$$

$$T(k+1,k) = I - C(k+1)H(k); \quad (4.62)$$

$$A(k+1,k) = \Sigma(k+1,k)[I - C(k+1)H(k)] - W_1(k+1)H(k); \quad (4.63)$$

$$W_2(k+1) = A(k+1,k)C(k), \quad (4.64)$$

то похибку оцінювання стане можливим виразити у вигляді

$$\Delta s(k+1) = A(k+1,k)\Delta s(k) - W_1(k+1)v(k) - C(k+1)v(k+1) + T(k+1,k)w(k). \quad (4.65)$$

У більш доступній формі це просто означатиме, що коли матриця $A(k+1,k)$ є стійкою, то математичне сподівання похибки оцінювання Δs прагне до нуля, а математичне очікування оцінки $s^*(k)$ асимптотично прямує до середнього значення вектора стану s . Окрім того, з рівняння (4.65) видно, що невідомий вектор збурень усунутий з похибки оцінювання за умови дотримання співвідношень (4.61)–(4.64). У процесі проектування відновника, розв'язаного зі збуреннями необхідно вибирати матриці $C(k+1)$ так, щоб виконувалось рівняння (4.61), а $W_1(k+1)$ – щоб забезпечити стійкість матриці $A(k+1,k)$. Після того як зазначені матриці обрані, інші матриці обчислюються з рівнянь (4.62)–(4.64). Як і в підрозділі 2.7, тут центральним питанням є визначення умов, за яких існує розв'язок рівняння (4.61). Відповідь дається наступною лемою:

Лема 4.5.1. *Необхідною та достатньою умовою існування розв'язку рівняння $\Omega(k+1,k) = C(k+1)H(k)\Omega(k+1,k)$ є умова: $\text{rank}[H(k)\Omega(k+1,k)] = \text{rank}[\Omega(k+1,k)]$.* (4.66)

Оскільки доведення цієї леми за формою співпадає з раніше приведеним (див. Лема 2.7.1), то тут заради стислості викладу та з метою уникнення повторень воно не приводиться. Рівняння (4.66) однозначно визначає умови, за яких можлива декомпозиція, тобто роз'єднання збурень. Для виконання цих умов число незалежних рядків матриці $\mathbf{H}(k)$ повинно бути не меншим числа незалежних стовпців матриці $\mathbf{\Omega}(k+1, k)$. Це означає, що максимальне число збурень, які можна розв'язати, не повинне перевищувати числа незалежних спостережень [197]. У тому випадку, коли ці умови виконуються, загальний розв'язок рівняння (4.66) буде наступним [137]:

$$\mathbf{C}(k+1) = \mathbf{C}_0(k+1) + \mathbf{C}_1(k+1)\mathbf{C}_2(k+1); \quad (4.67)$$

$$\mathbf{C}_0(k+1) = \mathbf{\Omega}(k+1, k)[\mathbf{H}(k)\mathbf{\Omega}(k+1, k)]^\#; \quad (4.68)$$

$$\mathbf{C}_2(k+1) = \mathbf{I}_m - [\mathbf{H}(k)\mathbf{\Omega}(k+1, k)][\mathbf{H}(k)\mathbf{\Omega}(k+1, k)]^\#, \quad (4.69)$$

де символ $\#(\cdot)$ означає операцію псевдо інверсії Мура–Пенроуза.

При цьому на матрицю $\mathbf{C}_1(k+1)$ розміром $(n \times m)$ ніяких обмежень не накладається, тобто вона може обиратися довільно. У більшості випадків з метою спрощення процесу проектування матриця $\mathbf{C}_1(k+1)$ вибирається нульовою [137]:

$$\mathbf{C}(k+1) = \mathbf{C}_0(k+1) = \mathbf{\Omega}(k+1, k)[\mathbf{H}(k)\mathbf{\Omega}(k+1, k)]^\#. \quad (4.70)$$

Збіжність (стійкість) оцінок $\mathbf{s}^*(k+1/k+1)$ залежить від матриці спостерігача $\mathbf{A}(k+1, k)$. У тому разі, коли матриця $\mathbf{C}_1(k+1)$ уже була вибраною, то вищеназвана матриця може бути визначеною у такий спосіб:

$$\mathbf{A}(k+1, k) = \mathbf{\Sigma}_1(k+1, k) - \mathbf{W}_1(k+1)\mathbf{H}(k), \quad (4.71)$$

$$\text{де } \mathbf{\Sigma}_1(k+1, k) = \mathbf{\Sigma}(k+1, k)[\mathbf{I} - \mathbf{C}(k+1)\mathbf{H}(k)]. \quad (4.72)$$

Матрицю $\mathbf{W}_1(k+1)$ доцільно вибирати так, щоб спроектований стохастичний відновник залишався стійким. При розгляді найпростішого випадку – системи з постійними параметрами, стійкість матриці $\mathbf{A}(k+1, k)$ нескладно забезпечити шляхом розміщення полюсів за умови, що пара $[\mathbf{\Sigma}_1(k+1, k), \mathbf{H}(k)]$ є спостережуваною. Для систем зі змінними параметрами стійкість матриці $\mathbf{A}(k+1, k)$ перевірити дещо складніше, однак збіжність не буде проблемною, якщо власні значення

кожної з матриць $A(k+1, k)$ розташовувати в межах одиничного кола комплексної площини за допомогою відповідного вибору матриці $W_1(k+1)$.

Для того, щоб оцінити якість оцінювання вводиться поняття коваріаційної матриці $P(k/k)$, яка визначається в такий спосіб:

$$P(k/k) \triangleq \mathcal{M}\left\{\left[s(k) - s^*(k/k)\right]\left[s(k) - s^*(k/k)\right]^T\right\}. \quad (4.73)$$

Неважко побачити, що її можна розраховувати виходячи з рівняння (4.65)

$$P(k+1/k+1) = \left[\Sigma_1(k+1, k) - W_1(k+1)H(k)\right]P(k/k)\left[\Sigma_1(k+1, k) - W_1(k+1)H(k)\right]^T + \\ + W_1(k+1)R(k)W_1^T(k+1) + T(k+1, k)Q(k)T^T(k+1, k) + C(k+1)R(k+1)C^T(k+1). \quad (4.74)$$

Оптимальною буде та оцінка, яка має мінімальну дисперсію. З рівняння (4.74) видно, що коваріаційна матриця похибок оцінювання скеровується матрицею $W_1(k+1)$. Приведемо тепер теорему, яка дозволяє одержати матрицю $W_1(k+1)$, що забезпечує досягнення мінімуму дисперсії похибок оцінювання.

Теорема 4.5.1. *Похибка оцінювання $\Delta s(k+1)$ досягає мінімального значення тоді, коли матриця передачі $W_1(k+1)$ буде визначатись рівнянням*

$$W_1(k+1) = \Sigma_1(k+1, k)P(k/k)H^T(k)\left[H(k)P(k/k)H^T(k) + R(k)\right]^{-1}. \quad (4.75)$$

Доведення. Представимо вираз для коваріаційної матриці похибок оцінювання (2.109) у дещо зміненій формі

$$P(k+1/k+1) = \Sigma_1(k+1, k)P(k/k)\Sigma_1^T(k+1, k) + T(k+1, k)Q(k)T^T(k+1, k) + \\ + C(k+1)R(k+1)C^T(k+1) - W_1(k+1)H(k)P(k/k)\Sigma_1^T(k+1, k) - \\ - \Sigma_1(k+1, k)P(k/k)H^T(k) + W_1(k+1)\left[H(k)P(k/k)H^T(k) + R(k)\right]W_1^T(k+1).$$

Оскільки $R(k)$ позитивно означена матриця, то вираз $H(k)P(k/k)H^T(k) + R(k)$ є також позитивно означеним. Це означає, що завжди існує така обернена матриця $\Pi(k)$ [45], що $H(k)P(k/k)H^T(k) + R(k) = \Pi(k)\Pi^T(k)$. Уведемо позначення нової змінної $Z(k+1/k) \triangleq \Sigma_1(k+1, k)P(k/k)H^T(k)\left[\Pi^T(k)\right]^{-1}$, тоді стане можливим виразити коваріаційну матрицю похибок оцінювання $P(k+1/k+1)$ в термінах $Z(k+1/k)$ як

$$P(k+1/k+1) = \Sigma_1(k+1, k)P(k/k)\Sigma_1^T(k+1, k) + C(k+1)R(k+1)C^T(k+1) -$$

$$-Z^{(k+1/k)}Z^T(k+1/k) + [W_1(k+1)\Pi(k) - Z^{(k+1/k)}][W_1(k+1)\Pi(k) - Z^{(k+1/k)}]^T + T(k+1,k)Q(k)T^T(k+1,k).$$

Для мінімізації коваріаційної матриці похибок оцінювання необхідно мінімізувати слід матриці $tr[P^{(k+1/k+1)}]$, але для цього треба зробити так, щоб вираз $W_1(k+1)\Pi(k) - Z^{(k+1/k)}$ став рівним нулю, а це означає, що рівняння (4.75) є слушним, і ми одержуємо, що

$$P^{(k+1/k+1)} = \Sigma_1(k+1,k)P_1^{(k+1/k+1)}\Sigma_1^T(k+1,k) + T(k+1,k)Q(k)T^T(k+1,k) + C(k+1)R(k+1)C^T(k+1), \quad (4.76)$$

$$\text{де } P_1^{(k+1/k+1)} = P^{(k/k)} - W_1(k+1)H(k)P^{(k/k)}\Sigma_1^T(k+1,k). \quad \blacksquare \quad (4.77)$$

На основі отриманих результатів доцільно рекомендувати наступний порядок синтезу відновника для оптимального оцінювання вектора стану системи за наявності невизначених і неконтрольованих входів, який представлено у табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Рекомендований порядок синтезу фільтра Калмана з невизначеними входами (МФК)

1	Виставлення початкових значень: $P^{(0)} = P(0); C(0) = 0; k = 0.$ $z(0) = s(0) - H(0)\Omega(0)[H(0)\Omega(0)]^* y(0)$
2	Обчислення $C(k+1)$ з використанням рівняння (4.70).
3	Використовуючи рівняння (4.75) та (4.77), обчислюємо матриці: $W_1(k+1), P_1^{(k+1/k+1)}$
4	Обчислюємо матриці $T(k+1,k), A(k+1,k), W_2(k+1)$, скориставшись при цьому рівняннями (4.62) – (4.64) та співвідношенням $W(k+1) = W_1(k+1) + W_2(k+1)$.
5	На основі рівнянь (4.59) та (4.60) обчислюємо $z(k+1)$ та оцінки $s^*(k+1/k+1)$.
6	З використанням рівнянь (4.76) та (4.77) обчислюємо матрицю $P(k+1/k+1)$.
7	Надаємо нове значення величині $k = k+1$ та переходимо до кроку 2.

Важливо підкреслити, що рівняння оптимального оцінювання, які представлені у даному підрозділі – еквівалентні рівнянням стандартного фільтра Калмана для системи без збурень, якщо покласти $C(k+1)=0$, а $T(k+1,k) = I$ за умови відсутності збурень, тобто $\Omega(k+1,k) = 0$. Окрім того, розв'язок для матриці $C(k+1)$ може бути і неєдиним, оскільки вона вибирається довільно. Шляхом відповідного вибору вільної матриці $C_1(k+1)$ похибку оцінювання можна ще дещо зменшити,

однак це приведе до надмірного ускладнення обчислювальної процедури. Тому на практиці обмежуються значенням $C_1(k+1)$, виходячи з (4.70).

З метою виявлення несправностей та їх індикації можна утворити різнице-вий сигнал, використовуючи при цьому оцінки виходу

$$\mathbf{r}(k) \triangleq \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}^*(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{H}(k)\mathbf{C}(k)]\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\mathbf{z}(k). \quad (4.78)$$

Покажемо це на прикладі динамічної системи за наявності несправностей у регуляторі та сенсорній підсистемі, яка може бути представлена моделлю:

$$\mathbf{s}(k+1) = \Sigma(k+1, k)\mathbf{s}(k) + \Gamma(k+1, k)\mathbf{u}(k) + \Omega(k+1, k)\mathbf{d}(k) + \Gamma(k+1, k)\mathbf{f}_a(k) + \mathbf{w}(k); \quad (4.79)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{f}_s(k) + \mathbf{v}(k), \quad (4.80)$$

де $\mathbf{f}_a(k) \in \mathbf{R}^q$ вектор несправностей в підсистемах регулятора, а $\mathbf{f}_s(k) \in \mathbf{R}^m$ – вектор несправностей у сенсорній підсистемі. Застосовуючи попередню методику, можна показати, що похибка оцінювання вектора стану та різницевий сигнал визначаються системою рівнянь:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{s}(k+1) &= \mathbf{A}(k+1, k)\Delta \mathbf{s}(k) + \mathbf{W}_1(k+1)\mathbf{v}(k) - \mathbf{C}(k+1)\mathbf{v}(k+1) + \mathbf{T}(k+1, k)\mathbf{w}(k) + \\ &+ \mathbf{W}_1(k+1)\mathbf{f}_s(k) - \mathbf{C}(k+1)\mathbf{f}_s(k+1) + \mathbf{T}(k+1, k)\Gamma(k+1, k)\mathbf{f}_a(k); \end{aligned} \quad (4.81)$$

$$\mathbf{r}(k+1) = \mathbf{H}(k+1)\Delta \mathbf{s}(k+1) + \mathbf{v}(k+1) + \mathbf{f}_s(k+1). \quad (4.82)$$

Аналіз рівняння (4.82) показує, що складова з невідомими збуреннями $\Omega(k+1, k)\mathbf{d}(k)$ не впливає на різницевий сигнал, і у цьому сенсі різницевий сигнал є інваріантним по відношенню до невизначених входів. Оскільки похибка оцінювання має мінімальну дисперсію, то різницевий сигнал є також оптимальним по відношенню до шумів із заданими статистичними характеристиками. Надалі різницевий сигнал може бути підданий статистичному випробовуванню на предмет розрізнення двох альтернативних гіпотез H_0 і H_1 . Гіпотеза H_0 відповідає випадку роботи системи у нормальному режимі, тобто без несправностей, а гіпотезі H_1 відповідає режим роботи з несправностями. Для нормального режиму роботи, статистичними характеристиками різницевого сигналу будуть:

$$\mathbf{H}_0 : \begin{cases} \mathcal{M}\{\mathbf{r}(k+1)\} = \mathbf{0}; \\ \mathcal{M}\{\mathbf{r}(k+1)\mathbf{r}^T(k+1)\} \triangleq \mathbf{P}_r(k+1/k) = \mathbf{H}(k+1)\mathbf{P}(k/k)\mathbf{H}^T(k+1) + \mathbf{R}(k+1). \end{cases} \quad (4.83)$$

У разі появи несправностей (гіпотеза H_1) статистичні властивості різницевого сигналу будуть відрізнятися від властивостей нормального режиму (4.83). Таким чином, задача виявлення несправностей полягає в розрізненні цих гіпотез. З цією метою можна скористатись одним з відомих методів, наприклад методом узагальненого відношення правдоподібності, або методом послідовного статистичного аналізу Вальда [41,190]. Якщо припустити, що випадкові послідовності $w(k), v(k)$ є гаусовими, то різницевий сингал також буде мати розподіл Гаусса. За таких припущень у якості функції прийняття рішень доцільно прийняти величину $\varphi(k+1) = \mathbf{r}(k+1) \mathbf{P}_r^{-1} \binom{k+1}{k} \mathbf{r}^T(k+1)$ [174], яка буде мати розподіл χ^2 з m степенями волі, де m визначається розмірністю різницевого сигналу. Тепер правило виявлення несправності буде полягати у перевірці виконання умови:

$$\begin{cases} \varphi(k+1) \geq \varphi_0 & - \text{несправність має місце;} \\ \varphi(k+1) < \varphi_0 & - \text{несправність відсутня.} \end{cases}$$

Граничне значення φ_0 знаходиться з таблиць χ^2 розподілу, а умовна ймовірність $p\{\varphi(k+1) < \varphi_0 / H_0\} = p_f$, що має назву ймовірності хибної тривоги, повинна задаватись апріорі проектувальником. Функція прийняття рішень $\varphi(k+1)$ розрахована на використання лише одного значення різницевого сигналу $\mathbf{r}(k+1)$. Для збільшення достовірності результатів статистичного тестування, варто скористатись послідовністю різницевих сигналів, що знаходяться у часовому вікні даних. Неважко переконатись, що коваріація $\text{cov}\{\mathbf{r}(k+1)\mathbf{r}(k)\} \neq \mathbf{0}$, тобто результуюча послідовність не є білою, незважаючи на те, що послідовності $w(k)$ і $v(k)$ були білими. Звичайно, через це суттєво зростатимуть труднощі обчислювального характеру, проте вони є виправданими гарантуванням точного відділення різницевого сигналу от від впливу невідомих і неконтрольованих збурень. Це має важливе значення для тих випадків, коли невідомі збурення чинять більш суттєвий вплив на різницевий сингал ніж шумова складова [198].

4.6. Висновки

1. У практичній діяльності нерідко трапляються випадки, коли несправності у підсистемах регулятора, об'єкта контролю або у сенсорній підсистемі з'являються час від часу епізодично і настільки рідко, що статистичні дані про частоту їх появи відсутні. У такому разі застосування байєсового підходу стає неправомірним, а у руках проектувальника залишається лише єдиний інструмент – модельно-умовний фільтр Калмана, налаштований на номінальний режим роботи об'єкта контролю. Проте такий фільтр формує оптимальну оцінку вектору стану на основі усієї попередньої історії і з часом стає занадто інерційним і повільно реагує на швидкі зміни у результатах окремих спостережень. Одним із можливих шляхів вирішення проблеми може бути застосування компенсаційних схем, заснованих на принципах підвищення чутливості фільтра Калмана до раптових змін.

2. Пошукові роботи з цієї тематики розвивались у декількох напрямках. Роботи першого напрямку пов'язані з розширенням смуги пропускання фільтра порівняно з оптимальною, унаслідок чого процес фільтрації ставав квазіоптимальним. Саме за рахунок цього підвищується чутливість фільтра до раптових змін у вхідних даних. З цією метою застосовувалось обмеження знизу величини матричного коефіцієнта передачі, коваріаційної матриці похибок фільтрації, або тривалості пам'яті фільтра шляхом уведення двох-шкальної схеми фільтрації. До недоліків цих схем слід віднести відсутність систематичної процедури вибору нижньої границі значень змінюваних параметрів, візуальний шлях спостереження характерних змін у поведінці поточних оцінок та відсутність можливості подальшої локалізації виявлених несправностей. Зазначені фактори значною мірою гальмують впровадження цих методик у інженерну практику.

Ідейну основу робіт другого напрямку склали роботи засновані на принципах декомпозиції розширеного фільтра Калмана за методом Фрідланда, спеціалізованих фільтрів чутливих до несправностей та модифікованих стохастичних відновників Луенбергера, розв'язаних від невизначених входів у вигляді невідомих збурень, впливу неадекватності прийнятої моделі, нелінійних факторів, похибок

лінеаризації, вимушеного заниження порядку фільтра та тощо. При цьому процедура фільтрації зводилась до встановлення факту та моменту часу появи несправності, виконання на макрорівні процедури її локалізації, прийняття рішень про подальшу придатність системи з урахуванням деградації її якісних показників та можливість введення компенсаційних заходів з метою усунення негативних наслідків дії виявлених несправностей. Поставлена мета досягалась шляхом ускладнення розрахунків у режимі реального часу та необхідності великого об'єму попереднього моделювання за методом Монте–Карло.

Основу третього напрямку склали роботи, пов'язані з використанням елементів параметричної або (та) структурної адаптації системи у темпі реального часу. У випадку стохастичної постановки задачі це передбачає застосування методів сукупного виявлення, оцінювання та ідентифікації, як параметрів системи, так і її структури. Недоліки таких схем відзначались автором у низці робіт, зокрема у монографії [11], де підкреслювалось, що складність обчислювального процесу та значна повільність процесу адаптації можуть бути неприпустимими для низки об'єктів зі швидкою динамікою.

3. Суть декомпозиції схеми фільтрації за методом Фрідланда полягає у розділенні розширеного фільтра Калмана на два паралельно і автономно працюючі фільтри, один з яких оцінює вектор стану об'єкта за умови відсутності несправностей, а інший оцінює їх у незалежний спосіб. Здійснена декомпозиція сприяє розвантаженню обчислювальної системи. Показано, що зазначена структура, у цілому, є лише квазіоптимальною, а умова її локальної оптимальності полягає у відсутності стохастичної складової у моделі динаміки непередбачуваної несправності. Ця умова суттєво ускладнює процедуру синтезу оптимального двокаскадного фільтра Калмана, оскільки не гарантує збіжності отриманих оцінок, і не зовсім очевидно, як її можливо обійти або послабити. Певні міркування щодо цього факту будуть викладені у наступному розділі у зв'язку з проблемою ідентифікації несправностей.

4. Система виявляючих фільтрів реалізується за наявності додаткових обмежень, що мають місце у інженерній практиці, а саме: несправності трапляються

час від часу настільки рідко, що статистичні дані про частоту їх появи відсутні; виключаються випадки одночасної появи двох і більше несправностей; у розпорядженні спостерігача є достатньо часу для прийняття рішення. До розв'язку зазначеної задачі, входять наступні етапи: реалізується фільтр Калмана за умови, що несправності відсутні; синтезується вторинна система обробки різницевого сигналу, завданням якої є контроль стану інноваційного процесу на предмет зміни його властивостей за рахунок впливу появи несправності; надалі проводиться її локалізація та оцінювання нанесеного збитку з метою введення в дію компенсаційних схем. Така логіка пояснюється небажанням погіршувати характеристики фільтра в режимі номінального функціонування, оскільки несправності виникають украй рідко і більшу частину часу фільтр Калмана працює коректно, а корегування оцінок проводиться лише одноразово у момент часу безпосередньо за фактом виявлення несправності. Основним недоліком методу є його обчислювальна складність та особливості схем вторинної обробки. Зокрема, для одержання якісних оцінок моменту появи несправності та її розміру, ковзне вікно осереднення повинно мати відповідну ширину. Природно, що це буде супроводжуватись затримкою процесу оцінювання моменту появи несправності і запізненням в уведенні компенсаційного сигналу. Ця особливість вимагає ретельного попереднього моделювання з метою забезпечення необхідного компромісу. Друга особливість стосується вибору мінімальної ширини ковзного вікна. Тут слід проявляти певну обережність через можливу втрату відновлювальних властивостей системи, що унеможливить обчислення низки обернених матриць. У цьому разі можна зробити спробу знайти наближений розв'язок шляхом використання псевдообернених матриць Мура–Пенроуза, що призводить до обмеження числа можливих напрямків прояву несправностей, і таким чином вирішується задача оптимізації у підпросторі меншої розмірності.

5. Пристрої виявлення та локалізації несправностей з розв'язкою від невізначених входів, по суті, є модифікованими функціональними відновниками o'Reilly повного порядку [75]. Вони мають відносно просту структуру, при цьому виключаються надмірно складні обчислення, властиві іншим відомим методам

проектування. Вільні параметри, що залишаються після проведення операції декомпозиції, можуть бути використані для гарантування оцінювання з мінімальною дисперсією. Відповідно до доказаних теорем формуються умови, за яких існує розв'язок задачі декомпозиції та пропонується методика проектування оптимального стохастичного пристрою відновлення з невизначеними входами, а для встановлення факту появи несправності застосовується класичний тест перевірки статистичних гіпотез.

РОЗДІЛ 5

ІДЕНТИФІКАЦІЯ НЕСПРАВНОСТЕЙ МЕТОДАМИ ЛОКАЛЬНО ОПТИМАЛЬНОГО РОЗДІЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ

У цьому розділі, що завершує теоретичну частину дисертаційної роботи, розглядається низка задач, поєднаних спільною метою – сукупного оцінювання станів лінійних стохастичних систем та супутніх несправностей за наявності збурень, структура яких вважається невизначеною. Це може бути корисним для розв'язку задач, пов'язаних з проблемами відмовостійкого керування [23], або ж мати самостійне значення у випадку функціональної діагностики [15,199]. У змістовному плані розділ побудовано на основі використання результатів двох фундаментальних робіт [186,200] та низки авторських публікацій [116,189,201,202]. У підрозділі 5.1 висвітлено поточний стан вищезгаданої проблеми з дотриманням певного хронологічного порядку. У підрозділі 5.2 використання геометричного підходу [86,203] дозволило виконати синтез фільтра, спроможного виявляти несправності та виконувати їх локалізацію за умови відсутності супутніх збурень. Підрозділи 5.3–5.4 присвячені методам синтезу фільтрів для роздільного оцінювання несправностей та вектора стану системи, що засновані на концепції Кітанідіса [200,204]. У підрозділах 5.5 та 5.6 розглянуті методи синтезу розширених локально-оптимальних фільтрів для роздільного оцінювання вектора несправностей та стану системи за умови використання математичних моделей дестабілізуючих факторів. Синтез цих фільтрів опирається на концепцію Фрідланда [186]. Підсумки результатів досліджень з цього напрямку представлені у підрозділі 5.7.

5.1 Хронологічний аспект та поточний стан розвитку напрямку

На практиці нерідко трапляються випадки, коли динаміка фізичних систем зазнає раптових змін. Це, як правило, призводить до погіршення їх якісних показників. У першому наближенні, такі зміни можна класифікувати як несправності або відмови. Причиною вищезгаданих змін може бути некоректна робота окремих технічних пристроїв або підсистем. У зв'язку з цим система може стати нездатною

виконати поставлену перед нею задачу. Зазвичай, для підтримання постійної працездатності системи використовують інтуїтивно зрозумілу ідею компенсації впливу несправностей за рахунок апаратно-архітектурної або функціональної надлишковості [23]. Головна увага у цьому розділі зосереджена на проблемі своєчасного виявлення несправностей та їх розпізнавання шляхом застосування локально-оптимальних методів роздільного оцінювання, зокрема, модельно-орієнтованих. За відносно невеликий проміжок часу було розроблено декілька базових підходів до розв'язку зазначеної проблеми, характерні особливості яких аналізувались у роботах оглядового характеру [10,63,64,108,141,205,206], а прикладні частково відображені у роботах [207-209]. Видано декілька монографій та посібників, присвячених окремим аспектам діагностики несправностей в лінійних динамічних системах [28,50,210,211].

Перший з цих підходів використовує концепцію розширення вектора стану номінальної системи за рахунок внесення у її математичну модель фіктивного невідомого векторного входу, асоційованого з впливом діючих несправностей та збурень. Проте вона передбачає наявність апріорно заданої моделі невідомого входу, при цьому оптимальний розв'язок задачі оцінювання гарантується розширеним фільтром Калмана. Однак, за великого числа врахованих несправностей та збурень розмірність розширеного фільтра Калмана буде набагато перевищувати розмірність власне самої системи. З метою зниження обчислювальних витрат Фрідланд [186] запропонував апроксимувати розширений фільтр Калмана паралельною автономно діючою каскадною структурою меншої розмірності. Пізніше виявилось, що запропонована структура є лише квазіоптимальною у сенсі еквівалентності до виходів розширеного фільтра Калмана, а розповсюдження базових положень роботи Фрідланда на стохастичний тип несправностей та збурень наштовхнулось на значні труднощі практичного характеру [199,210,211]. На сьогоднішній день основні зусилля спрямовуються на пошук методів апроксимації розширеного фільтра Калмана, що поєднують прийнятну точність з обмеженнями, не занадто обтяжливими для практичних втілень [212-216]. Наприклад, з цією метою

Кім та ін. [217] розробляли адаптивний варіант двокаскадного фільтра Фрідланда та аналізували його стійкість [218].

Основою альтернативної концепції є припущення, що будь-якої апріорної інформації щодо динамічних властивостей невідомих входів не існує. Кітанідіс [200] був першим, хто почав вирішувати цю проблему з метою одержання лінійних незміщених оцінок з мінімальною узагальненою дисперсією за рахунок введення обмежень, що накладались на структуру досліджуваної системи. Дораух та ін. [219-222,224] узагальнили результати Кітанідіса, застосувавши при цьому параметричний підхід для отримання оптимальних оцінок. Дещо пізніше Хші [198,223] отримав оптимальний фільтр з мінімальною дисперсією, який враховував проблему деградації характеристик точності, притаманної фільтрам Кітанідіса.

Массонія, Уайт і Шпеєр [86,203] розв'язували задачу виявлення несправностей та їх локалізацію за допомогою геометричного підходу, формуючи при цьому різницеві сигнали з направленими властивостями. Відносно недавно, Лю та Сі [225] запропонували відновник повного порядку, здатний виявляти та розпізнавати множинні несправності в лінійних динамічних системах неперервного часу. Матриця передачі відновника вибиралась таким чином, щоб кожен елемент векторного різницевого сигналу був пов'язаним лише з однією конкретною несправністю, і у той же час був розв'язаним від інших типів несправностей із апріорі заданої множини. Метод виявився працездатним лише за умови, коли стовпці матриці виявлення виражались через власні значення матриці передачі відновника. У наступному підрозділі автором цей метод модифіковано з метою розповсюдження результатів роботи [225] на випадок лінійної дискретної системи, що зазнає впливу множинних несправностей та збурень, де несправності інтерпретуються у вигляді адитивних збурень з невизначеною структурою. Така апроксимація основана на припущенні, що такі різні фізичні процеси як несправності та збурення у багатьох випадках діють на систему однаково, а саме – погіршують її точність, і у цьому сенсі їх можна вважати, у першому наближенні, еквівалентними.

5.2 Синтез фільтра для роздільного виявлення несправностей та їх ідентифікації в лінійних системах дискретного часу [201]

У цьому підрозділі, опираючись на поняття та термінологію роботи [225], розглянута задача синтезу пристрою роздільного виявлення несправностей та їх ідентифікації в лінійних стаціонарних системах дискретного часу. Результат синтезу представлений у вигляді паралельної структури, що складається з двох незалежно працюючих фільтрів калманівського типу. Перший з них обчислює оцінку вектора стану системи без урахування впливу несправностей, а інший, виродженого типу, формує оцінку несправностей. Лінійно зважена комбінація їх виходів утворює підсумкову оцінку вектора стану. Кожен фільтр має розмірність нижчу за розмірність досліджуваної системи, і використовує процедуру розщеплення різницевого сигналу. На відміну від фільтра Кітанідіса [200], розщеплення відбувається до процесу оцінювання, що дає змогу отримати певні заощадження обчислювальних ресурсів, але за рахунок додатково уведених обмежень та втрат точності. У цілому синтезований фільтр є лише квазіоптимальним. Задача синтезу виконана для двох варіантів постановки задачі: детермінованої та стохастичної.

5.2.1 Детермінований варіант постановки задачі

Припустимо, що лінійна динамічна система дискретного часу, яка зазнає впливу раптових несправностей або збурень, допускає опис у вигляді рівнянь

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{W}_s \mathbf{s}(k) + \mathbf{G}_s \mathbf{u}(k) + \mathbf{F}_s \mathbf{f}(k); \quad \mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_y \mathbf{s}(k), \quad (5.1)$$

з початковими умовами $\mathbf{s}(0) = \mathbf{s}_0$; $\mathbf{u}(0) = \mathbf{0}$; $\mathbf{f}(0) = \mathbf{0}$. Тут введені такі позначення: $\mathbf{s}(k) \in \mathcal{R}^n$ – вектор стану системи, $\mathbf{y}(k) \in \mathcal{R}^m$ – вектор спостережень $\mathbf{u}(k) \in \mathcal{R}^q$ – точно відомий вектор керування; $\mathbf{f}(k) \in \mathcal{R}^p$ – вектор несправностей, структура якого є невизначеною; $\mathbf{F}_s = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_p]$ – матриця апріорі заданих напрямків $\boldsymbol{\varphi}_i$, сукупність яких описує сигнатуру можливих несправностей. Передбачається, що усі системні матриці відомі, мають відповідні розмірності, і являють собою матриці повного рангу. За заданих початкових умов вектор виходу системи (5.1) у довільний момент часу k визначається відомим співвідношенням [28]

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^k \mathbf{s}(0) + \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{i-1} \mathbf{G}_s \mathbf{u}(k-i) + \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{i-1} \mathbf{F}_s \mathbf{f}(k-i). \quad (5.2)$$

Згідно термінології роботи [225], уведемо показник виявлення несправності:

$$\theta_i \triangleq \min \{m : \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{m-1} \boldsymbol{\varphi}_i \neq 0; m = 1, 2, \dots\}; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (5.3)$$

де $\boldsymbol{\varphi}_i$ являє собою i -й стовпець матриці \mathbf{F}_s . Цей показник характеризує число спостережень, у яких несправність проявилась у явній формі. Якщо у системі (5.1) число показників виявлення обмежене, то матрицю виявлення несправностей можна визначати у вигляді

$$\mathbf{Q}_\theta = [\mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{\theta_1-1} \boldsymbol{\varphi}_1, \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{\theta_2-1} \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{\theta_p-1} \boldsymbol{\varphi}_p], \quad (5.4)$$

де $\mathbf{Q}_\theta \in \mathcal{R}^{m \times p}$, θ_i , $i = 1, 2, \dots, p$ – показник виявлення несправності, що пов'язаний з $\boldsymbol{\varphi}_i$ векторним напрямком. Уведений метод опису розподілу несправностей за ап-ріорі уведеними напрямками допускає групування і впорядкування стовпців матриці \mathbf{F}_s і вектора $\mathbf{f}(k)$ у відповідності з показником виявлення несправності за кожним напрямком $\boldsymbol{\varphi}_i$. Зазвичай, сукупність несправностей, що описується виразом $\sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{i-1} \mathbf{F}_s \mathbf{f}(k-i)$, підлягає сортуванню від найменшого значення показника θ_i до найбільшого його значення. При цьому матриця виявлення несправностей \mathbf{F}_s та вектор $\mathbf{f}(k)$ зазнають змін, які можна описати наступним чином:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= [\mathbf{H}_y \mathbf{F}_1 \quad \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s \mathbf{F}_2 \quad \dots \quad \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{z-1} \mathbf{F}_z], \quad \mathbf{F}_l = [\boldsymbol{\varphi}_m \quad \dots \quad \boldsymbol{\varphi}_l]: \boldsymbol{\varphi}_m \neq \boldsymbol{\varphi}_l^{\wedge \theta_m = \theta_l}; \\ &\quad \forall l = 1, 2, \dots, z = \max(\theta_i), \quad \forall m = 1, 2, \dots, z = \max(\theta_i); \\ \boldsymbol{\omega} &= [\mathbf{f}^1(k-1) \quad \mathbf{f}^2(k-1) \quad \dots \quad \mathbf{f}^z(k-z)]; \quad \mathbf{f}^l(k-l) = [\mathbf{f}_m(k-l) \quad \dots \quad \mathbf{f}_l(k-l)]; \\ &\quad \forall l = 1, 2, \dots, z = \max(\theta_i), \quad \forall m = 1, 2, \dots, z = \max(\theta_i). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Незважаючи на складність загального опису алгоритму сортування, його результати є відносно простими. Наприклад, для матриці $\mathbf{F}_s = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \boldsymbol{\varphi}_3]$ за показників виявлення несправностей $\theta_1 = 1$; $\theta_2 = 2$; $\theta_3 = 3$ отримуємо

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{H}_y \boldsymbol{\varphi}_1, \quad \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s \boldsymbol{\varphi}_2, \quad \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^2 \boldsymbol{\varphi}_3].$$

Підставимо співвідношення (5.5) у рівняння (5.2) і відокремимо результати минулих спостережень $(k-i)$ від от спостережень поточного часу k :

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^k \mathbf{s}(0) + \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{i-1} \mathbf{G}_s \mathbf{u}(k-i) + \sum_{i=2}^{k-1} \mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}(k-i) + \mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}(k-1). \quad (5.6)$$

Неважко помітити, що перші два доданки формули (5.6) описують еволюцію системи у відповідності до апріорі заданої моделі, тобто без врахування впливів несправностей. Третя та четверта складові враховують лише вплив минулих та поточних несправностей. Якщо припустити, що до моменту часу k система була справною, то природньо що складову $\sum_{i=2}^{k-1} \mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}(k-i)$ слід прирівняти до нуля. Тому за номінального режиму роботи включно до моменту часу k рівняння виходу системи (5.1) зазнає еквівалентного перетворення:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^k \mathbf{s}(0) + \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{i-1} \mathbf{G}_s \mathbf{u}(k-i) + \mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}(k-1),$$

яке нескладно привести до виду

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_y \mathbf{s}(k) + \mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}(k-1). \quad (5.7)$$

У підсумку отримуємо рівняння виходу (5.7), у якому вплив несправностей відокремлено від впливу керівного входу та внутрішньої динаміки системи. Цей результат є відправною точкою у проектуванні розщепленого фільтра, здатного роздільно оцінювати вектор стану системи, виявляти та ідентифікувати поодинокі або множинні несправності, що з'являються одночасно або послідовно у часі.

Загальновідомо, що стандартний фільтр Калмана, призначений для оцінювання станів лінійних систем дискретного часу допускає опис у формі спостерігача Луенбергера [75]:

$$\mathbf{s}^* \left(\frac{k+1}{k+1} \right) = \mathbf{W}_s \mathbf{s}^* \left(\frac{k}{k} \right) + \mathbf{G}_s \mathbf{u}(k) + \mathbf{K} \mathbf{r}(k); \quad (5.8)$$

$$\mathbf{y}^* (k) = \mathbf{H}_y \mathbf{s}^* \left(\frac{k}{k} \right) \quad (5.9)$$

де $\mathbf{s}^* \left(\frac{k}{k} \right)$ – оцінка вектора стану системи, $\mathbf{y}^* (k)$ – оцінка виходу систем, \mathbf{K} – матриця передачі спостерігача, $\mathbf{r}(k)$ – різницевий сигнал, що визначається виразом $\mathbf{r}(k) \triangleq \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}^* (k)$. Для того, щоб виконати синтез фільтра чутливого до неспра-

вностей слід врахувати раніше отримане співвідношення e (5.7) для різницевого сигналу. У зв'язку з цим отримуємо

$$r(k) = H_y e(k) + Q\omega(k-1) \quad (5.10)$$

де $e(k) \triangleq s(k) - s^*(k/k)$ – похибка оцінювання вектора стану. Неважко помітити, що у виразі (5.10) присутні дві складові. Перша з них $H_y e(k)$ являє собою похибку оцінювання вектора стану системи, яка ігнорує вплив несправностей (збурень), а друга $Q\omega(k-1)$ – спотворює різницевий сигнал. Перша складова містить інформацію необхідну для виконання корекції прогнозованого значення вектора стану, в той же час друга складова перешкоджає виконанню цієї корекції шляхом внесення зсувів у підсумкову оцінку. Цілком очевидно, що для отримання незміщених оцінок вектору станів матрицю передачі фільтра слід відокремити від впливу другої складової. Для цього уведемо дві додаткові послідовності $r_0(k)$ і $r_1(k)$, що пов'язані з інноваційним процесом

$$\begin{bmatrix} r_0(k) \\ r_1(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_0 \\ \Pi_1 \end{bmatrix} r(k). \quad (5.11)$$

Матриці Π_0 , і Π_1 будуть визначені дещо пізніше. У підсумку отримуємо

$$\begin{aligned} r_0(k) &= \Pi_0 H_y e(k) + \Pi_0 Q\omega(k-1); \\ r_1(k) &= \Pi_1 H_y e(k) + \Pi_1 Q\omega(k-1). \end{aligned} \quad (5.12)$$

Для обчислення незміщених оцінок вектора станів, вільних від впливу несправностей або збурень слід користуватись першим рядком виразу (5.12), а нижній рядок цього ж виразу повинен визначати оцінку розміру вищеназваних несправностей або збурень. З цією метою уводяться два обмеження для матриць Π_0 і Π_1

$$\Pi_0 Q = 0; \quad \Pi_1 Q = I. \quad (5.13)$$

Якщо увести ці обмеження в рівняння (5.12), то вищезгадані послідовності приймають вигляд:

$$r_0(k) = \Pi_0 H_y e(k); \quad r_1(k) = \Pi_1 H_y e(k) + \omega(k-1). \quad (5.14)$$

Послідовність $r_0(k)$ дозволяє виконувати корекцію передбачуваних оцінок станів, а послідовність $r_1(k)$ можна використовувати для оцінювання розміру збурень або несправностей. Підставивши вираз (5.14) у формул (5.8) – (5.9) та виконавши нескладні операції, можна записати вираз для фільтра чутливого до несправностей у вигляді

$$\begin{aligned} s^*(k+1/k+1) &= W_s s^*(k/k) + G_s u(k) + \left([K \ \Omega] \begin{bmatrix} \Pi_0 \\ \Pi_1 \end{bmatrix} \right) r(k); \\ r_1(k) &= \Pi_1 r(k); \quad y^*(k) = H_y s^*(k/k). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Тут матриця Ω описує шляхи розповсюдження несправностей у системі, яка згідно [225] визначається як

$$\Omega \triangleq W_s \begin{bmatrix} F_1 & W_s F_2 & \dots & W_s^{z-1} F_z \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Якщо увести додаткові позначення $H = \Pi_0 H_y$; $W = W_s - \Omega \Pi_1 H$, то це дасть можливість отримати модифікований фільтр Калмана, адаптований до умов задачі, що розглядається у цьому підрозділі:

$$\begin{aligned} s^*(k+1/k+1) &= [W - KH] s^*(k/k) + G_s u(k) + [K \Pi_0 + \Omega \Pi_1] y(k); \\ r_1(k) &= \Pi_1 r(k); \quad y^*(k) = H_y s^*(k/k). \end{aligned} \quad (5.17)$$

Неважко помітити, що цей фільтр одночасно оцінює, як вектор стану системи, так і вектор прогнозованих спостережень разом з розмірами несправностей або збурень. Наостанок залишилась проблема вибору величини матричного коефіцієнта передачі. Тут особливих обмежень не має, за винятком гарантування стійкості матриці $[W - KH]$. Для цього слід розташувати полюси відновлюваності у межах кола одиничного радіусу, що можна здійснити за допомогою відомої команди з пакету моделювання MatLab. За відсутності шумів у системі, не виключено, що матриця передачі синтезованого фільтра за аналогією з фільтром Калмана може стати занадто великою (необмеженою), і це відповідає випадку появи, так званого виродженого спостерігача. Проте для стохастичних систем ця матриця регулюється за рахунок рівнів присутніх шумів. Саме така ситуація розглядається у наступному підрозділі.

5.2.2 Стохастичний варіант постановки задачі [201]

Доповнимо рівняння (5.1) стохастичними складовими $\mathbf{w}_s(k)$ і $\mathbf{w}_y(k)$,

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{W}_s \mathbf{s}(k) + \mathbf{G}_s \mathbf{u}(k) + \mathbf{F}_s \mathbf{f}(k) + \mathbf{w}_s(k); \quad (5.18)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_y \mathbf{s}(k) + \mathbf{w}_y(k). \quad (5.19)$$

Передбачається, що $\text{rank}(\mathbf{H}_y) = m$, а $\text{rank}(\mathbf{F}_s) = p$, а стохастичні складові $\mathbf{w}_s(k)$, $\mathbf{w}_y(k)$ являють собою незалежні шумові послідовності з нульовими середніми значеннями та заданими коваріаційними матрицями

$$\mathcal{M} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{w}_s(k) \\ \mathbf{w}_y(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_s(j) \\ \mathbf{w}_y(j) \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \delta(k, j), \quad \mathbf{R}_s \geq \mathbf{0}. \quad (5.20)$$

Вектор початкового стану $\mathbf{s}(0)$ не корелює з шумовими послідовностями $\mathbf{w}_s(k)$, $\mathbf{w}_y(k)$, і являє собою гаусову випадкову змінну з параметрами $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\} = \bar{\mathbf{s}}_0$;

$\mathcal{M}\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{s}(0) - \bar{\mathbf{s}}_0 \\ \mathbf{s}(0) - \bar{\mathbf{s}}_0 \end{bmatrix}^T \right\} = \mathbf{P}_0$. Окрім того, залишаються справедливими озна-

чення показнику $\theta_i \triangleq \min\{m : \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{m-1} \boldsymbol{\varphi}_i \neq \mathbf{0}; m = 1, 2, \dots\}; i = 1, 2, \dots, p$ виявлення не-

справності (5.3) та матриці виявлення несправностей (5.4) $\mathbf{Q}_\theta = \mathbf{H}_y \boldsymbol{\Psi}$, де з метою

скорочення позначень уведена нова змінна $\boldsymbol{\Psi} \triangleq [\mathbf{W}_s^{\theta_1-1} \boldsymbol{\varphi}_1, \mathbf{W}_s^{\theta_2-1} \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \mathbf{W}_s^{\theta_p-1} \boldsymbol{\varphi}_p]$.

Припустимо, що система має обмежену кількість показників виявлення несправностей. Максимальний з них позначимо як $z = \max\{\theta_i, i = 1, 2, \dots, p\}$. Далі виконаємо

процедуру групування компонентів вектора несправностей за показником виявлення у порядку зростання $\bar{\mathbf{f}}(k) = [\bar{\mathbf{f}}_1^T(k) \ \bar{\mathbf{f}}_2^T(k) \ \dots \ \bar{\mathbf{f}}_z^T(k)]$. Тут через

$\bar{\mathbf{f}}_i^T(k)$ позначена та частина несправностей, що належить до простору \mathfrak{R}_i^p і має

показник виявлення θ_i з відповідною матрицею виявлення $\mathbf{F}_i \in \mathfrak{R}^{n,p}$. У такому

разі рівняння системи (5.18)–(5.19) можуть бути переписаними у еквівалентній формі

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{W}_s \mathbf{s}(k) + \mathbf{G}_s \mathbf{u}(k) + \overline{\mathbf{F}_s} \bar{\mathbf{f}}(k) + \mathbf{w}_s(k); \quad (5.21)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_y \mathbf{s}(k) + \mathbf{w}_y(k), \quad (5.22)$$

$$\overline{\mathbf{Q}}_\theta = \mathbf{H}_y \overline{\Psi}, \quad \overline{\Psi} \triangleq \left[\overline{\mathbf{F}}_1 \ \overline{\mathbf{W}}_s \ \overline{\mathbf{F}}_2 \ \dots \ \overline{\mathbf{W}}_s^{z-1} \ \overline{\mathbf{F}}_z \right]. \quad (5.22a)$$

Далі розглянемо фільтр Калмана, рівняння якого записані у формі функціонального спостерігача О'рейлі [75]:

$$\mathbf{s}^*(k+1/k+1) = \overline{\mathbf{W}}_s \mathbf{s}^*(k/k) + \mathbf{G}_s \mathbf{u}(k) + \mathbf{K}(k) \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{y}^*(k) \right]; \quad (5.23)$$

$$\mathbf{y}^*(k) = \mathbf{H}_y \mathbf{s}^*(k/k). \quad (5.24)$$

Застосуємо спостерігач (5.23)–(5.24) до системи (5.21)–(5.22) та знайдемо динаміку розповсюдження похибки $\mathbf{e}(k) \triangleq \left[\mathbf{s}(k) - \mathbf{s}^*(k/k) \right]$ оцінювання вектора стану системи $\mathbf{e}(k) \in \mathfrak{R}^n$ та її виходу $\mathbf{r}(k) \triangleq \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{y}^*(k) \right] \in \mathfrak{R}^m$:

$$\mathbf{e}(k+1) = \left[\overline{\mathbf{W}}_s - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_y \right] \mathbf{e}(k) + \overline{\mathbf{F}}_s \mathbf{f}(k) - \mathbf{K}(k) \mathbf{w}_y(k) + \mathbf{w}_s(k); \quad (5.25)$$

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{H}_y(k) \mathbf{e}(k) + \mathbf{w}_y(k). \quad (5.26)$$

Тепер припустимо, що адитивний тип несправності з'явився у момент часу τ , тоді для усіх $k > \tau + z$ вихідний різницевий сигнал $\mathbf{r}(k)$ за допомогою рівнянь (5.25)–(5.26) може бути приведений до форми:

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{r}_0(k) + \boldsymbol{\rho}(k, \tau) \left[\overline{\mathbf{f}}^T(\tau) \dots \overline{\mathbf{f}}^T(k-z) \dots \overline{\mathbf{f}}^T(k-2), \overline{\mathbf{f}}^T(k-1) \right]^T, \quad (5.27)$$

де $\boldsymbol{\rho}(k, \tau) = \mathbf{H}_y \left[\mathbf{B}(k-1, \tau) \overline{\mathbf{F}} \dots \mathbf{B}(k-1, k-(z-1)) \overline{\mathbf{F}} \dots \mathbf{B}(k-1) \overline{\mathbf{F}} \overline{\mathbf{F}} \right]$;

$$\mathbf{B}(k-1, k-j) = \mathbf{B}(k-1) \mathbf{B}(k-2) \dots \mathbf{B}(k-j);$$

$$\mathbf{B}(k) = \left[\overline{\mathbf{W}}_s - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_y \right].$$

Позначення $\mathbf{r}_0(k)$ та $\mathbf{e}_0(k)$ відображають ту частину різницевого сигналу, яка має місце при відсутності несправності в системі:

$$\mathbf{r}_0(k) = \mathbf{H}_y \mathbf{e}_0(k) + \mathbf{w}_y(k); \quad (5.28)$$

$$\mathbf{e}_0(k+1) = \left[\overline{\mathbf{W}}_s - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_y \right] \mathbf{e}_0(k) - \mathbf{K}(k) \mathbf{w}_y(k) + \mathbf{w}_s(k). \quad (5.29)$$

Для того, щоб розділити різницевий сигнал на дві частини, одна з яких формує оцінку вектора стану системи, ігноруючи при цьому вплив несправностей, а інша лише оцінює величину несправності, необхідно гарантувати дотримання умови $\left[\overline{\mathbf{W}}_s - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_y \right] \overline{\Psi} = 0$ [200]. Це рівняння має розв'язок відносно $\mathbf{K}(k)$ тоді, коли

ранг матриці виявлення несправностей $\bar{\mathbf{Q}}_\theta = \mathbf{H}_y \bar{\Psi}$ дорівнює p . Відома параметрична форма розв'язку цього матричного рівняння [137, с. 48]

$$\mathbf{K}(k) = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{\Pi} + \bar{\mathbf{K}}(k) \boldsymbol{\Sigma}, \quad (5.30)$$

де $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{W}_s \bar{\Psi}$ – відома, як матриця розповсюдження несправностей у системі; $\mathbf{\Pi} = \bar{\mathbf{Q}}_\theta^\#$ – псевдо обернена матриця Мура – Пенроуза; $\bar{\mathbf{K}}(k)$ – укорочена матриця передачі розмірності $n \times (m - p)$, що описує залишок ступенів свободи у проектуванні фільтра; $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{M}(\mathbf{I}_m - \bar{\mathbf{Q}}_\theta \mathbf{\Pi})$, тут $\mathbf{M} \in \mathfrak{R}^{m-p, m}$ являє собою довільну матрицю, яка вибирається так, щоб матриця $\boldsymbol{\Sigma}$ була матрицею повного рядкового рангу.

Якщо рівняння обмежень $[\mathbf{W}_s - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_y] \bar{\Psi} = 0$ має місце, то вплив несправностей на різницевий сигнал $\mathbf{r}(k)$ можна буде описати виразом:

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{r}_0(k) + \bar{\mathbf{Q}}_\theta \left[\bar{\mathbf{f}}_1^T(k-1) \quad \bar{\mathbf{f}}_2^T(k-2) \quad \dots \quad \bar{\mathbf{f}}_z^T(k-z) \right]^T. \quad (5.31)$$

У цьому неважко переконатись, застосувавши (5.30) до (5.27):

$$\mathbf{H}_y \bar{\mathbf{F}}_s = \mathbf{H}_y \left[\bar{\mathbf{F}}_1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right]; \quad \mathbf{H}_y \mathbf{B}(k-1) \bar{\mathbf{F}}_s \left[\bar{\mathbf{F}}_1 \quad \bar{\mathbf{F}}_2 \quad \dots \quad \bar{\mathbf{F}}_z \right] = \mathbf{H}_y \left[0 \quad \mathbf{W}_s \bar{\mathbf{F}}_2 \quad \dots \quad \mathbf{W}_s \bar{\mathbf{F}}_z \right];$$

$$\mathbf{H}_y \mathbf{B}(k-1, k-(z-1)) \bar{\mathbf{F}}_s = \mathbf{H}_y \left[0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad \mathbf{W}^{z-1}_s \bar{\mathbf{F}}_z \right]; \quad \mathbf{H}_y \mathbf{B}(k-1, k-z) \bar{\mathbf{F}}_s = 0;$$

$\mathbf{H}_y \mathbf{B}(k-1, \tau) \bar{\mathbf{F}}_s = 0$. Вищенаведені співвідношення дозволяють виразити різницевий сигнал $\mathbf{r}(k)$ у вигляді:

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{r}_0(k) + \mathbf{H}_y \bar{\mathbf{F}}_1 \bar{\mathbf{f}}_1^T(k-1) + \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s \bar{\mathbf{F}}_2 \bar{\mathbf{f}}_2^T(k-2) + \dots + \mathbf{H}_y \mathbf{W}_s^{z-1} \bar{\mathbf{F}}_z \bar{\mathbf{f}}_z^T(k-z),$$

що еквівалентно (5.31) з урахуванням формули (5.22а). У підсумку, отриманий результат дозволяє перейти до проектування фільтра розпізнавання несправностей шляхом такого вибору вільного параметра $\bar{\mathbf{K}}(k)$, який мінімізує слід коваріаційної матриці похибок фільтрації $\bar{\mathbf{P}}(k) \triangleq \mathcal{M}\{\mathbf{e}_0(k) \mathbf{e}_0^T(k)\}$ за наявності алгебраїчних обмежень. Фільтри, оптимальність яких зберігається у межах дії уведених обмежень, дістали назву локально – оптимальних. Кітанідіс та ін. [200, 226] розглядали подібну задачу, але для фільтрів пониженого порядку з використанням ме-

тому множників Лагранжа. У даному випадку цей метод використовуватись не буде, а результат мінімізації визначається наступною теоремою:

Теорема 5.2.1. *Запропонований локально–оптимальний фільтр роздільного оцінювання описується наступною системою рівнянь:*

$$\mathbf{s}^*(k+1/k+1) = \mathbf{W}_s \mathbf{s}^*(k/k) + \mathbf{G}_s \mathbf{u}(k) + \bar{\mathbf{K}}(k) \boldsymbol{\alpha}(k) + \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\beta}(k, \tau); \quad (5.32)$$

$$\bar{\mathbf{K}}(k) = \bar{\mathbf{W}}_s \bar{\mathbf{P}}(k/k) \bar{\mathbf{H}}_y^T \left[\bar{\mathbf{H}}_y \bar{\mathbf{P}}(k/k) \bar{\mathbf{H}}_y^T + \bar{\mathbf{V}} \right]^{-1}; \quad (5.33)$$

$$\bar{\mathbf{P}}(k+1/k+1) = \left[\bar{\mathbf{W}}_s - \bar{\mathbf{K}}(k) \bar{\mathbf{H}}_y \right] \bar{\mathbf{P}}(k/k) \left[\bar{\mathbf{W}}_s - \bar{\mathbf{K}}(k) \bar{\mathbf{H}}_y \right]^T + \bar{\mathbf{K}}(k) \bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{K}}^T(k) + \bar{\mathbf{R}}_s, \quad (5.34)$$

$$\text{де } \bar{\mathbf{W}}_s = \mathbf{W}_s - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{\Pi} \mathbf{H}_y; \quad \bar{\mathbf{H}}_y = \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{H}_y; \quad \bar{\mathbf{V}} = \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Sigma}^T; \quad \bar{\mathbf{R}}_s = \mathbf{R}_s + \boldsymbol{\Omega} \mathbf{\Pi} \mathbf{\Pi}^T \boldsymbol{\Omega}^T; \quad (5.35)$$

$$\boldsymbol{\alpha}(k) = \boldsymbol{\Sigma} \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{y}^*(k) \right]; \quad \boldsymbol{\alpha}(k) \in \mathfrak{R}^{m-p} - \text{відокремлена від несправностей} (\mathbf{\Pi} \boldsymbol{\Sigma} = 0);$$

$$\boldsymbol{\beta}(k, \tau) = \mathbf{\Pi} \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{y}^*(k) \right]; \quad \boldsymbol{\beta}(k, \tau) \in \mathfrak{R}^p - \text{задовольняє співвідношенню}$$

$$\boldsymbol{\beta}(k, \tau) = \mathbf{\Pi} \mathbf{r}_0(k) + \left[\bar{\mathbf{f}}_1^T(k-1) \bar{\mathbf{f}}_2^T(k-2) \dots \bar{\mathbf{f}}_z^T(k-z) \right]^T.$$

Тут через $\bar{\mathbf{f}}_i^T(k-i)$ позначена несправність з показником виявлення i , яка безпосередньо впливає на $\boldsymbol{\beta}(k, \tau)$ з часовою затримкою, що дорівнює показнику виявлення i . Процедуру отримання $\boldsymbol{\beta}(k, \tau)$ часто інтерпретують у якості спостерігача виродженого типу, що формує оцінку розміру несправності [50]. Наступні викладки доводять справедливність цієї теореми. Для цього скористаємось означенням коваріаційної матриці похибок фільтрації $\bar{\mathbf{P}}(k+1/k+1) \triangleq \mathcal{M} \{ \mathbf{e}_0(k+1) \mathbf{e}_0^T(k+1) \}$.

Звернувшись до формули (5.29) можна записати

$$\bar{\mathbf{P}}(k+1/k+1) = \left[\mathbf{W}_s - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_y \right] \bar{\mathbf{P}}(k/k) \left[\mathbf{W}_s - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_y \right]^T + \mathbf{K}(k) \mathbf{K}^T(k) + \mathbf{R}_s.$$

З врахуванням співвідношення (5.30) вищенаведене рівняння приводиться до виду

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{P}}(k+1/k+1) = & \left\{ \mathbf{W}_s - \left[\boldsymbol{\Omega} \mathbf{\Pi} + \bar{\mathbf{K}}(k) \boldsymbol{\Sigma} \right] \mathbf{H}_y \right\} \bar{\mathbf{P}}(k/k) \left\{ \mathbf{W}_s - \left[\boldsymbol{\Omega} \mathbf{\Pi} + \bar{\mathbf{K}}(k) \boldsymbol{\Sigma} \right] \mathbf{H}_y \right\}^T + \\ & + \left[\boldsymbol{\Omega} \mathbf{\Pi} + \bar{\mathbf{K}}(k) \boldsymbol{\Sigma} \right] \left[\boldsymbol{\Omega} \mathbf{\Pi} + \bar{\mathbf{K}}(k) \boldsymbol{\Sigma} \right]^T \left[\mathbf{W}_s - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_y \right]^T + \mathbf{R}_s. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Оскільки вважається справедливою умова розділення $\mathbf{\Pi} \boldsymbol{\Sigma}^T = 0$, то рівняння (5.36) спрощується і має вигляд:

$$\bar{\mathbf{P}}(k+1/k+1) = [\bar{\mathbf{W}}_s - \bar{\mathbf{K}}(k)\bar{\mathbf{H}}_y] \bar{\mathbf{P}}(k/k) [\bar{\mathbf{W}}_s - \bar{\mathbf{K}}(k)\bar{\mathbf{H}}_y]^T + \bar{\mathbf{K}}(k)\bar{\mathbf{K}}^T(k) + \bar{\mathbf{R}}_s. \quad (5.37)$$

Оптимізацію (5.37) відносно параметра $\bar{\mathbf{K}}(k)$ можна виконувати традиційним способом, прирівнявши до нуля обчислену похідну $d\bar{\mathbf{P}}(k+1/k+1)/d\bar{\mathbf{K}}(k)$. Розв'язком такого рівняння буде оптимальне значення матриці передачі фільтра:

$$\bar{\mathbf{K}}(k) = \bar{\mathbf{W}}_s \bar{\mathbf{P}}(k/k) \bar{\mathbf{H}}_y^T [\bar{\mathbf{H}}_y \bar{\mathbf{P}}(k/k) \bar{\mathbf{H}}_y^T + \bar{\mathbf{V}}]^{-1}.$$

При цьому вважається, що матриця $[\bar{\mathbf{H}}_y \bar{\mathbf{P}}(k/k) \bar{\mathbf{H}}_y^T + \bar{\mathbf{V}}]$ є не виродженою, оскільки довільна матриця $\mathbf{M} \in \mathfrak{R}^{m-p,m}$ вибрана такою, щоб Σ була матрицею повного рядкового рангу, а подальше використання формул (5.23)–(5.24) та (5.30) приводить до виразу (5.32), оскільки за умови розділення справедливі співвідношення $\mathbf{P}\bar{\mathbf{Q}}_\theta = \mathbf{I}$, $\Sigma\bar{\mathbf{Q}}_\theta = \mathbf{0}$.

Аналіз асимптотичних властивостей запропонованого фільтра [38] буде виконано у стислій формі, і причин тут дві. З однієї сторони, цей аналіз базується на розгляді асимптотичної поведінки стандартного фільтра Калмана, а з другої – питанню асимптотики фільтрів за наявності несправностей та збурень з невизначеною структурою, на думку автора, не приділяється належна увага через значні труднощі чисто математичного характеру. Справа полягає у тому, що при вивченні асимптотичної поведінки випадкового процесу $\hat{\mathbf{s}}(k/k)$ доводиться уводити низку означень, пов'язаних з питаннями неперервності випадкового процесу, його обмеженості, збіжності у сенсі з ймовірністю одиниця або майже напевно та тощо. Цих тонкощів намагаються уникнути, розглядаючи не сам випадковий процес $\hat{\mathbf{s}}(k/k)$, а похибку оцінювання $\tilde{\mathbf{s}}(k) \triangleq [\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k)]$, оскільки динаміка коваріаційної матриці похибок фільтрації описується нелінійним рівнянням Рікатті, яке є детермінованим і добре дослідженим. Існують два питання, тісно пов'язаних одне з одним, стосовно асимптотичної поведінки алгоритму фільтра Калмана [227].

Перше питання стосується виявлення умов, за яких існує стаціонарний розв'язок рівняння для коваріаційної матриці похибок фільтрації $\mathbf{P}(k/k)$. Це задача

оцінювання за допомогою стаціонарного фільтра Вінера. Окрім того, це дає змогу встановити умови, за яких процес оцінювання буде залишатися ефективним при збільшенні інтервалу спостережень.

Друге питання теж не менш важливе, оскільки воно стосується збіжності процесу фільтрації. Якщо фільтр є стійким, то вплив незначних похибок у апіорних даних (точна інформація про початковий розподіл трапляється надзвичайно рідко) з плином часу буде поступово послаблюватись. Для опису сукупності умов існування розв'язків лінійних задач у сфері керування Калманом були введені поняття керованості та відновлюваності, означення яких були наведені у підрозділі 2.3 разом виводами з їх диференціальних або різницевих форм. Для подальшого розгляду існування розв'язку рівняння Рікатті особливе значення мають поняття цілковитої та рівномірно цілковитої відновлюваності. Для цього наведемо необхідні уточнення деяких означень відновлюваності. Незбурену систему називають відновлюваною на інтервалі $[t_0, t_k]$, якщо для заданих t_0 та $t_k > t_0$ вектор стану $s(t_0)$ може бути відновленим за результатами спостережень $y(t) = H(t)s(t)$ на цьому ж інтервалі. Якщо вищезгадане положення справедливе для будь-якого t_0 , то система називається цілковито відновлюваною. Відновлюваність системи може бути установлена шляхом аналізу матриці відновлюваності

$$N_H(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(t, t_0) H^T(t) H(t) \Phi(t, t_0) dt,$$

яка повинна бути позитивно означеною (несингулярною). Якщо для деякого $\Delta > 0$ і для усіх без винятку t_0 матриці $N_H(t_0, t_0 + \Delta)$, $\Phi(t_0, t_0 + \Delta)$ залишаються обмеженими і позитивно означеними, то модель системи стає рівномірно і цілковито означеною. Ці ж умови повинні зберігатись і для будь-яких інших форм відновлюваності, зокрема, коли $w(t) = \theta$, а $v(t)$ – нормальний випадковий процес з нульовим середнім значенням та одиничною дисперсією. У цьому разі матриця відновлюваності співпадає з інформаційною матрицею Фішера, а дисперсія незміщеної оцінки вектора стану задовольняє нерівності Рао-Крамера [206]

$$\mathcal{M} \left\{ \left[s^*(t) - \mathcal{M}\{s^*(t)\} \right] \left[s^*(t) - \mathcal{M}\{s^*(t)\} \right]^T \right\} \geq L^T [s(t)] N_H^{-1}(t_0, t_1) L [s(t)],$$

де $L[s(t)]$ дійсна лінійна функція від $s(t)$ довільного типу. Надалі $L[s(t)]$ була названа Калманом суміжним станом системи, оскільки вважалось, що вона знаходиться на межі системи та її дуального аналогу. Таким чином встановлено, що для довільного суміжного стану системи повинна існувати незміщена оцінка з найменшою дисперсією, причому знак рівності досягається за умови позитивно означеної матриці відновлюваності $N_H(t_0, t_1)$. Тепер опираючись на вищенаведені положення, можна аналізувати рівняння дисперсії похибок оцінювання для стандартного фільтру Калмана. З метою спрощення міркувань обмежимось розглядом систем неперервного часу:

$$P'(t) = \Sigma(t)P(t) + P^T(t)\Sigma(t) - P(t)H^T(t)R^{-1}(t)H(t)P(t) + Q(t). \quad (5.38)$$

Для цього рівняння існує єдиний розв'язок $P[t/t_0, P(t_0)]$, який залежить від заданого початкового моменту часу t_0 та невід'ємно означеної симетричної матриці $P(t_0)$. Існування єдиного розв'язку для достатньо малих проміжків $|t - t_0|$ впливає безпосередньо з того факту, що (5.38) задовольняє умовам Ліпшица [228]. Оскільки (5.38) є нелінійним рівнянням, то факт існування єдиного розв'язку для малих $|t - t_0|$ ще не гарантує його існування для усіх t . Проте у роботі [229] Калман обґрунтував висновок, що розв'язок (5.38) існує у вигляді

$$\lim_{t_0 \rightarrow -\infty} P[t/t_0, P(t_0)] = \bar{P}(t)$$

для усіх $t \geq t_0 > -\infty$ і однозначно визначається вибором $P(t_0)$, але за умови, що модель системи або рівномірно асимптотично стійка, або система є цілком відновлюваною. Для встановлення факту, що стаціонарний розв'язок $\bar{P}(t)$ являє собою усталену траєкторію у тому розумінні, що при появі збурень вони з плином часу ($t \rightarrow \infty$) будуть повністю згасати, необхідно уводити вельми жорсткі обмеження на модель динаміки системи та підсистему спостережень. Ці обмеження зводяться до наступного [230]:

- модель динаміки повинна бути рівномірно цілком керованою, а каналу спостережень – рівномірно цілком відновлюваною;
- матриці $Q(t)$, $R(t)$, $R^{-1}(t)$, $\Sigma(t)$ обмеженими для усіх t .

За таких умов оптимальний фільтр Калмана буде рівномірно асимптотично стійким, а розв'язок $\mathbf{P}[t/t_0, \mathbf{P}(t_0)]$ прямуватиме до стаціонарного значення $\bar{\mathbf{P}}(t)$ незалежно від вибору симетричної невід'ємно означеної матриці $\mathbf{P}(t_0)$. Це означає, що будь-яка похибка у виборі початкового значення дисперсії похибки фільтрації буде прямувати до нуля при $t \rightarrow \infty$ і у підсумку будуть забезпеченими оптимальні якісні показники. Серед інших небагатьох робіт, пов'язаних з пошуком особливих рішень рівняння Рікатті, слід відзначити роботу Де'Соуза [231], у якій аналізується алгебраїчне рівняння, що характеризує стаціонарний режим роботи фільтра Калмана

$$\bar{\mathbf{P}} = \left[\bar{\mathbf{W}}_s - \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{H}}_y \right] \bar{\mathbf{P}} \left[\bar{\mathbf{W}}_s - \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{H}}_y \right]^T + \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{V}}\bar{\mathbf{K}}^T(k) + \bar{\mathbf{R}}_s, \quad (5.39)$$

за умови, що матриця передачі фільтра може бути виродженою, а система не стабілізована. Основний результат роботи зводиться до формування критерію існування єдиного усталеного розв'язку для матриці \mathbf{P} , відомого як ранговий критерій Розенброка:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} z\mathbf{I} - \bar{\mathbf{W}}_s \\ \bar{\mathbf{H}}_y \end{bmatrix} = n, \quad \forall z \in \mathbb{C}, \quad |z| \geq 1; \quad \text{rank} \begin{bmatrix} -e^{j\omega}\mathbf{I} + \bar{\mathbf{W}}_s & \bar{\mathbf{R}}_s^{1/2} \end{bmatrix} = n, \quad \forall \omega \in [0, 2\pi]. \quad (5.40)$$

Наведений результат базується на наступних припущеннях: полюси матриці $\bar{\mathbf{W}}_s - \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{H}}_y$ повинні знаходитись усередині кола одиничного радіусу або, у крайньому випадку, на його межі (це означає що пара $(\bar{\mathbf{W}}_s, \bar{\mathbf{H}}_y)$ є виявленою (див. означення 2.4.2)); на колі одиничного радіусу не повинно бути не відновлюваних мод від пари $(\bar{\mathbf{W}}_s, \bar{\mathbf{R}}_s^{1/2})$ (див. теорему 2.4.3). У такому разі послідовність $\mathbf{P}(k/k)$ збігається за законом експоненти до деякого $\mathbf{P} = \bar{\mathbf{P}}_0 > 0$. Застосування цієї методики до моделі (5.21)–(5.22) призводить до незначної модифікації вищенаведеного рангового критерію у формі:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} z\mathbf{I} - \bar{\mathbf{W}}_s & \bar{\Psi} \\ \bar{\mathbf{H}}_y & 0 \end{bmatrix} = n + q, \quad \forall z \in \mathbb{C}, \quad |z| \geq 1; \quad \text{rank} \begin{bmatrix} -e^{j\omega}\mathbf{I} + \bar{\mathbf{W}}_s & \bar{\Psi} & \bar{\mathbf{R}}_s^{1/2} \end{bmatrix} = n, \quad \forall \omega \in [0, 2\pi].$$

Таку форму рангового критерію можна отримати шляхом розширення кері-
вного входу за рахунок включення вектора несправностей та шумової складової
збурень. У подальшому з'ясувалося, що отриманий результат не суперечить ре-
зультатам інших робіт, наприклад, [218, 232].

Примітки:

1. Неважно помітити, що у процесі синтезу запропонованого фільтра, процедурі синтезу
передують низка маніпуляцій з метою визначення індексу виявлення несправностей, формування
локальних матриць виявлення та сортування несправностей у порядку зростання їх індексів.
Така попередня обробка сигналів можлива за умови наявності у проектувальника масиву ре-
зультатів спостережень фіксованого об'єму, отриманого наприклад, унаслідок виконання стен-
дових або льотних випробовувань, а рекурентна форма фільтра якнайкраще відповідає вимогам
обробки великих масивів результатів проведених експериментів.

2. У наступних підрозділах будуть розглядатись методи синтезу фільтрів, адаптованих
до вимог обробки сигналів у режимі реального часу, проте без використання елементів геомет-
ричного підходу [86].

5.3 Синтез фільтра для формування сукупності незміщених ефективних оцінок векторів стану системи та несправностей на основі використання концепції Кітанідіса [233,234]

У цьому і наступному підрозділі розглядається процедура синтезу рекурси-
вного фільтра інваріантного до збурень невідомої структури, який здатен розділь-
но оцінювати як стан системи, так і несправність, що виникла у ній. Синтезований
фільтр є оптимальним у сенсі формування незміщених оцінок з мінімальною дис-
персією за умови, що матриця розподілу несправностей являє собою матрицю по-
вного рангу. У зв'язку з цим, будемо вважати, що модель системи з супутніми не-
справностями та збуреннями описується рівняннями:

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + \Gamma(k+1,k)u(k) + \Psi(k+1,k)f(k) + \Omega(k+1,k)d(k) + w(k); \quad (5.41)$$

$$y(k) = H(k)s(k) + F(k)f(k) + v(k), \quad (5.42)$$

де $s(k) \in \mathcal{R}^n$ – вектор стану системи, $y(k) \in \mathcal{R}^m$ – вектор спостережень, $u(k) \in \mathcal{R}^r$ –
точно відомий вектор вхідної дії, $f(k) \in \mathcal{R}^p$ – адитивно діючий вектор несправно-
стей, а $d(k) \in \mathcal{R}^q$ – вектор збурень. Білі шумові послідовності $w(k)$, $v(k)$ – не ко-
рельовані, мають нульові середні значення та задані коваріаційні матриці
 $Q(k) \geq 0$, $R(k) \geq 0$, відповідно. Априорі передбачається, що структура вектора

збурень $\mathbf{d}(k)$ є невизначеною, і не має ймовірнісного опису, а для його відокремлення від вектора стану системи повинна бути виконана процедура декомпозиції, що потребує введення низки додаткових обмежень, а саме:

- а) $[\mathbf{H}(k), \mathbf{\Sigma}(k+1, k)]$ є відновлюваною парою;
- б) $n > m \geq p + q$;
- в) $\text{rank}[\mathbf{F}(k)] = p$;
- г) $\text{rank}[\mathbf{H}(k)\mathbf{\Omega}(k, k-1)] = \text{rank}[\mathbf{\Omega}(k, k-1)] = q$.

$$(5.43)$$

Вважається, що системні матриці $\mathbf{\Sigma}(k+1, k)$, $\mathbf{\Gamma}(k+1, k)$, $\mathbf{\Psi}(k+1, k)$, $\mathbf{\Omega}(k+1, k)$, $\mathbf{H}(k)$ та $\mathbf{F}(k)$ є відомими і мають відповідні розмірності. Початковий стан системи $\mathbf{s}(0)$ являє собою гаусову випадкову величину, яка не корельована з білими шумовими процесами $\mathbf{w}(k)$, $\mathbf{v}(k)$, має задані вектор середніх значень $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\} = \bar{\mathbf{s}}_0$ та коваріаційну матрицю $\mathcal{M}\left\{\left[\mathbf{s}(0) - \bar{\mathbf{s}}_0\right]\left[\mathbf{s}(0) - \bar{\mathbf{s}}_0\right]^T\right\} = \mathbf{P}_s(0)$. Тут символ $\mathcal{M}\{\cdot\}$ означатиме математичне сподівання. З огляду на рівняння (5.41)–(5.42) неважко помітити, що несправності одночасно впливають, як на стан системи, так і на вихідні змінні, а збурення – лише на змінні стану. Маючи на увазі характер дії уведених обмежень та опираючись на фундаментальність результатів роботи [125,200], можна стверджувати, що виконуються умови розділення результуючого фільтра на дві складові. Перша з них оцінює вектор стану системи, ігноруючи при цьому вплив збурень, а друга за таких же умов, оцінює лише несправності. За заданої структури розщепленого фільтра справедливі стандартні співвідношення [125, с. 327–329]:

$$\hat{\mathbf{s}}^{(k/k)} = \hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)} + \mathbf{K}_s(k) \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)} \right]; \quad (5.44)$$

$$\hat{\mathbf{f}}^{(k/k)} = \mathbf{K}_f(k) \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)} \right]; \quad (5.45)$$

$$\hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)} = \mathbf{\Sigma}(k, k-1) \hat{\mathbf{s}}^{(k-1/k-1)} + \mathbf{\Gamma}(k, k-1) \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{\Psi}(k, k-1) \hat{\mathbf{f}}^{(k-1/k-1)}, \quad (5.46)$$

де (5.46) описує функцію об'єднаного екстраполятора. Таким чином, задача синтезу зводиться до вибору таких значень матриць передачі розділених фільтрів $\mathbf{K}_s(k) \in \mathcal{R}^{n \times m}$ та $\mathbf{K}_f(k) \in \mathcal{R}^{p \times m}$, які б відповідали вибраним критеріям якості, а саме:

- відсутності зсувів у оцінках векторів стану $\hat{\mathbf{s}}(k/k)$ та несправностей $\hat{\mathbf{f}}(k/k)$
- $\mathcal{M}\{\tilde{\mathbf{s}}(k)\} \triangleq \mathcal{M}\{\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k)\} = 0$; $\mathcal{M}\{\tilde{\mathbf{f}}(k)\} \triangleq \mathcal{M}\{\mathbf{f}(k) - \hat{\mathbf{f}}(k/k)\} = 0$ (5.47)
- мінімальності середнього квадрату похибок у оцінках $\hat{\mathbf{f}}(k/k)$;
- мінімальності сліду коваріаційної матриці похибок у оцінках вектора стану $\hat{\mathbf{s}}(k/k)$, за умови справедливості обмежень (5.47), тобто

$$\min \text{tr} \mathcal{M}\{\tilde{\mathbf{s}}(k)\tilde{\mathbf{s}}^T(k)\} = \min \text{tr} [\mathbf{P}_s(k/k)]. \quad (5.48)$$

Спочатку визначимо умови, за дотримання яких можна одержувати незміщені оцінки векторів $\hat{\mathbf{s}}(k/k)$ та $\hat{\mathbf{f}}(k/k)$, а сам процес оцінювання буде аналізуватися де-що пізніше. Застосуємо фільтр (5.44)–(5.46) до системи (5.41)–(5.42) та визначимо $\mathbf{r}(k) \triangleq \mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{s}}(k/k_{-1})$ за умови дотримання обмеження (5.43в). Неважко показати, що різницевий сигнал $\mathbf{r}(k)$ можна привести до вигляду:

$$\mathbf{r}(k) \triangleq \mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{s}}(k/k_{-1}) = \mathbf{F}(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Psi}(k, k-1)\mathbf{d}(k-1) + \mathbf{e}(k); \quad (5.49)$$

$$\text{де } \mathbf{e}(k) = \mathbf{H}(k)\tilde{\mathbf{s}}^*(k/k_{-1}) + \mathbf{v}(k); \quad (5.50)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}^*(k/k_{-1}) = \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)\tilde{\mathbf{s}}(k-1) + \boldsymbol{\Psi}(k, k-1)\tilde{\mathbf{f}}(k-1) + \mathbf{w}(k-1), \quad (5.51)$$

а вирази для похибок оцінювання представити як:

$$\tilde{\mathbf{f}}(k) \triangleq [\mathbf{f}(k) - \hat{\mathbf{f}}(k/k)] = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_f(k)\mathbf{F}(k)]\mathbf{f}(k) - \mathbf{K}_f(k)\mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1)\mathbf{d}(k-1) - \mathbf{K}_f(k)\mathbf{e}(k); \quad (5.52)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{s}}(k) \triangleq [\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k)] &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)]\tilde{\mathbf{s}}^*(k/k_{-1}) - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{F}(k)\mathbf{f}(k) - \\ &- [\mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) - \boldsymbol{\Omega}(k, k-1)]\mathbf{d}(k-1) - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{v}(k) \end{aligned} \quad (5.53)$$

Для того, щоб можна було отримувати незміщені оцінки $\hat{\mathbf{s}}(k/k)$ та $\hat{\mathbf{f}}(k/k)$ у відповідності до вимог (5.47) матриці $\mathbf{K}_f(k)$ та $\mathbf{K}_s(k)$ повинні задовольняти таким алгебраїчним обмеженням, що накладаються на структуру результуючого фільтра:

$$\mathbf{K}_f(k)\mathbf{G}(k) = \Phi(k), \quad \mathbf{K}_s(k)\mathbf{G}(k) = \mathbf{Z}(k), \quad (5.54)$$

$$\text{де } \mathbf{G}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(k) & \mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix}; \quad \Phi(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Z}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

У цьому неважко переконатись, якщо виконати наступні дії. Для прикладу обмежимося лише рівнянням (5.52). Для того, щоб не було зсувів, у (5.52), прирівняємо до нуля вираз $[\mathbf{I} - \mathbf{K}_f(k)\mathbf{F}(k)]\mathbf{f}(k) - \mathbf{K}_f(k)\mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1)\mathbf{d}(k-1) = \mathbf{0}$.

Низка подальших, нескладних викладок дає бажаний результат:

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_f(k)\mathbf{F}(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{K}_f(k)\mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1)\mathbf{d}(k-1) = \mathbf{I}_p\mathbf{f}(k); \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{K}_f(k)\mathbf{F}(k) & \mathbf{K}_f(k)\mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}(k) \\ \mathbf{d}(k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}(k) \\ \mathbf{d}(k-1) \end{bmatrix}; \\ & \mathbf{K}_f(k) \begin{bmatrix} \mathbf{F}(k) & \mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}(k) \\ \mathbf{d}(k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}(k) \\ \mathbf{d}(k-1) \end{bmatrix}; \\ & \mathbf{G}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{F}(k) & \mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix}; \quad \Phi(k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Аналогічні дії з (5.53) дозволяють обчислити матрицю $\mathbf{Z}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix}$.

Нижче наведена лема визначає умови отримання незміщених оцінок:

Лема 5.3.1. *Якщо справедливі припущення б), г) з (5.43), а матриця $\mathbf{F}(k)$ є матрицею повного рангу, то необхідною та достатньою умовою існування незміщених оцінок $\hat{\mathbf{f}}(k/k)$ і $\hat{\mathbf{s}}(k/k)$ є вимога, щоб матриця $\mathbf{G}(k)$ була матрицею повного рангу за стовпцями, тобто*

$$\text{rank}[\mathbf{G}(k)] = \text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{F}(k) & \mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix} = p + q. \quad (5.56)$$

Доведення. Спочатку перепишемо рівняння (5.54) у векторній формі

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_f(k) \\ \mathbf{K}_s(k) \end{bmatrix} \mathbf{G}(k) = \begin{bmatrix} \Phi(k) \\ \mathbf{Z}(k) \end{bmatrix}. \text{ Це неоднорідне матричне рівняння має єдиний розв'язок}$$

відносно $\begin{bmatrix} \mathbf{K}_f(k) \\ \mathbf{K}_s(k) \end{bmatrix}$, якщо розширена матриця (за рахунок включення правої части-

ни) має ранг матриці $\mathbf{G}(k)$ [211], тобто $\text{rank} \begin{bmatrix} \Phi(k) \\ \mathbf{Z}(k) \\ \mathbf{G}(k) \end{bmatrix} = \text{rank}[\mathbf{G}(k)]$. Далі розкри-

ємо матриці $\begin{bmatrix} \Phi(k) \\ \mathbf{Z}(k) \end{bmatrix}$ у відповідності до виразу (5.55), тоді отримуємо:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \\ \mathbf{F}(k) & \mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{F}(k) & \mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) \end{bmatrix}. \quad (5.57)$$

Матриця, що знаходиться з лівої сторони від знаку рівності, має ранг $p + q$. Це неважко перевірити, скориставшись припущеннями (5.43 б, г), окрім того вважається, що ранг матриці $\mathbf{F}(k)$ дорівнює p . Оскільки несправності та збурення є процесами незалежними, то умовою відсутності зсувів у оцінках $\hat{\mathbf{f}}(k/k)$ і $\hat{\mathbf{s}}(k/k)$ залишається вимога (5.56). ■

Оптимальне оцінювання несправностей. Виконаємо перетворення виразу (5.49) привівши його до вигляду:

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{G}(k) \begin{bmatrix} \mathbf{f}(k) \\ \mathbf{d}(k-1) \end{bmatrix} + \mathbf{e}(k), \quad (5.58)$$

де $\mathbf{e}(k)$ у відповідності до (5.50) означене, як $\mathbf{e}(k) = \mathbf{H}(k)\tilde{\mathbf{s}}^*(k/k-1) + \mathbf{v}(k)$. Неважко помітити, що процес $\mathbf{e}(k)$ не можна віднести до випадкових процесів з одиначною дисперсією. Отже він не відповідає умовам теореми марковості та нормальності, притаманних інноваційному процесу [138], а застосування методу найменших квадратів не гарантуватиме мінімального значення дисперсії похибок оцінювання [216]. Проте, коваріаційна матриця похибок екстраполяції має вигляд

$$\mathbf{W}(k) = \mathcal{M}\{\mathbf{e}(k)\mathbf{e}^T(k)\} = \mathbf{H}(k)\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k), \quad (5.59)$$

де $\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1) \triangleq \mathcal{M}\left[\tilde{\mathbf{s}}^*(k/k-1)\tilde{\mathbf{s}}^{*T}(k/k-1)\right]$. Зважаючи на цю обставину, все ж можливо отримати мінімальне значення дисперсії, якщо скористатись зваженим методом найменших квадратів, увівши при цьому нормувальний матричний ваговий коефіцієнт $\mathbf{W}^{-1}(k)$. Ця теза опирається на доведенні теореми [53]:

Теорема 5.3.1. *Якщо допустити, що оцінка похибок екстраполяції $\tilde{\mathbf{s}}^*(k/k-1)$ є незміщеною, матриця $\mathbf{G}(k)$ має повний ранг за стовпцями, а $\mathbf{W}(k)$ – позитивно означена, то незміщена оцінка несправності з мінімальною дисперсією $\mathbf{f}^*(k/k)$ гарантується матрицею передачі $\mathbf{K}_f^*(k)$, яка задається виразом*

$$\mathbf{K}_f^*(k) = \Phi(k) \mathbf{G}^*(k), \text{ де } \mathbf{G}^*(k) = [\mathbf{G}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \mathbf{G}(k)]^{-1} \mathbf{G}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k). \quad (5.60)$$

Доведення. Якщо матриця $\mathbf{W}(k)$ позитивно означена і має обернену, то завжди можна знайти таку матрицю $\Theta(k) \in \mathcal{R}^{m \times m}$, яка пов'язана з матрицею $\mathbf{W}(k)$ співвідношенням $\Theta(k) \Theta^T(k) = \mathbf{W}(k)$ [211]. Тоді формулу (5.58) можна записати у вигляді

$$\Theta^{-1}(k) \mathbf{r}(k) = \Theta^{-1}(k) \mathbf{G}(k) \begin{bmatrix} \mathbf{f}(k) \\ \mathbf{d}(k-1) \end{bmatrix} + \Theta^{-1}(k) \mathbf{e}(k). \quad (5.61)$$

Оскільки матриця $\mathbf{G}(k)$ за припущенням є матрицею повного рангу за стовпцями, який дорівнює $p+q$, то матриця $\mathbf{G}^T(k) \Theta^{-1}(k) \mathbf{G}(k)$ може бути оберненою. З цієї причини розв'язок отриманий методом зважених найменших квадратів для (5.58) є еквівалентним розв'язку найменших квадратів для (5.61)

$$\mathbf{f}^*(k/k) = \Phi(k) [\mathbf{G}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \mathbf{G}(k)]^{-1} \mathbf{G}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \mathbf{r}(k). \quad (5.62)$$

Тоді величину $\Theta^{-1}(k) \mathbf{e}(k)$ можна розглядати як таку, що має одиничну дисперсію і задовольняє умовам марковості та є гауссовою. Отже (5.62) є незміщеною оцінкою з мінімальною дисперсією.

У такому разі похибку оцінювання несправності можна представляти виразом:

$$\tilde{\mathbf{f}}^*(k) = -\mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{e}(k), \quad (5.63)$$

а скориставшись формулою (5.63), можна обчислювати коваріаційну матрицю похибок фільтрації $\mathbf{P}_f^*(k/k)$ у вигляді

$$\mathbf{P}_f^*(k/k) \triangleq \mathcal{M} \left\{ \tilde{\mathbf{f}}^*(k) \tilde{\mathbf{f}}^{*T}(k) \right\} = \mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{W}(k) \mathbf{K}_f^{*T}(k) = \Phi(k) [\mathbf{G}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \mathbf{G}(k)]^{-1} \Phi^T(k). \quad (5.64)$$

Оптимальне оцінювання вектора стану. У цьому пункті розглядається процедура обґрунтованого вибору матричного коефіцієнта передачі фільтра $\mathbf{K}_s^*(k)$, який мінімізує слід коваріаційної матриці похибок фільтрації за наявності обмежень $\mathbf{K}_s(k) \mathbf{G}(k) = \mathbf{Z}(k)$ (див. (5.54)), що гарантують відсутність зсувів у оцінках вектора стану системи $\mathbf{s}^*(k/k)$. Процедура базується на теоремі:

Теорема 5.3.2. Якщо матриця $\mathbf{G}^T(k)\mathbf{W}^{-1}(k)\mathbf{G}(k)$ є не сингулярною, то матриця передачі фільтра, що формує оцінку $\mathbf{s}^*(k/k)$ з мінімальним значенням сліду коваріаційної матриці похибок фільтрації $\mathbf{P}_s^*(k/k)$ визначається виразом

$$\mathbf{K}_s^*(k) = \overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{W}^{-1}(k)[\mathbf{I} - \mathbf{G}(k)\mathbf{G}^*(k)] + \mathbf{Z}(k)\mathbf{G}^*(k) \quad (5.65)$$

за умови дотримання обмеження (5.54).

Доведення: Звернувшись до формул (5.53)–(5.54) коваріаційну матрицю похибок фільтрації можна обчислювати як:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_s(k/k) &\triangleq \mathcal{M}\left\{\tilde{\mathbf{s}}(k)\tilde{\mathbf{s}}^T(k)\right\} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)]\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1)[\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)]^T + \mathbf{K}_s(k)\mathbf{R}(k)\mathbf{K}_s^T(k) = \\ &= \mathbf{K}_s(k)\mathbf{W}(k)\mathbf{K}_s^T(k) - 2\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{K}_s^T(k) + \overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1). \end{aligned} \quad (5.66)$$

Надалі для мінімізації сліду цієї матриці застосуємо методи варіаційного числення, наприклад, метод векторних множників Лагранжа. Для цього уведемо спеціальну допоміжну функцію, так звану матричну функцію Лагранжа [138 с. 293]

$$\begin{aligned} \varphi_L(k) &= \text{tr}\left\{\mathbf{K}_s(k)\mathbf{W}(k)\mathbf{K}_s^T(k) - 2\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{K}_s^T(k) + \overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1)\right\} - \\ &\quad - 2\text{tr}\left\{[\mathbf{K}_s(k)\mathbf{G}(k) - \mathbf{Z}(k)]\boldsymbol{\Lambda}^T(k)\right\} \end{aligned} \quad (5.67)$$

де $\boldsymbol{\Lambda}(k)$ – матриця множників Лагранжа. Тут коефіцієнт 2 вибрано виключно з міркувань зручності, оскільки він ніяким чином не впливає на процес мінімізації. Якщо обчислити градієнт цієї функції по $\mathbf{K}_s(k)$ та прирівняти його до нуля, то умовою мінімуму буде

$$\mathbf{W}(k)\mathbf{K}_s^T(k) - \mathbf{H}(k)\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1) - \mathbf{G}(k)\boldsymbol{\Lambda}^T(k) = \mathbf{0}. \quad (5.68)$$

Тепер об'єднаємо рівняння (5.54) і (5.68) в систему лінійних векторних рівнянь

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}(k) & -\mathbf{G}(k) \\ \mathbf{G}^T(k) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s^T(k) \\ \boldsymbol{\Lambda}^T(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(k)\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1) \\ \mathbf{Z}^T(k) \end{bmatrix}. \quad (5.69)$$

Система (5.69) має єдиний розв'язок відносно $\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s^T(k) \\ \boldsymbol{\Lambda}^T(k) \end{bmatrix}$, якщо блочна матриця

$\begin{bmatrix} \mathbf{W}(k) & -\mathbf{G}(k) \\ \mathbf{G}^T(k) & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ є не сингулярною, тобто має обернену. Звернувшись до підроз-

ділу 3.2.1 та формул (3.6)–(3.9), можна переконатись, що умовою існування оберненої блочної матриці є не сингулярність матриці $\mathbf{G}^T(k)\mathbf{W}^{-1}(k)\mathbf{G}(k)$. Це означає, що (5.69) має єдиний розв'язок.

Корегування фільтра у часовій області відбувається стандартно з використанням формул (5.44)–(5.45) та (5.51):

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{P}}_s(k/k-1) &\triangleq \mathcal{M}\left\{\tilde{\mathbf{s}}^*(k/k-1)\tilde{\mathbf{s}}^{*T}(k/k-1)\right\} = \\ &= \left[\Sigma(k, k-1) \quad \Psi(k, k-1)\right] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_s^*(k-1/k-1) & \mathbf{P}_{sf}^*(k-1/k-1) \\ \mathbf{P}_{fs}^*(k-1/k-1) & \mathbf{P}_f^*(k-1/k-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma^T(k, k-1) \\ \Psi^T(k, k-1) \end{bmatrix} + \mathbf{Q}(k-1); \\ \mathbf{P}_{sf}^*(k/k) &\triangleq \mathcal{M}\left\{\tilde{\mathbf{s}}^*(k/k)\tilde{\mathbf{f}}^*(k/k)^T\right\} = \\ &= \mathbf{K}_s^*(k)\mathbf{R}(k)\mathbf{K}_f^{*T}(k) - \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_s^*(k)\mathbf{H}(k)\right]\bar{\mathbf{P}}_s(k/k-1)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{K}_f^{*T}(k) \quad (5.70) \end{aligned}$$

5.4 Узагальнення оцінок несправностей та вектора стану системи на випадок появи несправностей у каналі спостережень [235]

У цьому підрозділі розглядається випадок, коли матриця розподілу несправностей у підсистемі спостережень може мати довільний ранг у межах від одиниці до p , тобто $1 < \text{rank}[\mathbf{F}(k)] < p$. Розширення функціональних можливостей фільтра досягається за рахунок уведення додаткових обмежень, що накладаються на системні матриці рівнянь (5.41)–(5.42), а оптимізація виконується на просторі меншої розмірності, оскільки не усі моди можуть бути відновленими за результатами виконаних спостережень. Причому не відновлювані моди повинні залишатись у класі стійких мод, у противному разі фільтр не може бути практично реалізованим. Оскільки переважна більшість математичних викладок за змістом співпадають з тими, що наводились у попередньому підрозділі, то викладання матеріалу підрозділу буде стислим з посиланнями на окремі літературні джерела.

Якщо підставити формули (3.50)–(3.51) в рівняння (3.52), то оцінка похибки несправності буде мати вигляд:

$$\begin{aligned}
\tilde{f}(k) &= [I - K_f(k)F(k)]f(k) - K_f(k)H(k)\Omega(k, k-1)d(k-1) - K_f(k)\left[H(k)\tilde{s}^*(\frac{k}{k-1}) + v(k)\right] = \\
&= -K_f(k)H(k)\Psi(k, k-1)\tilde{f}(k-1) - K_f(k)H(k)\Sigma(k, k-1)\tilde{s}(k-1) + \\
&+ [I - K_f(k)F(k)]f(k) - K_f(k)H(k)\Omega(k, k-1)d(k-1) - \\
&\quad - K_f(k)H(k)w(k-1) - K_f(k)v(k). \tag{5.71}
\end{aligned}$$

Далі уведемо наступні позначення, за умови відсутності зсуву у попередній оцінці, тобто $\mathcal{M}\{\tilde{s}(k-1)\} = \theta$: $\Phi(k) \triangleq K_f(k)F(k) = I_p - \Xi(k)$, де $\Xi(k) = I - F^\#(k)F(k)$;

$$G_f(k) \triangleq K_f(k)H(k)\Psi(k, k-1); \quad G_d(k) \triangleq K_f(k)H(k)\Omega(k, k-1). \tag{5.72}$$

Тут символом # позначена операція псевдоінверсії у розумінні Мура–Пенроуза.

Скориставшись методом роботи [236], розвинемо математичне сподівання похибки оцінювання несправності у функціональний матричний ряд

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}\{\tilde{f}(k)\} &= \Xi(k)f(k) - G_f(k)\Xi(k-1)f(k-1) + \\
&+ G_f(k)[G_f(k-1)\Xi(k-2)]f(k-2) + \dots + (-1)^k G_f(k) \times \dots \times G_f(2)[G_f(1)\Xi(0)]f(0) - \\
&- G_d(k)d(k-1) + G_f(k)G_d(k-1)d(k-2) + \dots + (-1)^k G_f(k) \times \dots \times G_f(1)G_d(1)d(0), \tag{5.73}
\end{aligned}$$

і обмежимося наближенням першого порядку, поклавши при цьому усі значення $G_f(i)\Xi(i-1) = 0$; $G_d(i) = 0$ для $i = 1, \dots, k$. Це означатиме відсутність впливу попередніх значень векторів несправностей на поточне значення математичного сподівання. Тоді отримуємо $\mathcal{M}\{\tilde{f}(k)\} = \Xi(k)f(k)$. За аналогією з (5.54)–(5.55), для того, щоб оцінка несправності не мала зсуву, матриця передачі $K_f(k)$ повинна задовольняти накладеним обмеженням:

$$K_f(k)F(k) = \Phi(k); \quad K_f(k)H(k)\Psi(k, k-1)\Xi(k-1) = \theta; \quad K_f(k)H(k)\Omega(k, k-1) = \theta. \tag{5.74}$$

Надалі систему рівнянь (5.74) представимо у матричній формі

$$K_f(k)\bar{G}(k) = \bar{\Phi}(k), \tag{5.75}$$

де $\bar{G}(k) = [H(k) \quad H(k)\Psi(k, k-1) \quad H(k)\Omega(k, k-1)]$; $\bar{\Phi}(k) = [\Phi(k) \quad \theta \quad \theta]$.

Об'єднання (5.75) з (5.72) дозволяє виразити матрицю передачі $K_f(k)$ як

$$K_f^*(k) = \bar{\Phi}(k)\bar{G}^*(k); \quad \bar{G}^*(k) = [\bar{G}^T(k)W^{-1}(k)\bar{G}(k)]^\# \bar{G}^T(k)W^{-1}(k). \tag{5.76}$$

Тепер таких же міркувань розглянемо похибку оцінювання вектора стану:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{s}}(k) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)]\tilde{\mathbf{s}}^*(k/k-1) - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{F}(k)\mathbf{f}(k) - \\ &\quad - [\mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k,k-1) - \boldsymbol{\Omega}(k,k-1)]\mathbf{d}(k-1) - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{v}(k) = \\ &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)]\boldsymbol{\Sigma}(k,k-1)\tilde{\mathbf{s}}(k-1) + [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)]\boldsymbol{\Psi}(k,k-1)\tilde{\mathbf{f}}(k) - \\ &\quad - [\mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k,k-1) - \boldsymbol{\Omega}(k,k-1)]\mathbf{d}(k-1) - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{F}(k)\mathbf{f}(k) + \\ &\quad + [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)]\mathbf{w}(k-1) - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{v}(k). \end{aligned} \quad (5.77)$$

Для того, щоб оцінка вектора стану не мала зсувів, матриця $\mathbf{K}_s(k)$ повинна задовольняти наступним уведеним обмеженням:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_s(k)\mathbf{F}(k) &= \mathbf{0}; \quad \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Psi}(k,k-1)\boldsymbol{\Xi}(k-1) = \boldsymbol{\Psi}(k,k-1)\boldsymbol{\Xi}(k-1); \\ \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)\boldsymbol{\Omega}(k,k-1) &= \boldsymbol{\Omega}(k,k-1). \end{aligned} \quad (5.78)$$

У об'єднаній формі, еквівалентним записом (5.78) буде

$$\mathbf{K}_s(k)\overline{\mathbf{G}}(k) = \overline{\mathbf{Z}}(k); \quad \overline{\mathbf{Z}}(k) = [\mathbf{0} \quad \boldsymbol{\Psi}(k,k-1)\boldsymbol{\Xi}(k-1) \quad \boldsymbol{\Omega}(k,k-1)]. \quad (5.79)$$

Враховуючи записи (3.50)–(3.51) та (5.77), можна тепер можна обчислювати коваріаційну матрицю похибок оцінювання вектора стану виразом:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_s(k/k) &\triangleq \mathcal{M}\{\tilde{\mathbf{s}}(k)\tilde{\mathbf{s}}^T(k)\} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)]\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1)[\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k)\mathbf{H}(k)]^T + \\ &+ \mathbf{K}_s(k)\mathbf{R}(k)\mathbf{K}_s^T(k) = \mathbf{K}_s(k)\mathbf{W}(k)\mathbf{K}_s^T(k) - 2\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{K}_s^T(k) + \overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1). \end{aligned} \quad (5.80)$$

Мінімізацію сліду $\mathbf{P}_s(k/k)$ виконаємо за методом множників Лагранжа. За аналогією з (5.67)–(5.69) отримуємо:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}(k) & -\overline{\mathbf{G}}(k) \\ \overline{\mathbf{G}}^T(k) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s^{*T}(k) \\ \mathbf{A}^T(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(k)\overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1) \\ \overline{\mathbf{Z}}^T(k) \end{bmatrix}. \quad (5.81)$$

Якщо матриця $\overline{\mathbf{G}}^T(k)\mathbf{W}^{-1}(k)\overline{\mathbf{G}}(k)$ є не сингулярною, матричне рівняння (5.81) має єдиний розв'язок. Таким чином, матриця передачі $\mathbf{K}_s(k)$ задається виразом

$$\mathbf{K}_s^*(k) = \overline{\mathbf{P}}_s(k/k-1)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{W}^{-1}(k)[\mathbf{I} - \overline{\mathbf{G}}(k)\overline{\mathbf{G}}^*(k)] + \overline{\mathbf{Z}}(k)\overline{\mathbf{G}}^*(k). \quad (5.82)$$

Корегування роботи фільтра у часовій області відбувається за формулами (5.70).

Таким чином розширення функціональних можливостей з точки зору ефек-

тивного роздільного оцінювання несправностей та вектора стану динамічної системи за наявності збурень з невизначеною структурою (5.41–5.42) призвело до розв'язку варіаційної задачі на пошук умовного екстремуму. Причому слід підкреслити, що уведення обмежень (5.47) веде за собою зростання цільової функції, тобто погіршення якості оцінювання порівняно з випадком їх відсутності. У тому разі, коли ранг матриці обходу невизначений і лежить у межах $1 < \text{rank}[F(k)] < p$ оптимізація залишається можливою, але у просторі меншої розмірності за умови знаходження неспостережуваних мод у підпросторі стійких мод. У протилежному випадку задача роздільного оцінювання розв'язку не має. Певним підсумком підрозділів 5.3–5.4 може бути зведена таблиця формул, що описують послідовність кроків синтезу фільтрів роздільного оцінювання.

Таблиця 5.1

Зведена таблиця формул роздільного оцінювання

<p>Модель досліджуваного процесу</p> $s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k) + \Gamma(k+1, k)u(k) + \Psi(k+1, k)f(k) + \Omega(k+1, k)d(k) + w(k);$
<p>Модель каналу спостережень</p> $y(k) = H(k)s(k) + F(k)f(k) + v(k).$
<p>Апріорні дані</p> <p>1. $s(k) \in \mathcal{R}^n$, $u(k) \in \mathcal{R}^r$, $f(k) \in \mathcal{R}^p$, $d(k) \in \mathcal{R}^q$, $y(k) \in \mathcal{R}^m$;</p> <p>2. $u(k)$ – точно відомий вхід керівної дії;</p> <p>3. $\Sigma(k+1, k)$, $\Gamma(k+1, k)$, $\Psi(k+1, k)$, $\Omega(k+1, k)$, $H(k)$, $F(k)$ – задані матриці;</p> <p>4. $\mathcal{M}\{s(0)\} = \bar{s}_0$; $\mathcal{M}\{w(k)\} = \mathcal{M}\{v(k)\} = \mathbf{0}$;</p> <p>$\mathcal{M}\{[s(0) - \bar{s}_0][s(0) - \bar{s}_0]^T\} = P_s(0)$; $\mathcal{M}\{[w(k)w^T(j)]\} = Q(k)\delta(k-j)$;</p> <p>$\mathcal{M}\{[v(k)v^T(j)]\} = R(k)\delta(k-j)$; $\mathcal{M}\{[s(0), w^T(k)]\} = \mathcal{M}\{[s(0), v^T(k)]\} = \mathcal{M}\{[w(k), v^T(j)]\} = \mathbf{0}$;</p> <p>5. Обмеження: а) $[H(k), \Sigma(k+1, k)]$ – спостережувана пара; б) $n > m \geq p + q$</p> <p>в) $0 < \text{rank}[F(k)] \leq p$; г) $\text{rank}[H(k)\Omega(k, k-1)] = \text{rank}[\Omega(k, k-1)] = q$.</p>
<p>Оцінювання несправностей</p>
$W(k) \triangleq H(k)\bar{P}_s(k)H^T(k) + R(k);$

$rank[\mathbf{F}(k)] = p$	$1 < rank[\mathbf{F}(k)] < p$
$\mathbf{G}(k) = [\mathbf{F}(k) \ \mathbf{H}(k) \ \boldsymbol{\Omega}(k, k-1)];$ $\boldsymbol{\Phi}(k) = [\mathbf{I}_p \ \mathbf{0}];$ $\mathbf{G}^*(k) = [\mathbf{G}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \mathbf{G}(k)]^{-1} \mathbf{G}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k);$ $\mathbf{K}_f(k) = \boldsymbol{\Phi}(k) \mathbf{G}^*(k)$	$\boldsymbol{\Xi}(k-1) = [\mathbf{I} - \mathbf{F}^\#(k-1) \mathbf{F}(k-1)];$ $\bar{\mathbf{G}}(k) = [\mathbf{F}(k) \ \mathbf{H}(k) \boldsymbol{\Psi}(k, k-1) \boldsymbol{\Xi}(k-1) \ \mathbf{H}(k) \boldsymbol{\Omega}(k, k-1)];$ $\boldsymbol{\Phi}(k) = \mathbf{I}_p - \boldsymbol{\Xi}(k);$ $\bar{\boldsymbol{\Phi}}(k) = [\boldsymbol{\Phi}(k) \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}];$ $\bar{\mathbf{G}}^*(k) = [\bar{\mathbf{G}}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \bar{\mathbf{G}}(k)]^\# \bar{\mathbf{G}}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k);$ $\mathbf{K}_f(k) = \bar{\boldsymbol{\Phi}}(k) \bar{\mathbf{G}}^*(k)$
$\hat{\mathbf{f}}^{(k/k)} = \mathbf{K}_f(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)}];$ $\mathbf{P}_f^{(k/k)} = \mathbf{K}_f(k) \mathbf{W}(k) \mathbf{K}_f^T(k).$	
Оцінювання вектора стану	
$\mathbf{Z}(k) = [\mathbf{0} \ \boldsymbol{\Omega}(k, k-1)];$ $\mathbf{K}_s(k) = \bar{\mathbf{P}}_s^{(k/k-1)} \mathbf{H}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) [\mathbf{I} - \mathbf{G}(k) \mathbf{G}^*(k)] +$ $\quad + \mathbf{Z}(k) \mathbf{G}^*(k);$	$\bar{\mathbf{Z}}(k) = [\mathbf{0} \ \boldsymbol{\Psi}(k, k-1) \boldsymbol{\Xi}(k-1) \ \boldsymbol{\Omega}(k, k-1)];$ $\mathbf{K}_s(k) = \bar{\mathbf{P}}_s^{(k/k-1)} \mathbf{H}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) [\mathbf{I} - \bar{\mathbf{G}}(k) \bar{\mathbf{G}}^*(k)] +$ $\quad + \bar{\mathbf{Z}}(k) \bar{\mathbf{G}}^*(k);$
$\hat{\mathbf{s}}^{(k/k)} = \hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)} + \mathbf{K}_s(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)}];$ $\mathbf{P}_s^{(k/k)} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k) \mathbf{H}(k)] \bar{\mathbf{P}}_s^{(k/k-1)} [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k) \mathbf{H}(k)]^T + \mathbf{K}_s(k) \mathbf{R}(k) \mathbf{K}_s^T(k);$ $\mathbf{P}_{sf}^{*(k/k)} = -[\mathbf{I} - \mathbf{K}_s(k) \mathbf{H}(k)] \bar{\mathbf{P}}_s^{(k/k-1)} \mathbf{H}^T(k) \mathbf{K}_f^T(k) + \mathbf{K}_s(k) \mathbf{R}(k) \mathbf{K}_f^T(k).$	
Корегування фільтра у часі	
$\hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)} = \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) \hat{\mathbf{s}}^{(k-1/k-1)} + \boldsymbol{\Gamma}(k, k-1) \mathbf{u}(k-1) + \boldsymbol{\Psi}(k, k-1) \hat{\mathbf{f}}^{(k-1/k-1)};$ $\bar{\mathbf{P}}_s^{(k/k-1)} = [\boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) \ \boldsymbol{\Psi}(k, k-1)] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_s^{(k-1/k-1)} & \mathbf{P}_{sf}^{(k-1/k-1)} \\ \mathbf{P}_{fs}^{(k-1/k-1)} & \mathbf{P}_f^{(k-1/k-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}^T(k, k-1) \\ \boldsymbol{\Psi}^T(k, k-1) \end{bmatrix} + \mathbf{Q}(k-1).$	

5.5 Ідентифікація несправностей методами локально – оптимального роздільного оцінювання, що базуються на концепції Фрідланда

Заключна частина цього розділу присвячена методам синтезу фільтрів розщепленого типу, які роздільно оцінюють стан системи та вектори попутно діючих несправностей за умови наявності їх математичних моделей. Такий підхід дозволяє розглядати несправності як складову частину розширеного вектора стану сис-

теми і оцінювати їх загальноприйнятими методами, наприклад, методами оптимальної фільтрації за Калманом. Проте за великої кількості дестабілізуючих факторів розмірність розширеного фільтра Калмана може набагато перевищувати порядок досліджуваної системи. Це спричиняє певні труднощі практичного характеру, пов'язаних з перш за все зі складністю та об'ємом розрахунків, що супроводжуються накопиченням похибок заокруглення. Для подолання цих недоліків Фрідланд [186] запропонував використовувати замість розширеного фільтра Калмана паралельну структуру, що складається з низки автономно працюючих фільтрів калманівського типу, але меншої розмірності. Загальновідомо, що структура запропонована Фрідландом є оптимальною у сенсі її еквівалентності розширеному фільтру Калмана лише для детермінованих моделей несправностей та збурень [63]. На перших порах, спроби розповсюдити підхід Фрідланда на стохастичні моделі не увінчались успіхом через уведення низки занадто жорстких обмежень, які виконати на практиці було майже неможливо [237]. У даному підрозділі розгляду підлягає модернізація двокаскадної структури Фрідланда, яка дозволяє шляхом послаблення обмежень до рівня, прийняттого з практичної точки зору, отримати оптимальні характеристики розщепленого фільтра за наявності стохастичних моделей несправностей. Тут оптимальність розуміється у сенсі еквівалентності виходу паралельної структури виходу розширеного фільтра Калмана, який у свою чергу гарантує мінімальну середньоквадратичну похибку оцінювання. Вказана модернізація базується на відмові від автономності роботи компонентів паралельної структури та охоплені їх системою перехресних зв'язків. У подальшому така структура отримала назву локально-оптимальної [236]. Після з'ясування механізму роботи локально-оптимального фільтра Фрідланда, у наступному підрозділі розгляду підлягатиме більш складна та практично значима задача, коли несправності та збурення діють одночасно або послідовно не тільки у підсистемі «об'єкт–регулятор», а також у каналі спостережень.

5.5.1 Локально-оптимальна процедура розщеплення розширеного фільтра Калмана [238]

Спочатку припустимо, що модель контрольованої системи описується як

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{\Sigma}(k+1, k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{\Psi}(k+1, k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{w}_s(k); \quad (5.83)$$

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{L}(k+1, k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{w}_f(k); \quad (5.84)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{F}(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{v}(k), \quad (5.85)$$

де $\mathbf{s}(k) \in \mathcal{R}^n$ – вектор стану системи, $\mathbf{f}(k) \in \mathcal{R}^q$ – вектор стану несправності, що зароджується, $\mathbf{y}(k) \in \mathcal{R}^m$ – вектор спостережень. Передбачається, що системні матриці $\mathbf{\Sigma}(k+1, k)$, $\mathbf{\Psi}(k+1, k)$, $\mathbf{L}(k+1, k)$, $\mathbf{H}(k)$, $\mathbf{F}(k)$ задані і мають відповідні розмірності, а матриця $\mathbf{L}(k+1, k)$, окрім того, є неособливою. Шумові процеси збурень $\mathbf{w}_s(k)$, $\mathbf{w}_f(k)$ та спостережень $\mathbf{v}(k)$ вважаються білими гаусовими послідовностями, що мають нульові середні значення та задані коваріаційні матриці:

$$\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{w}_s^T(j)\} = \mathbf{Q}_s(k)\delta(k, j); \quad \mathcal{M}\{\mathbf{w}_f(k)\mathbf{w}_f^T(j)\} = \mathbf{Q}_f(k)\delta(k, j);$$

$$\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{w}_f^T(j)\} = \mathbf{Q}_{sf}(k)\delta(k, j);$$

$$\mathcal{M}\{\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathbf{R}(k)\delta(k, j); \quad \mathcal{M}\{\mathbf{w}_f(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathbf{0}.$$

Початкові стани $\mathbf{s}(0)$ та $\mathbf{f}(0)$ вважаються не корельованими з послідовностями $\mathbf{w}_s(k)$, $\mathbf{w}_f(k)$ та $\mathbf{v}(k)$. Вони являють собою гауссові випадкові величини з параметрами: $\mathcal{M}\{\mathbf{f}(0)\} = \bar{\mathbf{f}}_0$; $\mathcal{M}\{\mathbf{f}(0)\mathbf{f}^T(0)\} = \mathbf{P}_f(0)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\} = \bar{\mathbf{s}}_0$; $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\mathbf{s}^T(0)\} = \mathbf{P}_s(0)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\mathbf{f}^T(0)\} = \mathbf{P}_{sf}(0)$. Розглядаючи $\mathbf{s}(k)$ та $\mathbf{f}(k)$ у якості змінних стану $\mathbf{z}^T(k) = [\mathbf{s}^T(k) \mathbf{f}^T(k)]^T$ розширеної системи, можна записати стандартну форму рівнянь для фільтра Калмана:

$$\hat{\mathbf{z}}(k/k-1) = \mathbf{\Sigma}_z(k, k-1)\hat{\mathbf{z}}(k-1/k-1); \quad (5.86)$$

$$\hat{\mathbf{z}}(k/k) = \hat{\mathbf{z}}(k/k-1) + \mathbf{K}_z(k)[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}_z(k)\hat{\mathbf{z}}(k/k-1)]; \quad (5.87)$$

$$\mathbf{P}_z(k/k-1) = \mathbf{\Sigma}_z(k, k-1)\mathbf{P}_z(k-1/k-1)\mathbf{\Sigma}_z^T(k, k-1) + \mathbf{Q}_z(k-1); \quad (5.88)$$

$$\mathbf{K}_z(k) = \mathbf{P}_z(k/k-1)\mathbf{H}_z^T(k)[\mathbf{H}_z(k)\mathbf{P}_z(k/k-1)\mathbf{H}_z^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}; \quad (5.89)$$

$$\mathbf{P}_z(k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_z(k)\mathbf{H}_z(k)]\mathbf{P}_z(k/k-1), \quad (5.90)$$

$$\text{де } \Sigma_z(k, k-1) = \begin{bmatrix} \Sigma(k, k-1) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & L(k, k-1) \end{bmatrix}; \mathbf{Q}_z(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_s(k) & \mathbf{Q}_{sf}(k) \\ \mathbf{Q}_{sf}^T(k) & \mathbf{Q}_f(k) \end{bmatrix}; \mathbf{z}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{s}(k) \\ \mathbf{f}(k) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_z(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s(k) \\ \mathbf{K}_f(k) \end{bmatrix}; \mathbf{H}_z(k) = [\mathbf{H}(k) \quad \mathbf{F}(k)]; \mathbf{P}_z(k/k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_s(k/k-1) & \mathbf{P}_{sf}(k/k-1) \\ \mathbf{P}_{sf}^T(k/k-1) & \mathbf{P}_f(k/k-1) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}_z(k/k) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_s(k/k) & \mathbf{P}_{sf}(k/k) \\ \mathbf{P}_{sf}^T(k/k) & \mathbf{P}_f(k/k) \end{bmatrix}.$$

Загально відомо [117, 239], що складність обчислень зростає нелінійно з ростом розмірності розширеного фільтра, і у багатьох випадках процедура (5.86)–(5.90) може бути неприйнятною для практичних впроваджень. Основним джерелом труднощів стає надмірна складність обчислень взаємної кореляційної матриці $\mathbf{P}_{sf}(k/k)$. Тому цю складову бажано усунути з розгляду, що буде сприяти істотному спрощенню обчислень при практичній реалізації фільтра у вигляді цифрового спеціалізованого пристрою. Саме тому наступним кроком буде уведення такої апроксимації розширеного фільтра Калмана, яка не потребує обчислень $\mathbf{P}_{sf}(k/k)$ у явній формі.

Модифікація рівнянь фільтра Фрідланда для локально – оптимального роздільного оцінювання несправностей та вектора стану системи складається з двох етапів, які можна описати у такий спосіб. На першому кроці проектується фільтр, у якому несправності спочатку ігноруються, а для подальшого урахування впливу виниклої несправності, вводиться додатковий зовнішній керівний вхід. На другому кроці проектується окремий спеціальний фільтр, який оцінює вектор змінних, що стосуються несправностей з метою корекції фільтра вільного від впливу вищезазначених несправностей. Ці два фільтри становлять базис, на основі якого будується новий фільтр, у деякому сенсі, еквівалентний початковому розширеному фільтру Калмана. У випадку ігнорування несправностей слід покласти $\mathbf{f}(k) = \mathbf{0}$ тоді одержуємо стандартний фільтр Калмана, який побудований на основі укорочених моделей (5.83) та (5.85):

$$\mathbf{s}_0^*(k/k-1) = \Sigma(k, k-1) \mathbf{s}_0^*(k-1/k-1); \quad (5.91)$$

$$\mathbf{s}_0^* (k/k) = \mathbf{s}_0^* (k/k-1) + \mathbf{K}_{s_0} (k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{s}_0^* (k/k-1)] ; \quad (5.92)$$

$$\mathbf{P}_{s_0} (k/k-1) = \mathbf{\Sigma} (k, k-1) \mathbf{P}_{s_0} (k-1/k-1) \mathbf{\Sigma}^T (k, k-1) + \mathbf{Q}_{s_0} (k-1); \quad (5.93)$$

$$\mathbf{K}_{s_0} (k) = \mathbf{P}_{s_0} (k/k-1) \mathbf{H}^T (k) [\mathbf{H}(k) \mathbf{P}_{s_0} (k/k-1) \mathbf{H}^T (k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}; \quad (5.94)$$

$$\mathbf{P}_{s_0} (k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{s_0} (k) \mathbf{H}(k)] \mathbf{P}_{s_0} (k/k-1). \quad (5.95)$$

Тут уведені наступні позначення: $\mathbf{s}_0^* (k/k)$ – оцінка стану системи, отримана за умови, що несправності не враховуються, $\mathbf{P}_{s_0} (k/k)$ – коваріаційна матриця похибок фільтрації за тих же самих умов, а $\mathbf{Q}_{s_0} (k-1) = \mathbf{Q}_s (k-1)$. Для того, щоб врахувати вплив несправностей на фільтр, описуваний співвідношеннями (5.91)–(5.95) представимо їх у зміненій формі за допомогою фіктивного додаткового входу $\mathbf{u}(k-1)$, на який діє оновлений шум збурень, обумовлений впливом несправностей. Для цього скорегуємо рівняння оцінки (5.91) та коваріаційну матрицю похибок екстраполяції на крок уперед (5.93):

$$\mathbf{s}_1^* (k/k-1) = \mathbf{\Sigma} (k, k-1) \mathbf{s}_0^* (k-1/k-1) + \mathbf{u}(k-1) \quad (5.96)$$

$$\mathbf{P}_{s_1} (k/k-1) = \mathbf{\Sigma} (k, k-1) \mathbf{P}_{s_0} (k-1/k-1) \mathbf{\Sigma}^T (k, k-1) + \mathbf{Q}_{s_1} (k-1), \quad (5.97)$$

де $\mathbf{u}(k-1)$ – новий зовнішній вхід, а $\mathbf{Q}_{s_1} (k)$ – нова статистика для $\mathbf{w}_s (k)$.

Ці оновлені параметри будуть визначені дещо пізніше. На відміну від фільтра, вільного від несправностей новий фільтр, що описується співвідношеннями (5.96), (5.97), (5.92), (5.94)–(5.95), слід називати модифікованим вільним фільтром. Неважко помітити, що модифікований фільтр не є оптимальним, тому що його матриця передачі $\mathbf{K}_{s_1} (k)$ обчислена з урахуванням внесеної поправки $\mathbf{Q}_{s_1} (k)$ відрізняється від оптимального значення матричного коефіцієнта передачі $\mathbf{K}_{s_0} (k)$. Тому коваріаційна матриця похибок фільтрації повинна обчислюватися на підставі загальної формули, справедливої для довільної матриці передачі [99]:

$$\mathbf{P}_{s_1} (k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{s_1} (k) \mathbf{H}(k)] \mathbf{P}_{s_1} (k/k-1) [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{s_1} (k) \mathbf{H}(k)]^T + \mathbf{K}_{s_1} (k) \mathbf{R}(k) \mathbf{K}_{s_1}^T (k).$$

Надалі буде передбачена можливість корекції оцінок модифікованого вільного фільтра шляхом введення оцінок несправностей, отриманих від окремого спеціального фільтра. Це створює передумови для створення модифікованого двокаскадного фільтра, що апроксимує розширений фільтр Калмана. Як далі буде показана

но, вихід апроксимуючого фільтра являє собою лінійну комбінацію оцінок модифікованого вільного фільтра та фільтра, призначеного виключно для оцінювання несправностей. Вищезгаданий фільтр описується співвідношеннями:

$$\mathbf{f}^* ({}^k/k_{-1}) = \mathbf{L}(k, k-1) \mathbf{f}^* ({}^{k-1}/k_{-1}) ; \quad (5.98)$$

$$\mathbf{f}^* ({}^k/k) = \mathbf{f}^* ({}^k/k_{-1}) + \mathbf{K}_f (k) \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{s}_1^* ({}^k/k_{-1}) - \mathbf{\Theta}(k) \mathbf{f}^* ({}^k/k_{-1}) \right]; \quad (5.99)$$

$$\mathbf{P}_f ({}^k/k_{-1}) = \mathbf{L}(k, k-1) \mathbf{P}_f ({}^{k-1}/k_{-1}) \mathbf{L}^T (k, k-1) + \mathbf{Q}_f (k-1); \quad (5.100)$$

$$\mathbf{K}_f (k) = \mathbf{P}_f ({}^k/k_{-1}) \mathbf{\Theta}^T (k) \left[\mathbf{H}(k) \mathbf{P}_{s_1} ({}^k/k_{-1}) \mathbf{H}^T (k) + \mathbf{\Theta}(k) \mathbf{P}_f ({}^k/k_{-1}) \mathbf{\Theta}^T (k) + \mathbf{R}(k) \right]^{-1}; \quad (5.101)$$

$$\mathbf{P}_f ({}^k/k) = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_f (k) \mathbf{\Theta}(k) \right] \mathbf{P}_f ({}^k/k_{-1}) \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_f (k) \mathbf{\Theta}(k) \right]^T + \mathbf{K}_f (k) \mathbf{R}(k) \mathbf{K}_f^T (k) , \quad (5.102)$$

де $\mathbf{s}_1^* ({}^k/k_{-1})$ та $\mathbf{P}_{s_1} ({}^k/k_{-1})$ визначаються рівняннями (5.96)–(5.97).

З формально-математичної точки зору структури розділених фільтрів (5.91)–(5.95), (5.98)–(5.102) можна одержати шляхом застосування двох ортогональних перетворень розширеного фільтра Калмана, яке приводить коваріаційні матриці $\mathbf{P}_z ({}^k/k_{-1})$ та $\mathbf{P}_z ({}^k/k)$ до діагонального вигляду [240]:

$$\begin{aligned} T[\mathbf{U}(k)] &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{U}(k) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{U}(k) \triangleq \mathbf{P}_{sf} ({}^k/k_{-1}) \left[\mathbf{P}_f ({}^k/k_{-1}) \right]^{-1}; \\ T[\mathbf{V}(k)] &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{V}(k) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{V}(k) \triangleq \mathbf{P}_{sf} ({}^k/k) \left[\mathbf{P}_f ({}^k/k) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (5.103)$$

Головною особливістю, уведених перетворень є те, що пряме й зворотне перетворення зв'язані простим співвідношенням, а саме $T^{-1}[\mathbf{U}(k)] = T[-\mathbf{U}(k)]$, тобто вони різняться тільки знаком. У зв'язку із цим слушні вирази, які описують взаємозв'язок між змінними (5.86)–(5.90) у старій та новій координатній системі

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}} ({}^k/k_{-1}) &= T[\mathbf{U}(k)] \mathbf{z}^* ({}^k/k_{-1}); & \mathbf{z}^* ({}^k/k_{-1}) &= T[-\mathbf{U}(k)] \hat{\mathbf{z}} ({}^k/k_{-1}); \\ \hat{\mathbf{z}} ({}^k/k) &= T[\mathbf{V}(k)] \mathbf{z}^* ({}^k/k); & \mathbf{z}^* ({}^k/k) &= T[-\mathbf{V}(k)] \hat{\mathbf{z}} ({}^k/k); \\ \mathbf{P}_z ({}^k/k_{-1}) &= T[\mathbf{U}(k)] \mathbf{P}_z^* ({}^k/k_{-1}) T^T [\mathbf{U}(k)]; & \mathbf{P}_z^* ({}^k/k_{-1}) &= T[-\mathbf{U}(k)] \mathbf{P}_z ({}^k/k_{-1}) T^T [-\mathbf{U}(k)]; \\ \mathbf{K}_z (k) &= T[\mathbf{V}(k)] \mathbf{K}_z^* (k); & \mathbf{K}_z^* (k) &= T[-\mathbf{V}(k)] \mathbf{K}_z (k); \\ \mathbf{P}_z ({}^k/k) &= T[\mathbf{V}(k)] \mathbf{P}_z^* ({}^k/k) T^T [\mathbf{V}(k)]; & \mathbf{P}_z^* ({}^k/k) &= T[-\mathbf{V}(k)] \mathbf{P}_z ({}^k/k) T^T [-\mathbf{V}(k)]. \end{aligned} \quad (5.104)$$

Тут уведені такі позначення для змінних у новій координатній системі (див.(5.104), стовпець праворуч):

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^* (k/k_{-1}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 (k/k_{-1}) \\ \mathbf{f} (k/k_{-1}) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{z}^* (k/k) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 (k/k) \\ \mathbf{f} (k/k) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_z^* (k) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{s_1} (k) \\ \mathbf{K}_f (k) \end{bmatrix}; \\ \mathbf{P}_z^* (k/k_{-1}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{s_1} (k/k_{-1}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_f (k/k_{-1}) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{P}_z^* (k/k) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{s_1} (k/k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_f (k/k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.104 \text{ а})$$

Ґрунтуючись на співвідношеннях (5.104), одержимо еквівалент розширеного фільтра Калмана у новій координатній системі. Для цього застосуємо ітераційну процедуру, що складається із двох кроків.

Крок 1: Підставимо співвідношення (5.86)– (5.90) у праву частину (5.104), тоді отримаємо такий результат:

$$\mathbf{z}^* (k/k_{-1}) = T[-U(k)] \hat{\mathbf{z}}(k/k_{-1}); \quad (5.105)$$

$$\mathbf{z}^* (k/k) = T[-V(k)] \left\{ \hat{\mathbf{z}}(k/k_{-1}) + \mathbf{K}_z(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}_z(k) \hat{\mathbf{z}}(k/k_{-1})] \right\}; \quad (5.106)$$

$$\mathbf{P}_z^* (k/k_{-1}) = T[-U(k)] \left[\boldsymbol{\Sigma}_z(k, k-1) \mathbf{P}_z(k-1/k_{-1}) \boldsymbol{\Sigma}_z^T(k, k-1) + \mathbf{Q}_z(k-1) \right] T^T[-U(k)]; \quad (5.107)$$

$$\mathbf{K}_z^* (k)(k/k_{-1}) = T[-V(k)] \left\{ \mathbf{P}_z(k/k_{-1}) \mathbf{H}_z^T(k) [\mathbf{H}_z(k) \mathbf{P}_z(k/k_{-1}) \mathbf{H}_z^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1} \right\} \quad (5.108)$$

$$\mathbf{P}_z^* (k/k) = T[-V(k)] \left\{ [\mathbf{I} - \mathbf{K}_z(k) \mathbf{H}_z(k)] \mathbf{P}_z(k-1/k_{-1}) \right\} T^T[-V(k)]. \quad (5.109)$$

Крок 2: Підстановка співвідношень з лівого стовпця (5.104) у праву частину (5.105)– (5.109) приводить до результату:

$$\mathbf{z}^* (k/k_{-1}) = T[-U(k)] \boldsymbol{\Sigma}_z(k, k-1) T[V(k-1)] \mathbf{z}^* (k-1/k_{-1}); \quad (5.110)$$

$$\mathbf{z}^* (k/k) = T[U(k) - V(k)] \mathbf{z}^* (k/k_{-1}) + \mathbf{K}_z^* (k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}_z(k) T[U(k)] \mathbf{z}^* (k/k_{-1})]; \quad (5.111)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_z^* (k/k_{-1}) &= T[-U(k)] \left\{ \boldsymbol{\Sigma}_z(k, k-1) T[V(k-1)] \mathbf{P}_z^* (k-1/k_{-1}) T^T[V(k-1)] \boldsymbol{\Sigma}_z^T(k, k-1) + \right. \\ &\left. + \mathbf{Q}_z(k-1) \right\} T^T[-U(k)]; \end{aligned} \quad (5.112)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_z^* (k) &= T[U(k) - V(k)] \mathbf{P}_z^* (k/k_{-1}) T^T[U(k)] \mathbf{H}_z^T(k) \times \\ &\times \left\{ \mathbf{H}_z(k) T[U(k)] \mathbf{P}_z^* (k/k_{-1}) T^T[U(k)] \mathbf{H}_z^T(k) + \mathbf{R}(k) \right\}^{-1}; \end{aligned} \quad (5.113)$$

$$\mathbf{P}_z^* (k/k) = \left\{ T[U(k) - V(k)] - \mathbf{K}_z^* (k) \mathbf{H}_z(k) T[U(k)] \right\} \mathbf{P}_z^* (k-1/k_{-1}) T^T[U(k) - V(k)]. \quad (5.114)$$

Сукупність формул (5.110)–(5.114) являють собою не що інше, як представлення розширеного фільтра Калмана у новій координатній системі. Використову-

ючи діагональну структуру матриць $P_z^*(k/k-1)$ та $P_z^*(k/k)$ сформуємо обмеження, що накладаються на матриці зв'язків $U(k)$ і $V(k)$:

$$\mathbf{0} = \tilde{U}(k)L(k-1)P_f(k-1/k-1)L^T(k-1) + Q_{sf}(k-1) - U(k)[L(k-1)P_f(k-1/k-1)L^T(k-1) + Q_f(k-1)]; \quad (5.115)$$

$$\mathbf{0} = U(k) - V(k) - K_{s_1}(k)\Theta(k). \quad (5.116)$$

де $\tilde{U}(k)$ і $\Theta(k)$ визначаються таким чином

$$\tilde{U}(k) = [\Sigma(k, k-1)V(k-1) + \Psi(k, k-1)]L^{-1}(k-1); \quad (5.117)$$

$$\Theta(k) = H(k)U(k) + F(k). \quad (5.118)$$

Розкриття дужок у виразах (5.110)–(5.114) з урахуванням формул (5.115)–(5.118) дозволяє спроектувати окремий фільтр, що здатний відслідковувати зміни несправностей у динаміці. Структура такого фільтра описується формулами (5.98) – (5.102). Розв'язуючи спільно рівняння (5.100), (5.115)–(5.116) можна одержати альтернативні вирази для матриць зв'язку $U(k)$ і $V(k)$

$$U(k) = \tilde{U}(k) + [Q_{sf}(k-1) - \tilde{U}(k)Q_f(k-1)]P_f^{-1}(k/k-1); \quad (5.119)$$

$$V(k) = U(k) - K_{s_1}(k)\Theta(k). \quad (5.120)$$

Вираз для корегувальної дії $u(k)$ та оновленої коваріаційної матриці векторного шуму збурень $Q_{s_1}(k)$, які входять до складу модифікованого фільтра вільного від несправностей (див. (5.96)–(5.97)) можна визначати з формул (5.109), (5.112), (5.116) з урахуванням (5.117):

$$u(k) = [\tilde{U}(k+1) - U(k+1)]L(k)f^*(k/k); \quad (5.121)$$

$$Q_{s_1}(k) = Q_s(k) - Q_{sf}(k)\tilde{U}^T(k+1) - U(k+1)[Q_{sf}(k) - \tilde{U}(k+1)Q_f(k)]^T. \quad (5.122)$$

Аналізуючи рівняння (5.121) – (5.122), неважко помітити різницю між модифікованим фільтром і фільтром (5.91)–(5.95), що ігнорує несправності. Вона проявляється у формі зв'язку із іншим спеціальним фільтром, призначеним винятково для оцінювання несправностей. Зазначений зв'язок реалізується у процесі обчислень матриці сполучення U зі зовнішнім входом, яка корегує дію фіктивного входу $u(k)$ та модифіковану матрицю шумів збурень $Q_{s_1}(k)$ відповідно до

рівнянь (5.119) – (5.122). Наявність коригувальних зв'язків буде супроводжуватись збільшенням складності та обсягу обчислень, однак, як показали результати подальшого моделювання це збільшення буде незначним.

У підсумку отримані результати дозволяють запропонувати наступну структуру розщепленого каскадного фільтра, заснованого на лінійній комбінації виходів модифікованого фільтра, умовно вільного від несправностей, та фільтра, що спеціалізується винятково на оцінюванні несправностей:

$$\hat{\mathbf{s}}(k/k-1) = \mathbf{s}_1^*(k/k-1) + \mathbf{U}(k) \mathbf{f}^*(k/k-1); \quad (5.123)$$

$$\hat{\mathbf{s}}(k/k) = \mathbf{s}_1^*(k/k) + \mathbf{V}(k) \mathbf{f}^*(k/k); \quad (5.124)$$

$$\mathbf{P}_{11}(k/k-1) \triangleq \mathcal{M} \left\{ \left[\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k-1) \right] \left[\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k-1) \right]^T \right\} = \mathbf{P}_{s_1}(k/k-1) + \mathbf{U}(k) \mathbf{P}_f(k/k-1) \mathbf{U}^T(k); \quad (5.125)$$

$$\mathbf{P}_{11}(k/k) \triangleq \mathcal{M} \left\{ \left[\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k) \right] \left[\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k) \right]^T \right\} = \mathbf{P}_{s_1}(k/k) + \mathbf{V}(k) \mathbf{P}_f(k/k) \mathbf{V}^T(k); \quad (5.126)$$

$$\mathbf{P}_{12}(k/k-1) \triangleq \mathcal{M} \left\{ \left[\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k-1) \right] \left[\mathbf{f}(k) - \mathbf{f}^*(k/k-1) \right]^T \right\} = \mathbf{U}(k) \mathbf{P}_f(k/k-1); \quad (5.127)$$

$$\mathbf{P}_{12}(k/k) \triangleq \mathcal{M} \left\{ \left[\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k) \right] \left[\mathbf{f}(k) - \mathbf{f}^*(k/k) \right]^T \right\} = \mathbf{V}(k) \mathbf{P}_f(k/k); \quad (5.128)$$

$$\mathbf{P}_{22}(k/k-1) \triangleq \mathcal{M} \left\{ \left[\mathbf{f}(k) - \mathbf{f}^*(k/k-1) \right] \left[\mathbf{f}(k) - \mathbf{f}^*(k/k-1) \right]^T \right\} = \mathbf{P}_f(k/k-1); \quad (5.129)$$

$$\mathbf{P}_{22}(k/k) \triangleq \mathcal{M} \left\{ \left[\mathbf{f}(k) - \mathbf{f}^*(k/k) \right] \left[\mathbf{f}(k) - \mathbf{f}^*(k/k) \right]^T \right\} = \mathbf{P}_f(k/k) \quad (5.130)$$

з початковими умовами:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(0) &= \mathbf{P}_{sf}(0) \mathbf{P}_f^{-1}(0); \quad \hat{\mathbf{s}}(0) = \bar{\mathbf{s}}_0 - \mathbf{V}(0) \mathbf{f}(0); \quad \mathbf{f}^*(0) = \bar{\mathbf{f}}_0; \\ \mathbf{P}_s(0) &= \mathbf{P}_s(0) - \mathbf{V}(0) \mathbf{P}_f(0) \mathbf{V}^T(0); \quad \mathbf{P}_f(0) = \mathbf{P}_f(0). \end{aligned}$$

Локальна оптимальність та збіжність оцінок синтезованого фільтра у сенсі мінімальності середньоквадратичної похибки значною мірою визначаються виразом (5.122) для коваріаційної матриці оновленого шуму $\mathbf{Q}_{s_1}(k)$. Вона повинна залишатись під постійним контролем протягом усієї роботи фільтра, бути симетричною та невід'ємно означеною. Це ще раз підкреслює тезу про локально оптимальний характер синтезованої процедури. Нижче наводиться зведена таблиця операторів синтезованої процедури.

Порядок реалізації процедури розщеплення розширеного фільтра Калмана

<p>Модель динаміки досліджуваної системи</p> $\mathbf{s}(k+1) = \boldsymbol{\Sigma}(k+1, k)\mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\Psi}(k+1, k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{w}_s(k);$ $\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{L}(k+1, k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{w}_f(k);$
<p>Модель каналу спостережень</p> $\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{F}(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{v}(k);$
<p>Апріорні дані</p> <p>$\mathbf{s}(k) \in \mathcal{R}^n$; $\mathbf{f}(k) \in \mathcal{R}^q$; $\mathbf{y}(k) \in \mathcal{R}^m$; $\mathbf{L}(k+1, k)$ – не вироджена матриця; $\boldsymbol{\Sigma}(k+1, k), \boldsymbol{\Psi}(k+1, k), \mathbf{L}(k+1, k), \mathbf{H}(k), \mathbf{F}(k)$ – задані системні матриці; $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\} = \bar{\mathbf{s}}_0$; $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\mathbf{s}^T(0)\} = \mathbf{P}_s(0)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{f}(0)\} = \bar{\mathbf{f}}_0$; $\mathcal{M}\{\mathbf{f}(0)\mathbf{f}^T(0)\} = \mathbf{P}_f(0)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\mathbf{f}^T(0)\} = \mathbf{P}_{sf}(0)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\} = \mathcal{M}\{\mathbf{w}_f(k)\} = \mathcal{M}\{\mathbf{v}(k)\} = \mathbf{0}$; $\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{w}_s^T(j)\} = \mathbf{Q}_s(k)\delta(k, j)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{w}_f(k)\mathbf{w}_f^T(j)\} = \mathbf{Q}_f(k)\delta(k, j)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{w}_f^T(j)\} = \mathbf{Q}_{sf}(k)\delta(k, j)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathbf{R}(k)\delta(k, j)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{w}_f(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathbf{0}$.</p>
<p>Підсумкові оцінки та їх точність</p> $\hat{\mathbf{s}}(k/k-1) = \mathbf{s}_{s_1}^*(k/k-1) + \mathbf{U}(k)\mathbf{f}^*(k/k-1); \quad \hat{\mathbf{s}}(k/k) = \mathbf{s}_{s_1}^*(k/k) + \mathbf{V}(k)\mathbf{f}^*(k/k);$ $\hat{\mathbf{P}}_s(k/k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{s_1}^*(k/k-1) + \mathbf{U}(k)\mathbf{P}_f^*(k/k-1)\mathbf{U}^T(k); & \mathbf{U}(k)\mathbf{P}_f^*(k/k-1) \\ \mathbf{P}_f^*(k/k-1)\mathbf{U}^T(k); & \mathbf{P}_f^*(k/k-1) \end{bmatrix};$ $\hat{\mathbf{P}}_s(k/k) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{s_1}^*(k/k) + \mathbf{V}(k)\mathbf{P}_f^*(k/k)\mathbf{V}^T(k); & \mathbf{V}(k)\mathbf{P}_f^*(k/k) \\ \mathbf{P}_f^*(k/k)\mathbf{V}^T(k); & \mathbf{P}_f^*(k/k) \end{bmatrix};$
<p>Модифікований фільтр для оцінювання $\mathbf{s}_{s_1}^*$</p> $\mathbf{s}_{s_1}^*(k/k-1) = \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)\mathbf{s}_{s_1}^*(k-1/k-1) + \mathbf{u}(k-1);$ $\mathbf{P}_{s_1}^*(k/k-1) = \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)\mathbf{P}_{s_1}^*(k-1/k-1)\boldsymbol{\Sigma}(k, k-1)^T + \mathbf{Q}_{s_1}^*(k-1);$ $\mathbf{K}_{s_1}^*(k) = [\mathbf{H}(k)\mathbf{P}_{s_1}^*(k/k-1)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1};$ $\mathbf{P}_{s_1}^*(k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{s_1}^*(k)\mathbf{H}(k)]\mathbf{P}_{s_1}^*(k/k-1);$ $\mathbf{r}_{s_1}^*(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\mathbf{s}_{s_1}^*(k/k-1);$ $\mathbf{s}_{s_1}^*(k/k) = \mathbf{s}_{s_1}^*(k/k-1) + \mathbf{K}_{s_1}^*(k)\mathbf{r}_{s_1}^*(k);$

<p>Фільтр для оцінювання несправностей \mathbf{f}^*</p> $\mathbf{f}^*(k/k-1) = \mathbf{L}(k, k-1) \mathbf{f}^*(k-1/k-1);$ $\mathbf{P}_f^*(k/k-1) = \mathbf{L}(k, k-1) \mathbf{P}_f^*(k-1/k-1) \mathbf{L}(k, k-1)^T + \mathbf{Q}_f(k-1);$ $\mathbf{K}_f^*(k) = \mathbf{P}_f^*(k/k-1) \boldsymbol{\Theta}^T(k) \left[\mathbf{H}(k) \mathbf{P}_{s_1}^*(k/k-1) \mathbf{H}(k)^T + \mathbf{R}(k) + \boldsymbol{\Theta}(k) \mathbf{P}_f^*(k/k-1) \boldsymbol{\Theta}^T(k) \right]^{-1};$ $\mathbf{P}_f^*(k/k) = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_f^*(k) \boldsymbol{\Theta}(k) \right] \mathbf{P}_f^*(k/k-1);$ $\mathbf{r}_f^*(k) = \mathbf{r}_{s_1}^*(k) - \boldsymbol{\Theta}(k) \mathbf{f}^*(k/k-1);$ $\mathbf{f}^*(k/k) = \mathbf{f}^*(k/k-1) + \mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{r}_f^*(k);$
<p>Рівняння для матриць спряження</p> $\tilde{\mathbf{U}}(k) = \left[\boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) \mathbf{V}(k-1) + \boldsymbol{\Psi}(k, k-1) \right] \mathbf{L}^{-1}(k, k-1);$ $\mathbf{U}(k) = \tilde{\mathbf{U}}(k) \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{Q}_f(k-1) \left[\mathbf{P}_f^*(k/k-1) \right]^{-1} \right\};$ $\boldsymbol{\Theta}(k) = \mathbf{H}(k) \mathbf{U}(k) + \mathbf{F}(k);$ $\mathbf{V}(k) = \mathbf{U}(k) - \mathbf{K}_{s_1}^*(k) \boldsymbol{\Theta}(k);$ $\mathbf{Q}_{s_1}(k) = \mathbf{Q}_s(k) + \mathbf{U}(k+1) \mathbf{Q}_f(k) \tilde{\mathbf{U}}(k+1);$ $\mathbf{u}(k) = \left[\tilde{\mathbf{U}}(k+1) - \mathbf{U}(k+1) \right] \mathbf{L}^{-1}(k, k-1) \mathbf{f}^*(k/k);$
<p>Початкові умови</p> $\mathbf{V}(0) = \mathbf{P}_{sf}(0) \left[\mathbf{P}_f(0) \right]^{-1}; \quad \mathbf{s}_1(0) = \bar{\mathbf{s}}_0 - \mathbf{V}(0) \bar{\mathbf{f}}_0;$ $\mathbf{f}^*(0/0) = \bar{\mathbf{f}}_0; \quad \mathbf{P}_f^*(0/0) = \mathbf{P}_f(0); \quad \mathbf{P}_{s_1}^*(0/0) = \mathbf{P}_s(0) - \mathbf{V}(0) \mathbf{P}_f(0) \mathbf{V}(0)^T.$

5.6 Синтез трьох каскадного фільтра для отримання роздільних оцінок стану системи та несправностей з підвищеною стійкістю до не контрольованих збурень

Після того, як у попередньому підрозділі був з'ясований механізм розщеплення розширеного фільтра Калмана можна переходити до більш складної та практично значимої задачі, пов'язаної з функціональною діагностикою розширеного типу – роздільним оцінюванням, як несправностей, так і стану лінійної системи за умови сукупної дії несправностей та збурень у каналі спостережень та підсистемі «об'єкт–регулятор». У зв'язку з цим, викладання матеріалу буде стислим з посиланням на результати підрозділу 5.5.1, а коментарі у більшості випадків бу-

дуть стосуватись принципів моментів, що матимуть у подальшому важливе значення з практичної точки зору. Поставленій задачі відповідає математична модель, структура якої представлена на рис. 5.1.

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + \Gamma(k+1,k)u(k) + \Psi(k+1,k)f(k) + \Omega(k+1,k)d(k) + w_s(k), \quad (5.131)$$

$$y(k) = H(k)s(k) + F(k)f(k) + D(k)d(k) + v(k). \quad (5.132)$$

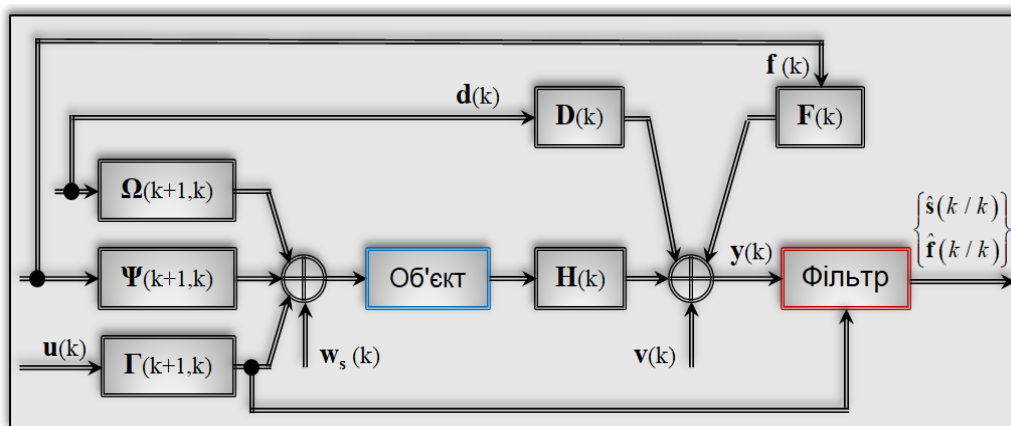


Рис.5.1. Структура задачі дослідження

Стосовно уведених позначень та припущень, то мається на увазі наступне: $s(k) \in \mathcal{R}^n$ – вектор стану досліджуваної системи, $u(k) \in \mathcal{R}^r$ – точно відомий вектор керуючого входу, $f(k) \in \mathcal{R}^p$ – вектор адитивних несправностей, $d(k) \in \mathcal{R}^q$ – вектор збурень, структура яких є невизначеною, $y(k) \in \mathcal{R}^m$ – вектор спостережень. Випадкові процеси $w_s(k)$ та $v(k)$ вважаються як такими, що мають нульові середні значення, задані коваріаційні матриці та статистично незалежні, тобто:

$$\mathcal{M} \left\{ \begin{bmatrix} w_s(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_s(j) \\ v(j) \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} Q_{ss}(k) & 0 \\ 0 & R(k) \end{bmatrix} \delta(k,j), \text{ де } \mathcal{M}(\cdot) \text{ – символ математичного}$$

сподівання. Системні матриці $\Sigma(k+1,k)$, $\Gamma(k+1,k)$, $\Psi(k+1,k)$, $\Omega(k+1,k)$, $H(k)$, $F(k)$, $D(k)$, теж вважаються точно відомими та мають відповідні розмірності. Для того щоб система за наявності несправностей та збурень залишалася у рамках керованості та відновлення за Калманом уведені додаткові обмеження:

$[\Sigma(k+1, k), H(k)]$ – є спостережуваною парою, $m \geq p+q$, $\text{rank}[H(k)\Psi(k, k-1)] = \text{rank}[\Psi(k, k-1)]$; $\text{rank}[H(k)\Omega(k, k-1)] = \text{rank}[\Omega(k, k-1)]$. Останні два рангові обмеження, уводяться для того, щоб гарантувати розщеплення розширеного фільтра Калмана [200]. Початковий стан системи $s(0)$ являє собою гаусову випадкову величину, яка не корельована з процесами $w_s(k)$, $v(k)$ і має задані параметри

$$\mathcal{M}\{s(0)\} = \bar{s}_0, \mathcal{M}\left\{\left[s(0) - \bar{s}_0\right]\left[s(0) - \bar{s}_0\right]^T\right\} = P_{ss}(0).$$

Результатом синтезу за вищезазначених умов повинна бути структура паралельного типу, яка здатна роздільно оцінювати як стан системи так і вектор супутніх несправностей. Структура розщепленого фільтра визначається такою системою різницевих рівнянь:

$$\hat{s}^{(k/k)} = s^{*(k/k)} + V_{12}(k) f^{*(k/k)} + V_{13}(k) d^{*(k/k)}; \quad (5.133)$$

$$\hat{f}^{(k/k)} = f^{*(k/k)} + V_{23}(k) d^{*(k/k)}, \quad (5.134)$$

де символ $\hat{}$ відноситься до загальної підсумкової оцінки, а символ $*$ означає оцінку розділеного типу. Оцінки розділеного типу визначаються співвідношеннями:

$$s^{*(k/k)} = s^{*(k/k-1)} + K_s^*(k) \left[y(k) - H(k) s^{*(k/k-1)} \right]; \quad (5.135)$$

$$f^{*(k/k)} = K_f^*(k) \left[y(k) - H(k) s^{*(k/k-1)} \right]; \quad (5.136)$$

$$d^{*(k/k)} = K_d^*(k) \left[y(k) - H(k) s^{*(k/k-1)} \right]; \quad (5.137)$$

$$\text{де } s^{*(k/k-1)} = \Sigma(k, k-1) \hat{s}^{(k-1/k-1)} + \Gamma(k, k-1) u(k-1). \quad (5.139)$$

З рівняння (5.139) випливає, що корекція фільтра відбувається виключно у екстраполяторі шляхом використання загальної підсумкової оцінки $\hat{s}^{(k/k)}$. Слід підкреслити, що згідно виразів (5.133)–(5.134), оцінка $d^{*(k/k)}$ такою, що не являє інтересу для споживача, тобто – несуттєвою. Проте вона повинна визначатись нарівні з іншими, що є типовим для фільтрів калманівського типу. Оскільки структура фільтра певною мірою уже з'ясована, то задача синтезу полягає у виборі матричних коефіцієнтів передачі $K_s^*(k)$, $K_f^*(k)$, $K_d^*(k)$ та вагових множників \bar{V}_{12} , \bar{V}_{13} , \bar{V}_{23} у відповідності до вибраного критерію якості оцінювання.

Ця задача, у зв'язку з її складністю та громіздкістю, буде вирішуватись у три етапи. На першому етапі буде синтезовано роздільну структуру, яка є еквівалентною розширеному фільтру Калмана у сенсі рівноцінності їх виходів за умови уведення додаткових обмежень, тобто синтезована роздільна структура здатна забезпечити мінімальне значення середньоквадратичної похибки у межах дії уведених обмежень. Тому автор відносить її до категорії локально-оптимальних структур. На другому етапі з певних причин від локально-оптимальної структури залишиться лише форма розділення, а зміст буде наповнено іншим критерієм якості. На третьому етапі ця форма розділення буде модифікована для отримання змінених співвідношень (5.133)–(5.139).

5.6.1 Синтез процедури розщеплення

Суть синтезу полягатиме у розщепленні розширеного фільтра Калмана на три допоміжні структури–фільтри меншої розмірності, які у сукупності будуть еквівалентними розширеному фільтру Калмана. Для цього буде застосована пара, ортогональних перетворень, зміст і форма яких будуть з'ясовані дещо пізніше. Для того щоб залишатись у рамках попереднього підрозділу, вектори несправностей $f(k)$ та збурень $d(k)$ будуть інтерпретовані у вигляді випадкових процесів загального типу, тобто як такі, що мають детерміновану та стохастичну складові. Це означатиме, що їх модель може бути описаною як:

$$f(k+1) = f(k) + w_f(k); \quad d(k+1) = d(k) + w_d(k) \quad . \quad (5.140)$$

Слід зауважити, що (5.140) не суперечить співвідношенню (5.84), проте буде вносити певні спрощення у подальших викладках. Далі вважаємо, що шумові послідовності $w_s(k)$, $w_f(k)$, $w_d(k)$ є білими, мають нульове середнє значення та задані коваріаційні матриці:

$$\mathcal{M} \left\{ \begin{bmatrix} w_s(k) \\ w_f(k) \\ w_d(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_s(j) \\ w_f(j) \\ w_d(j) \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} Q_{ss}(k) & Q_{sf}(k) & Q_{sd}(k) \\ Q_{fs}(k) & Q_{ff}(k) & Q_{fd}(k) \\ Q_{ds}(k) & Q_{df}(k) & Q_{dd}(k) \end{bmatrix} \delta(k, j) \quad . \quad (5.141)$$

Початкові умови для системних векторів є такими:

$$\mathcal{M} \left\{ \begin{bmatrix} s(0) \\ f(0) \\ d(0) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \bar{s}_0 \\ \bar{f}_0 \\ \bar{d}_0 \end{bmatrix}; \quad \mathcal{M} \left\{ \begin{bmatrix} (s(0) - \bar{s}_0) \\ (f(0) - \bar{f}_0) \\ (d(0) - \bar{d}_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (s(0) - \bar{s}_0) \\ (f(0) - \bar{f}_0) \\ (d(0) - \bar{d}_0) \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} P_{ss}(0) & P_{sf}(0) & P_{sd}(0) \\ P_{fs}(0) & P_{ff}(0) & P_{fd}(0) \\ P_{ds}(0) & P_{df}(0) & P_{dd}(0) \end{bmatrix}.$$

Якщо розглядати $s(k)$, $f(k)$, $d(k)$ у якості компонентів розширеного вектора стану $z(k)$, то рівняння відповідного фільтра Калмана будуть такими:

$$\hat{z}(k/k-1) = \Sigma_z(k, k-1) \hat{z}(k-1/k-1) + \Gamma_z(k, k-1) u(k-1); \quad (5.142)$$

$$\hat{P}_{zz}(k/k-1) = \Sigma_z(k, k-1) \hat{P}_{zz}(k-1/k-1) \Sigma_z^T(k, k-1) + Q_z(k-1); \quad (5.143)$$

$$\hat{K}_z(k) = \hat{P}_{zz}(k/k-1) H_z^T(k) \left[H_z(k) \hat{P}_{zz}(k/k-1) H_z^T(k) + R(k) \right]^{-1}; \quad (5.144)$$

$$\hat{z}(k/k) = \hat{z}(k/k-1) + \hat{K}_z(k) [y(k) - H_z(k)] \hat{z}(k/k-1); \quad (5.145)$$

$$\hat{P}_{zz}(k/k) = \left[I - \hat{K}_z(k) H_z(k) \right] \hat{P}_{zz}(k/k-1), \quad (5.146)$$

$$\text{де } z(\cdot) = \begin{bmatrix} s(\cdot) \\ f(\cdot) \\ d(\cdot) \end{bmatrix}; \quad \Sigma_z(k, k-1) = \begin{bmatrix} \Sigma_s(k, k-1) & \Psi(k, k-1) & \Omega(k, k-1) \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix};$$

$$\hat{P}_{zz}(\cdot) = \begin{bmatrix} P_{ss}(\cdot) & P_{sf}(\cdot) & P_{sd}(\cdot) \\ P_{fs}(\cdot) & P_{ff}(\cdot) & P_{fd}(\cdot) \\ P_{ds}(\cdot) & P_{df}(\cdot) & P_{dd}(\cdot) \end{bmatrix}; \quad Q_z(k) = \begin{bmatrix} Q_{ss}(k) & Q_{sf}(k) & Q_{sd}(k) \\ Q_{fs}(k) & Q_{ff}(k) & Q_{fd}(k) \\ Q_{ds}(k) & Q_{df}(k) & Q_{dd}(k) \end{bmatrix};$$

$$\Gamma_z(k, k-1) = \begin{bmatrix} \Gamma(k, k-1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H_z(k) = [H(k) \quad F(k) \quad D(k)]. \quad (5.147)$$

Модель фільтра (5.142) – (5.146) гарантує отримання оптимальних оцінок за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки фільтрації, проте вона має два суттєві недоліки. По-перше це проблема нелінійного зростання обчислювальних витрат в залежності від розмірності фільтра, а по-друге – ризики, пов'язані практичною з реалізацією на процесорах обмеженої розрядності [50]. У зв'язку з цим набирає актуальності задача розщеплення розширеного фільтра Калмана на три відносно незалежні допоміжні фільтри пониженої розмірності. Для цього, у відповідності до підрозділу 5.5, слід скористатися двома модифікованими ортогональними перетворенням з метою приведення коваріаційних матриць

$\hat{P}_{zz}({}^k/k_{-1})$, $\hat{P}_{zz}({}^k/k)$ до діагонального вигляду, що дозволить виконувати роздільно процес оцінювання. Це ґрунтується на тому, що вищезазначені матриці в силу формул (5.143) – (5.144) та (5.146) повністю і однозначно описують еволюцію фільтра у часовій області. Оскільки матриці $\hat{P}_{zz}({}^k/k_{-1})$, $\hat{P}_{zz}({}^k/k)$ є симетричними та дійсними, то шукане перетворення повинно відноситись до ортогонального типу, яке не змінює рангу перетворюваних матриць та їх власних значень. Відповідно до положень підрозділу 5.5 уведемо такі дві модифіковані матриці перетворень :

$$U(k) \triangleq \begin{bmatrix} I & U_{12}(k) & U_{13}(k) \\ 0 & I & U_{23}(k) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}; \quad V(k) \triangleq \begin{bmatrix} I & V_{12}(k) & V_{13}(k) \\ 0 & I & V_{23}(k) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad (5.148)$$

де $U_{ij}(k) \triangleq P_{ij}({}^k/k_{-1})[P_{ii}({}^k/k_{-1})]^{-1}$; $V_{ij}(k) \triangleq P_{ij}({}^k/k)[P_{ii}({}^k/k)]^{-1}$; для $j \geq i$, $i, j = 1, 2, 3$.

Оскільки матриці $U(k)$, $V(k)$ є не виродженими, то існують обернені матриці:

$$U^{-1}(k) \triangleq \begin{bmatrix} I & U_{12}^{-1}(k) & U_{13}^{-1}(k) \\ 0 & I & U_{23}^{-1}(k) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}; \quad V^{-1}(k) \triangleq \begin{bmatrix} I & V_{12}^{-1}(k) & V_{13}^{-1}(k) \\ 0 & I & V_{23}^{-1}(k) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}. \quad (5.149)$$

Неважно переконатись, що поміж ними існує залежність: $U^{-1}(k) = U^T(k)$, $V^{-1}(k) = V^T(k)$, яка є ознакою ортогональності перетворення [240]. У відповідності до (5.104) маємо:

$$\begin{aligned} \hat{z}({}^k/k_{-1}) &= U(k) z^*({}^k/k_{-1}); & z^*({}^k/k_{-1}) &= U^{-1}(k) \hat{z}({}^k/k_{-1}); \\ \hat{z}({}^k/k) &= V(k) z^*({}^k/k); & z^*({}^k/k) &= V^{-1}(k) \hat{z}({}^k/k); \\ \hat{K}_z(k) &= V(k) K_z^*(k); & K_z^*(k) &= V^{-1}(k) \hat{K}_z(k)(k); \\ \hat{P}_{zz}({}^k/k_{-1}) &= U(k) P_{zz}^*({}^k/k_{-1}) U^T(k); & P_{zz}^*({}^k/k_{-1}) &= U^{-1}(k) \hat{P}_{zz}({}^k/k_{-1}) [U^{-1}(k)]^T; \\ \hat{P}_{zz}({}^k/k) &= V(k) P_{zz}^*({}^k/k) V^T(k); & P_{zz}^*({}^k/k) &= V^{-1}(k) \hat{P}_{zz}({}^k/k) [V^{-1}(k)]^T, \end{aligned} \quad (5.150)$$

де символом * позначені трансформовані параметри:

$$z^*(\cdot) = \begin{bmatrix} s^*(\cdot) \\ f^*(\cdot) \\ d^*(\cdot) \end{bmatrix}; \quad K_z^*(k) = \begin{bmatrix} K_s^*(k) \\ K_f^*(k) \\ K_d^*(k) \end{bmatrix}; \quad P_{zz}^*(\cdot) = \begin{bmatrix} P_{ss}^*(\cdot) & 0 & 0 \\ 0 & P_{ff}^*(\cdot) & 0 \\ 0 & 0 & P_{dd}^*(\cdot) \end{bmatrix}.$$

Після двократної підстановки, аналогічної (5.105) – (5.114), отримуємо:

$$\mathbf{z}^*(k/k_{-1}) = \mathbf{U}^{-1}(k) \Theta(k) \mathbf{z}^*(k/k) + \mathbf{U}^{-1}(k) \Gamma_z(k, k-1) \mathbf{u}(k-1); \quad (5.151)$$

$$\mathbf{P}_{zz}^*(k/k_{-1}) = \mathbf{U}^{-1}(k) [\Theta(k) \mathbf{P}_{zz}^*(k/k) \Theta^T(k) + \mathbf{Q}_z(k-1)] [\mathbf{U}^{-1}(k)]^T; \quad (5.152)$$

$$\mathbf{K}_z^*(k) = \mathbf{V}^{-1}(k) \Theta(k) \mathbf{P}_{zz}^*(k/k_{-1}) \Xi^T(k) [\Xi(k) \mathbf{P}_{zz}^*(k/k_{-1}) \Xi^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}; \quad (5.153)$$

$$\mathbf{z}^*(k/k) = \mathbf{V}^{-1}(k) \Theta(k) \mathbf{z}^*(k/k_{-1}) + \mathbf{K}_z^*(k) [\mathbf{y}(k) - \Xi(k) \mathbf{z}^*(k/k_{-1})]; \quad (5.154)$$

$$\mathbf{P}_{zz}^*(k/k) = [\mathbf{V}^{-1}(k) \Theta(k) - \mathbf{K}_z^*(k) \Xi(k)] \mathbf{P}_{zz}^*(k/k_{-1}) [\mathbf{V}^{-1}(k) \Theta(k)]^{-1}. \quad (5.155)$$

Надалі пряма аналогія з підрозділом 5.5 закінчується, оскільки матриці перетворень $\mathbf{U}(k)$, $\mathbf{V}(k)$ мають різні розмірності. Для їх відображення уведемо низку нових позначень:

$$\begin{aligned} \Theta(k) \triangleq \Sigma_z(k, k-1) \mathbf{V}(k) &= \begin{bmatrix} \Sigma(k, k-1) & \Psi(k, k-1) & \Omega(k, k-1) \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & V_{12}(k) & V_{13}(k) \\ 0 & I & V_{23}(k) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \Sigma(k, k-1) & \Theta_{12}(k) & \Theta_{13}(k) \\ 0 & I & \Theta_{23}(k) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.156)$$

де $\Theta_{12}(k) = \Sigma(k, k-1) V_{12}(k) + \Psi(k, k-1)$; $\Theta_{23}(k) = V_{23}(k)$;

$$\Theta_{13}(k) = \Sigma(k, k-1) V_{13}(k) + \Psi(k, k-1) V_{23}(k) + \Omega(k, k-1).$$

$$\Xi(k) \triangleq \mathbf{H}_z(k) \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(k) & \mathbf{F}(k) & \mathbf{D}(k) \\ 0 & I & U_{23}(k) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} =$$

$$= [\Xi_1(k) \quad \Xi_2(k) \quad \Xi_3(k)], \text{ де } \Xi_1(k) = \mathbf{H}(k); \quad \Xi_2(k) = \mathbf{H}(k) U_{12}(k) + \mathbf{F}(k);$$

$$\Xi_3(k) = \mathbf{H}(k) U_{13}(k) + \mathbf{F}(k) U_{23}(k) + \mathbf{D}(k). \quad (5.157)$$

Ці позначення уведені по-перше з метою зменшення громіздкості викладок, а по-друге елементи цих пар часто будуть зустрічатись і відігравати значну роль у подальшому тексті. Наприклад, враховуючи структуру матриці $\Theta(k)$, розщеплену форму матриці $\mathbf{P}_{zz}^*(k/k_{-1})$ можна представляти у вигляді:

$$\mathbf{P}_{ss}^*(k/k_{-1}) = \Sigma(k, k-1) \mathbf{P}_{ss}^*(k-1/k-1) \Sigma^T(k, k-1) + \bar{\mathbf{Q}}_1(k-1);$$

$$\mathbf{P}_{ff}^*(k/k_{-1}) = \mathbf{P}_{ff}^*(k-1/k-1) + \bar{\mathbf{Q}}_2(k-1);$$

$$\mathbf{P}_{dd}^*(k/k_{-1}) = \mathbf{P}_{dd}^*(k-1/k-1) + \mathbf{Q}_{dd}(k-1), \quad (5.158)$$

де

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{Q}}_1(k-1) &= \mathbf{Q}_{ss}(k-1) + \mathbf{\Theta}_{12}(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k-1/k-1) \mathbf{\Theta}_{12}^T(k) - \mathbf{U}_{12}(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k/k-1) \mathbf{U}_{12}^T(k) + \\
&\quad + \mathbf{\Theta}_{13}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k-1/k-1) \mathbf{\Theta}_{13}^T(k) - \mathbf{U}_{13}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k/k-1) \mathbf{U}_{13}^T(k); \\
\bar{\mathbf{Q}}_2(k-1) &= \mathbf{Q}_f(k-1) + \mathbf{\Theta}_{23}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k-1/k-1) \mathbf{\Theta}_{23}^T(k) - \mathbf{U}_{23}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k/k-1) \mathbf{U}_{23}^T(k); \\
\mathbf{U}_{12}(k) &= [\mathbf{\Theta}_{12}(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k-1/k-1) + \mathbf{\Theta}_{13}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k-1/k-1) \mathbf{\Theta}_{23}^T(k) - \mathbf{U}_{13}(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k-1/k-1) \mathbf{U}_{23}^T(k) + \mathbf{Q}_{sf}(k-1)] [\mathbf{P}_{ff}^*(k/k-1)]^{-1}; \\
\mathbf{U}_{13}(k) &= [\mathbf{\Theta}_{13}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k-1/k-1) + \mathbf{Q}_{sd}(k-1)] [\mathbf{P}_{dd}^*(k/k-1)]^{-1}; \\
\mathbf{U}_{23}(k) &= [\mathbf{\Theta}_{23}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k-1/k-1) + \mathbf{Q}_{fd}(k-1)] [\mathbf{P}_{dd}^*(k/k-1)]^{-1}. \quad (5.159)
\end{aligned}$$

При виводі формул (5.159) було використано положення, що пряме та обернене U - V перетворення відрізняються тільки знаком в силу симетрії коваріаційних матриць (див. формулу (5.148)). Ці формули описують покроковий механізм корекції у екстраполяторах фільтрів апріорно заданої матриці $\mathbf{Q}_{ss}(k-1)$, обумовлений дією несправностей та збурень, і таким чином відбувається своєрідна адаптація до дестабілізуючих чинників. Застосовуючи аналогічну процедуру до рівнянь (5.151), (5.153)–(5.155), можна отримати їх розщеплені структури:

$$\mathbf{P}_{ss}^*(k/k) = [I - \mathbf{K}_s^*(k) \mathbf{\Xi}_1(k)] \mathbf{P}_{ss}^*(k/k-1); \quad (5.160)$$

$$\mathbf{P}_{ff}^*(k/k) = [I - \mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{\Xi}_2(k)] \mathbf{P}_{ff}^*(k/k-1); \quad (5.161)$$

$$\mathbf{P}_{dd}^*(k/k) = [I - \mathbf{K}_d^*(k) \mathbf{\Xi}_3(k)] \mathbf{P}_{dd}^*(k/k-1), \quad (5.162)$$

а відповідно до рівняння (5.120) – матриці зв'язку $\mathbf{V}_{12}(k)$, $\mathbf{V}_{13}(k)$, $\mathbf{V}_{23}(k)$:

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_{12}(k) &= \mathbf{U}_{12}(k) - \mathbf{K}_s^*(k) \mathbf{\Xi}_2(k); \\
\mathbf{V}_{13}(k) &= \mathbf{U}_{13}(k) - \mathbf{V}_{12}(k) \mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{\Xi}_3(k) - \mathbf{K}_s^*(k) \mathbf{\Xi}_3(k); \\
\mathbf{V}_{23}(k) &= \mathbf{U}_{23}(k) - \mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{\Xi}_3(k).
\end{aligned} \quad (5.163)$$

При цьому розщеплені оцінки $\mathbf{s}^*(\bullet)$ та матриці передачі $\mathbf{K}^*(\bullet)$ мають вигляд:

$$\mathbf{s}^*(k/k-1) = \mathbf{\Sigma}(k, k-1) \hat{\mathbf{s}}(k-1/k-1) + \mathbf{\Gamma}(k, k-1) \mathbf{u}(k-1) + \bar{\mathbf{u}}_1(k-1); \quad (5.164a)$$

$$\mathbf{f}^*(k/k-1) = \mathbf{f}^*(k-1/k-1) + \bar{\mathbf{u}}_2(k-1); \quad (5.164b)$$

$$\mathbf{d}^*(k/k-1) = \mathbf{d}^*(k-1/k-1); \quad (5.164b)$$

$$\mathbf{s}^*(k/k) = \mathbf{s}^*(k/k-1) + \mathbf{K}_s^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{\Xi}_1(k) \mathbf{s}^*(k/k-1)]; \quad (5.165a)$$

$$\mathbf{f}^*(k/k) = \mathbf{f}^*(k/k-1) + \mathbf{K}_f^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{\Xi}_1(k) \mathbf{s}^*(k/k-1) - \mathbf{\Xi}_2(k) \mathbf{f}^*(k/k-1)]; \quad (5.165б)$$

$$\mathbf{d}^*(k/k) = \mathbf{d}^*(k/k-1) + \mathbf{K}_d^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{\Xi}_1(k) \mathbf{s}^*(k/k-1) - \mathbf{\Xi}_2(k) \mathbf{f}^*(k/k-1) - \mathbf{\Xi}_3(k) \mathbf{d}^*(k/k-1)], \quad (5.165в)$$

де $\bar{\mathbf{u}}_1(k-1) = [\mathbf{\Theta}_{12}(k) - \mathbf{U}_{12}(k)] \mathbf{f}^*(k-1/k-1) + \{\mathbf{\Theta}_{13}(k) - \mathbf{U}_{13}(k) - \mathbf{U}_{12}(k) [\mathbf{\Theta}_{23}(k) - \mathbf{U}_{23}(k)]\} \mathbf{d}^*(k-1/k-1);$
 $\bar{\mathbf{u}}_2(k-1) = [\mathbf{\Theta}_{23}(k) - \mathbf{U}_{23}(k)] \mathbf{d}^*(k-1/k-1). \quad (5.166)$

Формули (5.166) згідно (5.121) описують корегувальні сигнали на фіктивно уведених входах для фільтрів, що формують екстрапольовані оцінки $\mathbf{s}^*(k/k-1)$ та $\mathbf{f}^*(k/k-1)$, відповідно, а матриці передачі розщеплених фільтрів мають вигляд:

$$\mathbf{K}_s^*(k) = \mathbf{P}_{ss}^*(k/k-1) \mathbf{\Xi}_1^T(k) [\mathbf{\Xi}_1(k) \mathbf{P}_{ss}^*(k/k-1) \mathbf{\Xi}_1^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}; \quad (5.167)$$

$$\mathbf{K}_f^*(k) = \mathbf{P}_{ff}^*(k/k-1) \mathbf{\Xi}_2^T(k) [\mathbf{\Xi}_2(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k/k-1) \mathbf{\Xi}_2^T(k) + \mathbf{\Xi}_1(k) \mathbf{P}_{ss}^*(k/k-1) \mathbf{\Xi}_1^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}; \quad (5.168)$$

$$\mathbf{K}_d^*(k) = \mathbf{P}_{dd}^*(k/k-1) \mathbf{\Xi}_3^T(k) \times$$

$$\times [\mathbf{\Xi}_3(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k/k-1) \mathbf{\Xi}_3^T(k) + \mathbf{\Xi}_2(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k/k-1) \mathbf{\Xi}_2^T(k) + \mathbf{\Xi}_1(k) \mathbf{P}_{ss}^*(k/k-1) \mathbf{\Xi}_1^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}. \quad (5.169)$$

У підсумку, оцінки вектора стану системи $\hat{\mathbf{s}}(k/k)$ та вектора несправностей $\hat{\mathbf{f}}(k/k)$ для розширеного фільтра Калмана можуть бути вираженими у вигляді лінійної комбінації розщеплених оцінок $\mathbf{s}^*(k/k)$, $\mathbf{f}^*(k/k)$, $\mathbf{d}^*(k/k)$:

$$\hat{\mathbf{s}}(k/k) = \mathbf{s}^*(k/k) + \mathbf{V}_{12}(k) \mathbf{f}^*(k/k) + \mathbf{V}_{13}(k) \mathbf{d}^*(k/k); \quad (5.170)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{ss}(k/k) = \mathbf{P}_{ss}^*(k/k) + \mathbf{V}_{12}(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) \mathbf{V}_{12}^T(k) + \mathbf{V}_{13}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \mathbf{V}_{13}^T(k); \quad (5.171)$$

$$\hat{\mathbf{f}}(k/k) = \mathbf{f}^*(k/k) + \mathbf{V}_{23}(k) \mathbf{d}^*(k/k); \quad (5.172)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{ff}(k/k) = \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) + \mathbf{V}_{23}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \mathbf{V}_{23}^T(k). \quad (5.173)$$

Отримана структура буде залишатися локально-оптимальною у сенсі забезпечення мінімальної середньоквадратичної похибки оцінювання за умови дотримання уведених обмежень щодо матриць $\bar{\mathbf{Q}}_1(k-1)$, $\bar{\mathbf{Q}}_2(k-1)$ та збігу апріорно заданих параметрів моделі системи (5.131)–(5.132) з їх фактичними значеннями, що на практиці зустрічається надзвичайно рідко. У загальному випадку, розщеплена структура розширеного фільтра Калмана є лише квазіоптимальною. Проте незалежно від значень локальних матриць передачі $\mathbf{K}_s^*(k)$, $\mathbf{K}_f^*(k)$, $\mathbf{K}_d^*(k)$ та ваго-

вих множників $V_{12}(k)$, $V_{13}(k)$, $V_{23}(k)$ роздільна форма розширеного фільтра Калмана зберігається інваріантною до неповного завдання апріорних даних або навіть їх відсутності. Це дає змогу наповнювати вищезазначену роздільну форму іншим змістом в залежності від прийнятого критерію, придатного для інженерної практики. Наприклад, можна вимагати відсутності зсувів у отриманих оцінках, мінімізації суми квадратів складових загальної похибки (сліду коваріаційної матриці), або робастної структури розщепленого фільтра. Саме остання вимога розглядається у наступному підрозділі.

5.6.2 Синтез робастної структури локально-оптимального фільтра Фрідланда [232]

Цей підрозділ присвячено синтезу структури розщепленого фільтра Калмана, яка виявляє ознаки стійкості роздільних оцінок вектора стану системи та супутніх несправностей щодо збурень, структура яких невідома. Спочатку розглядається спрощений варіант моделі (5.131)–(5.132), у якому несправності та збурення мають місце лише у підсистемі «об'єкт–регулятор», тобто передбачається, що $F(k) = D(k) = \mathbf{0}$. Узагальнений варіант буде розглядатись у фінальній частині цього розділу. Таким чином, спрощена модель системи має вигляд:

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k) + \Gamma(k+1, k)u(k) + \Psi(k+1, k)f(k) + \Omega(k+1, k)d(k) + w_s(k), \quad (5.174)$$

$$y(k) = H(k)s(k) + v(k). \quad (5.175)$$

Синтез робастної розщепленої структури будемо виконувати шляхом модифікації рівнянь спостережень для допоміжних фільтрів, призначених виключно для роздільного оцінювання несправностей $f^*(k/k)$ та збурень $d^*(k/k)$. Спочатку, посиляючись на рівняння (5.157), скорегуємо значення елементів матриці $\Xi(k)$

$$\Xi_1(k) = H(k); \quad \Xi_2(k) = H(k)U_{12}(k); \quad \Xi_3(k) = H(k)U_{13}(k), \quad (5.176)$$

що дає скореговані значення локальних матричних коефіцієнтів передачі

$$K_{ff}^*(k) = P_{ff}^*(k/k)\Xi_2^T(k)W^{-1}(k), \quad (5.177)$$

де $W(k) \triangleq H(k)P_{ss}^*(k/k-1)H^T(k) + R(k)$

$$\mathbf{K}_d^*(k) = \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \boldsymbol{\Xi}_3^T(k) \left[\boldsymbol{\Xi}_2(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k/k-1) \boldsymbol{\Xi}_2^T(k) + \mathbf{W}(k) \right]^{-1}. \quad (5.178)$$

Надалі підставимо вираз (5.164б) у (5.165б) і разом з (5.177) сформуємо розділену оцінку несправностей

$$\mathbf{f}^*(k/k) = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_f^*(k) \boldsymbol{\Xi}_2(k) \right] \mathbf{f}^*(k/k-1) + \mathbf{K}_f^*(k) \left[\mathbf{y}(k) - \boldsymbol{\Xi}_1(k) \mathbf{s}^*(k/k-1) \right], \quad (5.179)$$

а підстановки (5.164в), (5.165в) разом (5.178) формують розділену оцінку збурень

$$\mathbf{d}^*(k/k) = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_d^*(k) \boldsymbol{\Xi}_3(k) \right] \mathbf{d}^*(k-1/k-1) + \mathbf{K}_d^*(k) \left[\mathbf{y}(k) - \boldsymbol{\Xi}_1(k) \mathbf{s}^*(k/k-1) - \boldsymbol{\Xi}_2(k) \mathbf{f}^*(k/k-1) \right]. \quad (5.180)$$

Оскільки несправності та збурення у даній постановці задачі трактуються як довільні функції часу, динаміка яких невизначена, то слід усунути залежність оцінок $\mathbf{f}^*(k/k)$, $\mathbf{d}^*(k/k)$ від їх екстрапольованих значень $\mathbf{f}^*(k/k-1)$, $\mathbf{d}^*(k/k-1)$. Для цього досить увести такі алгебраїчні обмеження:

$$\left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_f^*(k) \boldsymbol{\Xi}_2(k) \right] = \mathbf{0}; \quad \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_d^*(k) \boldsymbol{\Xi}_3(k) \right] = \mathbf{0}; \quad \mathbf{K}_d^*(k) \boldsymbol{\Xi}_2(k) = \mathbf{0} \quad (5.181)$$

З урахуванням (5.181) отримуємо скореговані параметри розщеплених фільтрів

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^*(k/k) &= \mathbf{K}_f^*(k) \left[\mathbf{y}(k) - \boldsymbol{\Xi}_1(k) \mathbf{s}^*(k/k-1) \right]; \\ \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) &= \left[\boldsymbol{\Xi}_2^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \boldsymbol{\Xi}_2(k) \right]^\#; \\ \mathbf{K}_f^*(k) &= \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) \boldsymbol{\Xi}_2^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k); \end{aligned} \quad (5.182)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^*(k/k) &= \mathbf{K}_d^*(k) \left[\mathbf{y}(k) - \boldsymbol{\Xi}_1(k) \mathbf{s}^*(k/k-1) \right]; \\ \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) &= \left[\boldsymbol{\Xi}_3^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \boldsymbol{\Xi}_3(k) \right]^\#; \end{aligned}$$

$$\mathbf{K}_d^*(k) = \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \boldsymbol{\Xi}_3^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \boldsymbol{\pi}(k) \left[\mathbf{I} - \boldsymbol{\Xi}_2(k) \boldsymbol{\Xi}_2^\#(k) \right], \quad (5.183)$$

де символ # означає операцію псевдоінверсії Мура–Пенроуза, а $\boldsymbol{\pi}(k)$ – довільна матриця, яка вибирається з метою забезпечення повного рангу матриці $\mathbf{K}_d^*(k)$ за стовпцями [137]. Відповідно до уведених змін рівняння (5.164) приймають вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^*(k/k-1) &= \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) \hat{\mathbf{s}}(k-1/k-1) + \boldsymbol{\Gamma}(k, k-1) \mathbf{u}(k-1) + \tilde{\mathbf{u}}_1(k-1); \\ \mathbf{f}^*(k/k-1) &= \mathbf{f}^*(k-1/k-1) + \tilde{\mathbf{u}}_2(k-1); \\ \mathbf{d}^*(k/k-1) &= \mathbf{d}^*(k-1/k-1), \end{aligned} \quad (5.184)$$

де $\tilde{\mathbf{u}}_2(k-1) = \left[\boldsymbol{\Theta}_{23}(k) - \mathbf{U}_{23}(k) \right] \mathbf{d}^*(k-1/k-1)$;

$\tilde{\mathbf{u}}_1(k-1) = \left[\boldsymbol{\Psi}(k, k-1) - \mathbf{U}_{12}(k) \right] \mathbf{f}^*(k-1/k-1) + \left[\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) - \mathbf{U}_{13}(k) + \mathbf{U}_{12}(k) \mathbf{U}_{23}(k) \right] \mathbf{d}^*(k-1/k-1)$.

Стійкість розщепленого фільтра до впливу невизначених збурень та несправностей можна забезпечити шляхом усунення залежностей оцінок (5.184) від сиг-

налів поправок, тобто покласти $\tilde{\mathbf{u}}_1(k-1) = \tilde{\mathbf{u}}_2(k-1) = \mathbf{0}$. Це дає змогу встановити спрощені взаємозв'язки між елементами матричних U - V перетворень:

$$\begin{aligned} U_{23}(k) &= \Theta_{23}(k) = V_{23}(k-1); & U_{12}(k) &= \Psi(k, k-1); \\ U_{13}(k) &= \Omega(k, k-1) + \Psi(k, k-1)V_{23}(k-1). \end{aligned} \quad (5.185)$$

Відсутність зсувів у оцінках вектора стану системи та несправностей (5.184) досягається за умови дії обмежень (5.181) та таких додаткових співвідношень між елементами матричного V -перетворення:

$$\begin{aligned} V_{12}(k) &= \Psi(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k)\mathbf{E}_2(k); & V_{23}(k) &= -\mathbf{K}_f^*(k)\mathbf{H}(k)\Omega(k, k-1); \\ V_{13}(k) &= \Omega(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k)\mathbf{H}(k)\Omega(k, k-1) + V_{12}(k)V_{23}(k). \end{aligned} \quad (5.186)$$

Якщо тепер врахувати початкові умови у вигляді $\hat{\mathbf{s}}(\%) = \bar{\mathbf{s}}_0$; $\hat{\mathbf{P}}_{ss}(\%) = \mathbf{P}_{ss}(0)$, а завдання $V_{23}(0)$ залишити прерогативою користувача, покладаючись на його досвід та розуміння специфіки конкретної вирішуваної задачі, то синтез робастного розщепленого фільтра Калмана можна вважати завершеним. Порядок виконання синтезу пояснюється таблицею 5.3 зведених необхідних операцій.

Таблиця 5.3

Порядок виконання синтезу робастного розщепленого фільтра Калмана

<p>1. Модель динаміки досліджуваної системи</p> $\mathbf{s}(k+1) = \Sigma(k+1, k)\mathbf{s}(k) + \Gamma(k+1, k)\mathbf{u}(k) + \Psi(k+1, k)\mathbf{f}(k) + \Omega(k+1, k)\mathbf{d}(k) + \mathbf{w}_s(k).$
<p>2. Модель каналу спостережень</p> $\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{v}(k).$
<p>3. Априорні дані</p> <p>$\mathbf{s}(k) \in \mathcal{R}^n$; $\mathbf{u}(k) \in \mathcal{R}^r$; $\mathbf{f}(k) \in \mathcal{R}^p$; $\mathbf{d}(k) \in \mathcal{R}^q$; $\mathbf{y}(k) \in \mathcal{R}^m$; $m \geq p+q$;</p> <p>$\Sigma(k+1, k), \Gamma(k+1, k), \Psi(k+1, k), \Omega(k+1, k), \mathbf{H}(k)$ – задані системні матриці;</p> <p>$\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\} = \bar{\mathbf{s}}_0$; $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\mathbf{s}^T(0)\} = \mathbf{P}_{ss}(0)$; $\hat{\mathbf{s}}(\%) = \bar{\mathbf{s}}_0$; $\hat{\mathbf{P}}_{ss}(\%) = \mathbf{P}_{ss}(0)$;</p> <p>$\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\} = \mathcal{M}\{\mathbf{v}(k)\} = \mathbf{0}$; $\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{w}_s^T(j)\} = \mathbf{Q}_s(k)\delta(k, j)$;</p> <p>$\mathcal{M}\{\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathbf{R}(k)\delta(k, j)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathbf{0}$;</p> <p>$[\Sigma(k+1, k), \mathbf{H}(k)]$ – спостережувана пара; $\text{rank}[\mathbf{H}(k)\Omega(k, k-1)] = \text{rank}[\Omega(k, k-1)]$;</p> <p>$\text{rank}[\mathbf{H}(k)\Psi(k, k-1)] = \text{rank}[\Psi(k, k-1)]$.</p>

4. Підсумкові оцінки та їх точність

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{s}}(k/k) &= \mathbf{s}^*(k/k) + \mathbf{V}_{12}(k) \mathbf{f}^*(k/k) + \mathbf{V}_{13}(k) \mathbf{d}^*(k/k); \\ \hat{\mathbf{P}}_{ss}(k/k) &= \mathbf{P}_{ss}^*(k/k) + \mathbf{V}_{12}(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) \mathbf{V}_{12}^T(k) + \mathbf{V}_{13}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \mathbf{V}_{13}^T(k); \\ \hat{\mathbf{f}}(k/k) &= \mathbf{f}^*(k/k) + \mathbf{V}_{23}(k) \mathbf{d}^*(k/k); \\ \hat{\mathbf{P}}_{ff}(k/k) &= \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) + \mathbf{V}_{23}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \mathbf{V}_{23}^T(k).\end{aligned}$$

5. Розщеплені оцінки вектора стану системи $\mathbf{s}(k)$

$$\begin{aligned}\mathbf{s}^*(k/k_{-1}) &= \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) \hat{\mathbf{s}}(k-1/k_{-1}) + \boldsymbol{\Gamma}(k, k-1) \mathbf{u}(k-1); \\ \mathbf{P}_{ss}^*(k/k_{-1}) &= \boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) \hat{\mathbf{P}}_{ss}(k-1/k_{-1}) \boldsymbol{\Sigma}^T(k, k-1) + \mathbf{Q}_s(k-1); \\ \mathbf{W}(k) &\triangleq \mathbf{H}(k) \mathbf{P}_{ss}^*(k/k_{-1}) \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k); \\ \mathbf{K}_s^*(k) &= \mathbf{P}_{ss}^*(k/k_{-1}) \mathbf{H}^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k); \\ \mathbf{s}^*(k/k) &= \mathbf{s}^*(k/k_{-1}) + \mathbf{K}_s^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{s}^*(k/k_{-1})]; \\ \mathbf{P}_{ss}^*(k/k) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s^*(k) \mathbf{H}(k)] \mathbf{P}_{ss}^*(k/k_{-1}).\end{aligned}$$

6. Розщеплені оцінки вектора несправностей $\mathbf{f}(k)$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Xi}_2(k) &= \mathbf{H}(k) \mathbf{U}_{12}(k) = \mathbf{H}(k) \boldsymbol{\Psi}(k, k-1); \\ \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) &= [\boldsymbol{\Xi}_2^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \boldsymbol{\Xi}_2(k)]^\#; \\ \mathbf{K}_f^*(k) &= \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) \boldsymbol{\Xi}_2^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k); \\ \mathbf{f}^*(k/k) &= \mathbf{K}_f^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{s}^*(k/k_{-1})].\end{aligned}$$

7. Розщеплені оцінки вектора збурень $\mathbf{d}(k)$

$$\begin{aligned}\mathbf{U}_{13}(k) &= \boldsymbol{\Omega}(k, k-1) + \boldsymbol{\Psi}(k, k-1) \mathbf{V}_{23}(k-1); \quad \boldsymbol{\Xi}_3(k) = \mathbf{H}(k) \mathbf{U}_{13}(k); \\ \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) &= [\boldsymbol{\Xi}_3^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \boldsymbol{\Xi}_3(k)]^\#; \\ \mathbf{K}_d^*(k) &= \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \boldsymbol{\Xi}_3^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \boldsymbol{\alpha}(k) [\mathbf{I} - \boldsymbol{\Xi}_2(k) \boldsymbol{\Xi}_2^\#(k)]; \\ \mathbf{d}^*(k/k) &= \mathbf{K}_d^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{s}^*(k/k_{-1})].\end{aligned}$$

8. Розрахунок матричних вагових коефіцієнтів $\mathbf{V}_{12}(k)$, $\mathbf{V}_{13}(k)$, $\mathbf{V}_{23}(k)$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{12}(k) &= \boldsymbol{\Psi}(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k) \boldsymbol{\Xi}_2(k); \\ \mathbf{V}_{23}(k) &= -\mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{H}(k) \boldsymbol{\Omega}(k, k-1); \quad \mathbf{V}_{23}(0) \text{ – задається користувачем.} \\ \mathbf{V}_{13}(k) &= \boldsymbol{\Omega}(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k) \mathbf{H}(k) \boldsymbol{\Omega}(k, k-1) + \mathbf{V}_{12}(k) \mathbf{V}_{23}(k);\end{aligned}$$

5.6.3 Синтез розширеного робастного фільтра Фрідланда за наявності збурень та несправностей у каналах спостережень

Тепер звернемося до задачі більш загального типу у припущенні, що матриці математичної моделі каналу спостережень не дорівнюють нулю, тобто $F(k) \neq \mathbf{0}$, $D(k) \neq \mathbf{0}$. У такому разі маємо:

$$y(k) = H(k)s(k) + F(k)\tilde{f}(k) + D(k)\tilde{d}(k) + v(k). \quad (5.187)$$

Символи $\tilde{f}(k)$ та $\tilde{d}(k)$ означають, що вектори несправностей та збурень у каналі спостережень і у підсистемі «об'єкт–регулятор» $f(k)$, $d(k)$ не є ідентичними. Для того, щоб скористатись результатами попередніх підрозділів, заснованих на моделях (5.131) та (5.132) уведемо розширені вектори $f_p(k)$, $d_p(k)$:

$$f_p(k) \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{f}(k) \\ f(k) \end{bmatrix}; \quad d_p(k) \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{d}(k) \\ d(k) \end{bmatrix}. \quad (5.188)$$

Це дає змогу записати математичну модель системи у формі, подібної до (5.131) та (5.132), а саме:

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + \Gamma(k+1,k)u(k) + \bar{\Psi}(k+1,k)f_p(k) + \bar{\Omega}(k+1,k)d_p(k) + w_s(k), \quad (5.189)$$

$$y(k) = H(k)s(k) + \bar{F}(k)f_p(k) + \bar{D}(k)d_p(k) + v(k). \quad (5.190)$$

Зрозуміло, що цей перехід потребує введення нових означень низки матриць, зокрема, $\bar{\Psi}(k+1,k)$, $\bar{\Omega}(k+1,k)$, $\bar{F}(k)$ та $\bar{D}(k)$, які тепер матимуть вид:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}(k+1,k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \Psi(k+1,k) \end{bmatrix}; \quad \bar{\Omega}(k+1,k) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \Omega(k+1,k) \end{bmatrix}; \\ \bar{F}(k) &= \begin{bmatrix} F(k) & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{D}(k) = \begin{bmatrix} D(k) & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.191)$$

Враховуючи (5.191), внесемо зміни до рівнянь (5.185) та (5.157):

$$\bar{U}_{12}(k) = \bar{\Psi}(k, k-1); \quad \bar{U}_{13}(k) = \bar{\Omega}(k, k-1) + \bar{\Psi}(k, k-1)\bar{V}_{23}(k-1); \quad \bar{U}_{23}(k) = \bar{V}_{23}(k-1); \quad (5.192)$$

$$\bar{\mathcal{E}}_1(k) = H(k); \quad \bar{\mathcal{E}}_2(k) = H(k)\bar{\Psi}(k, k-1) + \bar{F}(k) = \begin{bmatrix} F(k) & \mathcal{E}_2(k) \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{E}}_3(k) &= H(k)\bar{\Omega}(k, k-1) + \bar{D}(k) + \mathcal{E}_2(k)\bar{V}_{23}(k-1) = \\ &= \begin{bmatrix} D(k) + F(k)V_{23}(k-1) & H(k)\Omega(k, k-1) + \mathcal{E}_2(k)V_{23}(k-1) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.193)$$

У підсумку розширений робастний фільтр Калмана розщепленого типу базується на безпосередньому використанні результатів синтезу робастного фільтра,

отриманого у попередньому підрозділі з внесенням мінімальних змін, обумовлених уведенням нових позначень:

$$\hat{\mathbf{s}}(k/k) = \mathbf{s}^*(k/k) + \bar{\mathbf{V}}_{12}(k) \mathbf{f}^*(k/k) + \bar{\mathbf{V}}_{13}(k) \mathbf{d}^*(k/k); \quad (5.194)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{ss}(k/k) = \mathbf{P}_{ss}^*(k/k) + \bar{\mathbf{V}}_{12}(k) \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) \bar{\mathbf{V}}_{12}^T(k) + \bar{\mathbf{V}}_{13}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \bar{\mathbf{V}}_{13}^T(k); \quad (5.195)$$

$$\hat{\mathbf{f}}(k/k) = \mathbf{f}^*(k/k) + \bar{\mathbf{V}}_{23}(k) \mathbf{d}^*(k/k); \quad (5.196)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{ff}(k/k) = \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) + \bar{\mathbf{V}}_{23}(k) \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \bar{\mathbf{V}}_{23}^T(k). \quad (5.197)$$

У формулі (5.194) роздільна оцінка $\mathbf{s}^*(k/k)$ визначається виразом ідентичним до того, який наведений у зведеній таблиці 5.3 п. 5, а роздільні оцінки $\mathbf{f}^*(k/k)$ і $\mathbf{d}^*(k/k)$ зазнають мінімальних змін:

$$\mathbf{f}^*(k/k) = \mathbf{K}_f^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{s}^*(k/k-1)]; \quad \mathbf{K}_f^*(k) = \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) \bar{\mathbf{\Xi}}_2^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k);$$

$$\mathbf{P}_{ff}^*(k/k) = [\bar{\mathbf{\Xi}}_2^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \bar{\mathbf{\Xi}}_2(k)]^\#; \quad (5.198)$$

$$\mathbf{d}^*(k/k) = \mathbf{K}_d^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{s}^*(k/k-1)]; \quad \mathbf{K}_d^*(k) = \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \bar{\mathbf{\Xi}}_3^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \boldsymbol{\alpha}(k) [I - \bar{\mathbf{\Xi}}_2(k) \bar{\mathbf{\Xi}}_2^T(k)]^\#;$$

$$\mathbf{P}_{dd}^*(k/k) = [\bar{\mathbf{\Xi}}_3^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \bar{\mathbf{\Xi}}_3(k)]^\#. \quad (5.199)$$

Структура синтезованого фільтра показана на рис. 5.2

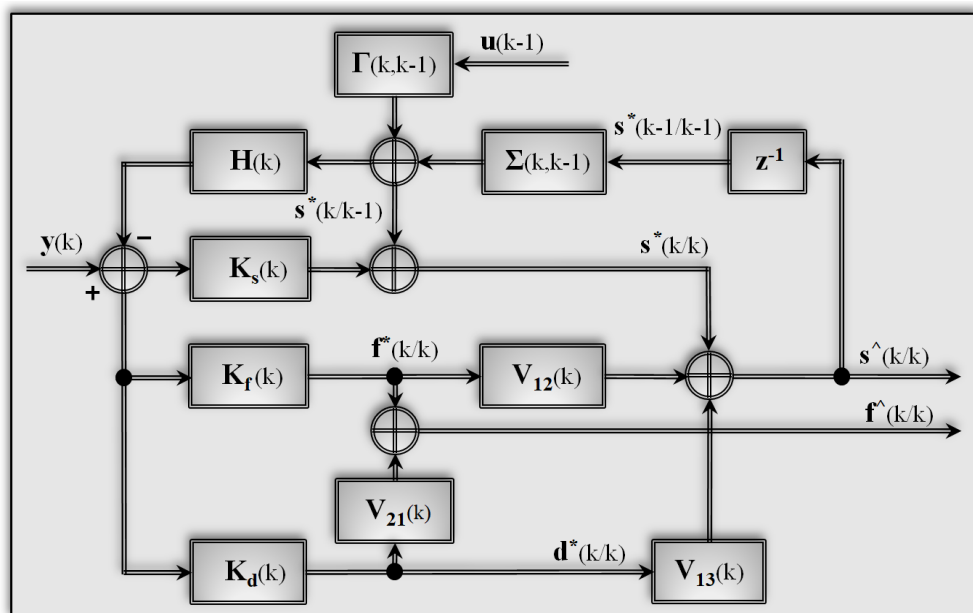


Рис. 5.2 . Структура робастного розщепленого фільтра Калмана розширеного типу

Неважко помітити, що у фільтрів, які формують роздільні оцінки несправностей $\mathbf{f}^*(k/k)$ та збурень $\mathbf{d}^*(k/k)$ відсутня частина, що пов'язана з екстраполятором. Це пояснюється відсутністю будь-якої апріорної інформації щодо структури процесів $\mathbf{f}(k)$ та $\mathbf{d}(k)$, оскільки вони представлені довільними функціями часу. Вище зазначені фільтри є виродженими, оскільки усі їхні полюси знаходяться у початку координат. Подібні системи досліджувались у роботах [144–145,241] з позицій поняття «нульової динаміки». Проте ці питання розглядались не у контексті проблем функціональної діагностики, а з точки зору синтезу систем керування, у складі яких знаходились функціональні спостерігачі О'Рейлі мінімально можливого порядку з виродженою динамікою.

Складові $\overline{\mathbf{F}}(k)\mathbf{f}_p(k)$, $\overline{\mathbf{D}}(k)\mathbf{d}_p(k)$, які входять до математичної моделі каналу спостережень, можна інтерпретувати як додаткове джерело похибок, що вносяться у систему завдяки дії несправностей $\tilde{\mathbf{f}}(k)$ та збурень $\tilde{\mathbf{d}}(k)$. Оцінку цих факторів рекомендовано представляти у вигляді $\tilde{\mathbf{f}}(k) \triangleq \mathbf{f}_p(k) - \hat{\mathbf{f}}(k/k)$ та $\tilde{\mathbf{d}}(k) \triangleq \mathbf{d}_p(k) - \hat{\mathbf{d}}(k/k)$, відповідно. Додаткову аргументацію з цього приводу можна знайти у роботах Hsieh [215,236]. Вищезазначена форма представлення дає змогу отримати такі розгорнуті аналітичні вирази для $\tilde{\mathbf{d}}(k)$ та $\tilde{\mathbf{f}}(k)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{d}}(k) \triangleq \mathbf{d}_p(k) - \mathbf{d}^*(k/k) = -\mathbf{K}_d^*(k)\mathbf{e}(k) + \\ + [\mathbf{I} - \mathbf{K}_d^*(k)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_3(k) - \mathbf{K}_d^*(k)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_2(k)\mathbf{V}_{23}(k)]\mathbf{d}_p(k) - \mathbf{K}_d^*(k)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_2(k)\mathbf{f}_p(k), \end{aligned} \quad (5.200)$$

де $\mathbf{e}(k) \triangleq \mathbf{H}(k)[\boldsymbol{\Sigma}(k,k-1)\tilde{\mathbf{s}}(k) + \mathbf{w}_s(k-1)] + \mathbf{v}(k)$;

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}(k) \triangleq \mathbf{f}_p(k) - \hat{\mathbf{f}}(k/k) = \mathbf{f}_p(k) - \mathbf{f}^*(k/k) - \mathbf{V}_{23}(k)\mathbf{d}^*(k/k) = -\mathbf{K}_f^*(k)\mathbf{e}(k) + \\ + [\mathbf{I} - \mathbf{K}_f^*(k)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_2(k)]\mathbf{f}_p(k) - \mathbf{K}_f^*(k)[\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_3(k) - \overline{\boldsymbol{\Sigma}}_2(k)\overline{\mathbf{V}}_{23}(k-1)]\mathbf{d}_p(k) - \overline{\mathbf{V}}_{23}(k)\mathbf{d}^*(k/k). \end{aligned} \quad (5.201)$$

Похибка $\tilde{\mathbf{d}}(k)$ не буде мати систематичної складової (зсуву) у тому разі, коли нижній рядок у (5.200) буде вилучено, що еквівалентно уведенню обмежень:

$$\mathbf{I} - \mathbf{K}_d^*(k)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_3(k) = \mathbf{0}; \quad \mathbf{K}_d^*(k)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_2(k) = \mathbf{0}. \quad (5.202)$$

За аналогією, $\tilde{f}(k)$ буде незміщеною, якщо нижній рядок (5.201) прирівняти до нуля, що еквівалентно уведенню обмежень:

$$\overline{V}_{23}(k) = -\mathbf{K}_f^*(k) [\overline{\mathbf{E}}_3(k) - \overline{\mathbf{E}}_2(k) \overline{V}_{23}(k-1)]; \quad \mathbf{I} - \mathbf{K}_f^*(k) \overline{\mathbf{E}}_2(k) = \mathbf{0}. \quad (5.203)$$

При цьому похибка оцінювання вектора стану приймає вигляд

$$\begin{aligned} \tilde{s}(k) \triangleq \mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k/k) = & [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s^*(k)] [\boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) \tilde{s}(k-1) + \mathbf{w}_s(k-1)] - \\ & - \mathbf{K}_s^*(k) \mathbf{v}(k) + [\overline{\boldsymbol{\Omega}}(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k) \overline{\mathbf{E}}_2(k)] \mathbf{f}_p(k) - \overline{V}_{12}(k) \mathbf{f}^*(k/k) + \\ & + [\overline{\boldsymbol{\Omega}}(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k) \overline{\mathbf{E}}_3(k) + \mathbf{K}_s^*(k) \overline{\mathbf{E}}_2(k) \overline{V}_{23}(k-1)] \mathbf{d}_p(k) - \overline{V}_{13}(k) \mathbf{d}^*(k/k), \end{aligned} \quad (5.204)$$

а елементи \overline{V}_{12} , \overline{V}_{13} , \overline{V}_{23} стають зв'язаними наступними залежностями:

$$\begin{aligned} \overline{V}_{12}(k) = \overline{\Psi}(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k) \overline{\mathbf{E}}_2(k-1); \quad \overline{V}_{23}(k) = & -\mathbf{K}_f^*(k) [\overline{\mathbf{E}}_3(k) - \overline{\mathbf{E}}_2(k) \overline{V}_{23}(k-1)]; \\ \overline{V}_{13}(k) = \overline{\boldsymbol{\Omega}}(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k) [\overline{\mathbf{E}}_3(k) - \overline{\mathbf{E}}_2(k) \overline{V}_{23}(k-1)] + & \overline{V}_{12}(k) \overline{V}_{23}(k). \end{aligned} \quad (5.205)$$

За умови виконання обмежень (5.202)–(5.203) запропонований фільтр гарантуватиме формування незміщених оцінок векторів $\mathbf{d}(k)$, $\mathbf{f}(k)$, $\mathbf{s}(k)$ з мінімальною узагальненою дисперсією, а складові $\tilde{\mathbf{d}}(k)$, $\tilde{\mathbf{f}}(k)$, $\tilde{s}(k)$ матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{d}}(k) &= -\mathbf{K}_d^*(k) \mathbf{e}(k); \\ \tilde{\mathbf{f}}(k) &= -\mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{e}(k) - \overline{V}_{23}(k) \mathbf{K}_d^*(k) \mathbf{e}(k); \\ \tilde{s}(k) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s^*(k)] [\boldsymbol{\Sigma}(k, k-1) \tilde{s}(k-1) + \mathbf{w}_s(k-1)] - \\ & - \mathbf{K}_s^*(k) \mathbf{v}(k) - \overline{V}_{12}(k) \mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{e}(k) - \overline{V}_{13}(k) \mathbf{K}_d^*(k) \mathbf{e}(k). \end{aligned} \quad (5.206)$$

Слід підкреслити, що синтезований розширений робастний фільтр розщепленого типу являє собою певний симбіоз обох концепцій, розглянутих у цьому розділі і йому притаманні унікальні властивості щодо узагальнення форми представлення раніше отриманих результатів. Наприклад, якщо покласти:

а) $\Psi(k, k-1) = \boldsymbol{\Omega}(k, k-1) = \mathbf{F}(k) = \mathbf{D}(k) = \mathbf{0}$ отримуємо стандартний фільтр Калмана;

б) $\Psi(k, k-1) = \mathbf{F}(k) = \mathbf{D}(k) = \mathbf{0}$ отримуємо фільтр Кітанідіса [200];

в) $\boldsymbol{\Omega}(k, k-1) = \mathbf{D}(k) = \mathbf{0}$; $\text{rank}[\mathbf{F}(k)] = p$ отримуємо фільтр з роботи [221];

г) за наявності постійних зсувів та відсутності збурень синтезований фільтр еквівалентний фільтру Фрідланда [186], а уведення додаткових припущень дозволяє отримувати окремі модифікації фільтра Фрідланда, наприклад [210,242].

Порядок виконання синтезу пояснюється зведеною таблицею 5.4.

Таблиця 5.4

Послідовність етапів виконання синтезу робастного розщепленого фільтра Калмана розширеного типу

<p>1. Модель динаміки системи</p> $\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{\Sigma}(k+1, k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{\Gamma}(k+1, k)\mathbf{u}(k) + \overline{\mathbf{\Psi}}(k+1, k)\mathbf{f}_p(k) + \overline{\mathbf{\Omega}}(k+1, k)\mathbf{d}_p(k) + \mathbf{w}_s(k).$
<p>2. Модель каналу спостережень</p> $\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \overline{\mathbf{F}}(k)\mathbf{f}_p(k) + \overline{\mathbf{D}}(k)\mathbf{d}_p(k) + \mathbf{v}(k).$
<p>3. Априорні дані</p> <p>$\mathbf{\Sigma}(k+1, k), \mathbf{\Gamma}(k+1, k), \overline{\mathbf{\Psi}}(k+1, k), \overline{\mathbf{\Omega}}(k+1, k), \mathbf{H}(k), \overline{\mathbf{F}}(k), \overline{\mathbf{D}}(k)$ – задані системні матриці; $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\} = \overline{\mathbf{s}}_0$; $\mathcal{M}\{\mathbf{s}(0)\mathbf{s}^T(0)\} = \mathbf{P}_{ss}(0)$; $\hat{\mathbf{s}}(\%) = \overline{\mathbf{s}}_0$; $\hat{\mathbf{P}}_{ss}(\%) = \mathbf{P}_{ss}(0)$;</p> <p>$\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\} = \mathcal{M}\{\mathbf{v}(k)\} = \mathbf{0}$; $\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{w}_s^T(j)\} = \mathbf{Q}_s(k)\delta(k, j)$;</p> <p>$\mathcal{M}\{\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathbf{R}(k)\delta(k, j)$; $\mathcal{M}\{\mathbf{w}_s(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathbf{0}$;</p> <p>$[\mathbf{\Sigma}(k+1, k), \mathbf{H}(k)]$ – спостережувана пара; $\text{rank}[\mathbf{H}(k)\overline{\mathbf{\Omega}}(k, k-1)] = \text{rank}[\overline{\mathbf{\Omega}}(k, k-1)]$;</p> <p>$\text{rank}[\mathbf{H}(k)\overline{\mathbf{\Psi}}(k, k-1)] = \text{rank}[\overline{\mathbf{\Psi}}(k, k-1)]$.</p>
<p>4. Підсумкові оцінки та їх точність</p> $\hat{\mathbf{s}}(k/k) = \mathbf{s}^*(k/k) + \overline{\mathbf{V}}_{12}(k)\mathbf{f}^*(k/k) + \overline{\mathbf{V}}_{13}(k)\mathbf{d}^*(k/k);$ $\hat{\mathbf{P}}_{ss}(k/k) = \mathbf{P}_{ss}^*(k/k) + \overline{\mathbf{V}}_{12}(k)\mathbf{P}_{ff}^*(k/k)\overline{\mathbf{V}}_{12}^T(k) + \overline{\mathbf{V}}_{13}(k)\mathbf{P}_{dd}^*(k/k)\overline{\mathbf{V}}_{13}^T(k);$ $\hat{\mathbf{f}}(k/k) = \mathbf{f}^*(k/k) + \overline{\mathbf{V}}_{23}(k)\mathbf{d}^*(k/k);$ $\hat{\mathbf{P}}_{ff}(k/k) = \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) + \overline{\mathbf{V}}_{23}(k)\mathbf{P}_{dd}^*(k/k)\overline{\mathbf{V}}_{23}^T(k).$
<p>5. Розщеплені оцінки вектора стану системи $\mathbf{s}(k)$</p> $\mathbf{s}^*(k/k_{-1}) = \mathbf{\Sigma}(k, k-1)\hat{\mathbf{s}}(k-1/k_{-1}) + \mathbf{\Gamma}(k, k-1)\mathbf{u}(k-1);$ $\mathbf{P}_{ss}^*(k/k_{-1}) = \mathbf{\Sigma}(k, k-1)\hat{\mathbf{P}}_{ss}(k-1/k_{-1})\mathbf{\Sigma}^T(k, k-1) + \mathbf{Q}_s(k-1);$ $\mathbf{W}(k) \triangleq \mathbf{H}(k)\mathbf{P}_{ss}^*(k/k_{-1})\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k);$ $\mathbf{K}_s^*(k) = \mathbf{P}_{ss}^*(k/k_{-1})\mathbf{H}^T(k)\mathbf{W}^{-1}(k);$ $\mathbf{s}^*(k/k) = \mathbf{s}^*(k/k_{-1}) + \mathbf{K}_s^*(k)[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\mathbf{s}^*(k/k_{-1})];$ $\mathbf{P}_{ss}^*(k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_s^*(k)\mathbf{H}(k)]\mathbf{P}_{ss}^*(k/k_{-1}).$

6. Розщеплені оцінки вектора несправностей $f(k)$

$$\bar{\mathbf{E}}_2(k) = \mathbf{H}(k)\bar{\Psi}(k, k-1) + \bar{\mathbf{F}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(k) & \mathbf{E}_2(k) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}_{ff}^*(k/k) = \left[\bar{\mathbf{E}}_2^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \bar{\mathbf{E}}_2(k) \right]^{\#};$$

$$\mathbf{K}_f^*(k) = \mathbf{P}_{ff}^*(k/k) \bar{\mathbf{E}}_2^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k);$$

$$\mathbf{f}^*(k/k) = \mathbf{K}_f^*(k) \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{s}^*(k/k-1) \right].$$

7. Розщеплені оцінки вектора збурень $d(k)$

$$\bar{\mathbf{E}}_3(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{D}(k) + \mathbf{F}(k) \mathbf{V}_{23}(k-1); & \mathbf{H}(k) \mathbf{\Omega}(k, k-1) + \mathbf{E}_2(k) \mathbf{V}_{23}(k-1) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}_{dd}^*(k/k) = \left[\bar{\mathbf{E}}_3^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \bar{\mathbf{E}}_3(k) \right]^{\#};$$

$$\mathbf{K}_d^*(k) = \mathbf{P}_{dd}^*(k/k) \bar{\mathbf{E}}_3^T(k) \mathbf{W}^{-1}(k) \boldsymbol{\alpha}(k) \left[\mathbf{I} - \bar{\mathbf{E}}_2(k) \bar{\mathbf{E}}_2^{\#}(k) \right];$$

$$\mathbf{d}^*(k/k) = \mathbf{K}_d^*(k) \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{s}^*(k/k-1) \right].$$

8. Розрахунок матричних вагових коефіцієнтів $\bar{V}_{12}(k)$, $\bar{V}_{13}(k)$, $\bar{V}_{23}(k)$

$$\bar{V}_{12}(k) = \bar{\Psi}(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k) \bar{\mathbf{E}}_2(k-1);$$

$$\bar{V}_{23}(k) = -\mathbf{K}_f^*(k) \left[\bar{\mathbf{E}}_3(k) - \bar{\mathbf{E}}_2(k) \bar{V}_{23}(k-1) \right];$$

$$\bar{V}_{13}(k) = \bar{\mathbf{\Omega}}(k, k-1) - \mathbf{K}_s^*(k) \left[\bar{\mathbf{E}}_3(k) - \bar{\mathbf{E}}_2(k) \bar{V}_{23}(k-1) \right] + \bar{V}_{12}(k) \bar{V}_{23}(k)$$

5.7 Висновки

1. У практичній діяльності нерідко трапляються випадки, коли динаміка фізичного об'єкту зазнає раптових змін, причиною яких може бути некоректна робота окремих технічних вузлів, пристроїв або підсистем. У такому разі технічна система не зможе виконувати поставлену перед нею задачу. Підтримання постійної працездатності системи ґрунтується на простій, інтуїтивно зрозумілій ідеї компенсації впливу виявлених та локалізованих несправностей за рахунок апаратно-архітектурної або функціональної надлишковості. На основі аналізу поточного стану вище зазначеної проблеми з'ясовано факт формування декількох підходів до розв'язку задач модельно-орієнтованого роздільного оцінювання за наявності несправностей та збурень.

2. Перший з них передбачає наявність математичних моделей дестабілізуючих факторів і використовує процедуру розширення вектора стану номінальної системи за рахунок внесення у її математичну модель фіктивного невідомого входу, асоційованого з впливом діючих несправностей та збурень. Якщо фактичні параметри системи адекватні апріорно заданим, то оптимальний розв'язок задачі оцінювання гарантується розширеним фільтром Калмана. Проте за великого числа врахованих несправностей та збурень розмірність розширеного фільтра стає набагато більшою розмірності номінальної системи, що призводить до труднощів виключно практичного характеру. Фрідланд запропонував апроксимувати розширений фільтр Калмана паралельною діючою каскадною структурою, кожен елемент якої працює автономно і має меншу розмірність. Пізніше з'ясувалось, що запропонована структура є лише квазіоптимальною у сенсі еквівалентності її виходів виходу розширеного фільтра Калмана. На сьогодні основні зусилля у цьому напрямку спрямовані на пошук методів апроксимації розширеного фільтра Калмана, що поєднують прийнятну точність з обмеженнями, не занадто обтяжливими для практичних впроваджень.

3. Основою альтернативної концепції є припущення, що будь-якої апріорної інформації щодо властивостей невідомих входів не існує. Кітанідіс першим почав вирішувати цю задачу з метою отримання лінійних незміщених оцінок з мінімальною узагальненою дисперсією за рахунок уведення обмежень, що накладались на структуру досліджуваної системи. Дораух та ін. узагальнили результати Кітанідіса, застосувавши при цьому параметричний підхід для отримання оптимальних оцінок. Дещо пізніше Хші, використовуючи метод найменших квадратів, отримав фільтр з мінімальною узагальненою дисперсією лише для вектора стану системи, який враховував проблему деградації характеристик точності, притаманної фільтрам Кітанідіса.

3. Массонія, Уайт і Шпеер та ін. розв'язували задачу виявлення несправностей та їх локалізацію за допомогою геометричного підходу, формуючи при цьому різницеві сигнали з направленими властивостями. Зокрема Лю та Сі [225] запропонували відновник повного порядку, здатний виявляти та розпізнавати множинні

несправності в лінійних динамічних системах неперервного часу. Матриця передачі відновника вибиралась так, щоб кожен елемент векторного різницевого сигналу був пов'язаним лише з однією конкретною несправністю, і у той же час був розв'язаним від інших типів несправностей із апіорі заданої множини. Метод виявився працездатним за умови, коли стовпці матриці виявлення виражались через власні значення матриці передачі відновника. Автором цей метод було модифіковано з метою розповсюдження на випадок лінійної дискретної системи, що зазнає впливу множинних несправностей та (або) збурень, структура яких є невизначною [116,185]. Задача синтезу виконана для двох варіантів постановки задачі: детермінованої та стохастичної. Результат синтезу представлений у вигляді структури, що складається з двох незалежно працюючих фільтрів калманівського типу, кожен з яких використовує процедуру розщеплення різницевого сигналу і має розмірність нижчу за розмірність досліджуваної системи. Перший з них обчислює оцінку вектора стану системи без урахування впливу несправностей, а інший, виведеного типу, виконує оцінку несправностей у неявній формі. На відміну від фільтра Кітанідіса, розщеплення відбувається до процесу оцінювання, що дає змогу отримати певну економію обчислювальних ресурсів за рахунок низки маніпуляцій з результатами спостережень: визначення індексу виявлення несправностей, формування локальних матриць виявлення та групування несправностей за порядком їх індексу виявлення. Зазначена перевага досягається введенням додаткових обмежень, зокрема, наявності у проектувальника фіксованого об'єму результатів спостережень. Такий масив можна отримувати, наприклад, шляхом виконання стендових або льотних випробовувань, а рекурентна форма фільтра якнайкраще відповідає вимогам обробки великих масивів результатів спостережень.

4. Для систем реального часу більш прийнятними є фільтри, що не використовують елементи геометричного підходу. При цьому передбачається, що модель системи з супутніми збуреннями та несправностями, структура яких апіорі невідома, описується системою рівнянь (5.41)–(5.42):

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + \Gamma(k+1,k)u(k) + \Psi(k+1,k)f(k) + \Omega(k+1,k)d(k) + w(k);$$

$$y(k) = H(k)s(k) + F(k)f(k) + v(k).$$

На відміну від моделі Кітанідіса, представлена модель є більш розширеною і враховує несправності, що одночасно впливають, як на стан системи, так і на вихідні змінні, а збурення – лише на змінні стану. Для відокремлення оцінок векторів стану $\hat{\mathbf{s}}^{(k/k)}$ та несправностей $\hat{\mathbf{f}}^{(k/k)}$ від вектора збурень була застосована процедура декомпозиції шляхом уведення додаткового рангового обмеження $rank[\mathbf{H}(k)\mathbf{\Omega}(k,k-1)] = rank[\mathbf{\Omega}(k,k-1)] = q$, що дозволило розщепити результуючий фільтр на дві складові. Перша з них оцінює вектор стану системи, ігноруючи при цьому вплив діючих несправностей, а друга за таких же умов, оцінює лише несправності. При цьому справедливі співвідношення:

$$\hat{\mathbf{s}}^{(k/k)} = \hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)} + \mathbf{K}_s(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)}]; \quad \hat{\mathbf{f}}^{(k/k)} = \mathbf{K}_f(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)}];$$

$$\hat{\mathbf{s}}^{(k/k-1)} = \mathbf{\Sigma}(k,k-1)\hat{\mathbf{s}}^{(k-1/k-1)} + \mathbf{\Gamma}(k,k-1)\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{\Psi}(k,k-1)\hat{\mathbf{f}}^{(k-1/k-1)},$$

де останнє рівняння описує функцію об'єднаного екстраполятора.

Таким чином, задача синтезу звелась до вибору таких значень матриць передачі розділених фільтрів $\mathbf{K}_s(k) \in \mathcal{R}^{n \times m}$ та $\mathbf{K}_f(k) \in \mathcal{R}^{p \times m}$, які б відповідали вибраним критеріям якості, а саме відсутності зсувів у отриманих оцінках $\hat{\mathbf{s}}^{(k/k)}$, $\hat{\mathbf{f}}^{(k/k)}$ та мінімальності сліду коваріаційних матриць похибок оцінювання $\min tr[\mathbf{P}_f^{(k/k)}]$, $\min tr[\mathbf{P}_s^{(k/k)}]$. Синтез фільтра здійснено за допомогою метода зважених найменших квадратів, а до процедури мінімізації долучались елементи варіаційного числення, зокрема метод векторних множників Лагранжа. Отримання незміщених оцінок визначались лемою 5.3.1, а на основі теорем 5.3.1 та 5.3.2 формувались оптимальні значень матриць передач розщеплених фільтрів.

У тому випадку, коли матриця розподілу несправностей у підсистемі спостережень мала довільний ранг, тобто $1 < rank[\mathbf{F}(k)] < p$, розширення функціональних можливостей фільтра досягалось за рахунок уведення додаткових обмежень на системні матриці, а оптимізація виконувалась у просторі меншої розмірності, оскільки не усі моди можуть бути відновленими за результатами виконаних спостережень. Причому не відновлювані моди повинні залишатись у класі стійких

мод, у противному разі фільтр не може бути практично реалізованим. У зведеній таблиці 5.1 наведено порядок синтезу запропонованого фільтра.

5. Заключна частина розділу присвячена методам синтезу фільтрів розщепленого типу, які роздільно оцінюють, як стан системи, так і вектори попутно діючих несправностей за умови наявності їх математичних моделей (5.83)–(5.85). Синтез фільтрів виконувався на основі використання модифікованої концепції Фрідланда. Оскільки оригінальна структура, запропонована Фрідландом, виявилась еквівалентною розширеному фільтру Калмана лише для детермінованих моделей несправностей та збурень, то спроби розповсюдити її на стохастичні моделі наптовхувались на значні труднощі через уведення низки жорстких обмежень, які виконати на практиці було майже неможливо.

Суть запропонованого методу синтезу зводилась до модернізації структури Фрідланда шляхом відмови від автономності роботи компонентів паралельної структури та охопленні їх системою перехресних зв'язків. Ці заходи дозволили послабити обмеження до рівня прийняттого з практичної точки зору та отримати локально-оптимальні характеристики розщепленого фільтра за наявності стохастичних моделей несправностей. Формально-математична сторона синтезу структури розщеплених фільтрів заснована на застосуванні двокрокового ортогонального U – V перетворення до розширеного фільтра Калмана, яке приводило коваріаційні матриці похибок екстраполяції $P_z(k/k-1)$ та фільтрації $P_z(k/k)$ до діагонального вигляду. Локальна оптимальність синтезованого фільтра встановлена теоремою 5.5.1, у якій доведена еквівалентність виходів розщепленої структури виходам розширеного фільтра Калмана за умови, що коваріаційна матриця скорегованого шуму збурень системи $Q_{s1}(k)$ залишається невід'ємно означеною та симетричною. З практичної точки зору це обмеження виконати значно легше за тих, що уведені у низці загальновідомих робіт [186,209,210]. Матриця $Q_{s1}(k)$ повинна залишатись під постійним контролем протягом усієї роботи фільтра, що гарантуватиме збіжність процесу фільтрації.

6. Після того, як був з'ясований механізм роботи локально-оптимального розщепленого фільтра розгляду підлягала більш складна та практично значима

задача, коли несправності та збурення діють одночасно або послідовно не тільки у підсистемі «об'єкт–регулятор», а також у каналі спостережень. Поставленій задачі відповідала математична модель (5.131)–(5.132):

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(k+1) &= \mathbf{\Sigma}(k+1, k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{\Gamma}(k+1, k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{\Psi}(k+1, k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{\Omega}(k+1, k)\mathbf{d}(k) + \mathbf{w}_s(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{F}(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{D}(k)\mathbf{d}(k) + \mathbf{v}(k). \end{aligned}$$

Для того щоб система за наявності несправностей та збурень залишалась у рамках керованості та відновлюваності були введені додаткові обмеження:

$$[\mathbf{\Sigma}(k+1, k), \mathbf{H}(k)]\text{—відновлювана пара; } \text{rank}[\mathbf{H}(k)\mathbf{\Psi}(k, k-1)] = \text{rank}[\mathbf{\Psi}(k, k-1)];$$

$$\text{rank}[\mathbf{H}(k)\mathbf{\Omega}(k, k-1)] = \text{rank}[\mathbf{\Omega}(k, k-1)]; m \geq p+q. \text{ Уведені рангові обмеження}$$

гарантували розщеплення розширеного фільтра Калмана на три допоміжні структури–фільтри меншої розмірності, які у сукупності були б еквівалентними розширеному фільтру Калмана. З цією метою була застосована пара модифікованих двокрокових ортогональних U – V перетворень для приведення коваріаційних матриць (5.146) похибок екстраполяції $\mathbf{P}_{zz}(k/k-1)$ та фільтрації $\mathbf{P}_{zz}(k/k)$ до діагонального вигляду. За вищезазначених умов структура запропонованого фільтра визначалась системою різницевих рівнянь (5.133)–(5.134)

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}(k/k) &= \mathbf{s}^*(k/k) + \mathbf{V}_{12}(k)\mathbf{f}^*(k/k) + \mathbf{V}_{13}(k)\mathbf{d}^*(k/k); \\ \hat{\mathbf{f}}(k/k) &= \mathbf{f}^*(k/k) + \mathbf{V}_{23}(k)\mathbf{d}^*(k/k), \end{aligned}$$

де символ $\hat{}$ відноситься до загальної підсумкової оцінки, а символ $*$ означає оцінку розділеного типу. Оцінки розділеного типу визначались співвідношеннями (5.135)–(5.139). Оскільки структура фільтра певною мірою була визначена уведеними ранговими обмеженнями, то задача синтезу полягала у виборі матричних коефіцієнтів передачі $\mathbf{K}_s^*(k)$, $\mathbf{K}_f^*(k)$, $\mathbf{K}_d^*(k)$ та вагових множників \mathbf{V}_{12} , \mathbf{V}_{13} , \mathbf{V}_{23} , здатних забезпечити мінімальне значення середньоквадратичної похибки у межах дії уведених обмежень. Саме з цієї причини автор відносить зазначену структуру до категорії локально-оптимальних.

Слід зауважити, що оптимальність запропонованої структури потребує високоякісної моделі у сенсі точності завдання апріорних значень параметрів моде-

лей, зокрема коваріаційних матриць шумів несправностей та збурень, що на практиці зустрічається надзвичайно рідко. Проте незалежно від значень локальних матриць передачі $\mathbf{K}_s^*(k)$, $\mathbf{K}_f^*(k)$, $\mathbf{K}_d^*(k)$ та вагових множників $V_{12}(k)$, $V_{13}(k)$, $V_{23}(k)$ роздільна форма розширеного фільтра визначається уведеними ранговими обмеженнями і зберігається інваріантною до неповного задання апріорних даних або навіть їх відсутності. Це дає змогу наповнювати вищезазначену роздільну форму іншим змістом в залежності від прийнятого критерію, прийнятого для інженерної практики. Наприклад, можна вимагати відсутності зсувів у отриманих оцінках, мінімізації суми квадратів складових загальної похибки (сліду коваріаційної матриці), або робастної структури розщепленого фільтра. Саме останньому варіанту – робастній структурі розщепленого фільтра присвячені заключні підрозділи цього розділу.

7. У підрозділі 5.6.2 була синтезована структура розщепленого фільтра Калмана, якій притаманні ознаки стійкості роздільних оцінок вектора стану системи та супутніх несправностей щодо збурень невідомої структури. Спочатку розглядався спрощений варіант моделі (5.131)–(5.132), у якому несправності та збурення мають місце лише у підсистемі «об'єкт–регулятор», тобто передбачається, що $\mathbf{F}(k) = \mathbf{D}(k) = \mathbf{0}$. Розгляд узагальненого варіанту було відкладено до фінальної частини розділу – підрозділу 5.6.3. Таким чином, укорочена модель системи мала вигляд:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(k+1) &= \mathbf{\Sigma}(k+1, k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{\Gamma}(k+1, k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{\Psi}(k+1, k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{\Omega}(k+1, k)\mathbf{d}(k) + \mathbf{w}_s(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{v}(k). \end{aligned}$$

Синтез робастної розщепленої структури фільтра виконувався шляхом модифікації рівнянь спостережень для фільтрів, призначених виключно для роздільного оцінювання несправностей $\mathbf{f}^*(k/k)$ та збурень $\mathbf{d}^*(k/k)$ (див.(5.165б)–(5.165в)) за умови дії обмежень $\mathbf{F}(k) = \mathbf{D}(k) = \mathbf{0}$. Суть модифікації зводилась:

– до отримання скорегованих значень локальних матричних коефіцієнтів передачі $\mathbf{K}_f^*(k)$, та формуванні модифікованих розділених оцінок несправностей та супутніх збурень у вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^*(k/k) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{E}_2(k)] \mathbf{f}^*(k/k-1) + \mathbf{K}_f^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{E}_1(k) \mathbf{s}^*(k/k-1)], \\ \mathbf{d}^*(k/k) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_d^*(k) \mathbf{E}_3(k)] \mathbf{d}^*(k/k-1) + \mathbf{K}_d^*(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{E}_1(k) \mathbf{s}^*(k/k-1) - \mathbf{E}_2(k) \mathbf{f}^*(k/k-1)]; \end{aligned}$$

– оскільки несправності та збурення у даній постановці задачі інтерпретуються як довільні функції часу, динаміка яких невизначена, то усунення залежності оцінок $\mathbf{f}^*(k/k)$, $\mathbf{d}^*(k/k)$ від їх екстрапольованих значень $\mathbf{f}^*(k/k-1)$, $\mathbf{d}^*(k/k-1)$ виконувалось шляхом уведення низки алгебраїчних обмежень:

$$[\mathbf{I} - \mathbf{K}_f^*(k) \mathbf{E}_2(k)] = \mathbf{0}; [\mathbf{I} - \mathbf{K}_d^*(k) \mathbf{E}_3(k)] = \mathbf{0}; \mathbf{K}_d^*(k) \mathbf{E}_2(k) = \mathbf{0};$$

– окрім того, стійкість розщепленого фільтра до впливу невизначених збурень та несправностей досягалась за рахунок усунення залежностей оцінок (5.164а)–(5.164б) від сигналів поправок, тобто $\tilde{\mathbf{u}}_1(k-1) = \tilde{\mathbf{u}}_2(k-1) = \mathbf{0}$.

Дотримання цих вимог дозволило встановити спрощені взаємозв'язки між елементами уведених ортогональних матричних U – V перетворень. Порядок синтезу запропонованого фільтра регламентовано зведеною таблицею 5.3.

8. Синтез розширеного варіанту робастного розщепленого фільтра Калмана виконувався у припущенні, що матриці $\mathbf{F}(k)$, $\mathbf{D}(k)$ у математичній моделі каналу спостережень були відмінні від нуля, тобто

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k) \mathbf{s}(k) + \mathbf{F}(k) \tilde{\mathbf{f}}(k) + \mathbf{D}(k) \tilde{\mathbf{d}}(k) + \mathbf{v}(k).$$

Символи $\tilde{\mathbf{f}}(k)$ та $\tilde{\mathbf{d}}(k)$ означали, що вектори несправностей та збурень у каналі спостережень і у підсистемі «об'єкт–регулятор» $\mathbf{f}(k)$, $\mathbf{d}(k)$ не є ідентичними.

Для того, щоб можна було скористатись результатами попередніх підрозділів, заснованих на моделях (5.131) та (5.132) були уведені розширені вектори несправностей та збурень

$$\mathbf{f}_p^T(k) \triangleq [\tilde{\mathbf{f}}(k), \mathbf{f}(k)]^T; \mathbf{d}_p^T(k) \triangleq [\tilde{\mathbf{d}}(k), \mathbf{d}(k)]^T,$$

що дало змогу записати математичну модель системи у формі, подібної до (5.131) та (5.132):

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(k+1) &= \mathbf{\Sigma}(k+1, k) \mathbf{s}(k) + \mathbf{\Gamma}(k+1, k) \mathbf{u}(k) + \overline{\mathbf{\Psi}}(k+1, k) \mathbf{f}_p(k) + \overline{\mathbf{\Omega}}(k+1, k) \mathbf{d}_p(k) + \mathbf{w}_s(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{H}(k) \mathbf{s}(k) + \overline{\mathbf{F}}(k) \mathbf{f}_p(k) + \overline{\mathbf{D}}(k) \mathbf{d}_p(k) + \mathbf{v}(k). \end{aligned}$$

У цілому розширений робастний фільтр Калмана розщепленого типу (5.194) – (5.197) було отримано при безпосередньому використанні результатів синтезу з

підрозділу 5.6.2 з внесенням мінімальних змін обумовлених уведенням нових позначень для блочних системних матриць. Слід підкреслити, що у фільтрів (див. рис. 5.2), які формують роздільні оцінки несправностей $f^*(k/k)$ та збурень $d^*(k/k)$ відсутня частина, що пов'язана з екстраполятором. Це пояснюється відсутністю будь-якої апіорної інформації щодо структури процесів $f(k)$ та $d(k)$, оскільки вони представлені довільними функціями часу. Вищезазначені фільтри є виродженими, а усі їхні полюси знаходяться у початку координат.

9. Характерною ознакою синтезованих фільтрів розширеного типу є певний симбіоз концепцій, розглянутих у цьому розділі, і їм притаманні характерні властивості щодо форми представлення раніше отриманих результатів. Наприклад, якщо покласти:

а) $\Psi(k, k-1) = \Omega(k, k-1) = F(k) = D(k) = \theta$, то отримуємо стандартний фільтр Калмана;

б) $\Psi(k, k-1) = F(k) = D(k) = \theta$, то отримуємо фільтр Кітанідіса [200];

в) $\Omega(k, k-1) = D(k) = \theta$; $rank[F(k)] = p$, то отримуємо фільтр з роботи [221];

г) за наявності постійних зсувів та відсутності збурень синтезований фільтр еквівалентний фільтру Фрідланда [186], а уведення додаткових припущень дозволяє отримувати окремі модифікації фільтра Фрідланда, наприклад [210,242].

РОЗДІЛ 6

ПРАКТИЧНИЙ АСПЕКТ ТЕОРІЇ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО ЗАХИСТУ ВІД ПОРУШЕНЬ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ НА ПРИКЛАДІ РАДІОТЕХНІЧНОЇ СИСТЕМИ ПОСАДКИ САНТИМЕТРОВОГО ДІАПАЗОНУ

Дослідження, що виконуються у даному розділі, мають за мету виконання порівняльного аналізу ефективності синтезованих оптимальних та робастних методів фільтрації з використанням результатів обчислювального експерименту та елементів напівнатурних випробовувань. У якості тестового прикладу було взято процес посадки ПС за допомогою радіотехнічної системи сантиметрового діапазону. Детальному розгляду підлягатиме лише виконання посадкового маневру у вертикальній площині за допомогою обладнання глісадного радіомаяка з антенною решіткою скануючого типу. Успішне застосування розроблених методів можливе лише за умови наявності певного об'єму апріорної інформації про обставини, за яких виконується процес посадки, а саме: динамічної моделі, що базується на обґрунтованих припущеннях щодо закону зміни у часі кута місця ПС при виконанні ним посадкового маневру [243]; моделі радіовимірювального тракту, яка встановлює зв'язок між результатами вимірювань кута місця ПС і параметрами моделі [244]; статистичні характеристики супутніх збурень та завад та спосіб їх взаємодії з інформативними параметрами радіосигналу [115]; критерій оптимальності, що характеризує якість процесу фільтрації.

6.1 Місце та роль посадкової системи у складі пілотажного навігаційного комплексу

Сьогодні можливості авіації значною мірою визначаються точністю та надійністю розв'язку задач навігації, рівнем розвитку навігаційних засобів та систем, зокрема, посадкових радіонавігаційних систем сантиметрового діапазону. Радіонавігаційне обладнання, що встановлюється на сучасних рухомих об'єктах, набуло нову характерну якість у зв'язку з широким використанням бортових ЕОМ, здатних поєднувати різноманітні навігаційні вимірювачі у складі пілотажно – на-

вігаційних комплексів. Головною причиною є те, що на борту ПС через велику кількість навігаційної інформації, яка надходить від численних технічних засобів, екіпажу стало неможливим її оперативно використовувати для керування польотом при виконанні складних та різноманітних завдань. Саме у зв'язку з цим з'явилась необхідність у автоматизованій обробці посадкової інформації у поєднанні з введенням певних параметрів у систему автоматичного керування польотом, забезпеченням наглядного відображення потрібної інформації та контролю за роботою усього замкнутого контуру керування польотом [46], тобто з'явилась потреба у створенні ПНК. У якості прикладу розглянемо спрощену структурну схему посадкового комплексу [160], зображеного на рис. 6.1.

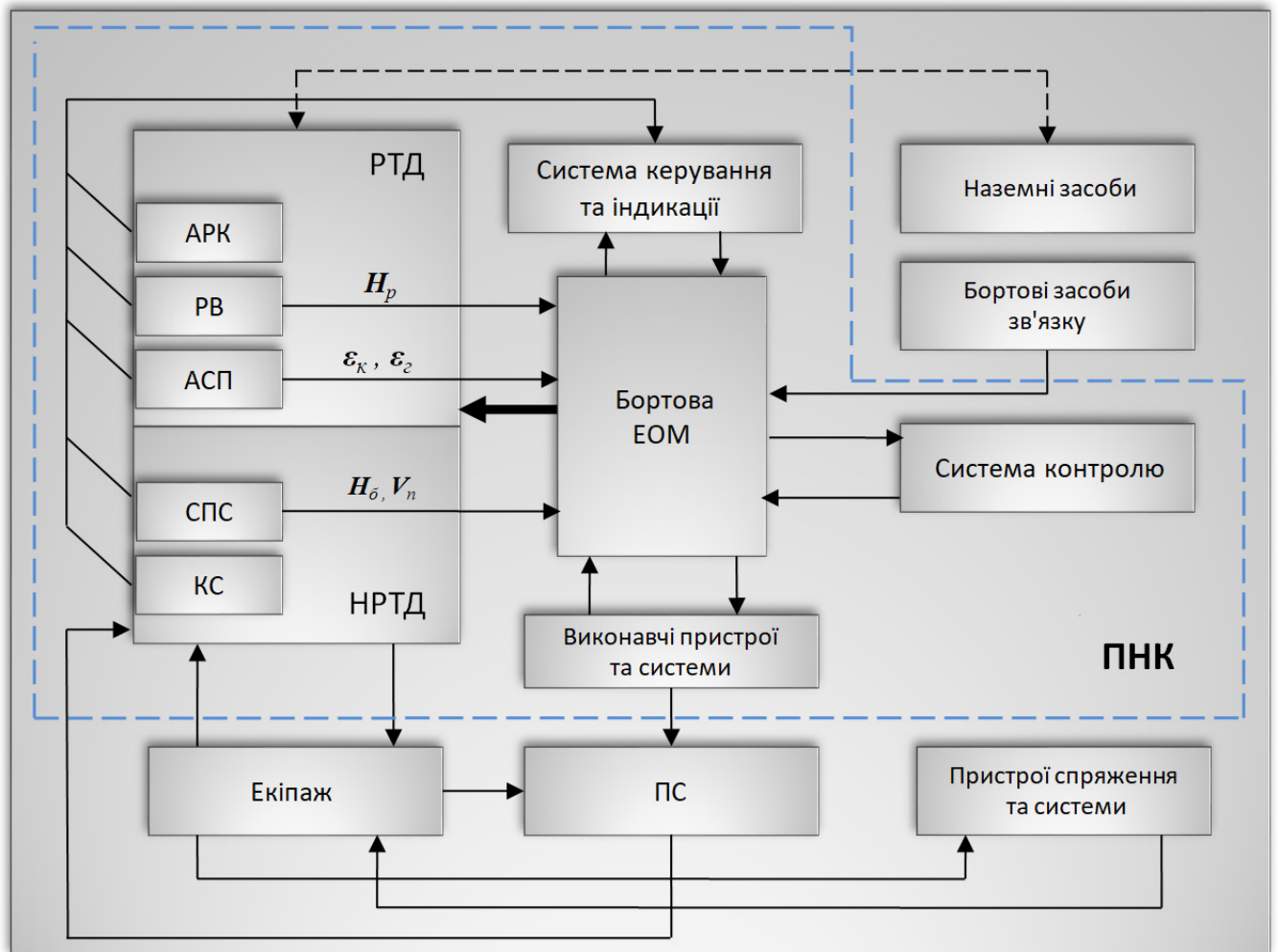


Рис. 6.1. Спрощена структура посадкового комплексу:

РТД та НРТД – радіотехнічні та не радіотехнічні датчики; АРК – автоматичний радіокомпас;
 РВ – радіовисотомір; АСП – апаратура системи посадки, ϵ_k, ϵ_r – сигнали відхилення ПС від ліній курсу та глісади;
 СПС – система повітряних сигналів, H_0 – барометрична висота, V_n – повітряна швидкість;
 КС – привідна курсова підсистема.

Принципово необхідними елементами цього комплексу є: система сенсорів (датчиків), обчислювальна система, система індикації та керування, система контролю та система обміну інформацією. Посадковий комплекс призначений для визначення параметрів, що характеризують відхилення ПС від заданої траєкторії посадки, а також висоти та вертикальної швидкості польоту. У випадку автоматизації процесу посадки у задачу комплексу входить мінімізація бокового відхилення ПС від вісі ЗПС у момент приземлення, бокової складової швидкості та кута між поздовжніми осями ПС та ЗПС, а також визначення напрямку пробігу ПС по ЗПС. Бортова апаратура посадкової системи вимірює та подає сигнали відхилення ПС від заданої траєкторії, тобто сигнали з виходу бортового обладнання можуть безпосередньо використовуватись для керування польотом.

Сенсорна система складається з приладів та підсистем, які постачають необхідну інформацію до посадкового комплексу, що використовується для розв'язку поставлених перед ним задач. Склад сенсорної системи визначається цільовим призначенням комплексу. Як правило, в цю систему включають пристрої визначення висоти, швидкості польоту ПС, його курс, а також інші параметри відповідно до вибраного режиму польоту.

Обчислювальна система являє собою сукупність обчислювальних засобів призначених для обробки отриманої від сенсорної підсистеми інформації. Основу обчислювальної системи складають одна або дві центральні ЕОМ, які функціонально пов'язані з процесорами, що конструктивно входять до сенсорної підсистеми. Сигнали керування сформовані у бортовій обчислювальній системі впливають на систему автоматичного керування, яка у свою чергу діє на ПС, що є об'єктом керування.

Система керування та індикації являє собою проміжну ланку між екіпажем ПС та бортовим комплексом. Точність, достовірність та форма представленої інформації безпосередньо впливають на доцільність прийняття рішень пілотом, і у підсумку, на точність виконання операцій керування. Ця система інформує екіпаж про якість функціонування різноманітних елементів комплексу, дозволяє втручатись екіпажу в роботу бортових систем з метою виконання певних дій щодо вико-

нання польоту. До складу системи індикації та керування входять, окрім власне, індикаторів ще органи керування комплексом у цілому, або окремими його пристроями та підсистемами.

Система контролю призначена для автоматичної перевірки працездатності окремих елементів комплексу та переходу на резерв при появі відмов. У простих випадках цю операцію виконує екіпаж з використанням сигналів системи контролю. У більш складних випадках перехід на резерв відбувається автоматично. Система контролю сприяє підвищенню надійності комплексу та запобігає використанню екіпажем пристроїв та систем, параметри яких не відповідають встановленим регламентним нормам. Для забезпечення контролю, як правило, виділяється частка обчислювальних можливостей центральної ЕОМ.

Система обміну інформацією слугує для передачі сигналів між окремими пристроями та підсистемами комплексу. У найпростішому варіанті система обміну являє собою кабельну мережу у поєднанні з пристроями перетворення інформації до певного типу.

В процесі навігації та керування сучасних пілотованих ПС приймає участь, як екіпаж, так і ПНК. При цьому у залежності від ступеню та характеру участі екіпажу у процесі керування ПС розрізняють наступні види керування: штурвальне (ручне), директорне та автоматичне.

Штурвальне керування являє собою найбільш важливий тип керування пілотованих ПС. Воно використовується на найбільш складних та відповідальних ділянках польоту, а також при відмовах окремих пристроїв або підсистем ПНК. За допомогою штурвального керування пілот безпосередньо задіяний у процесі пілотування ПС. Для цього він отримує інформацію про поточний стан ПС та його місцеположення, виконує аналіз отриманої інформації та приймає рішення про необхідні зміни параметрів польоту, виконує необхідну зміну руху ПС шляхом впливу на відповідні важелі керування.

За директорного керування передбачається лише автоматичне формування команд, виконання яких здійснюється у режимі штурвального керування. Інформація про координати ПС надходить не тільки до системи індикації, а і до обчис-

лювача, що обчислює задані значення параметрів траєкторії. Відхилення поточних значень кута тангажу від заданих значень потрапляють на стрілки командного пристрою, які вказують пілоту на сторону та величину відхилення штурвальної ручки керування у поперечному та поздовжньому напрямках. Діючи відповідним чином, пілот домагається встановлення стрілок у нейтральне положення, що забезпечує збіжність заданих та поточних значень кута тангажу. Таким чином, дії пілота зводяться до елементарних операцій контролю за положенням командних стрілок. Завдяки цьому досягається розвантаження пілота та покращується наочність керування на найбільш відповідальних та складних ділянках польоту, наприклад, заходу на посадку, з виконанням посадкових маневрів на етапах планування та вирівнювання.

За автоматичного керування формування заданого маневру ПС та його дотримання здійснюється автоматично. Пілот лише приймає участь у виборі режиму роботи автоматичної системи та здійснює контроль за процесом керування.

У низці випадків посадковий комплекс виконує покладені на нього функції на основі отриманої посадкової інформації за умови повної або часткової апріорної невизначеності. При цьому виникає потреба у визначенні структури та параметрів оптимальної системи, знаходження способів адаптації до невідомих або мінливих умов застосування, тобто виникає задача синтезу в умовах апріорної невизначеності. Підводячи підсумки, можна стверджувати, що роль радіонавігаційної системи посадки у складі ПНК є вельми важливою, а у більшості випадків навіть визначальною.

6.2 Базові принципи побудови посадкової системи MLS та аналіз її тактико-технічних характеристик

З досвіду накопиченого за тривалий часу експлуатації систем посадки ПС, які працюють у метровому хвильовому діапазоні, експерти з Міжнародної організації цивільної авіації (ICAO) прийшли до висновку, що посадкові системи типу ILS, СП-50, СП-70 та їх численні модифікації вичерпали свої потенційні можли-

вості на перспективу після 2000 року через недоліки, що носять принциповий характер [245–250]. Головними з них є:

- недостатні межі кутових секторів $\pm 1^0$ у вертикальній та $\pm 4^0$ у горизонтальній площинах, де зберігається лінійна залежність між параметрами інформативного радіосигналу та відхиленнями ПС від апіорі заданої посадкової траєкторії;
- незадовільна пропускна здатність та невелика кількість частотних каналів;
- використання нерухомих антен у маркерних радіомаяках змушує виконувати посадку ПС лише за однією фіксованою траєкторією, яка не зовсім прийнятна для ПС інших категорій, зокрема, гелікоптерів та літаків, що використовують режими вертикального зльоту та посадки;
- значна залежність параметрів каналів курсу та глісади від профілю навколишньої місцевості, що характерно для сучасних аеропортів, розташованих поблизу великих міст, де існує високий рівень завад індустріального походження;
- надзвичайно висока вартість експлуатації та попередніх монтажних будівельних робіт.

На початку 1972 р. було оголошено про намір ІСАО щодо створення нового стандарту для перспективної посадкової системи на період після 2000 року. Досягнутою угодою передбачалось [251–252]:

1. Виділення цій системі діапазон частот у межах 5.05-5.25 ГГц та 15.4-15.7 ГГц. У зв'язку з цим на теренах колишнього СРСР вона стала відомою як радіотехнічна система посадки сантиметрового діапазону, а у рамках ІСАО офіційно отримала назву Microwave Landing System (MLS).

2. Новітня система зобов'язана була відповідати регламентованим нормам безпеки польотів, а саме ймовірність нештатної ситуації не повинна перевищувати величини 10^{-7} і бути незалежною від класу ПС, у тому числі з коротким зльотом та посадкою для I, II та III категорій посадки за класифікацією ІСАО.

3. Передбачалось, що кутомірна частина буде виконана у вигляді системи радіомаяків з вузькими променями віялоподібного типу, що сканують у заданому кутовому секторі з постійною швидкістю, а далекомірній частині допускала

можливість використання обладнання радіосистеми навігації VOR/DME. Зона дії посадкової системи показана на рис.6.2.

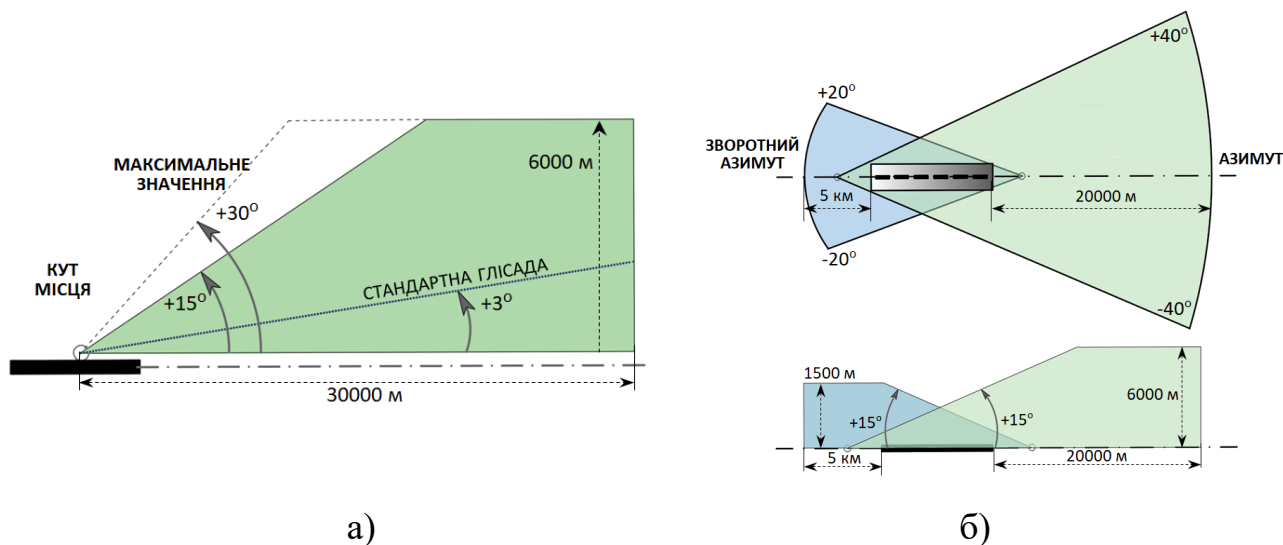


Рис. 6.2. Зони дії системи MLS [250, 253,254]:

а) – канал кута місця; б) – канал азимуту

4. Регламентними нормами передбачалось, що посадкова інформація не повинна залежати від рельєфу оточуючої місцевості, споруд аеропорту та режимів польоту за швидкості посадки, що не перевищує 370 км /год., кут нахилу траєкторії посадки повинен становити не більше за 40° , а кут тангажу повинен задовольняти обмеженню -10° до $+25^{\circ}$.

5. Допускалось використання траєкторій заходу на посадку криволінійного типу з метою зниження рівня супутніх завад та зростання пропускної здатності.

6. Конструктивне виконання повинно бути заснованим на принципах модульності та відкритості архітектури, а формат радіосигналу повинен бути однаковим для усіх типів ПС та класів аеропортів.

За призначенням система MLS повинна забезпечувати на борту ПС отримання наступної поточної інформації з одночасною подачею її екіпажу та у систему автоматичного керування польотом:

1) у режимі заходу на посадку та у процесі її виконання:

– кутове положення ПС відносно повздовжньої осі злітно-посадкової смуги (ЗПС) у горизонтальній площині (канал курсу);

- кутове положення ПС відносно повздовжньої осі ЗПС у вертикальній площині при зниженні (канал глісади);
 - віддаль до точки приземлення;
 - додаткову інформацію про стан ЗПС, категорію метеорологічних умов та системи розпізнавання типу наземного обладнання даного аеропорту та тощо;
- 2) у режимі зльоту або заходу на друге коло:
- зворотній курс повітряного судна та віддаль до злітно-посадкової смуги.

У першій половині 1978 р. система TRSB (Time Reference Scanning Beam), що ґрунтується на методі часового способу кодування інформації кутової інформації отримала міжнародний статус і стала де-факто стандартом ICAO. Модульний принцип побудови, в залежності від категорії аеропорту, дозволяє реалізувати три варіанта розгортання системи: основний, спрощений та розширений.

Стандарт MLS має кращі тактичні можливості порівняно з варіантами СП-50, СП-70 та ILS. При цьому захід на посадку може виконуватись за довільними траєкторіями у напрямку одного з трьох вікон «електронного коридору»: для низько-, середньо-, та високошвидкісних ПС. Проте, вищезазначені можливості потребують реалізації розширеного стандарту розгортання радіонавігаційного обладнання на місцевості, який показано на рис. 6.3 [250, 253, 254].

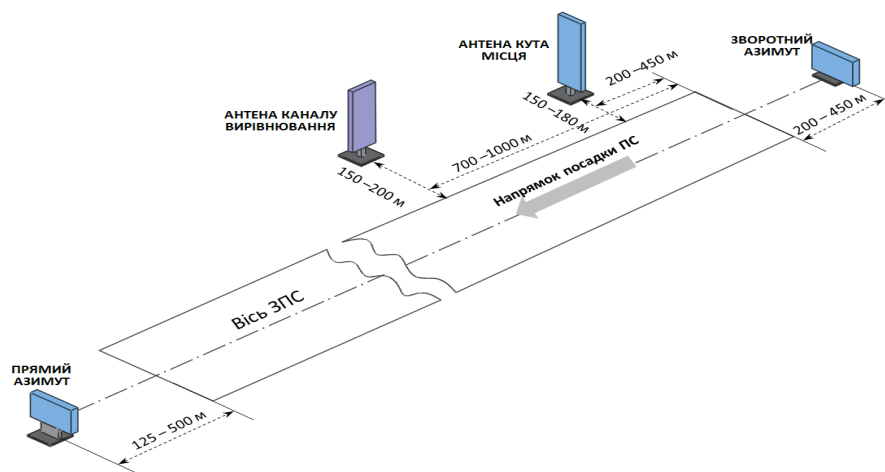


Рис. 6.3. Варіант розширеного розгортання системи MLS на місцевості

У тому разі, коли злітно-посадкова смуга допускає посадку ПС з обох напрямків, автором у межах регламентованих норм запропонований дещо інший метод розгортання кутового обладнання на місцевості, який не погіршує тактико-

технічні характеристики посадкової системи і в той же час сприяє розвантаженню диспетчерської служби аеропорту від надлишкової інформації, що висвітлюється на екранах індикаторних пристроїв. Пріоритетність методу та його новизна захищені відповідним патентом України [255]. Метод запроваджений у аеропорту «Гавришівка» м. Вінниці та пройшов випробовування посадками літаків військово-транспортної авіації.

Формат сигналу посадкової системи MLS (рис. 6.4–6.5) заснований на принципі часового ущільнення дозволяє зменшити відведену смугу частот, але потребує дотримання чіткої синхронізації функцій, виконуваних бортовим та наземним обладнанням.

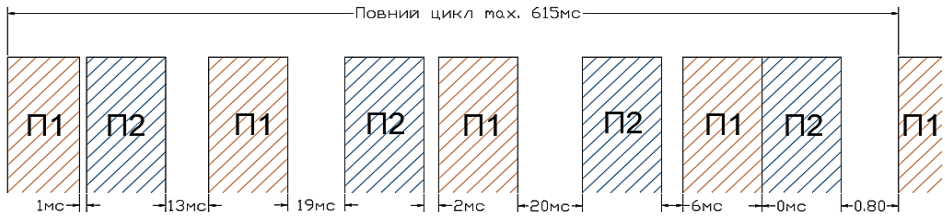


Рис. 6.4. Повний цикл роботи системи MLS [136, 160]

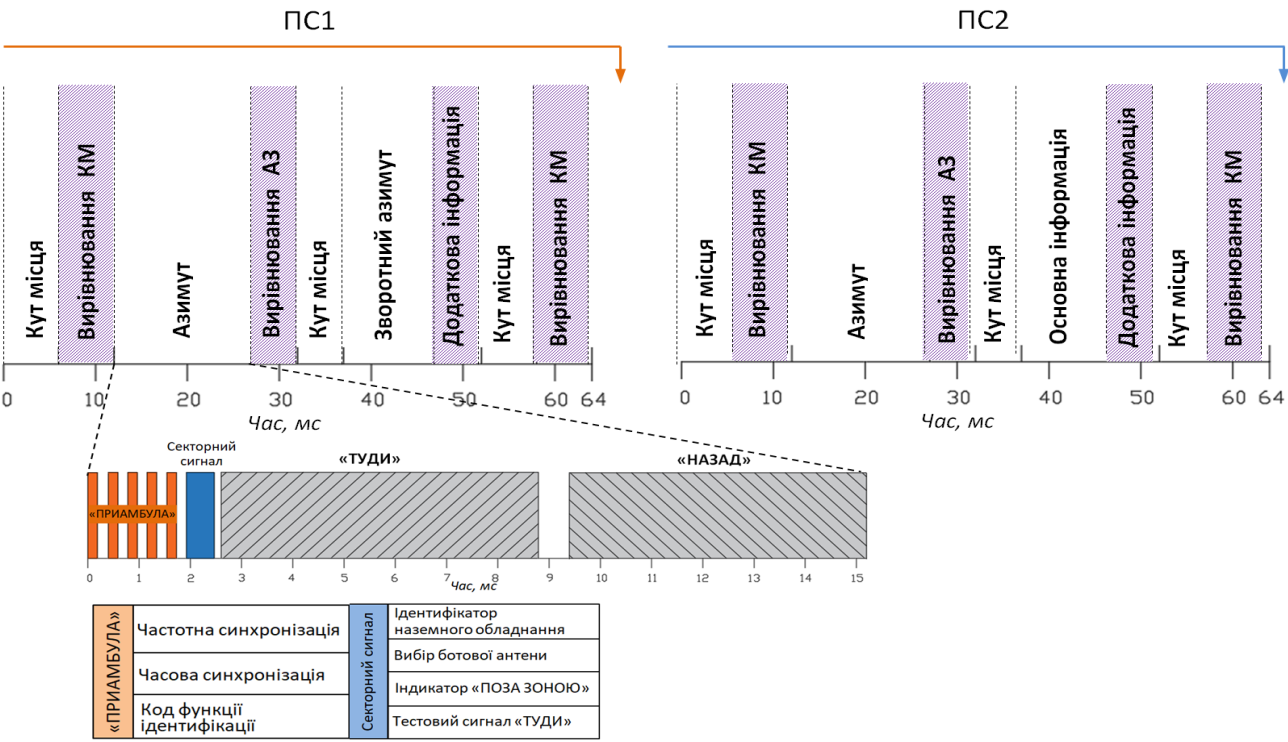


Рис. 6.5. Порядок розташування кутових функцій у підциклах та послідовність інформаційних імпульсів у форматі окремої кутової функції [160, 252]

Повний цикл роботи системи у 615 мс розбито на вісім під діапазонів по 64 мс кожен. Їх порядок та захисні часові інтервали поміж ними можна змінювати, що сприяє послабленню дії синхронних перешкод. Формат усіх кутових функцій ідентичний, і містить послідовність інформаційних сигналів, перелік яких наведено на рис. 6.5. Визначення кутових координат побудовано на вимірюванні часового інтервалу між характерними точками сигнальних імпульсів «туди – назад» у відповідності до рис. 6.6.

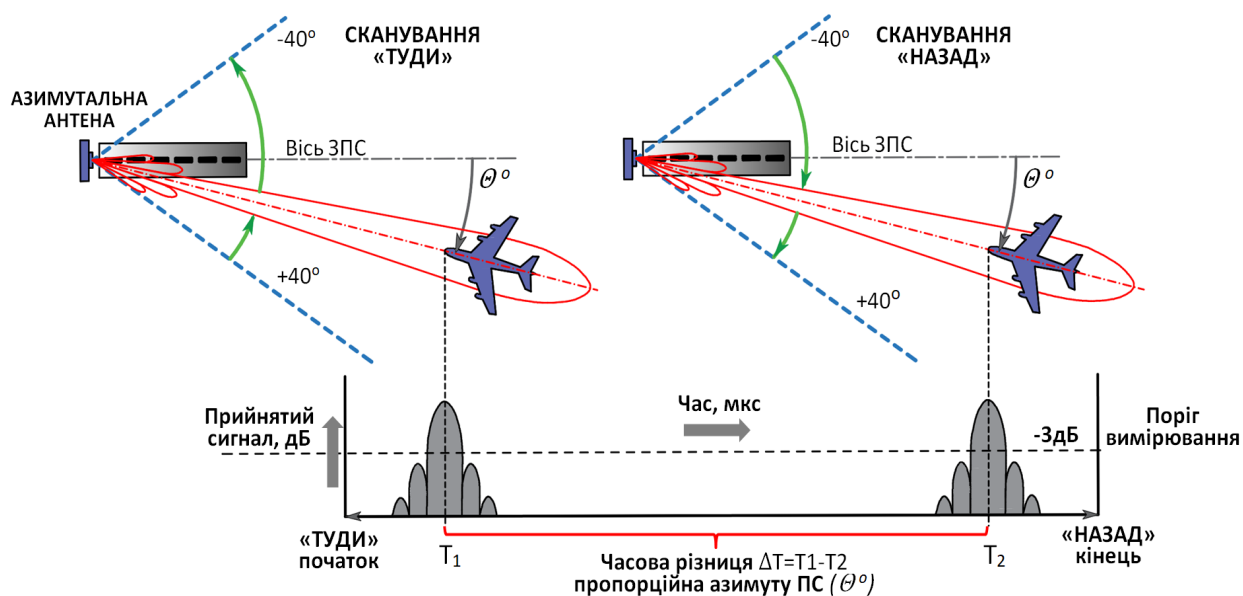


Рис. 6.6. Метод визначення кутових координат ПС у системі MLS

Кутове положення ПС залежить від часових постійних сектора кутового сканування і визначається як

$$\theta = \frac{V}{2}(T_0 - \Delta T),$$

де θ , *град.* – кутове положення повітряного судна, V , *град/мкс.* – швидкість сканування, T_0 , *мкс.* – часова різниця між центрами променів сканування відносно положення $\theta = 0$ *град.* ΔT , *мкс.* – часова різниця між центрами кутових променів «туди» – «назад» у відповідності до рис. 6.7.

До складу бортового обладнання входять апаратура кутомірних підсистем та обладнання далекомірної підсистеми VOR/ DME, вимірювання віддалі у якій за-

сновано на принципі «запит - відповідь» [256]. Бортове обладнання кутової підсистеми однакове і спільне для усіх регламентованих форматом кутових функцій.

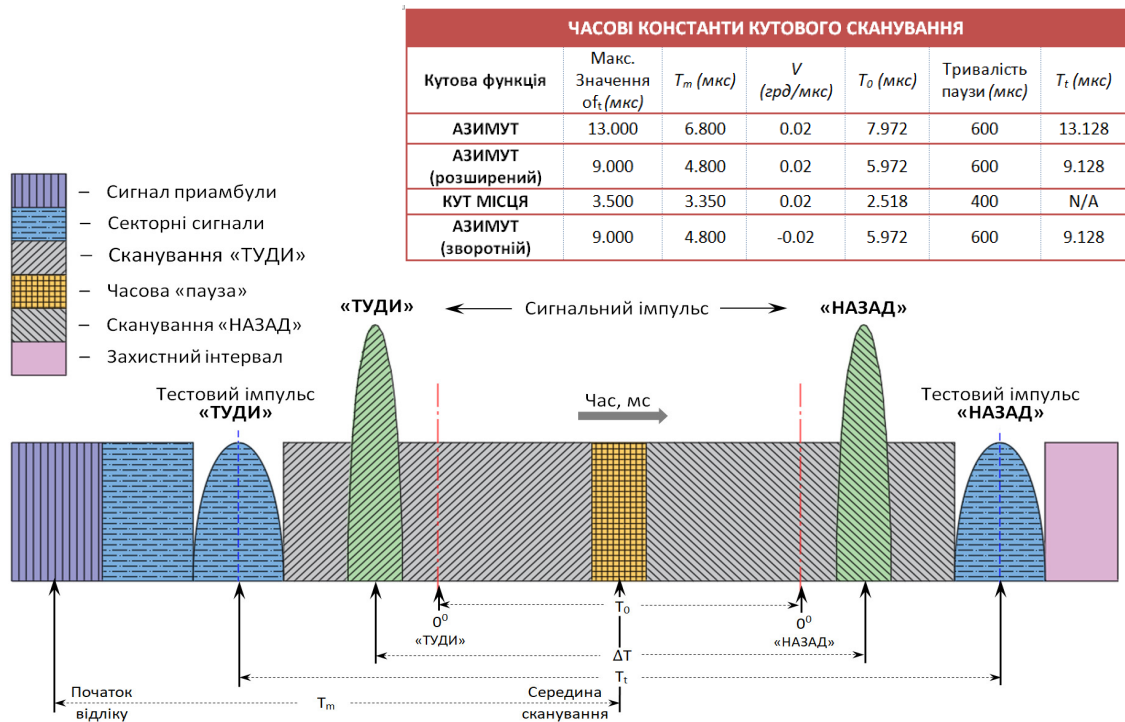


Рис. 6.7. Часові інтервали сканування системи MLS

У сукупності, використання нового принципу отримання кутових координат на борту ПС разом з надлишковістю формату сигналів у поєднанні з застосуванням сучасних методів їх обробки здатні гарантувати підвищену точність, надійність та достовірність отримання навігаційної інформації і забезпечують наступні тактико-технічні характеристики посадкової системи [160,256-258]:

1. Зона дії:

- область з курсом посадки, обмежена у горизонтальній площині кутом відносно осі ЗПС, град..... ±40
- у вертикальній площині, кутом, град. 15
- віддалю, км. 37
- область, яка включає ЗПС і обмежена у горизонтальній площині віддалю від осі ЗПС, м. ±45
- у вертикальній площині висотою над ЗПС, м. 600
- область зі зворотнім курсом, обмежена у горизонтальній площині кутом, град. ±20
- у вертикальній площині висотою над ЗПС, м. 1500
- віддалю, км. 9

2. Похибки каналів системи (2σ):

- азимутального каналу, град. 0,05
- каналу кута місця. при зниженні та вирівнюванні, град. 0,05
- далекомірного каналу, м. 30

3. Пропускна здатність (кількість одночасного обслуговування ПС)	200
4. Частота оновлення кутомірної інформації, Гц :	
- азимутального каналу	13,5
- каналу кута місця при зниженні	40,5
- каналу кута місця при вирівнюванні	40,5
5. Частотний діапазон, ГГц:	
- основних радіомаяків та високоточної далекомірної системи	5
- можливого (у перспективі) каналу кута місця при вирівнюванні та далекомірної підсистеми	1

6.3 Аналіз показників точності бортових вимірювань та факторів, що їх обмежують

На практиці здійснення посадки ПС відбувається за складних умов, оскільки виконання найбільш відповідальних етапів посадкового маневру здійснюється за відсутності візуальної видимості земної поверхні, і певною мірою залежить від точності радіотехнічної системи та надійності виводу ПС у точку прийняття рішення про подальшу посадку. Зазвичай, точність характеризують величиною загальної середньоквадратичної похибки або величиною довірчого інтервалу, який наприклад, на рівні 0.95 складає величину $\pm 2\sigma_z$, а на рівні – 0.997 $\pm 3\sigma_z$ [160]. Оскільки показники точності посадкової системи за сукупності дії завад залежать від великої кількості непередбачуваних факторів, зокрема, профілю підстильної поверхні, динамічних особливостей окремих типів ПС, параметрів бортового та наземного обладнання, кута нахилу траєкторії посадки та тощо, тому детальна оцінка точності наштотується на значні труднощі математичного характеру. Для практичних потреб використовують спрощену методику, яка дозволяє враховувати лише найбільш важливі джерела похибок, що дозволяє виконати оцінку їх впливу на підсумкову середньоквадратичну похибку. Спрощена методика базується на гіпотезі, що загальна середньоквадратична похибка σ_z системи посадки ПС складається з трьох основних складових: похибок наземного та бортового обладнання у поєднанні з похибками каналу розповсюдження радіохвиль робочого діапазону у припущені їх статистичної незалежності та однакової питомої ваги, тобто поміж ними справедливе співвідношення $\sigma_z^2 = \sigma_{\text{но}}^2 + \sigma_{\text{ср}}^2 + \sigma_{\text{бо}}^2$. Стосовно бортового обладнання, то надалі будемо вважати, що складова $\sigma_{\text{бо}}$ оцінюється величиною $\sigma_c/\sqrt{3}$, а її верхня межа не перевищує 0.05^0 [160].

6.3.1 Аналіз потенційної точності

Досконалість технічної схеми вимірювань прийнято оцінювати порівнянням її точності з потенційною точністю $\sigma_{\text{п}}$, яка визначається лише відношенням сигнал-шум S/N на вході пристрою вимірювань. Процес вимірювань кутових координат ПС починається з моменту появи на борту кутового сигнального імпульсу. Це означатиме, що кутове положення ПС стає апіорно відомим з точністю до половини сегмента розрізнення. Для уточнення цих даних до складу бортового обладнання вводять вимірювач, який являє собою пристрій, що реагує на похідну від сигналу відгуку за відповідною кутовою координатою [259]. Таким чином визначається максимум сигнальної функції та встановлюється момент переходу через нульове значення. Коли кутове положення ПС знаходиться в точці переходу через нуль, а похідна не дорівнює нулю, то відповідне значення сигнальної функції використовують у якості оцінки зсуву від точки екстремуму. На практиці цю величину інтерпретують у якості прогнозованого значення оцінки невідомого параметру [260], а різницевий сигнал асоціюється з оцінкою похибки. Таким чином, ідеальний вимірювач є не що інше, як фільтр узгоджений з першою похідною кутового сигнального імпульсу, і здійснює оцінку кутового положення ПС з похибкою, яка виключно визначається відношенням сигнал/шум на вході. Цю похибку називають потенційною і визначають за формулою [261]

$$\sigma_{\text{п}} = \lambda_0 / Z_0 \sqrt{R_0},$$

де λ_0 – довжина хвилі; Z_0 – ефективна ширина розкриву антени; R_0 – енергетичне відношення сигнал/шум. Для отримання потенційної точності необхідно мати антени з рівномірним розподілом електричного поля на розкриві, а різницева діаграма направленості повинна бути лінійною та несиметричною. Виключно з практичних міркувань, використовують антени не повністю узгоджені з сигналом. У зв'язку з цим енергія, що потрапляє до приймального тракту стає меншою за ту, що може постачати узгоджена антена. Це зменшення враховують уведенням так званого коефіцієнта втрат η_a , тобто $R_a = \eta_a R_0$. Для інженерних розрахунків часто користуються виразом, який пов'язує ефективну ширину розкриву антени на рівні $\theta_{0,5}$ за потужністю з крутизною її діаграми направленості. У такому випадку нор-

мовану середньоквадратичну похибку кутових вимірювань за довільного розподілу поля на розкритті антени визначають як

$$(\sigma_{\theta} / \theta_{0.5}) = 1 / K_m \sqrt{R_m},$$

де K_m – табульована величина межі якої оцінюються значеннями 1,75 – 2,35 [261]; R_m – енергетичне відношення сигнал / шум за максимумом діаграми направленості антени. Вищезазначені формули справедливі для випадку здобування кутової інформації без втрат, що потребує когерентної обробки кутових радіосигналів. Це рівноцінно використанню оптимального фільтра, погодженого зі спектром сигналу, а процедуру детектування слід виконувати у момент досягнення напруги погодженого фільтра максимального значення. Проте, суворе дотримання принципів оптимальності не завжди можливе [149]. При надходженні поодинокого радіоімпульсу з шириною смуги ППЧ порядку $\Delta F \approx 1 / \tau_i$ відношення сигнал/шум орієнтовно обчислюють як $(S/N)_{\text{вих}} \approx R_m / 2 \Delta F \tau_i$, де ΔF - смуга пропускання ППЧ; τ_i – тривалість радіоімпульсу на рівні -3 дБ . Енергетичні втрати за рахунок операції детектування оцінюють коефіцієнтом втрат $Z_{\text{дст}} = [(S/N)_{\text{вх}} + 1] / (S/N)_{\text{вх}}$. За умови лінійності процесу детектування та застосуванні процедури після детекторного стробування, втрати обумовлені широким стробом – імпульсом оцінюють у вигляді

$$Z_c = 1 + (\tau_c / \tau_i - 1)(2 - p / 2)$$

де τ_c, τ_i – тривалість строб – імпульсу та сигналу, відповідно. У підсумку, поєднання вище наведених формул дозволяє записати формулу обчислення дисперсії первинних кутових вимірювань як:

$$\sigma^2 = \frac{1}{K_m^2} \frac{(S/N)_{\text{вх}} + 1}{(S/N)_{\text{вх}}} \frac{Z_c}{2 \Delta F \tau_i} \theta^2_{0.5} \quad (6.1)$$

Результати розрахунків наведені на рис. 6.8.

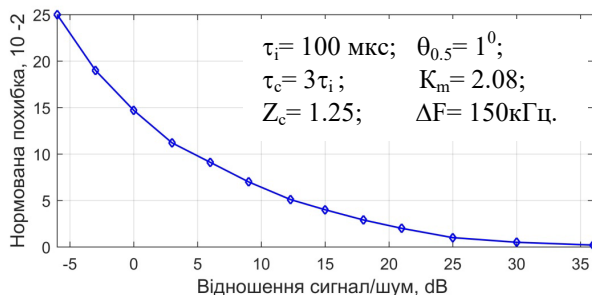


Рис. 6.8. Залежність середньоквадратичної похибки від відношення с/ш на вході кутомірного каналу

6.3.2 Оцінка впливу сукупності хаотично-імпульсних перешкод та флуктуаційних шумів на точність бортових вимірювань [11, 262]

Відповідно до вимог ІСАО, у новітній посадковій системі найвищий пріоритет віддається заходам безпеки польоту ПС, зокрема надійності утримання ПС на заданій посадковій траєкторії. Це здійснюється за рахунок примусового розширення селекторного імпульсу, що відкриває радіоприймальний такт на момент очікуваного надходження сигнального радіоімпульсу, до величини у два-три рази більшого від його оптимального значення, тобто за рахунок погіршення точності первинних вимірювань. Доцільність такого заходу викликає певні сумніви, адже значне розширення селекторного імпульсу сприятиме надходженню до вимірювача разом з корисним сигналом ще й інших – побічних імпульсів, наприклад, від поряд працюючого електронного обладнання, сигналів відбиття від аеродромних споруд, завад індустріального походження та ін. Це сприятиме появі похибок вимірювань специфічного характеру, які досліджувались автором у роботах [11, 162, 262]. Виконане дослідження базувалось у припущенні, що час появи зазначених імпульсів, їх амплітуда, інтенсивність та тривалість являють собою випадкові величини. У технічній літературі подібну сукупність імпульсів відносять до категорії хаотичних імпульсних перешкод і моделюють пуасонівським потоком рідких подій заданої інтенсивності [147]. Основний результат роботи полягав у отриманні аналітичних виразів, що поєднують ймовірність появи зсувів та аномальних похибок у результатах вимірювань кутового положення ПС в залежності від інтенсивності ХП та флуктуаційного шуму. Оскільки тематика робот [11, 262] дещо виходить за рамки цього розділу, то обмежимося розглядом лише підсумкових результатів у вигляді відповідних графіків, які можуть бути корисними у якості апріорних даних щодо аномальних похибок при синтезі пристроїв обробки результатів вимірювань кутових координат ПС на основі теорії оптимальної фільтрації.

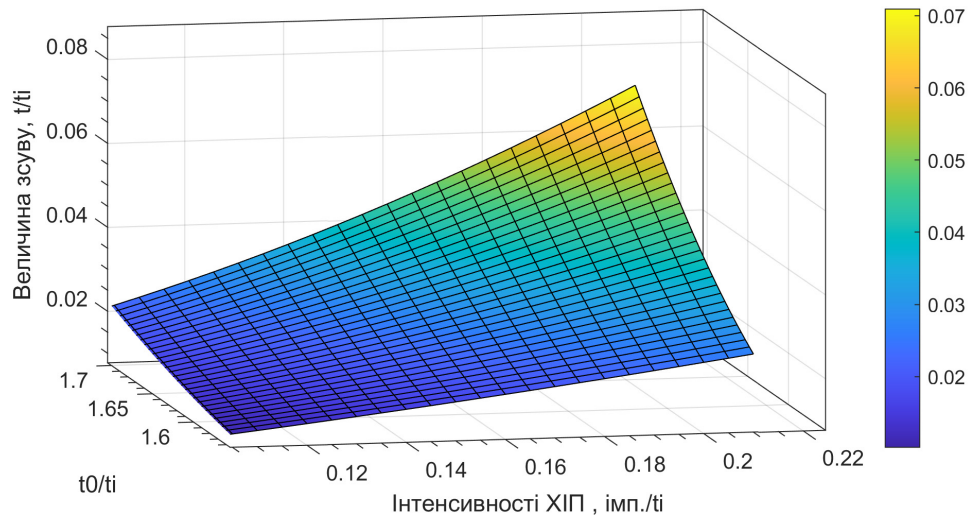


Рис. 6.9. Залежність зсуву оцінки положення сигнального імпульсу від інтенсивності ХІП

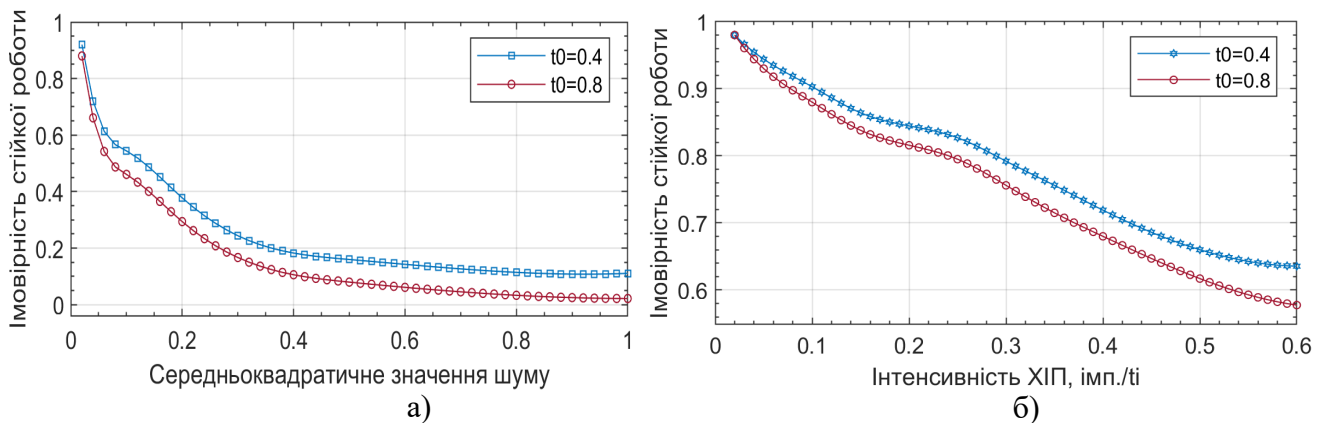


Рис. 6.10. Залежність ймовірності безвідмовної роботи від інтенсивності:
а – шуму; б – ХІП

6.3.3 Аналіз резервів підвищення інструментальної точності

За оцінками експертів та результатів льотних випробовувань [249,250,256, 258] основним фактором, що обмежує точність кутових вимірювань є неточність визначення часового положення характерних точок кутових сигнальних імпульсів на рівні -3 дБ від максимального амплітудного значення та спосіб подальшої обробки результатів вимірювань. У зв'язку з цим зупинимось на особливостях роботи стандартного варіанту побудови бортового вимірювача кутових координат ПС [247,263], структурна схема якого представлена на рис. 6.10 а, часові діаграми, що ілюструють його роботу – на рис. 6.11 б.

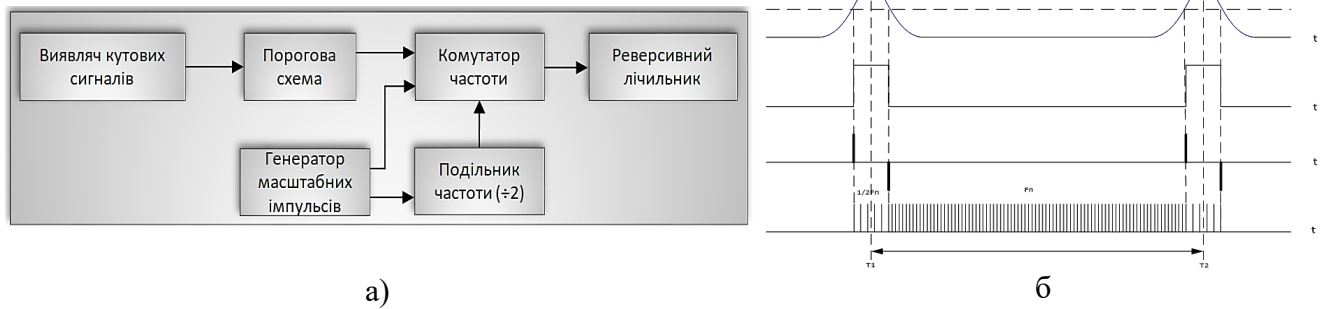


Рис. 6.11. Стандарт цифрового вимірювача кутових координат ПС [263]:

Різниця у часі між опорними точками, що формуються на рівні 0,707 від максимального значення амплітуди кутових імпульсів «туди - назад», вимірюється наступним чином: запуск реверсивного лічильника за прямим входом здійснюється переднім фронтом імпульсу «туди» з використанням половинної частоти надходження масштабних імпульсів, а заднім фронтом цього ж імпульсу – у режим рахування пової частоти; аналогічні операції виконуються за допомогою імпульсу «назад» по відношенню до інверсного входу. Після зупинки лічильника фіксується число, яке являє собою різницю часі між опорними точками пари імпульсів «туди-назад». Коректність роботи вимірювача заснована на симетрії імпульсів «туди-назад», однакової їх тривалості та передбачає підвищену стабільність порогів спрацьовування пристрою формування стробів «туди-назад». Проте, згідно результатів наведених на рис. 6.9–6.10, симетрія сигналів «туди-назад» може порушуватись, а точки, що відповідають максимуму похідної сигнального імпульсу не будуть співпадати з положенням опорних точок, зафіксованих на рівні 0.707 по відношенню до максимуму сигнального імпульсу. Це призводить до появи систематичних зсувів та погіршення підсумкової точності вимірювань порівняно з оптимальною, а до головного недоліку рекомендованого стандарту [11, 241] слід віднести той факт, що точність фіксації кутового положення ПС визначається частотою надходження масштабних імпульсів.

Для подолання вищезазначених недоліків автором був запропонований альтернативний варіант побудови бортового пристрою первинних вимірювань кутового положення ПС, що використовую бортову ЕОМ у режимі прямого доступу

до оперативної пам'яті. Технічна новизна запропонованого пристрою та його пріоритетність захищені патентом України [264]. Структура інтерфейсу та часові діаграми, що пояснюють принцип роботи вимірювача показані на рис. 6.12 а, б.

За появи опорного сигналу (ОС) на вході лічильника, він переходить у режим рахування масштабних імпульсів, що формуються генератором масштабних імпульсів. Дані з лічильника та АЦП, який працює з тактовою частотою, що задається генератором тактової частоти, у мікро – ЕОМ не надходять, оскільки з пристрою керування обміном через комутатор (КМ) не надійшов сигнал переривання фонові програми. При виявленні кутового імпульсу «туди» виявлювачем спрацьовує порогова схема, яка генерує сигнал запиту на переривання та переводить за допомогою комутатора мікро–ЕОМ у режим підготовки до прямого обміну даними. Процес обміну здійснюється шляхом запису вмісту лічильника у комірки пам'яті, адреси яких формуються спеціальним адресним лічильником з урахуванням такту роботи АЦП. Цикл обміну завершується за умови, що амплітуда імпульсу « туди » повторно досягне заданого рівня, при цьому ЕОМ знову повертається у режим виконання перерваної програми. Центр ваги кутового сигнального імпульсу «туди » та його положення у часі по відношенню до опорного сигналу, який визначає початку відліку, можуть обчислюватись у фазі виконання фонові програми.

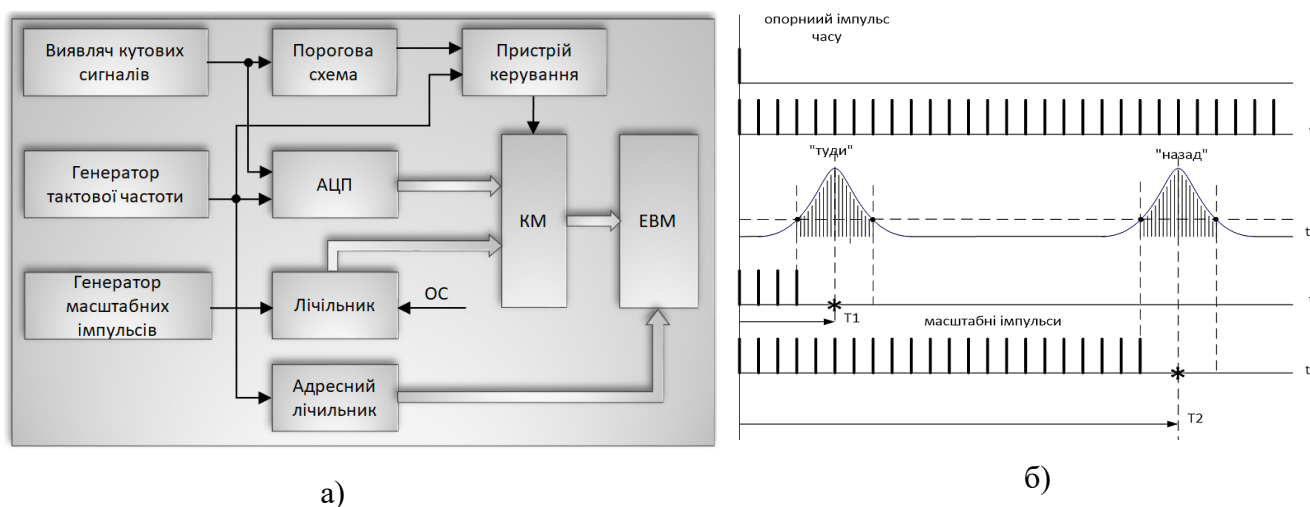


Рис. 6.12. Структура бортового вимірювача з каналом прямого доступу до оперативної пам'яті мікро –ЕОМ [264]:

При появі кутового імпульсу «назад» здійснюються аналогічні операції, а кутове положення ПС визначається як різниця одержаних результатів. Використання каналу прямого доступу до оперативної пам'яті мікро-ЕОМ у сукупності з методом формування центра ваги кутових сигналів дають певні переваги по відношенню до стандартного варіанту побудови вимірювача: за рахунок вагового усереднення сукупності відліків АЦП за незмінної частоти масштабних імпульсів, за попередніми оцінками, досягається підвищення точності приблизно у два-три рази; зростає рівень технологічності пристрою вимірювань завдяки тому, що введені елементи разом з бортовою мікро-ЕОМ допускають можливість використання для розв'язку низки інших завдань.

6.4 Розробка структури тесту для контролю достовірності результатів кутових вимірювань на борту ПС

Система MLS відноситься до класу радіотехнічних систем посадки, де інформація про місцеположення ПС визначається за вимірюваннями двох кутових координат та одного обчислення віддалі. Вимірювання віддалі виконується імпульсним методом, причому відповідач встановлюється разом з підсистемою наведення для вирівнювання ПС по куту місця у кінці ЗПС. Окрім того, далекомірне обладнання ще може додатково використовуватись для розширення тактичних можливостей посадкової системи за метеорологічних умов III категорії ICAO. Обчислення кутових координат засновано на визначенні часового інтервалу між опроміненнями ПС вузькими променями, які сканують з постійною швидкістю у заданому кутовому секторі у напрямку «туди» і «назад», відповідно до рис. 6.6, 6.7

Формат сигналу (див. рис 6.5) містить у собі сукупність команд наведення: за азимутом для заходу на посадку та для заходу на друге коло; за кутами місця для заходу на посадку, для відходу на друге коло, відходу від аеропорту та за кутом місця на етапі вирівнювання ПС. Зупинимось на аналізі на особливостей формату кутових функцій (див. рис. 6.6), оскільки вони будуть визначати саме ту інформаційну надлишковість, яку доцільно використовувати для підвищення достовірнос-

ті результатів спостережень, якщо їх обробляти за певним алгоритмом, структура якого показана на рис. 6.13:



Рис. 6.13. Структура алгоритму для контролю достовірності бортових вимірювань куткових координат ПС

1. Формат усіх куткових функції однаковий (див. рис 6.5), і передаються вони послідовно у часі у певному порядку. Це означає, що у будь-який момент часу працює тільки один передавач, один канал прийому та пристрій обробки даних. Усі кутові функції використовують одну й ту ж робочу частоту. Бортовий приймач розпізнає кожну кутову функцію за її попереднім сигналом і тільки потім переходить до обробки інформації. Гнучкість такого підходу дозволяє комбінувати команди наведення у довільному порядку.

2. Кожна команда передається послідовно у часі, відповідно до рис. 6.6 і відрізняється одна від одної попереднім сигналом ідентифікації, до складу якого входять: сигнал преамбули, у вигляді не модульованого коливання з частотою,

яка визначається на борту схемами декодування фазової маніпуляції для здійснення процесу синхронізації ФАПЧ; стартовий сигнал початку відліку у вигляді п'яти розрядного коду Баркера та код розпізнавання кутової команди наведення. Зазначена інформація доступна одночасно усім ПС, що знаходяться у секторі дії системи MLS, і передається окремо за допомогою всенаправленої антени.

3. Код Баркера являє собою основний синхроімпульс бортового комплексу, оскільки стартова положення усіх без винятку схем радіовимірювального тракту встановлюється за останнім перепадом фази. Точність декодування коду Баркера визначається збігом еталонних бортових імпульсів зі входною інформацією і складає ± 33.3 мкс (± 0.5 біта). У разі наявності похибок декодування коду Баркера увесь формат кутової функції пропадає, а приймальний тракт переводиться у режим очікування чергової кутової функції. За умови коректного розпізнавання коду Баркера виконується процедура ідентифікація кутової функції. За наявності похибок у декодуванні коду розпізнавання кутової функції радіоприймальний тракт бортової підсистеми знову опиняється у режим очікування. Якщо попередні операції декодування виконані задовільно, то подальша первинна обробка здійснюється за допомогою схем виявлення кутових сигналів «туди - назад».

4. Оскільки сканування променем виконується з постійною швидкістю, то ПС двічі опромінюється за період огляду виділеного кутового сектору. У такому разі сигнали «туди - назад» зберігають симетрію стосовно середини сектора. Систематичність появи пари «туди - назад» та їх симетричне розташування використовується у схемах контрольного виявлення з метою збільшення достовірності результатів кутових спостережень. Оскільки вплив завад перешкоджає регулярній появі вказаних пар, тому дані вимірювань не ідентифікуються до тих пір поки не буде виконано певний критерій виявлення. У роботі автора [11, 265] наведені результати досліджень, які мають відношення саме до цієї теми.

5. Пошук сигналів максимальної амплітуди отриманих від декількох антен, розташованих на фюзеляжі ПС, виконується шляхом порівняння амплітуд імпульсів, що потрапляють до приймача, який має змінний поріг спрацьовування [266]. При цьому корекція порогу здійснюється з урахуванням амплітуд сигнальної пари

«туди – назад» з попереднього циклу. Початковий рівень порогу спрацьовування приймача встановлюється у режимі пошуку і враховує рівень пригнічення побічних сигналів через пелюстковий характер діаграми спрямованості. До порогового пристрою пред'являються підвищені вимоги щодо швидкодії та високої стабільності порогів порівняння, оскільки саме ці характеристики суттєво впливають на точність визначення кутового положення ПС [267].

Стосовно інших параметрів формату сигналів кутових функцій, то тут є доцільними наступні зауваження: коректна робота алгоритму контролю достовірності передбачає формування низки строб-імпульсів, що задають проміжні контрольні точки пов'язані з початком, серединою та кінцем сектора сканування з точністю до ± 33.3 мкс; доцільність застосування процедури селекції тривалості кутових сигналів, як засобу боротьби з порушенням симетрії діаграми спрямованості антен за рахунок інтерференції з сигналами бокових пелюсток; використання вобуляції періоду формату сигналів кутових функцій сприяє захисту від синхронних перешкод; використання високої частоти оновлення результатів кутових спостережень дає можливість подальшого підвищення точності оцінювання кутового положення ПС методами теорії оптимальної фільтрації.

У підсумку, підвищення достовірності результатів кутових вимірювань досягається за рахунок інформаційної надмірності формату використовуваних сигналів у поєднанні з підвищеними вимогами до якості процесу синхронізації усіх опорних імпульсів по відношенню до стартового положення, що задається п'яти розрядним кодом Баркера. Проте, як показали результати стендових випробувань, найбільш вразливим місцями та ймовірними джерелами порушень працездатності кутомірних каналів посадкової системи MLS залишаються схеми синхронізації та ідентифікації кутових функцій, короткочасні відмови та збої у роботі яких, є причиною пропусків окремих результатів спостережень або їх аномальних спотворень.

6.5 Розробка номінальної динамічної моделі ПС як об'єкта керування

6.5.1 Передмова

Згідно змісту попередніх підрозділів, посадка ПС здійснюється шляхом виконання низки етапів у певній послідовності, яка показана на рис. 6.14.

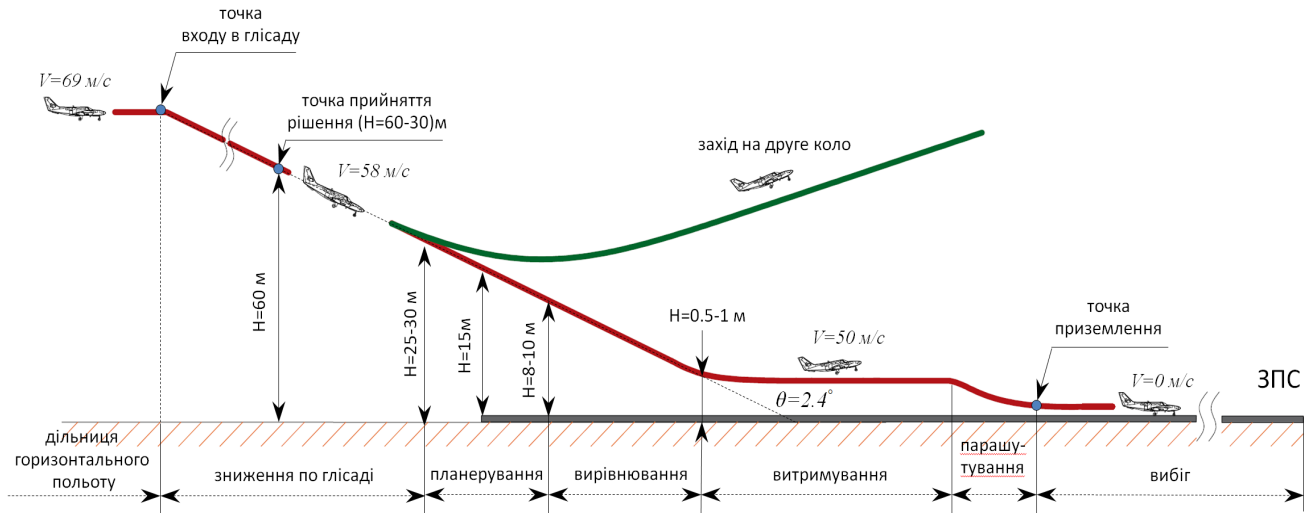


Рис. 6.14. Типова схема посадки для ПС середнього класу [158]

Так протягом першої фази за допомогою директорного радіобладнання, що вказує на необхідний курс, ПС приводиться до заданого аеропорту. Друга фаза починається на відстані декількох кілометрів від аеропорту, коли ПС входить в контакт з променем глісадного радіомаяка. Дотримуючись напрямку, вказаного радіопроменем, пілот спрямовує ПС уздовж глісади планерування під кутом приблизно -3^0 до посадкової смуги. На висоті порядку 30 м починається фаза вирівнювання. У цій фазі посадкового маневру дані від глісадного радіомаяка не використовуються через значний рівень електромагнітних перешкод, пов'язаних з впливом земної поверхні, а планерування під кутом -3^0 до посадкової смуги не відповідає вимогам комфортності та безпеки польоту. Тому у фінальній стадії процесу посадки, як правило, приймає участь пілот, скеровуючи літак у відповідності до свого візуального сприйняття злітно-посадкової смуги та показів автономних вимірювальних засобів, наприклад, радіовисотоміра або модернізованого варіанту системи VOR/DME. У деяких випадках можливе використання спеціального по-

садкового автопілоту. Проте у будь-якому разі, ефективне керування польотом ПС передбачає використання апріорно заданої номінальної математичної моделі ПС як об'єкта керування. Окрім того, номінальна математична модель об'єкта керування є опорним елементом при побудові моделей динамічних систем, що знають впливу збурень або несправностей [11]. В задачах керування польотом ПС розглядається як тверде тіло, або система твердих тіл, а його рух вважається складним, що містить поступальний рух центра мас та руху навколо центру мас. При цьому передбачається, що ПС як тверде тіло, має шість ступенів свободи. Це означає, що для опису його руху необхідно мати шість координат: три координати руху центра мас та три кутові координати. Для визначення положення ПС існуючими стандартами регламентовано використання трьох прямокутних координатних систем:

- нерухому координатну систему $O X_0 Y_0 Z_0$, початок якої співпадає з центром маси ПС, вісі $O X_0$, $O Z_0$ горизонтальні і мають зафіксоване положення по відношенню до земної поверхні, а вісь $O Y_0$ направлена по вертикалі;

- зв'язану координатну систему $O X_1 Y_1 Z_1$ з початком у центрі маси ПС, вісь $O X_1$ направлена у напрямку повздовжньої вісі ПС, вісь $O Y_1$ знаходиться у площині симетрії ПС, а вісь $O Z_1$ – перпендикулярна до площини симетрії;

- швидкісна координатна система, початок якої міститься у центрі маси ПС, вісь $O X$ направлена по напрямку вектора швидкості V , вісь $O Y$ знаходиться у площині симетрії, а вісь $O Z$ – перпендикулярна до площини симетрії.

Положення зв'язаної координатної системи по відношенню до нерухомої характеризується кутами γ , ϑ , Ψ . Кут γ , що утворюється при обертанні повітряного судна навколо повздовжньої вісі $O X_1$ відносно положення, за якого поперечна вісь $O Z_1$ залишається горизонтальною, прийнято називати кутом нахилу. Кут ϑ , що утворюється поздовжньою віссю ПС та горизонтальною площиною називають кутом тангажу. Кут Ψ , що утворюється проекцією повздовжньої вісі ПС на горизонтальну площину і напрямком, заданим віссю $O X_0$ називають кутом нишпорення.

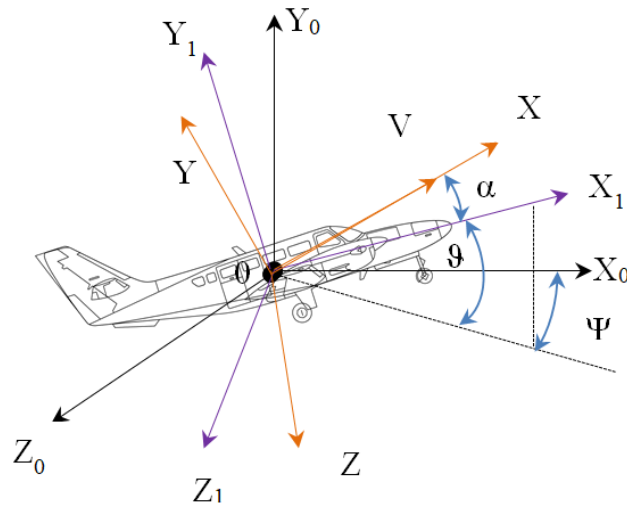


Рис. 6.15. До вибору координатних систем

Положення вектора швидкості V відносно зв'язаної координатної системи характеризують кутом атаки α . Це кут, що утворюється між проекцією вектора V на площину симетрії та повздовжньою віссю OX_1 , а також β – кутом ковзання, що утворюється між вектором V та площиною симетрії.

Кутовий рух ПС за певних умов можна розділити на повздовжній та боковий. Повздовжній рух характеризується обертанням центра маси навколо поперечної вісі OZ_1 та поступальним рухом у напрямку осей OX_1 та OY_1 . Боковий рух навпаки характеризується обертовим рухом навколо осей OX_1 та OY_1 та поступальним рухом у напрямку вісі OZ_1 . Рух ПС у просторі визначається початковими умовами та діючими силами. У межах атмосфери на ПС діють: сила тяги P , аеродинамічні сили та сила земного тяжіння, а також різні моменти. При діянні вищезазначених сил та моментів рух ПС безупинно збурюється, що призводить до відхилення параметрів польоту від регламентованих значень. Для дотримання заданого режиму польоту ПС необхідно керувати діючими на нього силами. Для цього у якості керованих параметрів слугують кутові координати та координати центра маси, швидкості, прискорення та тощо. У якості регулювальних факторів використовують кути відхилення рулів напрямку δ_n , висоти δ_v та елеронів δ_e , згідно схеми наведеної на рис. 6.16.

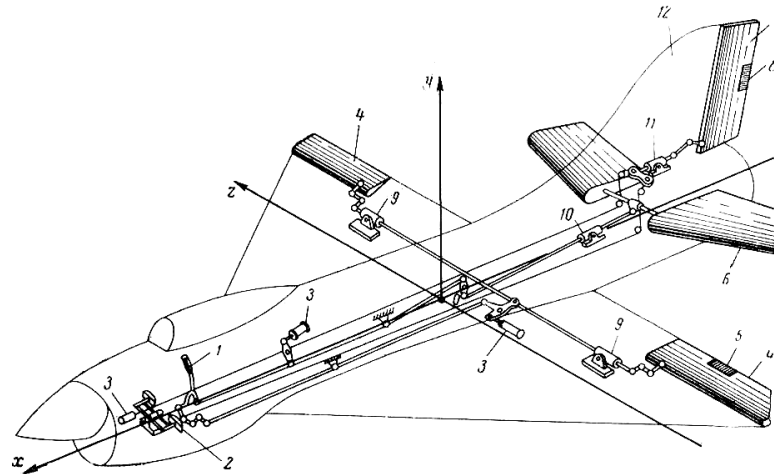


Рис. 6.16. Схема розташування органів керування повітряним судном [268, 269]

Керування елеронами 4 та рулями висоти 6 здійснюється за допомогою ручки 1 (або штурвала), яку можна відхилити вправо – вліво, вперед – назад. Для керування рулями напрямку використовують педалі 2, які через гідравлічний підсилювач (бустер) 11 приводять у рух рульові поверхні 7, 8. Підймальна сила повітряного судна утворюється, головним чином, за рахунок крил, частиною яких є елерони. Тому завдяки елеронам можна змінювати напрямок руху та частково величину підймальної сили.

6.5.2 Аналіз загальної форми рівнянь руху ПС

Зважаючи на те, що на борту ПС можуть знаходитись тіла, швидкість обертання яких достатньо висока, наприклад двигуни, різноманітні генератори, гороскопи та тощо, то ПС доцільно розглядати як систему твердих тіл [269]. Позначимо через ω миттєву кутову швидкість обертання координатної системи $Ox_1y_1z_1$ відносно нерухомої системи $Ox_0y_0z_0$, а її проекції на вісі системи як $\omega_x, \omega_y, \omega_z$. При виведенні рівнянь руху ПС застосуємо два фундаментальні закони:

– збереження кількості енергії у векторному вигляді

$$m \left(\frac{dV}{dt} + [\omega \times V] \right) = F, \quad (6.2)$$

де m – маса повітряного судна; V – вектор швидкості центру маси; F – вектор усіх сил, що діють на тверде тіло;

– збереження моменту у такому ж вигляді

$$m\left(\frac{d\mathbf{K}}{dt} + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{K}]\right) = \mathbf{M}, \quad (6.3)$$

де $\mathbf{K} = \mathbf{J}_0 \times \boldsymbol{\omega}$ – кінетичний момент системи; \mathbf{J}_0 – момент інерції повітряного судна.

Надалі векторні добутки представимо через складові зв'язаної системи

$$[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}] = \begin{bmatrix} i & j & k \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ V_x & V_y & V_z \end{bmatrix} = i(\omega_y V_z - \omega_z V_y) - j(\omega_x V_z - \omega_z V_x) + k(\omega_x V_y - \omega_y V_x); \quad (6.4)$$

$$[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{K}] = \begin{bmatrix} i & j & k \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ J_x \omega_x & J_y \omega_y & J_z \omega_z \end{bmatrix} = i\omega_y \omega_z (J_z - J_y) - j\omega_x \omega_z (J_z - J_x) + k\omega_x \omega_y (J_y - J_x). \quad (6.5)$$

Підставляючи (6.4)–(6.5), відповідно, у рівняння (6.2), (6.3) отримуємо систему рівнянь у проекціях:

$$\begin{cases} m\left(\frac{dV_x}{dt} + \omega_y V_z - \omega_z V_y\right) = F_x; & m\left(\frac{dV_y}{dt} - \omega_x V_z + \omega_z V_x\right) = F_y; & m\left(\frac{dV_z}{dt} + \omega_x V_y - \omega_y V_x\right) = F_z; \\ J_x \frac{d\omega_x}{dt} + \omega_y \omega_z (J_z - J_y) = M_x; & J_y \frac{d\omega_y}{dt} - \omega_x \omega_z (J_z - J_x) = M_y; & J_z \frac{d\omega_z}{dt} + \omega_x \omega_y (J_y - J_x) = M_z \end{cases}, \quad (6.6)$$

де F_x, F_y, F_z – проекції вектора сил на осі координатної системи $\mathbf{OX}_1\mathbf{Y}_1\mathbf{Z}_1$;

M_x, M_y, M_z – проекції вектора головного моменту на осі цієї ж системи.

Проекції вектора сил на осі координатної системи $\mathbf{OX}_1\mathbf{Y}_1\mathbf{Z}_1$ визначаються як

$$F_x = P_x - c_x S q - G \sin \vartheta; \quad F_y = P_y - c_y S q - G \cos \vartheta \cos \gamma; \quad F_z = P_z - c_z S q - G \cos \vartheta \sin \gamma, \quad (6.7)$$

де c_x – коефіцієнт лобового опору; c_y – коефіцієнт підйимальної сили; c_z – коефіцієнт бокової сили; S – площа крил повітряного судна; q – швидкісний повітряний напір; P_x, P_y, P_z – складові сили тяги. Оскільки вектор сили тяги для повітряних суден літакового типу майже співпадає з напрямком повздовжньої вісі \mathbf{OX}_1 , то надалі можна прийняти, що $P_x = P, P_y = P_z = 0$. Проекції вектора швидкості \mathbf{V} визначаються за формулами :

$$V_x = V \cos \alpha \cos \beta; \quad V_y = -V \sin \alpha \cos \beta; \quad V_z = V \sin \beta. \quad (6.8)$$

Проекції головного моменту \mathbf{M} можна представляти у вигляді складових: $M_x = M_{xa} + M_{xp}$; $M_y = M_{ya} + M_{yp}$; $M_z = M_{za} + M_{zp}$, де M_{xa} , M_{ya} , M_{za} – аеродинамічні моменти; M_{xp} , M_{yp} , M_{zp} – реактивні моменти; $M_{xa} = m_x q S b$; $M_{ya} = m_y q S b$; $M_{za} = m_z q S b_A$. Зазвичай аеродинамічні сили і моменти виражають через конструктивні параметри ПС: площу крил – S , характеристичну довжину (розмах крил) – b , середню аеродинамічну хорду крила b_A , швидкісний напір та відповідні коефіцієнти аеродинамічних сил c_x, c_y, c_z і моментів m_x, m_y, m_z [270]:

$$\begin{aligned} c_y &= c_y(M, \alpha, \delta_a, \alpha_\zeta); & m_x &= m_x(M, \delta_i, \delta_e, \omega_x, \omega_y, \beta); \\ c_x &= c_x(c_y, M); & m_y &= m_y(M, \delta_i, \delta_e, \omega_x, \omega_y, \beta); \\ c_z &= c_z(M, \delta_i, \beta); & m_z &= m_z(M, c_y, \delta_a, \omega_z, P, \Delta x_{\delta a}). \end{aligned} \quad (6.9)$$

Тут уведені такі позначення: M – число Маха; P – величина тяги двигунів; $\Delta x_{\delta a}$ – нелінійне вимірювання центрування повітряного судна в залежності від його маси m ; $\delta_\delta, \delta_\eta, \delta_e$ – кутове положення рулів висоти, напрямку та крену; α_ζ – кут виставлення крила. Тепер є можливість у системі рівнянь (6.6) замінити праві частини на вирази, отримані у формулах (6.7) – (6.9):

$$\begin{cases} m \left(\frac{dV_x}{dt} + \omega_y V_z - \omega_z V_y \right) = P_x - c_x S q - G \sin \vartheta; \\ m \left(\frac{dV_y}{dt} - \omega_x V_z + \omega_z V_x \right) = P_y - c_y S q - G \cos \vartheta \cos \gamma; \\ m \left(\frac{dV_z}{dt} + \omega_x V_y - \omega_y V_x \right) = P_z - c_z S q - G \cos \vartheta \sin \gamma; \end{cases} \quad \begin{cases} J_x \frac{d\omega_x}{dt} + \omega_y \omega_z (J_z - J_y) = m_x q S b + M_{xp}; \\ J_y \frac{d\omega_y}{dt} - \omega_x \omega_z (J_z - J_x) = m_y q S b + M_{yp}; \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} + \omega_x \omega_y (J_y - J_x) = m_z q S b + M_{zp}. \end{cases}$$

Виходячи з аналізу вищенаведеної системи рівнянь, можна зробити висновок, що поздовжній і боковий рух є взаємопов'язаними за допомогою аеродинамічних та інерційних складових. Інерційні складові мають такий вигляд: $\omega_y \omega_z (J_z - J_y)$, $\omega_x \omega_z (J_z - J_x)$, $\omega_x \omega_y (J_y - J_x)$, проте за малих кутових швидкостей їх вклад незначний і у першому наближенні ними часто нехтують. Також слід зазначити, що розділення кутового руху на дві ортогональні складові – поздовжню та бокову можливе лише за умови відсутності крену ПС, тобто при $\omega_x = 0$. У підсумку отримано шість рівнянь, які визначають поступальний рух центру маси повітряного судна та рух відносно нього. Вищенаведені рівняння зв'язують змінні

$\alpha, \beta, \gamma, \vartheta, \psi, V, \omega_x, \omega_y, \omega_z$, що визначають цей рух, а також – координати органів керування $\delta_\delta, \delta_\eta, \delta_\epsilon$ і три складові вектора тяги P .

6.5.3 Вивід рівнянь поздовжнього руху ПС та їх аналіз

Поздовжній рух ПС є головним на усіх суттєвих етапах польоту, таких як зліт, набір висоти, крейсерський політ, виконання маневрів у вертикальній площині, посадка та т.п. У зв'язку з цим аналізу динаміки поздовжнього руху присвячена значна кількість робіт [268,271, 269,272, 273-275]. Виходячи з цього, викладання матеріалу буде стислим та фрагментарним. Для виводу рівнянь поздовжнього руху скористаємось рис. 6.17, де показана схема діючих сил та моментів разом з геометрією кутів. Тут уведені такі позначення: X – сила лобового спротиву; Y – підймальна сила, P – сила тяги; G – сила земного тяжіння; θ – кут нахилу траєкторії.

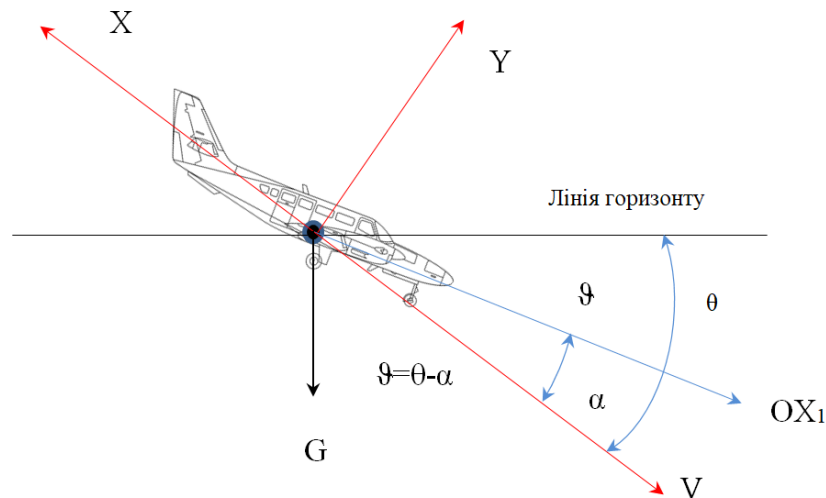


Рис. 6.17. Геометрія кутів та розподіл сил при виконанні посадкового маневру

Спроекуємо сили, що діють на повітряне судно, на вісі швидкісної координатної системи, тоді отримаємо:

$$m \frac{dV_x}{dt} = P \cos \alpha - X - G \sin \theta; \quad F_y = mV \frac{d\theta}{dt} = Y + P \sin \alpha - G \cos \theta; \quad J_z \frac{d\omega}{dt} = M_z.$$

Ця система рівнянь у сукупності з добавленими кінематичними рівняннями

$$\frac{dh}{dt} = V \sin \theta; \quad \frac{dL}{dt} = V \cos \theta,$$

де h – висота, L – пройдений шлях, являють собою нелінійну математичну модель поздовжнього руху. Для подальшого конструктивного використання отримана модель повинна бути піддана процедурі лінеаризації відносно номінальної траєкторії. Оскільки кут нахилу траєкторії польоту при посадці невеликий, то за опорний рух доцільно прийняти режим горизонтального польоту з заданою швидкістю. Для цього усі змінні представимо у вигляді:

$$V = V_0 + \Delta V, (V_0 \neq 0); \quad \alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha, (\alpha_0 = 0); \quad \vartheta = \vartheta_0 + \Delta \alpha, (\vartheta_0 = 0);$$

$$\theta = \theta_0 + \Delta \theta, (\theta_0 \neq 0); \quad \delta_\epsilon = \delta_{\epsilon 0} + \Delta \delta_\epsilon, (\delta_{\epsilon 0} = 0).$$

Надалі усі діючі сили X , Y , P та момент M_z розвинемо у ряд Тейлора відносно уведених номінальних значень і обмежимося лінійними складовими відповідних приростів, тоді отримаємо:

$$X = X(\alpha, V, \delta_\epsilon) = X_0 + X_V \Delta V + X_\alpha \Delta \alpha + X_{\delta_\epsilon} \Delta \delta_\epsilon + X_\epsilon; \quad (6.10)$$

$$Y = Y(\alpha, V, \delta_\epsilon) = Y_0 + Y_V \Delta V + Y_\alpha \Delta \alpha + Y_{\delta_\epsilon} \Delta \delta_\epsilon + Y_\epsilon; \quad (6.11)$$

$$M_z = M_z(\alpha, \vartheta, \delta_\epsilon) = M_{z0} + M_z^\alpha \Delta \alpha + M_z^{\alpha'} \Delta \alpha' + M_z^{\vartheta'} \Delta \vartheta' + M_z^{\delta_\epsilon} \Delta \delta_\epsilon + M_{z\epsilon}, \quad (6.12)$$

де $X_\epsilon, Y_\epsilon, M_{z\epsilon}$ – моменти збурень та сили, що діють на повітряне судно під впливом горизонтальних та вертикальних поривів вітру, а складові з верхніми та нижніми індексами являють собою часткові похідні за відповідними параметрами. Тепер уведемо систему позначень:

$$\omega_x = \frac{d\vartheta}{dt}; \quad F_x = m \frac{dV_x}{dt} = m \frac{d(V_0 + \Delta V)}{dt} = m \frac{dV}{dt};$$

$$V_y = V_0 \sin \theta = V_0 \theta \Rightarrow F_y = m \frac{dV_y}{dt} = m V_0 \frac{d\theta}{dt}; \quad (6.13)$$

$$X_V = \frac{dX}{dV}; \quad X_\alpha = \frac{dX}{d\alpha}; \quad \omega_z = \frac{d\vartheta}{dt}; \quad \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d\Delta \vartheta}{dt}.$$

З метою подальшого спрощення позначень замість приростів $\Delta V, \Delta \alpha, \Delta \delta, \Delta \vartheta, \Delta \theta$ будемо використовувати позначення без символу Δ , надаючи їм той же зміст. Тоді з виразів (6.20)– (6.23) отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = -X_V V - \alpha (X_\alpha - Y_0) - Y_0 \mathfrak{G} + X_{\delta_\epsilon} \delta_\epsilon + X_\epsilon; \\ m V_0 \frac{d\alpha}{dt} = -Y_V V - \alpha (Y_\alpha + X_0) - \mathfrak{G} (P_0 - X_0) + Y_{\delta_\epsilon} \delta_\epsilon + m V_0 \frac{d\mathfrak{G}}{dt} + Y_\epsilon; \\ J_z \frac{d^2 \mathfrak{G}}{dt^2} = M_z^\alpha \alpha + M_z^\alpha \frac{d\alpha}{dt} + M_z^\mathfrak{G} \frac{d\mathfrak{G}}{dt} - M_z^{\delta_\epsilon} \delta_\epsilon + M_{z\epsilon}. \end{cases} \quad (6.14)$$

Якщо перенести у ліву частину усі змінні з відповідними коефіцієнтами, а у правій частині залишити керуючу дію та збурення, то система лінійних диференціальних рівнянь, що описує динаміку поздовжнього руху ПС прийме вигляд:

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} + a_{11} V + a_{12} \alpha + a_{13} \mathfrak{G} = a_{15} \delta_\epsilon + a_{16} X_\epsilon; \\ \frac{d\alpha}{dt} + a_{21} V + a_{22} \alpha + a_{23} \mathfrak{G} + a_{24} \frac{d\mathfrak{G}}{dt} = a_{25} \delta_\epsilon + a_{26} Y_\epsilon; \\ \frac{d^2 \mathfrak{G}}{dt^2} + a_{32} \alpha + a_{33} \mathfrak{G} + a_{34} \frac{d\mathfrak{G}}{dt} = a_{35} \delta_\epsilon + a_{36} M_{z\epsilon}, \end{cases} \quad (6.15)$$

де коефіцієнти a_{ij} однозначно виражаються через конструктивні параметри ПС та коефіцієнти діючих на нього аеродинамічних сил і моментів [269]:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{X_V}{m} = -\left(c_{x_0} + c_{x_V} \frac{V_0}{2}\right) \frac{S \rho V_0}{m}; & a_{12} &= -\frac{(X_\alpha - Y_0)}{m} = -\left(c_{x_\alpha} + c_{y_\epsilon}\right) \frac{S q}{m}; & a_{13} &= -\frac{Y_0}{m} = -c_{y_\epsilon} \frac{S q}{m}; \\ a_{15} &= \frac{X_{\delta_\epsilon}}{m} = \left(c_{x_0} - c_{x_\delta} \frac{V_0}{2}\right) \frac{S q}{m}; & a_{16} &= \frac{1}{m}; \\ a_{21} &= -\frac{Y_V}{m} = -c_{y_V} \frac{S q}{m V_0}; & a_{22} &= -\frac{Y_\alpha - X_0}{m V_0} = -\left(c_{y_\alpha} + c_{x_0}\right) \frac{S q}{m V_0}; \\ a_{23} &= -\frac{P_0 - X_0}{m V_0} = -\left(c_{x_0} S q - \rho\right) \frac{1}{m V_0}; & a_{24} &= 1; & a_{25} &= 0; & a_{26} &= \frac{1}{m V_0}; \\ a_{32} &= -\frac{M_z^\alpha}{J_z} = -m_z^\alpha \frac{S q b^2}{J_z}; & a_{33} &= -\frac{M_z^{\omega_z}}{J_z V_0} = -m_z^{\omega_z} \frac{S q b^2}{J_z V_0}; \\ a_{34} &= -\frac{M_z^\alpha}{J_z V_0} = -m_z^\alpha \frac{S q b}{J_z V_0}; & a_{35} &= \frac{M_z^{\delta_\epsilon}}{J_z V_0} = m_z^{\delta_\epsilon} \frac{S q b}{J_z V_0}; & a_{36} &= \frac{1}{J_z}. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Тут символом c_i позначені коефіцієнти аеродинамічних сил, а через m_i – коефіцієнти аеродинамічних моментів; V_0 – початкова швидкість; ρ – щільність повітря, що залежить від висоти; q – швидкісний напір; b – середня аеродинамічна хорда крила. Розглянемо природу коефіцієнтів отриманої системи рівнянь: коефіцієнти a_{11}, a_{22}, a_{33} характеризують ступінь природнього демпферування, притаманного ка-

налам α, ϑ, V ; коефіцієнти a_{ij} ($i \neq j$) характеризують перехресні зв'язки каналів α, ϑ, V , причому слабкі зв'язки описуються коефіцієнтами a_{i4} , і характеризують вплив зміни висоти на щільність повітря, а також впливають на рух ПС з малими частотами, що не мають суттєвого значення для керованого польоту; середні зв'язки, яким відповідають коефіцієнти $a_{12}, a_{23}, a_{13}, a_{31}$, характеризують взаємний вплив каналів швидкості V , каналів кута атаки α та тангажу ϑ ; ці зв'язки є найбільш відчутними у області фугоїдних коливань; сильні зв'язки, за які відповідають коефіцієнти a_{23} та a_{32} , відчужаються на усіх частотах [272].

6.5.4 Побудова номінальної моделі посадкового маневру на етапі планерування

При розгляді процесу посадки ПС на етапі планерування скористаємось припущеннями, що мають місце на практиці: кут нахилу глісади у -3^0 є достатньо малою величиною і дає підставу вважати, що поздовжній рух ПС цілком визначається відхиленням руля висоти δ_ϵ ; ручка сектору тяги протягом усього процесу вирівнювання утримується у положенні, що забезпечує постійну величину повітряної швидкості V . За таких умов керованість і стійкість ПС судна у вертикальній площині, в основному, визначається лінеаризованим рівнянням короткоперіодичних коливань у поздовжньому русі. Це дає змогу спростити систему рівнянь (6.15)

$$\ddot{\vartheta} + a_1 \dot{\vartheta} + a_2 \alpha = a_3 \delta_\epsilon; \quad \dot{\theta} = a_4 \alpha; \quad \vartheta = \theta + \alpha. \quad (6.17)$$

Надалі запишемо рівняння (6.17) в операторній формі:

$$\begin{cases} (p^2 + a_1 p) \vartheta(p) + a_2 \alpha(p) + 0 \theta(p) = a_3 \delta_\epsilon(p); \\ 0 \quad \vartheta(p) - a_4 \alpha(p) + p \theta(p) = 0; \\ \vartheta(p) - \alpha(p) - \theta(p) = 0; \end{cases} \quad (6.18)$$

Визначимо головний та допоміжний визначники отриманої системи

$$\det \begin{bmatrix} p^2 + a_1 p & a_2 & 0 \\ 0 & -a_4 & p \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = p [p^2 + (a_1 + a_4) p + a_1 a_4 + a_2];$$

$$\det_{\mathfrak{g}} \begin{bmatrix} a_3 \delta_{\epsilon}(p) & a_2 & 0 \\ 0 & -a_4 & p \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} = a_3 (a_4 + p) \delta_{\epsilon}(p).$$

За допомогою цих визначників знайдемо передатну функцію $W_{\mathfrak{g}\delta_{\epsilon}}(p)$

$$W_{\mathfrak{g}\delta_{\epsilon}}(p) \triangleq \frac{\mathfrak{g}(p)}{\delta_{\epsilon}(p)} = \frac{K_{\mathfrak{g}}(1+T_0p)}{p(T_{\mathfrak{g}}^2 p^2 + 2\xi_{\mathfrak{g}}T_{\mathfrak{g}}p + 1)},$$

якій відповідає лінеаризоване рівняння короткоперіодичних коливань у поздовжньому русі повітряного судна:

$$\frac{d^3 \mathfrak{g}(t)}{dt^3} + 2\xi_{\mathfrak{g}}\omega_{\mathfrak{g}} \frac{d^2 \mathfrak{g}(t)}{dt^2} + \omega_{\mathfrak{g}}^2 \frac{d\mathfrak{g}(t)}{dt} = K_{\mathfrak{g}}T_0\omega_{\mathfrak{g}}^2 \frac{d\delta_{\epsilon}(t)}{dt} + K\omega_{\mathfrak{g}}^2 \delta_{\epsilon}(t). \quad (6.19)$$

Оскільки на етапі планування найбільш інформативним параметром є висота та швидкість її зміни, то бажано виконати взаємно однозначне перетворення рівняння (6.19) з метою представлення його у термінах висоти. Для цього скористаємось зв'язком між висотою та кутом тангажу [276]

$$T_0 \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = V_0 \mathfrak{g}(t) - \frac{dh(t)}{dt}. \quad (6.20)$$

Надалі виконаємо подвійне диференціювання виразу (6.20)

$$T_0 \frac{d^3 h(t)}{dt^3} = V_0 \frac{d\mathfrak{g}(t)}{dt} - \frac{d^2 h(t)}{dt^2}; \quad T_0 \frac{d^4 h(t)}{dt^4} = V_0 \frac{d^2 \mathfrak{g}(t)}{dt^2} - \frac{d^3 h(t)}{dt^3}. \quad (6.21)$$

Комбінуючи рівняння (6.19)–(6.21), отримуємо:

$$\frac{d^4 h(t)}{dt^4} + 2\xi_{\mathfrak{g}}\omega_{\mathfrak{g}} \frac{d^3 h(t)}{dt^3} + \omega_{\mathfrak{g}}^2 \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = K_{\mathfrak{g}}V\omega_{\mathfrak{g}}^2 \delta_{\epsilon}(t). \quad (6.22)$$

Представимо рівняння (6.22) у формі Коші шляхом визначення змінних стану у вигляді $s_1 = h$; $s_2 = \frac{dh}{dt}$; $s_3 = \frac{d^2 h}{dt^2}$; $s_4 = \frac{d^3 h}{dt^3}$. Це дає змогу представити рівняння

(6.22) у матричній формі:

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{\Sigma} \mathbf{s}(t) + \mathbf{\Gamma} \mathbf{u}(t); \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{H} \mathbf{s}(t), \quad (6.23)$$

де $\mathbf{\Sigma} = (\Sigma_{ij})$ – системна матриця розміром (4×4)

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_g^2 & -2\xi_g\omega_g \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_g V \omega_g^2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]; \quad (6.24)$$

де $\mathbf{u}(t) \triangleq \delta_e(t)$ – скалярний сигнал керування; $\mathbf{y}(t)$ – вектор спостережень розміру (1×1) ; \mathbf{H} – матриця спостережень розміром (1×4) . Слід підкреслити, що параметри рівняння (6.24) можуть бути вираженими через коефіцієнти (6.16) [274]

$$\xi_g = 0.5 \frac{a_{33} + a_{22}}{\sqrt{a_{32} + a_{33}a_{22}}}; \quad T_g = \frac{1}{a_{32} + a_{33}a_{22}}; \quad K_g = \frac{a_{35}a_{22}}{a_{32} + a_{33}a_{22}}; \quad \omega_g = \frac{2\pi}{T_g}.$$

Неважно помітити, що вони залежать від коефіцієнтів аеродинамічних сил c_i , коефіцієнтів аеродинамічних моментів m_i , конструктивних параметрів ПС (S – площа крил, b – середня аеродинамічна хорда крила) та умов польоту (V_0 – початкова швидкість; ρ – щільність повітря, що залежить від висоти та q – швидкісний напір). Оскільки коефіцієнти аеродинамічних сил та моментів є нелінійними функціями і залежать від умов польоту, що змінюються у часі, то у практичній діяльності вони визначаються шляхом експериментальних досліджень для кожного типу повітряних суден, а при проведенні інженерних розрахунків прийнято користуватись низкою спрощень та відповідними графіками [270, с. 24, 45, 142]. Проте, аналіз результатів льотних випробовувань та експериментів з використанням пілотажних стендів [277, с. 55–58, 149–50] показує, що пілот суб'єктивно оцінює ПС, як задовільний об'єкт керування у поздовжньому русі, коли параметри рівняння (6.33) знаходяться у певних межах, а саме: $V_0 = 260\text{--}280$ км/г; $\xi_g = 0.5\text{--}0.7$; $T_0 = 0.6\text{--}4$ с; $T_g = 1\text{--}3.5$ с; $K_g = 0.15\text{--}3$ с⁻¹. Згідно положень роботи [277, с. 57–58] зупинимось на таких величинах: $\xi_g = 0.6$; $T_0 = 3.5$ с; $T_g = 3.1$ с; $K_g = 1.8$ с⁻¹. Ці дані узгоджуються з низкою рекомендацій інших робіт, наприклад, [276, 278].

6.6 Оцінювання ефективності методів фільтрації стійких до порушень працездатності сенсорної підсистеми у режимі планерування ПС

У даному підрозділі виконані дослідження з метою доповнення фактичними даними результатів теоретичних результатів третього розділу, що дозволить дати кількісні оцінки точності та достовірності результатів фільтрації стійких до порушень працездатності бортового обладнання кутомірних каналів посадкової сис-

теми сантиметрового діапазону та надати рекомендації, що стосуються вибору найбільш прийнятної за ефективністю структури пристрою обробки посадкових даних за критерієм « точність – достовірність – обчислювальні витрати ». Слід зауважити, що до чинників несправностей кутового каналу посадкової MLS системи можна відносити: зриви синхронізації ФАПЧ у радіоприймальному тракті, вплив внутрішньо-променевого відбиття сигналів маркерних радіомаяків, дію хаотично-імпульсних перешкод великої потужності, наявність збоїв у роботі лічильників у системі первинних кутових вимірювань та тощо. У переважній більшості випадків, наслідком їх дії є непередбачувана втрата точності первинних радіовимірювань, що інколи супроводжуються появою аномальних викидів у окремих результатах спостережень [11]. Запропонована рекурсивна форма обчислень за формулами (3.41), (3.44), (3.51), (3.54), (3.66) – (3.68), дозволяє гарантувати стійкість поточних оцінок до несправностей кутомірного радіоканалу з одночасним з одночасним контролем точності по мірі надходження результатів поточних спостережень. Відповідно до зауважень попереднього підрозділу щодо ділянки планування номінальне рівняння (6.19) для короткоперіодичних коливань у поздовжньому русі ПС шляхом взаємно однозначного перетворення було представлено у термінах висоти та її похідних:

$$\frac{d^4 h(t)}{dt^4} + 2\xi_g \omega_g \frac{d^3 h(t)}{dt^3} + \omega_g^2 \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = K_g V \omega_g^2 \delta_a(t). \quad (6.25)$$

Подальше уведення змінних стану $s_1 = h$; $s_2 = \frac{dh}{dt}$; $s_3 = \frac{d^2 h}{dt^2}$; $s_4 = \frac{d^3 h}{dt^3}$ дозволило представити рівняння (6.25) у матричній формі:

$$\dot{s}(t) = \Sigma(t) s(t) + \Gamma(t) u(t); \quad y(t) = H(t) s(t),$$

з параметрами,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_g^2 & -2\xi_g \omega_g \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_g V \omega_g^2 \end{bmatrix}; \quad H = [1 \ 0 \ 0 \ 0]; \quad (6.26)$$

$V=270$ км/г; $\xi_g = 0.6$; $T_0 = 3,5$ с; $T_g = 3,1$ с; $K_g = 1,8$ с⁻¹, що відповідають рекомендаціям робіт [277,276,278]. Оскільки розробленим пристроям оцінювання притаманні

якісні показники з залежністю від результатів поточних спостережень, а відповідні інформаційні потоки належать до класу стохастичних, то подальша методологія виконання досліджень опирається на метод Монте–Карло, реалізований засобами цифрового статистичного моделювання. Для цього базова модель (6.23) була доповнена стохастичними складовими

$$\dot{s}(t) = \Sigma(t)s(t) + \Gamma(t)u(t) + B(t)w(t); \quad y(t) = H(t)s(t) + v(t),$$

та приведена до різницевої форми:

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \Sigma(k+1,k)s(k) + \Gamma(k+1,k)u(k) + B(k+1,k)w(k); \\ y(k) &= H(k)s(k) + v(k), \end{aligned} \quad (6.27)$$

у якій системні матриці $\Sigma(k+1,k)$, $\Gamma(k+1,k)$, $B(k+1,k)$ обчислювались як:

$$\begin{aligned} \Sigma(k+1,k) &= \exp[\Sigma(t)\Delta t]; \quad \Gamma(k+1,k) = \Sigma^{-1}(t)[\Sigma(k+1,k) - I_{(4)}]\Gamma(t); \\ B(k+1,k) &= \Sigma^{-1}(t)[\Sigma(k+1,k) - I_{(4)}]B(t), \end{aligned} \quad (6.28)$$

Δt – інтервал дискретизації, що визначається частотою оновлення посадкових даних у 40,5 Гц у каналі глісади. Враховуючи апріорні дані (6.26) та формули (6.28) отримуємо такі значення системних матриць:

$$\Sigma(k+1,k) = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0247 & 0.0003 & 0.0000 \\ 0 & 1.0000 & 0.0247 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0.9996 & 0.0244 \\ 0 & 0 & -0.0287 & 0.9732 \end{bmatrix}; \quad G(k+1,k) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0002 \\ -0.0262 \\ -2.1086 \end{bmatrix}; \quad B(k+1,k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0024 \\ 0.1950 \end{bmatrix}.$$

6.6.1 Аналіз структури обчислювального експерименту та його складових

Обчислювальний експеримент за методом Монте–Карло надає можливість розгляду декількох варіантів розв'язку поставленої задачі без суттєвої модернізації базової математичної моделі і це певною мірою зближує його з проведенням експерименту на фізичному рівні. Показовою у цьому плані є експериментальна частина, яка представлена у заключній частині цього розділу. Структура обчислювального експерименту представлена на рис. 6.18.

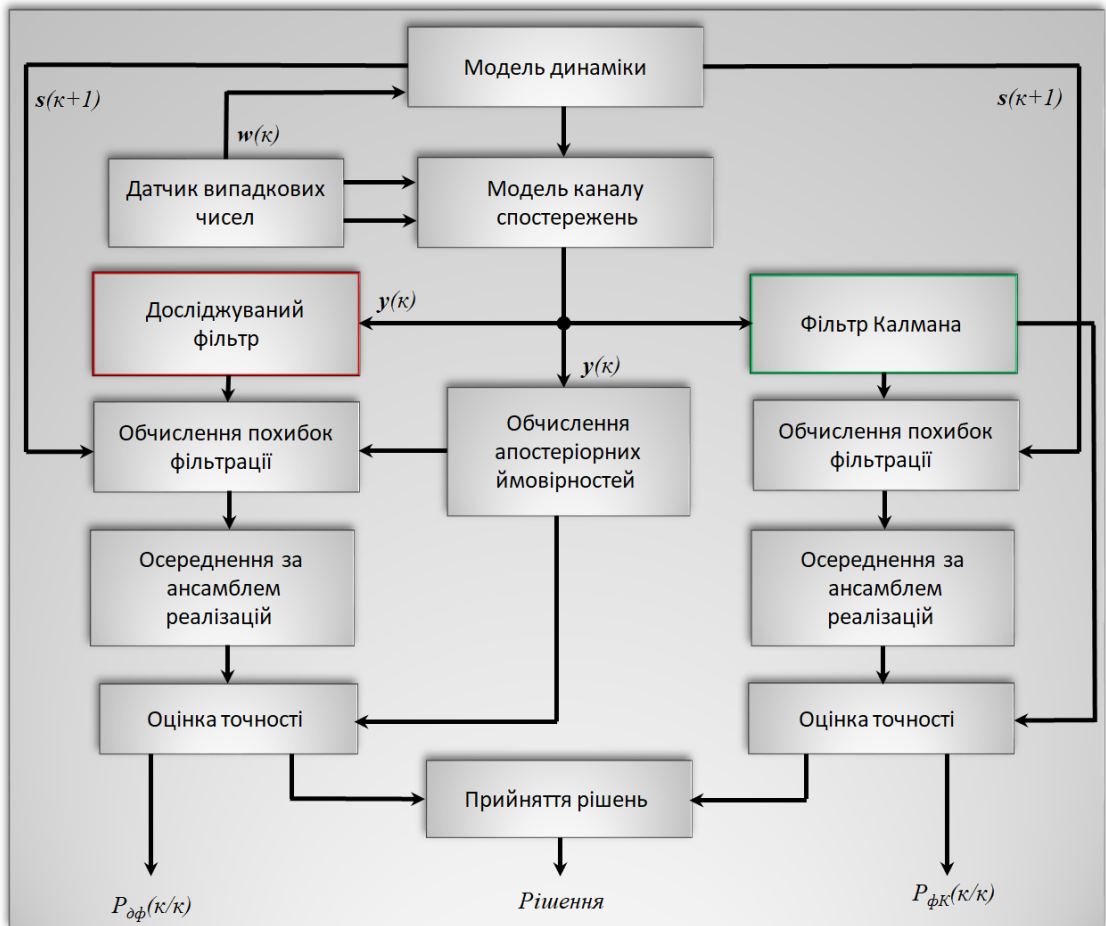


Рис. 6. 18. Структура обчислювального експерименту за методом Монте–Карло [11]
 Оцінювання ефективності запропонованих фільтрів з підвищеною стійкістю до порушень працездатності радіовимірювального тракту і здійснювалась шляхом співставлення отриманих характеристик точності з відповідними показниками порівняльного еталону – стандартного фільтра Калмана. Ці характеристики обчислювались на основі ансамблю реалізацій, отриманого шляхом неодноразової імітації роботи порівнювальних пристроїв фільтрації, а потім виконувалось осереднення за множиною з використанням формул:

$$\mathcal{M}\{\Delta s(k)\} \approx \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [s_i(k/k) - s_i(k)] = \overline{\Delta s(k)};$$

$$\mathcal{M}\{\Delta s(k) \Delta s^T(k)\} \approx \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M [s_i(k/k) - s_i(k)]^2 = \overline{\Delta s^2(k)};$$

$$\mathcal{M}\left\{ \left[\Delta s(k) - \overline{\Delta s(k)} \right] \left[\Delta s(k) - \overline{\Delta s(k)} \right]^T \right\} = \overline{\Delta s^2(k)} - \left[\overline{\Delta s(k)} \right]^2,$$

де M – число реалізацій. З метою підвищення достовірності результатів порівняння аналіз здійснювався з дотриманням ідентичності умов експерименту. Це озна-

час, що до усіх входів порівнюваних варіантів побудови фільтрів підвищеної надійності слід подавати однакові реалізації випадкових процесів $y(k), s(k), \varphi(k), v(k), w(k)$. Адекватність результатів статистичного моделювання оцінювалась двома величинами: достовірністю отриманих оцінок η та шириною довірчого інтервалу Δ . Достовірність отриманих оцінок задавалась шляхом використання стандартних значень з ряду 0.9, 0.95, 0.99, 0.999. Розмір довірчого інтервалу розраховувався за формулою

$$[P^*(k/k)]^{1/2} (1 - \Delta) < [P(k/k)]^{1/2} < [P^*(k/k)]^{1/2} (1 + \Delta),$$

де $[P^*(k/k)]^{1/2}, [P(k/k)]^{1/2}$ являють собою вибіркове та генеральне середньоквадратичне значення, відповідно; Δ – ширина довірчого інтервалу, що визначається від об'ємом вибірки M та заданою достовірністю η . За умови попереднього завдання величин η і Δ з використанням таблиці 4 [279] було знайдено розмір вибірки, що гарантуватиме необхідну достовірність. Зокрема, за заданих величин $\eta = 0.95$ та $\Delta = 20\%$, розмір вибірки M становить не менше 20. Це гарантує, що за даного розміру вибірки довірчий інтервал у 2Δ покриватиме значення середньоквадратичної похибки оцінювання з імовірністю 0.95. Імітаційне моделювання роботи фільтрів підвищеної надійності виконувалось для ділянки планування [159,280] з використанням математичних моделей (6.27)

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \Sigma(k+1, k)s(k) + w(k); \quad s(0) = s_0, \\ y(k) &= H(k)s(k) + \varphi(k)v(k), \end{aligned} \quad (6.29)$$

у яких була опущена складова $\Gamma(k+1, k)u(k)$, оскільки вона носить виключно детермінований характер і на суть процесу фільтрації не впливає. Непередбачувані втрати точності первинних спостережень враховувались значеннями послідовності $\varphi(k)$, яка у кожному обчислювальному циклі приймала значення одиниця або N за умови, що N являє собою величину значно більшу за одиницю, з ймовірностями $q_1(k)$ та $q_N(k)$ отриманими за результатами стендових випробовувань працездатності радіовимірювального тракту [281]. Дискретні випадкові послідовності гаусового типу $w(k), v(k)$ формувались за допомогою відповідних датчиків, що мали нульове середнє значення та апріорно задані коваріаційні матриці $Q(k), R(k)$. У кожній реалізації значення вектора $s(0)$ приймалось випадковим, а початкова

оцінка $\hat{s}^*(0/0)$ залишалась незмінною за весь час проведення обчислювального експерименту.

6.6.2 Аналіз ефективності лінійних фільтрів за наявності аномальних похибок у каналі спостережень

Посилаючись на теоретичні результати третьому розділу, дослідженню підлягали пристрої лінійної дискретної фільтрації [167] у вигляді фільтра Калмана (3.20)–(3.24) та лінійного фільтра підвищеної надійності [126] робастного типу (3.62)–(3.65). Методика обчислювального експерименту передбачає певну послідовність кроків його виконання.

1. Спочатку доцільно виконати моделювання дискретного фільтра Калмана за відсутності несправностей, результати якого представлені рис. 6.19–6.22 за наявності таких апіорних даних:

$$s(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.375 \\ 0.375 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \hat{s}(\%) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.3 \\ 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix}; \quad P = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}; \quad Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-5} \\ 0 & 0 & 10^{-5} & 74 \cdot 10^{-7} \\ 0 & 10^{-5} & 74 \cdot 10^{-7} & 5.9 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}; \quad R = 0.05;$$

$n = 4$ – порядок фільтра; $N=1000$ – довжина реалізації.

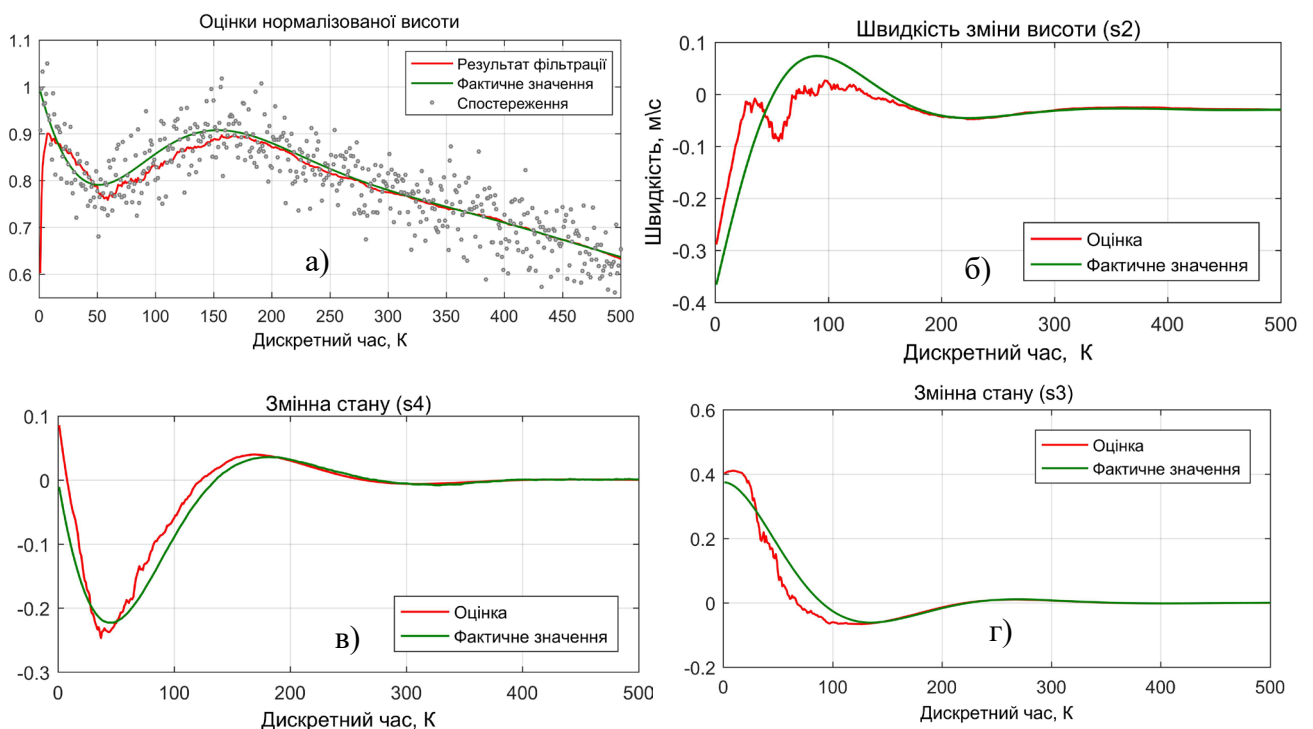


Рис. 6.19. Результати оцінювання нормалізованих змінних стану

Зокрема на рис. 6.19а показані оцінки висоти з точністю до масштабного множника, тобто нормалізованої до висоти, на якій ПС входить у зону дії глісадного радіомаяка. У даному експерименті ця висота становила двісті метрів. Неважко помітити, що рух ПС з постійним кутом нахилу траєкторії посадки за умови постійної швидкості зниження означає лінійну зміну висоти з часом у сторону її зменшення. На рис. 6.19а ця тенденція витримується починаючи з 200 такту, а перші такти відповідають режиму уведення у режим відстеження поточної висоти з відповідним перехідним процесом, обумовленим параметрами математичної моделі. Цим самим підтверджується адекватність запропонованої моделі (6.27). Оцінки інших параметрів посадкової траєкторії відображені рис. 6.19 б, в, г, пояснень не потребують. Розрахункову точність оцінювання зазначених параметрів посадкової траєкторії ілюструють рис. 6.20, а відповідні елементи матриці передачі представлені рисунком 6.21.

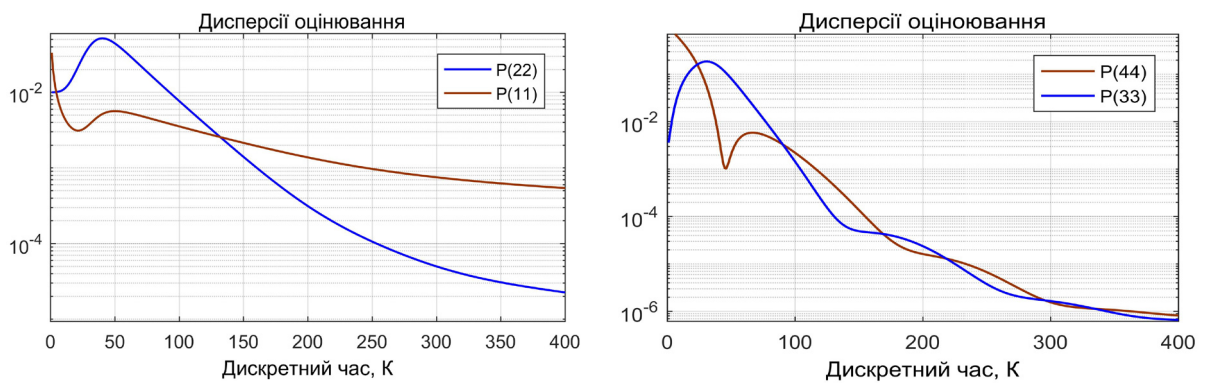


Рис. 6.20. Розрахункова точність оцінювання параметрів траєкторії

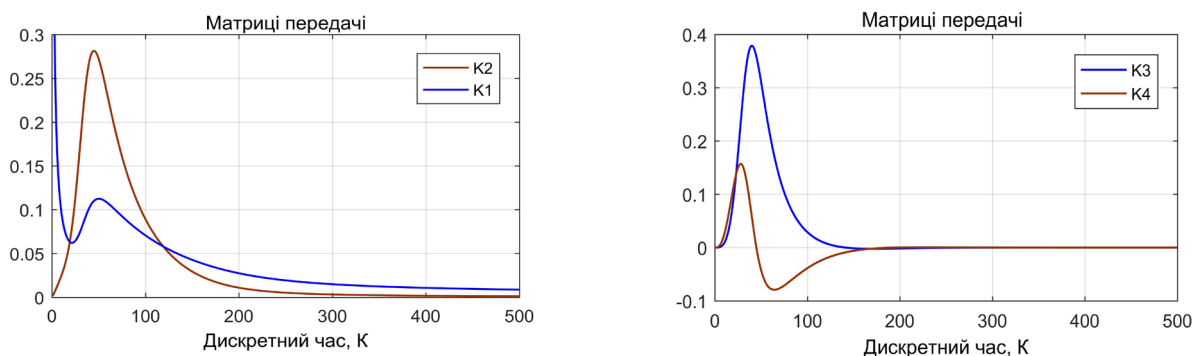


Рис 6.21. Зміна у часі елементів матриці передачі фільтра



Рис 6.22. До перевірки коректності роботи датчиків випадкових чисел

Співставлення результатів рис. 6.22 показує, що статистичні дані отримані методом Монте-Карло та їх аналог у вигляді рекурентних обчислень за формулою (3.24) у цілому мають задовільну збіжність, за винятком початкової ділянки, де перехідний процес має нестационарний характер через значні зміни матричного коефіцієнта передачі відповідно до рис. 6.21. Це означає, що довірчий інтервал у $\pm 20\%$ від теоретичного значення $P(k/k)$ в усталеному режимі накриває теоретичну залежність з ймовірністю не меншою за 0,95, тобто підтверджується коректна робота датчиків випадкових чисел. Стосовно подальшого змісту даного підрозділу, то тут слід зазначити наступне:

- на етапі планування ПС основний інтерес являють змінні стану s_1 та s_2 , які інтерпретуються у якості висоти та швидкістю її зміни, а змінні s_3 та s_4 асоціюються з похідними вищого порядку, які не спостерігаються і яким важко надавати змістовність на фізичному рівні, проте вони є формальними атрибутами методу змінних стану;

- з точки зору лаконічності викладання матеріалу досліджень та подальшого уникнення додаткових подробиць несуттєвого характеру доцільно обмежитись лише оцінками висоти та швидкості, а деталі пов'язані з похідними вищого порядку винести у додатки.

2. На другому етапі дослідженню підлягали стандартний фільтр Калмана та лінійний пристрій робастного типу за умови наявності аномальних похибок у каналі спостережень [282]. Початкові умови витримувались ідентичними до першого етапу. Новими елементами апріорних даних є ймовірність появи аномалій, яка приймалась рівною 0,95 та значення параметричної змінної $\varphi_N(k) = 5$. Результат

модельовання представлені рисунками 6.23в, г. Порівняння цих рисунків дозволило з'ясувати наступні положення:

2.1 Стандартний фільтр Калмана за умови присутності аномальних похибок у каналі спостережень, інтенсивність яких показана на першій позиції рис. 6.23а, не здатний гарантувати будь-який рівень захисту від впливу аномальних похибок, оскільки він є модельно-орієнтованим на використання виключно справного каналу спостережень (див. рис. 6.23 в, г). Про це свідчать залежності поточної точності оцінювання висоти та швидкості її зміни, де результати обчислювального експерименту за методом Монте-Карло та теоретичні розрахунки різняться майже на порядок.

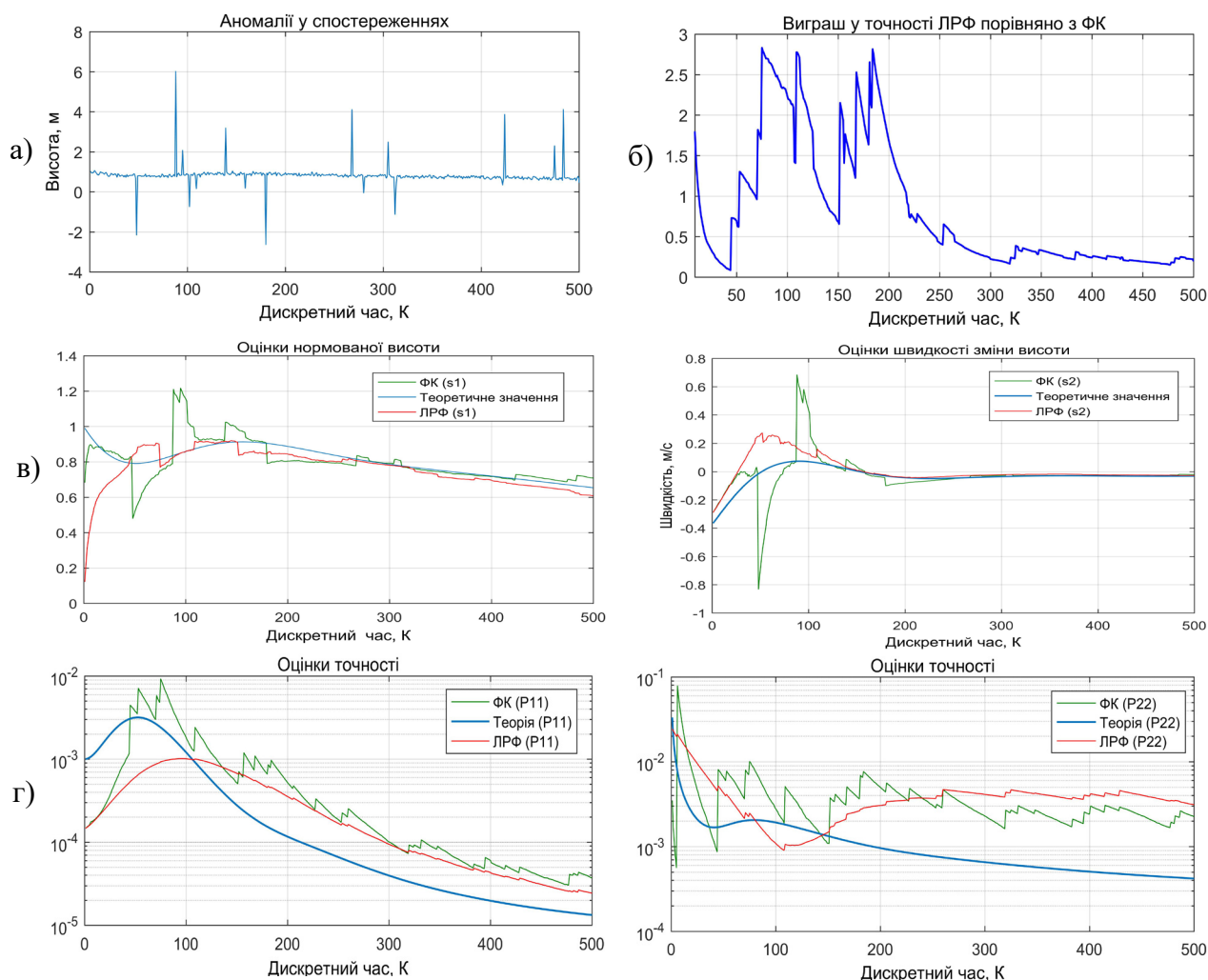


Рис. 6.23. Результати моделювання лінійних фільтрів за наявності аномальних похибок у каналі спостережень:

2.2. Результати, що стосуються робастного фільтра лінійного типу мають дещо інший характер. На початковій ділянці і перехідного процесу 0–150, де статистика аномальних похибок ще не накопичена і не відповідає апріорним даним

робастний фільтр за точністю програє стандартному фільтру Камана в основному завдяки появі динамічних похибок, обумовлених уведенням модифікованої матриці передачі $\mathbf{K}_L(k)$ далекої від оптимальної. Проте по мірі накопичення результатів спостережень статистика починає узгоджуватись з апіорною, що має наслідком зростання стійкості робастного фільтра до впливу аномалій майже у 2–2,5 рази по відношенню до фільтра Калмана (рис. 6.23б), поставленого в такі ж самі умови (рис. 6.23в, г такти з 150 по 300). Надалі, з переходом до усталеного режиму ці переваги втрачаються, про що свідчать коваріаційні матриці похибок фільтрації, отримані теоретично та за результатами обчислювального експерименту. Причина полягає у звуженні смуги пропускання робастного фільтра в усталеному режимі, яка є меншою за оптимальну, притаманну фільтру Калмана (див. такти починаючи з 300 і більше).

Надалі, відносно теоретичних розрахунків величин P_{11} , P_{22} для фільтра Калмана та робастного фільтра доцільно зробити зауваження, що це різні величини, $\mathbf{K}(k)$ та $\mathbf{K}_L(k)$ оскільки для оцінок точності використовувались різні значення матриць передачі $\mathbf{K}(k)$ та $\mathbf{K}_L(k)$, відповідно. Зроблене зауваження буде стосуватись також і для інших порівнянь у наступних двох підрозділах.

6.6.3 Аналіз стійкості псевдобайєсових та адаптивних оцінок до впливу аномальних похибок у каналі спостережень [283,146,158,159]

Аналіз роботи фільтрів, що формували псевдобайєсові та адаптивні оцінки вектора стану виконувався за допомогою математичних моделей

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k) &= \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \varphi(k)\mathbf{v}(k); \\ \mathbf{s}(k+1) &= \mathbf{\Sigma}(k+1,k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{B}(k+1,k)\mathbf{w}(k). \end{aligned}$$

Апіорні дані залишались ідентичними тим, розглядались у попередньому підрозділі. Параметрична змінна $\varphi(k)$ моделювалась у вигляді випадкової послідовності, значення якої приймались статистично незалежними. Ймовірність аномальних похибок визначалась на рівні 0,05, а їх інтенсивність оцінювалась величиною $\varphi^2(k) = 40$. Результати експерименту представлені рис. 6.24.

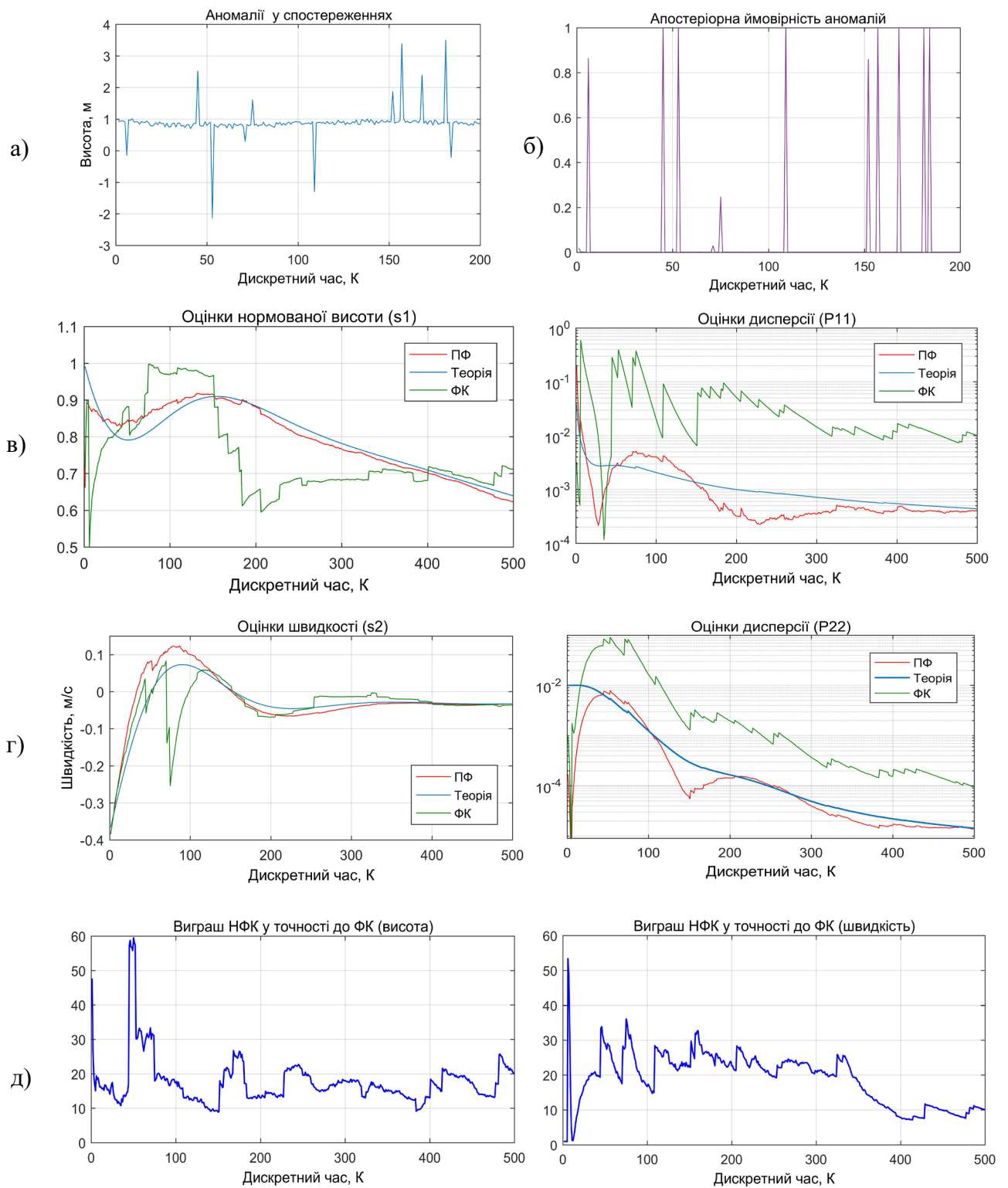


Рис. 6.24. Результати обчислювального експерименту для псевдобайєсових оцінок

Оцінки ефективності захисту від аномальних похибок здійснювались шляхом порівняння результатів моделювання статистичних характеристик точності, отриманих за методом Монте-Карло, з відповідними характеристиками стандартного фільтра Калмана. Зокрема, на рис. 6.24 а,б показані результати моделювання каналу спостережень з рідкими аномальними похибками та результати їх вияв-

лення у вигляді апостеріорної ймовірності, яка керує відповідними матричними коефіцієнтами передачі. Рисунки 6.24 б, в демонструють процес оцінювання висоти ПС та швидкості їх зміни, відповідно, де візуально можна спостерігати незадовільну роботу фільтра Калмана. Підтвердженням цього є реалізації коваріаційних матриць похибок фільтрації (див. рис. 6.24 б, в). Там також можна помітити задовільну збіжність теоретичних розрахунків точності оцінювання висоти та швидкості її зміни з їх еквівалентами, отриманими методом Монте–Карло. Досягнутий рівень захисту псевдобайєсових оцінок від впливу аномальних похибок у каналі спостережень, який можна інтерпретувати у вигляді виграшу у точності оцінювання поточної висоти ПС та швидкості її зміни порівняно зі стандартним фільтром Калмана відображено на рис.6.24 г. У середньому цей виграш оцінюється від 10 до 25 разів.

Результати моделювання роботи фільтра, що формує адаптивні оцінки вектора стану за наявності аномалій у каналі спостережень представлені рисунками 6.25–6.27.

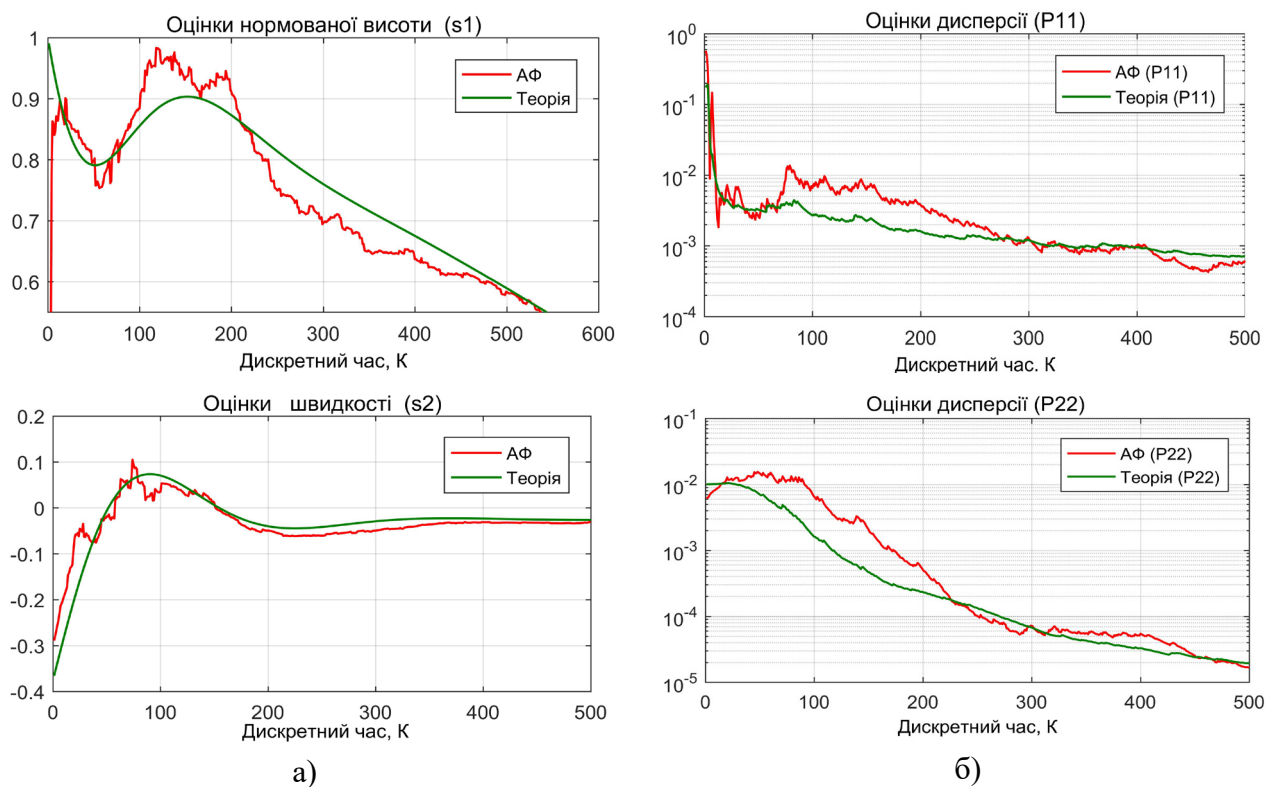


Рис. 6.25. Результати моделювання фільтра з метою подолання апріорної невизначеності

На рис. 6.25 а показані поточні оцінки висот ПС та швидкості її зміни, а їх точність представлена рис. 6.25 б. Порівняння представлених залежностей з відповідними рисунками, отриманих для байєсових оцінок показує, що за характеристиками стійкості до аномалій обидва фільтри практично є еквівалентними. Проте, адаптивна схема фільтрації не вимагає апріорних даних щодо ймовірності їх появи, а лише передбачає рівномірність їх розподілу на інтервалі $[0,1]$. Однак, практична реалізація адаптивної схеми оцінювання потребує майже на порядок більших обчислювальних ресурсів. Основною причиною є запровадження апроксимації густини розподілу $\pi[q_i/Y_1^k]$ на інтервалі $[0,1]$ достатньою кількістю дискретних точок. У даному випадку число таких рівновіддалених точок вибиралось рівним п'ятдесяти.

Надалі кожне дискретне значення розподілу $\pi[q_i/Y_1^k]$ перераховувалось як

$$\pi[q_i/Y_1^k] = \frac{\sum_i q_i \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k-1) = i] \pi[q_i/Y_1^{k-1}]}{\bar{q}_1(k) \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k-1) = 1] + \bar{q}_N(k) \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k-1) = N]}, \quad i=1, N$$

з метою отримання належного значення апостеріорного розподілу $\pi[q_i/Y_1^k]$, де середнє значення ймовірностей аномальних похибок знаходилось за формулою

$$\bar{q}_N(k) = \frac{1}{N_1} \sum_0^{N_1-1} \pi[q_i / Y_1^{k-1}], \quad N_1 = 50 - \text{число реалізацій за методом Монте-Карло.}$$

Процес подолання апріорної невизначеності стосовно ймовірностей аномальних похибок представлений рис. 6.26, з якого випливає висновок про вельми повільну збіжність отриманих оцінок цих ймовірностей до їх фактичних значень, які приймались рівними $q_N(k) = 0,05$; $q_1(k) = 0,95$. Окрім того, за результатами обчислювального експерименту, відповідно до рис. 6.27, встановлено, що адаптивну процедуру фільтрації доцільно застосовувати у тих випадках, коли динаміка системи є значно повільнішою за динаміку зміни параметрів інформативних інформаційних сигналів, а частота оновлення результатів спостережень відносно невисока. На жаль, ПС у режимі заходу на посадку до такого класу систем не належить.

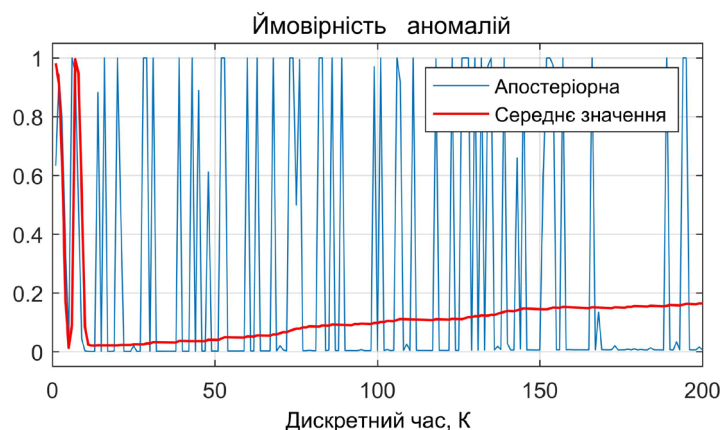


Рис. 6.26. Динаміка зміни середнього значення апостеріорного розподілу аномалій

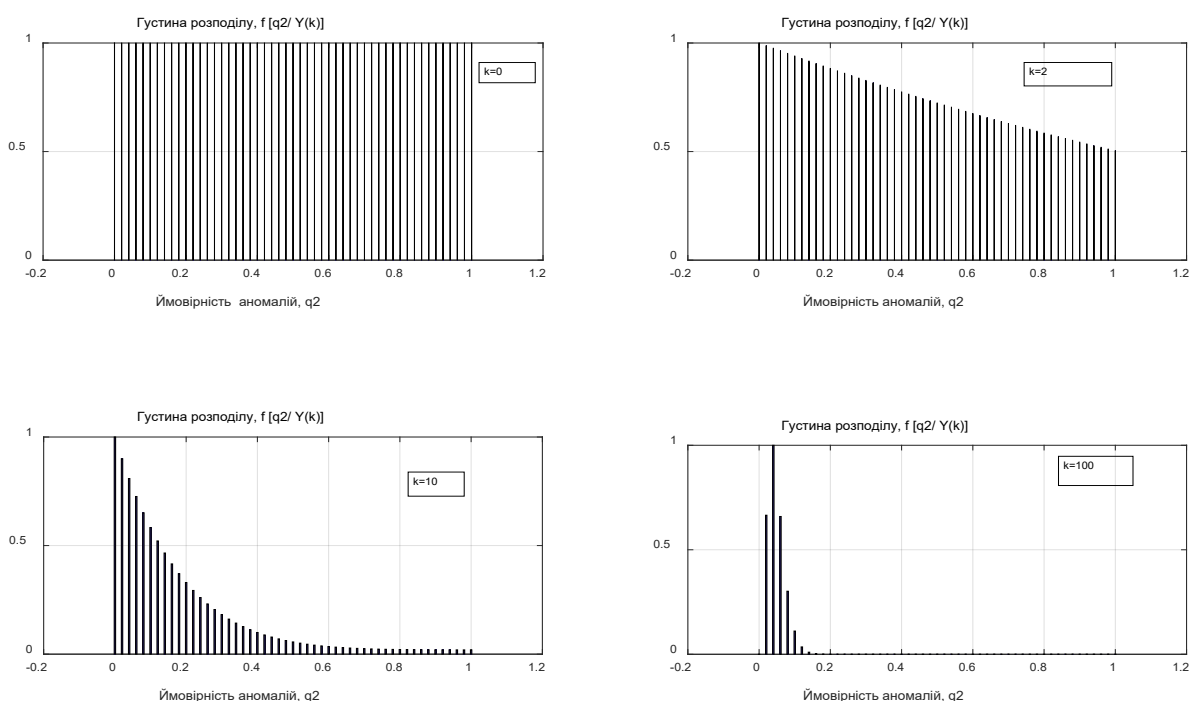


Рис. 6.27. Динаміка зміни густини розподілу ймовірностей появи аномалій у адаптаційному процесі

6.6.4 Аналіз стійкості фільтрів робастного типу до впливу аномалій у каналі спостережень [126,167,284]

У цьому підрозділі наведені результати статистичного моделювання квазіоптимальних фільтрів, отриманих шляхом спрощення їх структури – фільтр укороченого типу, або за рахунок додаткових спрощень процедури обчислення апостеріорних ймовірностей справного стану каналу спостережень. Зокрема, на рис. 6.28 а показані результати оцінювання за методом Монте–Карло нормованої висоти та швидкості її зміни, а їх вибіркові оцінки точності відображені на 6.28 б.

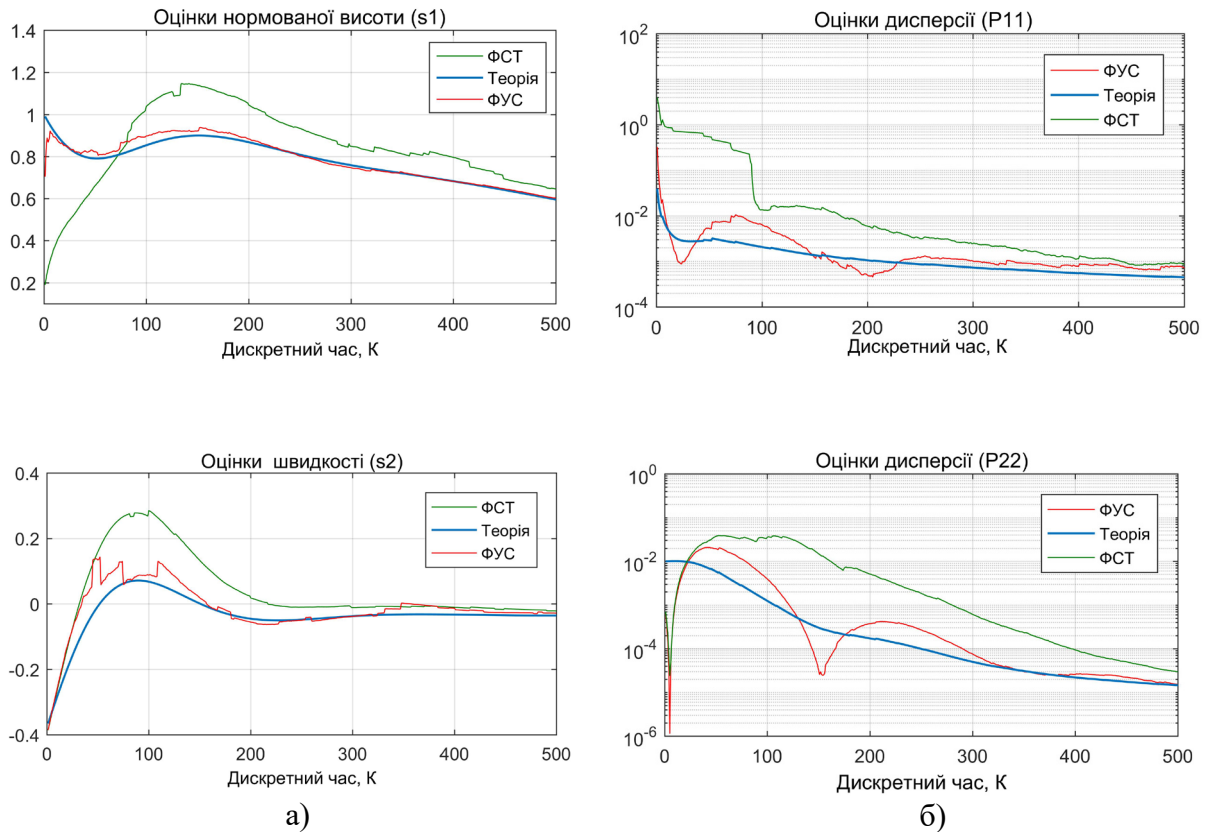


Рис. 6.28. Результати моделювання роботи робастних фільтрів

Неважко помітити, що робастний фільтр укороченої структури надає оцінки вектора стану, які за точністю близькі до псевдобайєсових оцінок за умови, що параметрична послідовність у разі появи аномалій приймає значення значно більших за одиницю. Про це свідчить компактність поточних оцінок дисперсій P_{11} та P_{22} отриманих за методом Монте–Карло та теоретичних розрахунків у відповідності до вибраного критерію достовірності на рівні 0,95. Додаткове спрощення фільтра укороченої структури шляхом замни процедури обчислення апостеріорних ймовірностей справного стану каналу спостережень схемою селекції призвело у середньому до двократної втрати точності оцінювання порівняно з точністю псевдобайєсових оцінок, проте порівняно з стандартним фільтром Калмана вказані оцінки майже на порядок залишаються кращими у відповідності до даних наведених на рис. 6.29. При цьому за об’ємом обчислювального ресурсу робастний фільтр укороченої структури поступається фільтру Калмана у 1,19 рази, а робастний фільтр селекторного типу – у 1,01 рази.

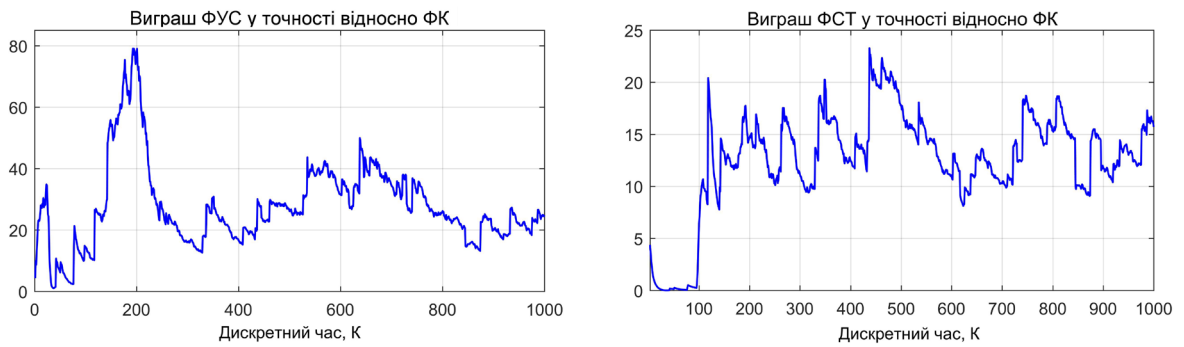


Рис. 6.29. Виграш у точності робастних фільтрів

6.6.5 Підсумкові результати порівняльного аналізу

Відповідно до методики виконання обчислювального експерименту, викладеної у підрозділі 6.6.1, на входи усіх досліджуваних пристроїв оцінювання надходили однакові реалізації випадкових процесів $s(k)$, $y(k)$, $\varphi(k)$. Перш за все ці заходи були спрямовані на досягнення заданого рівня достовірності результатів статистичного моделювання, який вибирався зі стандартного ряду 0,9, 0,95, 0,99. У даному експерименті рівень достовірності задавався апріорно заданою величиною 0,95, а ширина довірчого інтервалу становила $\pm 20\%$. Виходячи з цих даних за допомогою таблиць розподілу Стюдента розраховувався необхідний об'єм вибірки, який повинен бути не меншим п'ятдесяти. Саме за такого об'єму вибірки довірчий інтервал у 2Δ накріє генеральне середньоквадратичне значення отриманих точкових оцінок з ймовірністю не меншою 0,95. Оскільки реалізація параметричної змінної $\varphi(k)$ залишалась незмінною протягом усього обчислювального експерименту, то ефективність досліджуваних фільтрів оцінювалась виключно за результатами вибіркового осереднення у відповідності до методу Монте–Карло. Для цього виконувалось порівняння коваріаційних матриць похибок оцінювання з відповідними якісними показниками стандартного фільтра Калмана. Зокрема, на рис. 6.30 а показані результати оцінювання нормованої висоти ПС за умови фіксованої реалізації параметричної змінної $\varphi(k)$, у якій ймовірність появи аномалій у каналі спостережень становила 0.05 (див. рис. 6.24 а), а їх характеристики точності представлені на рис. 6.30 а.

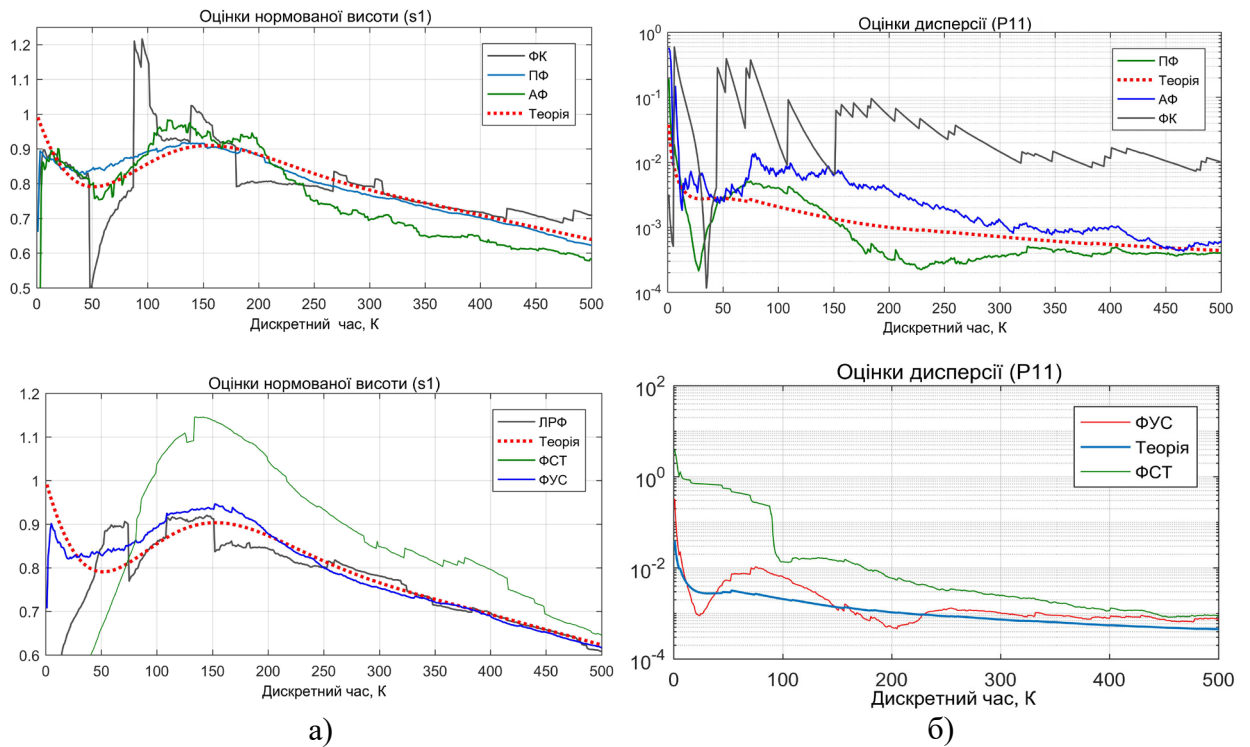


Рис. 6.30. Результати порівняльного аналізу оцінювання нормованої висоти ПС

Порівняння кривих рис 6.30 а, що стосуються стандартного фільтра Калмана, демонструє його незадовільну роботу за умови наявності аномалій у каналі спостережень. Щодо інших варіантів побудови оптимальних та квазіоптимальних фільтрів, то за результатами порівняльного аналізу згідно рис. 6.31 їх можна розташовувати у такому порядку [159]:

1. Стандартний фільтр Калмана випадає з даного ряду, оскільки у цьому методі використовується лише номінальна модель каналу спостережень, а механізму захисту від впливу аномальних похибок відсутній. Надалі фільтр Калмана стандартного типу слугуватиме лише у якості порівняльного еталону.

2. Процедура формування псевдобайєсових оцінок у даному випадку має найкращі показники якості з точки зору захисту від впливу аномалій у результатах спостережень, а вигреш у точності оцінювання висоти порівняно з фільтром Калмана складає:

- у перехідному режимі (для $k = 0 \div 200$) близько двох порядків;
- в усталеному режимі для $k \geq 300$ ця величина сягає до 30– 40 разів.

3. Адаптивний фільтр формує оцінки висот, які на етапі самонавчання програють у точності псевдобайєсовим оцінкам приблизно удвічі, проте по закінченні цієї фази їх показники за точністю оцінювання майже співпадають.

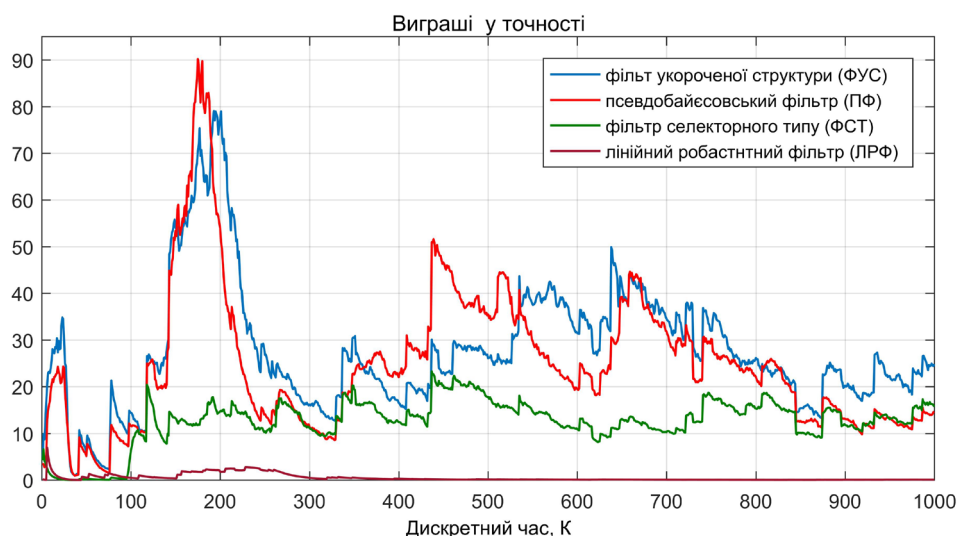


Рис. 6.31. Ступені захисту від аномальних похибок, досягнуті фільтрами різних типів

4. Групу робастних фільтрів доцільно розташовувати у наступному порядку:

4.1. Робастний фільтр укороченої структури лише за умови $\varphi_N(k) \gg 1$ здатен забезпечити якісні показники, що на 30–40% поступаються показникам якості псевдобайєсової структури. У перехідному режимі діапазон виграшу у точності по відношенню до фільтра Калмана сягає від двадцяти до семи десяти разів, а в усталеному режимі – до 20 – 25 разів.

4.2. Робастний фільтр селекторного типу за умови $\varphi_N(k) \gg 1$ здатен гарантувати виграш у точності оцінювання приблизно у 12– 15 разів незалежно від режиму роботи фільтра.

4.3. Робастний фільтр лінійного типу надає мінімально можливі можливості захисту від впливу аномалій лише у тій частині фільтраційного процесу, яка узгоджена з наявними апріорними даними. У перехідному режимі роботи маємо програвш точності порівняно з фільтром Калмана за рахунок наявності динамічних похибок, а в усталеному режимі через те, що його матриця передачі не відповідає критерію оптимальності, притаманному стандартному фільтру Калмана. Даний фільтр, у кращому випадку, може забезпечити виграш у точності порівняно з фільтром Калмана у межах від 2 до 2, 5 разів (рис. 6.23. поз. 2 та крива 4 рис. 6.31).

Щодо обчислювального ресурсу необхідного для практичної реалізації запропонованих методів фільтрації підвищеної надійності, то їх можна, у першому наближенні, оцінювати числом виконуваних множень та додавань. Кількість таких операцій оцінювалась за методикою робіт [169,236,284]. Результати розрахунків представлені зведеною таблицею 6.1.

Таблиця 6.1.

Витрати обчислювального ресурсу на один ітеративний цикл фільтраційного процесу

Пристрої оцінювання	Число множень M(n,m)	Число додавань A (n,m)	Число комірок пам'яті, N	Нормоване до ФК число множень	Нормоване до ФК число додавань	Виграш по точності в пер. режимі	Виграш по точності в уст. режимі
Стандартн. фільтр Калмана	257	221	82	1	1	1	1
Процедура псевдо байєсового оцінювання	320	253	171	1.24	1.14	20–90	20–45
Адаптивний фільтр	631	292	171	2.45	1.31	30–60	≈30
Робастний фільтр укор. типу	283	241	87	1.19	1.09	20–80	20–35
Робастний фільтр сел. типу	260	237	84	1.01	1.07	15–20	12–15
Робастний фільтр лін. типу	340	230	89	1.32	1.04	0.8–2.5	0.3–0.5

Примітки:

1. Коваріаційна матриця похибок фільтрації для робастного фільтра лінійного типу розраховувалась за формулою справедливою для довільної матриці передачі

$$P^{(k/k)} = [I - K_L(k)H(k)]P^{(k/k-1)}[I - K_L(k)H(k)]^T + K_L(k)[q_1(1 - N^2) + N^2]R(k)K_L^T(k),$$

що явилось причиною зростання числа арифметичних операцій до величин

$$M_{Lin}(n, m) = M_{FK}(n, m) + (n^3 + n^2m + nm); \quad A_{Lin}(n, m) = A_{FK}(n, m) + (n^3 + n^2m - n)$$

порівняно з стандартним фільтром Калмана.

2. Оскільки порядок досліджуваних фільтрів був відносно невисоким, то для збільшення їх швидкодії використовувався табличний спосіб обчислень матричних експонент, а не спосіб підпрограми, що значно подовжує процес обчислень.

Аналіз табличних даних показує наступне:

1. При обчисленнях матричних коефіцієнтів передачі у темпі реального часу усі фільтри підвищеної надійності, за винятком адаптивного, потребують майже одного порядку числа арифметичних операцій множення та додавання.

2. Робастний фільтр лінійного типу з попереднім обчисленням матричного коефіцієнта передачі згідно існуючих апріорних даних реалізується вельми просто з використанням лише рівнянь для поточної оцінки.

3. Стосовно адаптивного фільтра, то незважаючи на майже трьохкратне зростання обчислювального ресурсу, що для багатьох задач прикладного типу може бути прийнятним, подолання апріорної невизначеності щодо ймовірностей появи аномалій являю собою сильну сторону такого фільтра. Проте, його головний недолік полягає у повільній збіжності поточних оцінок до їх фактичних значень, що обмежує сферу його застосування у системах з повільною динамікою та невисокою частотою оновлення результатів спостережень.

Таким чином, поєднання результатів табл. 6.1 з номограмами виграшу у точності оцінювання за наявності аномалій дозволяє з науково обґрунтованої точки зору надавати у руки проектувальника певний набір алгоритмів високонадійної фільтрації з урахуванням конкретних вимог для кожного окремо взятого випадку.

6.7 Ідентифікація несправностей у підсистемах керування польотом ПС на завершальному етапі виконання посадкового маневру – вирівнюванні [197,232,234,235]

Згідно змісту попередніх підрозділів, посадка ПС здійснюється шляхом виконання низки етапів у певній послідовності відповідно до рис. 6.14. Зокрема, на висоті порядку 30 м починається фаза вирівнювання. У цій фазі дані від системи MLS не використовуються через значний вплив земної поверхні, а подальше планування під кутом -3^0 до посадкової смуги не відповідає вимогам комфортності та безпеки польоту. Тому у фінальній стадії процесу посадки приймає участь пілот, скеровуючи літак у відповідності до візуального сприйняття злітно-посадкової смуги та показів автономних вимірювальних засобів, наприклад, радіовисотоміра. При цьому ефективність штурвального керування польотом ПС, відповідно до положень підрозділу 6.1, також передбачає використання апріорно заданої номінальної математичної моделі ПС як об'єкта керування. Окрім того, її

часто використовують у якості опорного елемента при побудові моделей систем, що зазнають впливу збурень або несправностей.

6.7.1 Побудова номінальної моделі посадкового маневру на етапі вирівнювання

При розгляді процесу посадки ПС на етапі вирівнювання скористаємось припущеннями, що мають місце на практиці: кут нахилу глісади у -3^0 є достатньо малою величиною і дає підставу вважати, що поздовжній рух ПС цілком визначається відхиленням руля висоти δ_e ; ручка сектору тяги протягом усього процесу вирівнювання утримується у положенні, що забезпечує постійну величину повітряної швидкості V . За таких умов керованість і стійкість ПС судна у вертикальній площині, в основному, визначається лінеаризованим рівнянням короткоперіодичних коливань у поздовжньому русі:

$$\frac{d^3 \mathcal{G}(t)}{dt^3} + 2\xi_g \omega_g \frac{d^2 \mathcal{G}(t)}{dt^2} + \omega_g^2 \frac{d \mathcal{G}(t)}{dt} = K_g T_0 \omega_g^2 \frac{d \delta_e(t)}{dt} + K \omega_g^2 \delta_e(t). \quad (6.30)$$

У якості елементів вектора стану виберемо висоту, швидкість зміни висоти, кут тангажу та швидкість його зміни. Такий варіант вибору вектора стану вигідний тим, що усі змінні стану допускають можливість їх вимірювань, наприклад, за допомогою радіовисотоміра і гіросенсорів. Для виконання зазначеного переходу цього скористаємось рівнянням між висотою та кутом тангажу (6.20)

$$T_0 \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = V_0 \mathcal{G}(t) - \frac{dh(t)}{dt}$$

та результатами його подвійного диференціювання

$$T_0 \frac{d^3 h(t)}{dt^3} = V_0 \frac{d \mathcal{G}(t)}{dt} - \frac{d^2 h(t)}{dt^2}; \quad T_0 \frac{d^4 h(t)}{dt^4} = V_0 \frac{d^2 \mathcal{G}(t)}{dt^2} - \frac{d^3 h(t)}{dt^3}. \quad (6.31)$$

Комбінуючи вищенаведені рівняння отримуємо:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \mathcal{G}(t)}{dt^2} - \frac{1 - 2\xi_g \omega_g T_0}{T_0} \frac{d \mathcal{G}(t)}{dt} + \frac{1 - 2\xi_g \omega_g T_0 + (\omega_g T_g)^2}{T_0^2} \mathcal{G}(t) - \\ & - \frac{1 - 2\xi_g \omega_g T_0 + (\omega_g T_g)^2}{VT_0^2} \frac{dh(t)}{dt} = K_g \omega_g^2 T_0 \delta_e(t). \end{aligned} \quad (6.32)$$

Представимо рівняння (6.32) у формі Коші шляхом визначення змінних стану у вигляді $s_1 = h$; $s_2 = \frac{dh}{dt}$; $s_3 = \mathcal{G}$; $s_4 = \frac{d\mathcal{G}}{dt}$. Це дає змогу представити рівняння (6.32) у матричній формі:

$$\dot{s}(t) = \Sigma s(t) + \Gamma u(t); \quad y(t) = Hs(t), \quad (6.33)$$

де $\Sigma = (\Sigma_{ij})$ – системна матриця розміром (4×4)

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & (-T_0^{-1}) & V_0 T_0^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & (V_0^{-1} T_0^{-2} - 2\xi_g \omega_g V_0^{-1} T_0^{-1} - \omega_g^2 V_0^{-1}) & (T_g^{-2} - 2\xi_g \omega_g T_g^{-1} - \omega_g^2) & (T_0^{-1} - 2\xi_g \omega_g) \end{bmatrix}; \quad (6.34)$$

Γ – матриця керування розміром (4×1) , причому елемент $\Gamma_{41} = K_g \omega_g^2 T_0$, а інші дорівнюють нулю; $u(t) \triangleq \delta_e(t)$ – скалярний сигнал керування; $y(t)$ – вектор спостережень розмірності (4×1) ; H – матриця спостережень розміром (4×4) , яка має діагональний вигляд з одиницями на головній діагоналі, а інші елементи є нульовими. Слід підкреслити, що елементи матриць Σ , Γ можуть бути вираженими через коефіцієнти аеродинамічних сил та моментів і значною мірою залежать від конструктивних параметрів ПС. У практичній діяльності вони визначаються шляхом експериментальних досліджень для кожного типу ПС, а при проведенні інженерних розрахунків прийнято користуватись низкою спрощень та результатами аналізу експериментів з використанням пілотажних стендів [272, с.55–58, 149–50] або льотних випробовувань. Надалі, з посиланням на рекомендації роботи [272, с.57–58] зупинимось на таких величинах параметрів, що входять до виразу (6.34): $V_0 = 75$ м/с; $\xi_g = 0.6$; $T_0 = 3,5$ с; $T_g = 3,1$ с; $K_g = 1,8$ с⁻¹.

6.7.2 Порівняльний аналіз роздільних властивостей фільтрів Калмана, модифікованих фільтрів за топологією Кітанідіса та Фрідланда

Відомо, що модельно-орієнтовані методи функціональної діагностики засновані на концепції аналізу різниці між фактичним виходом динамічного об'єкта та його оцінкою, незалежно від того яким способом отримана ця оцінка [52,85].

У тому разі, коли апріорні дані у вигляді математичної моделі досліджуваного об'єкту адекватні, то різницевий сигнал дорівнює нулю (детермінована постановка задачі), а у стохастичній постановці задачі він коливається навколо нульового значення. Якщо модель не повністю адекватна, то усі непередбачувані зміни у стані об'єкту віддзеркалюються у різницевому сигналі. Найбільш ймовірними причинами таких змін є шуми, збурення та несправності. Оскільки спектр шумів лежить поза спектром несправностей та збурень, то послабити їх вплив на різницевий сигнал можна шляхом частотної фільтрації. З послабленням впливу збурень ситуація дещо складніша. Незважаючи на те, що несправності та збурення являють собою процеси різні за своєю фізичною сутністю, їхні спектри перекриваються, а частотна фільтрація у такому разі стає не ефективною. Залишається єдиний шлях відокремлення корисної інформації (сигналу несправностей) від супутніх збурень – декомпозиція, тобто така попередня обробка різницевого сигналу, яка дозволить роз'єднати його від сигналу збурень. Це означатиме, що за наявності збурень різницевий сигнал роз'єднувального фільтра повинен бути подібним до різницевого сигналу стандартного фільтра Калмана, тобто мати нульове середнє значення та відповідну коваріаційну матрицю. У даному підрозділі у якості роз'єднувальних фільтрів використовуються модифіковані фільтри Кітанідіса та Фрідланда, а стандартний фільтр Калмана приведений для ілюстрації того факту, що поняття діагностичного і класичного фільтра не є еквівалентними [235]. Моделювання роздільних властивостей перерахованих фільтрів виконувалось з використанням моделі (6.33), збудженої шумами та збуреннями, дискретний еквівалент якої має вигляд:

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \Sigma(k+1, k)s(k) + \Gamma(k+1, k)u(k) + \Omega(k+1, k)d(k) + w_s(k); \\ y(k) &= H(k)s(k) + v(k). \end{aligned} \quad (6.35)$$

Системні матриці $\Sigma(k+1, k)$, $\Gamma(k+1, k)$, $\Omega(k+1, k)$ обчислювались за формулами:

$$\begin{aligned} \Sigma(k+1, k) &= \exp[\Sigma(t)\Delta t]; \\ \Gamma(k+1, k) &= \Sigma^{-1}(t) [\Sigma(k+1, k) - I_{(4)}] \Gamma(t); \Omega(k+1, k) = \Sigma^{-1}(t) [\Sigma(k+1, k) - I_{(4)}] \Omega(t), \end{aligned}$$

де Δt – заданий інтервал дискретизації; $\Omega(t)$ – матриця розподілу збурень. Матриця $\Omega(t)$ знаходилась з наступних міркувань [50, 189]. Вважаємо, що джерелом збурень є зміни швидкості $V_0 + \Delta V$ ПС під впливом вітру та нестабільність коефіцієнта демпфірування $\xi_0 + \Delta \xi$. Підставимо ці величини у (6.34), що дасть змогу представити системну матрицю у вигляді $\Sigma(\Delta V, \Delta \xi) = \Sigma_0 + \Delta \Sigma(\Delta V, \Delta \xi)$. Виділимо складові матриці Σ , які залежать від зазначених збурень:

$$\begin{aligned} \Sigma_{23} &\triangleq V_0 + \Delta V / T_0 = \Sigma_{0,23} + \Delta V / T_0; & \Sigma_{0,23} &\triangleq V_0 / T_0; \\ \Sigma_{42} &= \left[\frac{1}{(V_0 + \Delta V)} \right] \left[\frac{1}{T_0^2} - \frac{2(\xi_0 + \Delta \xi) \omega_g}{T_0} - \omega_g^2 \right] = \Sigma_{0,42} - \left(\frac{\Delta V}{V_0} \right) \Sigma_{0,42}; & \Sigma_{0,42} &\triangleq \left[\frac{1}{(V_0)} \right] \left[\frac{1}{T_0^2} - \frac{2\xi_0 \omega_g}{T_0} - \omega_g^2 \right]; \\ \Sigma_{43} &= \left[\frac{1}{T_g^2} - \frac{2(\xi_0 + \Delta \xi)}{T_g} - \omega_g^2 \right] = \Sigma_{0,43} - \frac{2\Delta \xi}{T_g}; & \Sigma_{0,43} &\triangleq \left[\frac{1}{T_g^2} - \frac{2\xi_0}{T_g} - \omega_g^2 \right]; \\ \Sigma_{44} &= \left[\frac{1}{T_0} - 2(\xi_0 + \Delta \xi) \omega_g \right] = \Sigma_{0,44} - 2(\Delta \xi) \omega_g; & \Sigma_{0,44} &\triangleq \left(\frac{1}{T_0} - 2\xi_0 \omega_g \right). \end{aligned}$$

Надалі визначимо $\Delta \Sigma(\Delta V, \Delta \xi) = \Sigma - \Sigma_0$ і уведемо позначення $d_1 = \Delta V; d_2 = \Delta \xi$.

Тоді складову збурень можна представляти як

$$\Omega(t)d(t) = \Delta \Sigma \alpha \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \xi \end{bmatrix},$$

де α – довільна матриця, що вибирається таким чином, щоб ранг добутку $\Delta \Sigma \alpha$ дорівнював повному рангу матриці $\Omega(t)$ за стовпцями. У такому разі

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ T_0^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \\ -\Sigma_{0,42} & -(2\omega_g) \left[(V_0 T_0)^{-1} + T_g^{-1} + 1 \right] \end{bmatrix}.$$

Вектор збурень формувався у відповідності до виразу:

$$d^T(k) = \begin{cases} 0.0; & k \leq 150; \\ \left[1.0 + 0.1 \cdot \text{randn}; -0.01 - 0.01 \cdot \sin(0.4 \cdot k \cdot \Delta T) \right]^T; & 150 < k \leq 200; \\ 0.0; & k > 200. \end{cases}$$

Компоненти вектора стану $s(k)$ також збурювались білими гаусовими шумами $w_s(k)$ з метою врахування похибок моделювання та впливу турбулентної складової вітру. Похибки спостережень імітувались уведенням білих гаусових шумів $v(k)$ не корельованих з $w_s(k)$. Вищезазначені шуми мали нульове середнє значення.

чення, а їх інтенсивність визначалась заданими коваріаційними матрицями $\mathbf{Q}_s(k) \triangleq \mathcal{M}\{w_s w_s^T\} = 0.0081 \cdot \mathbf{I}_{(4)}$; $\mathbf{R}(k) \triangleq \mathcal{M}\{v v^T\} = 0.16 \cdot \mathbf{I}_{(4)}$. Початкові умови приймалися такими:

$$\mathbf{s}^T(0) = [0.0 \quad -3.6 \quad 0.1 \quad 0.004]^T; \quad \mathbf{P}(\%) = 0.01 \cdot \mathbf{I}_{(4)};$$

$$\mathbf{s}^T(\%) = [0.0 \quad 1.9 \quad -0.1 \quad 0.004]^T.$$

Оскільки складова $\mathbf{\Gamma}(k+1, k)\mathbf{u}(k)$ являє собою детерміновану величину, то вона на суть процесу оцінювання не впливає. З метою спрощення процесу моделювання покладемо її нульовою, тобто тимчасово приймемо, що $\mathbf{u}(k) = 0$, а у кінцевих результатах врахуємо вплив фактичної керівної послідовності, виходячи з вимог до посадкової траєкторії ПС на етапі вирівнювання. Результати моделювання для стандартного фільтра Калмана представлені рисунками 6.32 а, б.

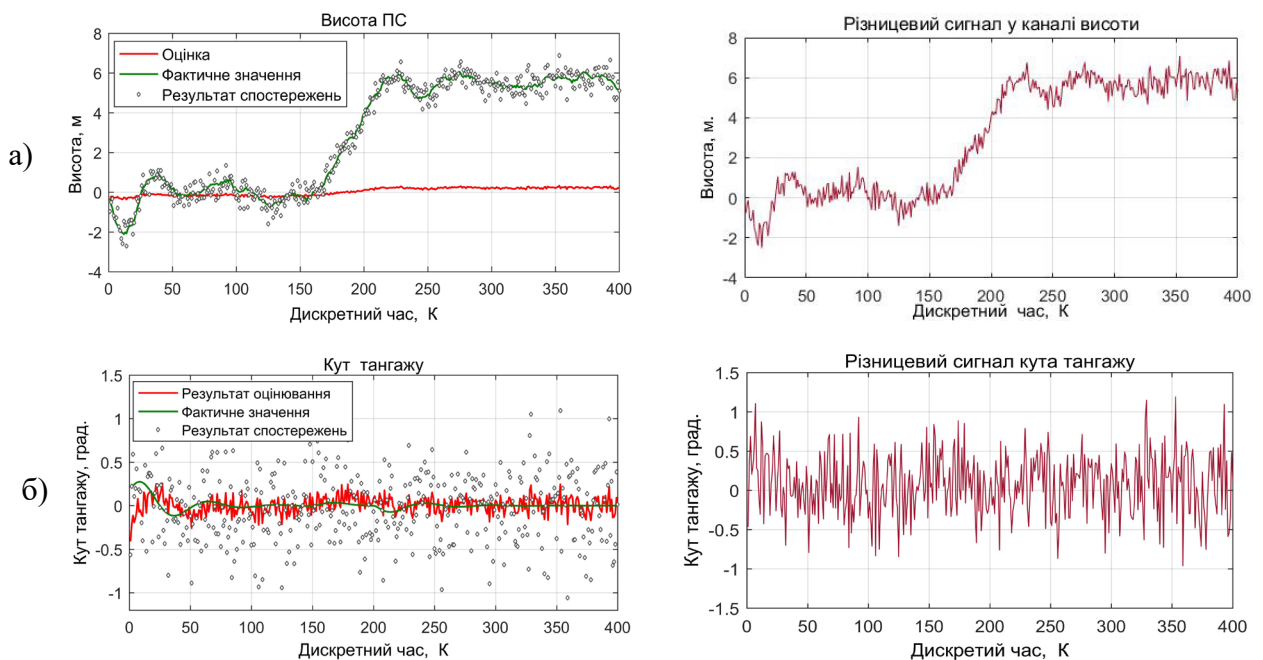


Рис.6.32. Результати моделювання роздільних властивостей стандартного фільтра Калмана: а) – канал висоти; б) – канал кута тангажу

Навіть візуально неважко помітити, що різницевий сигнал у каналі висоти не відокремлений від впливу збурень, тобто його середнє значення далеке від нуля. Наслідком є розбіжність процесу фільтрації, починаючи з моменту дії збурення ($k=150$) і неможливість розрізнення сигналу несправностей на фоні супутніх

збурень і шумів. Для урахування дії керівної послідовності $u(k)$ скористаємось результатами роботи [276] з переліком головних вимог та обмежень, характерних для посадкового маневру на етапі вирівнювання:

1. Крива бажаної зміни висоти ПС у процесі вирівнювання має експоненційну та лінійну складові, як показано на рис. 6.36. Саме завдяки такій траєкторії вдається забезпечити безпеку та зручність процесу посадки. Вважаємо, що етап вирівнювання починається з висоти 30 м і триває 30 с для ПС, що заходить на посадку зі швидкістю $V_0 = 270$ км/год (75 м/с). Для зручності користування графіком початок координат віднесено у точку дотику до злітно-посадкової смуги (ЗПС), а горизонтальна вісь, завдяки підтриманню постійного значення швидкості V_0 , проградуєвана у одиницях віддалі.

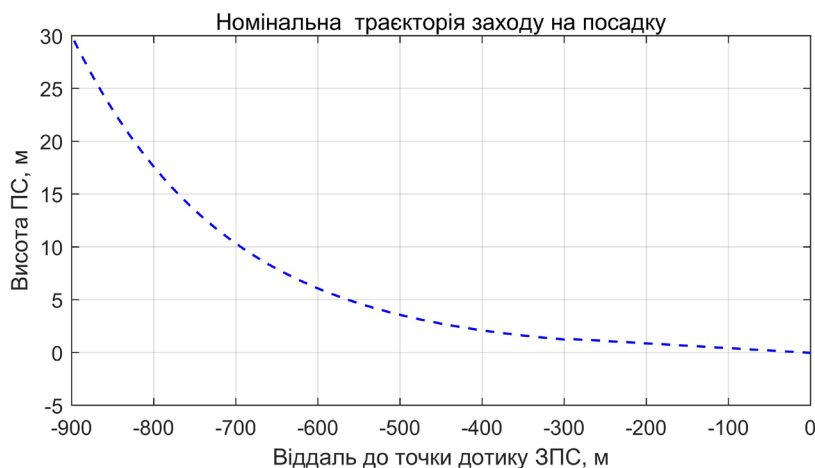


Рис. 6.33. Вигляд номінальної траєкторії заходу на посадку

2. У момент першого дотику до ЗПС вертикальна складова швидкості зниження не повинна перевищувати -0.5 м/с, а кут тангажу повинен знаходитись у межах $0 - 10$ градусів. Під час посадки кут атаки ПС не повинен перевищувати регламентованого значення -18° . ПС починає посадку з кутом атаки приблизно 70–80% від його критичного значення. Протягом усього процесу посадки відхилення керма висоти не повинно перевищувати граничних значень -35° та $+15^{\circ}$.

Надалі вважаємо [276], що синтезоване керування $u(k)$ задовольняє вище зазначеним вимогам. У рамках зроблених припущень, зміна висоти при вирівнюванні за умови дії збурень $d(k)$ та використанню стандартного фільтра Калмана

має вигляд, показаний на рис. 6.34. З рис. 6.34 видно, що у даному випадку фактична висота не відстежується, а процес фільтрації розходиться. За попередніми оцінками точка дотику до ЗПС зсувається вправо приблизно на 250–300 м, що може створювати нештатну ситуацію, пов'язану з виїздом ПС за межі ЗПС. Особливо це критично для аеропортів, у яких з тих чи інших причин, ЗПС має обмежену довжину.

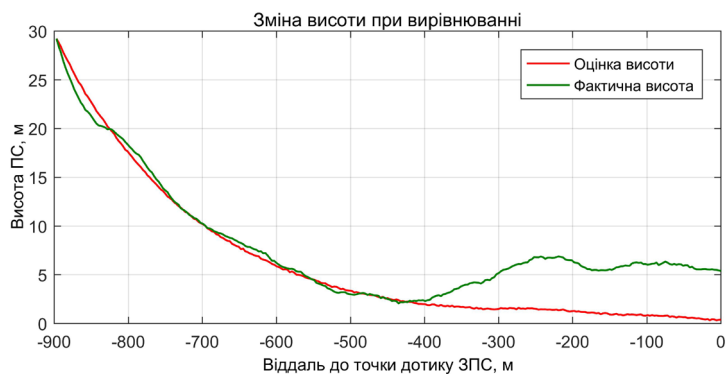


Рис. 6.34. Оцінювання висоти за наявності збурень з використанням стандартного ФК

Примітки:

1. Від'ємні значення віддалі до точки дотику ЗПС пов'язані з лівостороннім заходом на посадку. За правостороннього заходу ці значення будуть позитивними. Вище зазначена ситуація характерна для ЗПС польових аеродромів, оснащених подвійним комплектом посадкового обладнання і має наслідком зростання інформаційного навантаження на диспетчерську службу аеропорту та сприяє появі помилок суб'єктивного характеру.

2. Автором запропонований спосіб подолання цих труднощів шляхом модернізації стандарту розгортання комплексу посадкового обладнання на місцевості. Технічна новизна та пріоритетність рішення захищені патентом України [255]. Спосіб впроваджено у аеропорту «Гавришівка» м. Вінниці. Він пройшов випробовування у процесі посадки літаків військово-транспортної авіації.

На рис. 6.35–6.36 представлені результати моделювання для модифікованого фільтра Кітанідіса синтезованого за методикою, викладеною у табл. 4.1.

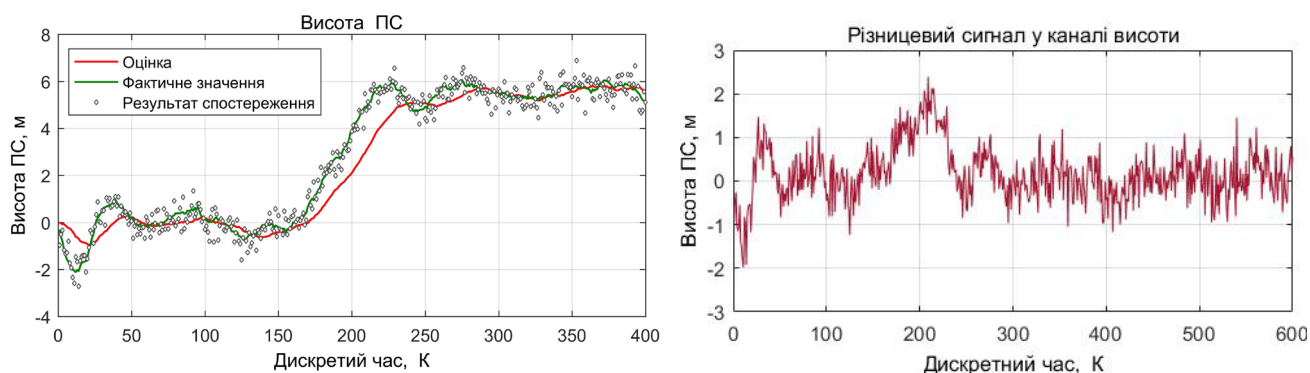


Рис. 6.35. Результати оцінювання у каналі висоти

Результати оцінювання у каналі висоти показують, що оцінка висоти прямує до її фактичного значення лише у асимптотичному розумінні. Це означатиме, що різницевий сигнал каналу висоти буде розв'язаним від неконтрольованих збурень не повній мірі, тобто має місце тільки часткова декомпозиція на інтервалі часу $150 < k < 300$. Надалі для $k > 300$ ситуація покращується, оскільки по мірі збіжності процесу оцінювання похибки прямують до нуля у середньоквадратичному сенсі, а різницевий сигнал здійснює коливання навколо нульового значення. Також, подібна ситуація, але у менш вираженій формі зберігається і у каналі тангажу.

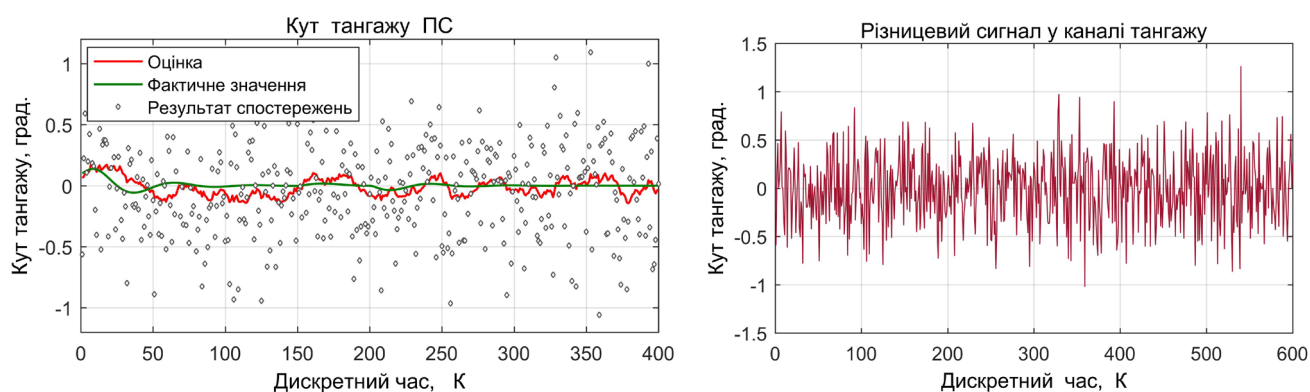


Рис. 6.36. Результати оцінювання у каналі кута тангажу

Щодо профілю польоту ПС у вертикальній площині, то зміна висоти при вирівнюванні за умови дії збурень $d(k)$ та використанню фільтра модифікованого фільтра Кітанідіса має вигляд, показаний на рис. 6.37. Неважно помітити, що цей фільтр у цілому адекватно віддзеркалює фактичну зміну висоти, за винятком перехідного процесу на ділянці 1000 – 500 м, де має місце систематична похибка. По мірі збіжності процесу оцінювання екіпаж ПС отримує об'єктивну оцінку фактичної висоти і здатен виконати маневр щодо зменшення сили тяги двигунів з метою дотримання регламентованої траєкторії зниження.

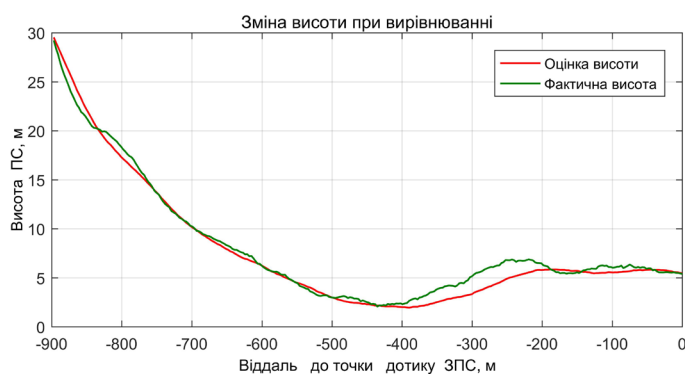


Рис. 6.37. Оцінювання висоти за наявності збурень з використанням МФК

Моделювання модифікованого фільтра Фрідланда виконувалось на основі результатів отриманих у підрозділі 5.5 та у порядку, визначеному таблицею 5.2. У процесі моделювання модель (6.35) була доповнена математичною моделлю збурень $d(k)$, як того вимагає концепція Фрідланда:

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \Sigma(k+1, k)s(k) + \Gamma(k+1, k)u(k) + \Omega(k+1, k)d(k) + w_s(k); \\ d(k+1) &= L(k+1, k)d(k) + w_d(k); \\ y(k) &= H(k)s(k) + D(k)d(k) + v(k). \end{aligned} \quad (6.36)$$

З метою дотримання однакових умов для порівняння, матриця $L(k+1, k)$ була зведена до найпростішого типу, тобто

$$\left. \begin{aligned} d(k+1) &= 0.0; \quad k \leq 150; \\ d_1(k+1) &= d_1(k) + w_{1d}(k) = 0.0 + 0.09 \cdot \text{randn}(1,1); \\ d_2(k+1) &= d_2(k) + w_{2d}(k) = -0.01 + 0.2 \cdot \sin(0.4 \cdot k \cdot \Delta T) + 0.09 \cdot \text{randn}(2,1); \\ d(k+1) &= 0.0; \quad k > 200. \end{aligned} \right\} 150 < k \leq 200;$$

Влив збурень спостерігався у каналах висоти та кута тангажу. У такому випадку матриця $D(k)$ мала вигляд: $D(k) = [1 \ 0; 0 \ 0; 0 \ 1; 0 \ 0]$. Основні результати моделювання представлені на рис. 6.38– 6.39, які ілюструють роздільні властивості модифікованого фільтра Фрідланда та його оптимальність у межах дії уведених обмежень.

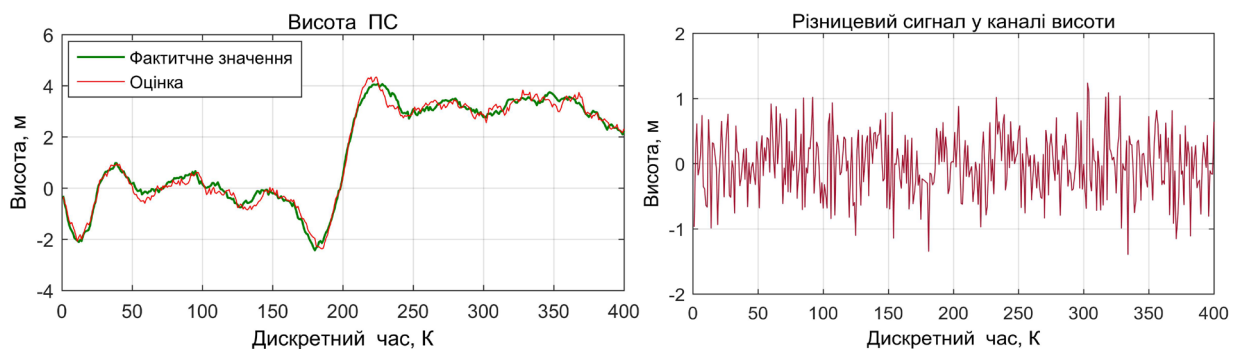


Рис.6.38. Результати оцінювання у каналі висоти

Суть обмежень полягала у тому, що корегувальна матриця $Q_{s1}(k)$ повинна залишатись невід'ємною означеною та симетричною протягом усього часу роботи фільтра, що гарантує збіжність процесу оцінювання. З практичної точки зору дотримуватись зазначених умов значно простіше ніж тих, що пропонувались у роботах [199,200,210,215].

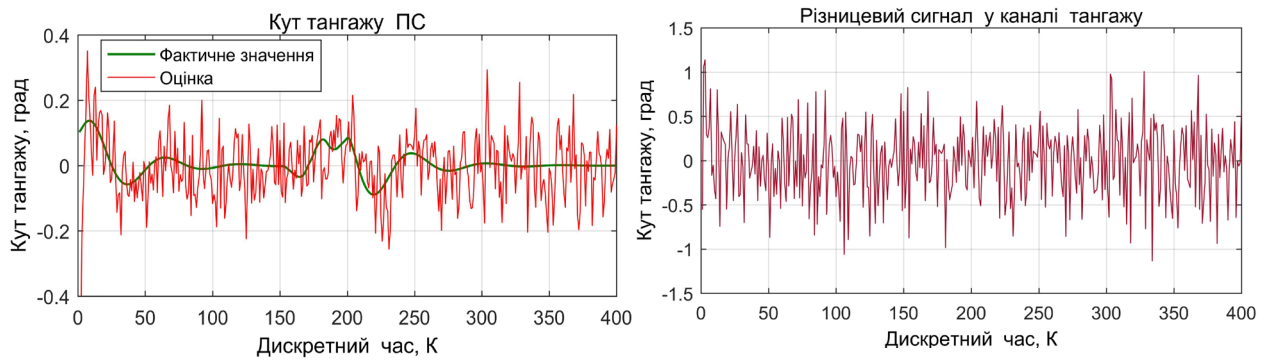


Рис. 6.39. Результати оцінювання у каналі кута тангажу

Слід зазначити, що доступність математичної моделі збурень надає можливість отримувати їх оцінки (рис. 6.40), незважаючи на те, що вони можуть і не становити практичного інтересу. Проте ці оцінки є обов'язковим атрибутом усіх фільтрів, заснованих на методах фільтрації за Калманом і відіграють, згідно виразів (5.123)–(5.124), суттєву роль у формуванні підсумкових оцінок вектора стану досліджуваної системи.

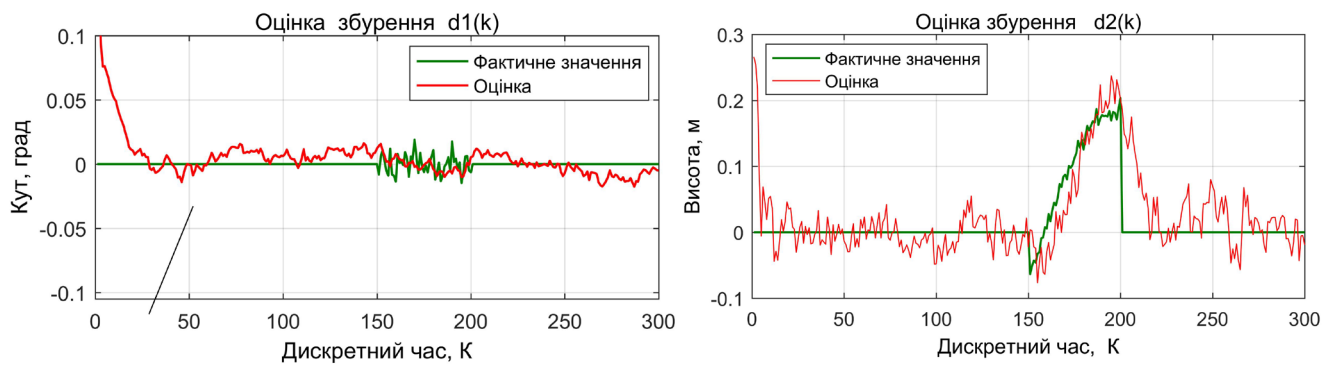


Рис.6.40. Результати оцінювання супутніх збурень

Зміна висоти при вирівнюванні за умови дії збурень $d(k)$ та використанні модифікованого фільтра Фрідланда формує профіль польоту ПС у вертикальній площині і має вигляд, показаний на рис. 6.41.

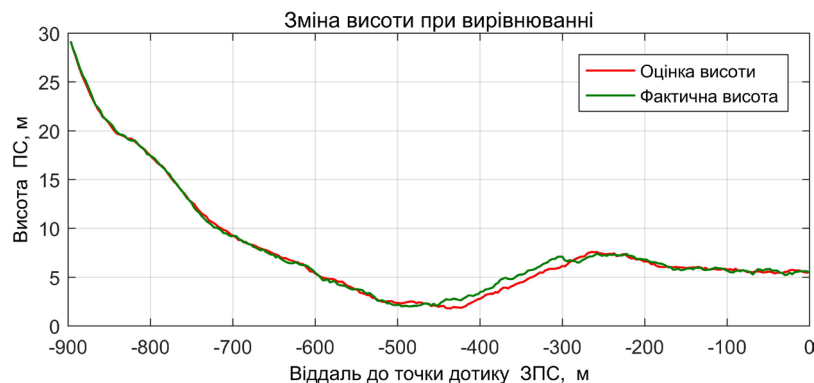


Рис. 6.41. Профіль польоту ПС у вертикальній площині за умови використання МФФ

Порівнюючи рис. 6.34, 6.37 та 6.41 можна бачити, що стандартний фільтр Калмана не здатен відокремити різницевий сигнал від впливу супутніх збурень і у цьому сенсі не є еквівалентним діагностичному фільтру. Фільтр Калмана з невизначеним входом (МФК) при мінімумі апріорної інформації вирішує проблему декомпозиції лише частково, а МФФ – у повному об’ємі, проте потребує високоякісної моделі системи та додаткової апріорної інформації щодо супутніх збурень і несправностей. У разі її відсутності можна скористатись робастним варіантом побудови розщеплення розширеного фільтра Калмана, результати моделювання якого представлені у підрозділі 6.7.3.

6.7.3 Робастні оцінки несправностей та вектора стану системи на фоні шумів і збурень з невизначеною структурою [201]

У цьому підрозділі наводяться результати моделювання структури розщепленого фільтра Калмана, яка виявляє ознаки стійкості роздільних оцінок вектора стану системи та супутніх несправностей щодо збурень, структура яких невідома. Спочатку розглядається спрощений варіант моделі (5.131)–(5.132), у якому несправності та збурення мають місце лише у підсистемі «об’єкт–регулятор», тобто $F(k) = D(k) = \mathbf{0}$, а результати моделювання узагальненого варіанту будуть представленими у фінальній частині підрозділу. Отже, спрощена модель системи має вигляд:

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k) + \Gamma(k+1, k)u(k) + \Psi(k+1, k)f(k) + \Omega(k+1, k)d(k) + w_s(k), \quad (6.37)$$

$$y(k) = H(k)s(k) + v(k). \quad (6.38)$$

Системні матриці $\Sigma, \Gamma, \Omega, H$ за змістом співпадають з тими, що розглядалися у підрозділі 6.7.2. Новими елементами є вектор несправностей $f(k) \in \mathcal{R}^p$ та матриця їх розподілу $\Psi(k+1, k)$. Порядок синтезу та об’єм апріорних даних регламентуються зведеною таблицею 5.3, а дотримання рангових критеріїв (6.39) гарантує фізичну реалізацію процесу декомпозиції.

$$\text{rank}[H(k)\Omega(k, k-1)] = \text{rank}[\Omega(k, k-1)]; \quad \text{rank}[H(k)\Psi(k, k-1)] = \text{rank}[\Psi(k, k-1)] \quad (6.39)$$

За структурою підсумковий робастний фільтр розщепленого типу подібний тій, яка зображена на рис. 5.2. Надалі будемо вважати, що джерелом збурень є зміни швидкості $V_0 + \Delta V$ ПС під впливом вітру, а нестабільність коефіцієнта демпфірування $\xi_0 + \Delta \xi$ віднесемо до фактору несправностей. Методика визначення складової $\Psi(k+1, k) f(k)$ співпадала з тією, що використовувалась у підрозділі 6.7.2 для визначення збурень $\Omega(k+1, k) d(k)$. Вектори збурень та несправностей формувалися у відповідності до виразів

$$d(k) = \begin{cases} 0.0; & k \leq 150; \\ 16 \cdot \sin(0.2 \cdot \pi \cdot k \cdot \Delta T); & 100 < k \leq 150; \\ 0.0; & k > 200; \end{cases} \quad f(k) = \begin{cases} 0.0; & k \leq 200; \\ 30; & 200 < k \leq 250; \\ 0.0; & k > 200; \end{cases}$$

а матриці розподілу несправностей та збурень приймалися такими:

$$\Psi(k+1, k) = [0 \ 0 \ 0 \ -0.01]^T; \quad \Omega(k+1, k) = [0 \ 1.0 \ 0 \ 0]^T.$$

Результати моделювання представлені низкою рисунків 6.42–6.46. Так на рис. 6.42а показана реакція номінальної моделі (6.37)–(6.38) на початкові умови $s(0) = [0.0; -2.44; 0.1; 0.01]^T$, а рис. 6.42б ілюструє формат супутніх збурень та несправностей.

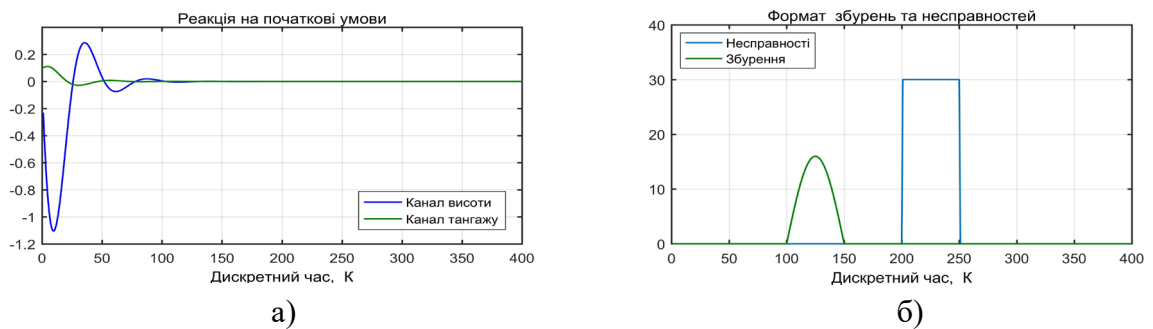


Рис. 6.42. Результати моделювання номінального режиму роботи

На рис. 6.43 показані лише підсумкові оцінки висоти $s_1^*(k/k)$ та кута тангажу $s_3^*(k/k)$, які були сформовані розщепленою структурою. Несправності та збурення оцінювались спеціалізованими розділеними фільтрами (див. рис. 6.44). Навіть візуально неважко помітити, що усі вищезгадані оцінки, у межах прийнятної точності (див. табл. 6.1), збігаються з фактичними значеннями оцінюваних параметрів. На рис. 6.45 показані різницеві сигнали у каналах висоти $s_1^*(k/k)$, $s_2^*(k/k)$ та кута тангажу $s_3^*(k/k)$, $s_4^*(k/k)$

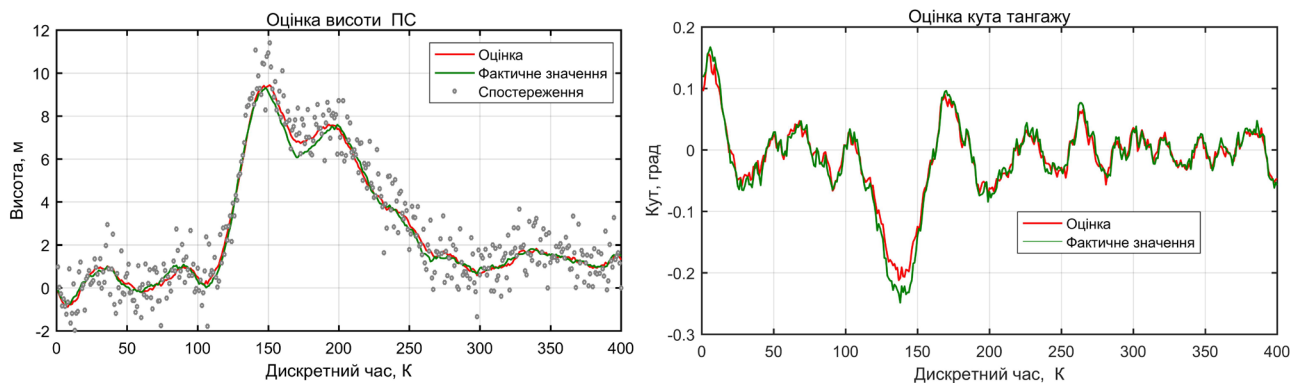


Рис. 6.43. Підсумкові оцінки параметрів посадкової траєкторії

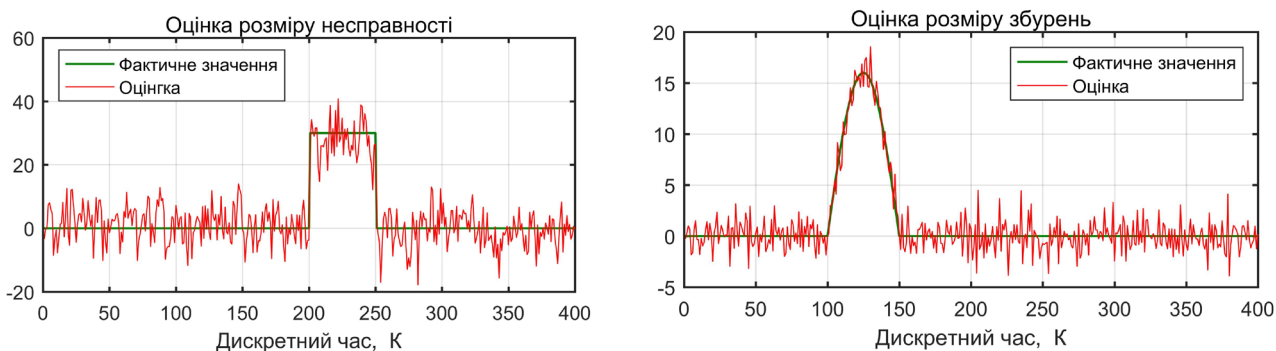


Рис.6.44. Розщеплені оцінки дестабілізуючих факторів

Таблиця 6.1

Точність оцінювання параметрів посадкової траєкторії

Оцінюваний параметр	$s_1^* (k/k)$	$s_2^* (k/k)$	$s_3^* (k/k)$	$s_4^* (k/k)$	$d^* (k/k)$	$f_4^* (k/k)$
Середньоквадратичне значення похибки	0,215	0,011	$6,88 \cdot 10^{-3}$	$0,93 \cdot 10^{-3}$	1,36	5,74

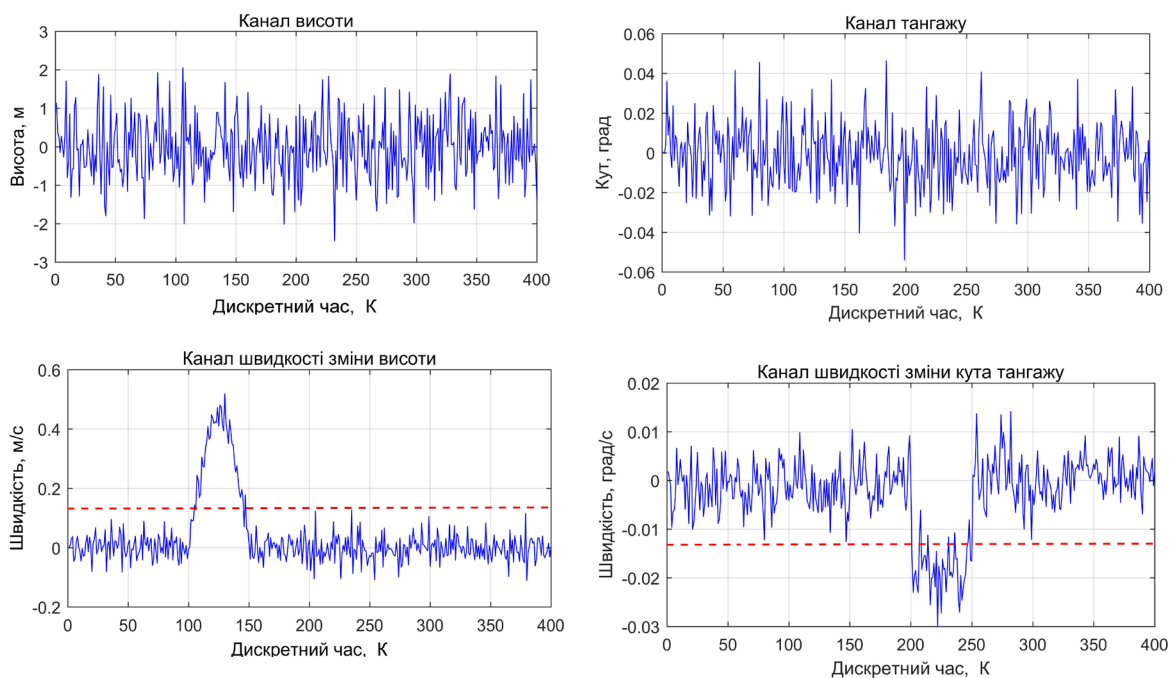


Рис.6.45. Формат різницевих сигналів

Оскільки розмірність вектора спостережень дорівнює чотирьом, а число де-стабілізуючих факторів лише – два, то верхні два канали (див. рис. 6.45) є резервними і незадіяними, а їх різницеві сигнали є шумоподібними, а отже і відділеними від впливу збурень та несправностей. Нижні два канали реагують на збурення та несправності роздільно. Якщо у цих каналах виставити, відповідним чином вибрані пороги, які на рис. 6.45 показані лише умовно, то можна вирішувати задачу виявлення несправностей або (і) збурень. Оцінки висоти ПС у процесі вирівнювання за умови дії несправностей $f(k)$ та збурень $d(k)$ формують профіль польоту ПС у вертикальній площині, вигляд якого показаний на рис. 6.46. Неважко помітити, що усі зміни висоти, у тому числі й непередбачувані, відстежуються оперативно.

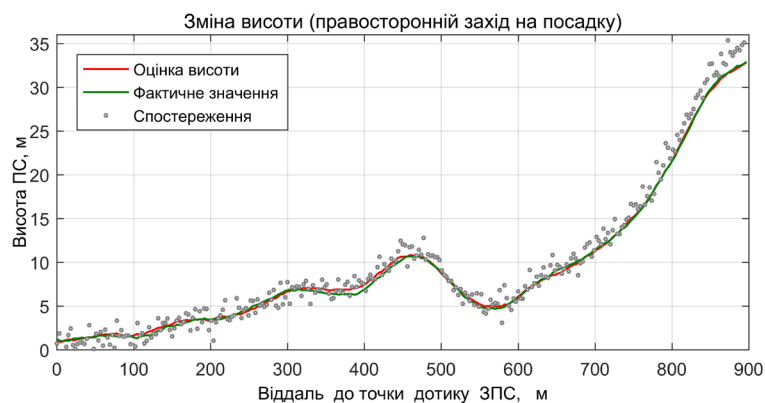


Рис. 6.46. Профіль польоту ПС у вертикальній площині за умови використання МФФ

Розширені оцінки параметрів посадкової траєкторії [202]. У фінальній частині цього підрозділу наводяться результати моделювання фільтра з підвищеною стійкістю до збурень невідомої структури, який здатен роздільно оцінювати як стан системи, так і несправність, що виникла у ній. Синтезований фільтр є оптимальним у сенсі формування асимптотично незміщених оцінок з мінімальною узагальненою дисперсією за умови, що матриці розподілу несправностей є матрицями повного рангу. У зв'язку з цим, будемо вважати, що модель системи з супутніми несправностями та збуреннями описується рівняннями:

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + \Gamma(k+1,k)u(k) + \Psi(k+1,k)f(k) + \Omega(k+1,k)d(k) + w(k); \quad (6.40)$$

$$y(k) = H(k)s(k) + F(k)f(k) + v(k). \quad (6.41)$$

Системні матриці $\Sigma, \Gamma, \Psi, \Omega, H$ за змістом співпадають з тими, що розглядалися у першій частині цього підрозділу. З огляду на рівняння (6.40)–(6.41) можна помітити, що несправності одночасно впливають, як на стан системи, так і на вихідні змінні, а збурення – лише на змінні стану, тобто новими елементами є наявність несправностей у каналі спостережень та обмаль апріорної інформації щодо їх структури. Окрім того передбачається, що при дії збурень та несправностей досліджувана система залишається у рамках керованості та спостережуваності за Калманом. Це означає, що пара $[H(k), \Sigma(k+1, k)]$ є спостережуваною, а пара $[\Gamma(k), \Sigma(k+1, k)]$ – керованою. Окрім того, вважається що $n > m \geq p + q$; $\text{rank}[F(k)] = p$; $\text{rank}[H(k)\Omega(k, k-1)] = \text{rank}[\Omega(k, k-1)] = q$.

Маючи на увазі характер дії уведених обмежень та опираючись на фундаментальність результатів роботи [200], можна стверджувати, що виконуються умови розділення результуючого фільтра на дві складові. Перша з них оцінює вектор стану системи, ігноруючи при цьому вплив збурень, а друга за таких же умов, оцінює лише несправності. За заданої структури розщепленого фільтра задача синтезу зводиться до вибору таких значень матриць передачі розділених фільтрів $K_s(k) \in \mathcal{R}^{n \times m}$ та $K_f(k) \in \mathcal{R}^{p \times m}$, які б відповідали вибраним критеріям якості, а саме відсутності зсувів у отриманих оцінках

$$\mathcal{M}\{\tilde{s}(k)\} \triangleq \mathcal{M}\{s(k) - \hat{s}(k/k)\} = 0; \quad \mathcal{M}\{\tilde{f}(k)\} \triangleq \mathcal{M}\{[f(k) - \hat{f}(k/k)]\} = 0,$$

та мінімальності сліду коваріаційної матриці похибок оцінювання

$$\min \text{tr} \mathcal{M}\{\tilde{s}(k)\tilde{s}^T(k)\} = \min \text{tr}[P_s(k/k)]; \quad \min \text{tr} \mathcal{M}\{\tilde{f}(k)\tilde{f}^T(k)\} = \min \text{tr}[P_f(k/k)].$$

Порядок синтезу та об'єм апріорних даних регламентуються зведеною таблицею 5.1, а дотримання уведених рангових обмежень гарантує фізичну реалізацію процесу декомпозиції за умови вибору певних значень матриць, пов'язаних з наявністю дестабілізуючих факторів:

$$\Psi = [1 \ 0 \ 0 \ 0.01]^T; \quad \Omega = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T; \quad F = [0.3 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.003]^T.$$

Результати оцінювання параметрів траєкторії показані на рис. 6.49.

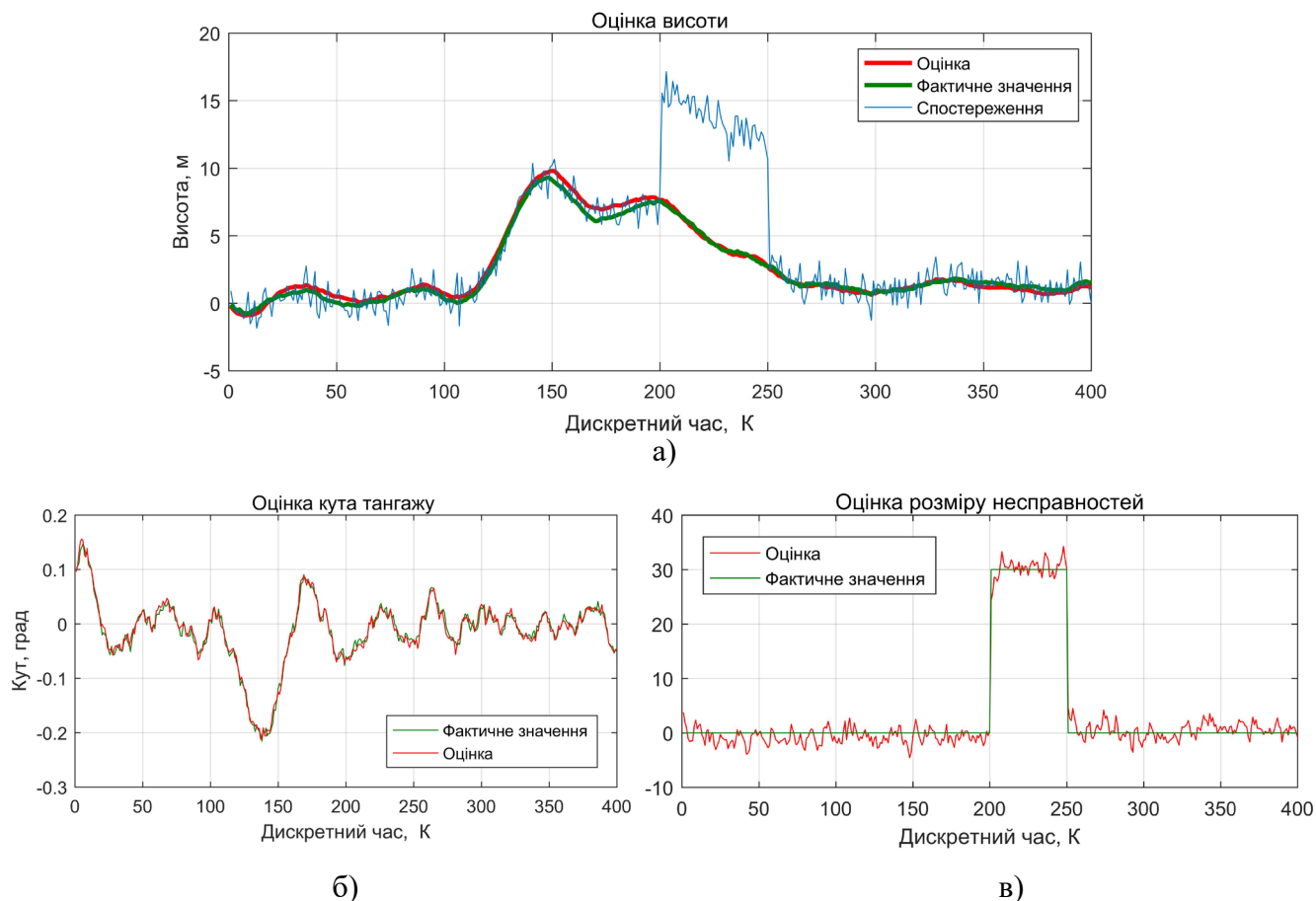


Рис. 6.47. Результати оцінювання параметрів посадкової траєкторії на етапі вирівнювання

Порівнюючи рис. 6.43 та рис. 6.47а можна помітити, що оцінки висоти у останньому випадку, збігаються до їх фактичних значень лише асимптотично, а вплив несправностей у каналі спостережень, що виникли на інтервалі $200 < k \leq 250$, компенсується за рахунок їх оцінювання згідно рис. 6. 47в. Це можна пояснити особливістю застосування базового елемента – фільтра Кітанідіса [200], заснованого на методі зважених найменших квадратів. Щодо оцінок кута тангажу та несправностей, то візуально розбіжностей з рис. 6.43, 6.44 не спостерігалось, проте вони мали місце у точності оцінювання (див. табл. 6.2).

Таблиця 6.2

Точність оцінювання параметрів посадкової траєкторії

Оцінюваний параметр	$s_1^* (k/k)$	$s_2^* (k/k)$	$s_3^* (k/k)$	$s_4^* (k/k)$	$f_4^* (k/k)$
Середньоквадратичне значення похибки	0,2565	0,0245	$7,685 \cdot 10^{-3}$	$3,879 \cdot 10^{-3}$	1,3974

Як і слід було очікувати оцінки усіх параметрів $s_1^*(k/k) - s_4^*(k/k)$, заснованих на методі найменших квадратів, поступаються у точності робастним оцінкам МФФ, заснованого на розщепленні розширеного фільтра Калмана, оскільки у першому випадку мінімізується лише слід коваріаційної матриці похибок оцінювання $P_s(k/k)$. Щодо точності оцінювання несправностей, то за результатами порівняння таблиць 6.1– 6.2 перевагу слід віддавати саме останній оцінці, оскільки вона опирається на додаткову інформацію з каналу спостережень згідно моделі (6.41). Формат різницевих сигналів представлений рис. 6.48.

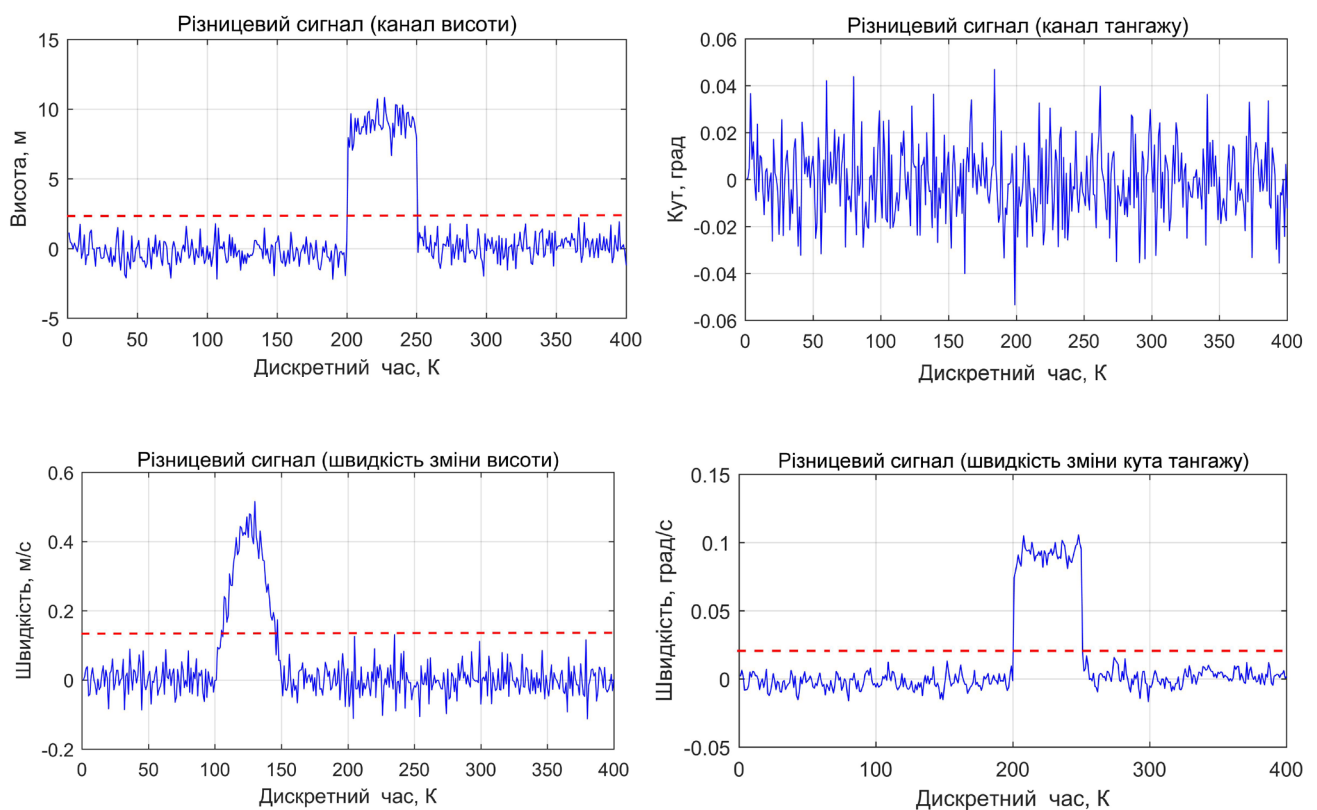


Рис.6.48. Формат різницевих сигналів

Оскільки число дестабілізуючих факторів у даному випадку три: несправність у каналі спостережень, збурення і несправність у підсистемі об'єкт–регулятор, а розмірність вектора спостережень – чотири, то залишився резервним і незадіяним лише один канал – правий зверху на рис. 6.48. Усі інші канали реагують на збурення та несправності окремо. Це дає змогу вирішувати задачу роздільного виявлення несправностей і збурень шляхом виставлення у цих каналах відповідним чином вибраних порогових рівнів. На рис. 6.48 вони показані лише умовно.

Оцінки висоти ПС за умови дії несправностей $f(k)$ та збурень $d(k)$ формують на етапі вирівнювання профіль польоту ПС у вертикальній площині, який має вигляд показаний на рис. 6.49.

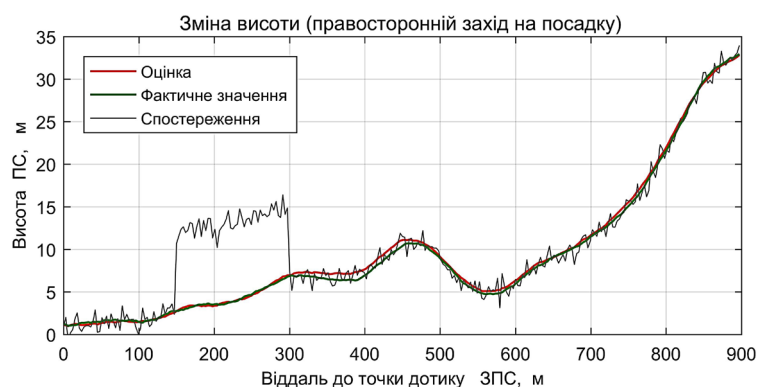


Рис. 6.49. Профіль польоту ПС у вертикальній площині за умови використання модифікованого фільтра Кітанідіса робастного типу

Слід зазначити, що усі зміни висоти обумовлені дестабілізуючими факторами у підсистемі об'єкт – регулятор відстежуються оперативно та з прийнятною точністю за рахунок уведення механізму компенсації, заснованому на додатковій інформації з каналу спостережень.

6.8 Аналіз показників стійкості кутомірної каналу до дестабілізуючих факторів за результатами стендових напівнатурних випробувань

Стендові напівнатурні випробування [11,281] носили комплексний характер і виконувались з наступною метою;

1. Перевірки припущення, що саме фазовий канал синхронізації бортової кутомірної системи є найбільш вразливим місцем посадкової системи сантиметрового діапазону щодо дії дестабілізуючих факторів у вигляді розладу підсилювачів проміжної частоти відносно її номінального значення, нестабільності порогів спрацьовування логарифмічного каскаду ППЧ, рівня хаотично імпульсних перешкод та відношень сигнал/шум на вході радіоприймального тракту. Саме завдяки цьому фазовий канал синхронізації можна відносити до найбільш ймовірних джерел порушення працездатності бортового кутомірної каналу посадкової системи.

2. Збору статистичних даних щодо ймовірностей втрати працездатності кутомірною підсистемою унаслідок пропусків або хибного декодування основного

синхросигналу посадкової системи у вигляді п'яти розрядного коду Баркера, неправильної ідентифікації кутової функції у форматі сигналу, збої у роботі у схемах первинної обробки кутової інформації та тощо. Отримані дані були покладені у основу апіорної інформації, необхідної для коректної роботи алгоритмів фільтрації, нечутливих до дії аномальних похибок у результатах спостережень [11].

3. Перевірки адекватності математичної моделі каналу спостережень, що не виключає наявність результатів вимірювань різної точності включно з аномальними.

4. Перевірки якості роботи схеми тестування кутових даних на достовірність, сутність якої полягає у тому, що ймовірність хибних відліків кутових координат можна зробити близькою до нульової, але за рахунок збільшення ймовірності пропусків окремих результатів спостережень.

5. Оцінки ефективності запропонованих алгоритмів дискретної фільтрації з підвищеною стійкістю до аномальних викидів у каналі спостережень та їх практичної доцільності.

Відповідно до рис. 6.50, основу комплексу напівнатурного експерименту складають імітатор кутових сигналів та завад, блоки реальної апаратури поєднані з керуючою ЕОМ, що повинна працювати у масштабі реального часу.

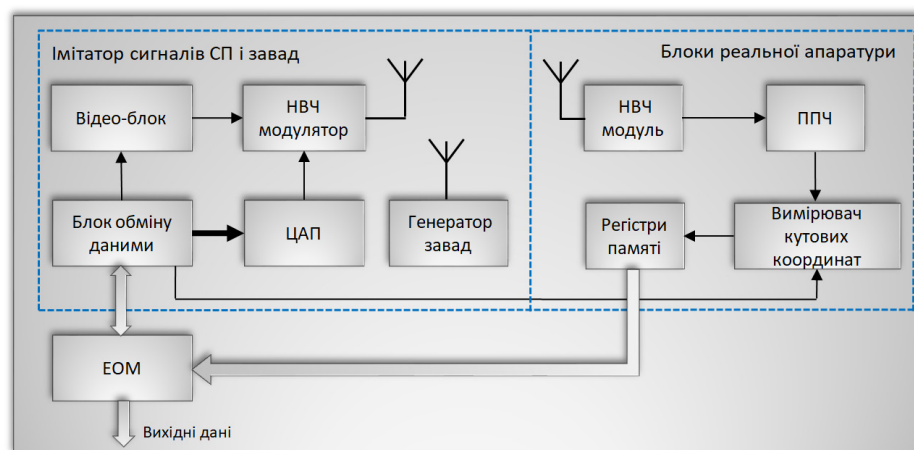


Рис. 6.50. Структура комплексу напівнатурного експерименту

До задач, які розв'язувала ЕОМ відносились: побудова реалістичних траєкторій повітряних суден, виконання кодів запропонованих алгоритмів дискретної

фільтрації, обчислення та статистична обробка похибок спостережень, побудова гістограм у фоновому режимі та інші сервісні функції.

Згідно рис. 6.51 у структурі імітатора кутових сигналів та завад можна виділити наступні блоки:

- синхронізатор, який формує усі тактові частоти для інших блоків реальної апаратури та визначає послідовність розташування у часі кутових функцій відповідно до заданого формату сигналу;
- блок формування сигналу преамбули у системі ФАПЧ, сигналів придушення бокових пелюсток у діаграмах спрямованості антенних пристроїв, виступає у ролі відеомодулятора та генератора обвідних кутових сигналів;
- координатний блок імітує рух ПС та його кутове положення;
- генератор сигналів обміну організує взаємодію керуючої ЕОМ з пристроями первинних вимірювань кутових координат та власне самим імітатором.

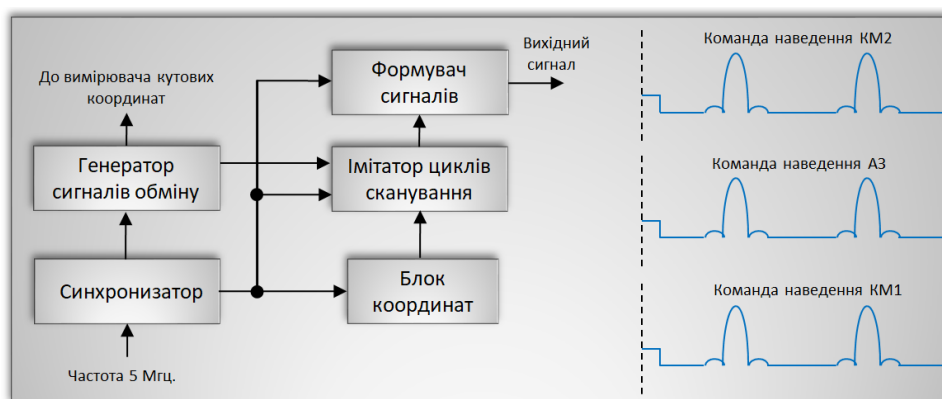


Рис. 6. 51. Структура імітатора сигналів посадкової системи :

У якості зразка бортового радіовимірювального тракту використовувався лабораторний макет, структура якого подана рис. 6.52. У цій структурі можна виділити дві основні частини: високочастотну, де здійснюється перетворення першої проміжної частоти у другу – 23.01 МГц, виконується основне підсилення прийнятих сигналів, здійснюється фазове та амплітудне детектування та низькочастотну, де реалізуються алгоритми обробки сигналів азимуту та кутів місця ПС та здійснюється внутрішній контроль працездатності кутомірного каналу. Більш докладну інформацію про особливості роботи вищезазначених структур та специфіку їх взаємодії можна знайти у монографії автора [11].

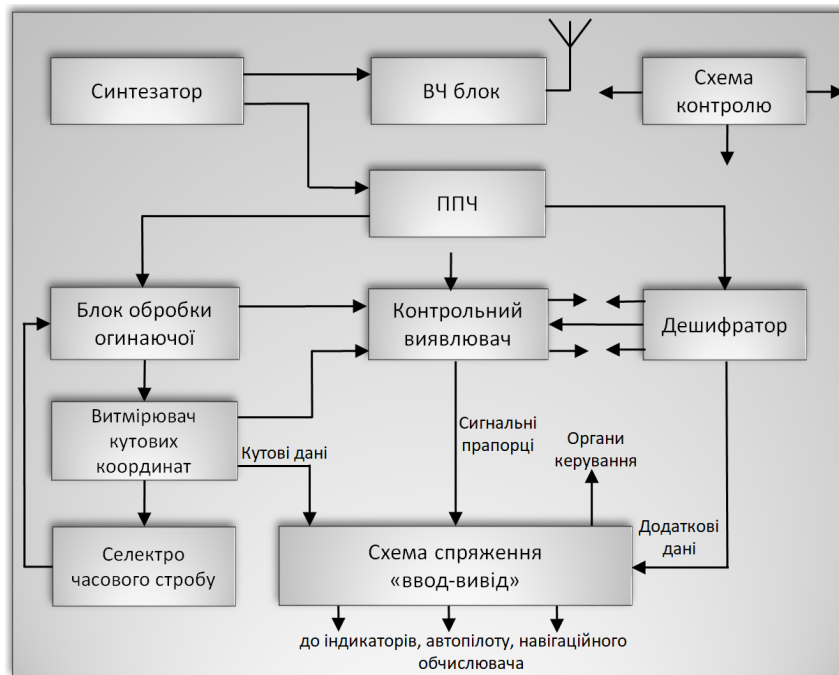


Рис. 6.52. Структура бортового радіовимірювального тракту

Конструктивно блоки реальної апаратури були поєднані у вигляді стенду, зовнішній вигляд якого показаний на рис. В.1 додатку В.

Надалі напівнатурний експеримент проводився з фазовим каналом синхронізації бортової кутомірної підсистеми, до складу якого увійшли система фазового підстроювання частоти (ФАПЧ), схеми декодування основного синхросигналу бортової підсистеми вимірювань кутових координат та пристрої розпізнавання коду виконуваної кутової функції. Мета експерименту полягала у зборі статистичних даних щодо ймовірностей втрати працездатності каналом синхронізації в залежності від рівня нестабільності другої проміжної частоти, нестабільності порогу спрацьовування логарифмічного каскаду ППЧ та відношення сигнал/шум на вході радіоприймального тракту. Процедура перевірки правильності роботи каналу синхронізації зводилась до фіксації попадань декодованого коду основного синхросигналу та кодів розпізнавання поточної виконуваної кутової функції до спеціально сформованого стробу тривалістю 66.6 мкс, що відповідало точності процесу декодування у ± 0.5 біта. Результати експерименту оброблялись керуючою ЕОМ за об'єму вибірки, який складав одну тисячу відліків. Контроль за відношенням С/Ш на вході ППЧ другої проміжної частоти 23, 01 МГц здійснювався у ме-

жах 0–30 дБ за допомогою широкосмугового підсилювача, настроєного на частоту 23.01 МГц зі смугою пропускання у 3 МГц. Ефективне значення напруги вимірювалось за допомогою відповідного вольтметра та широкосмугового осцилографу. Зміні відношення С/Ш здійснювалась за допомогою високоточного калібрувального атенюатора. Середньоквадратичне значення шуму на виході широкосмугових пристроїв розраховувалось за спрощеною формулою $\sigma^2_o \approx K^2_0 N_0 \Delta F_{\dot{\alpha}o}$. Результати виконаного експерименту представлені на рис. 6.53–6.55.

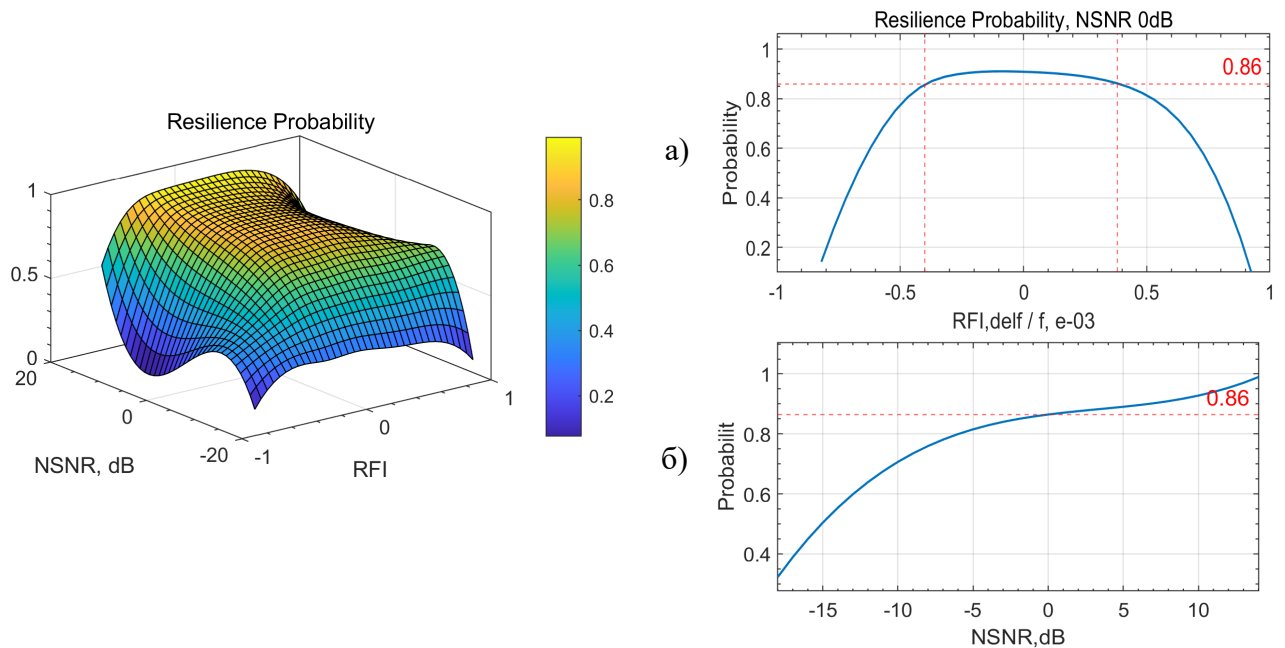


Рис. 6.53. Ймовірність безвідмовної роботи кутомірному каналу (ефективність каналу синхронізації) в залежності від: а) – рівня не стабільності проміжної частоти; б) – нормованого відношення сигнал/шум

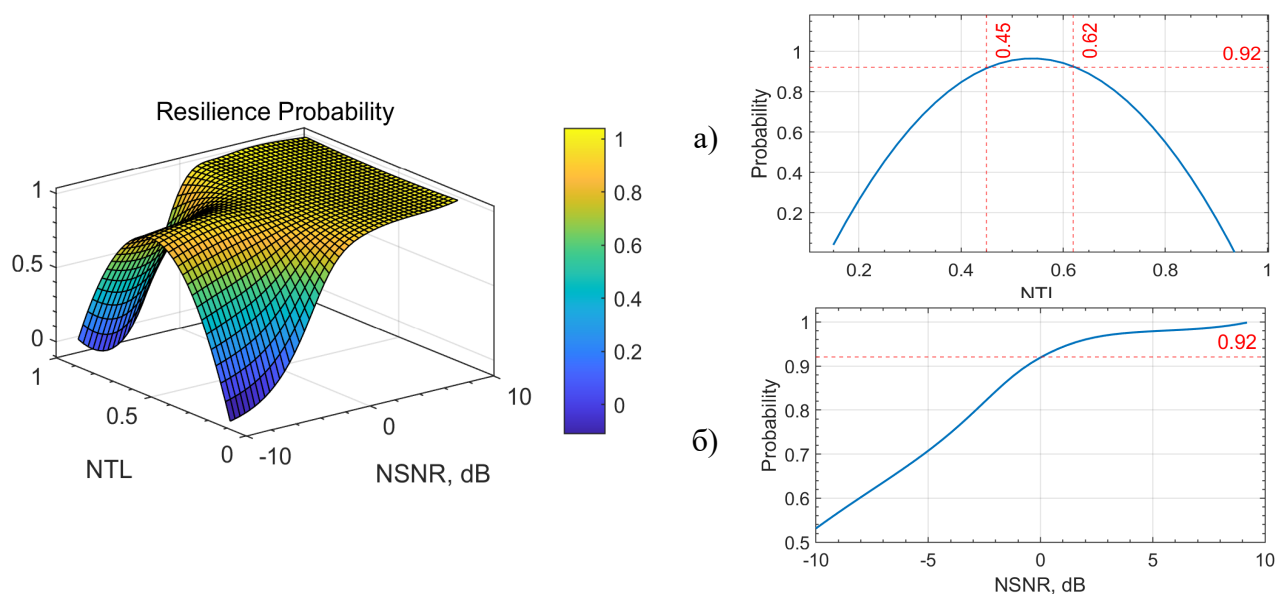


Рис. 6.54. Ймовірність безвідмовної роботи кутомірному каналу (ефективність декодування опорного сигналу) в залежності від: а) – порогового рівня визначеності; б) – нормованого відношення сигнал/шум

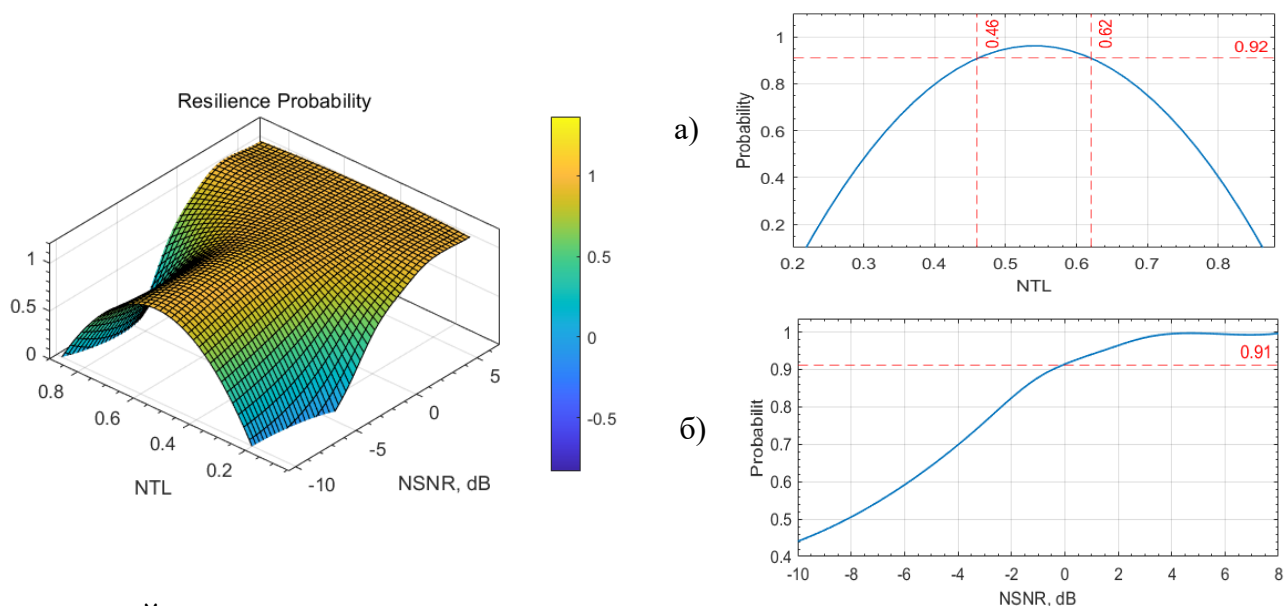


Рис. 6.55. Ймовірність безвідмовної роботи кутомірного каналу (ефективність розпізнавання кутової функції) в залежності від: а) – порогового рівня визначеності; б) – нормованого відношення сигнал/шум

За результатами стендових випробовувань (рис. 6.53–6.55) підтверджені висунуті припущення пов'язані з надійністю функціонування кутомірного каналу, виявлені потенційні проблеми, що вимагають додаткового аналізу та коректування. Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити наступні висновки:

1. На стабільність роботи кутомірного каналу найбільший вплив здійснює фазовий канал синхронізації, за умов відносної нестабільності проміжної частоти на рівні $\pm 0.4 \cdot 10^{-3}$ та нормалізованому відношенню сигнал/шум (NSNR) на рівні 0дБ ймовірність безвідмовної роботи складає значення не менше 0.86

2. Ефективність декодування опорного сигналу залежить від енергетичного співвідношень сигнал/шум у просторі траєкторної кривої, відносної нестабільності частоти та порогових рівнів визначеності схеми прийняття рішень, так за умов відносної частотної нестабільності та NSNR наведених вище та величин нормованих адаптивних порогів 0.45 – 0.62 ймовірність безвідмовної роботи перевищує значення 0.92.

3. Ймовірність хибних декодувань коду Баркера та коду розпізнавання кутової функції досягають мінімальних значень, коли величина нормованих порогів спрацьовування логарифмічного каскаду ППЧ знаходиться у межах 0.4–0.6. Використання оптимізованих значень порогів за умови нестабільності другої промі-

жної частоти на рівні $\pm 0.4 \cdot 10^{-3}$ при значенні нормалізованого відношення сигнал/шум не менших 0дБ може гарантувати до 90-92 процентів правильних декодувань коду Баркера та кодів розпізнавання виконуваних кутових функцій.

4. Отримані результати стали основою для формування необхідної апріорної інформації з метою корекції наслідків виявлених потенційних проблем шляхом застосування алгоритмів оптимальної та квазіоптимальної фільтрації з підвищеною стійкістю до дії несправностей у вигляді аномальних похибок каналу спостережень.

6.9 Висновки

Дослідження, що проводились у цьому розділі мали за мету наповнення фактичним матеріалом базових теоретичних положень розділів 3–5 на прикладі практичної значимої задачі – посадки повітряного судна за допомогою радіотехнічної системи сантиметрового діапазону. Зокрема:

- оцінки ефективності запропонованих методів оцінювання вектора стану посадкової системи за умови послаблення впливів несправностей, як у каналі спостережень так і у підсистемах об'єкта керування та їх доцільного використання у практичній діяльності;

- перевірки адекватності запропонованих математичних моделей несправностей у окремих підсистемах об'єкта керування, що допускають наявність спостережень різної точності включно з аномальними;

- збору статистичних даних щодо втрати працездатності кутомірної підсистеми унаслідок пропусків або хибних декодувань основних кутових функцій, закладених у форматі сигналу з наступним їх використанням у якості апріорних даних, необхідних для коректної роботи алгоритмів фільтрації підвищеної стійкості до дії аномальних похибок у каналах спостережень.

Основні результати отримані у цьому розділі зводяться до наступного:

1. Можливості сучасної авіації значною мірою визначаються точністю та надійністю розв'язку задач навігації, рівнем розвитку навігаційних засобів та систем, окрема, посадкових радіонавігаційних систем сантиметрового діапазону. Ра-

діонавігаційне обладнання, що встановлюється на ПС, набуло нову характерну якість у зв'язку з використанням бортових ЕОМ, здатних поєднувати різноманітні навігаційні вимірювачі у складі ПНК. У зв'язку з цим визначено місце посадкової системи у складі ПНК та показано, що її роль у більшості випадків може бути навіть визначальною.

2. На основі аналізу архітектури системи MLS та методу первинних вимірювань кутових координат ПС розглянуто повний варіант розгортання на місцевості посадкового обладнання різної комплектності. Зокрема, у тому разі коли злітно-посадкова смуга допускає посадку ПС з обох напрямків, автором у рамках регламентованих норм запропонований спосіб розгортання кутового обладнання на місцевості, який не погіршує тактико-технічні характеристики посадкової системи і в той же час сприяє розвантаженню диспетчерської служби аеропорту від надлишкової інформації, що висвітлюється на екранах індикаторних пристроїв. Пріоритетність методу та його новизна захищені відповідним патентом України [255]. Метод запроваджений у аеропорту «Гавришівка» м. Вінниці та пройшов випробування численними посадками літаків військово-транспортної авіації.

3. Виконаний аналіз потенційної точності первинних кутових вимірювань, що виконуються на борту ПС. Дана оцінка впливу флуктуаційних шумів та сукупності хаотично-імпульсних перешкод на точність бортових вимірювань. Запропонований спосіб покращення інструментальної точності вимірювань кутових координат на борту ПС, сутність якого полягає у поєднанні використання каналу прямого доступу до оперативної пам'яті мікро-ЕОМ з методом формування центра ваги кутових сигналів шляхом вагового осереднення сукупності відліків АЦП. Завдяки цьому за умови незмінної частоти масштабних імпульсів досягається майже трикратне підвищення інструментальної точності кутових вимірювань та зростає рівень технологічності запропонованого пристрою, оскільки введені елементи разом з бортовою мікро-ЕОМ передбачають можливість використання для розв'язку низки інших завдань. Технічна новизна пристрою та його пріоритетність захищені відповідним патентом України [264].

4. На основі аналізу формату сигналу посадкової системи розроблений алгоритм контролю достовірності посадкових даних, характерною рисою якого є зведення ймовірності хибних рішень практично до нуля, але за рахунок збільшення ймовірності пропусків окремих результатів спостережень.

5. Згідно регламентованих норм посадка ПС здійснюється шляхом виконання низки етапів у певній послідовності. Так протягом першої фази за допомогою відповідного радіообладнання, що вказує на необхідний курс, ПС приводиться до заданого аеропорту. Друга фаза починається коли ПС входить в контакт з променем глісадного радіомаяка. Дотримуючись напрямку, вказаного радіопроменем, пілот спрямовує ПС уздовж глісади планерування під кутом приблизно -3^0 до посадкової смуги. На висоті порядку 30 м починається фаза вирівнювання. У цій фазі дані від глісадного радіомаяка не використовуються через значний рівень електромагнітних перешкод, пов'язаних з впливом земної поверхні, а планерування під кутом -3^0 до посадкової смуги не відповідає вимогам комфортності та безпеки польоту. Тому у фінальній стадії процесу посадки, приймає участь пілот, скеровуючи літак у відповідності до візуального сприйняття злітно-посадкової смуги та показів автономних вимірювальних засобів, наприклад, радіовисотоміра. Проте у будь-якому разі, ефективне керування польотом ПС передбачає використання априорно заданої номінальної математичної моделі ПС як об'єкта керування. Окрім того, номінальна математична модель об'єкта керування є опорним елементом при побудові моделей динамічних систем, що зазнають впливу збурень або несправностей.

6. В задачах керування польотом ПС розглядається як тверде тіло, а його рух вважається складним, що містить поступальний рух центра мас та руху навколо центра мас. Кутовий рух ПС за певних умов можна розділити на повздовжній та боковий. При розгляді процесу посадки ПС на етапі планерування скористаємось припущеннями, що мають місце на практиці: кут нахилу глісади у -3^0 є достатньо малою величиною і дає підставу вважати, що повздовжній рух ПС цілком визначається відхиленням руля висоти δ_ϵ ; ручка сектору тяги протягом усього процесу вирівнювання утримується у положенні, що забезпечує постійну вели-

чину швидкості V . За таких умов керованість і стійкість ПС судна у вертикальній площині, в основному, визначається лінеаризованим рівнянням короткоперіодичних коливань у поздовжньому русі:

$$\frac{d^4 h(t)}{dt^4} + 2\xi_g \omega_g \frac{d^3 h(t)}{dt^3} + \omega_g^2 \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = K_g V \omega_g^2 \delta_a(t).$$

Уведення змінних стану вигляді $s_1 = h$; $s_2 = h'$; $s_3 = h''$; $s_4 = h'''$ дає змогу представити це рівняння у матричній формі:

$$\dot{s}(t) = \Sigma s(t) + \Gamma u(t); \quad y(t) = Hs(t),$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_g^2 & -2\xi_g \omega_g \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_g V \omega_g^2 \end{bmatrix}; \quad H = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0].$$

Аналіз результатів льотних випробовувань та експериментів з використанням пілотажних стендів показує, що пілот суб'єктивно оцінює ПС, як задовільний об'єкт керування у поздовжньому русі, коли параметри вищенаведеного рівняння знаходяться у певних межах, а саме: $V_0 = 260 - 280$ км/г; $\xi_g = 0.5 - 0.7$; $T_0 = 0.6 - 4$ с; $T_g = 1 - 3.5$ с; $K_g = 0.15 - 3$ с⁻¹. Згідно рекомендацій роботи [272, с.57–58] ці параметри були вибрані такими: $\xi_g = 0.6$; $T_0 = 3.5$ с; $T_g = 3.1$ с; $K_g = 1.8$ с⁻¹.

Оскільки розробленим у третьому розділі пристроям оцінювання притаманні якісні показники з залежністю від результатів поточних спостережень, а відповідні інформаційні потоки є стохастичними, то подальша методологія виконання досліджень, що опирається на метод Монте-Карло, була реалізована методами цифрового статистичного моделювання. Для цього базова модель була доповнена стохастичними складовими та приведена до різницевої форми:

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k) + \Gamma(k+1, k)u(k) + B(k+1, k)w(k);$$

$$y(k) = H(k)s(k) + v(k).$$

З урахуванням інтервалу дискретизації, який визначається частотою оновлення посадкових даних у 40,5 Гц, та зробленого вибору параметрів ПС були отримані такі значення системних матриць:

$$\Sigma(k+1,k) = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0247 & 0.0003 & 0.0000 \\ 0 & 1.0000 & 0.0247 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0.9996 & 0.0244 \\ 0 & 0 & -0.0287 & 0.9732 \end{bmatrix}; \Gamma(k+1,k) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0002 \\ -0.0262 \\ -2.1086 \end{bmatrix}; \mathbf{B}(k+1,k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0024 \\ 0.1950 \end{bmatrix}.$$

7. Аналіз ефективності методів фільтрації з підвищеною стійкістю до порушень працездатності каналу спостережень виконувався для ділянки планування ПС з метою доповнення фактичними даними теоретичних результатів третього розділу. Це дозволило надати рекомендації, що стосуються вибору найбільш прийнятної за ефективністю структури пристрою обробки посадкових даних за критерієм «точність – достовірність – обчислювальні витрати».

До чинників несправностей кутомірного каналу посадкової системи відносились зриви синхронізації ФАПЧ у радіоприймальному тракті, дія хаотично-імпульсних перешкод, вплив внутрішньо-променевого відбиття сигналів радіомаяків, також не виключалась поява збоїв у роботі лічильників, що мали місце у схемах обробки результатів первинних кутових вимірювань. Як правило, дія зазначених чинників спричиняла випадкову втрату точності кутових радіовимірювань або вони супроводжувались появою аномальних викидів у окремих результатах спостережень. Імітаційне моделювання роботи пристроїв фільтрації підвищеної надійності виконувалось з використанням математичних моделей

$$\mathbf{s}(k+1) = \Sigma(k+1,k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{B}(k+1,k)\mathbf{w}(k); \mathbf{s}(0) = \mathbf{s}_0$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\varphi}(k)\mathbf{v}(k),$$

де непередбачувані втрати точності первинних спостережень враховувались значеннями послідовності $\boldsymbol{\varphi}(k)$, яка у кожному обчислювальному циклі приймала значення одиниця або N ($N \gg 1$) з ймовірностями $q_1(k)$ та $q_N(k)$ отриманими за результатами стендових випробовувань працездатності радіовимірювального тракту. Білі послідовності гаусового типу $\mathbf{w}(k)$, $\mathbf{v}(k)$ формувались за допомогою відповідних датчиків, що мали нульове середнє значення та апріорно задані коваріаційні матриці $\mathbf{Q}(k)$, $\mathbf{R}(k)$. У кожній реалізації значення вектора $\mathbf{s}(0)$ приймалось випадковим, а початкова оцінка $\hat{\mathbf{s}}^*(0/0)$ залишалась незмінною за весь час проведення обчислювального експерименту. На входи усіх досліджуваних пристроїв надходили однакові реалізації випадкових процесів $\mathbf{s}(k)$, $\mathbf{y}(k)$, $\boldsymbol{\varphi}(k)$. Ці заходи бу-

ли спрямовані на досягнення заданого рівня достовірності результатів статистичного моделювання, який вибирався зі стандартного ряду 0,9, 0,95, 0,99. У даному експерименті рівень достовірності задавався апріорно заданою величиною 0,95, а ширина довірчого інтервалу становила $\pm 20\%$. Виходячи з цих даних, за допомогою таблиць розподілу Стюдента розраховувався необхідний об'єм вибірки, який повинен бути не меншим п'ятдесяти. Ефективність роботи досліджуваних фільтрів оцінювалась шляхом порівняння коваріаційних матриць похибок оцінювання з відповідними якісними показниками стандартного фільтра Калмана, отриманими виключно за результатами вибіркового осереднення у відповідності до методу Монте–Карло. За результатами порівняльного аналізу досліджувані фільтри з підвищеним рівнем захисту від аномалій у радіовимірювальному тракті можна розташувати у такому ієрархічному порядку:

7.1. Процедура формування псевдобайєсових оцінок забезпечила найкращі показники якості з точки зору захисту від впливу аномалій у каналі спостережень, а виграш у точності оцінювання висоти порівняно з фільтром Калмана складає:

- у перехідному режимі (для $k = 0 \div 200$) близько двох порядків;
- в усталеному режимі для $k \geq 300$ величина виграшу сягає до 10–25 разів.

7.2. Адаптивний фільтр формує оцінки висоти, які на етапі самонавчання програють у точності псевдобайєсовим оцінкам приблизно удвічі, проте по закінченні цієї фази їх показники точності майже співпадають. Проте адаптивна схема фільтрації не вимагає апріорних даних щодо ймовірності появи аномалій, а лише передбачає рівномірність їх розподілу на інтервалі $[0,1]$. Однак, практична реалізація адаптивної схеми оцінювання потребує маже на порядок більших обчислювальних ресурсів. Основною причиною є апроксимація густини розподілу $\pi[q_i/Y_i^k]$ на інтервалі $[0,1]$ достатньою кількістю дискретних рівновіддалених точок, яка у даному випадку приймалась рівною п'ятдесяти. Окрім того, за результатами обчислювального експерименту встановлено, що через повільність процесу подолання апріорної невизначеності стосовно ймовірностей аномальних похибок, адаптивну процедуру фільтрації доцільно застосовувати у тих випадках, коли динаміка системи є значно повільнішою за динаміку зміни параметрів інфо-

рмативних інформаційних сигналів, а частота оновлення результатів спостережень відносно невисока.

7.3. Робастний фільтр укороченої структури лише за умови $\varphi_N(k) \gg 1$ здатен забезпечити якісні показники, що на 30–40% поступаються показникам якості псевдобайєсової структури. У перехідному режимі діапазон виграшу у точності по відношенню до фільтра Калмана сягає від 20 до 70 разів, а в усталеному режимі – до 20 разів.

7.4. Робастний фільтр селекторного типу за умови $\varphi_N(k) \gg 1$ здатен гарантувати виграш у точності оцінювання порівняно з фільтром Калмана приблизно у 12–15 разів незалежно від режиму роботи фільтра.

7.5. Робастний фільтр лінійного типу надає мінімально можливі можливості захисту від впливу аномалій лише у тій частині фільтраційного процесу, яка узгоджена з наявними апіорними даними. У перехідному режимі роботи маємо програвш точності порівняно з фільтром Калмана за рахунок наявності динамічних похибок, а в усталеному режимі через те, що його матриця передачі не відповідає критерію оптимальності, притаманному стандартному фільтру Калмана. Даний фільтр, у кращому випадку, може забезпечити виграш у точності порівняно з фільтром Калмана у межах від 2 до 2,5 разів.

7.6. Стандартний фільтр Калмана випадає з даного ряду, оскільки він розрахований на номінальна модель каналу спостережень, тобто завідомо справний канал спостережень. Внаслідок чого у даному фільтрі відсутній механізм захисту від впливу аномальних похибок. Саме тому фільтр Калмана стандартного типу слугував лише у якості порівняльного еталону.

Щодо обчислювального ресурсу необхідного для практичної реалізації запропонованих методів фільтрації підвищеної надійності, то їх можна, у першому наближенні, оцінювати числом виконуваних множень та додавань. Результати розрахунків представлені зведеною таблицею 6.1 і показують наступне:

– при обчисленнях матричних коефіцієнтів передачі у темпі реального часу усі фільтри підвищеної надійності, за винятком адаптивного, потребують приблизно однакового числа арифметичних операцій множення та додавання;

– робастний фільтр лінійного типу з попередніми обчисленнями матричного коефіцієнта передачі, що опираються на доступні апріорні дані, реалізується величезно просто з використанням лише рівнянь для поточної оцінки, і таким чином є найбільш економічним, а об'єм обчислювального ресурсу еквівалентний ресурсу стандартного фільтра Калмана;

– стосовно адаптивного фільтра, то його здатність до подолання апріорної невизначеності щодо ймовірностей появи аномалій безумовно являє собою сильну сторону такого фільтра, проте його головний недолік – повільна збіжність поточних оцінок ймовірності аномалій до їх фактичних значень обмежує сферу застосування системами з повільною динамікою та невисокою частотою оновлення результатів спостережень.

У підсумку поєднання результатів табл. 6.1 з номограмами виграшу у точності оцінювання за наявності аномалій у каналі спостережень дозволяє науково обґрунтовано надавати у руки проектувальника певний набір алгоритмів високонадійної фільтрації з урахуванням конкретних вимог для кожного, окремо взятого випадку.

8. Ідентифікація несправностей у підсистемах керування польотом ПС на найбільш відповідальному етапі – вирівнюванні також виконувалась з використанням номінальної математичної моделі ПС як об'єкта керування. Проте ця модель була адаптована до специфічних особливостей процесу вирівнювання і представлена у вигляді:

$$\mathcal{G}''(t) - \left[\frac{1 - 2\xi_g \omega_g T_0}{T_0} \right] \mathcal{G}'(t) + \left[\frac{1 - 2\xi_g \omega_g T_0 + (\omega_g T_0)^2}{T_0^2} \right] \mathcal{G}(t) - \left[\frac{1 - 2\xi_g \omega_g T_0 + (\omega_g T_0)^2}{VT_0^2} \right] h'(t) = K_g \omega_g^2 T_0 \delta_a(t).$$

Елементами вектора стану були вибрані висота, швидкість її зміни, кут тангажу та швидкість зміни кута тангажу. Такий варіант вибору вектора стану обумовлений тим, що на етапі вирівнювання посадка ПС здійснюється лише за допомогою автономного обладнання наприклад, радіовисотоміра та гіросенсорів. Тому бажано щоб усі змінні стану допускали можливість їх вимірювань, що у підсумку сприятиме зростанню точності процесу оцінювання. Матрична форма представленого рівняння має вигляд:

$$\dot{s}(t) = \Sigma s(t) + \Gamma u(t); \quad y(t) = Hs(t),$$

де

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & (-T_0^{-1}) & V_0 T_0^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & (V_0^{-1} T_0^{-2} - 2\xi_g \omega_g V_0^{-1} T_0^{-1} - \omega_g^2 V_0^{-1}) & (T_g^{-2} - 2\xi_g \omega_g T_g^{-1} - \omega_g^2) & (T_0^{-1} - 2\xi_g \omega_g) \end{bmatrix};$$

Γ – матриця керування розміром (4×1) , причому елемент $\Gamma_{41} = K_g \omega_g^2 T_0$, а інші дорівнюють нулю; $u(t) \triangleq \delta_e(t)$ – скалярний сигнал керування; $y(t)$ – вектор спостережень розмірності (4×1) ; H – матриця спостережень розміром (4×4) , яка має діагональний вигляд з одиницями на головній діагоналі, а інші елементи є нульовими.

9. Порівняльний аналіз роздільних властивостей фільтрів синтезованих у п'ятому розділі виконувався на основі аналізу різниці між фактичним виходом динамічного об'єкта та його оцінкою. Якщо ап'оріорні дані у вигляді математичної моделі адекватні досліджуваному об'єкту то різницевий сигнал дорівнює нулю або повільно коливається навколо нього, у протилежному разі усі невраховані зміни віддзеркалюються у різницевому сигналі. Вірогідними причинами таких змін є шуми, збурення та несправності. Шуми можна послабити за рахунок частотної фільтрації, оскільки їх частотний спектр лежить поза спектрів збурень та несправностей. Стосовно збурень та несправностей, то незважаючи що це різні процеси за фізичною суттю, їхні спектри перекриваються, а частотна фільтрація стає неефективною. У такому разі залишається єдиний шлях відокремлення сигналу несправностей від супутніх збурень – декомпозиція, тобто така попередня обробка різницевого сигналу, яка дозволить роз'єднати їх від сигналу збурень. У якості роз'єднувальних фільтрів використовувались модифікований фільтр Калмана з невизначеними входами, основою якого є топологія Кітанідіса, та МФФ. Моделювання роздільних властивостей перерахованих фільтрів виконувалось з використанням вищенаведеної моделі, збудженої шумами та збуреннями, дискретний еквівалент якої має вигляд:

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \Sigma(k+1, k) s(k) + \Gamma(k+1, k) u(k) + \Omega(k+1, k) d(k) + w_s(k); \\ y(k) &= H(k) s(k) + v(k), \end{aligned}$$

де матриця розподілу збурень $\Omega(k+1, k)$ формувалась за допомогою опорної номінальної моделі, а вектор збурень моделювався виразом

$$d^T(k) = \begin{cases} 0.0; & k \leq 150; \\ \left[1.0 + 0.1 \cdot \text{randn}; -0.01 - 0.01 \cdot \sin(0.4 \cdot k \cdot \Delta T) \right]^T; & 150 < k \leq 200; \\ 0.0; & k > 200. \end{cases}$$

Компоненти вектора стану $s(k)$ збурювались білими гаусовими шумами $w_s(k)$ з метою врахування впливу турбулентної складової вітру, а похибки спостережень імітувались уведенням білих гаусових шумів $v(k)$ некорельованих з $w_s(k)$.

Результати моделювання роботи фільтра Калмана показали його неспроможність усунути залежність отриманих оцінок від впливу несправностей. Наслідком є розбіжність процесу фільтрації, починаючи з моменту дії несправності ($k=150$), та неможливість розрізнення сигналу несправності на фоні шумів. З рис. 6.34 видно, що у даному випадку фактична висота не відстежується, а процес фільтрації на момент закінчення моделювання виконується з зафіксованою похибкою у 5 метрів. За попередніми оцінками, ця похибка може бути причиною зсуву точки дотику до ЗПС відносно розрахункового положення вправо приблизно на 250–300 м, що може породжувати нештатну ситуацію, пов'язану з виїздом ПС за межі ЗПС. Особливо це критично для тих аеропортів, у яких з тих чи інших причин, ЗПС має обмежену довжину.

Результати моделювання для МФК синтезованого за методикою викладеною у табл. 4.1 показують, що оцінка висоти прямує до її фактичного значення лише у асимптотичному розумінні. Це означатиме, що різницевий сигнал каналу висоти буде розв'язаним від неконтрольованих збурень не повною мірою, тобто має місце тільки часткова декомпозиція на інтервалі часу $150 < k < 300$. Надалі для $k > 300$ ситуація покращується, оскільки по мірі збіжності процесу оцінювання похибки прямують до нуля у середньоквадратичному сенсі, а різницевий сигнал здійснює коливання навколо нульового значення. Також, подібна ситуація, але у менш вираженій формі зберігається і у каналі тангажу. Щодо профілю польоту ПС у вертикальній площині, то зміна висоти при вирівнюванні за умови дії збурень $d(k)$

має вигляд, показаний на рис. 6.37, з якого неважно помітити, що МФК у цілому адекватно віддзеркалює фактичну зміну висоти, за винятком перехідного процесу на ділянці 1000 – 500 м, де має місце систематична похибка приблизно у 1-1,5 м. По мірі збіжності процесу оцінювання екіпаж ПС отримує об'єктивну оцінку фактичної висоти і здатен виконати маневр щодо зменшення сили тяги двигунів з метою дотримання регламентованої траєкторії зниження.

10. Заключна частина підрозділу 6.7 стосується результатів моделювання більш складної та практично значимої задачі функціональної діагностики – роздільному оцінюванні як несправностей, так і вектора стану системи за умови сукупної дії несправностей і збурень у каналі спостережень та у підсистемі «об'єкт–регулятор», з використанням розширених математичних моделей (5.131–5.132). У межах моделей цього класу досліджувались характеристики точності оцінок параметрів траєкторії ПС на етапі вирівнювання: висоти ПС, кута тангажу та швидкості їх зміни для двох різновидів робастних структур, побудованих на основі МФК та МФФ.

Варіант з використанням МФФ передбачав стандартну структуру каналу спостережень та розширену модель динаміки підсистеми «об'єкт–регулятор»:

$$y(k) = \mathbf{H}(k)s(k) + v(k),$$

$$s(k+1) = \mathbf{\Sigma}(k+1, k)s(k) + \mathbf{\Gamma}(k+1, k)u(k) + \mathbf{\Psi}(k+1, k)f(k) + \mathbf{\Omega}(k+1, k)d(k) + w_s(k).$$

Порядок синтезу та об'єм апріорних даних регламентувався таблицею 5.3. Дотримання уведених рангових обмежень гарантувало фізичну реалізацію процесу декомпозиції. Відповідно до концепції Фрідланда вектори несправностей $f(k)$ та збурень $d(k)$ були інтерпретовані у вигляді випадкових процесів загального типу

$$f(k+1) = f(k) + w_f(k); \quad d(k+1) = d(k) + w_d(k).$$

Суть синтезу полягала у розщепленні розширеного фільтра Калмана на три допоміжні структури–фільтри меншої розмірності, які у сукупності були б здатні задовільно апроксимувати, у певному розумінні, розширений фільтр Калмана. Результати моделювання представлені рисунками 6.42–6.46, де показано, що усі вищезгадані оцінки, у межах прийнятної точності (див. табл.6.1), збігаються з фактичними значеннями оцінюваних параметрів.

Варіант побудови робастного фільтра, функціональне ядро якого складає МФК, передбачав застосування обох моделей розширеного типу

$$y(k) = H(k)s(k) + F(k)f(k) + v(k);$$

$$s(k+1) = \Sigma(k+1,k)s(k) + \Gamma(k+1,k)u(k) + \Psi(k+1,k)f(k) + \Omega(k+1,k)d(k) + w_s(k).$$

З огляду на наведені рівняння можна помітити, що несправності одночасно впливають, як на стан системи, так і на вихідні змінні, а збурення – лише на змінні стану. Новими елементами є наявність несправностей у каналі спостережень та обмаль апріорної інформації щодо їх структури. По суті це означатиме, що вони є довільними функціями часу. Синтез робастного фільтра здійснювався за допомогою метода зважених найменших квадратів, а до процедури мінімізації долучались елементи варіаційного числення, зокрема метод векторних множників Лагранжа. Отримання незміщених оцінок визначались лемою 5.3.1, а на основі теорем 5.3.1 та 5.3.2 формувались оптимальні значень матриць передач розщеплених фільтрів. Результати моделювання представлені на рис. 6.47–6.49, з яких випливає, що усі зміни висоти обумовлені дестабілізуючими факторами у підсистемі об'єкт – регулятор відстежуються оперативно та з прийнятною точністю (див. табл.6.2) за рахунок уведення механізму компенсації, заснованому на додатковій інформації з каналу спостережень. Як і слід було очікувати оцінки параметрів $s_1^*(k/k) - s_4^*(k/k)$, заснованих на методі найменших квадратів, поступають у точності оцінкам МФФ, оскільки у першому випадку мінімізується лише слід коваріаційної матриці похибок фільтрації $P_s(k/k)$. Щодо точності оцінювання несправностей, то за результатами порівняння (див. табл. 6.3) перевагу слід віддавати саме оцінці найменших квадратів, оскільки вона опирається на додаткову інформацію, отриману з каналу спостережень згідно розширеної моделі каналу спостережень.

Таблиця 6.3

Точність оцінювання параметрів траєкторії робастними фільтрами (усталений режим)

Оцінюваний параметр		$s_1^*(k/k)$	$s_2^*(k/k)$	$s_3^*(k/k)$	$s_4^*(k/k)$	$f_4^*(k/k)$	$d^*(k/k)$
Середньо - квадратичне значення похибки	МФФ	0,215	0,011	$6,8 \cdot 10^{-3}$	$0,93 \cdot 10^{-3}$	5,74	1,36
	МФК	0,256	0,024	$7,68 \cdot 10^{-3}$	$3,87 \cdot 10^{-3}$	1,39	–

10. Стендові випробовування носили комплексний характер і виконувались з метою;

1. Перевірки припущення, що саме фазовий канал синхронізації бортової кутомірної підсистеми є найбільш вразливим місцем посадкової системи щодо дії дестабілізуючих факторів і його можна розглядати у якості ймовірного джерела порушень працездатності бортового обладнання.

2. Збору статистичних даних щодо ймовірностей безвідмовної роботи кутомірної підсистеми у разі пропусків або хибного декодування основного опорного сигналу посадкової системи у вигляді п'яти розрядного коду Баркера або неправильної ідентифікації кутової функції. Отримані дані склали основу апріорної інформації, необхідної для коректної роботи алгоритмів фільтрації, нечутливих до дії аномальних похибок у каналі спостережень.

3. Перевірки адекватності запропонованої моделі каналу спостережень, що не виключає наявності результатів вимірювань різної точності включно з аномальними та оцінки ефективності алгоритмів дискретної фільтрації підвищеної надійності, синтезованих на її основі.

За результатами стендових випробовувань підтверджені висунуті припущення пов'язані з надійністю функціонування кутомірного каналу, виявлені потенційні проблеми, що вимагають додаткового аналізу та коректування. Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити наступні висновки: на стабільність роботи кутомірного каналу найбільший вплив здійснює фазовий канал синхронізації, за умов відносної нестабільності проміжної частоти на рівні $\pm 0.4 \cdot 10^{-3}$ та нормалізованому відношенню сигнал/шум (NSNR) на рівні 0дБ ймовірність безвідмовної роботи дорівнює 0.86; ефективність декодування опорного сигналу залежить від енергетичного співвідношень сигнал/шум у просторі траєкторної кривої, відносної нестабільності частоти та порогових рівнів визначеності схеми прийняття рішень, так за умов відносної частотної нестабільності та NSNR наведених вище та величин нормованих адаптивних порогів 0.45 – 0.62 ймовірність безвідмовної роботи є не меншою за значення 0.92.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ТА ВИСНОВКИ

У представленій дисертаційній роботі розв'язана науково-технічна проблема, сутність якої полягає у розробці та реалізації на системній основі нових, вдосконаленні відомих методів, пристроїв та модельно-орієнтованих алгоритмів формування носіїв діагностичних ознак, які у поєднанні з використанням сучасних ІТ– технологій здатні забезпечити регламентовані показники безпеки польотів у режимі посадки ПС, що значною мірою визначаються точністю, надійністю та ефективністю радіонавігаційного обладнання посадкових систем за умови дії широкого спектру несправностей.

Основні результати теоретичних досліджень представленої дисертаційної роботи полягають у наступному:

1. У спрощеній та доступній формі викладені базові принципи побудови модельно-орієнтованих систем функціональної діагностики. Проблема виявлення та локалізації несправностей сформульована у найбільш загальному випадку на основі уведених означень та математичних моделей несправностей у динамічних системах.

2. Запропонована науково обґрунтована методологія, що базується на принципі формування залишкового різницевого сигналу, як основного джерела діагностичної інформації. Встановлено, що залишковий різницевий сигнал, сформований у вигляді різниці між фактичним виходом системи та його оцінкою, отриманою за допомогою заданої математичної моделі, повинен бути очищеним від супутнього фону: системних збурень, похибок моделювання, штучного заниження порядку моделі, впливу перешкод, шумів та тощо. Показано, що різноманітні системи функціональної діагностики можуть бути реалізованими шляхом відповідної обробки залишкового різницевого сигналу. Представлена узагальнена схема формувача (генератора) залишкового різницевого сигналу, з якої усі інші формати різницевого сигналу випливають, як окремі випадки. Розглянуті методи розв'язки (декомпозиції) різницевого сигналу щодо зазначених факторів. Коротко висвітле-

ні питання локалізації несправностей та способи формування векторного різницевого сигналу.

3. На основі порівняльного аналізу літературних джерел та результатів власних досліджень запропонована науково обґрунтована концепція синтезу пристроїв виявлення несправностей, їх локалізації та ідентифікації у лінійних динамічних системах, згідно якої переважна більшість прикладних задач такого типу може бути успішно розв'язаною у рамках теорій модельно-орієнтованих відновників О'Рейлі–Луенбергера та фільтра Калмана, що опираються на математичні моделі кількісного типу, при цьому інші відомі модельно-орієнтовані методи є окремими випадками цієї концепції, а існуючі альтернативні методи, як правило, не використовують вищезазначені моделі у якості джерела додаткової апріорної інформації.

4. У рамках запропонованої концепції виконано обґрунтування наукового підходу, згідно якого доцільно зосередитись не стільки на добре досліджених функціональних відновниках О'Рейлі–Луенбергера та фільтрах Калмана, скільки на їх реконфігурації, використовуючи останні у якості основного інструментарію для дослідження таких специфічних задач, як виявлення, локалізація та ідентифікація несправностей у лінійних динамічних системах реального часу. Це дозволило:

- з єдиних позицій розглядати як детермінований, так і стохастичний варіант задач виявлення несправностей, їх локалізацію та ідентифікацію у динамічних системах як у неперервного, так і дискретного часу;
- бути вільним від занадто обтяжливих обмежень, і у той же час відрізнитись високою оперативністю без потреби в установці додаткового обладнання.

5. Стисло розглянуті альтернативні методи виявлення несправностей та їх локалізації на основі апарату нечіткої логіки та якісних моделей. Окреслені перспективи комплексного використання різнорідних методів функціональної діагностики, що використовують усю доступну інформацію про контрольовану систему у вигляді аналітичних та евристичних баз даних.

6. Подальшого розвитку дістали теоретичні основи модельно-орієнтованих діагностичних відновників, порядок яких співпадає з порядком контрольованої системи. Синтез таких пристроїв виконувався методами теорії функціональних

відновників О'Рейллі – Луенбергера з залученням основних положень теорії керуваності та відновлюваності динамічних систем за Калманом. Дістали уточнення поняття не відновлюваних компонент вектора стану динамічної системи, сформовані критерії їх виявлення та ідентифікації. У основу розглянутих критеріїв покладено опис динамічної системи у канонічній формі відновлюваності.

7. Встановлено, що обчислення матриці відновлюваності у диференціальній формі може бути ефективним інструментом при дослідженні різноманітних задач відновлення повноформатного вектора стану динамічної системи, фільтрації сигналів, а також при синтезі систем оптимального керування, оскільки усі зазначені процедури використовують універсальний математичний інструмент – матричне рівняння Ріккати. В залежності від типу системи воно може бути презентовано у різних формах: алгебраїчній, диференціальній або різницевій.

8. Показано, що синтез оптимальних відновників у диференціальній або рекурентній формі за критерієм зважених найменших квадратів доцільніше виконувати за допомогою спрощеного методу інваріантного занурення Р. Беллмана. Встановлено, що структура оптимального пристрою відновлення не залежить від обраного критерію якості, оскільки оптимальні пристрої відновлення синтезовані на основі інших критеріїв якості: мінімізації байєсового ризику, мінімуму апостеріорної дисперсії, максимуму функції правдоподібності або апостеріорної ймовірності, мають аналогічну структуру. Відмінності проявляється лише у значеннях матричного коефіцієнта передачі, який визначаються обсягом доступних апріорних даних.

9. Запропонована модифікована структура пристрою відновлення повного порядку з невизначеними входами. Встановлені та доказані умови існування таких відновлювальних пристроїв. Порівняно з іншими методами проектування пристроїв відновлення з невизначеними входами умови їх існування нескладно перевіряти, оскільки вони опираються на метод розташування полюсів передатної функції замкненої системи, реалізований у пакеті моделювання MatLab. Проте, головною їх перевагою порівняно з відновниками Луенбергера заниженого порядку є залишок ступенів свободи у проектуванні, після того як умови роз'єднан-

ня оцінок виходів системи від невизначених збурень уже виконані. У такому разі ці залишки можна використовувати для поліпшення інших характеристик схем функціональної діагностики, зокрема у такий спосіб вирішувалась задача локалізації несправностей шляхом формування структурованих різницевих сигналів.

10. Запропонована строго аргументована математична модель сенсорної підсистеми, яка отримана шляхом реконструкції номінальної моделі каналу спостережень і здатна зберігати працездатність у широкому діапазоні співвідношень сигнал/шум у стандартному фільтрі Калмана та не виключає появу спостережень різної точності включно з аномальними. Наведені аргументи на користь її змістовності та універсальності.

11. Подальшого розвитку набули теоретичні основи синтезу пристроїв відновлення вектору стану лінійної динамічної системи, стійких щодо дії несправностей у каналі спостережень. Обґрунтована можливість отримання у рамках запропонованої моделі різноточного каналу спостережень та байєсового підходу оптимального пристрою відновлення повного порядку у вигляді банку модельно-умовних фільтрів Калмана, кожен з яких налаштований на відповідну реалізацію N – мірної параметричної послідовності гілчастого процесу, де N – число конкуруючих гіпотез. Встановлено, що для практичних цілей достатньо обмежитись 3–5 базовими гіпотезами. У тому разі, коли основний інтерес концентрується навколо впливу аномальних похибок на точність процесу відновлення вектора стану достатньо обмежитись двома гіпотезами, одна з яких стосується справності каналу спостережень – H_0 , а її альтернатива H_a – наявності аномальних похибок.

З метою подолання апріорної невизначеності щодо ймовірностей появи аномальних похибок у каналі спостережень запропонований адаптивний варіант побудови пристрою оцінювання псевдобайєсового типу, визначені межі його застосування, надані оцінки ефективності та супутніх обчислювальних витрат.

12. Подальшої розробки дістали методи синтезу квазіоптимальних фільтрів робастного типу, у яких ступінь захищеності від дії аномальних похибок залежить від кількості та якості доступної апріорної інформації, а реалізація відбувається

шляхом структурних або (та) алгоритмічних спрощень. Зокрема, у рамках розробленого підходу запропоновано:

12.1. Метод синтезу робастного фільтра, у якому завдяки структурним спрощенням та уведенню блоку корегування матричного коефіцієнта передачі з'явилась можливість у випадку появи несправностей у сенсорній підсистемі переводити його у режим екстраполяції, не використовуючи при цьому малодостовірні результати спостережень, а у випадку відсутності несправностей здійснити перехід у режим роботи звичайного фільтра Калмана. При цьому досягається майже двократна економія обчислювального ресурсу за рахунок допустимого погіршення точності порівняно з оцінками оптимального типу.

12.2. Метод синтезу робастного фільтра підвищеної швидкодії, у якому процедура обчислень апостеріорної ймовірності справного стану каналу спостережень замінена селекторною схемою, що працює за правилами бінарної логіки. Це виключило появу запізнь при формуванні сигналу керування матричним коефіцієнтом передачі, що актуально для об'єктів зі швидкою динамікою та високою частотою оновлення результатів спостережень.

12.3. Метод синтезу робастного пристрою відновлення лінійного типу, структура якого базується на розрахунках коваріаційної матриці похибок фільтрації лише на основі апріорних даних, що було досягнуто шляхом вилучення блоків обчислення апостеріорних ймовірностей та їх заміни апріорно відомими величинами та використанням лінійної залежності оцінок від результатів спостережень. Результатом уведених спрощень стало максимальне спрощення алгоритму відновлення з точки зору обчислювальних витрат зі збереженням мінімальних функціональних можливостей протидії несправностям у каналі спостережень.

13. Встановлено, що за відсутності апріорних даних щодо частоти появи несправностей застосування байєсової методології стає некоректним. У такому разі у руках проектувальника залишається єдиний інструмент – фільтр Калмана, налаштований на номінальний режим роботи об'єкта контролю. Проте, такий фільтр з часом стає занадто інерційним і мляво реагує на раптові зміни у результатах

спостережень. Показано, що одним із можливих шляхів вирішення цієї проблеми може бути застосування компенсаційних схем у вигляді:

- процедури примусового розширення смуги пропускання фільтра порівняно з оптимальною;

- уведення спеціальних фільтрів чутливих до несправностей, модифікованих стохастичних відновників Луенбергера або процедур декомпозиції розширеного фільтра Калмана за методом Фрідланда;

- використання елементів параметричної або (та) структурної адаптації, що передбачає застосування методів сукупного виявлення, оцінювання та ідентифікації, як параметрів системи, так і її структури у режимі реального часу.

Недоліки вищезазначених схем відзначались у низці робіт, зокрема у авторській монографії.

14. Подальшого розвитку набув метод сукупного виявлення та ідентифікації раптових змін у окремих складових вектора стану лінійної дискретної системи, у якому на відміну від відомих результатів, невідомими величинами є час появи несправностей та їх інтенсивність. До складу синтезованої структури входять система первинної обробки, що містить фільтр Калмана налаштований на режим роботи без несправностей та система вторинної обробки зі схемою виявлення несправностей на основі статистичного тесту, який використовує оцінки невідомих параметрів за критерієм максимуму узагальненого відношення правдоподібності. Показано, що з метою усунення «вторинних» наведених несправностей схема компенсації повинна повертатись у початковий стан після кожного спрацьовування схеми виявлення.

15. Запропоновано альтернативний метод виводу рівнянь для фільтра Калмана з статистично-невизначеними входами, який на відміну від відомих методів не опирається на теорему про ортогональну проекцію, а базується на означенні функціонального відновника у формі О'Рейлі – Луенбергера, що дає можливість у спрощений спосіб контролювати збіжність процесу фільтрації та його оптимальність.

16. Виявлена та з'ясована сутність протиріччя класичної декомпозиційної схеми Фрідланда, яке передбачає, що локальна оптимальність розщепленої структури гарантується лише за умови відсутності стохастичної складової у моделі динаміки несправності. Це обмеження не гарантує збіжності процесу відновлення. Наведені рекомендації щодо послаблення його дії.

17. Подальшого розвитку набув метод виявлення множинних несправностей у підсистемах об'єкта контролю та їх роздільного оцінювання у рамках геометричного підходу, який відрізняється від відомих запровадженням процедури примусової класифікації за допомогою спеціально утвореного індексу виявлення несправностей, функціонально зв'язаного з сигнатурою несправностей та розщепленням фільтраційного процесу на рівні різницевого сигналу з використанням двох апріорно заданих послідовностей, результатом чого є утворення модифікованого фільтра Калмана, який одночасно оцінює вектор стану системи, вектор прогнозованих на крок уперед спостережень та розмір виявлених несправностей. У підсумку це призводить до зменшення розмірності розв'язуваної задачі та економії обчислювальних ресурсів.

18. Вперше запропонована науково обґрунтована методологія синтезу локально-оптимального розщепленого фільтра Фрідланда, виходи якого еквівалентні виходам розширеного фільтра Калмана за умови дотримання певних обмежень. Зазначена методологія ґрунтується на приведенні коваріаційних матриць похибок фільтрації та екстраполяції розширеного фільтра Калмана до діагонального виду шляхом застосування двох матричних ортогональних перетворень спеціального типу, що дозволило встановити взаємозв'язок між ваговими коефіцієнтами, на основі яких будується підсумкова оцінка вектора стану. На відміну від відомих, приведена методологія відрізняється відмовою від принципу автономності складових розщепленого фільтра та охоплені їх системою перехресних зв'язків, введенням у блок екстраполяції основного фільтра додаткового корегувального входу, що скеровується виходом окремого фільтра, виключно орієнтованого на оцінку несправностей та використанням однокрокового зсуву часових шкал для розщеплених фільтрів.

19. У рамках розробленої методології, дістав обґрунтування метод синтезу локально – оптимального трьох каскадного фільтра розщепленого типу, який на відміну від відомих, дозволяє враховувати появу несправностей та збурень не тільки у підсистемі «об’єкт-регулятор», а і у підсистемі спостережень, що забезпечує можливість одночасно і роздільно оцінювати як вектор стану системи, так і вектори присутніх у системі несправностей та збурень.

20. Вперше запропоновано метод синтезу системи розщеплених фільтрів робастного типу, який базується на припущенні повної відсутності ймовірнісного опису системних несправностей та збурень і представленні їх довільними функціями часу, що дозволило подолати такі перепони на шляху практичної реалізації розробленого алгоритму, як надмірна складність та великий об’єм необхідної ап’рорної інформації. На відміну від відомих, запропонований метод передбачає заміну корегувальних входів у екстраполяторах фільтрів для роздільного оцінювання векторів стану та несправностей підсумковими оцінками, отриманими з попереднього обчислювального циклу та запровадженням у процедурах обчислення коваріаційних матриць похибок оцінювання векторів несправностей та збурень апарату псевдо інверсій Мура–Пенроуза, оскільки за рахунок уведених структурних спрощень коваріаційні матриці відповідних різницевих сигналів стали виродженими.

21. Розроблено метод отримання сукупно ефективних оцінок вектору стану та несправностей за наявності збурень з невизначеною структурою за критерієм, який гарантує відсутність зсуву у похибках оцінювання та мінімум сліду їх коваріаційних матриць, де на відміну від відомих результатів передбачається, що несправності одночасно впливають як на стан системи, так і на вихідні змінні, а збурення лише на змінні стану та не виключаються випадки, коли матриця розподілу несправностей може бути матрицею довільного рангу.

Практичне значення отриманих результатів. Основним, практично значимим, результатом виконаних дисертаційних досліджень є розробка методології наповнення основних теоретичних положень представленої роботи фактичним матеріалом, пов’язаним з процесом посадки сучасних повітряних суден за допо-

могою радіотехнічної системи сантиметрового діапазону. В рамках запропонованої методології результати стендових випробовувань та обчислювального експерименту за методом Монте–Карло виконувались з метою:

- обґрунтування адекватності запропонованих математичних моделей несправностей у окремих підсистемах об'єкта керування, що допускають наявність спостережень різної точності включно з аномальними;

- оцінки ефективності запропонованих методів оцінювання вектора стану посадкової системи за умови послаблення впливів несправностей, як у каналі спостережень так і у підсистемах об'єкта керування та їх доцільного використання у практичній діяльності за критерієм «точність – достовірність – обчислювальні витрати»;

- збору статистичних даних щодо втрати працездатності кутомірною підсистемою унаслідок хибних декодувань основних кутових функцій або їх пропусків в залежності від дії сукупності дестабілізуючих факторів та подальшим використанням отриманих статистичних даних у якості апріорних даних, необхідних для коректної роботи алгоритмів фільтрації підвищеної стійкості до дії несправностей у каналах спостережень.

Запровадження науково обґрунтованої методології дозволило отримати такі практично значимі результати, що опираються на особливості розроблених моделей, методів, пристроїв та реалізованих алгоритмів оцінювання:

1. Для випадку коли злітно-посадкова смуга допускає двосторонню посадку ПС у межах регламентованих норм запропоновано спосіб розгортання кутового обладнання на місцевості, що не погіршує тактико-технічні характеристики посадкової системи і в той же час сприяє майже двократному розвантаженню диспетчерської служби аеропорту від надлишкової інформації. Це дозволяє уникати грубих помилок за рахунок людського фактору та підвищує оперативність реагування обслуговуючого персоналу на випадок появи нештатних ситуацій. Новизна запропонованого способу захищена патентом України.

2. Розроблені математичні моделі динаміки ПС, як об'єкта керування. На відміну від відомих результатів вони враховують наявність несправностей у

окремих підсистемах системи керування польотом, а не тільки особливості режимів польоту на окремих ділянках посадкової траєкторії. На основі запропонованих моделей розроблені пакети програм для статистичного моделювання, що дозволило виконати порівняльний аналіз синтезованих пристроїв оцінювання за критерієм точність-достовірність-обчислювальна ефективність та ранжувати їх за вибраними ознаками у певному ієрархічному порядку.

3. Для ділянки планування ПС розроблено оптимальний пристрій оцінювання повного порядку з підвищеним ступенем захисту від аномальних похибок у каналі спостережень. Пристрій являє собою паралельно діючу структуру у вигляді банку зважених модельно-умовних оцінок, сформованих відповідними фільтрами Калмана. У якості вагових множників виступають апостеріорні ймовірності конкуруючих гіпотез. Показано, що для практичних потреб достатньо обмежитись 3–5 базовими гіпотезами. Синтезована процедура забезпечила найкращі показники якості з точки зору захисту від впливу аномалій у каналі спостережень, а виграш у точності оцінювання висоти порівняно з стандартним фільтром Калмана складає близько двох порядків у перехідному режимі і до 10–25 разів в усталеному. Проте, досягнуті показники потребують обчислювальних витрат, що у 2,3–2,5 рази перевищують витрати стандартного фільтра Калмана.

4. З метою подолання апріорної невизначеності щодо ймовірностей появ аномальних похибок у каналі спостережень запропонована адаптивна схема формування оцінок висоти, показники точності якої, по закінченні фази самонавчання, практично співпадають з точністю оптимальної процедури. Показано, що реалізація адаптивної схеми оцінювання потребує значних обчислювальних ресурсів. Встановлено, що через повільність процесу подолання апріорної невизначеності стосовно ймовірностей аномальних похибок, адаптивну процедуру фільтрації доцільно застосовувати у тих випадках, коли динаміка системи є значно повільнішою за динаміку зміни параметрів інформаційних сигналів, а частота оновлення результатів спостережень відносно невисока.

5. Розроблено робастний фільтр структурно-укороченого типу, у якому блок корегування матричного коефіцієнта передачі поєднаний зі схемами обчислення

апостеріорних ймовірностей конкуруючих гіпотез. За відсутності аномалій синтезований фільтр вироджується у звичайний фільтр Калмана, а у разі їх появи фільтр переходить у режим екстраполяції без використання результатів аномальних спостережень. За певних умов фільтр здатен забезпечити показники точності оцінювання, що на 30–50% поступають оптимальним. Однак по відношенню до фільтра Калмана діапазон виграшу у точності у перехідному режимі сягає від 20 до 70 разів, а в усталеному режимі – до 20 разів, а його обчислювальні витрати лише на 15-20 % перевищують витрати стандартного фільтра Калмана. Розроблений фільтр рекомендовано у якості простого та ефективного засобу захисту системи спостережень від широкого класу порушень працездатності.

6. Розроблено алгоритмічно спрощений швидкодіючий фільтр з підвищеним ступенем захисту від аномальних похибок у каналі спостережень, де процедура обчислень апостеріорної ймовірності замінена селекторною схемою, що працює за правилами бінарної логіки, а ширину селекторного імпульсу рекомендовано вибирати з ряду $\Sigma_1(\frac{k}{k-1})$; $2\Sigma_1(\frac{k}{k-1})$; $3\Sigma_1(\frac{k}{k-1})$. Визначено найбільш раціональний варіант $2\Sigma_1(\frac{k}{k-1})$, який забезпечує показники точністю майже у 10 -15 разів кращі за показники стандартного фільтра Калмана але поступається оптимальним значенням що найменше у 4 рази у перехідному та у 1.5–2 рази в усталеному режимах роботи.

7. Запропоновано робастний пристрій оцінювання лінійного типу, який надає мінімальні можливості захисту від впливу аномалій лише у тій частині фільтраційного процесу, яка узгоджена з наявними апріорними даними. Встановлено, що даний фільтр здатен забезпечити виграш у точності порівняно з фільтром Калмана у межах від 2 до 2, 5 разів за винятком перехідного режиму роботи, де програв у точності досягає до 1.5–2 раз за рахунок наявності динамічних похибок. Робастний фільтр лінійного типу при обчисленнях матричного коефіцієнта передачі лише на основі доступних апріорних даних реалізується гранично просто – шляхом використання лише одного рівняння для поточної оцінки, і таким чином в обчислювальному сенсі є найбільш економічним.

8. Доопрацьована номінальна модель динаміки 4- порядку, яка апроксимує короткоперіодичну складову поздовжнього руху ПС на завершальному етапі посадкового маневру – вирівнюванні таким чином, щоб усі змінні вектора стану допускали можливість безпосереднього спостереження. Для цього у якості складових вектора стану були вибраними: висота ПС, кут тангажу та швидкості їх зміни. Такий вибір обумовлений тим, що на етапі вирівнювання посадка ПС здійснюється лише за допомогою автономного обладнання наприклад, радіовисотомірів та гіросенсорів. У підсумку це дозволило адаптувати номінальну модель до специфічних особливостей процесу вирівнювання за наявності несправностей та збурень і сприяло зростанню точності процесу ідентифікації.

9. У рамках доопрацьованих моделей та розроблених методів на етапі вирівнювання ПС синтезовано модифікований фільтр Калмана з невизначеними входами та модифікований локально-оптимальний фільтр Фрідланда. Дослідження їх властивостей подано на фоні порівняння з результатами, отриманими від стандартного фільтра Калмана. Основні результати зводяться до наступного:

9.1. Результати моделювання роботи стандартного фільтра Калмана показали його неспроможність усунути залежність отриманих оцінок від впливу несправностей. Наслідком є розбіжність процесу фільтрації та неможливість розрізнення сигналу несправності на фоні шумів. У даному випадку фактична висота не відстежується, а отримана на момент закінчення моделювання похибка по висоті у 5 метрів може бути причиною зсуву точки дотику до ЗПС відносно розрахункового положення вправо приблизно на 250–300 м, що може породжувати нештатну ситуацію у посадковому процесі.

9.2. Результати моделювання модифікованого фільтра Калмана з невизначеними входами показали, що оцінки висоти прямують до її фактичного значення лише у асимптотичному розумінні. У цілому зазначений фільтр адекватно віддзеркалює фактичну зміну висоти, за винятком перехідного процесу з величиною похибки приблизно 1–1,5 м. По мірі збіжності процесу оцінювання екіпаж ПС отримує об'єктивну оцінку фактичної висоти і здатен виконати корегувальні дії з метою дотримання регламентованої траєкторії зниження.

9.3. Результати моделювання модифікованого фільтра за топологією Фрідланда ілюструють реалізацію роздільних властивостей у повній мірі та його локальну оптимальність у межах дії уведених обмежень, дотримуватися яких з практичної точки зору значно простіше на відміну від обмежень, запропонованих у раніше відомих роботах. Проте досягнення локально-оптимальних показників оцінювання потребує високоякісної моделі системи та додаткової апріорної інформації щодо супутніх збурень та несправностей.

10. В межах розроблених методів з метою подолання відсутності апріорної інформації щодо супутніх збурень та несправностей запропоновано два різновиди робастних пристроїв оцінювання, заснованих на концепціях Фрідланда та Кітанідіса. Уведення таких пристроїв дозволить роздільно оцінювати несправності та складові вектора стану у вигляді висоти ПС, кута тангажу та швидкості їх зміни для випадку сукупної дії несправностей та збурень, як у каналі спостережень, так і у підсистемі «об'єкт–регулятор». Практично значимі результати полягають у наступному:

10.1. Варіант з використанням модифікованого фільтра Фрідланда передбачав стандартну структуру каналу спостережень та розширену модель динаміки підсистеми «об'єкт–регулятор». Синтезована структура, за умови відсутності апріорної інформації щодо структури діючих несправностей та збурень, задовільно апроксимує, у певному розумінні, розширений фільтр Калмана. Результуючі оцінки у межах прийнятної точності збігаються з фактичними значеннями оцінюваних параметрів.

10.2. Варіант побудови робастного фільтра, функціональне ядро якого складає модифікований фільтр Кітанідіса, передбачав застосування обох моделей розширеного типу. В даному випадку несправності одночасно впливають, як на стан системи, так і на вихідні змінні, а збурення – лише на змінні стану. Результати моделювання показали, що усі зміни, обумовлені дестабілізуючими факторами у підсистемі «об'єкт – регулятор» відстежуються з точністю, прийнятною для практичних впроваджень. Проте, оцінки параметрів вектору стану, отримані на основі методу зважених найменших квадратів, дещо поступаються у точності оцінкам

модифікованого фільтра Фрідланда. Однак цей недолік частково компенсується підвищенням точності оцінювання несправностей за рахунок додаткової інформації, що надходить з каналу спостережень згідно його розширеної математичної моделі.

11. Поєднання результатів стендових напівнатурних випробовувань з результатами статистичного моделювання та використанням номограм виграшів у точності оцінювання за наявності несправностей, як у каналі спостережень так і у підсистемі «об'єкт–регулятор», дозволяє надавати у руки проектувальника науково обґрунтований набір алгоритмів високонадійної фільтрації з урахуванням конкретних вимог для кожного, окремо взятого випадку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Машков О. А., Усаченко Л. М. Нові підходи до побудови функціонально стійких складних динамічних систем. *Системи управління, навігації та зв'язку*. 2008. Вип. 4(8). С. 68–72.
2. Машков О. А., Самчишин О. В. Сучасні проблеми розвитку теорії функціонально стійких складних систем керування. // *Моделювання та інформаційні технології*. Збірник наукових праць ІМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2009. Вип. 52. 29 назв.
3. Fuqua N. B. *Fuqua Reliability Engineering for Electronic Design*. CRC Press : 1st edition, 2020. 406 p.
4. Goble W. M. *Goble Control Systems Safety Evaluation and Reliability, Third Edition*. International Society of Automation, 2010. 458 p.
5. Hespanha J. P. *Linear Systems Theory*. Princeton University Press, 2018. 352p.
6. Chen G. *Nonlinear Systems: Stability, Dynamics and Control*. World Scientific Publishing Company, 2023. 233 p.
7. Wonham W. V. On the separation theorem of stochastic control. *SIAM J. Control*. 1968. Vol 6. № 2. P. 312–326.
8. Escobet T., Bregon A., Pulido B., V. *Fault Diagnosis of Dynamic Systems: Quantitative and Qualitative Approaches*. Springer : 1st ed, 2019. 864p.
9. S.X. Ding. *Model-based Fault Diagnosis Techniques, Design Schemes, Algorithms, and Tools*. Springer, 2015. 504 p.
10. Frank P. M. Fault diagnosis in dynamic system using analytical and knowledge based redundancy - a survey and some new results, *Automatica*. 1990. Vol 26. № 3. P. 459-474.
11. Кичак В. М., Воловик Ю. М., Воловик А. Ю. *Методи та пристрої обробки радіосигналів бортових авіаційних систем посадки: монографія*. Вінниця: Вид-во ВНТУ, 2011. – 208 с.
12. Кучма Л. Д. *Украина – не Россия*. М.: Время, 2004. 558 с.
13. Isermann R., Balle P. Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes, *Control Eng. Practice*. 1997. Vol. 5, P. 709–719

14. Blanke M. *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Berlin, New York: Springer, 2003. 571 p.
15. Chen J., Patton R. J. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 1999. 365 p.
16. Zabczyk J. *Mathematical Control Theory: An Introduction*: Birkhäuser, 2nd ed edition, 2020. 362 p.
17. Kumar P. R., Pravin V. *Stochastic Systems: Estimation, Identification, and Adaptive Control*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2016. 378 p.
18. Bozic S. M. *Digital and Kalman Filtering: An Introduction to Discrete-Time Filtering and Optimum Linear Estimation*. Dover Publications, 2018. 176 p.
19. Williams R. L., Lawrence D.A. *Linear State-Space Control System*. Wiley, 1st edition, 2007. 480 p.
20. Kapur K.C., Pecht M. *Reliability Engineering*. Wiley; 1st edition: 2014. 512p.
21. Izadi I., Shah L., Shook D., Chen T. An introduction to alarm analysis and design. *Proc. of IFAC SafeProcess 09*. 2009. Vol. 42 P. 645-650.
22. Ducard G. J. *Fault-tolerant Flight Control and Guidance Systems: Practical Methods for Small Unmanned Aerial Vehicles*. Springer, 2010. 284 p.
23. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. *Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Verlag , Berlin, Heidelberg : Springer, 2016. 695 p.
24. Cristofaro A., Johansen T. Fault tolerant control allocation using unknown input observers. *Automatica*. 2014. Vol. 50 (7). P. 1891-1897. DOI:10.1016/j.automatica.2014.05.007
25. Xu F. Observer-based asymptotic active fault diagnosis: A two-layer optimization framework. *Automatica*. 2021. Vol. 128. 109558. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109558>
26. Sun L., Ho W., Ling K, Chen T., Maciejowski J.. Recursive maximum likelihood estimation with t–distribution noise model. *Automatica*. 2021. Vol. 132. 109789. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109789>
27. Havrilov D., Volovyk A., Semenov A., Koval L., Vasylykivskyi M., Havrilova N. *Research of Electromagnetic Compatibility of Electronic Automotive Equipment*.

IEEE 12th International Conference on Electronics and Information Technologies (ELIT) : 19-21 May 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 170-174. doi:10.1109/ELIT53502.2021.9501093.

28. Isermann R. *Fault-Diagnosis Systems, An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. Berlin, Springer, 2006. 475 p.

29. Havrilov D., Baraban S., Volovyk A., Zviahin O., Semenov A., Savytskyi A.. *Real-Time Video Processing System based on Field Programmable Gate Array. IEEE 14th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)* : 09–13 September 2019 p., Lviv, Ukraine, 2019. P. 192-196.

30. Havrilov D., Volovik A., Yarovy A., Yarovy D., Kudriavtsev D. *Hardware Implementation of SHA Algorithms on Different FPGA and Speed Comparison. IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW)* : 21–25 September 2020, Kharkiv, Ukraine, 2020. P. 453-457. doi: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252678.

31. Havrilov D., Volovyk A., Koval L., Yarovy D. *Radio engineering frequency meter based on microcontroller for biomedical measurement systems. Theoretical aspects of modern engineering : [coll.] monograph*. Boston: Primedia eLaunch. 2020. P. 246–250. DOI- 10.46299/ISG.2020. MONO.TECH.III.

32. Kerrigan M. E. *Noise covariance identification for nonlinear systems using expectation maximization and moving horizon estimation. Automatica*. 2017. Vol. 77. P. 336-343. DOI:10.1016/j.automatica.2016.11.011.

33. Воловик А. Ю., Червак О. П., Шутило М. А. *Аналізатор спектру ідеалізованих радіосигналів. Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки, та наносистем* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції, 3-5 листопада 2021, Вінниця, 2021. URL: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/spirn/spirn2021/paper/view/13849> (дата звернення 26.09.2023)

34. Volovik A., Havrilov D., Koval L., Vasylykivskyi M., Yarovy A., Semenov A. *Design of Spectrum Analyzer for Radio Signals. IEEE 16th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM)* : 22-26 February 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 10-14.

35. Frank P.M. Analytical and qualitative model-based fault diagnosis - a survey. *Europ. J. Contro.* 1996. Vol. 2. P. 6–28. [https://doi.org/10.1016/S0947-3580\(96\)700249](https://doi.org/10.1016/S0947-3580(96)700249)
36. Frank P.M. On-line fault detection in uncertain nonlinear systems using diagnostic observers: a survey. *Int. J. Systems Sci.* 1994. Vol. 25/12, P. 2129–2154. DOI:10.1080/00207729408949341.
37. Chow E.Y., Willsky A. S. Issues in the development of a general design algorithm for reliable failure detection. *19th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes* : 1980, Albuquerque, NM, USA, 1980. P. 1006-1012. doi: 10.1109/CDC.1980.271954.
38. Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Формувач різницевого сигналу модельно орієнтованих систем діагностики. *Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування* : Матеріали VI міжнародної конференції, 28–30 березня 2017 р., Вінниця, 2017. С. 31–32.
39. Воловик А. Ю. Формування різницевого сигналу в модельно-орієнтованих системах діагностики. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2020, 16-22 листопада 2020р., Київ, 2020. С.18-20.
40. Roberts M. J. *Signals and Systems: Analysis of Signals Through Linear Systems*. McGraw-Hill Science, 2003. 1054 p.
41. Basseville M. Detecting changes in signals and systems - a survey. *Automatica*. 1988. Vol. 24. Issue 3. P. 309-326.
42. Basseville M. and Nikiforov I.V. *Detection of Abrupt Changes: Theory and Application*, Information and System Science. New York : Prentice Hall, 1993. 528 p.
43. Jacobson C.A., Nett C.N. An integrated approach to controls and diagnostics using the four parameter control. *IEEE Control Syst* : Oct. 1991. Vol.11(6). P. 22-29.
44. Wu N. E. Failure sensitizing reconfigurable control design. *Proc. of the 31st IEEE Conf. on Control & Decision* : 16-18 December 1992. Tucson, AZ,1992. P. 44-49. DOI: 10.1109/CDC.1992.371796.
45. Friedland B. *Control System Design: An Introduction to State-Space Methods*. Dover Publications, 2005. 528 p.

46. Воловик А. Ю. Актуальність застосування інформаційно – вимірювальних систем функціонально стійкого керування. *Priority directions of science development* : Abstracts of the 5th International scientific and practical conference, 2–3 March 2020, Lviv, Ukraine, 2020. P. 168-173.
47. Gertler J. Modelling errors as unknown inputs. *Preprints of IFAC Sympo. on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes* : Espoo, Finland, 1994. Vol.1. P. 266-271. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)48037-2](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)48037-2).
48. Frank P.M., Ding X. Frequency domain approach to optimally robust residual generation and evaluation for model-based fault diagnosis. *Automatica*. 1994. Vol. 30(4). P. 789-804. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(94\)90169-4](https://doi.org/10.1016/0005-1098(94)90169-4).
49. Frank P. M. Fault diagnosis in dynamic system via state estimation – a survey. *System Fault Diagnostics, Reliability & Related Knowledge-based Approaches*. Springer, Dordrecht. 1987. (Vol. 1). P. 35-98. <https://doi.org/10.1007/978-94-009-3929>
50. Varga. A. Solving Fault Diagnosis Problems. Linear Synthesis Techniques. Studies in Systems, Decision and Control. *Springer International Publishing*. Vol. 84. 2017, 687 p.
51. Volovyk A., Havrilov D., Koval L. Generalized structure of the model-oriented difference signal former. *Specialized and multi-disciplinary scientific researches* : With proceedings of the international scientific and practical conference, December 11 2020, Amsterdam, The Netherland, 2020. Vol. 2, P. 23-26.
52. Mironovski L.A. Functional diagnosis of dynamic system - a survey. *Automn Remote Contro*. 1980. Vol. 41. P. 1122-1143.
53. Patton R. J. and Chen J. A review of parity space approaches to fault diagnosis. *Preprints of IFA C/IMA CS Symposium SAFEPR OCESS '91* : Baden-Baden, 1991. Vol. 1 P. 239-255. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)51124-6](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)51124-6).
54. Ding X., Guo L., Frank P. M. A frequency domain approach to fault detection of uncertain dynamic systems. *Proc. of the 82nd IEEE Conf. on Decision and Contr.:* Texas, 1993. P. 1722-1727. DOI: 10.1109/CDC.1993.325483.

55. Gertler J. Analytical redundancy methods in failure detection and isolation. *Preprints of IFA C/IMA CS Symposium SAFEPR OCESS '91* : Baden-Baden, 1991. Vol.1. P. 9-21. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)51119-2](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)51119-2).
56. Clark R.N. Instrument fault detection. *IEEE Trans. Aero.* 1978. Vol. AES-14. P.456-465. DOI: 10.1109/TAES.1978.308607.
57. Patton R.J., Chen J.A. Review of parity space approaches to fault diagnosis for aerospace systems. *J. of Guidance, Control & Dynamics.* 1994. Vol. 17. P.278-285.
58. Marelli D., Sui T., Fu M. Distributed Kalman estimation with decoupled local filters. *Automatica.* 2021 Vol. 132, 109793 <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109724>
59. Chen J. and Patton R. J. A reexamination of fault detectability and insolubility in linear dynamic systems. *Preprints of the IFAC Sympo. on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes : SAFEPR0CESS '94*, 1994, Espoo, Finland, Vol. 2 P. 590-596.
60. Himmelblau D. M. Fault detection and diagnosis - today and tomorrow. *Proc. IFAC Workshop on Fault Detection and Safety in Chemical Plants* : 1986, Kyoto, Japan, P. 95-105.
61. Tipaldi M. and Bruenjes B. Survey on Fault Detection, Isolation, and Recovery Strategies in the Space Domain. *Journal of Aerospace Information Systems.* 2015. Vol. 12. No. 2. P. 235-256.
62. Thirumarimurugan M., Bagyalakshmi N., Paarkavi P. Comparison of fault detection and isolation methods: A review. *10th International Conference Intelligent Systems and Control (ISCO)*: 2016, Coimbatore, India, 2016. P. 1–6.
63. Hwang I., Kim S., Kim Y., Seah C. A., Survey of Fault Detection, Isolation, and Reconfiguration Methods. *IEEE Transactions on Control Systems Technolog.* 2010. Vol. 18, N 3. P. 636-653.
64. Escobet T., Bregon A. B., Puig P. Fault Diagnosis of Dynamic Systems Quantitative and Qualitative Approaches. Springer International Publishing, 2019. 462 p.

65. Balenzuela M., Wills A., Renton C., Ninness B. Parameter estimation for Jump Markov Linear Systems. *Automatica*. 2022. Vol. 135, 109949. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109949>
66. Luenberger D.G. Observing the state of a linear system. *IEEE Trans. Mil. Electron.*, 1964. № 8. P.74-80.
67. Chao Y., Jiangying Z., Xiaoqiang R., Wen Y., Hongbo S., Ling S. Multi-Sensor Kalman Filtering With Intermittent Measurements. *IEEE Transactions on Automatic* : 2018. Vol. 63 Iss. 3. P. 797-804.
68. Soo K.P. A Fault Detection Algorithm using Multiple Residual Generation Filters. *Journal of Telecommunication Electronic and Computer Engineering*. 2017. Vol. 9. No 3. P.12-17.
69. Baranowski J., Bania P., Prasad I., Cong T. Bayesian fault detection and isolation using Field Kalman Filter. *EURASIP J. Adv. Signal Process* : EURASIP, 2017. Vol. 79. <https://doi.org/10.1186/s13634-017-0514-8>.
70. H. Kong, M. Shan, D. Su, Y. Qiao. Filtering for systems subject to unknown inputs without a priori initial information. *Automatica*. 2020. Vol. 120, P. 1-12 DOI:10.1016/j.automatica.2020.109122
71. Frank P. M. Advances in observer-based fault diagnosis. *Proc. of Conf. on Fault Diagnosis* : TOOLDIAG'93, 1993 Toulouse. 1993. P. 817-836.
72. Krishnaswami V. and Rizzoni G. A survey of observer based residual generation for FDI. *Preprints of the IFAC Sympo. on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes* : SAFEPROCESS'94, Espoo, Finland, 1994. Vol. 27. Iss. 5 P. 35-40. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)48000-1](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)48000-1).
73. Ruukonen T.P., Chen J., Nielsen S.B. Model-based methods for fault diagnosis. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 2018. Vol. 63 Iss. 3. P. 73-83. <https://doi.org/10.1177/014233129501700203>.
74. Ragot J., Maquin D., Kratz F. Analytical redundancy for systems with unknown inputs - application to fault detection. *Control - Theory and Advanced Technology*. 1993. Vol. 9(3). P. 775-788.
75. O'Reilly J. Observers for Linear Systems. Academic Press. 1983. 246 p.

76. Patton R., Chen J.A. Survey of robustness in quantitative model based fault diagnosis. Kluwer Academic Publishers, 1999. 354p.
77. Aranovskiy S., Efimov D., Sokolov D., Wang J. Switched observer design for a class of locally unobservable time-varying systems. *Automatica*. 2021. Vol. 130, 109724. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109715>.
78. Patton R., Chen J. Robust fault detection using eigenstructure assignment: A tutorial consideration and some new results. *Proc. of the 30th IEEE Conf. on Decision & Control* : Brighton, UK. 1991. Vol. 3. P. 2242-2247. doi: 10.1109/CDC.1991.261546.
79. Daly K., Gai E., Harrison J. Generalized likelihood test for FDI in redundancy sensor configurations. *J. of Guidance, Control & Dynamics*. 1979. Vol. 2. Iss. 1. P.9-17. <https://doi.org/10.2514/3.55825>.
80. Desai M., Ray A. A fault detection and isolation methodology - theory and application. *Proc.84, Amer. Control Conf*: San Diego, CA, USA, 1984. P. 262-270. doi:10.23919/ACC.1984.4788387.
81. Gertler J., Fang X., Luo Q. Detection and diagnosis of plant failures; the orthogonal parity equation approach. In C. Leondes (ed.), *Control & Dynamics Systems*. 1990. Vol. 37. P. 157-216.
82. Gertler J., Singer D. A new structural framework for parity equation Based failure detection and isolation. *Automatica*.1990. Vol 26(2). P.381-388. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(90\)90133-3](https://doi.org/10.1016/0005-1098(90)90133-3).
83. Chow E.Y., Willsky A.S. Analytical redundancy and the design of robust detection systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.* 1984, Vol. AC-29(7). P. 603-614.
84. Gertler J., Luo Q., Anderson K., Fang X. Diagnosis of plant failures using orthogonal parity equations. *Proc. of the 11th IFAC World Congress* : 1990, Tallin, Vol. 23. Issue 8. Part 4. P. 361-366.
85. Mironovski L.A. Functional diagnosis of linear dynamic systems, *Autumn Remote Control*. 1979. Vol. 40. P. 1198-1205.
- 86 Massoumnia M. A. A geometric approach to the synthesis of failure Detection filters. *IEEE Trans. Automat. Contr.* 1986. Vol. AC-31. Iss. 9. P. 839-846.

87. Frank P., Wunnenberg J. Robust fault diagnosis using unknown input schemes. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems: Theory and Application*. 1989. Ch. 3, P. 47-98.

88. Patton R., Chen J. A review of parity space approaches to fault diagnosis. *Preprints of IFA C/IMA CS Symposium : SAFEPR OCESS '91, Baden- Baden, 1991*. Vol. 24. Iss. 6. P. 65-81 [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)51124-6](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)51124-6) Get rights and content

89. Viswanadham N., Taylor J, Luce E. A frequency-domain approach to failure detection and isolation with application to GE-21 turbine engine control systems. *Control - Theory and Advanced Technology*. 1987. Vol. 3(1). P. 45-72.

90. Ding X., Frank P. Fault detection via factorization approach. *Syst. Control Lett.* 1990. Vol. 14 Iss. 5. P. 431-436.

91. Ding X., Guo L. and Frank P. (1994). Parameterization of linear observers and its application to observer design. *IEEE Trans. Automat. Contr* : 1994. Vol. AC- 39. Iss. 8. P. 1648-1652.

92. Isermann R. Fault diagnosis of machine via parameter estimation and knowledge processing - tutorial paper. *Automatica*. 1993. Vol 29. Iss. 4. P. 815-835.

93. Tan S. H, Lee T. Fault diagnosis and fault-tolerant control in linear drives using the Kalman filter. *IEEE EEE Transactions on Industrial Electronics* : 2012. Vol. 59. N 11. P. 4285–4292pp. doi: 10.1109/TIE.2012.2185011.

94. Kelle J., Sauter D. Kalman Filter for discrete-time stochastic linear systems subject to intermittent unknown inputs. *IEEE Trans Autom Control.*, 2013, Vol. 58 № 7. P. 1882– 1887. doi: 10.1109/TAC.2013.2264739.

95. R. Feiyi, Y. Jinsong. Fault diagnosis methods for advanced diagnostics and prognostics testbed (ADAPT): A review. *12th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI)* : 2015. Vol. 01. P. 175 – 180. DOI: 10.1109/ICEMI.2015.7494248

96. H. Kong. Noise covariance estimation via autocovariance least-squares with deadbeat filters. *Automatica*. 2023. Vol. 153, Article 111049, <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.111049>.

97. Mehra R.K., Peschon J. An innovations approach to fault detection and diagnosis in dynamic systems. *Automatica*. 1971. Vol. 7. P. 637-640.
98. Watanabe K., Himmelblau D. M. Instrument fault detection in systems with uncertainties. *Int. J. System Sci.* 1982. Vol. 13. № 2. P. 137-158.
99. Loparo K.A., Buchner M.R., Vasudeva K.S. Leak detection in an experimental heat exchanger process: A multiple model approach. *IEEE Trans. Automat. Contr.* : 1982. Vol. , AC-36. № 2. P. 167-177.
100. Friedland B., Grabousky S. Estimating sudden changes of biases in linear dynamic systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.* :1982. Vol. AC-27. № 1. P. 237-240.
101. Schrick D. FDI residual generators - a comparison. *Preprints of the IFAC Sympo. on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes : SAFEPROCESS'94*, Espoo, Finland, 1994. Vol. 2. P. 545-550.
102. Isermann R. Integration of fault detection and diagnosis methods. *Preprints of the IFAC Sympo. on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes : SAFEPROCESS'94*, Espoo, Finland, 1994. Vol. 2. P. 597-612.
103. Zadeh L. , Tanaka K., Fu K., Shimura M. Fuzzy Sets and Their Application . Academic Press, New York, 1975. 514p.
104. Frank, P. M. Application of fuzzy logic process supervision and fault diagnosis. *Preprints of the IFAC Sympo. on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes : SAFEPROCESS'94*, Espoo, Finland, 1994. Vol. 2. P. 531- 538.
105. Ulieru M., Isermann R. Design of fuzzy-logic based diagnostic model for technical process. *Fuzzy Set and System*. 1993. Vol. 58. № 3 P. 249-271.
106. Cheng W., C. Juang C. A fuzzy model with online incremental SVM and margin-selective gradient descent learning for classification problems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* : 2014. Vol. 22. P. 324-337. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2013.22520144492>.
107. Precup R., Teban T., Albu A., Borlea A., Zamfirache I., Petriu E. Evolving fuzzy models for prosthetic hand myoelectric-based control. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* : 2020. Vol. 69, Iss. 7. P. 4625-4636. DOI:10.1109/TIM.2020.2983531

108. Patton R.J., Uppal F.J., Lopez-toribio C J. Soft Computing Approaches to Fault Diagnosis for Dynamic Systems: A Survey. *IFAC Proceedings Volumes* : 2000. Vol. 33, Iss. 11. P. 303–315. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)37377-9](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)37377-9).
109. Venkatasubramanian V., Rengaswamy R., Kavuri S., Yin K. A review of process fault detection and diagnosis Part III, Process history based methods. *Computers and Chemical Engineering*. 2003. No. 27. P. 327-346. [https://doi.org/10.1016/S0098-1354\(02\)00162-X](https://doi.org/10.1016/S0098-1354(02)00162-X)
110. Lee H., Kim Y. Fault-tolerant control scheme for satellite attitude control system. *IET Control Theory Appl.*. 2010. Vol. 4 P. 1436-1450. DOI: 10.1049/iet-cta.2009.0159.
111. Gopal M. Modern Control System Theory. New Age International Publishers, 2014. 572p.
112. Kalman R.E. Mathematical Description of Linear Dynamical Systems. *J.SIAM*. 1963, Vol. 1, Ser. P. 152.
113. Naidu D.S. Optimal Control Systems. CRC Press, 2018. 464 p.
114. Luenberger D.G. An Introduction to Observers. *IEEE Transactions on Automatic Control* : 1971. Vol. AC-16, 1971 P.596–602.
115. Воловик А. Ю. Базовые определения модельно ориентированных диагностических систем. *Science, society, education: topical issues and development prospects* : 10–12 May 2020, Kharkiv, Ukraine, 2020. P. 228-233.
116. Воловик А. Ю., Кичак В. М. Основи теорії функціональних відновлювачів діагностичного типу. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2018. № 3. С. 109-118.
117. Lewis F. L., Xie L., Popa D. Optimal and Robust Estimation: With an Introduction to Stochastic Control Theory. CRC Press, 2017. 552 p.
118. Rosenbrock H. H. State-space and multivariable theory. Nelson, London, 1970. 257 p.
119. Brammer K., Siffling G. Kalman-Bucy-Filter: Deterministische Beobachtung und stochastische Filterung. Walter de Gruyter 4., verb. Aufl. 2014. 232 p.

120. Hendricks E., Jannerup O., Sørensen P. H. *Linear Systems Control: Deterministic and Stochastic Methods*. Springer, 2008. 575 p.
121. Kalman R.E. Canonical Structure of Linear Dynamical Systems. *Proc Natl Acad Sci U S A*. 1962. Vol. 48. № 4. P.596–600. doi: 10.1073/pnas.48.4.5961962
122. Gu Y., Li C. *State Space Systems With Time-Delays Analysis, Identification, and Applications*. Academic Press, 2023. 272 p.
123. Phillips C., Nagle H., Chakraborty A. *Digital Control System Analysis & Design*. Pearson, 2014. 528 p.
124. Merriman M. *A Text Book on the Method of Least Squares*. Legare Street Pressa, 2022. 240 p.
125. Spall J. C. *Introduction to Stochastic Search and Optimization*. Wiley-Interscience, 2003. 618 p.
126. Volovyk A. Synthesis of quasi-optimal fast filters by the least square criterion. *Advanced Information Systems*. 2023. V. 7. № 2 P. 21-27 <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2023.2.04>.
127. Воловик А. Ю. Теоретичні основи стохастичних діагностичних відновників. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали ювілейної міжнародної науково-технічної конференції, 6–29 червня 2020 р., Одеса, 2020. С. 42-44.
128. Desai M., Ray A. A fault detection and isolation methodology - theory and application. *Proc. 1984. Amer. Control Conf.* : 1984. P. 262-270. DOI:10.23919/ACC.1984.4788387.
129. Watanabe K. and Himmelblau D. Instrument fault detection in systems with uncertainties. *J. System Sci*. 1982. Vol. 13. № 2. P. 137-158.
130. Frank P., Wunnenberg J. Sensor fault detection via robust observers. *System Fault Diagnostics, Reliability & Related Knowledge-based Approaches*. 1987. Vol. 1, P. 147-160. DOI:10.1007/978-94-009-3929-5_5.
131. Frank P. and Wiinnenberg J. Robust fault diagnosis using unknown input schemes. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems: Theory and Application*. Prentice Hall, 1989. Ch. 3. P. 47-98.

132. Hwang I. A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* : 2010. Vol. 18. № 3. P. 636–653. doi: 10.1109/TCST.2009.2026285.
133. Patton R. J. Soft computing approaches to fault diagnosis for dynamic systems: a survey. *IFAC Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes* : Budapest, 2000. P. 816– 823.
134. Frank P. M. Analytical and qualitative model-based fault diagnosis- a survey and some new results. *European J. of Contr.* 1996. Vol. 2. № I. P. 6–28.
135. Volovik A., Krylik L., Kobylyanska I., KotyraA., Amirgaliyeva S. Methods of stochastic diagnostic type observers. *Proc. SPIE 10808, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments*. 2018. Vol. 108082X4; 7 pages. doi: 10.1117/12.2501693.
136. Воловик А. Ю. Синтез відновника вектора стану динамічної системи за наявності неконтрольованих збурень. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2017, 20–26 березня 2017 р., Київ, 2017. С. 41-43.
137. Sheather S. *Modern Approach to Regression with R*. Springer. 2009. 407 p.
138. Wang Y. *Advances in State Estimation, Diagnosis and Control of Complex Systems*. Springer, 2020. 457 p.
139. Schott J. R. *Matrix Analysis for Statistic*. Wiley, 2016. 561 p.
140. Samir I. A. *Digital Signal Processing: A Primer With MATLAB*. CRC Press 2020, 338 p.
141. Gertler J. Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants, *IEEE Contr. Syst. Mag.* : 1988 Vol. 8, № 6, P.3-11. doi: 10.1109/37.9163.
142. Patton R. J., Frank P. M., Clark R. N. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems, Theory and Application*. New York, Control Engineering Series, Prentice Hall, 1989. 602 p.
143. Wunnenberg J., Frank P. Model-based residual generation for dynamic systems with unknown inputs. *Proc. 12th IMACS World Congress on Scientific Computation* : Paris, 1988. Vol. 2, P. 435-437.

144. Bousshmine N., Soudani D. Adaptive state observer for time delay systems with uncertainties and delayed state perturbation. *JCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*. 2019. Vol. 19. № 5. P. 202-209.
145. Korovin S.R., Vasily V., Fomichev V.V. State Observers for Linear Systems with Uncertainty. De Gruyter, 2009. 251 p.
146. Воловик А. Ю. Адаптивне оцінювання стану динамічних систем за наявності несправностей у каналі спостережень. *Вчені записки таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Технічні науки*. 2022. Том 33(72). № 6 С. 35-42. DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2022.6/07>
147. Spagnolini U. Statistical Signal Processing in Engineering. Wiley, 2017. 608 p.
148. Kalman R. E., Bucy R. S. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. *J. Basic Eng.* 1961. Vol. 83. № 1. P. 95-108.
149. Richards M. Fundamentals of Radar Signal Processing. McGraw Hill, 2014. 656 p.
150. Leonides C. T. Control and Dynamic Systems V23: Advances in Theory and Applications. Academic Press, 2012. 323 p.
151. Jazwinski A.H. Limited memory optimal filtering. *IEEE Trans. Automatic Control* : 1968. Vol. AC-13. P. 558-563.
152. Bharucha-Reid A. T. Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications. Dover Publications, 2012. 480 p.
153. Bar-Shalom Y., Li X. R., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation. Wiley-Interscience, 2001. 584 p.
154. Widrow B. Adaptive Signal Processing. Pearson, 1985. 496 p.
155. L. Yang, A. Ma, D. Li, Y. Xi. Input-mapping based data-driven model predictive control for unknown linear systems with bounded disturbances. *Automatica*. 2023. Vol.153. Iss. 3. Article 111056. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.111056>
156. Anderson B. D., Moore J. B. Optimal Filtering. Dover Publications, 2012. 268 p.

157. Giron-Sierra J. M. Digital Signal Processing with Matlab Examples, Volume 1. Signals and Data, Filtering, Non-stationary Signals, Modulation. Business Media Singapore, 2017. 653 p.
158. Воловик А Ю. Адаптивне оцінювання параметрів руху повітряного судна у режимі дотримання заданої посадкової траєкторії. *Інфокомунікаційні технології та електронна інженерія*. Львів. 2022 Вип. 2. № 2. С. 67–78. DOI: <https://doi.org/10.23939/ictee2022.02.067>
159. Volovyk A., Pyrih Y., Urikova O., Masiuk A., Shubyn B., Maksymyuk T. Dynamic System State Estimation with a Resilience to Observation Data Anomalies. *Contemp. Math.* 2024. Vol 5. Iss 1 P. 1-18. DOI: <https://doi.org/10.37256/cm.512024>
160. Wyatt D., Tooley M. Aircraft Electrical and Electronic Systems. Routledge, 2008. 428 p.
161. Wheeler D. J. Understanding Statistical Process Control. SPC PRESS, 2010. 428 p.
162. Воловик Ю. М., Шутило М. А., Воловик А. Ю. Аналіз точності первинних спостережень за наявності флуктуаційних шумів та хаотичних імпульсних перешкод. *Матеріали II МНПК «Сучасні наукові дослідження – 2006»*: Технічні науки, Дніпропетровськ, 2006. Том 14. С.55 – 59.
163. Dhillon B.S. Computer System Reliability: Safety and Usability. CRC Press, 2016. 252 p.
164. Reich B. J., Ghosh S. K. Bayesian Statistical Methods. Routledge, 2021. 288 p.
165. Kong H., Sukkarieh S., Arnold T., Chen T. The noise covariances of linear Gaussian systems with unknown inputs are not uniquely identifiable using autocovariance least-squares. *Systems & Control Letters.* 2022. Vol. 16. № 8. 105172. DOI:10.1016/j.sysconle.2022.105172
166. Воловик А. Ю., Мозговий В. С. Оцінка обчислювальних ресурсів алгоритму дискретної оптимальної фільтрації. Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіо-електроніки, та наносистем : Матеріали I міжнародної науково-технічної конфе-ренції. 14–16 листопада 2019, Вінниця. С. 96–98.

167. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Загорський В. В. Квазіоптимальна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2012. № 3. Т.1. С. 110-117.
168. Корнильєв Э. А., Прокопенко И. Г., Чуприн В. М. Стійкі алгоритми в автоматизованих системах обробки інформації. Київ, 1989. 224 с.
169. Gonzalez R, Qi F., Huang B. Process Control System Fault Diagnosis: A Bayesian Approach. – Wiley, 2016. 333 p .
170. Sawaragi Y., Katayama T., Fujishige S., Adaptive estimation for a linear system with interrupted observation. *IEEE Transactions on Automatic Control* : April 1973. Vol. 18, № 2. P. 152-154.
171. Nahi N.E. Bounding filter: A simple solution to lack of exact a priori statistics. *Inform. and Control*. 1978. Vol. 39. P. 212–224. [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(78\)90859-8](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(78)90859-8).
172. Beard R.V. Failure Accommodation in Linear Systems Through Self-Reorganization : Report No, MVT-71-1, Man Vehicle Laboratory, M.I.T., Cambridge, Mass, 1971.
173. Jones H.L. Failure Detection in Linear Systems : Ph.D. Thesis, Dept. of Aeronautics and Astronautics, September 1973. M.I.T., Cambridge, Mass, 1973.
174. Kong H., Shan M., Sukkarieh S., Chen T., Zheng X. Kalman filtering under unknown inputs and norm constraints. *Automatica*. 2021. Vol. 133109871. <https://doi.org/10.016/j.automatica.2021.109871>.
175. Willsky A.S., Deyst J.J., Crawford B.S. Adaptive Filtering and Self-Test Methods for Failure Detection and Compensation. *Proc. of the 1974 JACC* : 1974, Austin, Texas. P.19–21.
176. Willsky A.S. A survey of design methods for failure detection in dynamicsystems. *Automatica*. 1976. Vol. 12. № 6. P. 601-611. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(76\)90041-8](https://doi.org/10.1016/0005-1098(76)90041-8).
177. Feivi R., Jinsong Yu. Fault diagnosis methods for advanced diagnostics and prognostics testbed (ADAPT): A review. *12th IEEE International Conference on*

Electronic Measurement & Instruments (ICEMI) : 2015. Vol. 01. P. 175–180.
DOI: 10.1109/ICEMI.2015.7494248.

178. Huang S., Tan K., Lee T.H Fault diagnosis and fault-tolerant control in linear drives using the Kalman filter. *IEEE Trans. Ind. Electron* : 2012 Vol. 59 № 11. P. 4285–4292. doi: 10.1109/TIE.2012.2185011.

179. Keller J., Sauter D. Kalman Filter for discrete-time stochastic linear systems subject to intermittent unknown inputs. *IEEE Trans Aut. Control* : 2013. Vol. 58. № 7. P.1882–1887. doi: 10.1109/TAC.2013.2264739.

180. Жук С. Я., Товкач И. О. Рекуррентный алгоритм пассивной локации в сенсорной сети на основе измерения мощности принимаемого сигнала. *Вісник Національного технічного університету України «КПІ»*. Серія – Радіотехніка, Радіо-апаратобудування, 2016. № 66. С. 46–55.

181. Agee W. S., Turner R. H. The WSM1R Best Estimate of Trajectory– An Overview. *Analysis and Computation Division*. 1972. No. 129. 44 p.

182. Yan X., Spurgeon S. K., Edwards C. Variable Structure Control of Complex Systems: Analysis and Design (Communications and Control Engineering). Springer, 2016. 617 p.

183. Gertler J. Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems. CRC Press, 2017. 512 p.

184. Zhao Y., He X., Zhang J. et al. Detection of intermittent faults based on an optimally weighted moving average T^2 control chart with stationary observations. *Automatica*. 2021. Vol. 123. Article 109298 P.1–15. DOI: 10.1016/j.automatica.2020.109298.

185. Воловик А. Ю., Осадчук О. В., Червак О. П., Шутило М.А. Оптимальне оцінювання систематичних похибок при виконанні комплексних спостережень. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2017. № 4(251). С. 214-218.

186. Friedland B. Treatment of bias in recursive filtering. *IEEE Trans. Autom. Contr* : 1969. Vol. AC. 14. № 4. P. 359–367.

187. Kanev.S., Verhaegen M. Two-stage kalman filtering via structured square-root. *Communications in Information and Systems*. 2005 Vol. 5, No. 2, P. 143-168. DOI: 10.4310/CIS.2005.v5.n2.a1.
188. Hsieh C.S., Chen F.C. General two-stage Kalman filters. *IEEE Transactions on Automatic Control* : 2000. Vol. 45, № 4. P. 819–824.
189. Volovyk A., Kychak V. Detection Filter Method in Diagnostic Problems for Linear Dynamic Systems. *Visnyk NTUU KPI Serii – Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*. 2021. Iss. 84. P. 30–39. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.84>.
190. Willsky A. S. and Jones H. L. A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems, *IEEE Trans. Automat. Contr.* : 1976. Vol. AC-21. P. 108-121.
191. Byrski J., Byrski W. A double window state observer for detection and isolation of abrupt changes in parameters. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* 2016. Vol. 26. No. 3. P. 585–602. DOI: 10.1515/amcs-2016-0041.
192. Van Trees H. L., Bell K. L., Tian Z. Detection Estimation and Modulation Theory, Part I: Detection, Estimation, and Filtering Theory. Wiley, 2013. 1184 p.
193. Darouach M., Zasadziński M., Boutayeb M. Extension of minimum variance estimation for systems with unknown inputs. *Automatica*. 2003. Vol. 39. P. 867–876.
194. Yang J.N., Pan S., Lin S. Least-squares estimation with unknown excitations for damage identification of structures. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*. 2007. Vol. 133. P. 12–21. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:1(12).
195. Pan S., Su H., Wang H., Chu J. The study of joint input and state estimation with Kalman filtering. *Trans. Institute of Measurement and Control*. 2011. Vol. 33. № 8, P. 901–918. DOI 10.1177/0142331210361551.
196. H. Kong, S. Sukkarieh. An internal model approach to estimation of systems with arbitrary unknown inputs. *Automatica*. 2019. Vol. 108. 108482 DOI:10.1016/j.automatica.2019.06.03469.

197. Воловик А. Ю. Оптимальні оцінки вектора стану для дискретних стохастичних систем з невизначеними збуреннями та шумом. *Інфокомунікаційні технології та електронна інженерія*. Львів. 2023. Вип. 3. № 2. С. 116–125. DOI: <https://doi.org/10.23939/ictee2023.09.067>.
198. Hsieh C. S. Majidi M. A., Yazdi H. S. Kalman Filter Reinforced by Least Mean Square for Systems with Unknown Inputs. *Circuits Syst. Signal Process* : 2018. P. 4955–4972. <https://doi.org/10.1007/s00034-018-0792-x>.
199. Chen J., Patton R. Optimal filtering and robust fault diagnosis of stochastic systems with unknown disturbances. in *IEE Proceeding, Control Theory Application* : 1996. Vol. 143, P. 31–36. DOI: 10.1049/ip-cta:19960059.
200. Kitanidis P.K. Unbiased minimum-variance linear state estimation. *Automatica*. vol. 1987. Vol. 23. № 6. P. 775–778. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(87\)90037-9](https://doi.org/10.1016/0005-1098(87)90037-9).
201. Volovyk A., Kychak V., Havrilov D. Discrete Kalman Filter Invariant to Perturbations. *Acta Polytechnica Hungarica*. 2021. Vol 18. No 10. P. 21-41. DOI: 10.12700/APH.18.10.2021.10.2.
202. Воловик А. Ю., Осадчук О. В., Васильківський М. В., Червак О. П., Шутило М. А. Діагностика раптових змін у динаміці об'єктів контролю. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2018. № 1(257). С. 88-93.
203. White J., Speyer, J. Detection filter design: Spectral theory and algorithms. *IEEE Trans. Autom. Control* : 1987. Vol. 32. P. 593–603. DOI: 10.1109/TAC.1987.1104682
204. Delyon B., Zang Q. On the optimality of the Kitanidis filter for state estimation rejecting unknown inputs. *Automatica*. 2021. Vol. 132. 109793. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109793>
205. Wilsky A. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Trans. Autom. Control* : 1984. Vol. 29, P. 603–614. DOI: 10.1109/TAC.1984.1103593

206. Willsky A.S. Detection of abrupt changes in dynamic systems. Detection of Abrupt Changes in Signals and Dynamical Systems. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Berlin, Springer, 1985. Vol 77. <https://doi.org/10.1007/BFb0006388>.

207. Zolghadri A., Henry D., Cieslak J., Efimov D., Goupil P. Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control and Guidance for Aerospace Vehicles, From Theory to Application. London, Springer-Verlag, 2014. DOI: 10.1007/978-1-4471-5313-9

208. Varga A., Ossmann D. LPV model-based robust diagnosis of flight actuator faults. *Control Eng., Pract.* 2013. Vol. 31. P.135–147. DOI: 10.1016/j.conengprac.2013.11.004.

209. Ossmann D., Varga A. Detection and identification of loss of efficiency faults of flight actuators. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* 2015. Vol. 25. P.53-63. DOI: 10.1515/amcs-2015-0004.

210. Gertler J. Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems. Boca Raton, Imprint CRC Press, 2019. 504 p.

210. Alouani A., Rice T., Blair W.D. Two-stage filter for state estimation in the presence of dynamical stochastic bias. *Proceedings of the American Control Conference* : 1992, Chicago, Ill, USA. P. 1784–1788. DOI: 10.23919/ACC.1992.4792418.

211. Ignagni M. Optimal and suboptimal separate-bias Kalman estimators for a stochastic bias. *IEEE Transactions on Automatic Control* : 2000. Vol. 45, № 3. P. 547–551. DOI: 10.1109/9.847741.

212. Chen F. C., Hsieh C. S. Optimal multistage Kalman estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control* : 2000. Vol. 45. № 11. P. 2182–2188. DOI: 10.1109/9.887678.

213. Hsieh C. S. Extension of the robust two-stage Kalman filtering for systems with unknown inputs. *TENCON 2007 - 2007 IEEE Region 10 Conference* : 2007, Taipei, Taiwan. P. 1-4, doi: 10.1109/TENCON.2007.4429133.

214. Hsieh C. S. A unified solution to unbiased minimum-variance estimation for systems with unknown inputs. *IFAC Proceedings*. 2008. Vol. 41. Iss. 2. P. 14502-14509. <https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.02457>.

215. Hsieh C. S. Extension of unbiased minimum-variance input and state estimation for systems with unknown inputs. *Automatica*. 2009, Vol. 45. № 9. P. 2149–2153. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2019.03.036>.
216. Hua J., Wang N., Zhao K. Simultaneous Unknown Input and State Estimation for the Linear System with a Rank-Deficient Distribution Matrix. *Mathematical Problems in Engineering*. 2021. Vol. 12. P.1-11. DOI:10.1155/2021/6693690.
217. Kim K. H., Lee J. G., Park C. G. Adaptive two-stage Kalman filter in the presence of unknown random bias. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. 2006. Vol. 20. №. 7. P. 305–319. DOI: 10.1002/acs.900.
218. Kim K. H., Lee J. G., Park C. G. The stability analysis of the adaptive two-stage Kalman filter. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. 2007. Vol. 21. № 10. P. 856–870. <https://doi.org/10.1002/acs.950>.
219. Darouach M., Zasadzinski M. Unbiased minimum variance estimation for systems with unknown exogenous inputs. *Automatica*. 1997. Vol. 33. № 4. P. 717–719. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(96\)00217-8](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(96)00217-8).
220. Darouach M., Keller J. Y. Two-stage Kalman estimator with unknown exogenous inputs. *Automatica*. 1999. Vol. 35. № 2. P. 339–342. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(98\)00194-0](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(98)00194-0).
221. Gillijns S., Moor B. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems. *Automatica*. 2007. Vol. 43. № 1. P. 111–116. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2006.08.002>
222. Gillijns S., Moor B. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems with direct feedthrough. *Automatica*. 2007. Vol. 43. № 5. P. 934–937. DOI: 10.1016/j.automatica.2006.11.016.
223. Hsieh C. S. Optimal minimum-variance filtering for systems with unknown inputs. *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA '06)* : 2006, Dalian, China. Vol. 1. P. 1870–1874. DOI: 10.1109/TENCON.2006.344113.

224. Gertler J. Generating directional residuals with dynamic parity relations. *Automatica*. 1995. Vol. 31. P.627–635. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)48318-2](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)48318-2)
225. Liu B., Si J. Fault isolation filter design for time-invariant systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* :1997. Vol. 21. P. 704–707. DOI: 10.1016/S0005-1098(99)00079-5.
226. Nagpal K., Helmick R., Sims C. Reduced-order estimation. Part I. *Filtering*. *Int. J. Contro.* 1987. Vol. 45. P.1867–1888.
227. Liang C., Xue W., Fang H., He X., Gupta V. On consistency and stability of distributed Kalman filter under mismatched noise covariance and uncertain dynamics. *Automatica*. 2023. Vol. 153. Article 111022. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.111022>.
228. Kalman R.E., Bertran J.E. Control Systems Analysis and design via the Second Method of Liapunov. I. Continuous – time Systems. *Trans. ASME, J. Basic Eng.* 1960. Vol. 82 (D). P. 371–393.
229. Kalman R. E. New Methods in Wiener Filtering Theory. *Proc. First Symp. Eng. Appl. Random Functions Theory Probability*. 1963, John Wiley & Sons. Inc., New-York.
230. Hahn W. Theory and Application of Liapunov's Direct Method. Dover Publications, 2019. 192 p.
231. De Souza C., Gevers M., Goodwin G. Riccati equations in optimal filtering of nonstabilizable systems having singular transition states matrices. *IEEE Trans. Autom. Control* : 1986. Vol. 31. P. 831– 838. DOI: 10.1109/TAC.1986.1104415.
232. Hsieh C.S. Robust two-stage Kalman filters for systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control* : 2000. Vol. 45. № 12 P. 2374–2378. DOI: 10.1109/9.895577.
233. Volovyk A., Kychak V., Osadchuk A., Zhurakovskyy B. Fault Identification in Linear Dynamic Systems by the Method of Locally Optimal Separate Estimation. In: *Klymash, M., Luntovskyy, A., Beshley, M., Melnyk, I., Schill, A. (eds) Emerging Networking in the Digital Transformation Age*. Lecture Notes in Electrical Engineering,

Springer, Cham. 2022. vol 965. P. 634-651. https://doi.org/10.1007/978-3-031-24963-1_37.

234. Volovik A., Kychak V., Kudriavtsev D., Havrilov D., Yarovy A., Krylik L. Simultaneous Estimation in Linear Dynamic Systems with the Indeterminate Structure Disturbances. IEEE 40th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO) : 8 May 2020, Kyiv, Ukraine, 2020. P. 651-655. doi: 10.1109/ELNANO50318.2020.9088884.

235. Воловик А. Ю. Локально оптимальні робастні оцінки стану лінійних систем з невизначеними входами. *Вчені записки таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Технічні науки*. 2023. Том 34(73). № 2 2023 С. 56-61. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.2.1/09>.

236. Hsieh C.S., Chen F.C. Optimal Solution of The Two-Stage Kalman Estimator. *Proceedings of 34th Conference on Decision & Control* : December 1995, New Orleans, 1995. P. 1532–1537. doi :10.1109/9.739135.

237. Ding S. X. Model-based Fault Diagnosis Techniques, 2nd Edition. Springer, 2013. 504p.

238. Воловик А. Ю., Гаврілов Д. В. Апроксимація розширеного фільтра Калмана паралельною двокаскадною структурою. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2019. № 4. С. 107-115.

239. Kailath T., Sayed A. H., and Hassibi B., Linear Estimation. Pearson 1st edition, 2000. 880 p.

240. Casals J., Garcia-Hiernaux A., Jerez M., Sotoca S., Trindade A. State-Space Methods for Time Series Analysis: Theory, Applications and Software. Chapman and Hall/CR, 2018. 298 p.

241. Byrnes C. I., Priscoli F. D., Isidori A. Output Regulation of Uncertain Nonlinear Systems (Systems & Control: Foundations & Applications). Birkhäuser, 1997. 131 p.

242. Zhu H., Zhang G., Li Y., Lung H. A novel robust Kalman filter with unknown non-stationary heavy-tailed noise. *Automatica*. 2021. Vol. 127. 109511, <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109511>.

243 Воловик А. Ю., Гаврілов Д. В., Мозговий В. С. Розробка моделі траєкторних спостережень для авіаційної посадкової системи *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2018. № 6(267). С. 173-182.

244. Volovik A., Semenov A., Havrilov D., Baraban S., Savytskyi A., Zviahin O. Observation Trajectory Model for Radio-Frequency Aviation Landing Systems. *The Fourth International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo'2019)* : 09–13 September 2019 p., Odessa, Ukraine, 2019. P. 1-5. doi: 10.1109/UkrMiCo47782.2019.9165505.

245. O'keeffe H.B., Feige W.G. The development of interscan – a new microwave approach and landing guarantee system for International Civil Aviation. *Proc. of IREE.* : 1975. Vol. 36. P. 145 – 148.

246. International Civil Aviation Organization. Sharing in the band 5 030-5 091 MHz between the international standard microwave landing system (MLS) and a satellite system of the aeronautical mobile-satellite (route) service (AMS(R)S). Aeronautical communications panel. *22nd MEETING OF WORKING GROUP* : 23 – 30 April 2010, Mexico City. 42 p.

247. Time Reference Scanning Beam Microwave Landing System : *A New Non-Visual Precision Approach and Landing Guidance System for International Civil Aviation*. New-York, FAA, Work. Group Seventh Meeting – London, December 1998.

248. MLS Ground Stations - Archived 9/98. *Land & Sea-Based Electronics Forecast*. 1997. 18p.

249. The Development of the Microwave Landing System (MLS). *34TH ANNUAL CONFERENCE* : 27-31 March 1995, Jerusalem, Israel. WP No. 85.

250. Air Force Microwave Landing System : Report No. 94-190 September 20, 1994. Inspector General Department of defense 400 ARMY NAVY DRIVE Arlington, Virginia. 1994.

251. Engineering Heritage Victoria. INTERSCAN Microwave Landing System, Melbourne, Victoria. *Engineers Australia*. 2013. 61 p.

252. Microwave landing system test set MLS-800-2. OPERATION MANUAL. *Advanced Test Equipment Ren*, 2009. 116 p.
253. Redlien H. W., Kelly R. J. Microwave Landing System: The New International Standard, Editor(s): Claire Marton, *Advances in Electronics and Electron Physics. Academic Press*. 1981. Vol. 57. P. 311-410.
254. Evans T. E. Microwave landing system. Aeronautical Systems Division, Wright-Patterson AFB. *IEEE AES Magazine*. 1986. P.1-9.
255. Кичак В. М., Осадчук О. В., Воловик А. Ю. Спосіб позиціонування основної й резервної радіолокаційних систем посадки: патент 119334 Україна на корисну модель. №u201702284; заявл. 13.03.2017; опубл. 25.09.2017, Бюл. №18.4с.
256. Яновський Ф. Й. Радіолокаційні системи повітряних суден. Підручник для технічних вищих навчальних закладів. Київ : Видавництво НАУ, 2012. 688 с.
257. Синєглазов В. М., Філяшкін М. К. Автоматизовані системи управління повітряних суден. Київ : Видавництво НАУ, 2003. 502с.
258. Васильєв В. М. Радіонавігаційні системи. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2023. 338 с.
259. Гофманн-Велленгоф Б., Легат К., Візер М. Навігація. Основи визначення місцеположення та скеровування : пер. з англ. за ред. Я. С. Яцківа; літ. ред. О. Є. Смолінська. Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2006. 449 с.
260. Gasparyan O. Statistical Dynamics of Multivariable Feedback Control Systems: A Frequency-Domain Approach. VDM Verlag Dr. Müller, 2010. 276 p.
261. Barton D. K., Ward H. R. Handbook of Radar Measurements. Artech House Publishers, 1984. 448 p.
262. Воловик Ю. М., Логвиненко В. В., Шутило М. А., Воловик А. Ю. Оцінка сукупного впливу хаотичних імпульсних перешкод та флуктуаційного шуму на точність первинних спостережень. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*, 2006. Т.1. №. С.192 – 195.
263. Пристрій обробки кутової інформації в системах з вузькими скануючими променями. Пат. 3866163 США, МКИ G01s 1/ 18. Заявл. 02.07.73.; опубл. 11.02.75. 5 с.

264. Воловик А. Ю., Воловик Ю. М., Кичак В. М., Шутило М. А. Пристрій для обробки кутової інформації у радіотехнічній системі посадки сантиметрового діапазону: патент U2005 10483 Україна, МПК G01s1/ 08, G01s3/66. заявл. 23.11.2005; опубл. 17.04.2006. Бюл.№4. 6 с.

265. Воловик Ю. М., Логвиненко В. В., Шутило М. А., Воловик А. Ю. Аналіз характеристик процедури контролю достовірності кутової інформації у радіомаячній системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету*. Технічні науки. 2006. Т.1. № 2. С. 151 – 155.

266. Воловик А. Ю. Застосування адаптивних порогів у системах виявлення і локалізації несправностей. *Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки, та наносистем* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції. 3–5 листопада 2021 р., Вінниця, 2021. URL : <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/spirn/spirn2021/paper/view/13848> (дата звернення 26.09.2022).

267. Whitaker J.C. The Electronics Handbook (The Electrical Engineering Handbook). CRC Press, 2005. 2634 p.

268. Napolitano M. Aircraft Dynamics: From Modeling to Simulation. Wiley, 2011. 720 p.

269. Stengel R. Flight Dynamics. Princeton University Press, 2015. 864 p.

270. Golnaraghi F., Kuo B. Automatic Control Systems. McGraw Hill, 2017. 864 p.

271. Roskam J., Lan C.T. Airplane Aerodynamics and Performance. DARcorporation, 2016. 741 p.

272. Stengel R. F. Flight Dynamics. Princeton University Press, 2022. 942 p.

273. Seng T. Ng. Flight Systems and Control: A Practical Approach. Springe, 2018. 367 p.

274. Ільїн О. Ю., Філяшкін М. К. Пілотажно - навігаційні системи та комплекси. Київ, КІВПС, 1999. 366с.

275. Anderson J. D. Fundamentals of Aerodynamics. McGraw-Hill Education, 2010. 1106 p.

276. Doyle J. C., Francis B. A. Feedback Control Theory (Dover Books on Electrical Engineering). Dover Publications, 2009. 224 p.
277. Бюшгенс Г. З, Студнев Р. В. Динаміка літака. Просторовий рух. Машинобудування, 1983. 320 с.
278. Miele A., Wang T., Wang H. and Melvin W. Optimal Penetration Landing Trajectories in the Presence of Windshear. *Journal of Optimization Theory and Applications*. 1988, Vol. 57, № 1. P 1-40. <https://doi.org/10.2514/3.20485>.
279. Pugachev V. S. Probability Theory and Mathematical Statistics for Engineers. Pergamon, 2014. 845 p.
280. Кичак В. М., Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Загорський В. В. Оптимальна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2011. № 3 Т.1. С. 154-161.
281. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Оцінка функціональної надійності фазового каналу синхронізації у системі посадки сантиметрового діапазону. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2015, 16–22 березня 2015 р., Київ, 2015. С. 163-165.
282. Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Дискретна фільтрація сигналів за наявності епізодичних змін їх параметрів. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2016, 14–20 березня 2016 р., Київ, 2016. С. 20 -22.
283. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Загорський В. В. Адаптивна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2012. № 4. Т.1. С. 62-69.
284. Воловик А. Ю., Мозговий В. С. Оцінка обчислювальних ресурсів алгоритму дискретної оптимальної фільтрації. *Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки, та наносистем* : Матеріали I міжнародної науково-технічної конференції. 14–16 листопада 2019, Вінниця. С. 96–98.

Додаток А. Основи термінології у галузі функціональної діагностики запроваджені технічним комітетом SAFEPROCESS IFAC

Переглядаючи літературу з функціональної діагностики неважко помітити, що термінологія у даній галузі науки ще не встановилась. Це призводить до додаткових труднощів у розумінні мети виконуваних досліджень та порівнянні ефективності різноманітних методів. У зв'язку з цим Технічний Комітет IFAC з безпеки технічних процесів (SAFEPROCESS) розглянув виниклу проблему, і як завжди, знайшов прийнятне рішення щодо застосовуваної термінології. Деякі базові означення можна знайти у тлумачних словниках, наприклад, RAM (Reliability, Availability and Maintainability), 1988 , у працях IFIP [(International Federation for Information Processing), 1983. Термінологія, що використовується у даній роботі основана на інформації, отриманій з джерел Технічного Комітету з питань SAFEPROCESS та робіт основоположників функціональної діагностики Е. Хоу, А. Уілскі, Р. Паттона, П. Франка та Р. Ізерманна.

Таблиця А.1

Базові терміни та означення у галузі функціональної діагностики

1. Стани систем та сигнали		
Fault (несправність)	–	<i>неприпустиме відхилення, щонайменше, одного з характерних параметрів(властивостей) системи від його номінального (зазвичай регламентованого) значення.</i>
Failure (відмова)	–	<i>постійне переривання здібності системи до виконання заданої цільової функції за заданих умов роботи.</i>
Malfunction (збій)	–	<i>нестійка несправність при виконанні заданої цільової функції.</i>
Error (помилка)	–	<i>відхилення поміж вимірюваним або обчисленим значенням вихідної змінної та його істинним або теоретично коректним значенням.</i>
Disturbance (збурення)	–	<i>невідомий та неконтрольований вхідний сигнал, що діє на систему.</i>
Residual (різниця, нев'язка)	–	<i>індикатор несправності, отриманий на основі відхилення поміж фактичними значеннями вимірювань та їх прогнозованими значеннями, отриманими за допомогою математичної моделі.</i>
Symptom (признак)	–	<i>помітна зміна процесу(величини) від його номінальної поведінки (значення).</i>

2. Функції	
Fault detection (виявлення несправності)	– прийняття рішення про присутність несправності та визначення моменту її появи.
Fault isolation (локалізація несправності)	– визначення типу несправності, її місцезнаходження та часу появи. Здійснюється за фактом виявлення несправності.
Fault identification (ідентифікація несправності)	– визначення розміру(збитку) несправності та характеру її поведінки у часі. Здійснюється за фактом локалізації несправності.
Fault diagnosis (діагностика несправності)	– визначення типу, розміру, місцезнаходження та часу появи несправності. Здійснюється слідом за процедурою виявлення несправності. Містить процедуру виявлення несправності та її ідентифікацію
Monitoring (нагляд)	– неперервне відстеження умов роботи фізичної системи шляхом фіксації вхідної інформації, її розпізнавані та реєстрації факту аномальної поведінки системи.
Supervision (контроль)	– контролювання фізичного стану системі та прийняття відповідних заходів щодо збереження її працездатності у разі появи позаштатної ситуації.
3. Моделі	
Quantitative model (кількісна модель)	– використання статичних або динамічних взаємозв'язків між системними змінними та параметрами з метою опису системи у кількісних математичних термінах.
Qualitative model (якісна модель)	– використання статичних або динамічних взаємозв'язків між системними змінними та параметрами з метою опису системи у якісних причинно-наслідкових термінах або у термінах IF–THEN .
Diagnostic model (діагностична модель)	– сукупність статичних або динамічних співвідношень, які пов'язують певні вхідні змінні (признаки) з певними вихідними змінними(несправностями).
Analytical redundancy (аналітична надлишковість)	– використання декількох шляхів (не обов'язково ідентичних) для визначення змінної за наявності в одному з них у обов'язковому порядку математичної моделі системи (процесу) у аналітичній формі.

4. Властивості систем	
Reliability (надійність)	– здатність системи виконувати задані функції за заданих умов роботи у повному обсязі протягом заданого проміжку часу.
Safety (безпека)	– здатність системи не наражати на небезпеку людей, обладнання або навколишнє середовище
Availability (працездатність)	– ймовірність того, що система або обладнання буде працювати задовільно та ефективно у будь-який момент часу.
5. Часові характеристики несправностей	
Abrupt fault (раптові несправності)	– несправність, моделлю якої є функція одиночного стрибка. Описує появу систематичних зсувів у контрольованому сигналі.
Incipient fault (зароджувана несправність)	– несправність, моделлю якої є лінійно зростаюча функція. Описує появу дрейфів у контрольованому сигналі.
Intermittent fault (мінлива несправність)	– несправність, яка моделюється у вигляді комбінації імпульсів з різними амплітудами.
6. Способи урахування впливу несправностей	
Additive fault (адитивна несправність)	– впливає на змінну шляхом додавання самої несправності. Вони може представляти, наприклад, зсуви у сенсорах.
Multiplicative fault (мультиплікативна несправність)	– впливає на змінну шляхом перемноження несправності на саму змінну. Вони може представляти, наприклад, зміну параметрів у системи(процесі).

Таблиця А.2

**Розширений перелік термінів у галузі функціональної діагностики,
затверджений виконавчим комітетом IFAC SAFEPROCESS**

Active fault-tolerant control system	<i>Система керування, яка адаптується до несправностей, виявлених у явній формі, тобто за умови діючої діагностичної системи. У протилежному випадку її слід розглядати як пасивну відмовостійку систему.</i>
Analytical redundancy	<i>Використання двох або більше різних методів для визначення невідомої змінної, причому один з них повинен обов'язково використовувати математичну модель процесу, заданий в аналітичній формі.</i>
Availability	<i>Працездатність – ймовірність того, що система або обладнання будуть працювати задовільно і ефективно у будь-який момент часу.</i>

Constraint	<i>Обмеження, що накладаються фізичними законами або людиною, які дозволяють змінним приймати певні значення з заданого інтервалу (області) у просторі змінних</i>
Dependability	<i>Функціональна надійність : 1) здатність виробу виконувати задані функції у будь-який момент часу, за умови що він був працездатним у початковий момент часу; 2) забезпечення отримання достовірних результатів за умови наявності несправностей.</i>
Diagnostic model	<i>Низка статичних або динамічних взаємозв'язків, що пов'язують певні вхідні змінні (симптоми) з певними вихідними змінними (несправностями).</i>
Discrepancy	<i>Аномальна поведінка фізичної величини або її неузгодженість з поведінкою більшості фізичних величин та взаємозв'язків між ними.</i>
Disturbance	<i>Невідомий та неконтрольований вхід діючий на систему</i>
Error	<i>Відхилення вимірюваної величини від її номінального або теоретично-коректного значення.</i>
Fail safe	<i>1) Здатність системи протистояти несправності та зберегти працездатність з метою завершення роботи без катастрофічних наслідків. 2) Система, у якій можуть бути виявлені поодинокі несправності, однак вони не локалізовані і не скомпенсовані з метою продовження роботи.</i>
Fail-operational	<i>Властивість відмовостійкої системи, згідно якої поодинока несправність не призводить до відмови системи зі зворотним зв'язком. Систему називають відмовостійкою, якщо її параметри після появи несправності залишаються незмінними, тобто такими як і до появи несправності</i>
Failure	<i>Відмова – постійне перешкодження здатності системи виконувати задані функції за певних умов роботи.</i>
Failure effect	<i>Результат дії конкретної відмови на виконувані функції або їх статус</i>
Failure mode	<i>Характерний спосіб прояву відмови або несправності.</i>
Fault	<i>Неприпустиме відхилення що найменше одного з пара метрів від його номінального (стандартного) значення.</i>
Fault accommodation	<i>Корегувальна дія у вигляді зміни конфігурації системи або її параметрів з метою попередження розповсюдження несправності у небажаному напрямку.</i>
Fault detection	<i>Фіксація факту присутності несправності в системі та моменту часу її появи.</i>
Fault detector	<i>Алгоритм, що здійснює процедуру виявлення несправності та її локалізацію.</i>
Fault diagnosis	<i>Визначення типу, розміру, місця та часу появи несправності. Діагностика несправностей містить у собі процедури виявлення несправності, локалізації та її оцінювання</i>
Fault estimation	<i>Процедура визначення розміру (масштабу) несправності та її поведінки у часі.</i>

Fault identification	<i>Процедура визначення розміру (масштабу) несправності та її поведінки у часі. Як правило, виконується після процедури локалізації несправності.</i>
Fault modeling	<i>Визначення математичної моделі несправності, яка описує її характерні риси.</i>
Fault isolation	<i>Процедура визначення типу, місця та часу появи несправності. Як правило, виконується після процедури виявлення несправності.</i>
Fault tolerant control	<i>Зміна закону керування з метою компенсації негативного впливу несправності або послаблення її дії до прийняттого рівня</i>
Fault tolerant system	<i>Система, яка адаптується до несправностей таким чином, що її якісні показники не погіршуються, а поодинокі несправності не призводять до відмови на системному рівні.</i>
Hardware redundancy	<i>Використання більше ніж одного інструменту незалежного типу для виконання заданої функції.</i>
Incipient fault	<i>Несправність, дія якої розвивається дуже повільно (наприклад – засмічення клапану).</i>
Malfunction	<i>Несправність нестійкого (імпульсного або стрибкоподібного) типу</i>
Monitoring	<i>Задача неперервного контролю умов роботи фізичної системи шляхом реєстрації поточної інформації та її розпізнавання з метою виявлення аномалій у поведінці системи.</i>
Passive fault tolerant system	<i>Відмовостійка система, у якій відсутні фіксація появи несправностей та їх компенсація у явній формі, проте контролер проектується таким чином, що забезпечується стійкість до обмеженого числа несправностей заданого типу</i>
Perturbation	<i>Вхідне діяння, яке призводить до тимчасового відхилення поточного стану системи від номінального значення.</i>
Protection	<i>Засоби пригнічення потенційно-небезпечної поведінки системи (якщо це можливо) або засоби запобігання наслідків небезпечної поведінки.</i>
Qualitative model	<i>Використання статичних або динамічних взаємозв'язків між системними змінними або параметрами системи з метою її описання на якісному рівні у термінах « причина–наслідок», або у термінах» « якщо ... тоді».</i>
Quantitative model	<i>Використання статичних або динамічних взаємозв'язків між системними змінними або параметрами системи з метою її описання у вигляді кількісної аналітичної моделі.</i>
Recoverability	<i>Здатність системи відновлювати працездатність у разі появи несправності шляхом адаптації або зміною структури.</i>
Reliability	<i>Надійність – здатність системи зберігати характерні параметри при заданих умовах у певних межах протягом заданого проміжку часу.</i>
Remedial action	<i>Корегувальна дія у вигляді реконфігурації системи або зміни її параметрів з метою запобігання розповсюдженні певної несправності у небажаному напрямку. Синонім терміну – «accommodation».</i>
Residual	<i>Різницевий сигнал, який виступає у якості індикатора несправностей, утворений у вигляді різниці між результатами фактичних вимірювань та їх обчислених значень за допомогою математичної моделі.</i>

Safety	<i>Безпечність – здатність системи не створювати небезпечну ситуацію для людей, обладнання або навколишнього довкілля.</i>
Safety system	<i>Електронна система захисту окремих підсистем від неоправних втрат або пошкодження навколишнього середовища, за умови появи небезпечних подій</i>
Sensor fusion	<i>Об'єднання корельованих сигналів, отриманих від різних джерел</i>
Supervision	<i>Контроль фізичної системи та прийняття відповідних заходів для збереження її працездатності за умови появи несправностей.</i>
Symptom	<i>Будь-яка ознака, що характеризує відхилення спостережуваної величини від його номінального значення.</i>
Threshold	<i>Поріг – граничне значення відхилення різницевого сигналу від нуля, якщо воно перевищене, то приймається рішення про виявлення несправності</i>

Додаток Б. Результати моделювання стандартного фільтра Калмана

1. Модель системи за номінальних умов:

$$s'(t) = A(t)s(t) + w(t);$$

$$y(t) = H(t)s(t) + v(t).$$

2. Априорні дані:

– параметри повітряного судна: $v=75$; $t_0=2,5$; $k_{si}=0,5$; $k=-0,98$;

$\omega=1,0850$; $u=0,0000$; $k_1=k \cdot v \cdot \omega^2$; $At_{43}=-\omega^2$;

$At_{44}=-2 \cdot k_{si} \cdot \omega$;

– порядок моделі: $n=4$;

– інтервал дискретизації $\Delta T = 0,0247$ с;

– довжина реалізації $N=1000$;

– параметричні змінні: $teta=1$, $q_1=0,99$, $sigm=900$;

– ектор початкового стану $s^T(0)=[1,0 \quad -0,375 \quad 0,375 \quad -0,001]$;

– початкові оцінки вектора стану $sf^T(0)=[-0,0 \quad -0,3 \quad 0,4 \quad 0,10]$;

– оцінки дисперсій початкового стану

$$PF = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

– перехідна матриця станів для неперервного часу

$$At = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & At_{43} & At_{44} \end{bmatrix}$$

– коваріаційна матриця збурень системи

$$Q = \begin{bmatrix} 0.00001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.00001 \end{bmatrix}$$

– матриця спостережень $H=[1 \ 0 \ 0 \ 0]$;

– шуми спостережень $R=0.0064$.

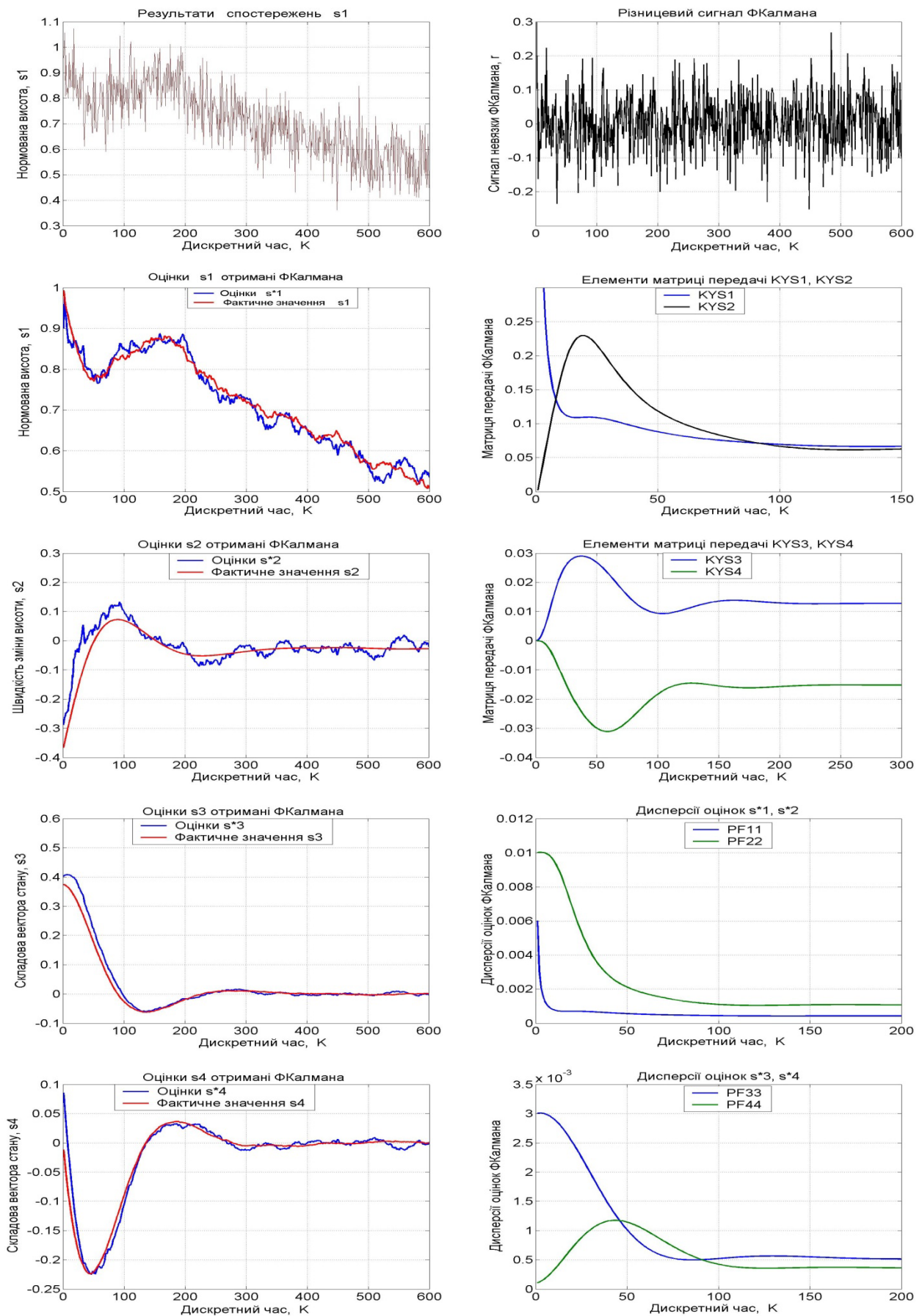


Рис. Б.1 Підсумкові результати моделювання фільтра Калмана за відсутності аномалій у каналі спостережень

Результати моделювання методом Монте-Карло стандартного фільтра Калмана за номінальних умов.

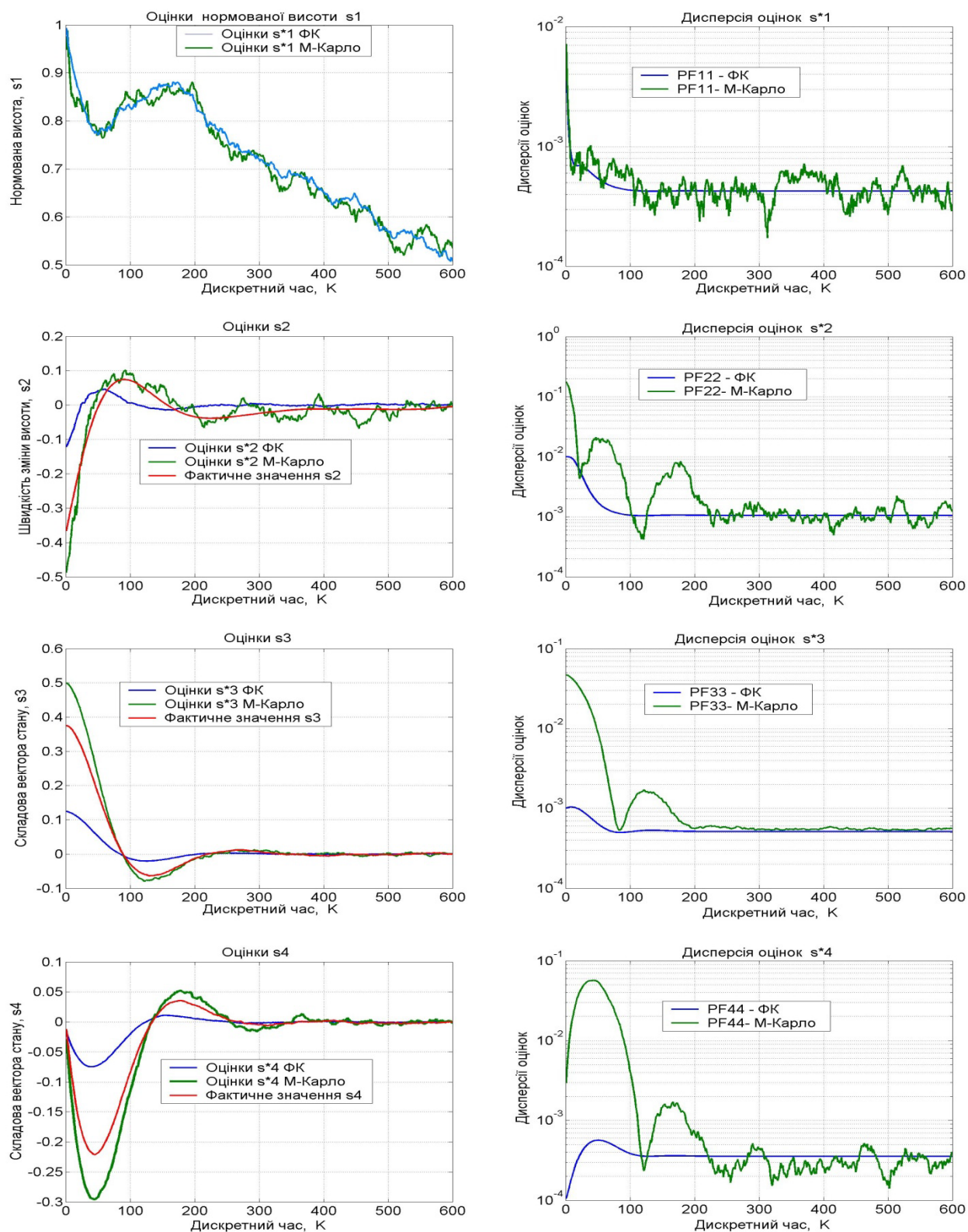


Рис. Б.2. Результати оцінювання параметрів посадкової траєкторії методом Монте-Карло за номінальних умов

Моделювання методом Монте-Карло стандартного фільтра Калмана за наявності аномалій у каналі спостережень

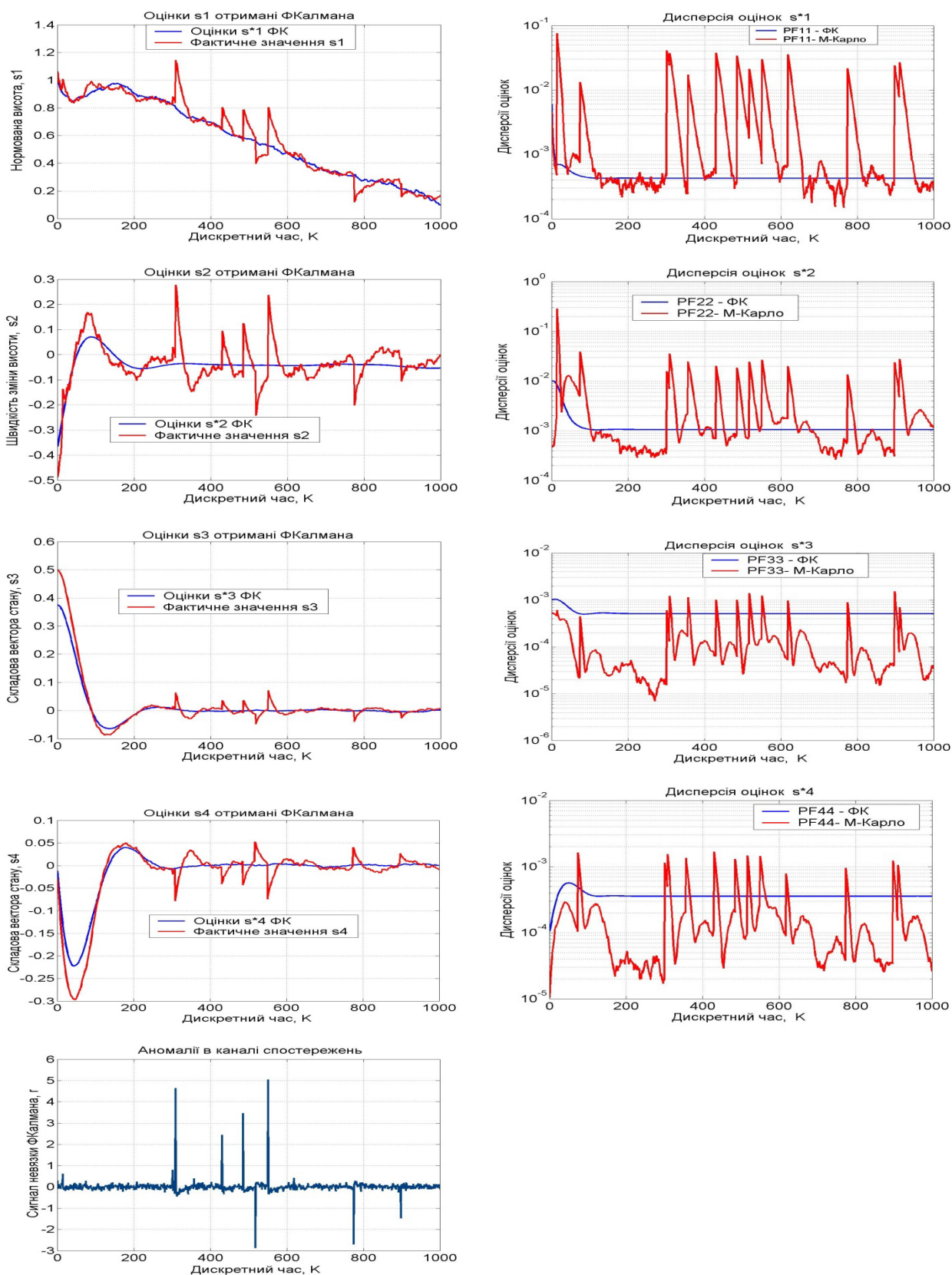


Рис. Б.3 Результати оцінювання параметрів траєкторії стандартним фільтром Калмана за наявності аномалій у каналі спостережень

Додаток В. Структура стенду для виконання комплексних напівнатурних випробовувань

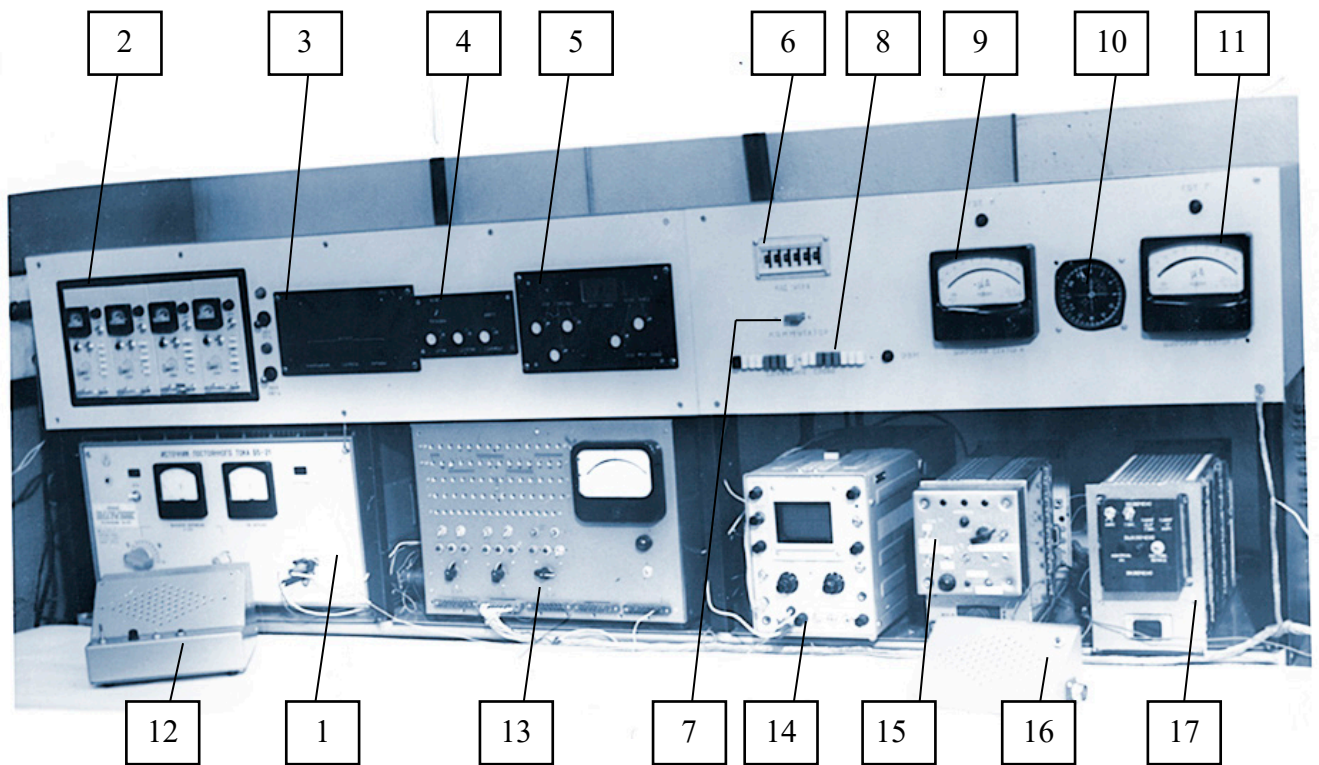


Рис. В.1 Конструктивне оформлення стенду для проведення комплексних напівнатурних випробовувань кутомірного каналу посадкової системи сантиметрового діапазону [11]:

- 1,2– джерела живлення +5В, +27В, +30В; 3-5 – пілотажні прилади; 6 – датчик кодів;
7 – перемикач роду робіт; 8 – реєстр службових слів; 9, 11– мікроамперметри;
10 – індикатор курсу та глісади; 12,16 – переговорні пристрої; 13– імітатор сигналів та завад; 14 – осцилограф; 15 – пристрій спряження з ЕОМ;
17– бортовий вимірювач MLR75.

Додаток Е. Акти впровадження результатів дисертаційної роботи

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.О. Директора КП

«Аеропорт Вінниця»

Б. В. Рибак

10 травня 2023р.



АКТ

впровадження результатів дисертаційної роботи «**Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю**» доцента кафедри інформаційних радіоелектронних технологій і систем Вінницького національного технічного університету
Воловика Андрія Юрійовича

Комісія у складі, інженера 1-ї категорії РН та РЛ АФІС Вінниця ДП Украерорух Номеровкіна К.Ю., інженера-електроніка 1-ї категорії АФІС Вінниця ДПУ-краерорух Маленицького Л.В. даним актом підтверджує, що теоретичні положення дисертаційного дослідження Воловика А.Ю. «Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю» знайшли практичне застосування в задачах діагностики технічного стану та обробки даних результатів контрольних вимірювань технічних параметрів інструментальної системи посадки та комплексної радіонавігаційної системи VOR/DME, що знаходяться на об'єктах підприємства КП «Аеропорт Вінниця».

Основні результати впровадження полягають у наступному:

1. Для виявлення функціональних порушень обладнання інструментальної системи посадки та комплексної радіонавігаційної системи VOR/DME запропонована структура діагностичної системи на основі використання банку модельно-умовних пристроїв відновлення повного порядку, які розв'язані від невизначених збурень та завад. Реалізований програмний алгоритм має суттєві переваги у порівнянні з вбудованими апаратними системами контролю та резервування оскільки має більше ступенів свободи у процесі проектування та експлуатації. Це сприяло зменшенню часу на обробку діагностичних даних, підвищенню точності та однозначності ідентифікації виявленої несправності, зменшенню впливу людського фактора на своєчасність виявлення несправностей та правильність прийняття рішення. В цілому результатом впровадження стало підвищення надійності виявлення і локалізації несправностей та вирішення, в певній мірі, фінансово-економічних питань відмовостійкої експлуатації радіотехнічних засобів.

2. Для обробки комплексних даних результатів вимірювань параметрів вищевказаних радіотехнічних систем, отриманих в ході льотної перевірки, був використаний метод ідентифікації несправностей на основі локально оптимального роздільного оцінювання. На фоні повної відсутності інформації про діючі завади та збурення, що в дійсності відповідає реальним умовам проведення випробувань, запропонований метод показав високу ефективність по виявленню відхилень технічних показників від діючих технічних норм та точність ідентифікації відповідних несправностей в процесі обробки інформації. Задіяний алгоритм сприяє поєднанню аналітичних та технічних методів здобування діагностичної інформації у складі комплексної інтегрованої системи діагностики. Підсумком роботи стало покращення якості діагностичного процесу, його достовірність та оперативність, зменшення часових на фінансових витрат.

3. Запропоновані, стійкі до статистично незалежних несправностей радіовимірювального тракту, методи оптимальної фільтрації, а також стійкі до аномальних похибок спрощені лінійні пристрої відновлення реалізовано програмно та апробовано на даних апаратури комплексної радіонавігаційної системи VOR/DME. Результати випробувань підтвердили їх роботоздатність та високу ефективність. Це дало можливість підвищити точність оцінювання параметрів відповідних радіосигналів на фоні несправностей, що проявляються у вигляді раптових, аномальних помилок.

Інженер 1-ї категорії РН та РЛ
АФІС Вінниця ДП Украерорух



Номеровкін К. Ю.

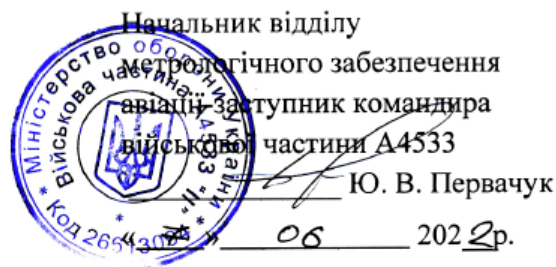
Інженер-електронік 1-ї категорії
АФІС Вінниця ДП Украерорух



Маленицький В. Л.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Начальник відділу



метрологічного забезпечення

авіації заступник командира

військової частини А4533

Ю. В. Первачук

06 2022 р.

АКТ

про використання результатів дисертаційної роботи **«Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю»** доцента кафедри інформаційних радіоелектронних технологій і систем Вінницького національного технічного університету
Воловика Андрія Юрійовича

Комісія у складі, голови комісії – начальник відділення ремонту електроспецобладнання ЗРВ Мороз П.М., та членів комісії: технік відділення ремонту електроспецобладнання ЗРВ Гунько Ю.Д., технік відділу метрологічного обслуговування КПА авіації Рахільчука В.М. даним актом підтверджує, що елементи наукової та практичної новизни дисертаційного дослідження Воловика А.Ю. « Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю » знайшли практичне застосування в задачах діагностики технічного стану радіоелектронних пристроїв, авіаційних контрольних-вимірювальних приладів та їх відновлювального ремонту.

В загальному плані наукові та практичні результати дослідження були практично використані при створенні програмно-апаратного робочого місця призначеного для перевірки роботоздатності, діагностування, локалізації і верифікації пошкоджень, поточного ремонту цифрових, цифро-аналогових радіоелектронних пристроїв виконаних на елементній базі 3-5 поколінь, що входять до складу авіаційних радіотехнічних засобів, а також проведення відновлювального ремонту даних зразків в стаціонарних умовах.

Для програмної реалізації послідовності вхідних сигналів радіоелектронних пристроїв були використані алгоритми запропонованої математичної моделі сенсорної підсистеми, що здатна зберігати працездатність у широкому діапазоні співвідношень сигнал/шум і не виключає появу спостережень різної точності включно з аномальними. Характерні ознаки отриманих послідовностей наближені до характеристик сигналів на входах реально діючих радіотехнічних систем, що

дало можливість не використовувати великогабаритні, технічно складні, енерговитратні апаратні імітатори вхідних сигналів.

Використання алгоритму виявлення множинних несправностей у підсистемах об'єкта контролю та їх роздільного оцінювання у рамках геометричного підходу за допомогою процедури примусової класифікації згідно спеціально утвореного індексу виявлення несправностей, функціонально зв'язаного з сигнатурою несправностей дозволило сформувати спеціалізовану електронну базу даних можливих несправностей з метою подальшого формування впорядкованих за часом керуючих впливів у вигляді тестових послідовностей на входах радіоелектронних приладів.

Результатом впровадження стало підвищення продуктивності праці інженера з ремонту радіоелектронних засобів, скорочення строків ремонту встаткування, автоматизація процесу пошуку, локалізації несправностей і контролю функціональної стійкості радіотехнічних пристроїв та контрольно-вимірювальних засобів різноманітного призначення.

Голова комісії:

начальник відділення ремонту
електроспецобладнання ЗРВ



Мороз П.М.

Члени комісії:

технік відділення ремонту
електроспецобладнання ЗРВ



Гулько Ю.Д.

технік відділу метрологічного
обслуговування КПА авіації



Рахільчук В.М.

ЗАТВЕРДЖУЮ



Проректор з науково-педагогічної роботи та організації освітнього процесу
Вінницького національного технічного університету

Олександр ПЕТРОВ

« 03 » березня 2023 р.

АКТ

впровадження результатів докторської дисертаційної роботи **«Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю»** Воловика А.Ю. в навчальному процесі кафедр ІРТС та ІСТ Вінницького національного технічного університету.

Комісія у складі голови комісії: декана ФІЕС Тимчика С.В. та членів комісії: заступника декана ФІЕС з навчально-методичної роботи Семенова А.О., завідувача кафедри інфокомунікаційних систем і технологій д.т.н., проф. Кичака В.М., завідувача кафедри інформаційних радіоелектронних технологій і систем д.т.н., проф. Осадчука О.В. підтверджує, що у Вінницькому національному технічному університеті для забезпечення навчального процесу кафедр ІРТС та ІСТ з дисциплін «Основи статистичної радіотехніки», «Методи цифрового оброблення інформації», «Сучасні інформаційні технології в телекомунікаціях та радіотехніці», «Сигнали та процеси в радіотехніці», «Цифрові пристрої в телекомунікаційних та радіотехнічних системах», «Конструювання та технологія телекомунікаційних та РТ систем», «Радіоелектронні системи та технології», а також при виконанні курсових, бакалаврських і магістерських дипломних робіт студентами спеціальності 172 – «Телекомунікації та радіотехніка» були використані елементи наукової та практичної новизни дисертаційної роботи Воловика А.Ю., а саме

- для формування та оновлення лекційних курсів відповідних дисциплін були використані наукові положення запровадженої концепції синтезу цифрових пристроїв відновлення стану та виявлення несправностей у лінійних динамічних системах в розрізі методів синтезу оптимальних, квазіоптимальних та робастних пристроїв цифрової фільтрації у рамках теорій модельно-орієнтованих відновників та фільтрів, що опираються на математичні моделі кількісного типу. Відповідно акту прийняття-здавання робіт Центру дистанційної освіти ВНТУ від 2017 року згідно протоколу засідання кафедри РТ №11 від 6 червня 2017 року, в систему дистанційного навчання введений електронний ресурс з дисципліни «Сигнали і процеси в радіотехніці» в обсязі 120год. (4кр).

- з метою формування банку вхідних даних для лабораторних та практичних завдань були використані алгоритми математичних моделей сенсорних підсистем, що здатні зберігати працездатність у широкому діапазоні співвідношень сигнал/шум і не виключають появу спостережень різної точності включно з аномальними. Характерні ознаки отриманих послідовностей наближені до характеристик сигналів на входах реально діючих радіотехнічних систем.

- при розробці курсових, бакалаврських магістерських дипломних робіт, в межах індивідуальних завдань, що пов'язанні із вирішенням задач підвищення характеристик точності, достовірності та надійності радіоелектронних пристроїв різного призначення, використовуються запропоновані методики синтезу пристроїв цифрової фільтрації різної складності, алгоритми математичних моделей динаміки досліджуваних об'єктів та пакет програм для статистичного моделювання, який дозволяє виконувати порівняльний аналіз синтезованих пристроїв оцінювання за критерієм «точність-достовірність-обчислювальна ефективність».

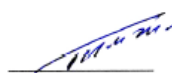
Результати впровадження підтвержені виданими навчальними посібниками:

- Кичак В. М., Воловик А.Ю., Шутило М. А., Червак О.П. Радіотехнічні системи (Основи проектування. Частина 1) Навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2018. 121с.

- Кичак В. М., Воловик А.Ю., Шутило М. А., Червак О.П. Радіотехнічні системи (Основи проектування. Частина 2) Навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2018. 99с.

Голова комісії:

Декан ФІЕС
к.т.н., доцент



Тимчик С.В.

Члени комісії:

Заступник декана ФІЕС
з навчально-методичної роботи
д.т.н., проф.



Семенов А.О.

Завідувача кафедри ІСТ
д.т.н., проф.



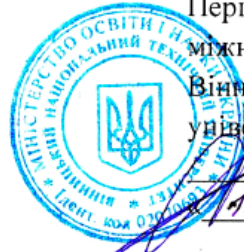
Кичак В.М.

Завідувача кафедри ІРТС
д.т.н., проф.



Осадчук О.В.

ЗАТВЕРДЖУЮ



Перший проректор з наукової роботи та міжнародного співробітництва
Вінницького національного технічного
університету

Володимир ГРАБКО

18 » січня 2023 р.

АКТ

впровадження результатів докторської дисертаційної роботи **«Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю»** доцента кафедри ІРТС Вінницького національного технічного університету Воловика Андрія Юрійовича

Комісія у складі начальника науково-дослідної частини, к.т.н., доцента Богачука В.В., завідувача науково-організаційним відділом Пашенко М.І., завідувача кафедри інфокомунікаційних систем і технологій д.т.н., проф. Кичака В.М., завідувача кафедри інформаційних радіоелектронних технологій і систем д.т.н., проф. Осадчука О.В. склала акт про те, що у держбюджетних науково-дослідних роботах: «Розробка інформаційних пристроїв і засобів оцінювання джитеру на базі принципів нечіткого іммітанса та цифрового оброблення сигналів» (2014-2015 р.р., №0114U00346, виконавець), «Розробка методів і пристроїв первинного цифрового оброблення високочастотних сигналів для систем радіоелектронної боротьби» (2016-2017р., №0116U004710, виконавець); «Розроблення теоретичних засад, методів і приладів вимірювання та контролю газового середовища на військових та цивільних об'єктах». (2017-2018р.р., №0117U000573, виконавець), «Методи та засоби цифрового оброблення радіосигналів для систем безпеки та моніторингу» (2019-2021р.р., № 0119U000296, виконавець), «Розроблення та дослідження радіовимірювальних частотних параметричних мікроелектронних приладів фізичних величин для військових та цивільних об'єктів», (2019-2021р., 0119U000895, виконавець), «Методи та пристрої формування й оброблення хаотичних сигналів, контролю доступу та позиціонування у робототехнічних та інфокомунікаційних системах» (2021-2022р., № 0121U109722, виконавець) використані результати дисертаційної роботи Воловика Андрія Юрійовича на тему «Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю»:

- методи синтезу квазіоптимальних фільтрів робастного типу, у яких ступінь захищеності від дії аномальних похибок залежить від кількості та якості доступної апіорної інформації, а реалізація відбувається шляхом структурних або(та)

алгоритмічних спрощень: метод синтезу робастного фільтра, у якому завдяки структурним спрощенням та уведенню блоку корегування матричного коефіцієнта передачі з'являється можливість у випадку появи несправностей у сенсорній підсистемі переводити його у режим екстраполяції, а у випадку відсутності несправностей здійснити перехід у режим роботи звичайного фільтра Калмана; метод синтезу робастного фільтра підвищеної швидкодії, у якому процедура обчислень апостеріорної ймовірності справного стану каналу спостережень замінена селекторною схемою, що працює за правилами бінарної логіки; метод синтезу робастного пристрою оцінювання лінійного типу, структура якого базується на розрахунках коваріаційної матриці похибок фільтрації тільки на основі апріорних даних.

- адаптивна схема формування оцінок з можливістю подолання апріорної невизначеності щодо ймовірностей появ аномальних похибок у каналі спостережень.

- математична модель сенсорної підсистеми, що здатна зберігати працездатність у широкому діапазоні співвідношень сигнал/шум у стандартному фільтрі Калмана, та не виключає появу спостережень різної точності включно з аномальними;

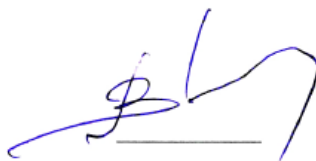
- метод синтезу умовно-оптимального розщепленого фільтра, виходи якого еквівалентні виходам розширеного фільтра Калмана за умови дотримання певних обмежень системних матриць та відмови від принципу автономності складових розщепленого фільтра та охоплені їх системою перехресних зв'язків.

- метод синтезу системи розщеплених фільтрів робастного типу, який базується на припущенні, повної відсутності ймовірнісного опису системних несправностей і збурень та їх представленні довільними функціями часу.

- математичні моделі динаміки об'єкту дослідження, що враховують наявність несправностей у окремих підсистемах системи керування та розроблений пакет програм для статистичного моделювання, який дозволяє виконувати порівняльний аналіз синтезованих пристроїв оцінювання за критерієм «точність-достовірність-обчислювальна ефективність».

Члени комісії:

Начальник НДЧ
к.т.н., доцент



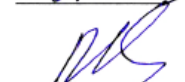
Богачук В.В.

Зав. науково – організаційного
відділу НДЧ



Пашенко М.І.

Завідувача кафедри ІСТ
д.т.н., проф.



Кичак В.М.

Завідувача кафедри ІРТС
д.т.н., проф.



Осадчук О.В.



ПРИТВЕРДЖУЮ

Головний інженер ДП «Новатор»

Кандидат технічних наук, доцент

Олександр ЯНОВИЦЬКИЙ

» 2023р.

АКТ

впровадження результатів дисертаційної роботи

«Модельно-орієнтовані методи обробки сигналів в радіотехнічних системах з підвищеною функціональною надійністю» доцента кафедри інформаційних радіоелектронних технологій і систем Вінницького національного технічного університету Воловика Андрія Юрійовича

Отримані в дисертаційній роботі наукові та теоретичні результати випробувані та знайшли практичне застосування у напрямках технічної експлуатації радіолокаційних та радіонавігаційних систем ближньої навігації (РСБН).

Реалізований програмний алгоритм діагностичної системи на основі банку модельно-умовних пристроїв відновлення повного порядку, що розв'язані від невизначених збурень та завад, використаний для виявлення функціональних порушень обладнання інструментальної системи посадки та обладнання системи РСБН за результатами неповних спостережень. Алгоритм має суттєві переваги по швидкості, точності та однозначності ідентифікації виявленої несправності, у порівнянні з вбудованими апаратними системами контролю і сприяє зменшенню впливу людського фактору на своєчасність виявлення несправностей та правильність прийняття рішення.

Цифрові послідовності даних, що отримані за допомогою запропонованої математичної моделі динаміки польоту повітряного судна під час заходу на посадку були використані для тестування працездатності цифрового компоненту активного каналу посадкового радіолокатора. Врахування представленою моделлю появи несправностей у кутомірному каналі надало можливість тестування вбудованих алгоритмів декодування, цифрової фільтрації та очищення за наявності аномальних збурень у первинних вимірюваннях без використання спеціалізованих імітаторів сигналів. Це дозволило зменшити час проведення діагностики та енергозатрати на проведення обслуговування в цілому.

На основі відтворених вхідних даних, на фоні стандартної сигнальної послідовності виходу системи цифрової обробки, була проведена апробація синтезованого програмного алгоритму робастного цифрового фільтру структурно-укороченого типу, у якому блок коригування матричного коефіцієнта передачі поєднаний зі схемами обчислення апостеріорних ймовірностей конкуруючих

гіпотез. Отримані результати підтвердили працездатність алгоритму, стійкість фільтру до дії аномальних збурень у каналі первинних кутових даних та його відносну ефективність, що сприяє підвищенню точності оцінювання кутових даних за наявності несправностей у вигляді появи аномальних вимірювань. Алгоритм може бути рекомендований для практичного застосування.

Працездатність робастного пристрою роздільного оцінювання як несправностей так і складових вектора стану динамічного об'єкту спостереження у вигляді висоти, кута тангажу та швидкості їх зміни за умови сукупної дії несправностей та збурень з стандартною структурою каналу спостережень та розширеною моделлю динаміки підсистеми «об'єкт- регулятор» було випробувано на геолокаційних даних, отриманих від сенсорних систем БПЛА під час польоту за задалегідь запрограмованим маршрутом. Збурення імітувалось нестабільністю висоти, а несправність її короткочасним провалом. В ході практичного застосування алгоритму було підтверджено попередньо отримані теоретичні розрахунки. У підсумку це дозволило адаптувати номінальну модель до специфічних особливостей польоту за наявності несправностей та збурень і сприяло зростанню точності і процесу ідентифікації несправностей у підсистемах керування польотом.

Запропоновані методи оптимальної фільтрації у вигляді спрощених лінійних пристроїв відновлення, стійких до статистично незалежних аномальних похибок результатів вимірювання, апробовано програмно на даних отриманих з цифрового сенсора барометричного тиску БПЛА. Аномальні показники барометричного сенсору імітувались шляхом стрибкоподібної зміни даних датчика температури. Алгоритм виявився працездатним та високоефективним. Результати практичних випробувань підтвердили теоретичні розрахунки його точності. Це дало можливість підвищити точність оцінювання польоту БПЛА на фоні несправностей, що проявляється у вигляді появи раптових аномальних даних на виході відповідного сенсора.

Акт не є підставою для фінансових розрахунків.

Провідний інженер програміст
кандидат технічних наук, доцент



Олег ВОЙТЮК

Провідний інженер конструктор



Володимир ЛИТВИНЮК

**Додаток Ж. Список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості
про апробацію результатів дисертації**

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

Статті у журналах, що входять до наукометричних баз даних Scopus/Web of Science:

1. Volovik A., Krylik L., Kobylanska I., Kotyra A., Amirgaliyeva S. Methods of stochastic diagnostic type observers. *Proc. SPIE 10808, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments*. 2018. Vol. 108082X4; 7 pages. doi: 10.1117/12.2501693. (Scopus).

2. Volovyk A., Kychak V. Detection Filter Method in Diagnostic Problems for Linear Dynamic Systems. *Visnyk NTUU KPI Serii A – Radiotekhnika Radioaparato-buduvannia*. 2021. Iss. 84. P. 30–39. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.84>. (Web of Science).

3. Volovyk A., Kychak V., Havrilov D. Discrete Kalman Filter Invariant to Perturbations. *Acta Polytechnica Hungarica*. 2021. Vol 18. No 10. P. 21-41. DOI: 10.12700/APH.18.10.2021.10.2. (SJR Q2, Web of Science).

4. Volovyk A., Kychak V., Osadchuk A., Zhurakovskiy B. Fault Identification in Linear Dynamic Systems by the Method of Locally Optimal Separate Estimation. *In: Klymash, M., Luntovskyy, A., Beshley, M., Melnyk, I., Schill, A. (eds) Emerging Networking in the Digital Transformation Age*. Lecture Notes in Electrical Engineering, Springer, Cham. 2022. vol 965. P. 634-651. https://doi.org/10.1007/978-3-031-24963-1_37. (Scopus).

5. Volovyk A., Pyrih Y., Urikova O., Masiuk A., Shubyn B., Maksymyuk T. Dynamic System State Estimation with a Resilience to Observation Data Anomalies. *Contemp. Math*. 2024. Vol 5. Iss 1 P. 1-18. DOI: <https://doi.org/10.37256/cm.512024> (Scopus)

6. Volovyk A. Synthesis of quasi-optimal fast filters by the least square criterion. *Advanced Information Systems*. 2023. V. 7. № 2 P. 21-27 <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2023.2.04> (Scopus)

Статті у наукових фахових виданнях України:

7. Кичак В. М., Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Загорський В. В. Оптимальна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2011. № 3 Т.1. С. 154-161.

8. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Загорський В. В. Адаптивна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2012. № 4. Т.1. С. 62-69.

9. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Загорський В. В. Квазіоптимальна фільтрація різноточних кутових вимірювань в системі посадки сантиметрового діапазону. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2012. № 3. Т.1. С. 110-117.

10. Воловик А. Ю., Кичак В. М. Основи теорії функціональних відновлювачів діагностичного типу. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2018. № 3. С. 109-118.

11. Воловик А. Ю., Осадчук О. В., Червак О. П., Шутило М. А. Оптимальне оцінювання систематичних похибок при виконанні комплексних спостережень. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2017. №4(251). С. 214-218.

12. Воловик А. Ю., Осадчук О. В., Васильківський М. В., Червак О. П., Шутило М. А. Діагностика раптових змін у динаміці об'єктів контролю. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2018. № 1(257). С. 88-93.

13. Воловик А. Ю., Гаврілов Д. В., Мозговий В. С. Розробка моделі траєкторних спостережень для авіаційної посадкової системи *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2018. № 6(267). С. 173-182.

14. Воловик А. Ю., Гаврілов Д. В. Апроксимація розширеного фільтра Калмана паралельною двокаскадною структурою. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2019. № 4. С. 107-115.

15. Васильківський М. В., Воловик А. Ю., Паламарчук Р. П. Метод оцінювання джитеру в цифрових радіоприймальних пристроях. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. 2019. № 2(271). С. 167-173.

16. Воловик А. Ю. Адаптивне оцінювання параметрів руху повітряного судна у режимі дотримання заданої посадкової траєкторії. *Інфокомунікаційні технології та електронна інженерія*. Львів. 2022 Вип. 2. № 2. С. 67–78. DOI: <https://doi.org/10.23939/ictee2022.02.067>.

17. Воловик А. Ю. Адаптивне оцінювання стану динамічних систем за наявності несправностей у каналі спостережень. *Вчені записки таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Технічні науки*. 2022. Том 33(72). № 6 С. 35-42. DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2022.6/07>

18. Воловик А. Ю. Локально оптимальні робастні оцінки стану лінійних систем з невизначеними входами. *Вчені записки таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Технічні науки*. 2023. Том 34(73). № 2 2023 С. 56-61. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.2.1/09>

19. Воловик А. Ю. Оптимальні оцінки вектора стану для дискретних стохастичних систем з невизначеними збуреннями та шумом. *Інфокомунікаційні технології та електронна інженерія*. Львів. 2023. Вип. 3. № 2. С. 116–125. DOI: <https://doi.org/10.23939/ictee2023.09.067>.

Патенти України на корисну модель:

20. Кичак В.М., Осадчук О.В., Воловик А.Ю. Спосіб позиціонування основної й резервної радіолокаційних систем посадки: патент 119334 Україна на корисну модель. № u201702284 ; заявл. 13.03. 2017 ; опубл. 25.09.2017, Бюл. №18. 4 с.

21. Осадчук О. В, Звягін О. С., Савицький А. Ю., Осадчук Я. О., Воловик А. Ю., Червак О. П. Вимірювач газу: патент 137309 Україна на корисну модель. № u 201904300 ; заявл. 22.04.2019 ; опубл. 10.10.2019, Бюл. № 19. 4 с.

22. Осадчук О. В, Осадчук В. С., Савицький А. Ю., Осадчук Я. О., Воловик А. Ю. Пристрій для вимірювання тиску: патент 130737 Україна на корисну модель. № u201806229 ; заявл. 04.06.2018 ; опубл. 26.12.2018, Бюл. № 24. 4 с.

23. Осадчук О. В, Звягін О. С., Савицький А. Ю., Осадчук Я. О., Лукін В. В., Воловик А. Ю., Червак О. П. Пристрій для вимірювання тиску: патент 129825 Україна на корисну модель. № u201806234 ; заявл. 04.06.2018 ; опубл. 12.11.2018, Бюл. № 21. 4 с.

24. Осадчук О. В, Звягін О. С., Савицький А. Ю., Осадчук Я. О., Лукін В. В., Воловик А. Ю., Червак О. П. Пристрій для вимірювання тиску: патент 129824 Україна на корисну модель. № u201806226 ; заявл. 04.06.2018 ; опубл. 12.11.2018, Бюл. № 21. 4 с.

Монографії у співавторстві:

25. Кичак В. М., Воловик Ю. М., Воловик А. Ю. Методи та пристрої обробки радіосигналів бортових авіаційних систем посадки : монографія. Вінниця: ВНТУ, 2011. 208с.

26. Navrilov D., Volovyk A., Koval L., Yarovyi D. Radio engineering frequency meter based on microcontroller for biomedical measurement systems. *Theoretical aspects of modern engineering : [coll.] monograph. Boston: Primedia eLaunch. 2020. P. 246–250. DOI- 10.46299/ISG.2020. MONO.TECH.III*

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

27. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Підвищення роздільної здатності азимутального каналу авіаційної системи посадки. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали XIV міжнародної конференції, 5–10 червня 2015 р., Одеса, 2015. С. 63-64.

28. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Оцінка функціональної надійності фазового каналу синхронізації у системі посадки сантиметрового діапазону. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2015, 16–22 березня 2015 р., Київ, 2015. С. 163-165.

29. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Синтез активних РС–фільтрів за наявності обмежень на характеристики згасання та робочої фази. *«Informatics and computer technics problems* : Proceedings of the Third International Conference, 27–30 May 2014 p., Chernivtsi, 2014. С. 147-148.

30. Воловик Ю. М., Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Аналіз впливу нестабільності коефіцієнтів підсилення операційних підсилювачів на характеристики активних RC-фільтрів. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали XIII міжнародної конференції, 6–12 червня 2014 р., Одеса, 2014. С. 147–148.
31. Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Дискретна фільтрація сигналів за наявності епізодичних змін їх параметрів. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2016, 14–20 березня 2016 р., Київ, 2016. С. 20–22.
32. Воловик А. Ю. Синтез відновника вектора стану динамічної системи за наявності неконтрольованих збурень. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2017, 20–26 березня 2017 р., Київ, 2017. С. 41–43.
33. Воловик А. Ю., Шутило М. А., Червак О. П. Формувач різницевого сигналу модельно орієнтованих систем діагностики. *Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування* : Матеріали VI міжнародної конференції, 28–30 березня 2017 р., Вінниця, 2017. С. 31–32.
34. Осадчук О. В., Воловик А.Ю., Осадчук Я. О., Червак О.П. Mathematical modeling of generator parameters based on transistor structure with negative resistance. *Практичне застосування нелінійних динамічних систем в інфокомунікаціях* : Матеріали VI міжнародної конференції. 9–11 листопада 2017, Чернівці. С. 77–78.
35. Воловик А.Ю., Осадчук О.В., Шутило М.А., Червак О.П. Идентификация зарождающихся неисправностей методом раздельного оценивания. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали XVIII міжнародної конференції. 8–13 червня 2018 р., Одеса. С. 92–94.
36. Воловик А.Ю., Мозговий В.С. Оцінка обчислювальних ресурсів алгоритму дискретної оптимальної фільтрації. *Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки, та наносистем* : Матеріали I міжнародної науково-технічної конференції. 14–16 листопада 2019, Вінниця. С. 96–98.

37. Volovik A., Semenov A., Havrilov D., Baraban S., Savytskyi A., Zviahin O. Observation Trajectory Model for Radio-Frequency Aviation Landing Systems. *The Fourth International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo'2019)* : 09–13 September 2019 p., Odessa, Ukraine, 2019. P. 1-5. doi: 10.1109/UkrMiCo47782.2019.9165505. (Індексується Scopus)

38. Havrilov D., Baraban S., Volovyk A., Zviahin O., Semenov A., Savytskyi A.. Real-Time Video Processing System based on Field Programmable Gate Array. *IEEE 14th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)* : 09–13 September 2019 p., Lviv, Ukraine, 2019. P. 192-196. doi:10.1109/STC-CSIT.2019.8929758. (Індексується Scopus)

39. Воловик А. Ю. Теоретичні основи стохастичних діагностичних відновників. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали ювілейної міжнародної науково-технічної конференції, 6–29 червня 2020 р., Одеса, 2020. С. 42-44.

40. Воловик А. Ю. Формування різницевого сигналу в модельно-орієнтованих системах діагностики. *Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції РТПСАС 2020, 16-22 листопада 2020р., Київ, 2020. С.18-20.

41. Воловик А. Ю. Базовые определения модельно ориентированных диагностических систем. *Science, society, education: topical issues and development prospects* : 10–12 May 2020, Kharkiv, Ukraine, 2020. P. 228-233.

42. Havrilov D., Volovik A., Yarovyi A., Yarovyi D., Kudriavtsev D. Hardware Implementation of SHA Algorithms on Different FPGA and Speed Comparison. *IEEE IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW)* : 21–25 September 2020, Kharkiv, Ukraine, 2020. P. 453-457. doi: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252678. (Scopus)

43. Воловик А. Ю. Стійкість формувачів різницевого сигналу модельно-орієнтованих систем діагностики. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах* : Матеріали XXI міжнародної конференції. 3–7 червня 2021 р., Одеса, 2021. С. 17-19.

44. Volovik A., Kychak V., Kudriavtsev D., Havrilov D., Yarovy A., Krylik L. Simultaneous Estimation in Linear Dynamic Systems with the Indeterminate Structure Disturbances. *IEEE 40th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO)* : 8 May 2020, Kyiv, Ukraine, 2020. P. 651-655. doi: 10.1109/ELNANO50318.2020.9088884. (Scopus)

45. Воловик А. Ю. Застосування адаптивних порогів у системах виявлення і локалізації несправностей. *Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки, та наносистем* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції. 3–5 листопада 2021 р., Вінниця, 2021. URL : <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/spirn/spirn2021/paper/view/13848> (дата звернення 26.09.2022).

46. Воловик А. Ю. Актуальність застосування інформаційно – вимірювальних систем функціонально стійкого керування. *Priority directions of science development* : Abstracts of the 5th International scientific and practical conference, 2–3 March 2020, Lviv, Ukraine, 2020. P. 168-173.

47. Volovyk A., Havrilov D., Koval L. Generalized structure of the model-oriented difference signal former. *Specialized and multi-disciplinary scientific researches* : With proceedings of the international scientific and practical conference, December 11 2020, Amsterdam, The Netherland, 2020. Vol. 2, P. 23-26.

48. Havrilov D., Volovyk A., Koval L., Semenov A., Havrilova N. Design of digital Data Selectors on FPGA in a Laboratory Environment. *IEEE 8th International Conference on Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)* : 05-07 October 2021, Kharkiv, Ukraine, 2021. P. 495-500. doi:10.1109/PICST54195.2021.9772137. (Scopus)

49. Воловик А. Ю., Червак О. П., Шутило М. А. Аналізатор спектру ідеалізованих радіосигналів. *Сучасні проблеми інфокомунікацій, радіоелектроніки, та наносистем* : Матеріали міжнародної науково-технічної конференції, 3-5 листопада 2021, Вінниця, 2021. URL : <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/spirn/spirn2021/paper/view/13849> (дата звернення 26.09.2022)

50. Havrilov D., Volovyk A., Semenov A., Koval L., Vasylykivskiy M., Havrilova N. Research of Electromagnetic Compatibility of Electronic Automotive Equipment.

IEEE 12th International Conference on Electronics and Information Technologies (ELIT) : 19-21 May 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 170-174. doi: 10.1109/ELIT53502.2021.9501093. (Scopus).

51. Semenov A., Havrilov D., Volovyk A., Stalchenko O., Kulias R., Ilchuk D. Single-Mode and Multimode Operation of the Rectangular Waveguide with a Spherical Ferrite Probe. *IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)* : 26-28 August 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 100-104. doi: 10.1109/UKRCON53503.2021.9575750. (Scopus).

52. Volovik A., Havrilov D., Koval L., Vasykivskyi M., Yarovyi A., Semenov A. Design of Spectrum Analyzer for Radio Signals. *IEEE 16th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM)* : 22-26 February 2021, Lviv, Ukraine, 2021. P. 10-14. doi:10.1109/CADSM52681.2021.9385262. (Scopus).